日本銀行金融研究所「金融研究」第８巻第２号（平成元年６月）

銀行業のコスト構造の実証分析
——効率性、技術進歩、要素間代替に関する業態別実証分析——*

粕　谷　宗　久**

1．はじめに——目的、構成、要旨

金融自由化は現代経済の大きな潮流のひとつであるが、それが政策的にも推進されてきたのは、その過程における個々の金融機関の経営効率化の努力を通じて金融システム全体の効率化に資すると考えられるからである。[1)] ところが、金融業の効率性という問題は、このように重要な問題でありながら、概念的な考察はともかく、それを経済学的視点から定量的に捉えるという試みは余りなされてこなかったのが実情である。こうした状況下、本論文は、わが国の金融機関について、この問題に関するひとつの実証分析を行ったものである。[2)]

本論文では、まず金融機関の効率性を測る

* 本論文の作成にあたっては、大阪大学・伴金美助教授、神戸大学・本多佑三助教授、横浜国立大学・鳥居昭夫助教授、名古屋市立大学・筒井義郎助教授、慶応義塾大学・吉岡完治助教授から有益なコメントを頂いた。

** 日本銀行金融研究所研究第１課（現調査統計局）

1) 例えば1985年６月の金融制度調査会答申では、「金融自由化の進展に伴い、今後、個々の金融機関が（中略）主体的な経営判断により（中略）金融環境の変化に前向きに対応することは（中略）金融全体の効率化に資するものであり、国民経済的にも望ましい」としている。

2) 金融機関の効率性等を計測した研究としては、米国については Mullineaux（1978）、Richard and Villanueva（1980）、日本については筒井（1986）がある。これらは、いずれも計測上の問題点を含んでいるので、本論文では、そうした問題点を回避するような推計方法によっている。すなわち、前二者は、利潤関数をクロス・セクション・データによって OLS 推定し、そこで得られた生産量に関するパラメターから“規模の効率性”（実際には、規模の経済性、なお後述2.(1)参照）を報告している。しかしながら、利潤関数には生産物・生産要素価格に加えて生産要素量も組み入れてクロス・セクションで推計がなされているので、利潤最大化の行動仮説とは整合的でないこと等の点で問題を持つ。

また、後者は、都市銀行、地方銀行、相互銀行の三業態につき個々の金融機関のデータをプールしたパネル・データ（４期）によって費用関数（生産物のみを変数とする費用関数）を OLS 推定し、そこで得られた企業（銀行）ごとの定数項を比較している。しかしながら、技術進歩を特定化していないこと、また業態

ひとつの尺度として「コスト効率性」という考え方（与えられた生産要素価格のもとで、ある生産量をいかに低いコストで生産できるかという概念）を導入し、それをもとに金融業の効率性（ないし非効率性）を考えることができることを示す。次に、わが国の金融機関（都市銀行、地方銀行、相互銀行<現第二地方銀行協会加盟行、以下では計測対象期間における名称であったことから相互銀行と呼称>の三業態）についてそれ（コスト非効率性の程度）を計測し、その評価を試みる。また、この計測過程では銀行業のコスト構造に関連するいくつかの側面（技術特性、特に技術進歩や要素間代替）も同時に明らかにされる。金融サービスの生産過程についてこうした観点から分析すること（製造業の場合には従来からなされている）は、近年、銀行業においても技術進歩やそれによる生産性の向上といったことが経営上の重要な課題となっているうえ、自由化の下では各種の経済的条件（運用利回り、調達利率、賃金率等の動向）が与えられた場合、生産要素（資本・労働）の組み合わせ方、ないし資金の運用・調達の組み合わせをどうするかという問題（生産要素間の代替性の問題）が経営戦略上大きな意味を持つからである。

以下、まず2.では、コスト効率性の概念を説明したうえでその計測方法をやや詳細に述べる。3.では、具体的な推定式、および計測に用いるデータの説明を行い、4.では、推定結果を三業態について示すとともにその解釈を行う。5.では、以上のような銀行業のコスト構造の特性に関する実証分析が銀行業の経営に対して持つインプリケーションを考察する。

本論文の実証分析で得られた主な結果をあらかじめ要約すれば次のとおり。

① 金融業ないし金融機関経営の効率性を測定しようとする場合、コスト面に着目した効率性である「コスト効率性」という考え方（賃金等の生産要素価格や運用資産等「生産物」の水準が外生的に与えられた時、いかに低いコストでこれに対応できるか）がひとつの有力な尺度となる。そうした意味において最も効率的といえる状態を基準とし、これと金融機関の現実の状態とを対比すること（具体的にはコスト非効率性の度合いを計測すること）によって、業態間における効率性の差異を明らかにしうる。

② 上記の意味における効率性を計測すると（計測期間は75年度上期～86年度上期）、都市銀行は比較的効率的である（コスト非効率性が小さい）一方、他業態（地方銀行、相互銀行）は比較的非効率的であることを示唆する結果が得られる。また、80年代入り後は各業態とも、ごくわずかではあるが効率性が向上（非効率性が縮小）しているように窺われる。

③ 金融機関のコスト構造に関連するいくつかの要因を計測すると、技術進歩率（生産

間の分散不均一の問題を残していること、生産要素価格が４期にわたって全企業（銀行）で同一であると仮定していること等から、「経営能力（効率性）の推定には成功していない」（筒井　1986）。

一方、本論文においては、以下本文で詳論するように生産要素価格、技術進歩を含めて特定化した費用関数、およびコスト・シェア式の連立方程式をパネル・データによって体系推計しているので、こうした問題を伴わない形のコスト効率性の推計となっている。

性上昇率）は、特に都市銀行において大きいことが観測された。これは、金融機関における事務処理の機械化（CD、ATM、コンピュータの導入等）がまず都市銀行を中心に進められてきたことによるものと推察され、この結果、都市銀行は上記(2)のように比較的高い効率性を維持したと考えられる。一方、規模の経済性（生産量が大きくなるほど平均費用が低下する現象）は、各業態とも認められるが、都市銀行においては比較的小さく、地方銀行や相互銀行（ことに後者）において比較的大きいことが観測された。以上２つのことは、規模の経済性を通じての平均費用引下げよりも、むしろ技術進歩を利用したそれの方が、経営の効率化にとってより大きい意味を持ったことを示唆している。

④ また、技術進歩は各業態とも労働節約的に作用した（事務のコンピュータ化は金融機関の生産性を向上させると同時に労働力を節減した）。この間、生産要素間においては、資本と労働の間には各業態とも強い代替関係（賃金の上昇が機械化を促進）がみられるほか、資金調達と労働の間にも弱いながら代替関係（資金調達において高金利の市場性資金のウエイトが増加したときに労働は節約される）が計測された。

⑤ 金融機関の収益力（平均費用）に影響を与える要因としては、規模の拡大の利益（経済性）のほか、それよりも大きな影響力を持つと考えられる諸要因（技術進歩のとり込み、人件費の節減、本論文では直接扱ってはいないが業務多角化による経済性など）があり、それらを通じて生産性の向上を図っていけば、自由化は単に規模の大きい金融機関を有利にするものではなく、比較的小規模の金融機関でも十分対抗していくことを可能にするものである。

2. コスト効率性等の概念とその推計方法

(1) コスト効率性等の概念

一般に企業の行動における非効率性には、技術上の非効率性（technical inefficiency）と（生産要素の）配分上の非効率性（allocative inefficiency）がある。

いま、生産物を y、生産要素ベクトルを x、標準的な生産関数を f（x）、生産要素価格ベクトルをWとすれば、技術的非効率性は、次式のように、観測値が生産可能集合のフロンティアに乗っていないことから生ずる。

$$y < f(x) \qquad (1)$$

また、配分上の非効率性は、次式のように、生産要素の限界生産力比率と価格比率の乖離によって生ずる。

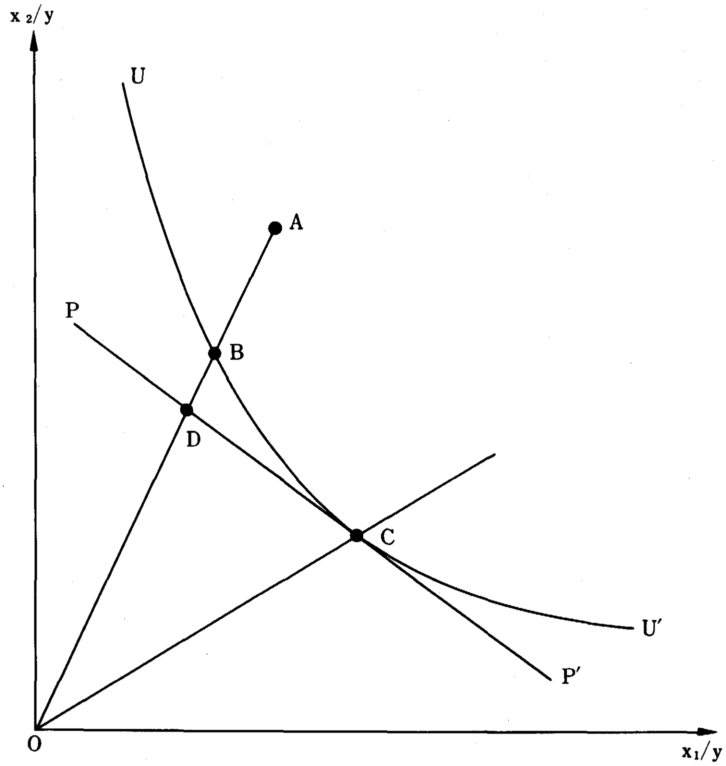
$$f_i(x)/f_j(x) \neq w_i/w_j \qquad (2)$$

このことを、Farrell（1957）に従い例示したものが、第１図である。図において、横軸 x_1/y 縦軸 x_2/y は、それぞれ生産物１単位当りの第１生産要素、第２生産要素の投入量、曲線 UU′は１次同次の生産関数の等生産量曲線（フロンティア）、また直線 PP′は等費用線を表わすものとする（PP′の傾きは２つの生産要素の価格比）。

今、実際の生産活動が点Aで行われているとする。ここで、原点とAを結ぶ線上の点は、点Aにおける生産要素投入比率と同一の比率を持つ生産要素の組み合せを示している。

このとき、交点Bでは、投入比率を変えないまま、A点と同じ生産量を達成できる。このAB部分は、生産要素の浪費によって発生した技術的非効率性による追加的費用であ

第1図　技術的非効率性と配分上の非効率性



UU′：等生産量曲線、1次同次の生産関数を仮定
PP′：等費用曲線

り、B点で生産を行えば生産量1単位当りの費用をOB／OAの割合で削減できることを意味する。

次に、技術的非効率性を解消し、B点で生産を行ったとしても、さらに生産要素の比率がOCの傾きを採用することによって、D点で示される生産要素投入量によるのと同じ費用で生産が可能である（C点は、技術上、かつ、配分上最も効率的な点である）。従って、BDの部分は最適でない生産要素配分上の非効率を示している。

結局、技術的非効率性は、BA/OA、配分上の非効率性は、DB/OAで表わされる。また、両者をあわせた非効率性は、(BA/OA)+(DB/OA)=DA/OAとなるが、これをコスト非効率性と呼ぶ（また、この値が大きいほどコスト非効率的と呼ぶ）。

非効率性としては、その他に生産量の非効率性（scale inefficiency）があり、生産物価格と限界コストが乖離することによって発生する（ただしpyは生産物価格）。

$$py \neq \partial C/\partial y \qquad (3)$$

両辺の均等は、（生産物市場における完全競争の仮定のもと）利潤最大化の1階の条件（限界収入と限界費用の均等）を示しており、両辺が不均等のときには、生産量を1単位増加（限界コスト逓減の仮定の下）あるいは減少（同逓増の仮定の下）させることにより、利潤を増加させる余地があることを示している。

これらの非効率性と銀行行動仮説の間には次のような関係がある。即ち、生産要素投入量を所与とした場合、生産量を最大化していない場合が技術的に非効率である（生産量が最大化されるためには技術的に効率的であることが必要十分条件)。このとき、生産物に比し過剰な生産要素を使っているので、費用も最小化されず､利潤も最大化されていない。

技術的に効率的であるか否かを問わず、生産要素を適切な比率で使用しない場合が、配分上の非効率である。(費用が最小化されるためには、技術的に効率的であり、かつ配分上効率的であることが必要十分条件)。このとき費用は最小化されず、また利潤も最大化されていない。

技術的に効率的であるか否か、あるいは配分上効率的であるか否かを問わず、生産物を適切な水準で生産しない場合が、生産量の非効率であり、このとき利潤は最大化されていない（利潤が最大化されるためには、技術的に効率的であり、かつ、配分上効率的であり、かつ、生産量のうえで効率的であることが必要十分条件)。銀行業においては、従来よりわずかではあるが規模の経済性が観測されている（例えば、粕谷（1986))。そこで本論文では、規模の経済性を考慮した費用関数を推計することにより、銀行業の効率性を分析する。

さて、生産関数が1次同次かつ生産要素価格一定等の仮定のもとでは、各銀行間のコスト効率性を相対的に比較するだけであれば、単純に生産物1単位当りのコストを比較することで十分である。しかし実際には、そうした仮定が先験的に満たされているわけではなく、一般的には、個別銀行のデータからコスト・フロンティアを推計することが必要になる。本論文においては、費用関数[3]（ただし、homothetic、$\partial^2 \ln C/\partial \ln y \partial \ln w=0$を仮定）とコストシエア式（最適化の一階の条件）を連立させてコスト・フロンティアを推計する。

まず、費用関数は次のように表わされる。

$$\ln C=\ln C(\cdot)+\varepsilon_1 \tag{4}$$

ただし、C：実際の費用

C(・)：費用関数、生産量と生産要素価格を与えたときの最小コスト

ε_1：非効率性による残差で$\varepsilon_1 \geq 0$

次に、コストシェア式

$$\begin{aligned} S_i &\equiv x_i \cdot w_i/C \\ &=(\partial C/\partial w_i)\cdot(w_i/C)+\varepsilon_2 \\ &=\partial \ln C/\partial \ln w_i+\varepsilon_2 \end{aligned} \tag{5}$$

S_i：第 i 生産要素のコストシエア

w_i：第 i 生産要素価格

x_i：第 i 生産要素量

ε_2：非効率性による残差で$\varepsilon_2 \geq 0$

は、以下で示すように、費用関数の生産要素価格による偏微分と Shephard's lemma（生産要素価格に関するコスト関数の偏微係数が生産要素需要量 x_iに一致すること）を用いて導かれる。すなわち、(条件付き）生産要素需要関数ベクトルを

$$x=x(w, y) \tag{6}$$

3) 費用関数は、生産技術に関し生産関数と同一の情報を与えるような性質を持つものと仮定する。一般に、生産関数が凸かつ単調であるか、あるいは、費用関数が価格に関して非逓減、1次同次、凹かつ連続であれば、生産関数と費用関数は、生産技術につき同一の情報を持つ。すなわち、費用関数を用いて生産技術の分析を行うことができる。

x　：生産要素ベクトル

w　：生産要素価格ベクトル

y　：生産量

とすれば、費用関数は、

$$C=C(w, y)=w\cdot x(w, y) \tag{7}$$

と表わせる。生産要素需要関数の性質より、

$$f(x(w, y))\equiv y \tag{8}$$

であるから、これを要素価格 w で微分して

$$D_x f(x(w, y))\cdot D_w x(w, y)=0 \tag{9}$$

また費用関数を要素価格 w で微分して

$$D_w C(w, y)=x(w, y) + w\cdot D_w x(w, y) \tag{10}$$

ここで生産関数において、生産要素が配分上効率的であれば、

$$w-\lambda D_x f(x(w, y))=0 \tag{11}$$

ただし、λ はラグランジュ乗数

となる。(9)式と(11)式から、(10)式右辺の第2項はゼロとなるので、生産要素が配分上効率的なとき、かつ、そのときのみ、

$$D_w C(w, y)=x(w, y) \quad \text{(Shephard's lemma)} \tag{12}$$

が成立する。この式は、企業がコストを最小化している時に、ある生産要素の価格がわずかに上昇すると、総コストは（その要素投入量)×(価格上昇幅）だけ上昇することを示している。

以上から、生産要素が配分上効率的(式(11)が成立）である時のみ式(12)が成立し、この結果コストシェア式(5)の ε_2 がゼロになる。すなわち、ε_2 は配分上の非効率性を表わすことになる。一方、生産技術上の非効率性と配分上の非効率性をあわせたものが費用関数の ε_1 に現われることになる。[4] なお、ε_1、ε_2 は最小値がゼロで、通常は非効率性の存在により正の値をとる変数であり、統計的な誤差項ではないことに注意を要する。

(2) 非効率性の推計モデル

既述のように、非効率性は費用フロンティアから導かれる概念であり、その計測はフロンティアの推計と不可分である。そこで、本節では、費用フロンティア推計のためのモデルを考える。[5]

いま、非効率性を含む次のような誤差成分モデル（error component model）を考える。[6]

$$C=Z'\beta+\nu+\mu \tag{13}$$

---

4) ここで通常の統計的誤差項で処理されずに、非効率性として処理されるものは、厳密に言えば、観測対象独自の、何らかの要因で発生したものであろう。そうした要因を説明変数として推計に加えず非効率性として処理する理由としては、そうした要因の定量化が困難であること（なお、そうした要因の単なるダミー変数化は統計処理上、firm specific あるいは time specific な非効率性とかわるところはない)、分析の目的がそれらの要因を包括的に捕らえることにあること等が挙げられる。本論文でも、それら（特に後者）の理由から、生産物、コスト、生産要素価格等経営の評価に当って考慮されるべき本質的なもので説明がつかない観測対象企業独自の事情すべてをいわゆる、“非効率性”という包括的測度として扱うこととし、銀行業の評価の一助とすることを試みる。それゆえ、本論文で用いる“非効率性”は、日常使用される非効率性（あるいは management に関連した非効率性）とは必ずしも一致しない。

5) 70年代から80年代に至るフロンティアモデルの分析をサーベイしたものとしては Forsund et al. (1980) がある。

6) 生産関数の場合は次のとおり。

ただし　C：生産費用＜対数表示＞
　　　　Z：生産量 y＜対数表示＞、生産要素価格 w_i＜対数値＞の１次項及び２次項からなるベクトル
　　　　β：パラメターのベクトル
　　　　ν：通常の統計的誤差、平均　0、分散σ_ν
　　　　μ：非効率性、μ＞０、平均　m、分散σ_μ

この推計モデルは、上式において、通常の統計的誤差（ν）を認めるか否かにより、決定論的モデル（deterministic model）と確率的モデル（stochastic model）に大別することができる。

イ、決定論的モデル

(13)式において $\sigma_\nu = 0$（統計的誤差がゼロ）と仮定すると、フロンティアはすべての観測された投入・産出の組み合わせの中で、以下の条件を満足する組み合わせ（これを優越＜dominant＞な組み合わせという）から導かれる。

（条件）　他のすべての組み合わせに比較して、いずれの生産物の量も少なくなく、いずれの生産要素の投入量も多くなく、かつ、少なくとも１つの生産量が多いか、または少なくとも１つの生産要素の投入量が少ないという条件を満足する観測値。

このような優越な観測点から推定されたフロンティアから各観測点の乖離（誤差項）は、すべて非効率性として処理される。このモデルの長所としては、誤差項をすべて非効率性とすることで推計が概して容易となることであろう。

一方、以上のような決定論的フロンティアを想定するときの短所としては、優越な異常値にフロンティアが大きく左右される可能性があることである。

フロンティアの推計は、具体的には、次のような方法で行われることになる。

(イ)　ノンパラメトリック・モデル[7)]

フロンティアの形状に特定の形状を仮定しないモデル。観測された投入・産出比率から、LP（線形計画法）によって、凸包（convex hull）を導出。

(ロ)　パラメトリック・モデル

a．片側分布形非特定化モデル[8)]

フロンティアの形状を特定化（コブ・ダグラス形等）するモデル。観測された投入・産出比率から LP あるいは２次計画法によって推計。

b．片側分布形特定化モデル[9)]

a のフロンティアの形状に加え、誤

$$Y = X'\beta + \nu - \mu$$

ただし、　Y：生産量＜対数表示＞
　　　　　X：生産要素量＜対数表示＞の１次項および２次項からなるベクトル

7)　Farrell（1975）、Farrell and Fieldhouse（1962）、Seit（1970, 1971）、Todd（1971）、Afriat（1972）、Dugger（1974）、Meller（1976）等。

8)　Aigner and Chu（1968）、Forsund and Jansen（1977）、Forsund and Hialmaroson（1979）、Timmer（1971）等。

9)　Afriat（1972）、Richmond（1974）、Schmidt（1976）等。

差項の片側分布形を特定化（半正規分布、[10] ガンマ分布[11] 等）するモデル。これにより最尤法で凸包を推計。誤差項に関する検定や信頼区間の設定が可能になる。

ロ、確率的モデル

(13)式において$\sigma_v \neq 0$と仮定すると、非効率性の存在による観測値のフロンティアからの乖離に加えて、純粋に統計的な生産費用の測定誤差を許容する確率的モデルになる。このような想定の下で推定されたフロンティアは、決定論的モデルによるフロンティアとは異なったものになる。このモデルの長所は、非効率性以外に推計に影響を与える統計的誤差等を v で吸収することによって、フロンティアを安定的に推定できることである。一方誤差項が複数になることにより、複数の誤差項を識別する作業が加わることになる。

2つの誤差項の識別方法によって、モデルは次の2種に大別される。

(イ) 片側分布形特定化モデル[12]

通常の誤差項を正規分布として、また非効率性の大きさの片側分布形を半正規分布、ガンマ分布等に特定化（密度関数を特定化）した後、最尤法等で推計。

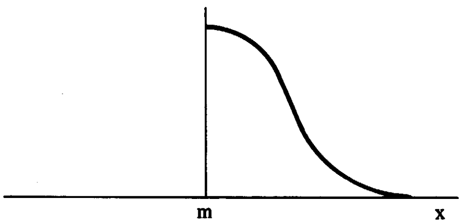
---

10) 半正規分布とは、正規分布形をその平均値で半分に切った分布であり、その密度関数は、次のとおり。

$$f(x)=(2/2\sigma)\cdot \mathrm{EXP}-((x-m)/2\sigma^2)$$

ただし　$-\infty < x \leqq m$

あるいは　$m \leqq x < \infty$



$m \leqq x < \infty$ の例

11) ガンマ分布とは、χ^2分布〈標準正規分布をなす n 個の独立な変数の和の分布〉や指数分布〈密度関数 $f(\chi)=(1/\theta)\cdot \mathrm{EXP}(-\chi/\theta)$ の分布〉を一般化した分布〈パラメター θ の指数分布をなす n 個の独立な変数の和の分布〉であり、非負の値をとる連続量の分布の基本的なものとして、現実のデータの分布モデルに多く用いられる。

ガンマ分布の密度関数は指数分布に従う独立な確率変数 $x_1, x_2, \cdots,\ x_s$の和の密度関数であり次のように表わせる。

$$f(x)=(1/\theta P(S))\cdot(x/\theta)^{S-1}\mathrm{EXP}(-x/\theta)$$

ただし　$x>0$

$\theta>0$

$P(S)=\int_0^\infty x^{-1}e^{-X}dx$　（ガンマ関数）

ガンマ分布は2つの母数 S, θ によって決まるので実際の分布のモデルとしてはかなりの融通性がある。

12) Aigner, Lovell and Schmidt (1977)、Meeusen and van den Broeck (1977)、Stevenson (1980)、Lee and Tylen (1978)、Lee and Pitt (1978)、Kopp and Smith (1978)、van den Broeck、Forsund、Hialmarsson and Meeusen (1980) 等。

(ロ) 片側分布形非特定化モデル[13)]

非効率性の大きさの片側分布形に特定の分布形を仮定しない。通常の統計誤差 ν は各企業共通だが、非効率性 μ は各企業によって異なると仮定した後、種々の企業の μ を観測。

本論文では、観測されるフロンティアの統計的な測定誤差を許容する確率的モデルを採用する。特に、非効率性の片側分布形について仮定を置かないことから、より一般性が高い、片側分布形非特定化モデルで分析を行うことにする。(3)では、推計の方法を検討する。

(3) 効率性の推計方法

(2)で述べたように、非効率性を各企業（金融機関）固有なものと仮定すると、(13)式は次のような確率的モデルに書き換えることができる。

$$C_{it}=\alpha+Z_{it}\ \beta+\nu_{it}+\mu_i \qquad (14)$$

$(i=1,\cdots,N;\ t=1,\cdots,T)$

C_{it}：第 i 番目企業の第 t 期の生産費用<対数表示>、

α：定数項

Z_{it}：第 i 番目企業の第 t の生産量 y_{it}<対数表示>、生産要素価格 w_{it}<対数表示>の 1 次項、2 次項からなるベクトル

ν_{it}：第 i 番目企業の第 t 期の通常の統計的誤差項、平均 0、分散 σ_ν^2、iid、[14)] ν_{it} と説明変数、非効率性とは無相関

μ_i：第 i 番目企業の非効率性、$\mu_i>0$、分散 σ_μ^2、μ_i と説明変数、誤差項とは無相関

このモデルを推計することにより、費用関数のパラメターである α、β、また個別企業の非効率性の程度 μ_i を測定することができる。モデルの推計方法としては、COLS（修正最小 2 乗法）、Within 推定量、GLS（一般化最小 2 乗法）等が考えられるが、[15)] 本論文では非効率性に対する片側分布型及び非効率性と説明変数の間の相関について特定の仮定を置かないで推計でき、かつ、推計が容易な Within 推定量を用いて推定する。Within 推定量とは、“Within transformation”（すべてのデータを、当該企業ごとの計測期間中の平均からの乖離へ変換）[16)] をした後で最小二乗（Least Square）推計を行うものである。具体的には、(14)式をそれぞれの企業 i ごとに計測期間中の t について合計して期間数 T で割ることにより、次の式が得られる。

$$\bar{C}_i=\alpha+\bar{Z}_i\beta+\bar{\nu}_i+\mu_i \quad (i=1,\cdots,N)$$

ここで

$\bar{C}_i=\Sigma C_{it}/T \quad \bar{Z}_i=\Sigma Z_{it}/T$

$\bar{\nu}_i=\Sigma \nu_{it}/T$

この式を、対応する i を持つ(14)式から差し引くことにより、α と μ_i を消去することができ、次の式が得られる。

---

13) Schmidt and Sickles (1984) 等。なお、フロンテイアと結び付けずに、利潤関数及び 1 階の条件を用いて、異なる企業間の効率性のみを単純に比較したものとしては、Lau and Yotopoulos (1971)、Yotopoulos and Lau (1973)、Toda (1976、1977)、Trospen (1978) 等。

14) independently and identically distributed.

15) COLS、Within、GLS 等の性質については、補論 1 参照。

16) 基本的には個別企業に関するダミー変数を使用するのと同一の効果を持つが、ダミー変数とは異なり、Within 推定量は推計の際の自由度を消耗しない。

$\underline{C_{it}}=\underline{Z_{it}}\beta+(\nu_{it}-\bar{\nu}_i)$

$(i=1,\cdots,N;t=1,\cdots,T)$

ただし

$\underline{C_{it}}=C_{it}-\bar{C}_i$

$\underline{Z_{it}}=Z_{it}-\bar{Z}_i$

この上の式を計測し、βの推定値を求めると各企業の相対的非効率性μ_iと定数項αの和の推定値$\hat{\alpha}_i$は、次式で求められる。[17)]

$\hat{\alpha}_i=\bar{C}_i-\bar{Z}_i'\hat{\beta}$

こうしたWithin推定量の有利さは、個別企業の非効率性が時間を通じて一定であるとすれば、そうした非効率性は、実現値（観測値）から単純に導かれるものとなり、個別企業の非効率性の分布形に依存しない点である。[18)]

いま、N個の推定定数項が$\hat{\alpha}_i$, ……, $\hat{\alpha}_N$として、

$\hat{\alpha}=\max(\hat{\alpha}_i)$

および、

$\hat{\mu}_i=\hat{\alpha}_i-\hat{\alpha},\ i=1,\ N$ (15)

と定式化する（この定式化では、サンプル中で最も効率的な企業の非効率性はゼロと仮定していることになる)。この時、$\hat{\mu}_i$は各企業の絶対的非効率性の測度となりうる。[19)]

(4) 非効率性の測度

費用関数を、

$C=C(y,\ w)\cdot u,\quad 1\leqq u<\infty$

あるいは、

$\ln C=\ln C(\cdot)+\mu,$

$\mu=\ln u,\quad 0<\mu\leqq\infty$

と表わすとき、[20)]効率性の包括的測度は、一般的にu（あるいはμ）の分布のモーメントで表現することができる。

1次モーメントE（u）（あるいはE（μ））は、平均的な企業の効率性を示し、特にE(u)は、最も効率的な企業を1としたとき、観測対象が全体としてどれほどの割合で余分な費用をかけているかを表わし、平均非効率性と呼ぶ。

一方2次モーメントとしては、フロンティアから測った2次モーメントE（u^2）（あるいはE（μ^2））および平均値回りの2次モーメントE$((u-\bar{u})^2)$（あるいはE$((\mu-\bar{\mu})^2)$）($\bar{u}$、$\bar{\mu}$は平均）の2つがある。原点回り（フロンティア回り）の2次モーメントは、非効率性を集計（二乗和平均）したものであり、非効率性が大きいほど、また非効率性の散らばりが大きいほど、大きな値をとる。一方、

---

17) Within推定量β_{with}は、$N\to\infty$あるいは$T\to\infty$のときのいずれでもconsistentであるが、個々の企業に対し推定定数項$\hat{\alpha}_i$は、$T\to\infty$のときにconsistentである。

18) この点は、後述補論1において、GLSの場合とともに議論される。

19) μの密度がある領域(0, ε)、ε>0の近傍で非零であると仮定しさえすれば、サンプル中のもっとも非効率的である企業は$N\to\infty$のとき、フロンティアに限りなく近づく。すなわち、式(4)において、$N\to\infty$かつ$T\to\infty$のときに、$\hat{\alpha}$および$\hat{\mu}_i$はconsistentになる。この結果、（$T\to\infty$の時）個々の企業の定数項$\hat{\alpha}_i$をconsistentに推計することにより、企業間の効率性を比較することができるのに加えて、（$N\to\infty$の時）個々の企業の非効率性を全体の定数項と分離することにより、効率性比較のための絶対測度を得ることができる。

20) 生産関数の場合、

$y=f(x)/u,\quad 1\leqq u<\infty$

あるいは、

$\ln y=\ln f(x)-\mu$

$\mu=\ln u,\quad 0<\mu\leqq\infty$

平均値回りの2次モーメント（分散）は、非効率性の散らばりが大きいほど大きな値をとる。[21,22]

本論文では、上記の測度のように、分布型に特定の仮定を置かない1次モーメント、2次モーメントを中心に議論を進めることにする。[23]

3. 使用データと推計式

(1) 使用データと加工方法

使用するデータは、都市銀行（13行）、地方銀行（62行）、相互銀行（69行）[24]に関する75年度上期～86年度上期(23期)のパネル・データを用いる。[25]ここでは、銀行業における生産物として運用資産の指数を、また生産要素としては調達資金の指数、実物資本（及び原材料）、労働をそれぞれ用いる。ここで調達資金を生産物（運用資産）から控除せず、生産要素として残したのは、運用資産や調達資金の内容が多様なため、単純な金額を使うことに問題があるほか、調達資金と労働、資本の代替等についても分析するためである（また控除しうるためには分離可能性を必要とする)。特に、運用資産物及び各生産要素の構成は均一ではなく、かつ、それらのウェイトは時系列上及びクロス・セクション上で必ずしも同一ではない点に注意が必要である。すなわち構成項目の金額を単純に合計した数量変数及び平均価格変数は、必ずしも真の数量あるいは価格の変化を示したものにはならない。

生産量を例にとると、銀行の分析でよく用いられるのは運用資産残高合計や運用収益（収入）合計であるが、運用残高合計を用いることは、生産物の構成が一定で、かつ、その構成項目の価格がすべて同一の比率で変化するという仮定に立っており、一方、運用収益（収入）合計による場合は、一般に、生産物価格及び生産物の構成が一定であるとの仮定に立っている。[26]そうした仮定が満たされ

---

21) 平均値回りの2次モーメント（分散）$E((u_i-\bar{u})^2)$（あるいは$E((\mu_i-\bar{\mu})^2)$）は、本論文で用いたフロンティアの性質（観測値の1つは必ず1あるいは0を取る）から、必ず$(1-\bar{u})$（あるいは$(0-\bar{\mu})$）をその中に含んでいるため、平均$\bar{u}$あるいは$\bar{\mu}$が大きいほど、大きな値をとる（ただし、企業数Nが大きくなるほど、また、フロンティア以外の観測値のばらつきが大きくなるほど、その影響は小さくなる)。

22) 平均値回りの2次モーメントが表わすばらつきの大きさは、一般には、平均値の水準や単位に大きく左右されるが、非効率性u（あるいはμ）の場合、個々の観測値は、フロンティア（$\mu=0$）からの乖離という形で基準化されているのでその影響は小さい。

23) その他、平均値回りの3次モーメントと平均値回りの2次モーメントの3/2乗の比＜歪度＞、例えばμの場合

$$E((\mu-\bar{\mu})^3)/(E((\mu-\bar{\mu})^2))^{3/2}$$

と表わされる量を非効率性の包括的測度として用いる場合もある（植草・鳥居（1985))。この場合には、推定すべき関数が、片側だけに分布する誤差項と両側に分布する誤差項を持ち、かつ、通常の誤差項が正規分布を成し片側分布型が歪んだ分布を持つという仮定の下に、両方を複合した分布がどれだけ歪みを持っているかによって片側分布の大きさ、即ち、非効率性を表わそうとするものである。

24) 実際の都市銀行13行、地方銀行64行、相互銀行69行のうち、すべての変数及びすべての時期に関し完全なデータを得られないものは、除いてある。

25) データは全国銀行財務諸表等による。

26) クロス・セクション・データの場合、こうした仮定が概ね満たされることもあるが、パネル・データの

ない場合には、それらの指標は、正しく生産物の数量を表わしていることにはならない。

こうした点を考慮して本論文では、生産物、生産要素の構成項目のウエイトの変化や、それらの価格の変化をできるだけ推計に反映させるために、各生産要素、生産物の数量・価格として、それらの構成要素の動き及びシェアを考慮した Divisia 指数を使用する。[27,28] しかしここでは、手数料収入を生産物として考慮していないため、オフ・バランスシートの活動が分析できない点は留意する必要がある。

(2) 多変量誤差成分モデル

実際の推計は、次のような費用関数（1式)、およびコストシェア関数（2式）の計3式を連立させて行った（詳しくは補論3を参照)。コストに関して3式ではなく2式としたのは、調達資金、労働、資本の3つの生産要素に関する3本のコストシェア関数のうち、1本は redundant であることによる。

$$C=f(y,w,t)+\nu_1+\mu_1 \tag{15}$$

$$S_i=g^i(w,t)+\nu_{2i}+\mu_{2i},\quad i=1,2 \tag{16}$$

f：費用関数

g^i：第 i 生産要素のコストシェア関数

C：総費用＜対数表示＞

y：生産量＜対数表示＞

w：生産要素価格ベクトル＜対数表示＞

t：タイムトレンド、技術進歩率の計測のために使用

S_i：第 i 生産要素のコストシェア

ν_1：通常の統計的誤差

μ_1：非効率性（生産技術上の非効率性と生産要素配分の非効率性とを合わせたもの、2.(1)参照)

ν_{2i}：第 i 生産要素コストシェア式の通常の統計的誤差

μ_{2i}：第 i 生産要素コストシェア式の非効率性（生産要素配分上の非効率性、2.(1)参照)

ただし(15)式の費用関数 f は、[29] 生産物＜対数表示＞、生産要素価格＜対数表示＞、タイムトレンドの2次式とする。そして既述 Shepard's lemma により、(15)(16)式は一部に共通のパラメターを保有する。また、上記の費用関数が、生産技術に関し生産関数と同一の情報を持つ Well-defined な費用関数であるためには、次のような条件が必要である。

① 生産要素価格が上昇すると費用が増加すること（単調性の条件)。

② 生産要素価格が n 倍になると費用も n 倍となること（生産要素価格に関する費用の1次同次)。

③ 生産費用最小化の2階の条件が満たされること。

なお、推計に際しては、(15)(16)式とも2.

場合こうした仮定が満たされるとは想定しにくい。

27) なお、集計に際しては、分離可能性を仮定。

28) 指数には、Divisia 離散指数（或は Tornqvist-Theil Divisia 離散指数）を用いる。この指数はトランス・ログ型集計関数と整合的である（あるいは同値の情報を与える）うえ、集計方法がシェアによる加重平均であり経済的意味付けを行いやすい。詳細は補論2あるいは Diewert（1976）参照。

29) 費用関数 f は homothetic、かつ、生産物、生産要素価格、タイムトレンドに関し、2次微分可能であると仮定。

(3)で説明した、within transformation を適用した。[30)]

4. 銀行業のコスト構造に関する推計結果とその解釈

上記の(15)式、(16)式のシステムを都銀、地銀、相銀の各業態について別個に計測した結果、及び3業態のデータをプールして計測した結果は、補論5に示されている。以下、[31,32)]順を追って計測結果を分析、検討する。

(1) コスト非効率性

各業態を個別に推計することによって得られたコスト非効率性の各測度を整理したものが、第1表である。

第1表 コスト非効率性測度

	1970／上～79／下	1980／上～86／上
(1) フロンティア (min u_1) 回りの1次モーメント (平均非効率性 $E(u_i)$)		
都市銀行	1.0527	1.0484
地方銀行	1.0959	1.0945
相互銀行	1.1142	1.1140
(2) フロンティア (min u_1) 回り2次モーメント (1/2乗によるディメンジョン調整後)		
都市銀行	0.0652	0.0593
地方銀行	0.1013	0.1011
相互銀行	0.1257	0.1255
(3) u_1の標準偏差 (平均値回りの2次モーメント、1/2乗によるディメンジョン調整後)		
都市銀行	0.0398	0.0356
地方銀行	0.0605	0.0602
相互銀行	0.0694	0.0609

(注) 都銀は補論5の第8表、地銀は第9表、相銀は第10表計測結果にそれぞれ対応。

30) 推計には、その他に、半期ダミー α_{HDMY}，地域ダミー α_{LOCAL}、個別企業の時期ダミー $\alpha_{i,T}$を使用した。

半期ダミーは、半期データを使用することの影響を控除するために用いた（例えば、一般に、人件費は新規採用のある上期に多く下期に少なくなる）。

地域ダミーは、地方銀行、相互銀行について、本拠地が存在する地域（全国を北海道・東北、関東、甲信越・北陸、東海、近畿、中国、四国、九州の8地域に分割）別に使用した。これは地域の実物経済等の相違を効率性測度から控除するためである。

個別企業の時期ダミーは、70年代と80年代を比較してどの程度μ_iが変化したかをみるために使用した。

31) 推定式が満たすべき単調性の条件、凹性（concavity）の条件は、いずれも満たされている。

32) 非効率性の標準偏差σ_μは、各業態とも、LM検定（Lagrange multiplier test）で有意に non-zero である。これは、Within/SUR で推計することが通常の SUR より efficient であることと同時に、“非効率性”が、有意に存在することを意味する。なお、LM検定とは、制約の下での対数尤度を最大化して得られるラグラン

ここでの非効率性の計測は、各業態内では銀行の生産技術は同一と仮定し、総費用のうち生産量と、生産要素価格等で説明できない部分を各銀行の"非効率性"と定義して、それを検出したものである。このとき、そうした各銀行の"非効率性"に関する標準偏差、平均非効率性等は、各業態内の比較において、効率的な銀行と非効率的な銀行の乖離の大きさを示すものである。一方、それらの指標を業態間で比較することにより、各業態における、平均的な非効率性を、比較することができる。[33,34]

第1表をみると、平均的非効率性は、計測期間のいかんによらず都市銀行で小さい一方、相互銀行では最も大きく、地方銀行はその中間にあることがわかる。これを1980年代に入ってからのデータでみると、平均的非効率性は、都市銀行で4.8%、地方銀行で9.4%、相互銀行で11.3%となっている。もっとも、本論文で計測している非効率性は、各業態の中で最も効率的な銀行の非効率性をゼロと仮定し、そこからのコストの乖離幅をもって非効率性と定義している。このため、ここでは各銀行の立地条件の不利さ（具体的には地域ダミー（注30参照）で処理されない各銀行の立地条件の差異）等も、その銀行の「非効率性」として捉えられていることに留意が必要である。

またこうした非効率性の大きさの時系列的な変化をみると、都市銀行においては3つの測度（平均非効率性、フロンティア回りの2次モーメント、標準偏差）いずれもわずかに

ジェ乗数が、制約のシャドウ・プライスであるとみなし、その値の高低により制約の採択・棄却を判断する検定（シャドウ・プライスが高ければ制約はデータと矛盾するものとして棄却される）である。$\sigma_\mu^2=0$検定の場合はBreusch and Pagan（1980）参照。

33） もっとも、この計測結果によって業態間の非効率性を比較するためには、企業のサンプル数が十分大きいとの仮定が必要である。しかし今回の計測においては、観測企業数の制約もあるので、そうした比較の意味合いは、「当該業態内の観測値から知りうる限り可能な効率性の向上を、どれほどの企業が、どれほど達成しているのか」ということになろう。

34） 例えば、片側分布形μ_i（あるいはu_i）が半正規分布であるという仮定の下、μ_i（あるいはu_i）の標準偏差からE（u）を導くこともできる。

すなわちμ_iの密度関数より、

$$E(u)=2\cdot\exp(\sigma_{\mu_i}/2)\cdot F(\sigma_{\mu_i})$$

（あるいは$E(u)=2\cdot\exp(\sigma_u/2)\cdot F(\sigma_u)$）

ただし、Fは累積密度分布

であるので、このとき推定結果より、次の値を得る。

（μ_iが半正規分布の場合）

	70年代	80年代
都市銀行	1.0501	1.0448
地方銀行	1.0735	1.0732
相互銀行	1.0813	1.0809

この結果を第1表と比較すると、大きく異なることはないものの、実際の片側分布は、フロンティアに近いほど密度が高い半正規分布よりも正方向に分布のウェイトがある（すなわち非効率側の密度が高い）ことが窺われる。

なお、片側分布形にガンマ分布を仮定する場合にはuの1次モーメントの推定値は標本平均$\bar{u}_i$に一致する。

改善したことが窺われるとはいえ、各業態とも全般にその変化はなお小さいことが窺われる。

ところで、上記の業態別に行った推計では、業態内では共通の生産技術であるが、各業態間では異なった生産技術を使用しているとした。このように業態間では生産技術が異なると仮定した場合には、各業態ごとの独自の制度等の事情は各業態間の生産技術の差として吸収されることになり、このため業態間の差が各企業の非効率性の推計に影響を与えないようにしつつ各企業の非効率性を推定することが可能となる[35]（このとき業態間の比較は、業態内の観測値から知りうる限り最も効率的な投入・産出の組み合わせをその業態の生産フロンテイアとみて、各業態間に推定された非効率性をもとに行うことができる)。

しかしながら、推定に用いる企業数は有限である以上、各業態の生産技術に吸収された各業態ごとの独自の事情には、制度的な要因の他に、各企業の非効率性も含まれ得る。また、業態間の技術進歩率の差自体も効率性の差の1つの現われである。そこで、今度は、各業態とも同一の生産技術を持つと仮定し、各業態ごとの独自の事情を非効率性としてとらえることもできる。このとき、業態間の比較は、推計に用いたサンプル内で得られた非効率性の測度によって行うことができる。このようにして得られた非効率性の測度は第2表に示されている。この表は、平均的都市銀行の効率性を1.000としたときの、平均的地方銀行と平均的相互銀行の相対的非効率性を示している。すなわち都市銀行と比較して地方銀行のコストは70年代は0.3%、80年代は1.2%それぞれ有意に高い。また相互銀行のコストは、同様に70年代4.4%、80年代4.4%それぞれ都市銀行に比べ有意に高いと同時に、地方銀行と比較した場合には、その乖離幅が前述の推計と概ね同程度となっている（既述のような推計の性格の違いから乖離幅は完全には一致しない)。なお、ここでいうコストの差には、(預金、CDといった種々の調達資金のうち）同一種類の調達資金の調達コストの差は含まれていない。

一方、その時間的変化を見ると、都市銀行が他業態に比べて効率性が高い点はあまり変

第2表　各業態の相対的効率性測度

	1975／上～79／下	1980／上～86上
都市銀行	1.000	1.000
地方銀行	1.003*	1.012*
相互銀行	1.044*	1.044*

*は5％水準で有意に1から離れていることを示す。

（注） 補論5の第11表に対応。

35) 業態をプールしたデータを利用して、非効率性を ramdom effct と見なして GLS 等によって推計する場合には、分散不均一といった問題が起こるが、業態別推計はこれを回避しうる。

化していないように窺われるが、都市銀行と地方銀行の乖離幅は僅かながら拡大している。個々の業態内では非効率性の縮小がある一方で、業態間の相対的な効率性がこのように拡大した理由は種々考えられるが、一つの可能性としては、業態間の技術進歩格差の存在が考えられる（この点は(2)で検討する）。

(2) 技術進歩

技術進歩率（生産性上昇率）は第３表に示されている。[36] また、技術進歩の大きさを、平均費用に与える影響として各業態毎に示したものが第２～４図である。グラフは、下から上方向に平均費用の増加、左上から右下方向に生産量の増加、右上から左下方向へ時間の経過をそれぞれ示している。また、平均費用、生産量は、各業態の平均を１として、基準化してある。それらをみると、技術進歩率は、都市銀行において大きく、地方銀行、相互銀行と小さくなっている[37,38]（第３表では都市銀行の生産性上昇率が最も大きいほか、第２～４図のうちでは左右の傾斜の最も大きいのは都銀である）。

実際、70年代から80年代にかけては、金融機関で第２次オンラインが行われ、都市銀行を中心として、コンピュータを利用した金融

第３表　技術進歩率

	Translogの費用関数の推計による生産性上昇率（年率%）
都市銀行	1.56
地方銀行	0.80
相互銀行	0.79

（注）上記の推定結果は、都銀は補論第８表、地銀は第９表、相銀は第10表にそれぞれ対応。技術進歩は、計測式の上では時間の２次関数として定式化されているので、生産性の上昇率は時点によって多少変化する。上の表では、計測期間の中間である1980年頃の推定成長率を表示。

36) なお全業態プールによる推計では各業態の平均的な値が現われている（補論５の第11表参照）。

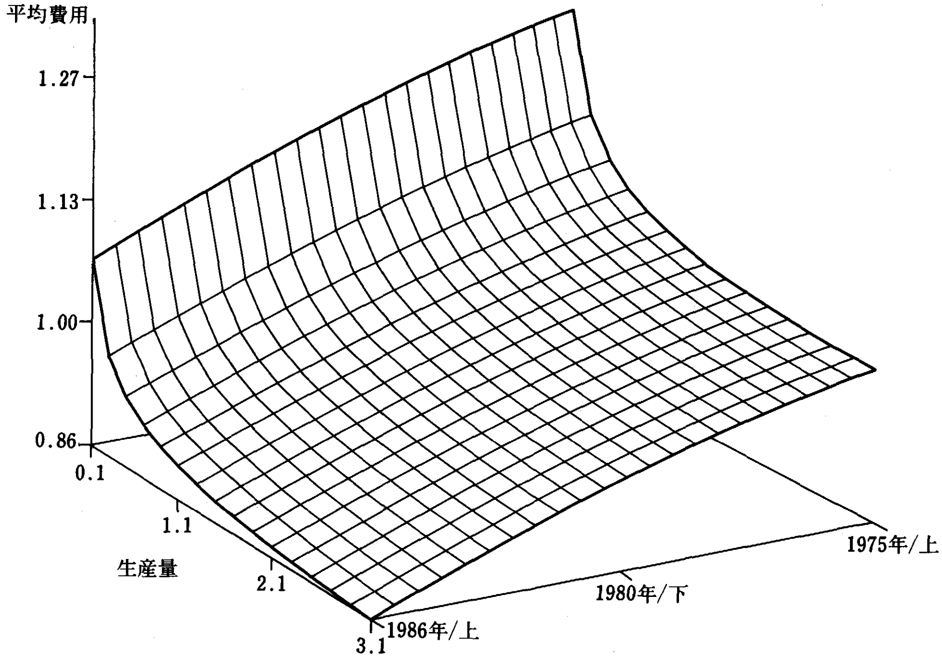
37) 本論文のようなコスト関数ではなく、生産関数の生産物、生産要素に対しDivisia指数を用いて導いた技術進歩率は次のとおり。

都市銀行	1.01534
地方銀行	1.00798
相互銀行	1.00768

生産関数におけるDivisia indexと整合的なtranslog型生産関数は、translog型費用関数とdualではない（Diewert（1976）参照）のでそれらの値が完全に一致することはないが、推計結果は、それらと概ね同程度となっている。

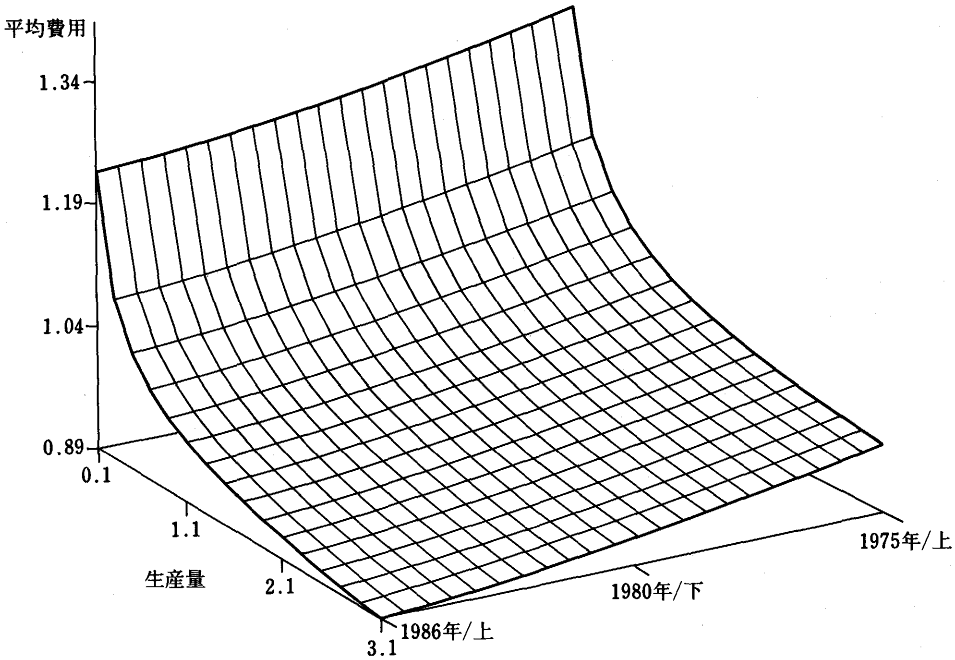
38) こうした技術進歩の差は、業態間の生産性ないしコストの格差を拡大させる方向に働く。

第2図　技術進歩、規模の経済性が平均費用に与える影響(都市銀行)



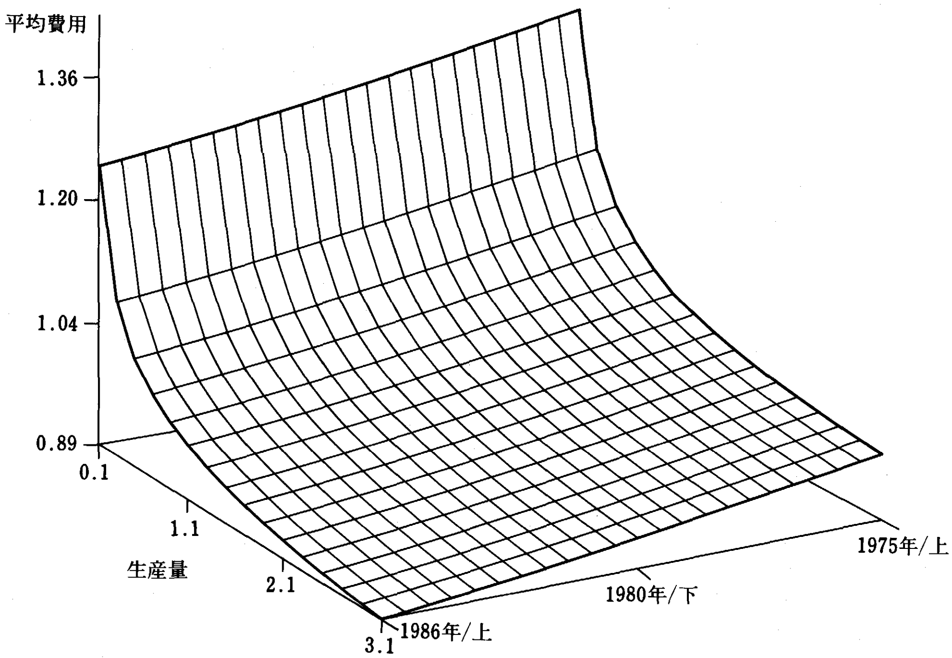
費用、生産量は平均を1として基準化
生産量のサンプル範囲0.47～2.17

第3図　技術進歩、規模の経済性が平均費用に与える影響(地方銀行)



費用、生産量は平均を1として基準化
生産量のサンプル範囲0.45～1.95

第4図　技術進歩、規模の経済性が平均費用に与える影響（相互銀行）



費用、生産量は平均を１として基準化
生産量のサンプル範囲0.42～2.37

機関の事務処理の機械化が急速に進展した時期にあたる。[39)] 例えば、この時期には、全科目、全店オンラインが都市銀行を中心に強力に進められ、80年代央になると都市銀行や地方銀行の殆どで実施されるようになった。すなわち、都市銀行において、1976年当時、預金、貸付け、内国為替の全店オンラインを実施していたのは９行程度（都市銀行全体の約69%）であったものが、1980年になると、預金、貸付け、内国為替の全店オンラインが、全行で実施されるようになった。また、地方銀行においては、1977年当時、預金、内国為替について33行（地方銀行全体の52%）、貸付けについて21行（地方銀行全体の33%）で全店オンラインを実施していたものが、1983年頃になると、貸付けのみ未完成の一部行を除いて、殆どの銀行が全店オンラインを実施するようになった。[40)]

39)　金融機関のコンピュータ化の歴史をみると、1960年代央に普通預金業務、当座預金業務、為替業務等の単一業務を対象に進められた第１次オンラインの後、74～75年頃になると、事務量増大と大型コンピュータの性能向上等を背景に各種業務の総合化、連繋化を図り、かつ顧客情報にもウェイトを置く第２次オンラインが始まった。第２次オンラインの主な特徴は次のとおり。

①　全店全科目のオンライン化及び科目間の連動
②　端末機の生産性向上（インテリジェント化等）
③　科目単位の顧客情報の名寄せ等顧客情報の充実
④　センター・コンピュータの大型化（第３世代から第3.5世代への移行）

40)　これに伴い銀行の事務集中部門（事務センターの計算機部門）の整備が進んでおり、本部部門の職員の

第4表　CD・ATMの設置状況

	時　期	70年代（78年*）			80年代（86年**）		
		CD	ATM	計	CD	ATM	計
都	台　数	4858	62	4920	3868	8050	11918
銀	台／店舗数	1.08	0.02	1.82	1.20	2.50	3.70
地	台　数	3500	9	3509	2744	6950	9694
銀	台／店舗数	0.67	0.00	0.67	0.04	1.00	1.40
相	台　数	1875	4	1879	3431	2832	6263
銀	台／店舗数	0.52	0.00	0.52	0.79	0.65	1.44

*　台数は、都銀78年5月末、地銀、相銀は78年6月末、店舗数は、都銀、地銀、相銀とも78年3月末。

**　台数、店舗数は各業態とも86年3月末。

また第4表は、自動化機械（CD：現金自動支払機、ATM：現金自動受払機）の設置数を示したものであるが、それを見ると、70年代から80年代にかけて都市銀行を中心に急速に導入され、また、そのウェイトも、CDからより生産性の高いATMに移っていったことがわかる。

第2～4図では、技術進歩の状況だけでなく、規模の経済性（生産量が大きくなればなるほど平均費用が次第に低くなっていくこと）の影響の計測状況も同時に示されている。[41,42] これらによると、とくに都市銀行においては、技術進歩の平均費用に与える影響は規模の経済性の平均費用に与える影響よりかなり大きくなっていることがわかる。こうした実証結果は、銀行業にとって次のような幾つかの重要な意味を持っている。

まず第1に、近年の銀行経営にとっては、技術進歩が規模の経済性に勝るとも劣らず重要であることを意味する。実際、金融機関にとっては、コスト削減や合理化の観点からみてオンライン化といった技術進歩の採り入れがこれまで重要なテーマであったし、今後もそうであろうと考えられる。

比重が高まった（ただし、特に都市銀行においては、こうした要因のほか、審査、外国為替等の面で本部への事務集中が進んでいることも反映）。

	都市銀行		地方銀行		相互銀行	
年（3月末）	1967	1977	1967	1977	1967	1977
本部職員数／事務職員数	13.9	20.3	11.3	16.9	12.2	17.9

41)　クロス・セクション上での生産性格差が規模の経済性であり、また時系列上で規模の経済性によっては説明されない生産性格差が技術進歩となる。詳細は補論4参照。

42)　各業態の規模の経済性は、わずかではあるが、有意（5％水準）に存在する。

なお、本論文における規模の経済性の大きさは過去に計測された結果（例えば粕谷（1986））とほぼ同じ大きさである。

第2に、産業組織論において規模の経済性の存在が規制緩和後の市場を寡占的にするという議論があるが、そうした見方の妥当性にも疑問を投げかける。すなわち、実際の銀行業の収益格差には上記のように規模の経済性以外にも大きな影響を与える要因が少なからずあることは、そうした見方がわが国金融機関の現実の姿に対して単純には適用できないことを意味する。換言すれば金融自由化のもとであっても、規模が大きい金融機関のみが規模の経済性に頼って生き残れることになるのでは決してなく、技術進歩等その他様々の要因でコスト削減を図れば、規模の如何を問わず、あらゆる銀行が発展していく余地が十分あることになる。

(3) 技術進歩の要素間バイアス

次に第5表は、技術進歩の要素間バイアスの値を示している。ある要素についてその値が正であるならば、「生産要素価格が一定の下で、技術進歩により総コストに占める当該生産要素シェアが増加する」ことを意味し、[43]当該生産要素使用的（using）な技術進歩ということになる。また逆に、負の場合は、生産要素価格一定として、コストシェアが減少していくことを示し、当該生産要素節約的（saving）な技術進歩ということになる。

第5表に示されるように、労働については各業態とも大きく負の値を示している。これは、生産要素価格が一定ならば、生産技術の向上によって労働コストが低下していくこと

---

43) 厳密に言えば、「Hicks bias」である。本論文の技術進歩の分析は、簡単化のために、ヒックス中立的あるいはヒックスバイアス的技術進歩モデルで分析している。これらの指標は取り扱いが容易である反面、実際の生産要素価格次第で、ある生産要素の投入が saving になったり、using になったりする点に留意する必要がある。

これに対し、要素拡大的（factor-augmenting）な構造をモデルに組み込むこともできる。

いま生産関数を次のように表わす。

$$Qt=f(A_{1t}x_{1t}\cdots,\ A_{nt}x_{nt})$$

$$(i=1,\cdots,n)$$

ただし A_i は input efficiency、また変化率一定と仮定とする。いま各 input の要素拡大率を μ とすれば、

$$Q_t=f(x^*_{1t},\cdots,x^*_{nt})$$

と表わせる。ただし X^* は効率性上昇を折り込んだ要素投入であり、

$$x^*_{it}=x_{it}\exp(\mu_{iT})$$

またTはタイムトレンドとする。ここで上記生産関数と dual な費用関数を想定すると、要素拡大率は、単位当りの効率性上昇に対応する実質 input price の減少率（λ_i とする）に等しいので、実質 input price の減少を折り込んだ生産要素価格を w^* とすれば、

$$w^*_i=w_i\exp(\lambda_i T)$$

と表わすことができる。この w^*_i を費用関数に代入して、既存のパラメター α_T、α_{iT}、α_{TT} に関して次の制約をつけると、要素拡大的モデルとなる。

$$\alpha_T=\Sigma_i\alpha_i\lambda_i$$

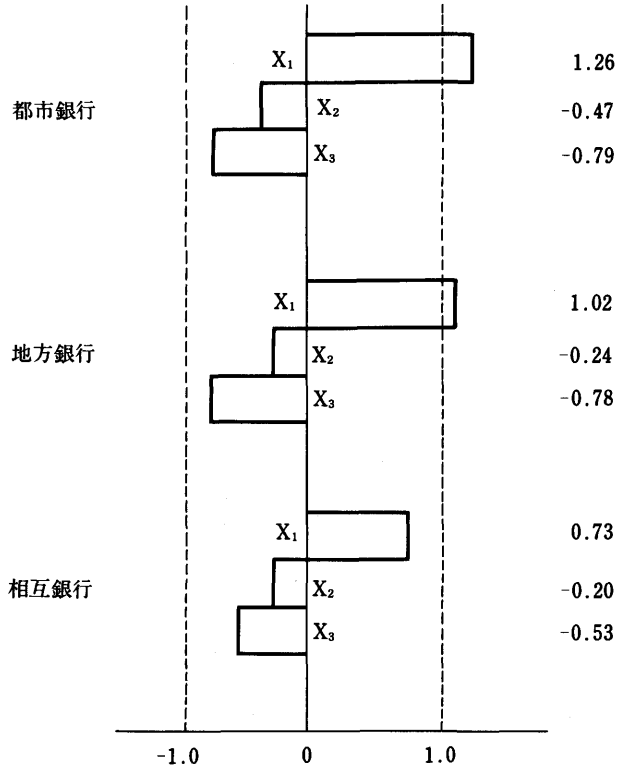
$$\alpha_{iT}=\Sigma_i\alpha_{ij}\lambda_j$$

$$\alpha_{TT}=\Sigma_i\alpha_{iT}\lambda_i$$

$$=\Sigma_i\Sigma_j\alpha_{ij}\lambda_i\lambda_j$$

ただし、λ_i は、第 i 生産要素の実質 input price の減少率 α_i、α_{ij}、α_{iT} は新たなパラメターとする。詳細は、補論4参照。

第5表　技術進歩の要素間バイアス（年率％）



X_1：調達資金
X_2：実物資本
X_3：労働

を示している。[44)]

実際、全店、全科目オンラインやCD、ATMといった技術進歩が、金融機関業務の生産性を向上させると同時に、労働力を大きく節減したであろうことは、容易に予想されることであろう。また、実物資本についても、労働の場合に比べ程度は小さいものの、技術進歩により同様にその投入量が節約されることが窺われる。

一方、いまひとつの生産要素である調達資金のコストシェアは、生産要素価格（調達金利）一定のもとでは技術進歩によって増加することが示されている。こうした結果が得られたのは、①調達資金量は、その性格上、技術進歩よりもむしろ運用資産額に規定される度合いが大きいこと（実際、調達資金、運用資産とも単一の種類であるときは、調達資金額と運用資産額は一致）。②近年、高金利の市場性資金による調達のウェイトが高まっていること、などによると考えられる（資本や労働は、時を追って生産性が向上していったのと対照的）。

44)　なお全業態プールによる推計では各業態の平均的な値が現われている（補論5第11表参照）。

(4) 要素間の偏代替性と要素需要弾性

第6表、第7表は、各々、生産要素間の代替・補完関係を示す（アレンの）要素間偏代替（Allen Partial Elasticity、特に対角要素は自己偏代替弾性と呼ばれる）と、要素需要弾性[45]を示している。正値は、当該生産要素の価格上昇によって、他の生産要素の需要が増加すること、すなわち代替的関係があることを示し、負値の場合は、逆に補完的関係があることを示す（自己代替性の場合には、ある生産要素の価格の上昇でその生産要素自体の需要が減少すること、即ち負値であることが期待される）。表からみて明らかなのは、労働と資本の間には各業態にわたって強い代替関係がみられることである（要素需要弾性値でみて0.3～0.7)。

さてここで、実際に銀行業で起こった要素価格の変化および要素投入量の変化をみてみよう。第5図は、各生産要素価格の推移を表わしたものであるが、それを見ると労働の価格（労働賃金）が、他の生産要素価格よりも大きく上昇したことがわかる。

一方、第6～8図は、生産要素のコスト・シェアを示したものであるが、それを見ると労働のコスト・シェアが80年代に入ってから、特に都市銀行において、低下しているのがわかる。このシェアの動きをみると上述の要素価格の動向に対応して、労働の投入量が節減されていったことが窺われる。これらの実際に起こった銀行のコスト構造の変化、とくに労働投入の削減は、労働を節減するような技術進歩が生じたこと（前述）に加えて、労働の価格が資本の価格に比べて上昇したことにより要素間代替が生じたこと、の双方によって説明されることになろう。[46]

また、調達資金と労働の間に弱いながら代替関係がみられる。これは他を一定として、調達資金の増加（実際には、粗集計額の増加というよりも低金利の預金調達から高金利の市場性資金へのシフトによる集計指数の増加と考えられる）と労働の節約が対応することを意味する。[47]これは、自由化が進んで高金利の市場性資金のウエイトが高まった場合、ある程度労働節約によって対応可能であることを意味している。この点は、自由化による銀行経営圧迫としてよく取り上げられる問題に対するひとつの対処方向を示唆するものといえよう。[48]

45) アレンの要素間偏代替、生産要素需要弾性については、補論4参照。なお、これらの推定値は推定上不安定であることが知られているので、以下の議論では、3業態に共通して現われた性質を中心に議論を進める。

46) モデルのうえで明示的に表現されるわけでないが、労働節約的技術進歩が起きた一つの要因は資本の価格が労働の価格に比し低下したことにあるとも考えられる。

47) 一方、調達資金と資本の要素間偏代替値は各業態によって異なる。これは、本論文の資本が、いわゆるcapitalとmaterialを集計したものであるために生じている面があると思われる（補論2を参照)。すなわち、「高金利の市場性資金へのシフトで節約されるのは、materialであり、また資金と補完的な関係が強いのは、capitalである」と仮定するとき、両者をDivisia集計したものの要素間偏代替値は、その構成ウエイトに依存すると考えられるからである。

48) なお全業態プールによる推計では各業態の平均的な値が現われている（補論5第11表参照)。

第6表　アレンの偏代替弾性値

(都市銀行)

	調達資金のコスト(W_1)	実物資本のコスト(W_2)	労働のコスト(W_3)
調達資金(X_1)	−0.04816*		
実物資本(X_2)	0.00875	−4.26870*	
労　　働(X_3)	0.20272	2.31591	−2.18920*

(地方銀行)

	調達資金のコスト(W_1)	実物資本のコスト(W_2)	労働のコスト(W_3)
調達資金(X_1)	−0.05678*		
実物資本(X_2)	0.012768	−9.49790	
労　　働(X_3)	0.16971	2.90616	−1.42030*

(相互銀行)

	調達資金のコスト(W_1)	実物資本のコスト(W_2)	労働のコスト(W_3)
調達資金(X_1)	−0.14612*		
実物資本(X_2)	0.27552*	−3.87590	
労　　働(X_3)	0.43072*	2.19040*	−3.95770*

*は5％基準で有意であることを示す。

第7表　アレンの偏代替弾性値

(都市銀行)

	調達資金のコスト(W_1)	実物資本のコスト(W_2)	労働のコスト(W_3)
調達資金(X_1)	−0.03561	−0.00081	0.03480
実物資本(X_2)	0.00647	−0.38550	0.38903
労　　働(X_3)	0.15316	0.21456	−0.36774

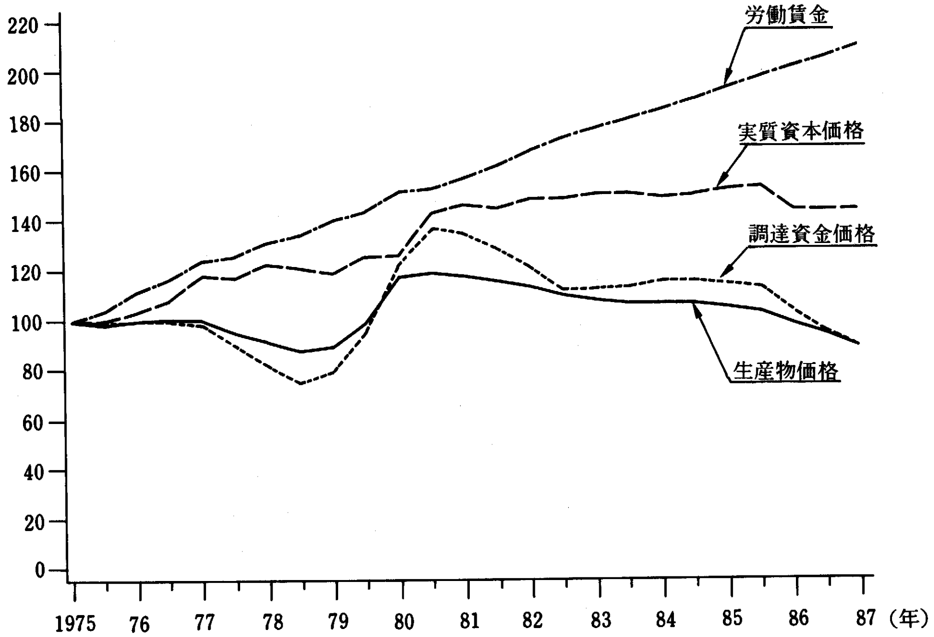
(地方銀行)

	調達資金のコスト(W_1)	実物資本のコスト(W_2)	労働のコスト(W_3)
調達資金(X_1)	−0.03975	0.00091	0.03885
実物資本(X_2)	0.00894	−0.67416	0.66522
労　　働(X_3)	0.11882	0.20628	−0.35210

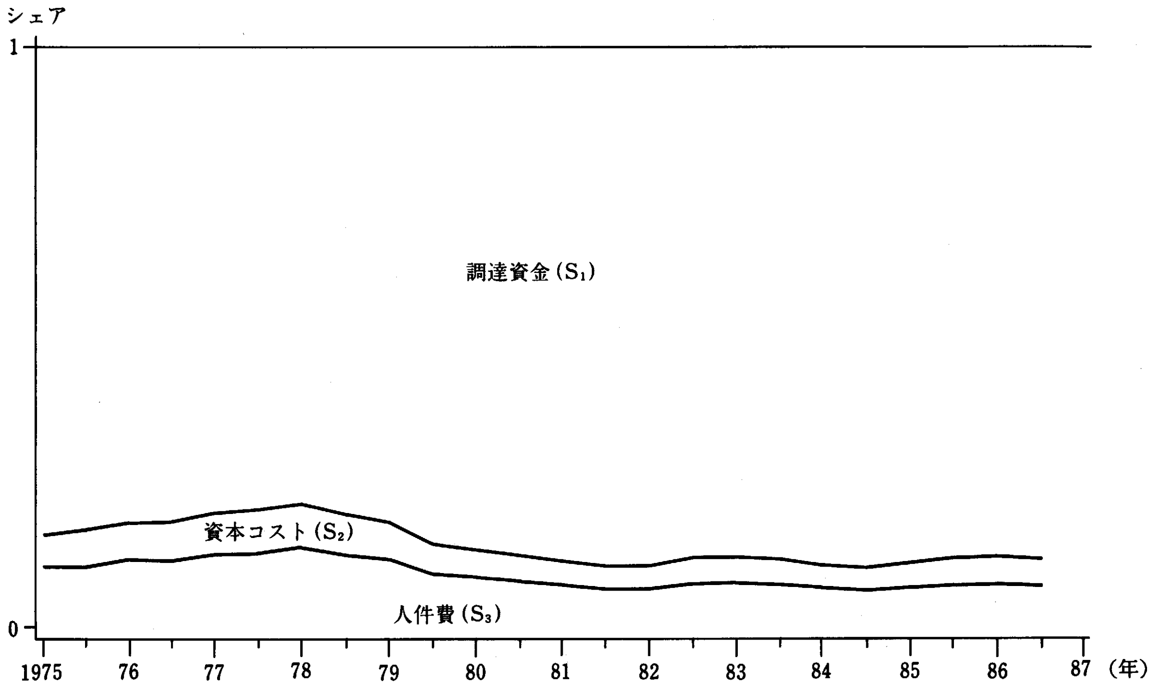
(相互銀行)

	調達資金のコスト(W_1)	実物資本のコスト(W_2)	労働のコスト(W_3)
調達資金(X_1)	−0.10372	0.03775	0.06597
実物資本(X_2)	0.19557	−0.53105	0.33548
労　　働(X_3)	0.30573	0.30011	−0.60585

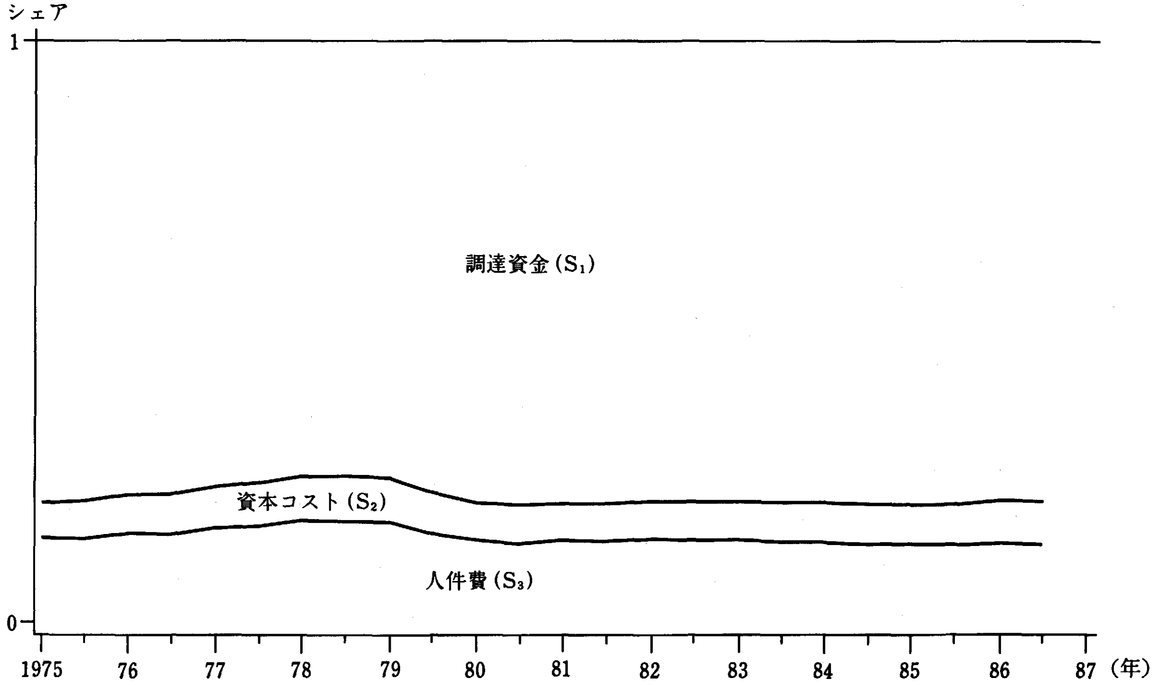
第5図　生産要素価格の推移（全業態）
（1975年＝100）



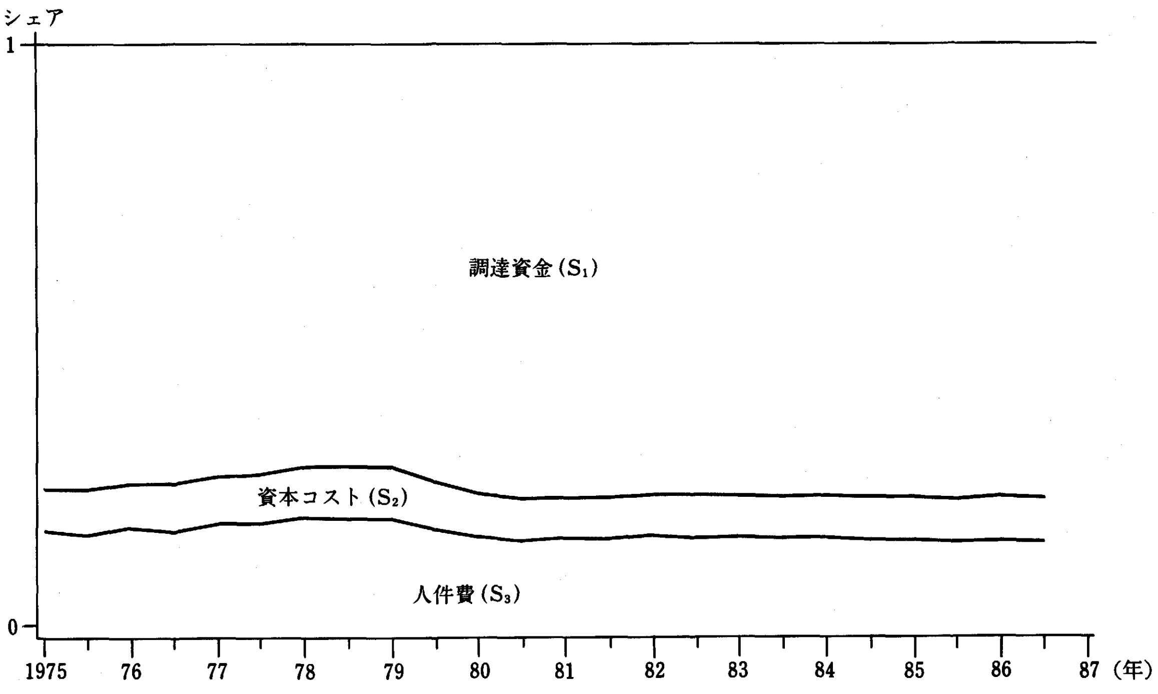
第6図　コスト・シェアの推移（都市銀行）



第7図　コスト・シェアの推移(地方銀行)



第8図　コスト・シェアの推移(相互銀行)



5. 結びに代えて

本論文では、主としてバランス・シートにあらわれた計数を基に銀行業のコスト非効率性を計測し、それが、都市銀行においては比較的小さいこと、および自由化が進んできた近年においてはわずかであるが各業態とも低下していることをみた。

また、一方で、銀行業の様々な技術特性も明らかになった。すなわち①銀行業のコストにとっては技術進歩の影響が規模の経済性以上に重要であること、②近年の銀行業における労働の減少は労働節約的技術進歩、および労働と資本の強い代替関係によって惹き起こされているとみられること、③高金利の市場性資金を取り入れる場合、労働を節約することによって若干の対応が可能であろうこと等が示された。もっとも、本論文の分析では、銀行のオフバランス・シートの活動による収入が十分考慮されてはいない（それに伴うコストのみが計上されている）点に留意する必要がある（この点は粕谷（1986）を参照）。

以下ではこれらの結果を踏まえたうえで、今後の銀行業の展望について、いくつかの観点から論じてみたい。

まず、観測された非効率性が、どのような原因で生じているかを考えてみよう。実際のところ企業の持つ非効率性の理論的な発生メカニズムに関しては、今まで明らかにされてきたとは言い難いし、今後も容易に明らかにされるとは考えられないが、ここでは、どうしてそのような非効率性が生じているかについてありうべきいくつかの筋書きを試論として示してみたい。

本論文で観測された非効率は、費用最小化の仮定のもと、総費用のうち、生産量、生産要素価格、技術進歩等では説明されない部分であった。従って、そこに含まれるのは、まさに生産要素の組み合わせ能力という意味での経営努力の問題に加え、資本設備の構成、人員構成、立地条件（地域ダミーでも処理されない部分）等、様々なものが考えられる。そうした中でも重要と思われるうちの一つの説明は、労働力の節減や、機械化が十分進んでいないことが非効率性として観測されるのではないかというものである。本論文の実証結果が示唆するように、銀行業は技術進歩の恩恵を採り入れやすく、また労働と資本の間には強い代替関係があるというコスト構造を持つ以上、こうした面で適切な経営管理をしない金融機関においては、大きな非効率となって現われるということは、十分ありえよう。

またその他の原因の一つとして考えられるのは、複数財生産の経済性（エコノミーズ・オブ・スコープ）[49]であろう。本論文では、複数生産物を Divisia 集計しているため、複数財生産の利益は明示的に取り上げられておらず、この要因は効率性の項に表われることになる。都銀等は、近年、本来的な貸出業務に加えて、国際業務や証券業務にも積極的に進出していることを考えれば、この要因がこれら業態にとくに作用している（従って非効率性が比較的小さい）ことは十分考えられることである。

観測された非効率性は、上記の理由以外に

49) 日本の銀行業における複数財生産の経済性（Economies of Scope）を論じたものとしては、粕谷（1986）がある。

もいろいろ考えられるが、とくに上記の要因が今後銀行の競争力を少なからず規定していくであろうことは、十分予想されよう。

ところで、本論文では、規模の経済性以外にも技術進歩や観測された非効率性が銀行業の収益力（あるいは平均費用）に影響を与えることをみたが、これは、規模の経済性下の市場競争に対し、1つの示唆を与える。従来、規模の経済性が存在すれば、その市場が寡占的になるという議論が行われてきた。しかしながら、規模の経済性以上に実際の銀行業の収益力（あるいは平均費用）に影響を与える要因が存在し、かつ、それが規模と相関しないのであれば、単に規模の経済性が存在するからといって、市場が必ずしも寡占あるいは独占に向かうわけではないことになる。ある銀行が大規模化することによって規模の経済性を享受しても、別の銀行がそれを相殺して余りある生産性の上昇を遂げれば、後者は前者に駆逐されることはない。このことは、とりわけ規制緩和後の中小銀行の経営を展望する場合に示唆的であろう。

次に本論文では、高利の市場性資金のウエイトを高めるとき、労働が節約されることをみた。このことは、金利自由化の進行による銀行経営の展望について1つの示唆を与える。すなわち、金利の自由化が進展し、高金利の市場性資金のウエイトが増加する時、資金調達コストは上昇するものの、従来のコスト構造の下では、労働投入を減少させることにより総コストへの影響をある程度減殺することが可能であることを示している。これは自由化が銀行経営を圧迫するという懸念に対して1つの対応の方向を示すものといえよう。

以上見てきたように、近年の銀行業は、コスト構造の観点からみても大きな変容を遂げつつある。自由化が一層進展する状況では、各行の自主性、すなわち経営管理による効率性への影響がさらに大きくなっていこう。またそのようにして個々の金融機関の経営が効率化し、ひいては金融システム全体の効率化が進むことは、国民経済にとって望ましいことであり、金融自由化のひとつの大きな狙いでもある。

補論1：誤差成分モデルの推計方法

本論文で述べたように、非効率性を firm specific と仮定し、次のような誤差成分モデル（error component model）を考える。

$$C=Z'\beta+\mu\otimes j_t+\nu \qquad \text{(A-1)}$$

ただし　C：生産費用＜対数表示＞ベクトル

x'：生産量 y_t＜対数表示＞、生産要素価格 w_{it}＜対数表示＞の1次項及び2次項からなるベクトル

μ：非効率性ベクトル、$\mu>0$、平均 m、分散 σ_μ^2

jt：（1.・・・・、1）

ν：通常の統計的誤差ベクトル、平均0、分散σ_ν^2

⊗：kronecker 積

このとき、モデルの推定方法としては、COLS（修正最小二乗法）、Within 推定量、GLS（一般化最小二乗法）、MLE（最尤法）等を用いることができる（COLS については Obson et al.（1980）、Within、GLS、MLE については Judge et al.（1985）、Sickle（1985）等参照）。

(1) COLS（修正最小二乗法）

いま、$(\mu \otimes j_t+\nu)$ 全体を iid の誤差項であると仮定すれば、(A-1)式に関する、定数項以外の、LSE（最小2乗推定量）は、不偏推定量であり、N→∞ のとき consistent になる。一方、定数項は、μ_iの平均の分だけバイアスを受ける。そこで、μ_iの分布形を半正規分布やガンマ分布等に特定化したうえで、μ の平均値分だけ定数項を調整するのが COLS (Corrected Ordinary Least Square、修正最小2乗法）である。ただし、以下に述べるように、より efficient な推計方法が存在する。

(2) Within 推定量

Within 推定量とは、本論文で述べたように、次のような "Within transformation（すべてのデータを、当該企業ごとの時間についての平均からの乖離へ変換）" をした後で二乗推定（Least Square 推計）を行うものである。

Within 推定量を $\hat{\beta}_{within}$ とすれば、

$$\hat{\beta}_{within}=(\Sigma_i Z'_{si} D_T Z_{si})^{-1}\cdot(\Sigma_i Z'_{si} D_T C_i) \qquad \text{(A-2)}$$

ただし

$$D_T = I_T - j_T j'_T$$

$$Z = (j_{NT}、Z_s)\ (Z_i = (j_r、Z_{si}))$$

ここで、$D_r\ Z_{si} = (C_{2it}-C_{2i}.、\ldots、C_{kit}-C_{ki}.)$

$$D_r\ C_i = (C_{it}-C_i.)$$

であるので、(A-2) は、

$$(C_{it}-C.) = \Sigma^{K}_{K=2}\ \beta_K (Z_{kit}-Z_{ki}.) + \nu_{it}-(\Sigma\nu_{it}/T)$$

とも表わせる（(A-2)は、ダミー変数を用いた推計にもなっている)。

このとき個別企業の影響 α_i $(=\alpha+\mu_i)$ は、次式で与えられる。

$$\alpha_i = \overline{C_i} - \overline{Z'_i}\ \beta$$

こうした Within 推定量の有利さは、その consistency が、説明変数と個別企業の効果の無相関という仮定に依存しないということである（後述 GLS はこの仮定に依存する)。また個別企業の非効率性を一定とすれば、その非効率性は、実現値（観測値）から単純に導かれるものであり、個別企業の非効率性の分布形にも依存しない（後述 MLE は両側分布 ν、片側分布 μ の形状を特定化する)。

本論文においては、サンプル中で最も効率的な企業を、100％効率的と仮定した。すなわち、N個の推定定数項が $\hat{\alpha}_i$, ……, $\hat{\alpha}_N$ として、

$$\hat{\alpha}=\min(\hat{\alpha}_i)$$

および、

$$\hat{\mu}_i=\hat{\alpha}_i-\hat{\alpha},\ i=1,\ \cdots,\ N \qquad \text{(A-3)}$$

と定式化した。

μ の密度がある領域 (0, ε), ε>0の近傍で非零であると仮定しさえすれば、N→∞ かつ T→∞ のときに、サンプル中の最も効率的な企業はフロンティアに限りなく近づき、$\hat{\alpha}$ および $\hat{\mu}_i$を consistent に推定することができる（すなわち、企業間の効率性を比較することができるのに加えて、個々の企業の非効率性を全体の定数項と分離することにより、効率性比較のための絶対測度を得ることができる)。

しかしながら、N、T とも十分に大きくないときには、厳密に言えば、次のような性質を持つ。まず、N が T に比べて十分に大きいときには、α_iの推定量としての$\hat{\alpha}_i$の変動は、ゼロの推定量としての min $(\mu_i=\hat{\alpha}_i-\hat{\alpha})$ の変動よりも大きい。すなわち「最小化」操作に含まれる変動を無視し、上式のように $\hat{\alpha}$ および $\hat{\mu}_i$を $\hat{\alpha}_i$の線形関数で表現することができる。次に、T が N に比べて十分に大きい場

合には、逆のことが言え、推定量$\hat{\alpha}_i$の変動を無視することができるが、このとき、推定量$\hat{\alpha}$は次のように表わされることになる。

$\hat{\alpha}=\min(\hat{\alpha}_i)=\hat{\alpha}+\min(\mu_i)$

Nが適度に大きく、μ_iが適切な分布形を持てば、min ($\hat{\mu}_i$) は、extreme-value 分布 (double-expotential 分布) に従うことが知られている。さらに、$\hat{\mu}_i$に対し特定の分布形を仮定すれば、より正確な結果を得ることができる。例えば、もし$\hat{\mu}_i$が iid かつパラメターθの指数分布をするとすれば、min ($\hat{\mu}_i$) はパラメターθ/Nの指数分布となり、$\hat{\alpha}=\min(\hat{\alpha}_i)$ の平均は$\alpha+\theta/N$、分散はθ^2/N^2となる。

最後にNやTの変動が無視できないとき、$\hat{\alpha}$は、

$\hat{\alpha}=\alpha+\min[(\hat{\alpha}_i-\alpha_i)+\hat{\mu}_i]$

と表わせる。$(\hat{\alpha}_i-\alpha_i)+\hat{\mu}_i$は、通常の分布と片側分布の複合分布であり、また、それらは、企業間で独立ではないことから、取り扱いは極めて困難になる。

(3) GLS(一般化最小二乗法)

次に個々の企業の非効率性α_iをランダムとしたうえで、α_iは説明変数 xit と無相関と仮定し、その他の誤差項の分布に関する仮定は置かないものとした場合には、GLS を利用することができる。

(A-1)式より、

$$\Phi = E((\mu\otimes j_T+\nu)\ (\mu\otimes j_T+\nu))$$
$$= I_N\otimes(\sigma\mu^2 j_T j_T' + \sigma_v{}^2 I_T)$$

および、

$$\Phi^{-1}=I_N\otimes((j_Tj_T'/T\sigma_1^2)-((I_T-j_Tj_T'/T)/T))$$

ただし$\sigma_1^2 = T\sigma\mu^2+\sigma_e^2$

このとき、$Z=(j_{NT},\ Z_s)$, $x_i=(j_t,\ Z_{si})$ として、

$$\hat{\beta}_{GLS} = (Z'\Phi^{-1}Z)^{-1}\ (Z'\Phi^{-1}C)$$
$$= [((Z_s, Q_1 Z_s)/\sigma_1^2) + (\Sigma_i Z'_{si} D_T Z_{si})/\sigma_v^2]\cdot [((Z'_s Q_1 C)/\sigma_1^2) + (\Sigma_i Z'_{si} D_T C_i)/\sigma_v^2] \quad \text{(A-4)}$$

ただし$D_T=I_T-j_Tj_T'/T$

$$Q_1=I_N\otimes(j_Tj_T'/T)-(j_{NT}j_{NT}'/NT)$$

ところで、

$$\hat{\beta}_{within} = (\Sigma_i Z'_{si} D_T Z_{si})^{-1}\cdot(\Sigma_i Z'_{si} D_T C_i)$$

であるから、結局、

$$\hat{\beta}_{GLS}=[(Z'_s Q_1 Z_s)/\sigma_1^2) + (\Sigma_i Z'_{si} D_T Z_{si})/\sigma_v^2]\cdot [((Z'_s Q_1 Z_s)/\sigma_1^2)\cdot\hat{\beta}_{between} + ((\Sigma_i Z'_{si} D_T Z_{si})/\sigma_v^2)\cdot\hat{\beta}_{within}]$$

ただし、

$$\hat{\beta}_{between} = (Z'_s Q_1 Z_s)^{-1}\ (Z_s Q'_1 Z)$$

(これは、各企業の時期平均の全企業平均からの乖離を用いた推計となっており、Between 推定量と呼ばれるものである。)

すなわち、GLS は、$\hat{\beta}_{within}$および$\hat{\beta}_{between}$の加重平均となっている。このとき個々の企業の非効率性$\hat{\alpha}_i$は残差から求めることができる。すなわち、$\hat{\varepsilon}_{it}=C_{it}-Z'_{it}\hat{\beta}$とすれば、第 i 企業の残差の平均から $_i$ を推定することができる。

$\hat{\alpha} = (1/T)\Sigma\hat{\varepsilon}_{it}$、i=1、. . .、N

$N\to\infty$ あるいは$\sigma\mu^2$が既知のとき、$\hat{\beta}$は consistent であり、それを前提として$T\to\infty$のとき、$\hat{\alpha}_i$は constistent になる。

次に、$\hat{\beta}_{GLS}$と$\hat{\beta}_{within}$の性質に関して言えば、(A-1)式において

$E(\mu_i|Z_{it})=0$

のときには、$\hat{\beta}_{GLS}$は、unbiased かつ consistent であり、加えて漸近的に efficient となる。一方、$\hat{\beta}_{within}$は、unbiased かつ consistent であるが、efficient ではない。

すなわち、

$q_1=\hat{\beta}_{GLS}-\hat{\beta}_{within}$

とし、かつ、misspecification がないとき、

$E(\mu_i|Z_{it})=0$

のもとでは、

$\mathrm{plim}_{N\to\infty}\hat{q}_1=0$

となる。一方、

$E(\mu_i|Z_{it})\neq 0$

のときには、$\hat{\beta}_{within}$ は unbiased かつ consistent のままだが、$\hat{\beta}_{GLS}$ は biased かつ inconsistent となる。

すなわち、

$E(\mu_i|Z_{it})\neq 0$

のもとでは、

$\mathrm{plim}_{N\to\infty}\hat{q}_1\neq 0$

となる（この性質を用いた $E(\mu_i|Z_{it})=0$ の検定は Hausman（1979）、Hausman and Taylor（1981）参照）。

なお、$E(\alpha_i|x_{it})\neq 0$ のときには、IV/GLS（操作変数／一般化最小二乗法）を用いることもできる。この方法は、操作変数の選択といった問題もあるが、Within 推定量に比べ、μ_i 以外に time invariant な変数を計測に使用できるといった有利さを持つ。

(4) MLE（最尤法）

また、ν_{it}を正規分布、μ_iを半正規分布やガンマ分布であると仮定すれば、尤度関数が定義できるので MLE（最尤法）を使うことができる。

ν_{it}の密度関数を $f(\nu)$（正規分布）、μ_iの密度関数を $g(\mu)$（半正規分布）とし、ν_{it}、μ_i がいずれの説明変数からも独立であるとする。$\varepsilon_{it}=\nu_{it}-\mu_i$と定義し、これらが企業間で独立であるとする。このとき（$\varepsilon_{i1}\cdots$, ε_{it}）の結合密度関数は次のとおり。

$$h(\varepsilon_{i1},\ \ldots,\ \varepsilon_{it})=\int_0^\infty g(u)\prod_{i=1}^{T} f(\varepsilon_{i1}+u)\,du$$

この密度関数を与えると、尤度関数は、次のようになる。

$$L=\prod_{i=1}^{N} h(C_{i1}-\alpha-Z_{i1}\cdot\beta,\ \ldots,\ C_{iT}-\alpha-Z_{iT}\cdot\beta)$$

上式の最大化によって、ν_{it}、μ_iの密度関数のパラメター、α、β の最尤推定量を得ることができる。

補論２：数量、価格指数の作成方法

(1) 生産物

生産物価格を p_{yti}と表わす（添字 i 、t は、各々第 i 企業、第 t 期であることを示すものとする）。

$p_{yti}=p_t\cdot p_{yrti}$

ただし、p_t：生産物デフレータ（GNP デフレータを使用）。この p_tは、運用資金の実質価値が、物価変動で変わることを考慮したもの。

p_{yrti}：第 t 期、第 i 企業の Divisia 生産物利回り指数

ここで、Divisa 生産物利回り指数は、貸付金、割引手形等数種の運用資産から、次のように求める。

$$\ln(p_{yrti}/p_{yr(t-1)i})=\sum_j((1/2)*(S_{yrtij}/S_{yr(t-1)ij})+(\ln(p_{yrtij}/p_{yr(t-1)ij})))$$

ただし、p_{yrti}：第 t 期、第 i 企業の Divisia 運用資産利回り指数

p_{yrtij}：第 t 期、第 i 企業の第 j 種運用資産利回り

S_{yrtij}：第 t 期、第 i 企業の第 j 種運用資産の全収益に占めるシェア

ここで p_{yrti} の基準となる t=1 における各企業の価格については、次のようにクロスセクションで Divisia 指数を作成する。

$$\ln(p_{yr1i}/p_{yr1(i-1)}) = \sum_j ((1/2) * (S_{yr1ij}/S_{yr1(i-1)j}) + (\ln(p_{yr1ij}/p_{yr1(i-1)j})))$$

ただし、p_{yrti}：第 t 期、第 i 企業の Divisia 運用資産利回り指数

p_{yrtij}：第 t 期、第 i 企業の第 j 種運用資産利回り

S_{yrtij}：第 t 期、第 i 企業の第 j 種運用資産の全収益に占めるシェア

数量指数 yt_i は、全収益を価格指数 p_{yti} で除して導出。

(2) 調達資金

調達資金価格を w_{x1ti}、調達資金量を x_{1ti} と表わす（添字 i 、 t は、各々第 i 企業、第 t 期であること、x_i は調達資金であることを示すものとする)。

$$w_{x1ti} = p_t \cdot w_{x1rti}$$

ただし、p_t：生産物デフレータ（GNP デフレータを使用）

この P_t は調達資金の実質価値が物価変動で変わることを考慮したもの。

w_{x1rti}：第 t 期、第 i 企業の Divisia 利率指数

Divisia 調達資金利率指数は、預金、コール・マネー等数種の調達資金から次のように導く。

$$\ln(w_{x1ti}/w_{x1(t-1)i}) = \sum_j ((1/2) * (S_{x1tij} + S_{x1(t-1)ij}) + (\ln(w_{x1tij}/w_{x1(t-1)ij})))$$

ただし、w_{x1ti}：第 i 企業の Divisia 生産要素価格指数

w_{x1tij}：第 t 期の第 k 種調達資金価格（利率）

S_{x1tij}：第 t 期、第 i 企業の第 j 種調達資金の全費用に占めるシェア

ここで w_{x1ti} の基準となる t=1 における各企業の価格については、次のようにクロスセクションで Divisia 指数を作成する。

$$\ln(w_{x1,1i}/w_{x1,1(i-1)}) = \sum_j ((1/2) * (S_{x1,1ij} + S_{x1,1(i-1)j}) + (\ln(w_{x1,1tij}/w_{x1,1(i-1)j})))$$

ただし、$w_{xi,1i}$：第 1 期第 j 企業の Divisia 調達資金指数

$w_{x1,1ij}$：第 1 期第 j 企業の第 j 種調達資金利率

$S_{x1,1ij}$：第 1 期第 i 企業の第 j 種調達資金のシェア

数量指数は、全収益を価格指数 w_{x1ti} で除して導出。

なお、粗集計と異なり Divisia 指数を用いて導かれた生産数量指数と調達資金数量指数は、一般に一致せず、「運用量＝調達量」の制約が必ずしも満たされないものとなる。

(3) 実物資本

実物資本価格を w_{x2ti}、実物資本量を x_{2ti} と表わす（添字 t ， i は各々第 i 企業、第 t 期であることを、x_2 は実物資本を示すものとする)。

計測を簡単化するため、capital と material を、Divisia 集計し、単一の生産要素として用いる。各々の指数は以下のようにして導く。

イ．狭義実物資本（capital)

狭義実物資本価格を w_{kti}、狭義実物資本量を K_{ti} と表わす（添字 t ， i は各々第 i 企業、

第t期であることKは狭義実物資本であることを示すものとする)。

$p_{kti} = PI \cdot (Ri + \delta i - \dot{PI}/PI)$

ただし、PI：投資材デフレータ、土地及び土地以外のものに分けてDivisia集計

R_i：capitalの機会費用、ここでは利付金融債利回り(最長期もの、店頭気配)を用いる。

δ_i：減価償却率、土地およびそれ以外の投資財を分母とし、土地以外の減価償却を分子として算出。土地に関しては減耗しないと仮定。

$$\ln(PI_{ti}/PI_{(t-1)i}) = \sum_j((1/2)*(S_{tij}+S_{(t-1)ij})+(\ln(PI_{tij}/PI_{(t-1)ij})))$$

土地のデフレータは、「全国市街地価指数」(不動産研究所)、土地以外の投資財デフレータおよび両者のウエイトは、「国民所得統計」(経済企画庁)による。

ロ．原材料(material)

原材料価格をp_{mati}原材料の量をm_{ati}と表わす(添字t，iは各々第i企業、第t期であること、maは原材料であることを示すものとする)。

原材料は、消耗品費、通信交通費等9項目(狭義実物資本関係以外の物件費に相当)につき、次のようなDivisia価格指数をデフレータとして数量指数を導く。

$$\ln(w_{mati}/w_{ma(t-1)i}) = \sum_j((1/2)*(S_{matij}+S_{ma(t-1)ij})+(\ln(w_{matij}/w_{ma(t-1)ij})))$$

ただし、w_{mati}：第i企業のDivisia原材料価格指数

w_{matj}：第t期の第j種原材料デフレータ、「産業連関表」(行政管理庁等)による。

S_{matij}：第t期、第i企業のj種原材料の全原材料費用に占めるシェア

(4) 労 働

労働賃金をw_{x3ti}、労働量をx_3と表わす(添字t，iは各々第i企業、第t期であること、x_3は労働であること、を示す物とする)。

労働は、データの制約から、労働の質を均一とみなし次のように導く。

w_{x3ti}=第t期、第i企業の従業員数平残

x_{3ti}=第t期、第i企業の人件費／第t期、第i企業の従業員数平残

なお、個別銀行の労働に関しては、データの制約から、労働の種類等を考慮した指数を作成しなかったが、金融業界全体(保険を含む)については、以下のようなDivisia指数を作成することができる。この場合、労働の種類は男女別、学歴別(中、高、短大、大)に分けられ、また、労働量は、man-hourで測られる。

$$\ln(w_{Lt}/w_{(t-1)}) = \sum_j((1/2)*(S_{Ltj}+S_{L(t-1)j})+(\ln(w_{tj}/w_{L(t-1)ij})))$$

ただし、

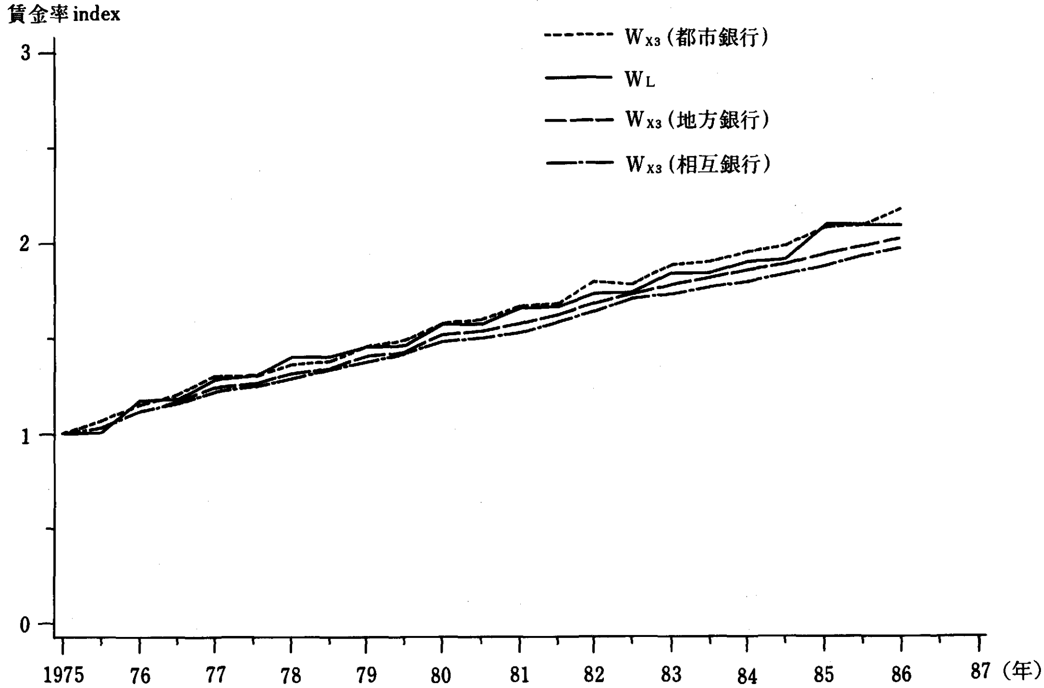
w_{Lt}：第t期のDivisia労働価格指数

w_{Ltj}：第t期、第j種のman-hour当りの労働賃金率、労働省「賃金構造基本調査」(労働省)による。

S_{Ltj}：第t期、第i企業の第j種の労働量の、全労働費用に占めるシェア、同上資料による。

このP_{LT}およびP_{X3}(業態別)をプロットしたものが次図である。これのみではその異

参考図　労働賃金率indexの推移



同を断定することはできないが、少なくとも、その動きが大きく異なるまいことは窺われる。

補論3：多変量誤差成分モデル

推計は、次のようなトランス・ログ費用関数を使用する。

$$\ln C=\beta_0+\beta\cdot\ln w+(1/2)\ln w\cdot B\ \ln w +\beta_y\ln y+(1/2)\beta_{yy}\ln y\ln y +\beta_t t+(1/2)\ln w\cdot\beta_{wt}t\ t+\nu_1+\mu_1 \quad (A\text{-}5)$$

ただし、β_0、β_t、β_y、β_{yy}はパラメター（スカラー）、β、β_{wt}、Bはパラメター・ベクトルないしマトリックスで

$$\beta' = (\beta_1,\ \beta_2,\ \beta_3)$$

$$\beta_{wt}' = (\beta_{wt1},\ \beta_{wt2},\ \beta_{wt3})$$

$$B = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix}$$

また

$$\ln w = \begin{bmatrix} \ln w_1 \\ \ln w_2 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

と定義される。

また、ν_1は通常の統計的誤差率μ_1は非効率性（生産技術上の非効率性＋生産要素配分上の非効率性）を表わす（本論文2.(1)参照）。ここで、(A-5)式が、dualな生産関数を持つWell-definedな費用関数であるためには、単調性（$\alpha_i>0$）、対称性（A_{ij}）に加え、次のような生産要素価格の1次同次と、2階の条件が満たされることが必要である。

$$B(=[\frac{\partial C}{\partial w_i \partial w_j}])\ \text{負値準定符号行列}$$

ただし$i'=(1\ 1\ 1)$。

いま、lnCを$\ln w_i$で偏微分して、

$$\frac{\partial \ln C}{\partial \ln w_i} = \alpha_i + \sum_j \alpha_{ij} \ln w_j + \alpha_{it} t$$

ここで、Shephard's lemma (12) 式より

$x_i = \partial C / \partial w_i$

両式より i 番目の要素のコストに占めるシェアを S_i として、

$$S_i = (x_i w_i / C) = (\partial C / \partial w_i) \cdot (w_i / C) = \alpha_i + \Sigma \alpha_{ij} \ln w_i + \alpha_{it} t$$

となる。

結局 (A-5) 式と Shephard's lemma より、次の推定式を得る。

$$S = \alpha + A \ln w + \alpha_{wt} t + \nu_2 + \mu_2 \quad \text{(A-6)}$$

ただし、S は生産要素のコストシェアベクトル、ν_2は通常の統計的誤差、μ_2は非効率性（生産要素配分の非効率性）を表わす（本論文2.(1)参照)。(A-5)式と(A-6)式に含まれる 3 本のコストシェア式のうちの 2 式（3 式のうち 1 本は redundant）を連立させて SUR (seemingly unrelated regression) で推定する。(A-5) 式は、本論文で説明した within transformation を行う。

補論 4 ：技術進歩、要素間代替

(1) 技術進歩

生産関数 y=f(x,t) と dual な関係にある費用関数を、C=C(y,w,t) と表わす。

ただし、 t ：時間

y ：生産物

x ：生産要素ベクトル

C ：費用

w ：生産要素価格ベクトル

ここで、生産関数の時間的変位、すなわち、技術進歩率 Ψ は

$$\Psi \equiv \frac{\partial \ln y}{\partial t} = \frac{d \ln y}{dt} - \Sigma_i \frac{\partial \ln y}{\partial \ln x_i} \cdot \frac{d \ln x_i}{dt} \quad \text{(A-7)}$$

一方、費用関数において、

$$\frac{\partial \ln C}{\partial t} = \frac{d \ln C}{dt} + \Sigma_i \frac{\partial \ln C}{\partial \ln w_i} \cdot \frac{d \ln w_i}{dt} - \frac{\partial \ln C}{\partial \ln y} \cdot \frac{d \ln y}{dt} \quad \text{(A-8)}$$

このとき Konyus-Byushgen's lemma を用いて、

$$\frac{\partial \ln y}{\partial \ln x_i} = S_i \quad \text{(A-9)}$$

ただし $p_y \cdot y = C$ とする (p_yは生産物価格)。

また Shephard's lemma を用いて、

$$\frac{\partial \ln C}{\partial \ln w_i} = S_i \quad \text{(A-10)}$$

ただし、S_iは第 i 生産要素のコスト・シェア。

各々、(A-7)、(A-8) に代入して、

$$\frac{\partial \ln y}{\partial t} = \frac{d \ln y}{dt} - \Sigma_i S_i \cdot \frac{d \ln x_i}{dt} \quad \text{(A-11)}$$

$$\frac{\partial \ln C}{\partial t} = \frac{d \ln C}{dt} + \Sigma_i S_i \cdot \frac{d \ln P_i}{dt} - \frac{\partial \ln C}{\partial \ln y} \cdot \frac{d \ln y}{dt} \quad \text{(A-12)}$$

さらに、費用最小化の仮定のもと、

$C = \Sigma_i \; w_i \; x_i$

であるので、

$$\frac{d \ln C}{dt} = \Sigma_i S_i \cdot \frac{d \ln w_i}{dt} + \Sigma_i S_i \cdot \frac{d \ln x_i}{dt} \quad \text{(A-13)}$$

結局、(A-11)、(A-12)、(A-13) より（上述の仮定の下で)

$$\Psi \equiv \frac{\partial \ln y}{\partial t} = -\frac{\partial \ln C}{\partial t}$$

と表わせる。

なお、(A-11)、(A-12) 式から、例えば、translog 型生産関数に整合的な Divisia index を用いて技術進歩率を導くこともできる（費用関数の場合も同様)。

今、費用関数を (A-5) 式のように homothetic な translog 型関数で表わすと、

$$\frac{\partial \ln C}{\partial t} = \alpha_t + \alpha_{tt} t + \alpha_{1t} \ln w_1 + \alpha_{2t} \ln w_2 + \alpha_{3t} \ln w_3$$

ここで、

$$\alpha_t = \left. \frac{\partial \ln C}{\partial t} \right|_{c=1,\ y=1,\ w_i=1,\ t=0}$$

これは、基準時における技術進歩率を表わす。また、

$$\alpha_{tt} = \frac{\partial^2 \ln C}{\partial t^2}$$

これは、技術進歩率の変化率を表わす。また、

$$\alpha_{1t} = \frac{\partial^2 \ln C}{\partial \ln p_i \partial t} = \partial S_i / \partial t$$

これは、要素価格一定のもと、生産要素 x_i の分配率の時間的変化率であり（Hicks の意味での）技術進歩バイアスと呼ばれる。この値が全ての生産要素でゼロならば、（Hicks の意味で）中立的と呼ばれる。

(2) 要素間代替

いま、第 i, j 生産要素につき

i) $i \neq j$ のとき

$$\sigma_{ij} \equiv \frac{C \cdot (\partial^2 C / \partial w_i \partial w_j)}{(\partial C/\partial w_i) \cdot (\partial C / \partial w_j)}$$

$$= \left(\frac{\partial^2 C}{\partial w_i \partial w_j}\right) \cdot \left(\frac{w_i w_j}{C}\right) \Big/ \left(\frac{w_i x_i}{C} \cdot \frac{w_j x_j}{C}\right)$$

$$= \left(\frac{\partial^2 \ln C}{\partial \ln w_i \partial \ln w_j} + \frac{\partial \ln C}{\partial \ln w_i} \cdot \frac{\partial \ln C}{\partial \ln w_j}\right) \Big/ \left(\frac{w_i x_i}{C} \cdot \frac{w_j x_j}{C}\right)$$

ii) $i = j$ のとき

$$\sigma_{ii} \equiv \frac{C \cdot (\partial^2 C / \partial w_i \partial w_i)}{(\partial C/\partial w_i) \cdot (\partial C / \partial w_i)}$$

$$= \left(\frac{\partial^2 C}{\partial w_i \partial w_i}\right) \cdot \left(\frac{w_i w_i}{C}\right) \Big/ \left(\frac{w_i x_i}{C} \cdot \frac{w_i x_i}{C}\right)$$

$$= \left(\frac{\partial^2 \ln C}{\partial \ln w_i \partial \ln w_i} + \frac{\partial \ln C}{\partial \ln w_i} \cdot \left(\frac{\partial \ln C}{\partial \ln w_i} - 1\right)\right) \Big/ \left(\frac{w_i x_i}{C} \cdot \frac{w_j x_j}{C}\right)$$

と定義する。

このとき σ_{ij}、σ_{ii}は、アレンの偏代替弾性（Allen Partial Elasticity of Substitution）と呼ばれる概念となる（特に i=j のとき、自己偏代替弾性と呼ばれる）。σ_{ij}が正値のとき、第 j 財の価格の上昇によって、第 i 財の投入量が（第 j 財の投入量に代替して）増加することを意味し、第 i 財と第 j 財が代替関係であることを意味する。逆に、σ_{ij}が負値のときには、第 j 財の価格の上昇によって、第 i 財の投入量が（第 j 財の投入量の減少と同時に）減少することを意味し、第 i 財と第 j 財が補完関係であることを意味する。

一方、自己偏代替弾性である σ_{ii}は、丁度、費用最小化の 2 階の条件（Hessian matrix が、半負値定符合であること）の一つになっており、その値が非正値であること（すなわち、第 i 財の価格の上昇によって、第 i 財の投入量が減少しないこと）が、必要である。またそれが満たされないと生産技術につき同一の情報を持つ dual な生産関数が想定できないことになる。次に上式を変形すると、生産要素需要の価格偏弾性値を導くことができる。

$$\frac{\partial \ln x_i}{\partial \ln w_j} = \left(\frac{\partial x_i}{\partial w_j} \cdot \frac{w_j}{x_i}\right)$$

$$= \left(\frac{\partial x_i}{\partial w_j} \cdot \frac{C}{x_i x_j}\right) \cdot \left(\frac{w_j x_j}{C}\right)$$

$$= \sigma_{ij} \cdot \left(\frac{w_j x_j}{C}\right)$$

σ_{ij}式は、i=j のとき、需要の自財価格弾性（own price elasticity）、$i \neq j$ のとき、需要の交叉価格弾性（cross price elasticity）と呼ぶ。

補論5：推計パラメター

推計されたパラメターは次のとおり。

第8表　推計結果（都市銀行）

	SSE	R^2
費用関数式	0.08211	0.9993
調達資金(X_1)コスト・シェア式	0.05776	0.9205
実物資本(X_2)コスト・シェア式	0.01058	0.9045

	パラメター	t 値
β_y	0.94970	263.91
β_{yy}	0.01962	1.75
β_1	0.73931	149.94
β_2	0.09265	5.36
β_3	0.16798	9.52
β_{11}	0.15436	38.24
β_{22}	0.01642	7.50
β_{33}	0.05898	17.23
β_{12}	−0.06790	−32.03
β_{13}	−0.09847	−28.98
β_{23}	0.02048	34.92
β_t	−0.00781	−15.13
β_{tt}	0.00015	−1.52
β_{1t}	0.00630	45.39
β_{2t}	−0.00236	−38.21
β_{3t}	−0.00236	−38.21

N=13 T=23 NT=299（N：企業数、T：期間）

第9表　推計結果（地方銀行）

	SSE	R^2
費用関数式	0.45287	0.9994
調達資金(X_1)コスト・シェア式	0.31882	0.8370
実物資本(X_2)コスト・シェア式	0.13675	0.5852

	パラメター	t 値
β_y	0.91532	79.57
β_{yy}	0.01594	1.38
β_1	0.70012	170.28
β_2	0.07098	12.31
β_3	0.22890	33.01
β_{11}	0.18212	33.63
β_{22}	0.01809	3.52
β_{33}	0.10209	48.55
β_{12}	−0.04906	−9.67
β_{13}	−0.13306	−67.63
β_{23}	0.03097	41.75
β_t	−0.00402	−18.52
β_{tt}	0.00007	1.79
β_{1t}	0.00510	114.45
β_{2t}	−0.00112	−37.58
β_{3t}	−0.00236	−72.48

N=62 T=23 NT=1426（N：企業数、T：期間）

第10表　推計結果（相互銀行）

	SSE	R^2
費用関数式	1.02043	0.9963
調達資金(X_1)コスト・シェア式	0.75502	0.6677
実物資本(X_2)コスト・シェア式	0.18844	0.3880

	パラメター	t 値
β_y	0.91595	75.69
β_{yy}	0.02437	1.58
β_1	0.70983	137.01
β_2	0.13701	21.40
β_3	0.15315	18.43
β_{11}	0.13235	32.96
β_{22}	0.04548	10.01
β_{33}	0.03691	36.91
β_{12}	−0.07046	−15.83
β_{13}	−0.06189	−73.84
β_{23}	0.02498	24.72
β_t	−0.00396	−12.63
β_{tt}	0.00003	1.90
β_{1t}	0.00366	62.46
β_{2t}	−0.00100	−31.14
β_{3t}	−0.00267	−40.01

N=69 T=23 NT=1587（N：企業数、T：期間）

第11表　推計結果（都市銀行、地方銀行、相互銀行）

	SSE	R^2
費用関数式	1.7169	0.9941
調達資金(X_1)コスト・シェア式	1.4303	0.7163
実物資本(X_2)コスト・シェア式	0.2858	0.5486

	パラメター	t 値
β_y	0.9153	140.28
β_{yy}	0.0383	2.06
β_1	0.7015	246.96
β_2	0.0925	25.65
β_3	0.2060	44.85
β_{11}	0.1619	81.11
β_{22}	0.0318	21.55
β_{33}	0.0723	17.12
β_{12}	−0.0607	−52.16
β_{13}	−0.1012	−62.40
β_{23}	0.0289	31.71
β_t	−0.0085	−22.17
β_{tt}	0.0039	15.89
β_{1t}	0.0066	86.12
β_{2t}	−0.0018	−47.97
β_{3t}	−0.0047	55.81

N=138 T=23 NT=3174（N：企業数、T：期間）

以　上

【参考文献】

植草　益・鳥井昭夫、「Stochastic Production Frontiers を用いた日本の製造業における技術的非効率性の計測」、『経済学論集』51－3、東京大学、1985年

粕谷宗久、「Economies of Scope の理論と銀行業への適用」、『金融研究』第5巻第3号、日本銀行金融研究所、1986年7月

筒井義郎、「金融機関の規模の経済性と技術的非効率性」、『オイコノミカ』第22巻、第3・4合併号、1986年

Afriat, S. N., "Efficiency Estimation of Production Function", *International Economic Review* 13-3, 1972.

Aigner, Dennis and Shin Fan Chu, "On Estimating the Industry Production Function", *American Economic Review* 58-4, 1968.

Amemiya, Takeshi and Poirier, D. J., "On the Estimation of Production Frontiers: Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of a Discontinuous Density Function", *International Economic Review* 17-2, 1976.

Aigner, Dennis, Lovell, C. A. Knox and Peter, Schm, "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models", *Journal of Econometrics* 6-1, 1977.

Bol, Georg, "On Technical Efficiency Measures: A Remark", *Journal of Economic Theory* 38, 1986.

Breusch, T. S. and Pagan, A. R., "The Lagrange Multiplier Test and Its Applications to Model Specification in Econometrics", *Review of Economic Studies* 47, 1978.

Chu, Shin Fan, "On the Statical Estimation of Parametric Frontier Production Functions: A Replay and Further Comments", *Review of Economics and Statistics* 60-3 1978.

Diewert, W. E., "Exact and Superlative Index Numbers", *Journal of Econometrics* 4, 1976.

Fare, R. and Lovell, C. A. Knox, "Measuring the Technical Efficiency of Production: Reply", *Journal of Economic Theory* 25, 1981.

Farrell, M. J., "The Measurement of Productive Efficiency", *Journal of the Royal Statistics Society* A120-3, 1957.

──── and Fieldhouse, M., "Estimating Efficient Production Under Increasing Returns to Scale", *Journal of the Royal Statistics Society* A125-2, 1962.

Forsund, Finn R. and Hjalmarsson, Lennart, "On the Measurement of Productive Efficiency", *Swedish Journal of Economics* 76-2, 1974.

──── and ────, "Generalized Farrell Measures of Efficiency: An Application to Milk Processing in Swedish Dairy Plants", *Economic Journal*, 1979.

────, Lovell, C. A. Knox and Schmidt, Peter, "A Survey of Frontier Production Functions and of their Relationship to Efficiency Measurement", *Journal of Econometrics* 13, 1980.

Greene, William H., "Maximum Likelihood Estimation of Econometric Frontier Functions", *Journal of Econometrics* 13, 1980.

────, "On the Estimation of a Flexible Frontier Production Model", *Journal of Econometrics* 13, 1980.

Griliches, Zvi and Hausman, Jerry A., "Errors in Variables in Panel Data", *Journal of Econometrics* 31, 1986.

Hausman, Jerry A. and Taylor, William E., "Panel Data and Unobservable Individual Effects", *Econometrica* 49-6, 1981.

Jondrow, James, Lovell, C. A. Knox, Materov, Ivan S. and Schmidt, Peter, "On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model", *Journal of Econometrics* 19, 1982.

Kiefer, Nicholas M. and Salmon, Mark, "Testing Normality in Econometric Models", *Economics Letters* 11, 1983.

Kopp, Raymond J. and Diewert, W. Erwin, "The Decomposition of Frontier Cost Function Deviations into Measures of Technical and Allocative Efficiency", *Journal of Econometrics* 19, 1982.

Kumbhakar, Subal C., "The Specification of Technical and Allocative Inefficiency in Stochastic Production and Profit Frontiers", *Journal of Econometrics* 34, 1987.

Lau, Laurence J. and Yotopoulos, Pan A., "A Test for Relative Efficiency and Application to Indian Agriculture", *American Economic Review* 61-1, 1971.

Lee, Lung Fei, "A Test for Distributional Assumptions for the Stochastic Frontier Functions", *Journal of Econometrics* 22, 1983.

——— and Tyler, William G., "The Stochastic Frontier Production Function and Average Efficiency: An Empirical Analysis", *Journal of Econometrics* 7, 1978.

Leibenstein, H., "Allocative Efficiency vs X-Inefficiency", *American Economic Review* 56, 1966.

Lovell, C. A. Knox and Sickles, Robin C., "Testing Efficiency Hypotheses in Joint Production: A Parametric Approach", *Review of Economics and Statistics*, 1983.

Magnus, Jan R., "Multivariate Error Components Analysis of Linear and Nonlinear Regression Models by Maximum Likelihood", *Journal of Econometrics* 19, 1982.

Meeusen, Wim and van den Broek, Julien, "Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error", *International Economic Review* 18-2, 1977.

Meller, P., "Efficiency Frontiers for Industrial Establishments of Different Sizes, Explosions in Economic Research", *Occasional Papers of the National Bureau of Economic Research* 3, 1976.

Millineaux, Donald J., "Economies of Scale and Organizational Efficiency in Banking: A Profit Function Approach", *Journal of Finance* 33-1, 1978.

Mundlak, Yair, "On the Pooling of Time Series and Cross Section Data", *Econometrica* 46-1, 1978.

Olson, Jerome A., Schmidt, Peter and Waldman, Donald M., "A Monte Carlo Study of Estimators of Stochastic Frontier Production Functions", *Journal of Economometrics* 13, 1980.

Pitt, Mark M. and Feidee, Lung, "The Measurement and Sources of Technical Inefficiency in the Indonesian Weaving Industry", *Journal of Development Economics* 9, 1981.

Richmond, J., "Estimating the Efficiency of Production", *International Economic Review* 15, 1974.

Schmidt, Peter, "On the Statistical Estimation of Parametric Frontier Production Functions", *Review of Economics and Statistics* 58-2, 1976.

———, "On the Statistical Estimation of Parametric Frontier Production Functions: Rejoinder", *Review of Economics and Statistics* 60-3, 1978.

——— and Lovell, C. A. Knox, "Estimating Technical and Allocative Inefficiency Relative to Stochastic Production and Cost Frontiers, *Journal of Econometrics* 9-3, 1979.

——— and ———, "Estimating Stochastic Production and Cost Frontiers when Technical and Allocative Inefficiency are Correlated", *Journal of Econometrics* 13, 1980.

——— and Lin, Tsai-Fen, "Simple Tests of Alternative Specifications in Stochastic Frontier Model", *Journal of Econometrics* 24, 1984.

Seitz, Wesley D., "The Measurement of Efficiency Relative to a Frontier Production Function", *American Journal of Agricultural Economics* 52-4, 1970.

———, "Productive Efficiency in the Steam-Electric Generating Industry", *Journal of Political Economy* 79-4, 1971.

Sickles, Robin C., "A Nonlinear Multivariate Error Components Analysis of Technology and Specific Factor Productivity Growth with an Application to the U. S. Airlines", *Journal of Econometrics* 127, 1985.

Sickles, Robin C., Good, David and Johnson, Richard L., "Allocative Distortions and the Regulatory Transition of the U. S. Airline Industry", *Journal of Econometrics* 33, 1986.

Stevenson, Rodney E., "Likelihood Functions for Generalized Stochastic Frontier Estimation", *Journal of Econometrics* 13, 1980.

Stigler, G. J., "The Existence of X-Efficiency", *American Economic Review* 66-1, 1976.

Timmer, C. P.,, "Using a Probabilistic Frontier Production Function to Measure Technical Efflciency", *Journal of Political Economy* 79-4, 1971.

Toda, Y., "Estimation of a Cost Function When the Cost is Not Minimum: The Case of Soviet Manufacturing Industries, 1958-71", *Review of Economics and Statistics*, 58-3, 1976.

———, "Substitutability and Price Distortion in the Demand for Factors of Production: An Empirical Estimation", *Applied Economics* 9-2, 1977.

Trosper, R. L., "American Indian Relative Ranching Efficiency", *American Economic Review* 68-4, 1978.

van den Broek, Julien, Forsund, Fin R., Hjalmarsson, Lennart and Meeusen, Wim, "On the Estimation of Deterministic and Stochastic Frontier Production Functions: A Comparison", *Journal of Econometrics* 13, 1980.

Yotopoulos, Pan A. and Lau, Laurence J., "A Test for Relative Economic Efficiency", *American Economic Review* 63-1 1973.

Zieschang, Kimberly D., "An Extended Farrell Technical Efficiency Measure", *Journal of Economic Theory* 33, 1984.