日本銀行金融研究所「金融研究」第７巻第２号（昭和63年８月）

非線形分散変動モデルによる日次・週次為替レート変動分析*

刈　屋　武　昭**
松　江　由美子***

要　　旨

為替取引、特に為替オプション取引は、しばしばボラティリティ（分散・変動性）取引といわれる。こうした為替取引で重要な点は、為替レートの平均的な変化の方向のみならず、その変動の大きさ（ボラティリティ）であり、またそのボラティリティは一般に時間とともに変化しているとみられている。実際、最近の多くの実証結果からも、為替を含めた金融資産価格（株、債券、商品先物等）のボラティリティは、過去の値に依存して変化することが確認されている。

本論文では、このような過去の値に依存して変化するボラティリティをモデル化した Taylor（1980、1982、1986）の非線形ボラティリティ変動モデルに基づいて、日次および週次為替レートランダムウォーク仮説を、確率的トレンド対立仮説に対して検定する。ランダムウォーク仮説は、「過去の為替レートの変動から将来の変動の予測可能性を求めること」を否定した仮説であり、Taylor モデルでは、分散（ボラティリティ）が変化しうるモデルとして表現されている（収益率が無相関なモデル）。実証分析の結果は、日時レートについては、すべての標本期間に対してラ

* 本論文は刈屋が客員研究員として、また松江が客員研究生として日本銀行金融研究所に在籍していた期間に行った研究である。なお、深尾光洋氏（日本銀行金融研究所）のコメントに感謝したい。

**　一橋大学教授
***　帝京大学非常勤講師

ンダムウォーク仮説を棄却する。他方、週次レートでは、月曜日レートの変動はランダムウォーク的であると判断されるが、火曜日レートは比較的長いラグの系列相関をもった変動をし、ランダムウォーク仮説は常に棄却される。他の曜日については、4年間以上の標本期間では同仮説を棄却する。さらに資本自由化（1980年12月）前では、為替レート変動が過去と長い相関があったのに対して、自由化後ではそれが短くなっていることをみる。

上記のようにランダムウォーク仮説を棄却することは、将来の為替レート変動の予測可能性を認めることになるが、それが直ちに利益追求可能性とはならない。実際、利益追求可能性の問題は、変動の予測可能性に加えて、取引コスト等制度的要因が問題となる。その問題を議論するのが、1）**市場の情報効率性**の問題であり、我々の結果は市場の情報非効率性を部分的に支持する結果を提供する。特に資本自由化前と自由化後の比較結果によれば、自由化前では制度的要因に起因した予測可能性が明らかに高く、それによる利益追求可能性が高かったことを示し、日本の投資家と外国の投資家の間にはその予測可能性を実際に利用できる範囲に差があったことを示している。

またランダムウォーク仮説の成否は、リスク回避的効用関数を前提とした主体的均衡概念との斉合性、裁定理論的発想に基づくリスクプレミアム理論との斉合性、マクロ理論的モデルとの斉合性、等2）**為替レート決定理論**との関係でも重要となる。しかしこの問題はまだ十分に研究されていないのが現状である（例えばLevich（1985）、Isard（1987）、Takagi（1988）を参照）。この問題は、その解析的基礎とする経済学的先験性（理論）の設定の仕方に依存するため、一般的展開が難しい。

ランダムウォーク仮説棄却のもう一つの興味ある問題は、3）**政策的インプリケーション**である。この問題は複雑であり、まだ十分研究されていない。というのは、実際に観察される為替レートが仮にランダムウォーク的変動をしないとしても、それは政策的介入の影響を受けたことによる可能性があるためである。Corrado and Taylor（1986）は、介入がない場合の為替レートがランダムウォークであるとして、介入行動がその変動にどのように影響するかをみている。この論文では、彼らの結果を若干拡張し、介入行動のパターンによっては、介入が為替の変動性を拡大する可能性があることをみる。

その他、本論文の実証結果の重要な点として次の点が注記される。

(1) 昨日の価格のトレンドからの絶対偏差 $|x_{t-1}-\overline{x}|$ が今日の価格変化（ボラティリティ）に影響を与える割合は、平均的に約15％である。

(2) 新しい情報が将来に影響する持続期間は10日程度である。

1. ランダムウォーク仮説の意味と要約

(1) フレームワーク

本論文では、Taylor（1980、1982、1986）方式に従って、日次および週次円／ドル為替レート変動ランダムウォーク（RW）仮説を検定し、棄却する。為替レート変動に関するランダムウォーク仮説の重要性は、少なくとも次の3つの視点から議論しうる。

1) 市場の情報効率性
2) 為替レート決定理論

3)　政策的インプリケーション

これらの点については1.および2.でふれるが、この点を議論しようとする場合、何をアプリオリな前提とするかが問題となる。一般に計量経済実証分析は、経済学的先験性と統計学的先験性と過去の経験的知識（実証的蓄積）に基づいている。通常、経済学的先験性（もしくはその演繹的結論）は「理論」とよばれ、統計学的先験性は「統計的仮定」とよばれる。多くの実証分析では、論理実証主義的発想からであろうが、

「理論」→「統計的仮定」→「データによる検証」

という形式をとる。しかしこのアプローチでは、常に「統計的仮定」は「理論」と同様にもう一つの仮定であり、「データによる検証」は経済学的先験性と統計的先験性についての同時的検証である。従って実証分析では、「統計的仮定」も「理論」と同程度に重要であり、その定式化には十分注意を払う必要がある。加えて、為替レート変動現象のように、ゲーム論的不確実性を含み（刈屋1986)、その変動プロセスを知ることで利益可能性が得られ、多くの要因に依存した変動性の非常に高い現象では経済学的先験性は統計的先験性以上に仮説的な側面が強く、実証分析ではその暫定性を考慮に入れるべきであると考える。とくにその因果性は、そうであろう（経済現象での因果性についての議論は刈屋・翁(1987)を参照)。このような現象に対しては、帰納的発想をとり入れた、「データと無矛盾的な統計的モデルの範囲の設定」から「その統計的モデルと斉合的な経済理論的説明」への方向、というアプローチも重要である。以下に述べる Taylor のフレームワークはこのような発想に基づいているといえよう。その概略を述べるために、ランダムウォークを定義する。なお為替レート実証分析結果のサーベイについては、Meese and Rogoff (1983)、Levich (1985)、Isard (1987)、Takagi (1988) 等を参照。

$\{Z_t\}$ を為替レート時系列プロセスとし、収益率を

$$x_t = \log Z_t - \log Z_{t-1} \tag{1}$$

で定義する。一般に、収益率のプロセス $\{x_t\}$ がホワイトノイズに従うとき、プロセス $\{\log Z_t\}$（もしくは略して $\{Z_t\}$）はランダムウォークに従うという。しかし重要な点は、$\{x_t\}$ は次のどの意味でホワイトノイズであるか、という点である。

(i)　$\{x_t\}$ iid ガウス (Bachelier 1900)
(ii)　$\{x_t\}$ iid (Fama 1965)
(iii)　$\{x_t\}$ 独立プロセス
　(i.e., 任意の $x_{t1},\cdots,x_{tn}$ は独立)
(iv)　$\{x_t\}$ 無相関プロセス
　(i.e., $t \neq s$ のとき x_t と x_s は無相関)

ただし、「iid」は、互いに独立に同じ分布をもつことを示す (independently and identically distributed)。(iii) (iv) は Granger = Morgenstern (1970) がホワイトノイズの定義として用いている。以下では、$\{x_t\}$ は常に2次モーメントをもつと仮定する。このとき (i) (iv) について次の包合関係が成立する。

(i) → (ii) → (iii) → (iv)

注意すべき点は、(i) (ii) では分散は一定であるが、(iii) (iv) ではそれは変化しうることである。我々のランダムウォークの定義としては次のものを採用する。

[定義] (1)式の収益率 $\{x_t\}$ が無相関プロセ

スであるとき、$\{Z_t\}$ はランダムウォークに従うという。

実際、以下でみるように、一般に為替レート時系列は、$\{x_t\}$ が

1) 独立系列でない (日次、週次)

2) 非線形構造をする (日次)

3) 条件付分散は変化する (日次、週次)

という特徴をもつ。これらの特徴から、x_t もしくは $\log Z_t$ に基づく線形モデルと iid 誤差項を前提とした多くのランダムウォーク仮説検定方式は有効でないことになる。その詳細は6.で述べる。この論文では1)、2)、3)の特徴と斉合的なモデルとして、Taylor の非線形(条件付)分散変動モデル

$$x_t-\mu=u_t v_t \quad (v_t>0) \tag{2}$$

を採用し、上記の定義の意味でのランダムウォーク仮説

$$H_0: \mathrm{Cov}(x_t,\ x_s)=0 \quad (t\neq s) \tag{3}$$

を検定する。ここで $\{u_t\}$ と $\{v_t\}$ は互いに独立な確率プロセスであり、$\{u_t\}$ は平均0の正規定常プロセスに従うと仮定する。従って v_t は条件付標準偏差を表し、それは時間とともに確率的に変化する。このモデルの詳細は3.で述べる。なお Engel (1982) が提唱する ARCH(p) モデル (autoregressive conditional heteroscedastic model of order p) も形式的には

$$v_t^2=\alpha_0+\Sigma_{i=1}^{p}\alpha_i(x_{t-i}-\bar{x})^2 \quad (\alpha_i>0) \tag{4}$$

とおくことで(2)の形をもつが、プロセス $\{u_t\}$ と $\{v_t\}$ は独立なプロセスではなく、条件付標準偏差 v_t は過去の収益率 x_{t-i} $(i>0)$ の決定論的関数となっている。

モデル(2)では x_t の平均 E (x_t) (リスクプレミアム (1.および2.参照)) 一定 μ の仮定をおいている。後にみるように、仮にそれが時間に依存しても、その変動は条件付標準偏差の変動の大きさと比べると非常に小さく、それを近似的に一定(とくに0)とみなしても以下の結論には影響を与えないとみている。この点も、多くの(カバーされない)金利平価モデルによる変動リスクプレミアムの視点と異なっている。

Taylor のアプローチのもう1つの特徴は、(3)の帰無仮説に対する対立仮説として、新しく入ってきた情報はゆっくりと解釈され、ゆっくりと価格に反映されることを表現した確率的トレンド対立仮説

$$H_1: \rho_\tau=D\phi^\tau \quad (\phi>0,\ D>0) \tag{5}$$

を採用し、この対立仮説に対して(近似的に)強力な検定(特にT検定とよぶ)を用いる点にある。ここで、ρ_τは $\{u_t\}$ の自己相関係数である。多くのランダムウォーク検定では、線形的モデルで誤差項に iid を仮定するのみならず、対立仮説を注意深く特定化しない。従って検出力は一般に低いと考えられる。Hakkio (1986) はモンテカルロ法に基づいてこの点を指摘している。また Frankel and Meese (1987) は Dickey=Fuller 検定についてこの点を指摘している。

以上のフレームワークのもとに、我々は日次および週次円/ドル為替レート変動分析を第1表の期間について行った。

モデル(2)について若干のコメントをする。第1に $\{x_t\}$ は正規プロセス $\{u_t\}$ の混合 (mixture) プロセスであるから、多くの論文によって観測されている日次および週次為替レートの収益率 $\{x_t\}$ の尖度が3より大きいという事実 (leptokurtic) を説明できる構

第1表　分析対象標本期間

期　間Ⅰ	1986.10.9～1987.10.8	（最近1年間）	日	
Ⅱ	1985.10.9～1987.10.8	（〃 2年間）	日	
Ⅲ	1984.10.9～1987.10.8	（〃 3年間）	日	週
Ⅳ	1983.10.9～1987.10.8	（〃 4年間）	日	週
Ⅴ	1982.10.9～1987.10.8	（〃 5年間）	日	週
Ⅶ	1981.1.1～1987.10.8	（資本自由化後）	日	週
Ⅹ	1977.10.9～1987.10.8	（最近10年間）	日	週
Ⅲ*	1977.1.1～1980.12.31	（資本自由化前）	日	週
Ⅴ*	1977.10.9～1982.10.8	（前半5年間）	日	週

（注）　日は日次データ、週は週次データの分析期間

造になっている。この問題は $\{x_t\}$ の分布の問題として取扱われ、$\{x_t\}$ に iid を仮定して安定分布、混合正規分布（t 分布を含む)、等をフィットしたりする（Westerfield 1977、Friedman and Vandersteel 1982、Boothe and Glassman 1987、So 1987)。しかし $\{x_t\}$ は iid でないから、このような分布研究は注意を要する。第2に Domowitz and Hakkio（1985）は、金利平価モデルのリスクプレミアムを説明するために ARCH モデルを用いている。彼らは、この条件付分散変化モデルはそのリスクプレミアムを十分説明できないとしている。我々の発想は、すでに述べたように経済学的先験性を議論の基礎においていないので、このような視点から線形モデル(2)を利用するのではない。

(2)　ランダムウォークの意味

(1)で述べたランダムウォーク仮説の重要性について議論しよう。まず

1)　市場の効率性についてであるが、その定義として「過去の為替レート系列 $\{Z_{t-j}: j>0\}$ は将来の為替レート変動を予測する上で役に立たないとき、市場は情報効率的であるという」（ウィーク型）を採用しよう。

［定義］の意味でのランダムウォークは、系列 $\{x_t\}$ の無相関性であるので、非線形モデル(2)のもとでその無相関性が成立しても条件付分散の変動パターンの予測可能性が確保され、その情報を利用した予測可能性が得られるかもしれない。とくにオプションを利用すると、そのストラトジーとして、変動性が大きくなることが予測される場合、例えばストラドルのポジションをとることで利益可能性がえられるであろう。しかし、$\{x_t\}$ が無相関である場合、為替レートの水準 $\{Z_t\}$ の予測としてそれを利用するのは困難であろう。その意味では、我々のランダムウォーク仮説も市場の情報効率性を表現しているといえよう。さて、市場の情報非効率性は通常、取引に関する制度的要因、情報公開、情報入手コスト、等市場に何らかの不完全性があることに起因するとする。もちろんランダムウォーク仮説が成立していないとしても、必ずしも直ちに市場は非効率的であることにはならないし、そこでは例えば決定係数等で測った予測可能性の大きさと、取引コ

ストとしての手数料率を勘案した取引ルールとの対応が必要となろう。本論文ではこの点には入らない。また、為替取引手数料が自由化・国際化されていない場合、日本の投資家と外国の投資家の間にその予測可能性を利用できる範囲に差があることになろう。

2) 為替レート決定理論とランダムウォーク仮説との対応については、リスク回避的効用関数を前提にした主体的均衡概念との斉合性、裁定理論的発想に基づくリスクプレミアム理論との斉合性、マクロ的理論モデルとの斉合性、等の問題に関してはまだ十分にその対応性が把握されていないのが現状であろう。これらの問題の議論は、その解析的基礎とする経済学的先験性の設定の仕方に大きく依存するため、一般的展開が難しい。そこでは当然のことながら、投資家がファンダメンタルズの変化の情報を価格に反映させていくスピードとの関係で、時間の概念が重要となる。我々は、統計的先験性を重視する立場から、この問題には関係しないが、多くのこれまでの実証分析をふまえてIsard(1987)が主張する結論「為替レート決定を（カバーされない）金利平価に頼ることは非生産的である」を引用しておく。加えて、Canova and Itoh (1987) が資産選択VAR（ベクトル自己回帰）モデルによって、為替レートの外生性を検証している。このことが為替レート決定理論にもつ意味は大きい、と考えられる。

3) ランダムウォーク仮説の政策的インプリケーションは複雑であり、まだ十分研究されていない。というのは、仮に為替レートがランダムウォーク的変動をするとしても、それは政策的介入の影響を受けた結果であるためである。従ってランダムウォーク仮説が成立しても、必ずしも市場が効率的とはいえないことにもなろう。Corrado and Taylor (1986) は、介入がない場合の為替レートがランダムウォークであるとして、介入行動がその変動にどのように影響するかをみている。この論文では、彼らの結果を若干拡張し、介入行動のパターンによっては為替の変動性を拡大する可能性があることをみる（7.参照)。

(3) 検証結果の要約

日次為替レートの変動については、期間の長さにかかわらず、確率的トレンド対立仮説に対してランダムウォーク仮説を棄却する（6.参照)。条件付標準偏差は、1日前の価格絶対変化 $|x_{t-1}-\overline{x}|$ に約15%反応している、と考えられる。新しい情報に対する確率トレンドの影響の有意な持続期間は10日程度である。資本管理下の期間では、情報が価格に反映される速度が遅く、相対的に長い系列相関をもっていたと判断される。この期間、資本管理下にない国の投資家はこの情報を利用できたであろう。

週次為替レートの変動では、資本自由化後の月曜日の為替レート変動はランダムウォーク的であり、スペクトルトレンドも観察されない。火曜日の為替レート変動は、過去と比較的長い自己相関をもち、ランダムウォーク的でない。条件付標準偏差の変動も最も大きい。その他の曜日については、4年以上の期間では相対的に大きな1次の自己相関がある。

全体的に言えば、絶えずプロセスは少しずつ変化していると考えられる。

2. 為替レート変動プロセスの特徴

(1) 日次為替レート収益率の特徴

イ、$\{x_t\}$ の基本統計量

為替レート収益率プロセス $\{x_t\}$ の特徴を把握するために、平均 (μ)、標準偏差σ、$\mu=0$ に対する t 値、歪度とその標準偏差、尖度とその標準偏差、年平均収益率および異常値の数を第 2 表に掲げてある。この表から、直ちに次のことが観察される。

① $\{x_t\}$ が iid と仮定すると、$\mu=0$ の t 値が有意な期間がいくつかあり、平均値 μ はゼロでないかもしれない。実際、t 値は最近の急激な円高傾向を含んだ期間 II、III、IV、V について有意である。他方、資本管理下の期間 III* およびそれを含んだ期間 V*、X では有意でない。またその平均値 μ（リスクプレミアム）は時間ともに変化する可能性がある。

② しかし、平均値は標準偏差と比べて極めて小さく相対的には無視できる大きさである。このことは $\{x_t\}$ が iid であるかどうかには関係ない。標準偏差は各期間を通じて安定的である。

③ $\{x_t\}$ は iid であると仮定すると、歪度の値はどの期間についても有意でない。歪度はあまり変動しない。

④ $\{x_t\}$ は iid であると仮定すると、尖度はどの期間についても正規分布の尖度 3 より有意に異なっている。とくに最近の期間 III、IV、V が大きい。尖度は安定していない。

⑤ $\{x_t\}$ は iid ガウスであると仮定すると、どの期間についても異常値の数は期待される数よりはるかに多い。

ここで、$\{x_t\}$ が iid で標本数が大きいとき歪度統計量 b に対して近似的に

$$b \sim N\left(\beta, \frac{6}{n}\right) \quad (\beta：母集団歪度)$$

また尖度統計量 k に対して近似的に

$$k \sim N\left(\kappa, \frac{24}{n}\right) \quad (\kappa：母集団尖度)$$

が成立することに注意せよ。①③④⑤については、多くの論文で指摘された事実である (Fama (1965)、Giddy and Dufey (1975)、Islam (1982)、Friedman and Vandersteel (1982)、Takagi (1988) 等を参照。) しかし、これらの結果の非有意性、有意性は $\{x_t\}$ がすくなくとも iid であることを条件とし、その条件が満たされないことが以下で示される。いずれにしても③④⑤から $\{x_t\}$ の iid ガウス性は否定されよう。他方、②の事実は、仮に平均 μ が時間に依存したとしてもその変動はその平均からの乖離の変動と比べてはるかに小さい、と考えられることを示している。このことは、多くのリスクプレミアムや効率性市場の問題を考察する場合のモデルで、時間に依存したリスクプレミアムの変動は、それで説明されない部分に比べて極めて小さいことを意味している。④の尖度が変化する事実は、後にみるように条件付分散の変化としてとらえることができる。またそれは非線形構造とも斉合的となる。いずれにしても、日次為替レート収益率プロセスの基本統計量は、標準偏差を除くと一般に変動するとみるのが適当であろう。その場合、そのような変動をひき起す安定的な基礎構造プロセスがあるのかが問題となる。

第2表　日次収益率基本統計量

		Ⅰ（1年間） 1986.10.9 ~1987.10.8	Ⅱ（2年間） 1985.10.9 ~1987.10.8	Ⅲ（3年間） 1984.10.9 ~1987.10.8	Ⅳ（4年間） 1983.10.9 ~1987.10.8	Ⅴ（5年間） 1982.10.9 ~1987.10.8	Ⅹ（10年間） 1977.10.9 ~1987.10.8	Ⅴ* 1977.10.9 ~1982.10.8	Ⅲ* 1977.1.1 ~1980.12.31	Ⅶ 1981.1.1 ~1987.10.8
標本数		248	497	745	996	1,245	2,487	1,241	992	1,683
平均		− 0.000244	− 0.000809	− 0.000713	− 0.000472	− 0.000481	− 0.000229	0.000038	− 0.000363	− 0.000194
標準偏差		0.0064	0.0071	0.0068	0.0063	0.0064	0.0068	0.0071	0.0065	− 0.0066
t値		− 0.60	− 2.55	− 2.85	− 2.36	− 2.66	− 1.69	0.19	− 1.75	− 1.21
歪度		− 0.15	− 0.24	−0.90	− 1.02	− 0.81	− 0.50	− 0.29	− 0.30	− 0.61
尖度		5.31	5.14	8.74	9.73	8.65	6.91	5.66	8.19	6.71
年平均収益率%		− 5.48	− 17.92	− 15.96	− 10.77	− 10.96	− 5.06	1.61	− 8.25	− 4.26
異常値の数(k)*	2以上	13	26	39	50	64	125	63	52	86
	3 〃	4	6	12	17	19	32	11	16	19
	4 〃	1	2	4	5	6	8	3	4	6
	5 〃			1	2	2	3	2	2	1
	6 〃			1	2	2	3	1	2	1

（注）　*標準偏差の±k倍。

ロ、$\{x_t\}$ の非独立性

$\{x_t\}$ に基づいて標本自己相関係数を

$$r_\tau(x)=\frac{\Sigma_{t=1}^{n-\tau}(x_t-\overline{x})(x_{t+\tau}-\overline{x})}{\Sigma_{t=1}^{n}(x_t-\overline{x})^2} \tag{6}$$

で定義する。$\{x_t\}$ の非独立性を主張するために、次の事実に注目する（Anderson 1971）。

$\{w_t\}$ が iid で n が大きいとき、

$$r_\tau(w)\rightarrow N(0, \frac{1}{n}) \tag{7}$$

この結果を用いると、もし $\{x_t\}$ が、iid であれば n が大きいとき、収益率 $\{x_t\}$、絶対収益率 $\{|x_t|\}$、2乗収益率 $\{x_t^2\}$ に対して

$$r_\tau(x)\sim N(0, \frac{1}{n}),\ r_\tau(|x|)\sim N(0, \frac{1}{n}),$$

$$r_\tau(x^2)\sim N(0, \frac{1}{n}) \tag{8}$$

が成立することになる。第3表は、$r_\tau(x)$, $r_\tau(|x|)$, $r_\tau(x^2)$ を各期間についてラグ$\tau=1, \cdots, 30$に対して計算してある。また第1図には、III, V, X の期間について $r_\tau(x)$, $r_\tau(|x|)$, $r_\tau(x^2)$ を図示してある。表および図から次のことが観察される。

① 一般に収益率 $\{x_t\}$ の自己相関係数は、すべての次数について小さく、$\{x_t\}$ が iid と仮定したときの95%信頼区間（$-1.96/\sqrt{n}$、$1.96/\sqrt{n}$）の中にほとんど入っている。

② 最近の区間 I～V では1次のラグは極めて小さく、昨日の収益率と今日の収益率の間の相関は小さいことを示している。

③ すべての期間について絶対収益率の自己相関係数 $r_\tau(|x|)$ の最初のいくつかは、もし $\{x_t\}$ が iid であれば非常に有意に大きく、$\{x_t\}$ が iid でないことを示している。

④ またすべての期間について、2年以上の期間 $r_\tau(|x|)$ は少なくともラグ$\tau=1$から23まで正であり、大きな変動の後には大きな変動が、小さな変動の後には小さな変動が従うことを意味している（Fama（1965）の観察）。

⑤ 2乗収益率の自己相関係数 $r_\tau(x^2)$ についても、ほぼ③④の事実が観察される。しかし一般に $r_\tau(x^2)$ は $r_\tau(|x|)$ より小さい。

事実③から $\{x_t\}$ は iid であることが否定される。従って $\{x_t\}$ は同じ分布に従わないか、独立でないか、またはその両方であるか、のいずれかとなる。しかし④の事実から独立でないと考えて分析するのが自然である。結果として後に独立でないと判断される。

ハ、$\{x_t\}$ の非線形性

$\{x_t\}$ が線形であるとは、平均系列 $\{\mu_t\}$, 係数系列 $\{b_j\}$ および平均ゼロをもつ iid 確率変数列 $\{\epsilon_t\}$ が存在して

$$x_t-\mu_t=\Sigma_{j=0}^{\infty} b_j\epsilon_{t-j}$$
$$(b_0=1,\ \Sigma_{j=0}^{\infty} b_j^2<\infty) \tag{9}$$

と表現される場合をいう。いま ϵ_t は4次のモーメントをもつとし、x_t の尖度を k とし、$S_t=(x_t-\mu_t)^2$ とおく。このときもし $\{x_t\}$ が線形であれば、S_t の τ 次の自己相関係数 $\rho_{\tau,s}$ は

$$\rho_{\tau,s}=\frac{2}{k-1}\rho_{\tau,x}^2+\frac{k-3}{k-1}\alpha_\tau \tag{10}$$

ただし $\rho_{\tau,x}$ は $\{x_t\}$ の自己相関係数かつ

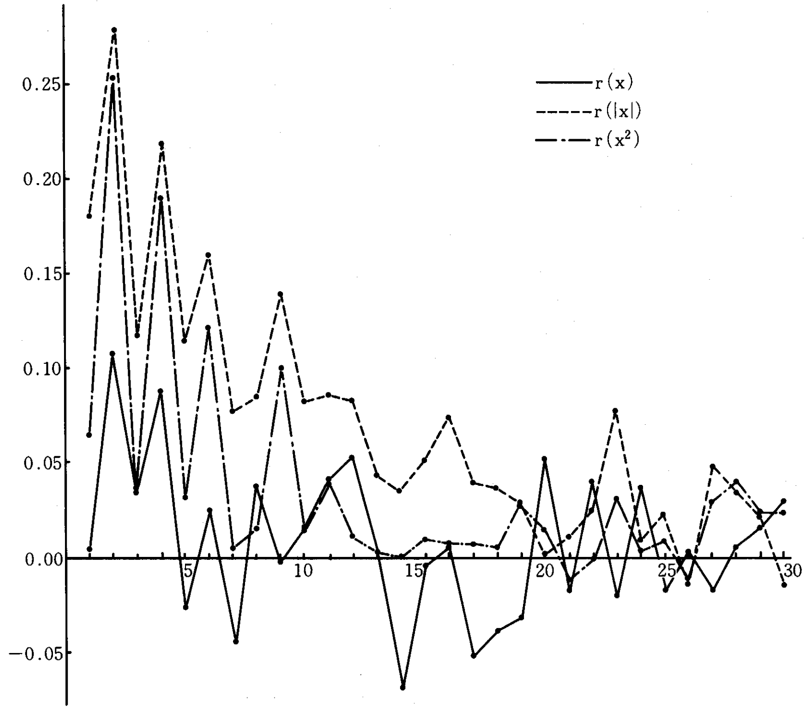
第3表　日次収益率の x, |x|, x^2の自己相関係数

	I 1986.10.9～1987.10.8			II 1985.10.9～1987.10.8			III 1984.10.9～1987.10.8			IV 1983.10.9～1987.10.8			V 1982.10.9～1987.10.8		
	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)
1	.0541	.1666	.0961	.0018	.2194	.1683	.0078	.1809	.0668	.0121	.1921	.0798	-.0081	.1681	.0809
2	.0566	.1633	.1136	.0427	.2012	.1212	.1086	.2795	.2533	.0858	.2707	.2420	.0813	.2512	.2398
3	-.0431	.0181	-.0234	.0410	.1111	.0533	.0353	.1198	.0354	.0324	.1394	.0466	.0614	.1383	.0621
4	.0606	.0224	-.0103	.0368	.1631	.1613	.0880	.2190	.1900	.0830	.2045	.1807	.0815	.2025	.1767
5	.1162	.0313	-.0094	-.0109	.1013	.0588	-.0255	.1156	.0325	-.0160	.1351	.0406	.0002	.1356	.0514
6	.0158	.0802	.0353	-.0105	.1246	.0810	.0265	.1606	.1217	.0328	.1633	.1195	.0319	.1537	.1195
7	.0015	.0139	-.0324	-.0348	.0820	.0196	-.0449	.0774	.0053	-.0293	.0862	.0141	-.0116	.0867	.0172
8	-.0109	-.0056	-.0497	.0611	.0944	.0440	.0373	.0860	.0164	.0399	.1036	.0243	.0494	.1088	.0349
9	.1465	.0889	.0553	.0572	.1363	.1742	-.0017	.1398	.1011	-.0056	.1516	.1025	.0240	.1387	.0974
10	.0271	.0573	-.0060	.0259	.0750	.0247	.0169	.0832	.0158	.0142	.1011	.0270	-.0052	.1122	.0405
11	.0514	-.0274	-.0243	.0813	.1225	.1197	.0419	.0865	.0401	.0465	.0970	.0448	.0307	.1088	.0558
12	-.0041	-.0540	-.0509	.0766	.0957	.0413	.0529	.0834	.0118	.0451	.0871	.0179	.0463	.0789	.0172
13	.0343	.0409	.0062	.0154	.0584	.0342	.0001	.0432	.0054	.0069	.0673	.0145	.0068	.0686	.0193
14	-.0278	-.0632	-.0609	-.0637	.0248	.0147	-.0693	.0365	.0008	-.0408	.0591	.0108	.0510	.0884	.0363
15	.0577	.0122	-.0157	.0034	.0633	.0500	-.0035	.0515	.0106	.0048	.0672	.0186	.0123	.0745	.0234
16	.0422	-.0035	-.0292	.0378	.0974	.0359	.0066	.0752	.0073	-.0054	.0827	.0143	-.0125	.0894	.0333
17	.1101	-.0118	-.0432	-.0826	.0457	.0222	-.0519	.0400	.0074	-.0395	.0555	.0151	-.0637	.0495	.0218
18	-.0326	-.0165	-.0167	-.0662	.0313	.0355	-.0388	.0374	.0063	-.0388	.0532	.0136	-.0291	.0615	.0193
19	.0833	-.0413	-.0336	-.0131	.0394	.0991	-.0314	.0307	.0306	-.0129	.0485	.0360	-.0147	.0602	.0436
20	.1089	-.0634	-.0328	.0658	.0020	.0744	.0526	.0006	.0151	.0456	.0314	.0253	.0237	.0473	.0302
21	-.1255	.0007	-.0014	-.0656	-.0012	-.0208	-.0186	.0118	-.0131	-.0136	.0280	-.0045	-.0110	.0382	-.0014
22	-.0180	-.0296	-.0327	.0215	-.0040	-.0051	.0403	.0256	-.0017	.0455	.0412	.0063	.0275	.0345	.0067
23	-.1039	.0387	.0158	-.0594	.0910	.0889	-.0209	.0785	.0321	-.0262	.0921	.0383	-.0243	.0939	.0470
24	.0584	-.0268	-.0010	.0257	.0101	.0287	.0361	.0091	.0050	.0349	.0255	.0125	.0371	.0516	.0252
25	.0039	-.0443	-.0410	-.0238	-.0250	-.0203	-.0187	.0239	.0097	-.0080	.0438	.0177	-.0075	.0720	.0337
26	-.0158	-.0524	-.0357	-.0195	-.0329	-.0283	.0035	-.0136	-.0132	.0132	.0069	-.0040	.0050	.0053	-.0075
27	-.0601	-.0828	-.0266	-.0395	-.0062	.0100	-.0180	.0491	.0295	-.0038	.0745	.0398	.0144	.0775	.0409
28	-.0465	-.0735	-.0418	-.0509	.0227	.0510	.0061	.0369	.0406	.0005	.0567	.0457	.0080	.0665	.0483
29	.0250	-.0073	-.0451	.0076	-.0408	-.0223	.0176	.0224	.0269	.0278	.0373	.0302	.0145	.0510	.0364
30	-.0297	-.1156	-.0692	.0000	-.0563	-.0326	.0303	-.0147	.0243	.0242	.0139	.0319	.0324	.0184	.0337

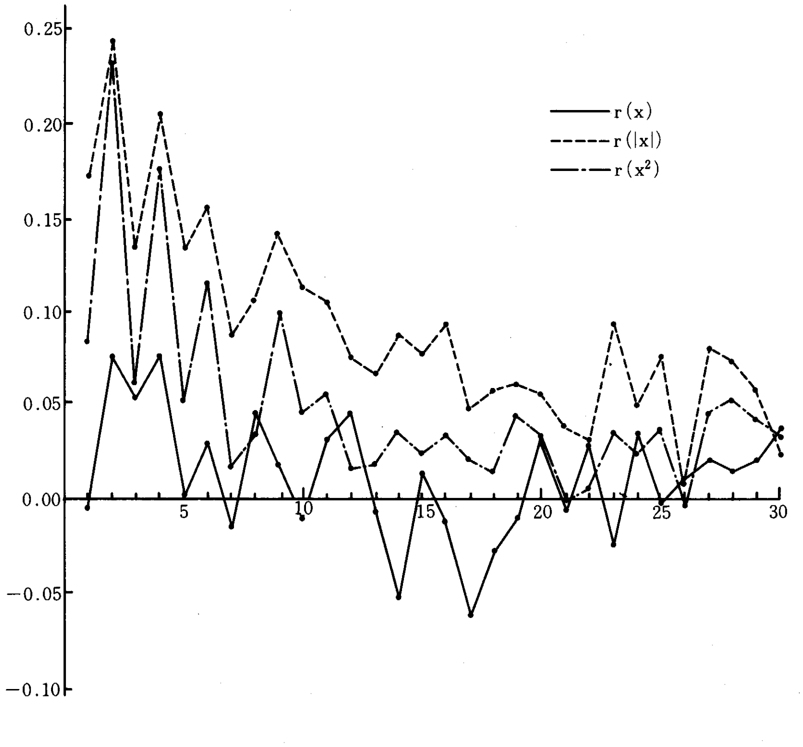
	X 1977.10.9～1987.10.8			Ⅷ 1981.1.1～1987.10.8			Ⅲ* 1977.1.1～1980.12.31			Ⅴ* 1977.10.9～1982.10.8		
	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)
1	.0273	.1674	.1332	-.0042	.1360	.0713	.0789	.2668	.2377	.0504	.1476	.1833
2	.0245	.1624	.1366	.0565	.2061	.2095	-.0345	.1364	.0462	-.0232	.0679	.0227
3	.0426	.1178	.0574	.0634	.1131	.0527	.0119	.1741	.0812	.0298	.0840	.0484
4	.0465	.1502	.1207	.0647	.1899	.1677	.0206	.1304	.0679	.0187	.0843	.0556
5	.0131	.1113	.0512	-.0092	.1297	.0510	.0619	.1318	.0686	.0247	.0703	.0460
6	.0080	.1130	.0706	.0193	.1355	.1042	-.0067	.1180	.0372	-.0145	.0636	.0160
7	-.0042	.0712	.0212	-.0144	.0830	.0171	.0139	.1016	.0445	.0033	.0423	.0227
8	.0329	.0776	.0300	.0582	.1155	.0402	-.0099	.0647	.0320	.0154	.0308	.0207
9	.0345	.0835	.0445	.0274	.1196	.0834	.0447	.0762	.0060	.0476	.0135	-.0196
10	.0398	.0929	.0327	-.0073	.1093	.0438	.1218	.1164	.0340	.0777	.0552	.0171
11	.0495	.0972	.0523	.0397	.1098	.0499	.0567	.1260	.0727	.0642	.0723	.0461
12	.0268	.0980	.0337	.0403	.0777	.0152	.0030	.1704	.0764	.0015	.1034	.0498
13	.0023	.0578	.0190	-.0193	.0546	.0144	.0403	.1091	.0420	.0084	.0335	.0163
14	-.0156	.0722	.0229	-.0306	.1061	.0379	.0187	.0703	.0186	.0077	.0389	.0036
15	-.0153	.0656	.0223	.0053	.0689	.0210	-.0448	.1060	.0408	-.0424	.0418	.0177
16	.0042	.0676	.0293	-.0042	.0827	.0274	.0276	.0911	.0493	.0115	.0297	.0212
17	-.0171	.0605	.0287	-.0442	.0599	.0202	.0320	.1045	.0573	.0156	.0584	.0345
18	.0217	.0693	.0302	-.0225	.0635	.0204	.0933	.1197	.0591	.0619	.0612	.0383
19	-.0130	.1084	.1060	.0101	.0580	.0314	-.0518	.2217	.2262	-.0219	.1362	.1703
20	.0097	.0782	.0387	.0146	.0644	.0329	.0055	.1384	.0625	-.0108	.0823	.0393
21	-.0018	.0496	.0080	-.0071	.0420	.0002	-.0005	.1025	.0351	-.0054	.0435	.0133
22	.0146	.0378	.0151	.0272	.0364	.0046	-.0077	.0781	.0444	-.0002	.0310	.0231
23	.0145	.0689	.0255	-.0005	.0858	.0431	.0394	.0829	.0164	.0399	.0302	-.0002
24	.0124	.0283	-.0009	.0329	.0583	.0198	-.0140	.0171	-.0171	-.0081	-.0102	-.0325
25	.0009	.0429	.0126	-.0163	.0643	.0311	.0319	.0508	.0024	.0006	-.0065	-.0191
26	-.0330	.0077	-.0100	-.0183	.0166	-.0073	-.0419	.0338	.0224	-.0732	-.0071	-.0814
27	.0142	.0566	.0370	.0153	.0907	.0521	.0087	.0452	.0315	.0027	.0147	.0261
28	-.0066	.0594	.0345	-.0022	.0830	.0569	-.0050	.0587	.0172	-.0209	.0261	.0058
29	.0109	.0207	.0051	.0173	.0470	.0271	-.0039	.0247	-.0106	.0020	-.0332	-.0360
30	.0165	.0422	.0287	.0370	.0491	.0403	-.0192	.0802	.0293	.0011	.0442	.0175

第1図 r(x), r(|x|), r(x²)のグラフ

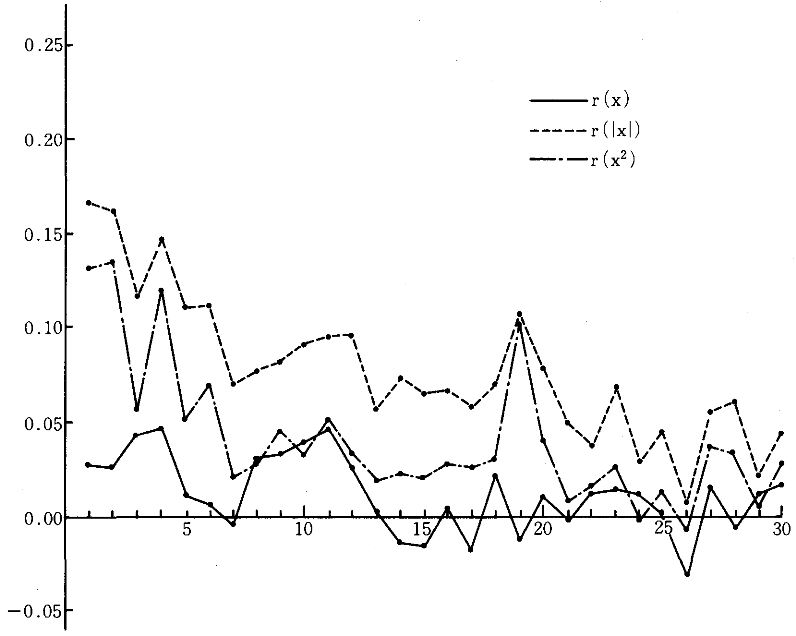
a. 期間Ⅲ（1984.10.9～1987.10.8）



b. 期間Ⅴ（1982.10.4～1987.10.8）



c. 期間Ⅹ（1977.9.20～1987.10.8)



$$\alpha_\tau = \Sigma_{i=0}^{\infty} b_i^2 b_{i+\tau}^2 / \Sigma_{i=0}^{\infty} b_i^4 \geqq 0 \quad (11)$$

と表現される（証明は Taylor (1976) p.60)。ここで

$$\theta = [\mathrm{Var}(x_t) - \mathrm{Var}(\epsilon_t)] / \mathrm{Var}(x_t) \quad (12)$$

とおくと、$k \geqq 3$ に対して

$$0 \leqq \Sigma_{\tau=1}^{k} \rho_{\tau,s} \leqq \max\{\Sigma_{\tau=1}^{k} \rho_{\tau,x}^2, \theta/(1-\theta)^2\} \quad (13)$$

が示される。θ の大きさを考慮するため、予測の平均2乗誤差を

$$\mathrm{MSE}(\tilde{x}_t) = E(x_t - \tilde{x}_t)^2 \quad (14)$$

で定義すると、$\mathrm{Var}(x_t) = \mathrm{MSE}(\mu)$ および $\mathrm{Var}(\epsilon_t) = \mathrm{MSE}(x_t^*)$、ただし、$x_t^*$ は最適予測値 $x_t^* = \mu + \Sigma_{j=1}^{\infty} b_j \epsilon_{t-j}$ となり、θ は最適予測値 x_t^* に対する単純予測値 μ の相対効率を評価していると考えられる。もちろん $0 \leqq \theta \leqq 1$ である。さて為替はそれ自体資産選択の対象となるがゆえに、情報効率的な変動をし、従って最適予測値と単純予測値との平均2乗誤差はそれほど大きく異ならない、例えば高々20％以内と推論されよう。すなわち相対効率 θ は

$$0 \leqq \theta \leqq 0.2 \quad (15)$$

と仮定してもよいだろう。その仮定のもとでは、$\theta / (1-\theta)^2 = 0.4$ となる。他方、第3表より $\rho_{\tau,x}$ の推定値 $r_\tau(x)$ は2年以上のどの期間についてもすべてその絶対値が0.1よりはるかに小さい（最大値0.1086)。従って $|\rho_{\tau,x}| < 0.12$ と仮定すると、結局(13)より $\rho_{\tau,s}$ についての上界

$$\Sigma_{\tau=1}^{30} \rho_{\tau,s} < 0.432 \quad (16)$$

を得る。この上界は、モデルの線形性、θ についての仮定(15)、$|\rho_{\tau,x}| < 0.12$ の仮定によるものであるが、後者2つの仮定を受容すると $\rho_{\tau,s}$ の推定値 $r_\tau(x^2)$ の値から

モデルの線形性が否定される。実際、第3表の$\Sigma_{\tau=1}^{30} r_\tau$ (x^2) の値はすべてこの上界よりもはるかに大きい。従って線形性は、観測値と斉合的でないことになる。

二、曜日効果

第4表には、曜日効果をみるために、期間V（1982.10.9～1987.10.8)、期間V*（1977.10.9～1982.10.8）および期間X（1977.10.9～1987.10.8）について、日次収益率x_tの曜日毎の基本統計量を要約してある。この表から次の点が観察される。

① 前半5年間（V*）では水曜日と金曜日のみが正の平均収益率をもつ。しかし、もしx_tがiidであると前提したとき（こ

第4表 曜 日 効 果

	期間X（1977.10.9～1987.10.8）				
	月	火	水	木	金
標本数	482	498	501	502	504
平均	−0.000143	−0.000688	−0.000325	−0.000629	0.000636
標準偏差	0.0081	0.0071	0.0064	0.0061	0.0059
t 値	−0.39	−2.16*	−1.14	−2.32*	2.41*
歪度	−0.55	−0.91	−0.59	0.09	−0.03
尖度	5.58	8.79	4.77	8.68	4.99
	期間V（1982.10.9～1987.10.8）				
	月	火	水	木	金
標本数	242	249	252	251	251
平均	−0.000026	−0.001069	−0.000711	−0.000639	0.000053
標準偏差	0.0074	0.0070	0.0060	0.0053	0.0059
t 値	−0.05	−2.41*	−1.88	−1.89	0.14
歪度	−0.47	−1.89	−0.81	−0.88	0.43
尖度	5.22	14.04	5.52	6.78	6.50
	期間V*（1977.10.9～1982.10.8）				
	月	火	水	木	金
標本数	240	248	249	251	253
平均	−0.000261	−0.000234	−0.000065	−0.000619	0.001214
標準偏差	0.0088	0.0071	0.0068	0.0067	0.0059
t 値	−0.46	−0.52	0.15	−1.45	3.27*
歪度	−0.58	0.00	−0.47	0.57	−0.49
尖度	5.51	3.77	4.15	8.81	3.89

の前提はすでにみたように成立しないが）t値が有意なのは金曜日のみ（1％水準で有意）である。金曜日の平均収益率0.001214から木曜日の平均収益率−0.000619を差引くと、0.001833となる。すなわち木曜日の終値でドルを買い金曜日の終値でそれを売ると平均的に0.18％の収益率があったことになる（金曜円安傾向）。

② 後半5年間（V）では、正の平均収益率をもつものは金曜日のみとなる。しかしその形式的t値はもはや有意でなく、金曜円安傾向は若干あるにしても、その平均収益率は0.07％程度と極めて小さい。（金曜円安傾向は期間を短くしても弱い形で存在する。）また火曜日の形式的t値は有意であり、平均的に火曜円高傾向があったと考えられる。

③ 前半5年間と後半5年間の各曜日の標準偏差はほとんど変らない。

④ 10年間全体の（X）でみると、火、木、金曜日の形式的t値はともに有意となり、金曜円安傾向はむしろはっきりしている。その場合の平均収益率は0.13％（0.000636＋0.000629）である。その他の曜日では円高傾向を示している。

⑤ 月曜日の各期間のt値は有意でなく、標準偏差は一番大きい。

以上の観察は、iidを前提にした若干形式的な部分もあるが、ある程度有効であろう。しかし、我々のランダムウォーク仮説検定の視点からみると、これらの事実は以下の議論に大きな影響を与えない。というのは、平均水準の大きさはその標準偏差の大きさと比べるとはるかに小さく、自己相関係数に基づく検定方式への影響は小さい。Taylor（1986）ではこのことを解析的に示している。

McFarland, Pettit and Sung（1982）は1975～79年の日次および週次データを用いて安定（Stable）分布を基礎に曜日効果を研究している。彼等は円・ドルを含む9通貨の曜日の効果を調べ、火曜−水曜ドル安傾向、水曜−木曜ドル高傾向があることを述べている。この結果は、対円でみた我々の結果と必ずしも斉合的でない。

(2) 週次収益率の特徴

週次収益率は分析期間を3年間以上にしてあることに注意する。

週次収益率の基本統計量は、後の第7表に掲載してある。この表から次の点が観察される。

① 仮に $\{x_t\}$ がiidであるとすると、期間III, IV, Vの$\mu=0$に対するt値は、すべての曜日について有意であるが、他の期間についてはどの曜日も有意でない。

② 各曜日の平均は期間が異なるとかなり変動するが、標準偏差はかなり安定的である。また日次の場合と同様、平均の水準に比べて標準偏差の方がはるかに大きい。また各曜日間の平均の値はあまり変らず、従って収益率も各期間では差がない。

③ 月曜日は、どの期間についても標準偏差、尖度が最大であり、資本自由化後（1981年以降）の尖度は自由化前と比べてはるかに大きくなっている。

④ 火曜日は、資本自由化後の期間III, IV, V, VIIで尖度は最小であり、標準偏差も他の曜日と比べ全体として最も小さい。しかし最小の尖度も正規分布の場合と比べ有意に大きい。

第5表　週次収益率の x, $|x|$, x^2 の自己相関係数
期間Ⅴ（1982.10.9～1987.10.8）

	月			火			水			木			金		
	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)	r(x)	r(|x|)	r(x^2)
1	-.0036	.1443	.0256	.3040	.2429	.2313	.1416	.1934	.2255	.2250	.1764	.1436	.1809	.1204	.0975
2	.0356	.0989	.0086	.0727	.0800	.0390	.0999	.0880	.0078	.0514	.1373	.0728	.0482	.1457	.0513
3	-.0564	.0798	.0239	-.1024	.0742	.0557	-.0166	.0835	.0221	-.0404	.0742	-.0038	-.0579	-.0204	-.0268
4	-.0197	.0626	.0002	-.0598	.1642	.1267	-.0116	.1131	.0408	.0023	.1103	.0654	.0244	-.0007	-.0216
5	.0823	.1056	.0693	-.0138	.1334	.0929	.0242	.0410	.0350	.0925	.0644	.1335	.0437	-.0127	-.0112
6	.0276	.0780	.0122	.0761	.0720	.0119	-.0191	.0286	-.0084	-.0976	.0125	-.0189	-.0243	.0275	-.0076
7	.0091	.1293	.0156	-.0223	.0605	.0245	.0320	.0214	-.0163	.0007	-.0162	-.0249	.0444	.0024	-.0144
8	-0900	.0277	-.0103	-.1404	.0378	.0359	-.0893	.0572	-.0226	-.0490	.0326	-.0096	-.0372	-.0182	-.0247
9	-.0436	.1013	.0454	-.0130	.1396	.1408	-.0463	.0657	.0468	-.1133	.0063	-.0190	-.0372	-.0205	-.0245
10	.0013	.0415	-.0004	.0615	.0788	.0455	.0591	.1019	.0524	.0624	.0775	.0606	-.0280	.0263	-.0029
11	.1337	.0303	-.0113	.1224	.1491	.1062	.0948	.0841	.0440	.1044	.0591	.0330	.1242	.1227	.0641
12	.0613	.0670	.0100	.1002	.1147	.0967	.1091	.0884	.0533	.1421	.0707	.0298	.0673	.0286	.0026
13	-.0111	-.0281	-.0321	-.0421	.0151	-.0035	.0027	-.0301	-.0297	.0218	-.0374	-.0250	-.0306	-.0248	-.0135
14	.0074	.0282	.0052	-.0679	-.0370	-.0148	-.0178	.0316	-.0270	-.0234	.0615	.0145	.0403	-.0436	-.0347
15	-.0548	-.0354	-.0116	.0133	-.0073	-.0352	.0481	.0715	.0873	.0504	-.0052	-.0108	-.0391	.0042	-.0134
16	.0381	.0153	.0410	-.0052	-.0371	-.0533	-.0063	.1116	.0582	-.0204	.1074	.1201	.0312	.0435	-.0059
17	.0457	-.0077	.0015	.0752	-.0118	-.0059	.0724	.0123	.0385	.0482	-.0032	-.0006	.0843	.0532	.0649
18	.0175	.0072	-.0081	.1030	-.0165	.0072	.0250	.0754	.1193	.0445	.0767	.0962	.0249	-.0212	-.0189
19	.0665	.0805	.1189	.0561	.0701	.1021	.0657	.0326	.0405	.0285	.0013	-.0094	.0685	.1172	.1513
20	-.0006	.0219	-.0049	.0325	.0558	.0489	-.0231	-.0393	-.0126	-.0355	-.0841	-.0489	-.0267	-.0756	-.0415
21	.0228	.0177	-.0004	.0893	.0790	.0106	-.0336	-.0464	-.0482	-.0095	-.0140	-.0338	.0888	.0615	.0346
22	.0848	-.0071	-.0037	.0674	.0142	-.0182	.1116	.0779	.0195	.0763	-.0463	-.0314	.0951	.0068	-.0114
23	.0993	.0728	.0293	.0357	.0501	.0382	-.0124	.0516	.0240	.1106	.0428	.0424	.0498	.0734	.0444
24	-.1165	-.0505	-.0269	-.0575	.0584	.0297	.0440	.0200	.0042	-.0339	-.0272	-.0145	-.0881	-.0812	-.0350
25	-.0359	-.0242	-.0181	-.1249	-.0162	-.0030	-.0612	-.0424	-.0582	-.0553	-.0377	-.0346	-.0872	.0370	.0045
26	-.0119	.0219	-.0079	-.1377	.0365	.0000	-.0293	.0424	-.0104	.0100	.0494	.0333	-.0015	.0527	.0091
27	-.0578	-.0309	-.0039	.0059	-.0574	-.0597	.0738	.1157	.2347	.0741	.1530	.1009	.0006	.0325	-.0096
28	.0873	.0112	.0420	.1113	-.0223	.0972	.0514	.0260	.0865	-.0278	.0925	.1286	.0509	.0613	.0415
29	.0324	.0690	.0510	.1224	.0084	.0764	.0728	-.0385	-.0350	-.0092	-.0078	-.0264	.0401	.0189	-.0089
30	.0378	.0645	.0896	.1172	.1200	.0674	.0316	.0132	-.0350	.1522	.1433	.0947	.1068	.1694	.1560

⑤ 資本自由化後の異常値の数も全体として火曜日が最も少ない。

以上の観察から、週次収益率の場合でも $\{x_t\}$ は iid ガウスホワイトノイズでないと結論される。

次に iid 性を考察するため、各期間の各曜日の自己相関係数 r (x), r (|x|), r (x^2) をみると、日次の場合と同様にそれが否定される。この論文では期間Vの場合のみを第5表に掲げてある。しかし、詳細は省略するが非線形性は主張できない。このことは、我々の非線形モデルがデータの変動と矛盾するのではなく、むしろ尖度が3より大きく時間的に変化していること、また iid でないことから非線形モデルがより斉合的であろうと推察される。

3. 非線形分散変動モデル——Taylor モデル

2.で述べた為替レート収益率の変動の特徴、1)非独立性、2)非線形性、3)分散変動性、を説明するモデルとして

$$x_t-\mu=u_t v_t \tag{17}$$

を採用する。ここで u_t と v_t について次の仮定をおく。

[仮定] (a) 確率プロセス $\{u_t\}$ と $\{v_t\}$ は独立である。

(b) $\{u_t\}$ は平均0、分散1の正規定常プロセスに従う。

(c) v_t は $\{x_{t-j}: j>0\}$ から独立なプロセスである。

この仮定のもとでは、v_t が与えられたときの $x_t-\mu$ の条件付分布は

$$x_t-\mu \mid v_t \sim N\ (0,\ v_t^2) \tag{18}$$

となり、v_t^2 は x_t の条件付分散となる。もちろん v_t の変動により、x_t の条件付分散は変動する。(17)では、x_t の平均値 E (x_t) $=\mu$ は一定と仮定している。2.でみたように、μ は ($\mu=0$ の) t 値が有意の場合もあるが、x_t の標準偏差σに比べて $\bar{x}$ は小さく、μ が仮に時間に依存して変動しても以下の分析に対してその影響は小さいと考えられる。

(17)のモデルの一つの意味づけは Taylor (1986) が次のように与えている。いま ω_{it} を第 t 日1日間に起きる第 i 収益率変動要因とし、第 t 日の収益率は、これらの要因の1次式

$$x_t-\mu=\Sigma_{i=1}^{W_t}\ \omega_{it} \tag{19}$$

と表現されるとする。ここで $\{W_t\}$ は正の整数値をとる独立な確率変数列で、W_t が与えられたとき ω_{it} ($i=1, \cdots, W_t$) は互いに独立に同じ正規分布 N (0, σ_ω^2) に従う。また、$\{\omega_{it}: i=1, \cdots, W_t\}$ ($t=1,2,\cdots$) は互いに独立とする。この結果、収益率変動要因の個数 W_t が与えられると、(19)の x_t の条件付分散は

$$v_t^2=\sigma_\omega^2\ W_t \tag{20}$$

となる。Tauchen and Pitts (1983) で W_t は独立な関連する情報の個数とし、取引量を含めた(19)のモデルを展開している。ここでは、v_t は新しい情報量とその重要性、取引量、市場取引者数、他の市場との関連、等多くの要因を反映したものとし、v_t は第 t 日の終りに x_t と同時的に実現するとする。従って第 t－1日の終りでは v_t の値は観測できない。そして(20)の v_t を用いて

$$u_t=(x_t-\mu)/v_t=\Sigma_{i=1}^{W_t}\ \omega_{it}/\sigma_\omega\sqrt{W_t}$$

と定義する。このとき、v_t が与えられると、$W_t=v_t^2/\sigma_\omega^2$ が決まり、$u_t | v_t \sim N(0, 1)$ が成立する。この分布は与えた条件に依存しないので、無条件に $u_t \sim N(0, 1)$ が成立し、u_t と v_t は独立である。同様に任意の $(u_1, \cdots, u_n)$ と $(v_1, \cdots, v_n)$ の独立性がいえる。従って(19)は［仮定］を満たすモデル(17)を与える。

仮定から、u_t の尖度は $k_u=3$ であり、

$$\delta \equiv E[|u|]=(2/\pi)^{1/2}=0.798$$

となる。また(17)のもとでの x_t の尖度は

$$k_x=k_u E(v_t^4)/[E(v_t^2)]^2>k_u=3$$

となり、$\{v_t\}$ のプロセスに関係なく、2.で観察した事実「x_t は正規分布よりも大きな尖度をもつ」と斉合的である。

$\{v_t\}$ のプロセスの定式化を考えるため、いま $\{u_t\}$ が定常プロセスであり、$\rho_{\tau,u}$ をその相関係数とする。このとき

$$\begin{aligned}\rho_{\tau,x}&=\rho_{\tau,u}E(v_t v_{t+\tau})/E(v_t^2)\\&=\rho_{\tau,u}\{1+\rho_{\tau,v}[\mathrm{Var}(V_t)/E(v_t^2)]\}\end{aligned} \quad (21)$$

$$\rho_{\tau,v} \leqq \rho_{\tau,x}/\rho_{\tau,u} \leqq 1 \quad (22)$$

が成立する。(21)は $\rho_{\tau,u}$ が小さいことと、$\rho_{\tau,x}$ が小さいことが同等であることを示している。(22)は $\rho_{\tau,v}$ が大きいと、$\rho_{\tau,x}$ と $\rho_{\tau,u}$ が類似することを示す。さらに $S_t=(x_t-\mu)^2$ とおくと

$$\rho_{\tau,s}=\rho_{\tau,v2}[\mathrm{Var}(v_t^2)/\mathrm{Var}(S_t)]+c_\tau\rho_{\tau,u2} \quad (23)$$

$$c_\tau=(k_u-1)[E(v_t^2 v_{t+\tau}^2)/\mathrm{Var}(S_t)] \quad (0<c_2\leqq 1)$$

が得られる。u_t は正規であるので、$\rho_{\tau,u2}=\rho_{\tau,u}^2$ (Granger and Newbold 1976) であり、従って(23)の右辺第2項は第1項に比べて小さい。とくに $\rho_{\tau,u}=0$ $(\tau>0)$ ならばその項はゼロである。同様に $M_t=|x_t-\mu|$ に対して

$$\rho_{\tau,M}=\delta^2\rho_{\tau,v}[\mathrm{Var}(v_t)/\mathrm{Var}(M_t)]+d_\tau\rho_{\tau,|u|} \quad (24)$$

$$0\leqq d_\tau=(1-\delta^2)[E(v_t v_{t+\tau})/\mathrm{Var}(M_t)]\leqq 1$$

が得られ、u_t の相関が小さいとき(24)の右辺第2項は小さい。とくに $\rho_{\tau,u}=0$ $(\tau>0)$ ならば u_t は互いに独立となるから、$\rho_{\tau,|u|}=0$ となる。

2.での観察によると、$r_{\tau,x}\equiv r_\tau(x)$ は一般に小さい。このことは(21)より $\rho_{\tau,u}$ が小さいことを意味している。従って(23)および(24)の右辺第2項は近似的に無視できると考えられる。その結果近似的に

$$\begin{aligned}&\rho_{\tau,s}\simeq\rho_{\tau,v2}[\mathrm{Var}(v_t^2)/\mathrm{Var}(S_t)],\\&\qquad 0\leqq\rho_{\tau,s}/\rho_{\tau,v2}\leqq 1/k_u\\&\rho_{\tau,M}\simeq\delta^2\rho_{\tau,v}[\mathrm{Var}(v_t)/\mathrm{Var}(M_t)],\\&\qquad 0\leqq\rho_{\tau,M}/\rho_{\tau,v}\leqq\delta^2\end{aligned} \quad (25)$$

が成立する。(25)より、観測値 $s_t=(x_t-\overline{x})^2$, $m_t=|x_t-\overline{x}|$ が正の相関をもつことと斉合的であるためには、$\rho_{\tau,s}>0$, $\rho_{\tau,M}>0$、従って $\rho_{\tau,v2}>0$, $\rho_{\tau,v}>0$ が必要となろう。

イ、プロセス $\{v_t\}$ の定式化

プロセス $\{x_t\}$ について $\{u_t\}$ の定常性のもとに導出した(25)の条件以外先験的な条件はなく、$\{v_t\}$ の定式化はまさに実証の問題となろう。(25)を満たすプロセス $\{v_t\}$ の1つとして、対数AR(1)モデル

$$\log(v_t)-\alpha=\phi[\log(v_{t-1})-\alpha]+\eta_t, \quad \phi>0 \quad (26)$$

$$\{\eta_t\} \sim \mathrm{iid}\ N(0, \beta^2(1-\phi^2))$$

がある。このモデルのもとでは、

$$\log(v_t) \sim N(\alpha,\ \beta^2)$$

となるから、$k_x = 3\exp(4\beta^2) > 3$ である。また

$$\rho_{\tau,s} = \rho_{\tau,v2} A(\beta),\quad 0 \leqq A(\beta) \leqq \frac{1}{3} \tag{27}$$

$$\rho_{\tau,M} = \rho_{\tau,v} B(\beta),\quad 0 \leqq B(\beta) \leqq \delta^2 = 2/\pi$$

となり、(25)と斉合的である。ここで

$$A(\beta) = [\exp(4\beta^2) - 1] / [3\exp(4\beta^2) - 1] \tag{28}$$

$$B(\beta) = 2[\exp(\beta^2) - 1] / [\pi\exp(\beta^2) - 2]$$

であり、これらは β の単調増加関数である。(26)から $\rho_{\tau,v2}$、$\rho_{\tau,v}$ を計算し、(27)に代入すると

$$\rho_{\tau,s} = A(\beta)\,[\exp(4\beta^2\phi^\tau) - 1] / [\exp(4\beta)^2 - 1]$$
$$\rho_{\tau,M} = B(\beta)\,[\exp(\beta^2\phi^\tau) - 1] / [\exp(\beta^2) - 1]$$
$$\equiv C(\beta)\,[\exp(\beta^2\phi^\tau) - 1] \tag{29}$$

となる。ここで $\rho_{\tau,M}$ はさらに

$$\rho_{\tau,M} = C(\beta)\,[\beta^2\phi^\tau + \frac{1}{2}\beta^4\phi^{2\tau} + \cdots]$$

となり、$D(\beta) = C(\beta)\beta^2$ とおくと、β が小さいとき $\rho_{\tau,M}$ は $D(\beta)\phi^\tau$ で近似されよう。$D(\beta)\phi^\tau$ は、ARMA (1.1) の自己相関係数と同一形をしている。他方、(26)のモデルは、(25)の要請に対応するモデルの1つとして考察するのだが、(25)自体 $\rho_{\tau,u}$ が小さいという前提のもとでの近似式である。従って $\{v_t\}$ のプロセスとして近似的に自己相関 $\rho_{\tau,M} = D(\beta)\phi^\tau$、$\tau > 0$ をもつプロセスと定式化することも可能である。

すなわちもう1つの $\{v_t\}$ のプロセスもしくは log AR (1,1) プロセスの近似として ARMA (1.1) プロセス

$$v_t - \mu_v - \phi(v_{t-1} - \mu_v) = \epsilon_t - \theta\epsilon_{t-1}$$
$$(1 > \phi > 0) \tag{30}$$

を採用できる。このとき v_t の自己相関係数は

$$\rho_{\tau,v} = D\phi^\tau,$$
$$D = (1 - \phi\theta)(\phi - \theta) / \{\phi(1 - 2\theta\phi + \theta^2)\} \tag{31}$$

となる。ただし θ は(25)を満たすことが要請される。

(26)および(30)のモデルでは $\{v_t\}$ は定常的である。$\{v_t\}$ の簡単な非定常的モデルとして(30)で形式的に $\phi = 1$ とおき、v_t について解いた指数平滑モデル

$$v_t = \Sigma_{i=0}^{\infty}(1 - \theta)\theta^i v_{t-1-i} + \epsilon_t$$
$$= (1 - \theta)v_{t-1} + \theta\hat{v}_{t-1} + \epsilon_t, \tag{32}$$
$$\text{ただし}\quad \hat{v}_{t-1} = \Sigma_{i=0}^{\infty}(1 - \theta)\theta^i v_{t-2-i}$$

をとることもできる。上式は形式的表現であって、実際には、t はある過去の一定時点 t−L から出発しているものとする ($v_{t-i} = 0\ (i > L)$)。

すでに述べたように、$\{v_t\}$ についてモデル選択は実証の問題であって、先験的に議論することは難しい。Taylor (1986) では多くの金融時系列の実証結果をふまえて、4.で述べる基準化収益率を得るためのモデルとして非定常モデル(32)を提案している。我々の論文では、プログラムの利用可能性の問題もあって、彼の提案を採用する。

ロ、パラメータ推定

対数 AR (1) モデル(26)を採用した場合の推定法として、$\rho_{\tau,M}$ の表現(29)より最小2乗法的発想により

$$F_2(\phi)=n\Sigma_{\tau=1}^{k}\{r'_{\tau,m}-C(\phi)[\exp(\beta^2\phi^\tau)-1]\}^2 \quad (33)$$

を最小にするようにϕ, βを推定する。ここで

$$r'_{\tau,m}=nr_{\tau,m}/(n-\tau),\quad m_t=|x_t-\overline{x}|$$

である。他方、(30)の ARMA (1.1) モデルについては

$$F_2(\phi)=n\Sigma_{\tau=1}^{k}[r'_{\tau,m}-D\phi^\tau]^2 \quad (34)$$

を最小にするようにD, ϕを推定する。さらにまた非定常モデルでは、$v_t^*=m_t/\delta$として予測の視点から

$$F_3(\phi)=n\Sigma_{t=1}^{n}[v_t^*-\hat{v}_t^*]^2,$$
$$\text{ただし}\quad \hat{v}_t^*=(1-\theta)v_{t-1}^*+\theta\hat{v}_{t-1}^* \quad (35)$$

を最小にするようにθを推定する。

4. 基準化収益率とトレンド対立仮説

(1) 基準化収益率y_tのためのプロセス $\{v_t\}$ の選択

(17)の非線形分散変動モデル $x_t-\mu=u_tv_t$ における条件付標準偏差 v_t は過去の収益率 x_{t-j} （j＞0）とは直接的に関係せず、第t日における市場の活動水準に関係した多くの要因を表し、第t日の終りに x_t と同時的に実現する、とみた。この視点に立つと、x_t の符号を含めた方向を表す $u_t=(x_t-\mu)/v_t$ の推定値としては、v_{t-1} と x_{t-1} と同時的に実現する第t－1日の終りでの v_t の予測値 $\hat{v}_t$ を用いて

$$y_t=(x_t-\overline{x})/\hat{v}_t$$
$$\simeq(x_t-\mu)/\hat{v}_t=u_t(v_t/\hat{v}_t) \quad (36)$$

を採用するのが適当であろう。従って、条件付標準偏差のプロセス $\{v_t\}$ の選択基準は、予測の視点からの選択基準が適当である。以下では1期先予測の標本平均2乗誤差

$$mse(\hat{v}_t)=\Sigma_{t=n_1}^{n}(v_t-\hat{v}_t)^2/(n-n_1) \quad (37)$$

ただし、$\hat{v}_t$ は、t－1時点での v_t の予測値である。(37)はもちろん母集団予測平均2乗誤差

$$MSE(\hat{v}_t)=E(v_t-\hat{v}_t)^2 \quad (38)$$

の推定値である。$\{v_t\}$ は直接観測できないため、$|x_t-\mu|=|u_t|v_t$, $u_t\sim N(0, 1)$, $\delta=E[|u_t|]=0.798$より、

$$v_t^*=m_t/\delta,\ \text{ただし、}m_t=|x_t-\overline{x}| \quad (39)$$

を v_t の推定値とみなす。従って v_t の予測値 $\hat{v}_t$ も m_t の予測値 $\hat{m}_t$ を用いて

$$\hat{v}_t=\hat{m}_t/\delta \quad (40)$$

と定義する。(39)を v_t の値とし、(40)の形の予測値に限定すると、v_t の予測問題は、m_t の予測問題と同等になる。以下では $m_t=\delta v_t$ で考える。さて、前節では $\{v_t\}$ のプロセスとして(26)の logAR(1)をとると、$M_t=|x_t-\mu|$ の自己相関係数はβが小さいとき $\rho_{\tau,M}=D(\beta)\phi^\tau$で近似され、それは ARMA (1.1) プロセスの自己相関係数と同じであった。一般に線形モデルでの線形不偏予測量

$$\mu_M+\Sigma_{i=0}^{\infty}a_i(M_{t-i}-\mu_M)$$

のクラスの中での予測量の最適性は、自己相関係数$\rho_{\tau,M}$によって決定されるので、$\{v_t\}$ が logAR(1)のときの M_t の最適予測量は、ARMA (1.1) モデルの最適予測量

$$\hat{m}_t^{(1)}=(\hat{\phi}-\hat{\theta})m_{t-1}+\hat{\theta}\hat{m}_{t-1}+(1-\hat{\phi})\hat{\mu}_{M,t} \quad (41)$$

で近似されることになる。ここで$\hat{\phi}$、$\hat{\theta}$は(30)のARMA（1.1）モデルのϕ、θの推定値である。また$\hat{\mu}_{M,t}$は、t－1時点でのμ_Mの推定値

$$\hat{\mu}_{M,t}=\Sigma_{s=1}^{t-1} m_s/(t-1) \tag{42}$$

である。もちろん、(42)自体もm_tの１つの予測量である。

他方、非定常な指数平滑モデル(32)の場合(41)で$\hat{\phi}=1$に対応し、その場合の予測量は

$$\hat{m}_t^{(2)}=(1-\hat{\theta})m_{t-1}+\hat{\theta}\hat{m}_{t-1} \tag{43}$$

となる。Taylorはこれらの予測量の他、ARMACHモデルのもとでのv_tの予測量を多くの金融時系列について比較し、結果的に(41)と(43)の予測量を選択している。その比較の基準は、(42)の$\hat{\mu}_{M,t}$に対する相対平均２乗誤差

$$\mathrm{rmse}(\hat{m}^{(i)})=\mathrm{mse}(\hat{m}^{(i)})/\mathrm{mse}(\hat{\mu}_M)$$

である。さらに$\hat{m}_t^{(1)}$と$\hat{m}_t^{(2)}$を比較し、$\hat{m}_t^{(1)}$の$\hat{m}_t^{(2)}$に対する相対的優位性はないと結論し、計算がより簡単な$\hat{m}_t^{(2)}$を提案している。

我々もこの結論を、円／ドル為替レートに対して受容し、m_tの予測方式として$\hat{m}_t^{(2)}$をとる。従って(40)よりv_tの予測方式として、$\gamma=1-\theta$と書きかえた

$$\hat{v}_t=(1-\gamma)\hat{v}_{t-1}+\gamma\,|\,x_{t-1}-\bar{x}\,|/\delta \quad (t\geqq 21)$$
$$\hat{v}_{20}=\Sigma_{t=1}^{20}\,|\,x_t-\bar{x}\,|/20\delta$$

を採用する。γは

$$\Sigma_{t=21}^{n}[v_t^*-\hat{v}_t]^2$$

を最小にするように推定する。$\gamma=1-\theta$は平滑パラメータとよばれ、t－１期の偏差に関する情報$|\,x_{t-1}-\bar{x}\,|$を採用する割合を示す。後の第６表には日次円／ドル為替レートの各期間について、平滑パラメータγを示してある。日次レートの平滑パラメータの推定値は、急激な円高傾向が始まった85年を含む期間IIIが最も大きく（$\gamma=0.13$）、また最近５年間のどの期間のγも大きい（$\gamma\geqq 0.1$）。週次レートの場合については6.でふれる。

(2) 基準化プロセス $\{y_t\}$ の妥当性

一般に線形定常プロセスに従う確率変数に基づいた自己相関係数R_τは漸近的に多変量正規分布

$$\sqrt{n}\ (R_1-\rho_1,\ \cdots\cdots,\ R_k-\rho_k)\to N(0,\ \Omega_k)$$
$$\Omega_k=(w_{\tau\xi}),\ \lambda_i=\Sigma_{j=-\infty}^{\infty}\rho_j\,\rho_{j+i}$$
$$w_{\tau\xi}=\lambda_{\xi-\tau}+\lambda_{\xi+\tau}+2(\lambda_0\rho_\tau\rho_\xi-\lambda_\tau\rho_\xi-\lambda_\xi\rho_\tau)$$

に従う（Anderson and Walker 1964）。ただしρ_τは母集団自己相関係数である。従って$\rho_\tau=0$（$\tau\neq 0$）ならば、周知の結果

（＊）「$\sqrt{n}\,R_\tau$は漸近的に互いに独立に$N(0,1)$に従う」

を得る。この結果に基づいて、多くのランダムウォーク仮説検定では$\{x_t\}$に基づく自己相関係数を求めてそれらの関数としての検定統計量により、$\{x_t\}$のiidホワイトノイズ性（従って、線形定常である）をチェックする。5.でみるように、その代表的なものはラグ１次の自己相関の有無を検定する統計量$\sqrt{n}\,R_1$やBox＝Pierceの統計量等がある。そこでの検定は、帰無仮説のiidホワイトノイズの仮定によって（＊）が利用される。しかしすでにみたように、為替レート収益率$\{x_t\}$の変動はiidではない。この点をさらに吟味し、$\{y_t\}$の妥当性を調べるために自己相関係数$r_\tau(x)$、$r_\tau(y)$の分散を考察する。

Taylor（1986）では、ランダムウォーク仮

説「$\{x_t\}$ は無相関プロセスに従う」のもとでの自己相関係数 r_τ (x) の分散

$$\alpha_\tau = \mathrm{Var}(r_\tau(x))$$

の不偏推定値を、$(x_1, \cdots, x_n)$ の分布が各変数毎に μ に関して対称という仮定のもとで

$$a_\tau(x) = \Sigma_{t=1}^{n-\tau}(x_t - \overline{x})^2(x_{t+\tau} - \overline{x})^2 / [\Sigma_{t=1}^{n}(x_t - \overline{x})^2]^2$$

と導いている。$a_\tau(x)$ の漸近的性質として $\{x_t\}$ が定常で4次のモーメントをもつとき

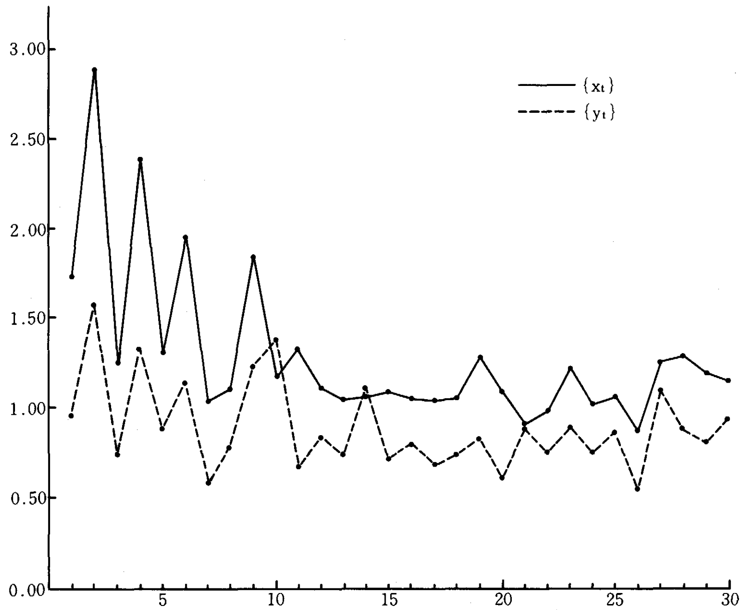
$$b_\tau(x) = na_\tau(x) \rightarrow \beta_{\tau,x} = 1 + (k_x - 1)\rho_{\tau,S(x)}$$

が示される (Taylor (1986) p.121)。k_x は x の尖度、$\rho_{\tau,S(x)}$ は $S_t(x) = (x_t - \mu)^2$ の自己相関係数である。従ってもし $\{x_t\}$ が iid ホワイトノイズであれば $\rho_{\tau,S(x)} = 0$、すなわち $\beta_{\tau,x} = 1$ を得る。このことは、もし $\{x_t\}$ が実際に iid ホワイトノイズであれば、$\beta_{\tau,x}$ の推定値 b_τ (x) は1のまわりに変動していることが期待される。しかし2.でみたように一般に k_x の標本推定値は3よりかなり大きく、また $\rho_{\tau,S(x)}$ の標本推定値 $r_{\tau,S(x)}$ は $\rho_{\tau,x}$ に比べて相対的に大きく、従って b_τ (x) は1より大きいことが予想される。第2図にはこの予想が正しいことが示されている。

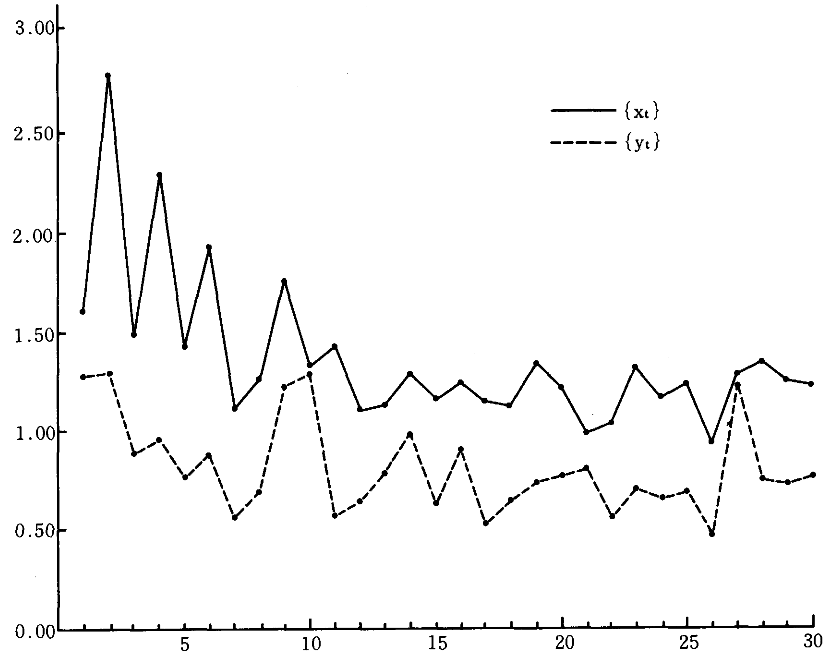
実際、第2図では、期間III (1984.10.9～1987.10.8)、期間V (1982.10.9～1987.10.8) と期間X (1977.10.9～1987.10.8) の日次データの場合について、基準化しない原系列 $\{x_t\}$ に基づく b_τ (x) と基準化収益率系列 $\{y_t\}$ に基づく b_τ (y) の値を $\tau = 1, \cdots, 30$ に対してグラフにしてある。$\{x_t\}$ に基づく b_τ (x) は、ほとんどすべて1より大きく、このことは $\{x_t\}$ が iid でなく、通常の漸近的結果 (＊) に基づいた検定方式が有効でないことを示している。とくに最近5年間の τ が小さいもの

第2図 $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ の自己相関係数の分散の推定値

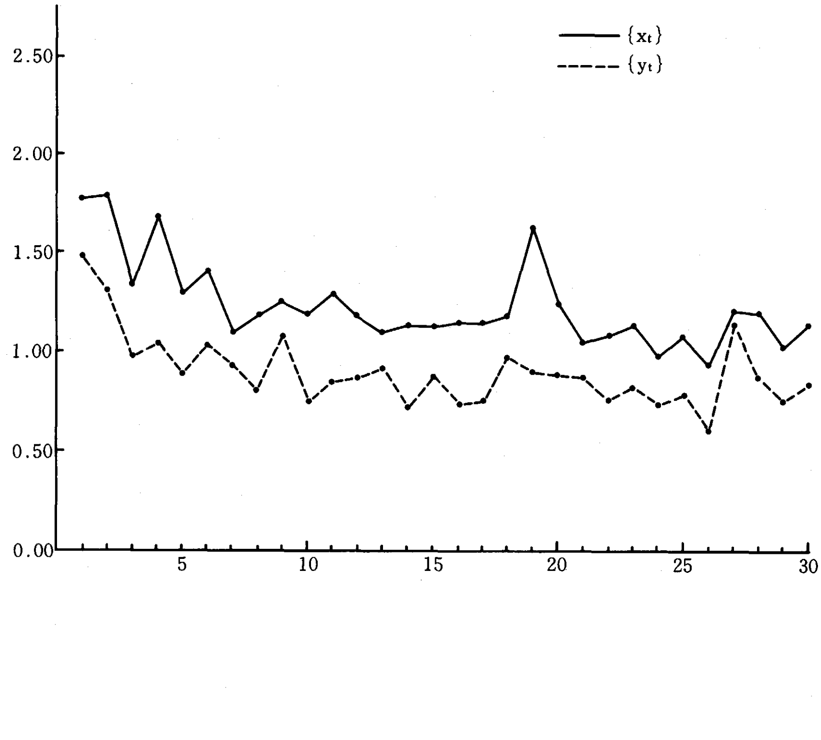
a. 期間Ⅲ (1984.10.9～1987.10.8)



b. 期間V (1982.10.9～1987.10.8)

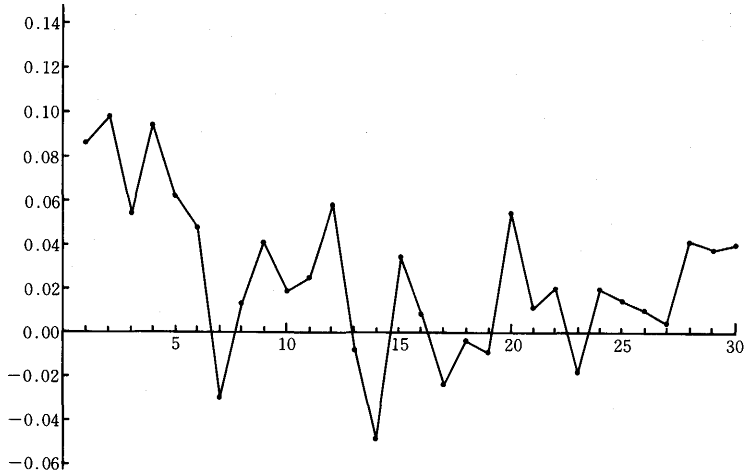


c. 期間X (1977.10.9～1987.10.8)

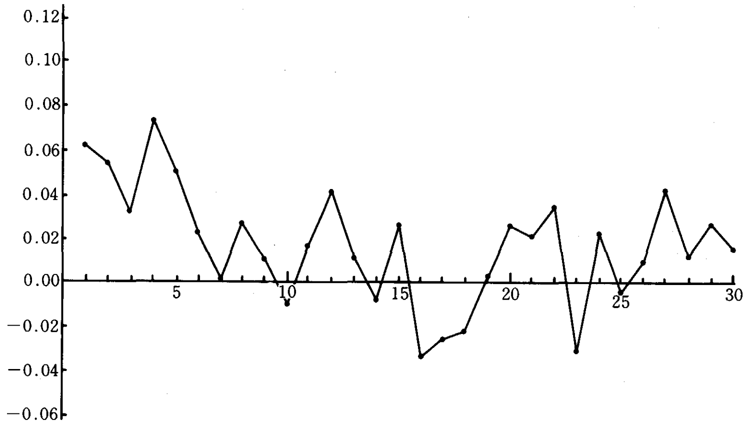


第３図 $\{y_t\}$ の自己相関係数

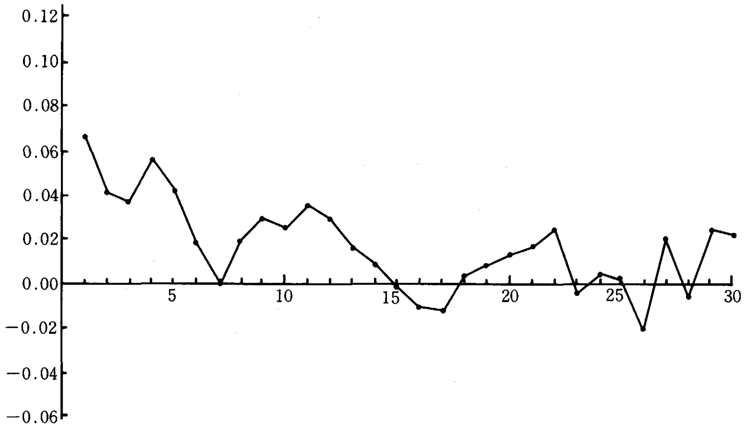
a．期間Ⅲ（1984.10.9～1987.10.8）



b．期間Ⅴ（1982.10.9～1987.10.8）



c．期間Ⅹ（1977.10.9～1987.10.8）



の b_τ (x) の値は大きく、τ が小さい自己相関係数 r_τ (x) の変動は大きかったことが示唆されている。

これに対して、u_t の推定値とみなしている基準収益率 $\{y_t\}$ が iid ホワイトノイズと仮定した場合の自己相関係数 $\sqrt{n}\, r_\tau$ (y) の分散 $\beta_{\tau,y}$ の推定値 b_τ (y) ($\tau=1, \cdots, 30$) のグラフをみると、両期間についてそれはほぼ1のまわりを変動し、現在の仮定のもとでは $\beta_{\tau,y}=1$ とみなしてもよいことが推察される。すなわち、$\beta_{\tau,y}=1+(k_y-1)\rho_{\tau,S(y)}$ より $\rho_{\tau,S(y)}\approx 0$ とみてよいと考えられる。このことは、ランダムウォーク仮説 H_0 のもとで $\{y_t\}$ の変動は、通常の漸近理論と矛盾しないことを意味し、それゆえ $\{y_t\}$ 系列に対しては通常の漸近的検定方式が適用可能であることを意味している。その結果 $\{y_t\}$ に基づく検定では有意水準が通常の漸近理論に沿って計算される。これに対して原系列 $\{x_t\}$ では、明らかに帰無仮説であるランダムウォーク仮説のもとでも、通常の漸近的結果が成立せず、その結果 $\{x_t\}$ に基づく通常の検定方式は有効でないことを意味している。なお第3図には $\{y_t\}$ に基づく自己相関係数を期間III、V、Xについて描いてある。

週次データの場合、日次の場合と比べて $\{x_t\}$ に基づく自己相関係数の分散は比較的1のまわりに変動しているが基準化収益率 $\{y_t\}$ に基づくものの方がその傾向が強いことが認識される。

5. 検定方式と価格トレンド対立仮説

通常のランダムウォーク仮説検定では、為替レート決定モデルや時系列モデルの中で係数についての仮説を検定したり、収益率の iid ホワイトノイズ性を検定したりする。詳細は後に述べるとして、これらの方式は次の特徴をもつ。

① 対立仮説を特定化しない。

② 誤差項は iid である。

③ 線形構造を仮定する。

②③については、2.でみたように為替レート変動プロセスと十分斉合的でない。①については、採用する検定方式の検定力に十分注意を払っていないことを意味する。一般に検定方式の導出では、仮説が正しいときそれを間違って棄却する確率(有意水準:第I種の誤り)を一定にしておいて、仮説が正しくないときそれを棄却する確率(検出力)をなるべく大きくするようにする。従って検出力の高い検定方式が望ましいが、そのような検定は対立仮説のとり方に依存する。これまでのランダムウォーク検定ではこのような視点が十分なく、その検出力はあまり高いとは考えられない(例えば Takagi (1988) を参照)。

ここでは、このような視点を積極的にとり入れた Taylor (1986) のトレンド対立仮説に対する(近似的に)最適な検定を用いて、為替レートランダムウォーク仮説を検定する。すなわち、帰無仮説は

$$H_0 : E(x_t)=\mu,\ \mathrm{Correl}\ (x_t,\ x_s)=0 \quad (t\neq s) \tag{44}$$

であり、対立仮説は4.で述べた(確率的)トレンド対立仮説

$$H_1 : \rho_\tau = D\phi^\tau \qquad D,\ \phi,\ \tau>0 \tag{45}$$

である。ここで自己相関係数 ρ_τ は、基準化した収益率 $u_t=(x_t-\mu)/v_t$ の自己相関係数である。また(45)の ρ_τ は、ARMA (1.1) の自己相関構造に対応していることに注意されたい。パラメータ D は、1日間では価格に

反映されない情報の割合を示し、ϕ は不完全に価格に反映されていく情報のスピードを測定している。Dまたは ϕ が0に近いと、情報は価格にほぼ完全に反映されることになる。また ρ が1に近いとトレンド的変動が長いことを示す。Taylor（1980、1986）の実証結果によると、D＝0.03、ϕ＝0.95が多くの場合妥当するとしている。

H_1 に対して H_0 を検定する検定方式として、次の7つの検定方式を考察する。有意水準はすべて0.05とする。

1)　トレンド検定T

$$T=0.4274\,n\Sigma_{\tau=1}^{30}(0.92)^{\tau}r_{\tau}>1.65 \qquad (46)$$

のとき H_0 を棄却する検定をトレンド検定とよぶ。ただし、r_τ は基準化収益率yに基づく自己相関係数であり、nは大きいとする。この検定統計量は

$$r=(r_1,\cdots,r_k),\ \rho=(D\phi,\ D\phi^2,\cdots,D\phi^k)$$

とおくと、nが大きいとき法則収束の意味で

$$\sqrt{n}\ (r-\rho)\rightarrow N_k(0,\ \Omega_k)$$

である（4.を参照）ことを用いて次のように導出される。まずDが小さい（典型的な実証例ではD＝0.036、ϕ＝0.97）とき、H_1 のもとでは Ω_k は I_k で近似される。実際 Ω_k＝（$\omega_{\tau\xi}$）に対して

$$1.15>\omega_{\tau\tau}>1,\ 0.22>\omega_{\tau\xi}>0 \qquad (\tau\neq\xi)$$

（Taylor（1982b）pp.42-43）である。この近似のもとでDと ϕ を固定したときの尤度比は

$$\ell=\log\ \{L(r\mid H_1)/L(r\mid H_0)\}$$
$$\simeq nD\Sigma_{\tau=1}^{k}\phi^{\tau}r_{\tau}+\text{const.}$$

と評価される。従ってNeyman-Pearsonの補題により $T^{*}\equiv\Sigma_{\tau=1}^{k}\phi^{\tau}r_{\tau}$ に基づく検定は、Dと ϕ を与えた対立仮説に対して（近似的な）最強力検定である。次に標準的な仮定のもとで、H_0 が正しいとき T^{*} は漸近的に N（0、$\Sigma_{\tau=1}^{k}\phi^{2\tau}/n$）に従う。従って T^{*} を基準化した統計量を作り、Taylor（1986）に従ってk＝30、ϕ＝0.92を採用すれば(46)を得る。もちろんこの検定は、対立仮説（ρ_τ は単調に減少する）を積極的に利用している。

2)　修正トレンド検定U

$$U=0.4649n\Sigma_{\tau=2}^{30}(0.92)^{\tau}r_{\tau}>1.65 \qquad (47)$$

のとき仮説 H_0 を棄却する検定を修正トレンド検定とよぶ。この検定は、価格系列 $\{Z_t\}$ に何らかの誤差が含まれる場合、その影響が ρ_1、従って r_1 に最も影響がでやすいことを考慮したもので、(46)の検定から τ＝1の場合を除いたものである。

これに対して次の検定は、通常しばしば利用される検定で、上のトレンド対立仮説の情報を十分利用していない。むしろそれぞれ別な対立仮説をインプリシットにもっているとみることができる。

3)　R(1)検定

$$\sqrt{n}\ |r_1|>1.96 \qquad (48)$$

のとき H_0 を棄却する検定をR(1)検定とよぶ。これはnが大きいとき H_0 のもとで $\sqrt{n}\ |r_1|\sim N$（0, 1）を利用したものである。もちろん我々の対立仮説に対して片側検定 $\sqrt{n}\,r_1>1.65$ と修正することも可能である。(48)の検定の検出力が高くなる対立仮説は $\rho_1\neq0$（もしくは片側対立仮説 $\rho_1>0$）である。

4)　2項検定

もしH_0が正しければ、漸近的にr_1, …, r_kは互いに独立に同じ正規分布N（0、$\frac{1}{n}$）に従う。従って有意水準0.05を固定すると、k個の係数のうち有意となる個数、すなわち$n|r_\tau|>1.96$となるr_τの個数N_rは2項分布に従う。N_rがN_0を越える確率

$$P(N_r \geqq N_0)=\Sigma_{i=N_0}^{k}\binom{k}{i}p^i(1-p)^{k-i},\quad p=0.05$$

で与えられる。ここでk=28を採用すると、この確率が約0.05となるN_0は$N_0=4$となる。すなわちH_0が正しいときk=28個の係数のうち有意となる個数は高々3個であり、H_0が正しくないときは、各係数が有意となる確率$p=P(n|r_\tau|>1.96)$は増加する。従ってk=28の場合

$$N_r \geqq 4 \tag{49}$$

のときH_0を棄却する。この検定では、単純にρ_τを同等に扱っていることから検出力は低いと考えられる。

5)　Box=Pierce検定Q_k

$$Q_k=n\Sigma_{\tau=1}^{k}r_\tau^2>c \tag{50}$$

のときH_0を棄却する検定をQ検定とよぶことにする。H_0が正しいときに近似的に$Q_k \sim \chi^2(k)$に従う。ここではk=10, 30, 50の3つの検定

$$Q_{10}>18.31,\ Q_{30}>43.77,\ Q_{50}>67.50 \tag{51}$$

を利用する。インプリシットな対立仮説は$\rho_\tau \neq 0$（$0 \leqq \tau \leqq k$）である。

6)　連（RUN）検定

x_tが正または0、または負に従ってx_t^*を$x_t^*=1, 0, -1$と定義する。次にh_tを

$$h_t=0 \text{ if } x_t^*=x_{t+1}^*,\quad h_t=1 \text{ if } x_t^* \neq x_{t+1}^*$$

と定義する。$h_t=1$はx_{t+1}から新しい連が始まることを示す。従って連の総数は$H=1+\Sigma_{t=1}^{n-1}h_t$となり、それを基準化した統計量

$$K=(H-E(H))/[Var(H)]^{1/2}$$

を考察する。Kは、H_0でなく、より強い仮説

$$H_0^*:\ \{x_t\}\ \text{iid}\ \ ホワイトノイズ$$

のもとで$n \to \infty$のときN（0, 1）に従う。従って$|K|>1.96$のとき、H_0^*は棄却される。この検定は、x_tの符号の情報しか用いていないこと、x_tの非線形性を考慮していないこと、から検出力は低いと考えられる。

7)　スペクトルトレンド、週サイクル検定

定常プロセス$\{y_t\}$のスペクトル密度関数$s(\omega)$に対して$f(\omega)=2\pi s(\omega)/\sigma_*^2$の推定値は

$$\hat{f}(\omega)=1+2\Sigma_{\tau=1}^{M-1}\lambda_\tau r_\tau \cos(\tau\omega)$$

で与えられる。ここでウィンドウλ_τはParzenのウェイト

$$\lambda_\tau=1-6\tau^2(M-\tau)/M^3 \qquad 0<\tau \leqq M/2$$
$$=2(M-\tau)^3/M^3 \qquad M/2 \leqq \tau < M$$

を採用する。またM=100とする。Pretz（1979）によれば、$\hat{f}(\omega_1)$と$\hat{f}(\omega_2)$は$|\omega_1-\omega_2|>3\pi/M$のときに限り相関をもつ。従って$\omega=0$、$4\pi/M$、$8\pi/M$, …, πをとり、$\hat{f}(\omega)$を基準化した統計量、

$$F(j)=[\hat{f}(4j\pi/M)-1]/\{4\Sigma_{\tau=1}^{M-1}[\lambda_\tau\cos(4j\tau\pi/M)]^2/n\}^{1/2}$$
$$(j=0,\ 1,\ \cdots,\ M/4)$$

を定義する。nが大きく、仮説H_0が正しいとき、F(j)はほぼ独立的にN（0、1）に従う。従って棄却域は｜F(j)｜＞1.96となる。日次データでは、$\omega=2\pi/5$すなわちF（M／10）が週サイクル検定統計量である。他方、トレンドに対応する$\omega=0$の場合

$$F(0)=\Sigma_{\tau=1}^{M-1}\lambda_\tau r_\tau/[\Sigma_{\tau=1}^{M-1}\lambda_\tau^2/n]^{1/2}$$

となる。この検定はトレンド検定(46)と対応的である。λ_τが減少関数であることに注意すると、この検定は、トレンド対立仮説H_1に対応しているとみることができる。従って棄却域はF（0）＞1.65をとることができる。

他方、2項検定と同様にN_sをF(j)が｜F(j)｜＞1.96（0≦j≦M／4）となる個数とする。いま、M＝100、従ってM／4＝25であるから、仮説H_0と有意水準0.05のもとでP（N_s≧N_0）がほぼ0.05となるN_0は4となる。従ってN_s≧4のときH_0を棄却する。

為替レート系列$\{Z_t\}$もしくは収益率系列$\{x_t\}$に基づいたランダムウォーク検定を扱った論文は極めて多い。Takagi (1988)では、1975～86年の日次および月次データを用いて、ドル／円レート等いくつかのレートにDickey＝Fuller検定を適用している。日次ドル／円レートについての検定結果は

1) 75.1.1～77.12.31　7.5**(2.6*)
2) 78.1.1～80.12.31　1.2(-1.3)
3) 81.1.1～83.12.31　2.8(-2.3)
4) 84.1.1～86.6.30　4.2*(1.8)

期間の後の数字はDickey＝Fuller検定のF（t）値に対応する値であり、**は1％有意、*は5％有意を示す。Takagi（1988）では、月次データの結果および他の通貨の検定結果をふまえてランダムウォーク仮説は棄却できないとしている。また溝口・刈屋（1984）では円／ドル月次データに基づくARモデルで、ランダムウォーク仮説を主張している。他方、Meese and Singleton（1982）では、Haszar＝Fuller二重単位根検定とDickey＝Fuller単一単位根検定を1976.1.7～1981.7の週次（水曜）データのスイスフラン／ドル、ドイツマルク／ドル、カナダドル／ドルレートに適用した。その結果、Haszar＝Fuller検定ではどれも非常に有意であったが、Dickey＝Fuller検定ではどれも有意でなかった。この結果から、彼らは「トレンドを除いたあとでさえも直物対数値$\log S_t$（および先渡対数値$\log F_t$）は、安定した一変量AR表現をもたない」と推論している。同様の検定を$\log S_{t+m}-\log F_t$について行い、その場合は安定的な一変量AR表現をもつだろうと推論している。その他の文献についてはTakagi (1988)を参照。Hakkio（1986）では、モンテカルロ法によりDickey＝Fuller検定、Box＝Pierce検定、回帰F検定等の検出力を調べている。採用した対立仮説ARIMA（1.1.2）に対してはQが一番よいが全体としてどの検定も検出力が低いことを指摘している。

6. 検定結果

(1) 日次為替レートに基づくランダムウォーク仮説検定

第6表には、日次データの採用期間I〜V, X, VII, V*, III*について、前節で述べた種々の検定統計量の値を掲載してある。もちろん検定統計量は基準化データ $\{y_t\}$ に基づいている。

この結果について、各検定統計量の期間を通じた変化を中心にみてみよう。

イ、トレンド検定T

トレンド検定統計量Tは、すべての期間についてランダムウォーク仮説 H_0 を強く棄却する。Tの値が最も小さな期間I（86.10.9〜87.10.8）の場合でも T=2.70であり、有意確率（H_0 のもとで T≧2.70となる確率：P値ともいう）は0.35%である。期間Vおよび期間Xではそれらの有意確率は0.001%以下である。従って H_0 に比べ（確率）トレンド対立仮説 H_1 がすべての期間についてデータから支持されている。また期間IIIを除くと、一般にTの値は期間の長さとともに大きくなり、検出力が標本数とともに大きくなることが推論できる。

ロ、修正トレンド検定U

1次の自己相関係数の影響を取除いた修正トレンド検定統計量Uは、Tに比べ若干小さいもののすべての期間について H_0 を棄却する。Uの値が最も小さな期間Iの場合の有意確率は0.6%であり、極めて有意である。またTと同様、期間が長くなるとUの値は大きくなる傾向がみられる。TおよびUの値の結果から、単に1次のラグの自己相関 ρ_1 が強いことが H_0 を棄却しているのではなく、トレンド対立仮説 H_1 の型の自己相関トレンドパターンがあることによることがわかる。このことは次の結果を合わせると更に明らかになる。

ハ、R(1)検定

1次の自己相関係数 ρ_1 の有意性をみるとR(1)両側検定は、期間が3年以上になると非常に有意（1.5%以下）となるが、最近1年間(I)および2年間(II)のデータでは有意でない。しかし片側検定では5%でIIの期間は有意となる。従って1次の弱い正の系列相関があると結論される。

ニ、2項検定 N_r

$\sqrt{n}\ |r_\tau| > 1.96$ となる r_τ の数を表す N_r に基づく検定は、予想されるように検出力は低く、期間IとX, V*, III*のみが有意となっている。

ホ、Box=Pierce検定 Q_k

Q_k に基づく検定では、ラグの個数K=10のとき、期間IVを除くすべての期間について H_0 を棄却する。しかしkが大きくなると（Q_{30}, Q_{50}）、H_0 が棄却される期間の数は少なくなる。このことは、ラグの次数が大きい自己相関係数は有意に0と異なっていないことを意味しよう。すなわち最近の期間I〜Vでは30日を越えると強い相関はないことを意味しよう。さらに Q_{30}, Q_{50} の場合、標本数とともに検定統計量の値が大きくなるという傾向は弱くなっている。他方、77.1.1からの3年間の期間III*と77.10.9からの5年間の期間V*では、すべての Q_k（k=10, 30, 50）が有意であり、また10年間の期間X（77.10.9〜87.10.8）についてもこのことが観察される。資本自由化が80年12月であることを考慮すると、資本管理下の期間（およびそれ

第6表　日次レート検定統計量の値

	Ⅰ（1年間） 1986.10.9 ～1987.10.8	Ⅱ（2年間） 1985.10.9 ～1987.10.8	Ⅲ（3年間） 1984.10.9 ～1987.10.8	Ⅳ（4年間） 1983.10.9 ～1987.10.8	Ⅴ（5年間） 1982.10.9 ～1987.10.8	Ⅹ（10年間） 1977.10.9 ～1987.10.8	Ⅴ* 1977.1.1 ～1980.12.31	Ⅲ* 1977.1.1 ～1980.12.31	ⅩⅡ 1981.1.1 ～1987.10.8
γ	0.12	0.11	0.13	0.12	0.10	0.08	0.06	0.08	0.07
T	2.70	3.50*	4.70*	4.12*	4.12*	6.00*	3.93*	5.67*	4.44*
U	2.46*	3.03*	4.10*	3.01*	3.55*	5.12*	3.30*	4.60*	3.89*
R(1)	1.11	1.82	2.35*	2.52*	2.18*	3.28*	2.27*	3.66*	2.19*
Nr	4/28*	1/28	3/28	2/28	2/28	4/28*	5/28*	5/28*	3/28
Q10	19.80*	21.33*	27.98*	17.38	21.25*	36.20*	21.79*	38.58*	25.99*
Q30	41.86	44.17*	41.33	30.45	36.19	51.37*	44.31*	56.56*	39.69
Q50	54.10	60.80	61.87	47.26	52.38	71.84*	73.11*	82.97*	58.35
RUN	－0.08	0.53	－0.17	0.16	0.57	0.09	－0.42	－0.91	0.81
トレンド	0.955	1.803*	2.924*	2.461*	2.664*	4.230*	3.191*	4.091*	2.862*
週サイクル	2.937*	2.277*	0.856	0.919	0.604	0.733	0.341	1.833*	0.430
Ns	2/26	2/26	3/26	3/26	4/26*	3/26	2/26	2/26	3/26
D	0.2483	0.2182	0.2389	0.2127	0.1830	0.1495	0.1148	0.1820	0.1478
ϕ	0.680	0.903	0.904	0.936	0.952	0.954	0.928	0.961	0.968
T*	1.88	1.31	2.25	2.81	3.25	4.29	2.47	3.20	3.34
U*	1.68	1.41	2.36	2.89	3.66	4.09	1.93	2.42	3.71

（注）　*は有意であることを示す。

を含む期間）では、長い次数の自己相関も無視できない大きさをもっていたことが推論される。すなわち資本管理下では、その制度的要因のため、為替レートが新しい情報に対して十分早く反応できず、情報は非常にゆっくりと価格（レート）に反映され、その結果長い次数の自己相関をもっていたと推論される。とくに管理下の期間 III* の3年間と自由化後の期間 VII の6、7年間の Q_{30}、Q_{50} の値を比べると、後者の方が2倍以上の標本数をもっているにもかかわらず、前者ではそれらの値が有意であるが、後者では有意でない。このことは上の推論を支持するものといえよう。

へ、RUN 検定

すべての期間について有意でなく、検出力が低いことを意味しよう。

ト、スペクトルトレンド検定 F (0)

スペクトル検定は、対立仮説として対応する周期の循環変動を考えていることに注意する。第6表より、2年以上の期間では、スペクトルトレンド検定 F (0) はすべて有意であるが、1年間の期間 I では有意でない。また F (0) は期間の長さとともに大きくなる傾向がある。スペクトルトレンド検定統計量 F (0) は、その対立仮説のもつ意味から比較的長期間の円高傾向を反映しているとみることができよう。

チ、週サイクル検定 F (M／10)

スペクトル週サイクル検定 F(M／10) では、期間が短い I, II, III* では有意であるが、他の期間では有意でない。すなわち短期間では5日間の週サイクルが観察されるものの、長期的にはそれが観察されない。期間 II だけがスペクトルトレンド検定と週サイクル検定が有意であり、長期的トレンド効果と週効果が存在していると解釈される。

他方、2項スペクトル検定 N_s は期間 V を除きすべて有意でない。

なお表には、基準化収益率系列 $\{y_t\}$ だけでなく、原系列 $\{x_t\}$ に対して計算したトレンド検定統計量 T^* と修正トレンド検定統計量 U^* を与えてある。4.で述べたように、これらの検定統計量に対して通常の漸近理論が適用できないので、有意点を求めるのが困難である。表からは、T^* および U^* は T および U と比べて小さく、それは条件付分散の変化の影響が考慮されていないためであると推察される。このことは通常の $\{x_t\}$ に基づく検定の有効性に疑問をなげかけることになろう。

表にはさらに、トレンド対立仮説 H_1：$\rho_\tau = D\phi^\tau$ に対する D と ϕ の最小2乗推定値を与えてある。この推定値は $\{y_t\}$ に基づいていることに注意すべきである。D の値をみると、期間が短いと、1日で解釈されない情報の割合 D の値は大きく、期間が長いと、それが小さくなる。これと対照的に不完全に情報が価格に反映されていくスピード ϕ は、期間が短いと小さく、期間が長いと大きい。なおこれらの推定値に基づく ρ_τ の値は小さく、期間 III の ρ_1 が最大で0.22である。

また5.で述べたように、トレンド検定統計量 T は $\phi=0.92$ を対立仮説として求めた近似的に最適な検定統計量である。この0.92の値は、2年以上の期間の ϕ の最小2乗推定値と斉合的である。1つの可能性として、この ϕ の推定値を T のウェイトとして用いることも考えられよう。その場合、その検定統計量は、D、ϕ を未知とし

たときの尤度比検定の近似統計量とみなすことができる。0.92より大きなϕの推定値をもつ期間Vにこれを行うと、T=5.00、U=4.48と0.92の場合の値よりも大きくなる。しかし有意点を求めるには推定値を用いたときの漸近理論を展開する必要がある（nが非常に大きいときは現在のものを用いることもできようが)。

以上のことから次のことが要約される。

(i) 期間の長さにかかわらず、日次為替レート基準化収益率 $\{y_t\}$ の変動は、情報をゆっくりと解釈していく確率トレンド的変動をしている可能性が極めて高い。

(ii) 従って $x_t-\bar{x}\simeq y_t\hat{v}_t$ より、$\{x_t\}$ の変動は、そのトレンド的変動を $\hat{v}_t$ により拡大もしくは、縮小されて変動することになる。最近の平滑パラメータγは$\gamma=0.12$程度であり、

$$\hat{v}_t=(1-\gamma)\hat{v}_{t-1}+1.25\gamma\,|\,x_t-\bar{x}\,|$$

であるから、1日前の絶対偏差 $|\,x_{t-1}-\bar{x}\,|$ の15%を $\hat{v}_t$ で吸収して、x_t の変動を拡大もしくは縮小していくことになる。このことは、昨日の為替レートの大きな変化が今日の大きな変化をもたらすことを意味している。もちろん為替の変化の方向を決めるのは y_t であり、y_t の自己相関は、ARMA（1．1）と同じ $\rho_\tau=D\phi^\tau$ ($D>0$、$\phi>0$) であるから、y_t が1度正の大きな値をとると、しばらくはその影響が正のままで続き、その値が $\hat{v}_t$ によって拡大されるとその持続はさらに長くなる可能性がある。従ってこの構造を利用した取引ルールにより利益追求可能性があり、その場合市場は効率的でないことになる。

(iii) 検定統計量T、U、Q_k 値から、最近1〜3年の期間では、新しい情報に対する確率トレンド的変動の有意な持続期間は10日程度と推察されよう。

(iv) 週次サイクル効果を利用しうる期間は高々2年であろう。

(v) 資本管理下の期間では、情報が価格に反映される速度が遅く、相対的に長い系列相関をもっていたと判断される。この期間、資本管理下にない国の投資家にはこの情報を利用した利益追求可能性もありえただろう。

(2) 週次収益率に基づくランダムウォーク仮説検定

週次収益率に基づく基準化収益率 $\{y_t\}$ による検定結果は第7表に与えてある。

表は、期間毎に月曜日から金曜日までの検定統計量の値と、参考のために日次データの結果を掲載してある。週次データの場合、第1表にも述べたように、3年以上の期間を分析対象としている。以下では期間毎にみていく。

① 期間III（1984.10.9〜1987.10.8)
（最近3年間）

表から直ちに次のことが観察される。

(a) 火曜日と木曜日の検定統計量の中に有意なものがあるだけで、その他の曜日の検定統計量はすべて有意でない。火曜日の検定統計量のうちランダムウォーク仮説 H_0 を棄却するのは、R(1), Q_{10}, Q_{30} のみである。とくにR(1)は非常に有意である（0.01%)。このことは、期間IIIの火曜日についてはトレンド対立仮説は採用されず、むしろ対立仮説のあり方は、R(1)に基づく検定の検出力が高くなる対立仮説 $H_1:\rho_1\neq0$ である。ただ Q_{30} の値も有意であることか

第7表　週次レート基本統計量と検定統計量

a．期間Ⅲ（1984.10.9～1987.10.8（3年間））

	月	火	水	木	金	日　次
標　本　数	144	149	149	150	149	745
平　均	− 0.003649	− 0.003482	− 0.003599	− 0.003564	− 0.003547	− 0.000713
標　準　偏　差	0.0197	0.0155	0.0159	0.0161	0.0165	0.0068
t　値	− 2.22*	− 2.75*	− 2.75*	− 2.72*	− 2.63*	− 2.85*
歪　度	− 1.59	− 0.74	− 1.08	− 1.34	− 1.48	− 0.90
尖　度	10.18	4.69	5.83	7.36	8.85	8.74
年平均収益率　%	− 11.6	− 11.4	− 11.6	− 11.5	− 11.5	− 15.96
2	8	7	7	9	6	39
3	1	3	3	1	2	12
4	1		1	1	1	4
5	1			1	1	1
6以上						2
γ	0.05	0.06	0.03	0.01	0.02	0.13
T	− 0.54	0.53	0.38	0.33	0.10	4.70*
U	− 0.10	− 0.82	− 0.25	− 0.60	− 0.54	4.10*
R(1)	− 1.14	3.28*	1.55	2.25*	1.50	2.35*
Nr	0/28	1/28	0/28	2/28	0/28	3/28
Q10	6.31	20.74*	8.14	16.55	5.68	27.98*
Q30	17.33	48.20*	24.55	33.39	20.68	41.33
Q50	24.24	57.25	32.27	40.76	25.70	61.87
RUN	− 0.36	− 0.92	0.59	− 0.51	− 0.03	− 0.17
ト　レ　ン　ド	− 0.185	0.143	0.142	0.150	0.089	2.924*
週　サ　イ　ク　ル						0.856
Ns	0/26	3/26	1/26	3/26	1/26	3/26
D	0.1183	0.1595	12.465	0.1744	0.1917	0.2389
ϕ	0.785	0.765	0.010	0.590	0.390	0.904
T*	− 0.54	1.32	0.96	1.02	0.76	2.25
U*	0.25	− 0.82	0.42	0.09	0.12	2.36

b．期間Ⅳ（1983.10.9～1987.10.8（4年間））

	月	火	水	木	金	日 次
標本数	192	199	200	200	201	996
平均	− 0.002371	− 0.002301	− 0.002341	− 0.002378	− 0.002326	− 0.000472
標準偏差	0.0179	0.0143	0.0148	0.0147	0.0151	0.0063
t 値	− 1.84	− 2.27	− 2.24	− 2.28	− 2.19	− 2.36
歪度	− 1.71	− 0.97	− 1.32	− 1.55	− 1.68	− 1.02
尖度	11.82	5.49	6.81	8.57	10.19	9.73
年平均収益率 %	− 8.54	− 8.5	− 8.6	− 8.7	− 8.5	− 10.77
2	10	12	9	10	10	50
3	1	4	4	3	3	17
4	1		1	1	2	5
5	1			1	1	2
6以上						2
γ	0.05	0.07	0.05	0.05	0.03	0.12
T	1.55	3.87*	3.66*	3.20*	2.31*	3.76*
U	1.95*	2.34*	2.94*	2.15*	1.59	3.01*
R(1)	− 0.63	4.37*	2.44*	3.11*	2.16*	2.52*
Nr	0/28	3/28	3/28	2/28	2/28	2/28
Q10	7.52	28.01*	12.99	18.10	5.74	17.38
Q30	25.24	69.04*	43.37	45.02*	26.39	30.45
Q50	33.51	84.05*	57.48	59.85	41.41	47.26
RUN	0.30	− 1.02	− 0.38	− 0.54	− 0.25	− 0.16
トレンド	1.406	3.155*	3.133*	2.637*	1.759*	2.461*
週サイクル						0.919
Ns	0/26	4/26*	1/26	3/26	1/26	3/26
D	0.1248	0.1394	0.0686	0.2056	0.2391	0.2127
ϕ	0.880	0.895	0.930	0.690	0.450	0.936
T*	− 0.80	2.76	2.35	2.43	2.12	2.81
U*	1.25	1.37	1.85	1.41	1.45	2.89

c．期間Ⅴ（1982.10.9～1987.10.8（後半5年間））

	月	火	水	木	金	日　次
標　本　数	241	249	251	250	250	1,245
平　均	− 0.002476	− 0.002355	− 0.002377	− 0.002418	− 0.002435	− 0.000481
標 準 偏 差	0.0177	0.0148	0.0148	0.0147	0.0149	0.0064
t　値	− 2.17*	− 2.52*	− 2.55*	− 2.59*	− 2.58*	− 2.66*
歪　度	− 1.50	− 0.86	− 1.15	− 1.36	− 1.50	− 0.81
尖　度	10.55	5.28	5.97	7.44	8.97	8.65
年平均収益率　%	− 8.8	− 8.6	− 8.7	− 8.8	− 8.8	− 10.96
2	13	15	10	11	14	64
3	1	5	4	3	3	19
4	1		1	1	2	6
5	1			1	1	2
6以上	1					2
γ	0.09	0.11	0.07	0.08	0.04	0.10
T	1.28	1.95*	2.00*	2.01*	2.38*	4.12*
U	1.62	0.58	1.29	0.97	1.54	3.55*
R(1)	− 0.52	3.60*	2.05*	2.84*	2.47*	2.18*
Nr	0/28	3/28	1/28	2/28	2/28	2/28
Q10	5.90	21.22*	7.19	18.51*	7.34	21.25*
Q30	24.8	47.45*	23.16	36.70	33.02	36.19
Q50	34.51	61.49	34.15	49.28	50.47	52.38
RUN	0.21	− 1.67	− 0.66	− 0.50	− 0.76	− 0.57
ト レ ン ド	1.257	1.435	1.535	1.585	2.158*	2.664*
週 サ イ ク ル						0.604
Ns	0/26	3/26	0/26	1/26	2/26	4/26*
D	0.1388	0.1742	0.1141	0.1790	0.2685	0.1830
ϕ	0.880	0.880	0.900	0.780	0.450	0.952
T*	0.63	2.21	2.16	2.22	2.10	3.25
U*	0.71	0.35	1.39	0.89	1.06	3.66

d. 期間Ⅶ (1981.1.1～1987.10.8)

	月	火	水	木	金	日 次
標本数	327	337	337	338	340	1,683
平均	− 0.000959	− 0.000908	− 0.000944	− 0.000954	− 0.000953	− 0.000194
標準偏差	0.0183	0.0157	0.0152	0.0149	0.0146	0.0066
t 値	− 0.95	− 1.06	− 1.14	− 1.18	− 1.20	− 1.21
歪度	− 1.15	− 0.79	− 0.99	− 1.22	− 1.34	− 0.61
尖度	8.02	4.29	5.01	6.38	8.15	6.71
年平均収益率 %	− 7.1	− 6.7	− 7.0	− 7.0	− 7.0	
2	17	18	14	14	16	86
3	2	4	4	2	5	19
4	1		1	1	2	6
5	1			1	1	1
6以上	1				1	3
γ	0.07	0.08	0.08	0.07	0.04	0.07
T	1.04	0.25*	1.50	1.94*	2.55*	4.44*
U	1.40	0.71	0.64	0.64	1.22	3.89*
R(1)	− 0.62	4.07*	2.32*	3.53*	3.62*	2.19*
Nr	1/28	4/28	1/28	1/28	2/28	3/28
Q10	6.28	24.98*	8.66	19.43*	15.15	25.99*
Q30	27.53	56.96*	24.19	40.63	40.27	39.69
Q50	37.96	76.06*	38.77	55.24	50.80	58.35
RUN	0.56	− 2.13*	− 1.13	− 1.09	− 1.90	0.81
トレンド	1.094	1.724*	1.032	1.539	2.242*	2.862*
週サイクル						0.430
Ns	1/26	3/26	1/26	3/26	3/26	3/26
D	0.1255	0.1676	0.1522	0.1169	0.0348	0.1478
ϕ	0.952	0.951	0.938	0.939	0.972	0.968
T*	0.90	2.54	2.82	3.20	3.28	3.34
U*	1.32	1.26	2.03	1.73	1.91	3.71

e．期間Ⅹ（1977.10.9～1987.10.8（10年間））

	月	火	水	木	金	日次
標本数	481	498	500	501	503	2,487
平均	− 0.00128	− 0.001119	− 0.001133	− 0.001130	− 0.001089	− 0.000229
標準偏差	0.0184	0.0167	0.0156	0.0148	0.0146	0.0068
t 値	− 1.34	− 1.49	− 1.62	− 1.71	− 1.67	− 1.69
歪度	− 0.88	− 0.44	− 0.70	− 0.86	− 0.90	− 0.50
尖度	7.01	4.59	4.73	5.33	6.62	6.91
年平均収益率 %	− 4.3	− 4.3	− 4.5	− 4.5	− 4.3	− 5.06
2	28	28	26	22	25	125
3	4	6	6	2	7	32
4	1	1	1	1	2	8
5	1			1	1	3
6以上	1				1	3
γ	0.06	0.08	0.07	0.06	0.04	0.08
T	1.60	3.05*	3.11*	3.66*	4.28*	6.00*
U	2.06*	1.78*	2.01*	2.09*	2.63*	5.12*
R(1)	− 0.75	3.61*	3.20*	4.42*	4.73*	3.28*
Nr	3/28	5/28*	2/28	2/28	3/28	4/28*
Q10	10.82	24.78*	17.59	27.34*	27.20*	36.20*
Q30	35.27	61.18*	35.01	52.80*	56.37*	51.37*
Q50	47.29	79.19	48.79	68.14*	68.70*	71.84*
RUN	0.06	− 1.89	− 2.89*	− 2.27*	− 3.14*	− 0.09
トレンド	0.241	2.08*	1.895*	2.456*	2.933*	4.237*
週サイクル						0.733
Ns	1/26	4/26*	2/26	3/26	3/26	3/26
D	0.1169	0.1524	0.1252	0.0873	0.2075	0.1495
ϕ	0.919	0.921	0.916	0.930	0.560	0.954
T*	1.36	2.50	3.54	4.20	4.27	4.29
U*	1.78	1.71	2.64	2.58	2.63	4.09

f. 期間Ⅲ* (1977.1.1～1980.12.31)

	月	火	水	木	金	日 次
標本数	191	198	202	198	199	992
平均	− 0.001780	− 0.001774	− 0.001787	− 0.001721	− 0.001701	− 0.000363
標準偏差	0.0170	0.0171	0.0151	0.0135	0.0136	0.0065
t 値	− 1.45	− 1.46	− 1.68	− 1.79	− 1.77	− 1.75
歪度	− 0.32	0.06	− 0.18	− 0.01	0.08	− 0.30
尖度	5.71	5.34	4.92	3.43	4.05	8.19
年平均収益率 %	− 8.4	− 8.4	− 8.3	− 8.2	− 8.2	− 8.25
2	12	10	14	13	11	52
3	3	2	3	1	2	16
4	1	1				4
5						2
6以上						2
γ	0.06	0.08	0.07	0.05	0.07	0.08
T	2.37*	3.15*	3.52*	3.81*	4.35*	5.67*
U	2.05*	2.54*	2.57*	2.95*	3.19*	4.60*
R(1)	1.23	2.06*	2.95*	2.75*	3.59*	3.66*
Nr	5/28*	8/28*	5/28*	6/28*	5/28*	5/28*
Q10	12.25	15.70	23.74*	27.29*	27.29*	38.58*
Q30	54.97*	54.97*	59.85*	64.14*	53.77*	56.56*
Q50	68.91*	64.89	67.86*	74.39*	65.33	82.97*
RUN	− 1.14	− 1.50	− 3.32*	− 3.12*	− 2.82*	− 0.91
トレンド	2.112*	2.888*	3.013*	3.006*	3.506*	4.091*
週サイクル						1.833*
Ns	2/26	2/26	2/26	2/26	2/26	2/26
D	0.1225	0.1660	0.1366	0.0804	0.1684	0.1820
ϕ	0.920	0.915	0.941	0.937	0.901	0.961
T*	1.62	1.47	2.78	3.80	3.67	3.20
U*	1.70	1.56	2.25	3.04	2.67	2.42

g．期間Ｖ*（1977.10.9～1982.10.8（前半5年間））

	月	火	水	木	金	日 次
標本数	239	248	248	250	252	1,241
平均	0.000307	0.000262	0.000252	0.000270	0.000245	0.000038
標準偏差	0.0190	0.0183	0.0163	0.0148	0.0143	0.0071
t 値	0.25	0.23	0.25	0.29	0.27	0.19
歪度	− 0.44	− 0.29	− 0.41	− 0.40	− 0.21	− 0.29
尖度	4.14	4.00	3.77	3.06	3.32	5.66
年平均収益率 %	2.6	2.3	2.0	2.0	1.8	1.61
2	13	11	13	15	12	63
3	3	2	2		2	11
4						3
5						2
6以上						1
γ	0.05	0.06	0.06	0.02	0.06	0.06
T	0.38	1.55	2.17*	2.43*	3.12*	3.93*
U	0.86	1.42	1.35	1.30	1.86*	3.30*
R(1)	− 1.04	0.61	2.34*	3.15*	3.60*	2.27*
Nr	1/28	2/28	3/28	1/28	2/28	5/28*
Q10	7.23	5.64	12.91	17.86	23.35*	21.79*
Q30	18.46	25.08	29.65	38.61	37.16	44.31*
Q50	34.89	37.60	42.52	50.33	44.18	73.11*
RUN	− 0.26	− 1.00	3.57*	− 2.82*	− 3.86*	− 0.42
トレンド	− 0.342	0.591	0.589	0.739	1.093	3.191
週サイクル						0.341
Ns	1/26	1/26	1/26	1/26	1/26	2/26
D	0.1013	0.2202	0.2005	0.0507	0.1580	0.1148
ϕ	0.845	0.640	0.640	0.660	0.685	0.928
T*	0.86	1.19	2.17	3.25	3.36	2.47
U*	1.33	− 1.40	1.35	2.18	2.12	1.93

ら、$\tau \geqq 2$ に対しても $\rho_\tau \neq 0$ の可能性があるが、N_r の値から ρ_1 が相対的にかなり大きいことによる結果と判断される。それゆえ、火曜日に対しては、その比較的大きな正の1次の自己相関を利用した利益追求可能性があろう。

(b) 他の曜日については、すべてランダムウォーク仮説 H_0 を棄却できず、最近3年間の週次為替レートの変動はランダムウォーク的であった、と判断される。

(c) 月曜日と他の曜日を比べると、2.でも述べたように、$\{x_t\}$ の標準偏差は最大、尖度最大、また検定統計量 R(1)最小、と $\{x_t\}$ はランダム性の高い変動をしているようにみえる。

② 期間IV (1983.10.9～1987.10.8)
(最近4年間)

(a) 火曜日は、検出力の低い N_r、RUN 検定を除くと、すべての検定は H_0 を棄却する。R(1)が極めて有意であることから、比較的大きな正の自己相関 $\rho_1 > 0$ をもつ可能性が高く、Q_{10}, Q_{30}, Q_{50} がすべて有意であることから比較的長いラグ次数の有意な自己相関をもっていると推論される。スペクトルトレンド検定F(0)の値も非常に大きいことから、この期間の急激な円高を反映してトレンド的相関が作られているとみることもできよう。

(b) 水、木、金の各曜日でも、トレンド検定TおよびR(1)検定は H_0 を棄却する。しかし、木曜日の Q_{30} を除くと Q_k の値は有意でない。この結果から期間IVにおける水、木、金の週次基準化収益率はラグが1次もしくは2次程度の有意な自己相関がある、と判断される。他方、スペクトルトレンド検定も有意であることから、火曜日と同様の変動をしていたとも考えられる。

(c) しかし、月曜日はUを除くと、すべての検定は有意でない。とくにスペクトルトレンド検定も有意でなく、他の曜日と非常に異なった変動をしていたことになる。Uが有意となる意味は不明である。いずれにしても月曜日の為替レートの変動は、ランダムウォーク的である。そのことはしばしば指摘されるように、月曜日は金曜日との間隔が72時間あるため経済主体の情報の解釈消化の方法の問題と関係があるかもしれないが、日次レートの曜日効果の問題と異なるため明らかでない。

③ 期間V (1982.10.9～1987.10.8)
(最近5年間)

(a) 火曜日の検定統計量T、R(1)、Q_{10}、Q_{30} は H_0 を棄却する。これは N_r の値から ρ_1 に加えラグの次数が大きい相関が残っていることになる。期間IVと異なってスペクトルトレンド検定は有意でない。

(b) 水、木、金の各曜日では、TおよびR(1)がすべて H_0 を棄却する。従って $\rho_1 > 0$ なる相関があると判断される。IVと異なって水、木ではスペクトルトレンド検定は H_0 を棄却しない。金曜日ではそれは有意である。

(c) 月曜日については、すべての検定が H_0 を棄却しない。ランダムウォーク的である。

④ 期間VII (1981.1.1～1987.10.8)
(資本自由化後)

(a) 火曜日では、Uを除くとすべての検定は H_0 を棄却する。Q_{50} が有意であることから、次数の長い自己相関があると判断される。

(b) 水、木、金の各曜日では、R(1)がすべてを棄却する。木、金ではTも H_0 を棄却する。さらにスペクトルトレンド検定が有意

となるのは、期間Vと同様、水、木、金のうちでは金曜日のみである。

(c) 月曜日では、すべての検定がH_0を棄却しない。ランダムウォーク的である。

⑤ 期間X（1977.10.9～1987.10.8）（最近10年間）

(a) 火曜日では、RUNを除くとすべての検定がH_0を棄却する。再び長い次数の自己相関があると判断される。

(b) 木、金については、火曜日とほぼ同様の結果が成立する。水曜日については、Q_{10}、Q_{30}、Q_{50}が有意でなく、水曜日の自己相関は$\rho_1>0$が中心的であろう。

(c) 月曜日については、Uを除くとすべての検定は有意でない。ランダムウォーク的である。

⑥ 期間III*（1977.1.1～1980.12.31）（資本自由化前3年間）

月曜日も含めてすべての曜日について、ほとんどすべての検定がH_0を棄却する。しかもUとQ_{30}がすべての曜日について有意であることは、長い次数の自己相関があると判断される。スペクトルトレンド検定もすべての曜日について有意である。このことは日次データのとき指摘した資本管理下における情報非効率性の問題と関係していよう。実際、資本自由化後の期間III、IV、VおよびVIIについてこれまで観察したほぼ共通のパターンをもつ結果と、ここでの結果ははるかに異なっている。また期間VIIとIII*とを合わせた期間Xとも異なっている。

以上の結果から次のことが要約されよう。

(i) 資本自由化後の月曜日の為替レート変動は、ランダムウォーク的であり、スペクトルトレンドも観察されない。

(ii) 火曜日の為替レート変動は、過去と比較的長い自己相関をもち、ランダムウォーク的変動でない。条件付標準偏差の変動の新しい変動に対する反応度を示す指数平滑パラメータγは、すべての期間について他の曜日に比べ最も大きく、市場の変動について最も反応的であるといえよう。従って、これらの構造を利用した取引ルールも考えられ、市場の効率性が成立していないだろうと推察される。

(iii) 水、木、金曜日については、4年以上の期間では相対的に大きな1次の自己相関があると判断され、中でも金曜日が相対的に強いと判断される。それゆえ、週次為替レートは月曜日を除くとランダムウォークでないと結論される。資本自由化後の各曜日の変動構造は、期間にかかわらず全体として共通のパターンをもっている。しかし我々の結論でもあるが、絶えずプロセスは少しずつ変化しているとみるのが自然である。

7. トレンド仮説と政策

6.でのランダムウォーク仮説棄却結果は、中央銀行が為替レート変動のコントロールを狙って介入した影響を含んだデータ（dirty float データともよばれる）に基づいている。従ってランダムウォーク仮説を棄却したトレンド的変動の中には、民間の多くの経済主体の行動の影響に加えて中央銀行の行動の影響も含まれている。それゆえ1つの疑問としては、もし中央銀行の介入がない場合（clean float)、為替変動はランダムウォーク的か、という疑問が起きる。もちろん、x_tの変動のうち中央銀行の介入に帰属する変動を分離できないのであるから、この疑問に応えるのは難しい。1つの可能な理論的方法は、もし介入しない場合の為替レートの変動がランダ

ムウォークであった場合、介入行動によってその変動がどのように変化するかをみることである。ここでは Corrado and Taylor (1986) のフレームワークを借りて、それについて簡単にふれる。彼等は、ランダムウォークに対抗して中央銀行が介入した場合にこうむる期待損失（利益）と変動性への影響を調べている。

まず観察される為替レートの対数値を $z_t=\log Z_t$ とし、介入がない場合の為替レートの対数値を $e_t=\log E_t$ とする。また中央銀行の為替購入量と売却量の対数値をそれぞれ $b_t=\log B_t$、$s_t=\log S_t$ とし、

$$I_t=\log B_t-\log S_t$$

とおく。そして z_t、e_t、および I_t との関係を

$$z_t=e_t+\alpha I_t \quad (\alpha>0)\ (Z_t=E_t\ (B_t/S_t)^{\alpha}) \tag{52}$$

と定式化する。(52)は z_t が介入行動 I_t の影響を α の割合だけ受けて変動することを意味している。実際には、その割合 α は為替の水準 z_t に依存するであろうが、ここでは一定とする。

次に、介入行動 I_t を定式化する。実際の介入行動は十分明らかでないが、ここでは Corrado and Taylor (1986) を一般化して

$$I_t=-\Sigma_{j=1}^{\infty}\lambda_j x_{t-j+1} \quad (x_t=z_t-z_{t-1},\ \lambda_j\geqq 0) \tag{53}$$

と定式化する。その結果(52)、(53)から直ちに

$$\begin{aligned} &x_t=\Sigma_{j=1}^{\infty} a_j x_{t-j}+a_0\epsilon_t \qquad (\epsilon_t=e_t-e_{t-1})\\ &a_j=\alpha(\lambda_j-\lambda_{j+1})/(1+\lambda_1\alpha),\\ &a_0=1/(1+\lambda_1\alpha) \end{aligned} \tag{54}$$

を得る。従ってもし ϵ_t が平均0のホワイトノイズならば、(54)は x_t の AR（∞）表現である。このことは、e_t がランダムウォークならば、ϵ_t は無相関ホワイトノイズとなり、介入した結果としての為替レートはランダムウォークでなくなることを示している。$\{x_t\}$ の変動と介入行動の関係をみるため、以下では簡単化のために介入の特別な場合として $\lambda_3=\lambda_4=......=0$ の場合、すなわち

$$I_t=-\lambda_1 x_t-\lambda_2 x_{t-1} \quad (\lambda_1,\ \lambda_2\geqq 0) \tag{55}$$

を考察する。この場合(54)は

$$x_t-a_1x_{t-1}-a_2x_{t-2}=a_0\epsilon_t \quad (a_0+a_1+a_2=1) \tag{56}$$

となり、もし介入がない場合の為替レート収益率 ϵ_t の変動プロセスが無相関ホワイトノイズ（すなわち e_t がランダムウォーク）であれば、(56)は $\{x_t\}$ の AR(2)表現となる。しかし「ϵ_t は iid」と「(56)の定常性」を仮定すると、(56)は線形プロセスとなり、2.で観察した「$\{x_t\}$ の非線形性」と矛盾する。従って ϵ_t は iid でない平均0、分散 σ^2（一定）の無相関プロセスかつ(56)とする。その場合(56)より x_t の分散および自己共分散は、

$$\gamma_0=\sigma^2a_0^2(1-a_2)/[(1+a_2)\{(1-a_2)^2-a_1^2\}] \equiv\sigma^2 A \tag{57}$$

$$\gamma_1=\sigma^2a_0^2a_1/[(1+a_2)\{(1-a_2)^2-a_1^2\}] \tag{58}$$

$$\gamma_\tau=a_1\gamma_{\tau-1}+a_2\gamma_{\tau-2} \quad (\tau\geqq 2) \tag{59}$$

となる。

さて、中央銀行の介入が、それがない場合に比べて為替収益率の変動性を拡大するのか縮小するのかという問題を考えよう。(57)から $A<1$ のとき $\gamma_0<\sigma^2$ となり、介入はその変動性を縮小する。また $A>1$ のときそれを拡大する。簡単に $A<1$ は

$$D\equiv(a_1-1+a_2)(a_1+a_2-a_2^2)<0$$

と同等であることがわかる。従って $a_2\geqq 0$ で

あることに注意すると、D＜0となるのは$(a_1、a_2)$が集合

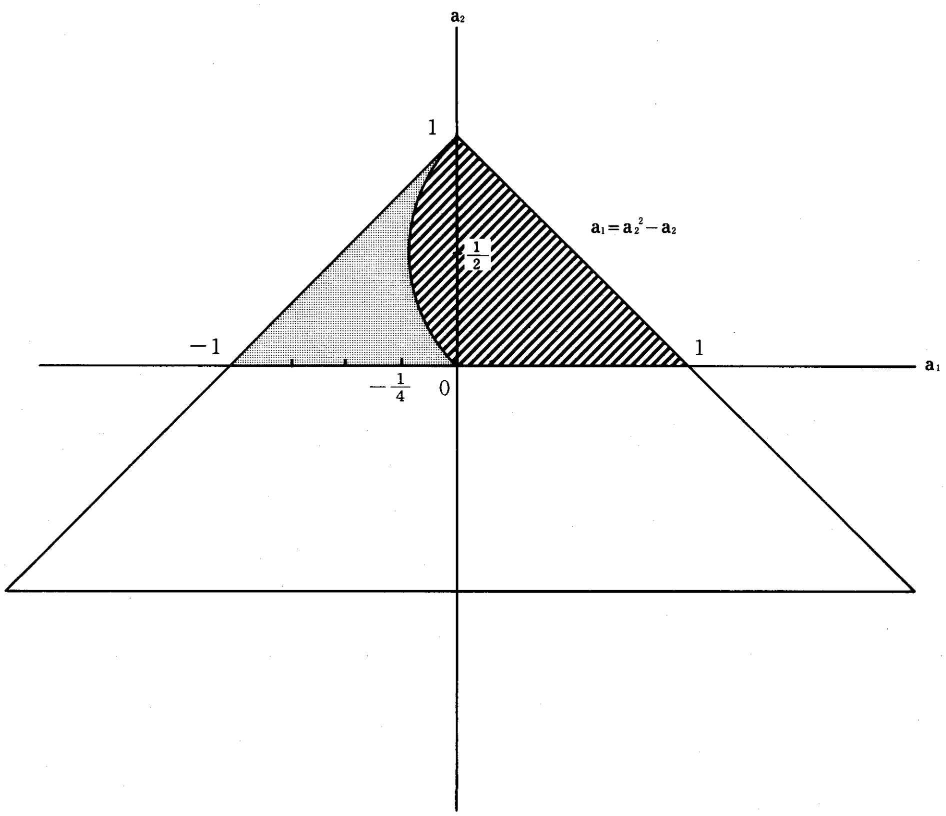
$$C_1=\{(a_1,\ a_2):1-a_2<a_1<-a_2(1-a_2),\ a_2>1\}$$

$$C_0=\{(a_1,\ a_2):-a_2(1-a_2)<a_1<1-a_2,\ 1>a_2\geqq 0\}$$

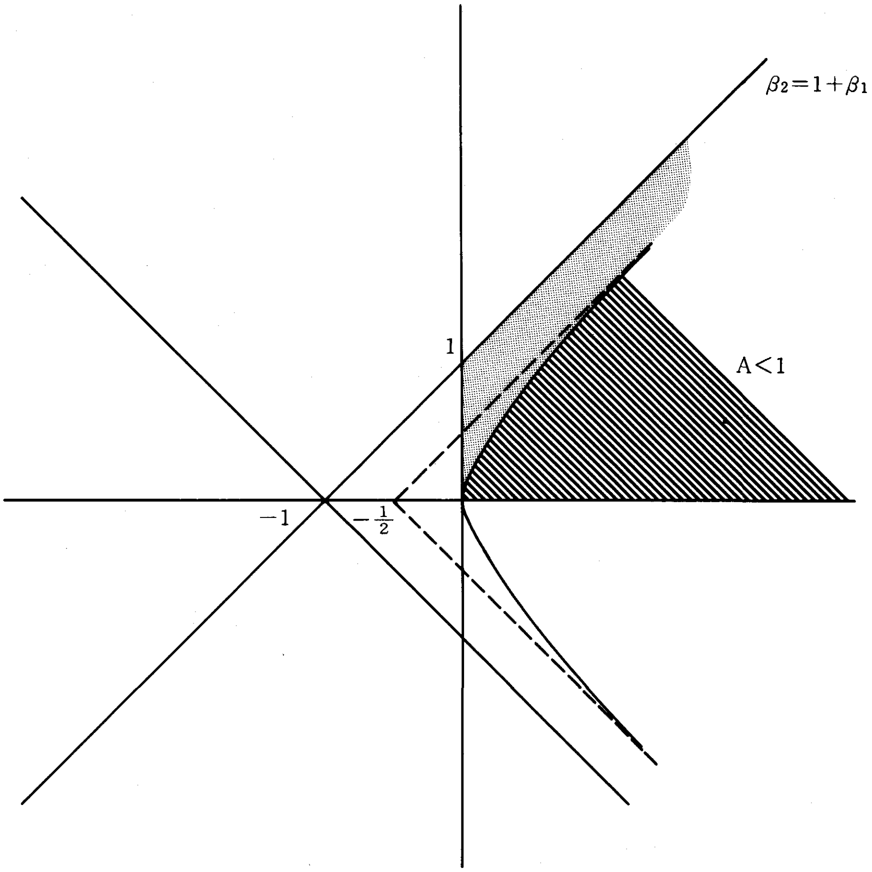
のいずれかに属する場合である。しかし集合C_1上では$\{x_t\}$が定常的でないので、結局集合C_0の点と定常性の条件を満たす集合の共通部分がD＜0となる$(a_1,\ a_2)$の集合となる。これを描いたのが第4図である。また第5図にはそれを係数$\beta_i=\alpha\lambda_i$（i＝1，2）で表現したものを描いてある。

第5図からわかるように、$\beta_2<\beta_1+1$を満たす$(\beta_1,\ \beta_2)$で、$\beta_2=\beta_1+1$に近い$(\beta_1,\ \beta_2)=\alpha(\lambda_1,\ \lambda_2)$ではD＞0となり、中央銀行の介入は収益率の変動性を高めることになる。このような$(\beta_1,\ \beta_2)$の組は$\beta_2>\beta_1$を満たし、介入関数(53)でt−1の反応係数λ_2の方がその反応係数λ_1よりも大きい場合である。このことは中央銀行の介入行動(55)が、1期（日）前の為替レートの変化x_{t-1}により大きく反応すると、x_tの変動性を増すことになり、変化があった日に（直ちに）より大きな介入（反応）が必要であることを示している。Corrado and Taylor (1986) では$\lambda_1>0$，$\lambda_2=0$の場合を扱っており、その場合

第4図　斜線部分Coと定常性の領域の共通部分(介入が変動性を縮小する部分)、点の部分は介入が変動性を拡大する部分



第5図 斜線部 A＜1（定常）
点　部 A＞1（定常）



C_0 は $C_0^*=\{a_1 : 0<a_1<1\}$ に対応し、この集合上では定常的かつ常に介入は収益率の変動性を縮小することになる。すなわち、介入行動が過去の為替の変化の動き $\{x_{t-j}\}$ に反応せず、現在の変化に反応した方が $\{x_t\}$ の変動性を縮小する。

次に、C_0 上で介入によって生ずる自己相関を考えよう。$\rho_\tau=\gamma_\tau/\gamma_0$ とおくと(57)、(58)より

$$\rho_1=a_1/(1-a_2)=(\beta_1-\beta_2)/(1+\beta_1-\beta_2)$$

となり、ρ_1 は $\beta_1-\beta_2$ が大きい程大きく、$\beta_2>\beta_1$ のときは $\rho_1<0$ となる。

以　上

【参考文献】

刈屋武昭、『計量経済分析の考え方と実際』、東洋経済新報社、1986年

———・翁　邦雄、「経済現象における因果の考え方と検証可能性」、『経済研究』第38巻第2号、1987年

溝口敏行・刈屋武昭、『経済時系列分析入門』、日本経済新聞社、1984年

Anderson, T. W. and Walker, A. M., "On the Asymptotic Distribution of the Autocorrelations of a Sample from a Linear Stochastic Process", *Annals of Mathematical Statistics* 35, pp.1296-1303, 1964.

Bachelier, L., "Theory of Speculation", 1900, reprinted in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*, pp.17-78, Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1964.

Boothe, Paul and Glassman, Debra, "The Statistical Distribution of Exchange Rates: Empirical Evidence and Economic Implications", *Journal of International Economics* 22, pp.297-319, 1987.

Canova, F. and Itoh, T., "On the Time Varying Risk Premium in the Yen/Dollar Exchange Market", Discussion Paper 170, Hitotsubashi University, 1987.

Corrado, Charles J. and Taylor, D., "The Cost of a Central Bank Leaning Against a Random Walk", *Journal of International Money and Finance* 5, pp.303-314, 1986.

Domowitz, Ian and Hakkio, Craig S., "Conditional Variance and the Risk Premium in the Foreign Exchange Market", *Journal of International Economics* 19, pp.47-66, 1985.

Engel, Robert F., "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica* 50, pp.987-1007, 1982.

Fama, Eugene F., "The Behavior of Stock Market Prices", *Journal of Business* 38, pp.34-105, 1965.

Frankel, Jeffrey A. and Meese, Richard, "Are Exchange Rates Excessively Variable?", NBER Working Paper, No. 2249, May, 1987.

Friedman, Daniel and Vandersteel, Stoddard, "Short-run Fluctuations in Foreign Exchange Rates: Evidence from the Data 1973-79", *Journal of International Economics* 13, pp.171-186, 1982.

Giddy, Ian H. and Dufey, Gunter, "The Random Behavior of Flexible Exchange Rates: Implications for Forecasting", *Journal of International Business Studies* 6, pp.1-30, 1975.

Granger, C. W. J. and Morgenstern, O., *Predictability of Stock Market Prices*, Lexington, Massachusetts: Heath, 1970.

——— and Newbold, P., "Forecasting Transformed Series", *Journal of the Royal Statistical Society* 38B, pp.189-203, 1976.

Hakkio, Craig S., "Does the Exchange Rate Follow a Random Walk?: A Monte Carlo Study of Four Tests for a Random Walk", *Journal of International Money and Finance* 5, pp.221-229, 1986.

Isard, Pater, "Lessons from Empirical Models of Exchange Rates", *IMF Staff Papers* 34, pp.1-28, 1987.

Islam, Shafiqul, "Statistical Distribution of Short-Term Exchange-Rate Variations", Research Paper, No. 2815, Federal Reserve Bank of New York, August 1982.

Levich, Richard M., "Empirical Studies of Exchange Rates: Price Behavior, Rate Determination and Market Efficiency", in R. W. Jones and P. B. Kenen, eds., *Handbook of International Economics* 11, pp.979-1040, 1985.

McFarland, James W., Pettit, R. Richardson and Sung, Sam K., "The Distribution of Foreign Exchange Price Changes: Trading Day Effects and Risk Measurement", *Journal of Finance* 37, pp.693-715, 1982.

Meese, Richard and Singleton, Kenneth J., "On Unit Roots and the Empirical Modeling of Exchange Rates", *Journal of Finance* 37, pp.1029-1035, 1982.

——— and Rogoff, Kenneth, "The Out of Sample Failure of Empirical Exchange Rate Models: Sampling Error or Misspecification?", in J. A. Frankel, ed., *Exchange Rates and International Macroeconomics*, University of Chicago Press, 1983.

So, Jacky C., "The Sub-Gaussian Distribution of Currency Futures: Stable Paretian or Nonstationary?", *Review of Economics and Statistics* 69, pp.100-107, 1987.

Takagi, Shinji, "On the Statistical Properties of Floating Exchange Rates: A Reassessment of Recent Experience and Literature", *BOJ Monetary and Economic Studies*, Vol. 6, No.1, May 1988.

Tauchen, George E. and Pitts, Mark, "The Price Variability-Volume Relationship on Speculative Markets", *Econometrica* 51, pp.485-505, 1983.

Taylor, Stephen J., "Conjectured Models for Trends in Financial Prices, Tests and Forecasts", *Journal of the Royal Statistical Society* 143A, pp.338-362, 1980.

———, "Tests of the Random Walk Hypothesis Against a Price-Trend Hypothesis", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 17, pp.37-61, 1982.

———, *Modelling Financial Time Series*, John Wiley & Sons, 1986.

Westerfield, Janice M., "An Examination of Foreign Exchange Risk under Fixed and Floating Rate Regimes", *Journal of International Economics* 7, pp.181-200, 1977.