

金融機関の金利リスクについて*

—その測定方法およびわが国金融 機関についての若干の実証分析—

宮 内 篤**

1. はじめに——目的、構成、要旨
2. わが国金融機関の期間ミスマッチの現状
3. 金利リスクの各種計測手法の考え方と限界
4. わが国金融機関についての金利リスクの計測
5. 金利リスクの経済学的評価
6. 金利リスクのヘッジ手段について
7. おわりに

1. はじめに——目的、構成、要旨

わが国では、金利や業務分野の自由化がこのところ急速に進展しているが、こうしたなかで金融機関においては、自由化に対応するかたちで資金の調達、運用パターンに大きな変化がみられる一方、国債ディーリングの業務も活発化していることなどから、金融機関経営を巡るリスクはこのところ多様なものとなっている。¹⁾ とくに金融機関の「金利リスク」（ないし金利変動リスク）すなわち「予

期せざる金利変動によって金融機関の収益ないし純資産価値が減少するリスク」に関しては、近年金利変動が大きくなっているだけに大きな関心が寄せられている。こうした状況下、金融機関の金利リスクをどのように把握し評価するのが適当かという問題は、効率的なリスク管理という観点から銀行経営上極めて重要な課題となっている。またこの問題は、金融機関全体によって支えられている決済システムないし金融システムの安定性にも深く係わってくるだけに、中央銀行としても重大

* 本論文の作成に当っては、横浜国立大学・倉澤資成助教授、東京大学・堀内昭義教授、神戸大学・本多佑三助教授、大阪大学・蠟山昌一教授から有益なコメントを頂いた。

** 日本銀行金融研究所研究第1課（現在IMF出向中）

1) 例えは横内（1987a）は、金融自由化の進展に伴って金融機関経営を巡るリスクが、従来以上に多様化し拡大していると指摘、現在銀行の抱えるリスクとして①信用リスク、②金利リスク、③価格変動リスク、④流動性リスク、⑤経営リスク、⑥システムリスク等を挙げている。

な関心事である。²⁾

本論文は、こうした問題意識に立って、金融機関の金利リスクに関する種々の計測手法を整理・紹介するとともに、そのうちのひとつを実際にわが国金融機関について適用して金利リスクを測定し、さらに金融機関の役割と金利リスクの問題について理論的に考察することを意図したものである。以下2.では、まず、わが国金融機関のバランス・シート上の期間ミスマッチ（不対応）の現状を業態別に概観する。続く3.では、金利リスクに関し主として米国で発展をみている各種の計測手法の考え方を要約して紹介するとともに、それぞれの限界ないし問題点を指摘する。4.では、こうした計測手法の1つを用いて実際にわが国金融機関の金利リスクを業態別に計測し、金利リスク・エクスポートナーの現状を評価するとともにその背景について考察する。5.では、視点を変えて金融機関の役割と金利リスクの問題を考察し、金利リスクを公的監督の対象とする経済学的な根拠についても検討する。6.では、金融取引面での新しい形態ないし対応（先物取引、貸出債権の流動化等）が、金利リスクのヘッジ手段としてどのような役割を果し得るのかについて、その評価を行う。最後に、以上の分析を踏まえつつ、今後の銀行経営上の課題および銀行監督上の留意点を整理する。

本論文の分析から得られる主要な結論を予め要約すると、次のとおりである。

(1) 金融機関の金利リスクが現実に高まっているかどうかを最も簡単に推察する方法

は、金融機関の資産・負債両面について期間の長短別構成をみるとこと（金利リスクは金利の変動パターンが短期金利と長期金利では相違することに起因するとの考え方）である。わが国の金融機関についてこうした期間別構成の変化をみると、預本金利自由化が急速に進展をみたこの2～3年、都銀、地銀を中心に短期調達・長期運用の傾向（期間ミスマッチの傾向）が強まっており、今後短期金利が比較的大きく上昇する場合もありうることを考えると、金利リスクが高まっていることを窺わせる。

(2) 金利リスクを把握する方法として上記(1)よりも正確かつ高度とされる計測手法としては、①資産および負債を満期（マチュリティ）の期間帯（ラダー）毎に区分し、各区分における資産および負債のミスマッチ状況をみるとことによって金利リスクを判断しようとする「マチュリティ・ラダー法」、②資産および負債それぞれについて平均存続期間（デュレーション）。資産および負債それぞれに関連するキャッシュ・フローから算定)を求め、2つのデュレーションの差（ギャップ）というかたちで金利リスクを計数化しようとする「デュレーション・ギャップ法」、③金利が変動する場合には資産・負債の構成も変化するが、こうした動態的な要素をも考慮に入れつつ、金利収入・金利支出の調整速度を計量経済学的手法で測定することによって金利リスクをとらえる「計量モデルを用いた手法」、などが考案されている。これらの

2) 昨年12月、国際決済銀行（BIS）の銀行規制監督委員会（クック委員会）が提案した自己資本比率規制の国際的統一化案の中においても、今後の課題として金利リスクを自己資本比率規制（リスク・アセット・レイショ）の算定基準に取り込むことが指摘されている（この点についての詳細は守分（1988）参照）。

金融機関の金利リスクについて

手法は、それぞれ優れた着眼点を持つものであるが、一方で問題点も指摘されている（例えば①、②は先行きの金利変動に伴う資産・負債の構成変化等動態的な要素が考慮されておらず、また③は過去の金利変動をもとに金利リスクをいわば事後的に測定したものであり、事前的な意味での金利リスク・エクスポートジャーを示す分析ではないことなど）。従って、金利リスクの把握手段として実際に活用する場合には各手法の限界を十分認識するとともに、いくつかの手法を適宜併用して判断することが望ましい。

(3) 金利変動に伴う資産・負債構成の変化等動態的な要素を勘案した手法である上記③の手法を用いて、わが国の都銀および地銀について金利リスクを計測してみると、都銀では、近年、負債面で金利の調整速度が速まっている一方、資産面での金利調整の速度もこれにある程度対応するかたちで早まっている（上記(1)でみた期間のミスマッチ拡大とは裏腹に実質的には金利リスクのヘッジがある程度行われてきている）のに対し、地銀では、負債面の動きは都銀同様であるが、資産面における金利の調整速度はむしろ低下し、金利リスクが実質的に高まっていることを示唆する結果が得られる。両業態間でこうした差異が生じたのは、都銀では変動金利による貸出の増加や先物等ヘッジ手段の活用等によって金利変動への対応が図られてきたとみられるのに対し、地銀ではそうした対応が比較的遅れしてきたことによるものと推察される。

(4) 金利リスクの問題を金融機関の機能に着目して考えた場合、金融機関の収益はマチュアリティ・トランسفォーメーション

（期間の異なる金融資産の変換機能）というかたちをとったリスク・テイクから本来生まれることを考えれば、理論的にいえば銀行の最適な行動は単に金利リスクを極小化することではなく、トレード・オフ関係にある期待収益とリスクの間において最適な組合せを選択することである。ただ、銀行の主体的選択の結果もたらされる金利リスクの水準は、銀行が有限責任の会社形態（倒産に際しても株主の損失負担は出資額に限定）をとる以上、社会的にみて望ましい水準以上のものとなる可能性があるので、これを抑止するうえで金利リスクに対する公的監督が必要となる。

(5) 金融機関にとって金利リスクをヘッジする手段としては、資産サイドにおける対応手段として①短期市場金利の動向をよりよく反映する貸出形態である変動金利貸出やスプレッド貸出（短期市場金利に一定の利率を上乗せするかたちで貸出金利を決定する方式）の導入、②長期固定貸出を証券化して売却することによって資産の期間を短期化する貸出債権の流動化、また③金利変動に伴う収益減少を相殺する形をとったヘッジ手段である先物取引の利用、などが考えられる。このうち②、③については、それぞれの市場が拡大し取引が活発化すれば、金融機関にとって比較的容易かつ低成本で金利リスクに対処し得る手段となるものであり、従って③の関連において、本年1月、わが国において従来の債券先物市場に加え、より広範な金融先物市場の創設についての具体案が打出されたことは、金利リスクのヘッジ手段拡充に資する望ましい動きと評価しうる。

(6) 今後の銀行経営においては、資産・負債

の総合管理体制（ALM体制）を確立することによって金利リスクの的確な把握と各種ヘッジ手段による対応を行っていく必要があるほか、金利リスクが顕現化する場合の収益減少に備えて自己資本を充実することも重要である。一方、銀行監督当局としては、金融機関が金利リスクを的確に把握し適切なヘッジを行っているかどうかをチェックできるシステムを確立すること（例えばマチュリティ・ラダー表の徴求、金融機関考査における金利リスクの重視等）によって、金融システム全体としての安定性を確保していくことが重要である。

2. わが国金融機関の期間ミスマッチの現状

金融機関の金利リスク（金利変動リスク）とは、一言でいえば「予期せざる金利変動によって金融機関の収益（フロー）ないし純資産（ストック）価値が減少するリスク」と要約できる。金融の自由化・国際化に伴って各国の金利変動が大幅化するなかで、こうした金利リスクは金融機関にとって大きな問題となってきており、このため、これを数量的に把握する各種の精緻な計測手法がとくに米国において発展をみつつある。しかし、金利リスクが現実に高まっているかどうかを最も簡

第1表 自由金利商品による調達比率の推移

(年度末、%)

	57年度	58	59	60	61
都銀	19.9	20.7	23.0	28.2	35.9
地銀	3.1	5.5	7.9	11.0	16.3
相銀	2.2	3.5	6.4	9.6	17.7
信金	0.7	0.9	1.5	2.6	5.3
四業態計	10.1	11.3	13.5	17.0	24.3

(注) 国内店期末残高ベース。

自由金利調達比率 = (コールマネー + 売渡手形 + 借用金 <除く日銀
借入金> + 外貨預金 + 非居住者円預金 + MMC + 大口定期 + CD) / 調
達勘定計。

(資料) 横内(1987a)等

第2表 業態別長期貸出比率の推移

(年度末、%)

	57年度	58	59	60	61
都銀	38.4	38.5	39.2	41.7	47.1
地銀	39.0	39.1	39.5	41.4	44.6
相銀	47.3	47.9	49.0	51.9	55.8
長信銀	79.7	75.4	74.6	73.8	71.7

(資料) 横内(1987b)

金融機関の金利リスクについて

単に推察する方法は、銀行の資産・負債の期間別構成すなわち期間ミスマッチの状況を見ることがある。そこで、より複雑な金利リスクの計測手法に入る前に、わが国の金融機関についてこうしたミスマッチの現状をみておくこととする。

わが国金融機関の運用・調達の期間別構成をみると、まず、調達面では、大口預資金利の自由化進展等を背景に、いずれの業態においても近年短期の自由金利金融商品による調達ウェイトの上昇が顕著である。すなわち、資金調達勘定残高合計に占めるそのウェイトは、都銀で57年度末の20%から61年度末の36%へ、地銀で3%から16%へ、さらに相銀で2%から18%へといずれもかなりの上昇を示している（第1表）。一方、運用面では、都銀、地銀、相銀とも比較的高金利の貸出である住宅ローンの増加等を反映して貸出の長期化が進んでおり、例えば都銀の長期（1年

超）貸出残高比率をみると、57年度末の38%から61年度末には47%へと上昇している（第2表）。³⁾

こうした短期調達・長期運用という傾向の強まりの結果、わが国金融機関ではいわゆる期間のミスマッチが拡大の方向にある。いま、全資産または全負債に対する契約期間1年以上の資産または負債の比率を求め、それを都銀、地銀、長信銀別にみると（第1図）、⁴⁾長信銀ではミス・マッチの拡大はみられないが、都銀ではこの2～3年、短期調達・長期運用による期間のミスマッチが拡大傾向を示しているほか、地銀でも最近になってミス・マッチが拡大の方向にある。こうした状況下、今後、短期金利が長期金利に比べ大幅かつ急激に上昇するといった金利上昇局面を迎えることになれば、銀行は収益面で多大な損失を被る、との指摘もみられている（神澤（1985）など）。⁵⁾

-
- 3) 統計上の長期貸出は変動金利貸出も含んでいるため、これは必ずしも金利改訂日到来期日の長期化に対応するものではない点に留意する必要があるが、一応の傾向は示しているものといえよう。
- 4) 第1図における契約期間別の資産または負債の比率は以下のようない算式に基づき算定（データ出所は『日本銀行経済統計年報』）。なお「要求払預金」、「外貨預金」、「非居住者円預金」、「自由金利大口定期預金」はすべて1年末満の預金とみなした。

1年以上の資産比率

$$= 1 - \{(1\text{年未満の貸出}) + (\text{コールローン}) + (\text{買入手形}) + (\text{日銀預け金}) + (\text{譲渡性預け金}) + (\text{外国為替}) \\ + (\text{現金}) + (\text{未決済為替貸}) + (\text{仮払金}) + (\text{本支店未達})\} / (\text{総資産})$$

1年以上の負債比率

$$= 1 - \{(1\text{年未満の預金}) + (\text{譲渡性預け金}) + (\text{コールマネー}) + (\text{売渡手形}) + (\text{借用金}) + (\text{外国為替}) + (\text{未決済為替借}) + (\text{仮受金}) + (\text{本支店未達})\} / (\text{総資産})$$

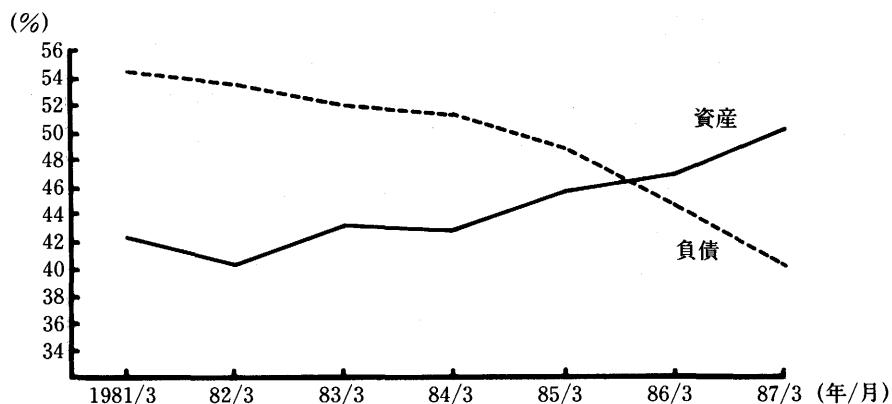
- 5) この種のリスクが顕現化した端的な事例としては、1980年代初頭の米国のS & L（貯蓄金融機関）の経営不安が挙げられる。当時のS & Lは運用が主としてモーゲージローン等長期貸付けに限（p.68へ続く）

金融研究

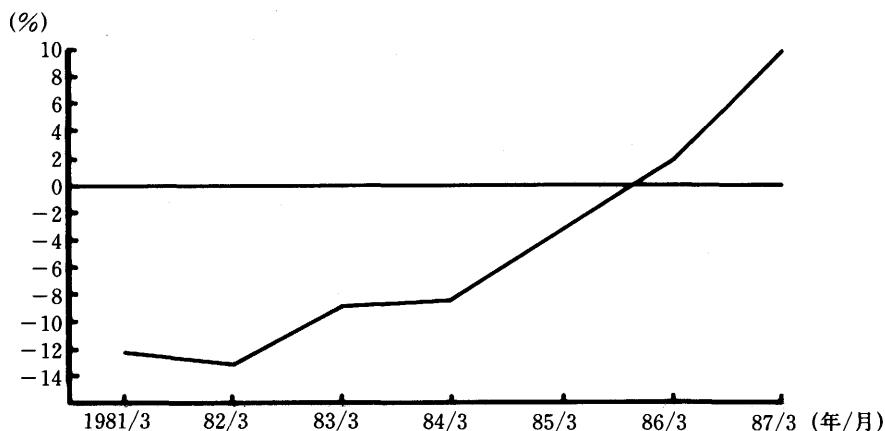
第1図 契約期間1年以上の資産および負債の比率と期間のミスマッチ

(a) 都銀

イ. 契約期間1年以上の資産(負債)の対総資産比率

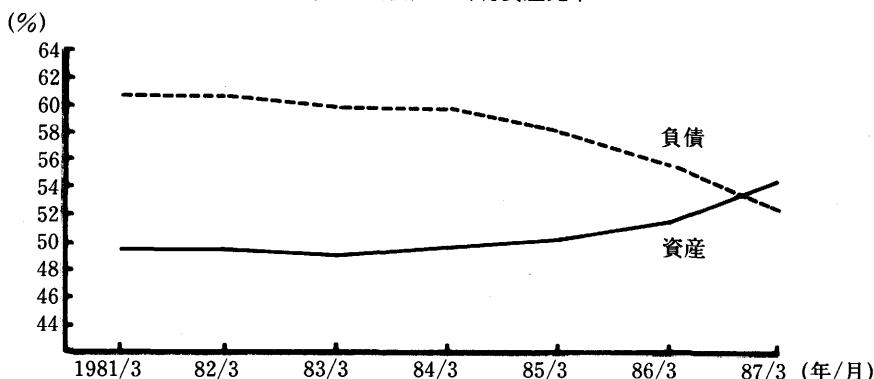


ロ. 期間のミスマッチ(上記資産比率 - 負債比率)



(b) 地銀

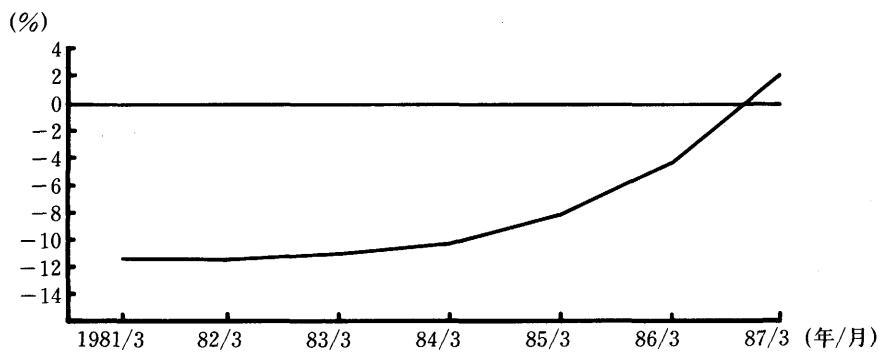
イ. 契約期間1年以上の資産(負債)の対総資産比率



(注) 契約期間別の算出方法については本文脚注4)参照。

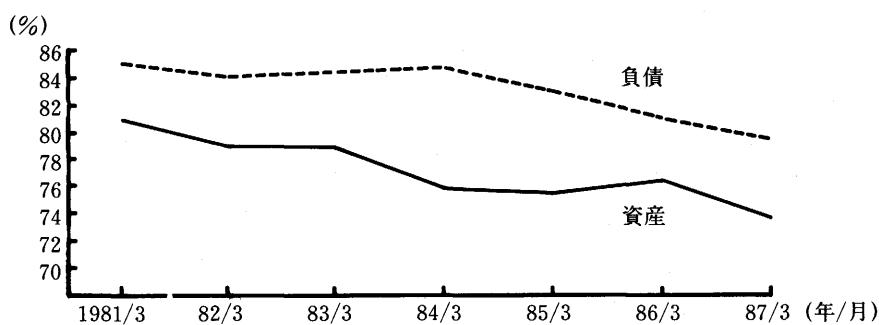
金融機関の金利リスクについて

ロ. 期間のミス・マッチ（上記資産比率－負債比率）

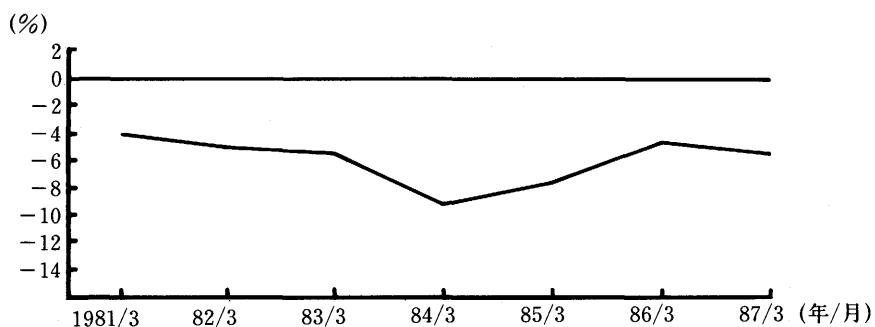


(c) 長信銀

イ. 契約期間 1 年以上の資産（負債）の対総資産比率



ロ. 期間のミス・マッチ（上記資産比率－負債比率）



3. 金利リスクの各種計測手法の考え方と限界

ここでは、金融機関の金利リスクを測定する手法として、主として米国で発展をみた各種の手法を概観することしたい。その際、各手法の考え方、前提をやや詳しくみるほか、それらを実際の測定に用いる場合の限界についても考察する。

なお、金融機関の「金利リスク」という場合、「所得リスク」(income risk) と「投資リスク」(investment risk) の2つの概念が存在する。すなわち、「所得リスク」は「期間損益リスク」とも呼ばれ、資産および負債の金利改訂時期ないし改訂幅が一致していない場合、金利変動によって期中の支払金利と受取金利の変動に差異が生じ、つれて期間損益が悪化するリスクを指す。一方、「投資リスク」は、資産および負債の金利改訂時期ないし改訂幅が一致していない場合、金利変動によって資産および負債のキャッシュ・フローの割引現在価値の変動に差異が生じ、これによって金融機関の純資産価値(net worth) が減少するリスクを指す。⁶⁾

金利リスクの算定手法としては、所得リスクをみる考え方と投資リスクをみる考え方があり、ALM (Asset Liability Management、資産・負債の総合管理) の発達に伴いそれぞれ様々な手法が開発、提唱されているが、現在みられる手法はその着眼点の相違によって次の3つに大別することができる。

- ① 金利感応資産・負債のミス・マッチなし期間帯(ラダー)毎にみた資産・負債のミス・マッチを把握することによって金利リスクを算定する手法。
——「金利感応度分析」、「マチューリティ・ラダー法」
- ② 資産・負債両面におけるキャッシュ・フロー(元利金受払)の現在価値をもとにして資産・負債それぞれの「平均存続期間」(デュレーション)を求め、両者の差(ギャップ)によって金利リスクを算定する手法。
——「デュレーション・ギャップ法」
- ③ 金利変動に伴う資産・負債構成の変化等動態的な要素をも考慮に入れて金利リスクを算定する手法。
——「計量モデルを用いた手法」

定されていたため、金融引締め(短期金利の急激かつ相対的に大幅な上昇)に伴って金利リスクが顕現化し、多くのS&Lが赤字転落を余儀なくされた。(第3表参照)。

第3表 金利高騰期における米国の貯蓄金融機関の収益動向

	1979年	1980	1981	1982	1983	1984/上	(%)
資金運用利回り	8.26	8.79	9.42	9.86	9.29	9.65	
資金調達原価	6.13	7.10	8.42	8.59	7.32	7.56	
利 鞘	2.13	1.69	1.00	1.27	1.97	2.09	
税引後収益率	0.46	-0.12	-0.82	-0.73	0.15	0.07	

(資料) *Federal Reserve Bulletin*, March 1985

6) 金利リスクにはこうした2種類のリスクが存在する点については、Mitchell (1985) 参照。

金融機関の金利リスクについて

以下ではこれらの手法を順次要約して紹介するとともに、その長所、短所を比較検討しよう。

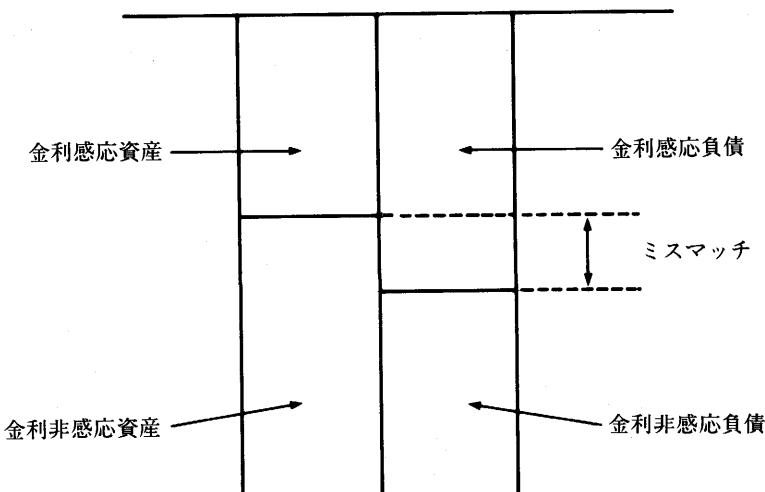
(1) 金利感応度分析およびマチュリティ・ラダー法

Baker (1981) らによって提唱された「金利感応度分析」(interest sensitivity analysis)は、資産・負債のそれぞれを一定の期間（3か月、6か月、1年等）内に金利が改訂（リプライシング）されるもの、すなわち「金利感応資産ないし負債（Rate Sensitive Assets, Rate Sensitive Liabilities）」とそれ以外の資産ないし負債とに分類し、「金利感応資産」と「金利感応負債」の差額（あるいはそうした差額を総資産で割ったギャップ比率）を

もって金利リスクの代理変数とみる考え方である（第2図）。この手法は当該期間中に金利変動が発生したとき、「金利感応資産・負債」からの金利収入・支出が変化する一方、他の資産・負債からの金利収入・支出は変化しないため、金利の上昇（下落）に伴う金利収入と支出の増加（減少）の差は金利感応資産と負債の差額に比例して生ずるとの考え方に基づいている。しかしこの手法は資産・負債をそれぞれ大胆に2分割して考えるなど単純すぎるため、所得リスクについての大雑把な目安を示しているに過ぎず、その定量的な把握は行き得ない。⁷⁾

以上の金利感応度分析は、一定期間内における金利改訂の有無を基準として全ての資産および負債を2つのタイプに分類したもので

第2図 金利感応度分析の概念図



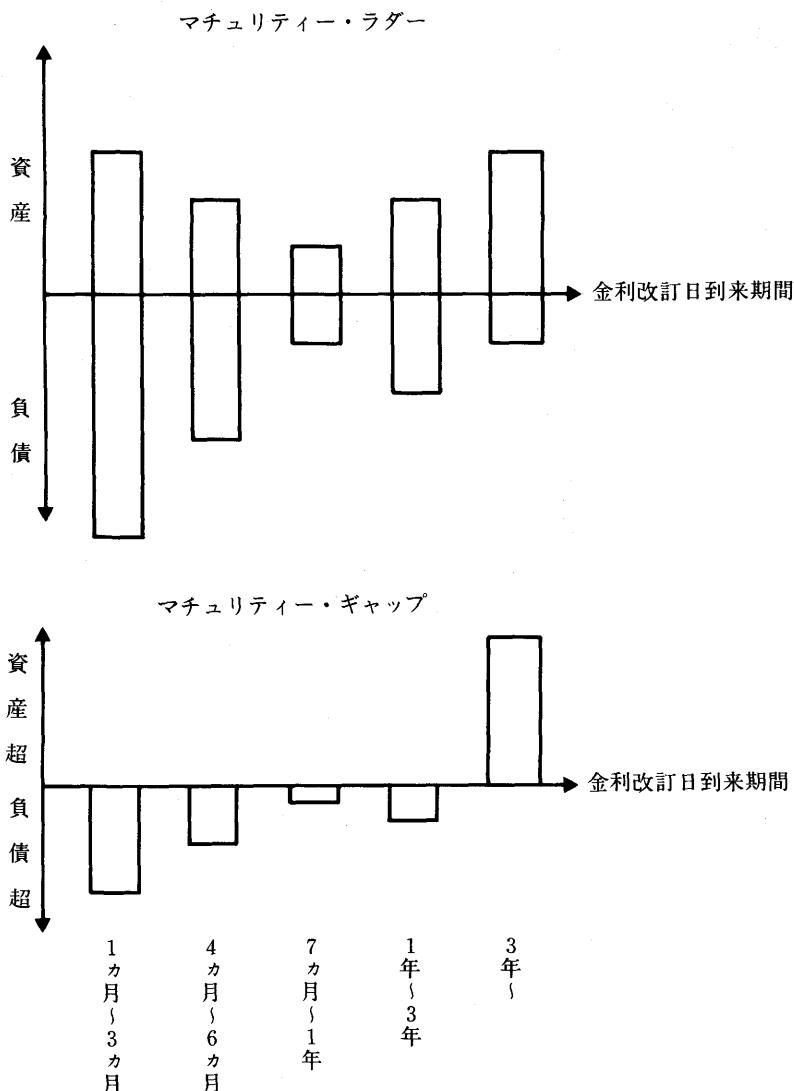
7) ただ Flannery and James (1984) は、こうした単純な金利感応度分析に基づくギャップが金利リスクの指標として有用であることを示している。すなわち、企業としての銀行の正味資産は当該銀行株価により示され、従って銀行の曝されている金利リスクは銀行株価の利子率に対する感応度として表わすことができるとの考え方方に立ってこれを測定した。そのうえで銀行株価の利子率に対する感応度を被説明変数、「金利感応資産」と「金利感応負債」のギャップを説明変数とする回帰式を計測したところ良好な結果が得られたことから、このギャップが金利リスクの指標として有用であると結論付けている。

金融研究

あるが、金利改訂は期間のとり方の長さに応じて連続的に変るものである点に着目し金利感応度分析の考え方を一般化したものが「マチュリティー・ラダー法」である。⁸⁾ マチュー

リティー・ラダー（満期の階層）とは、資産、負債それぞれを第3図のように現時点から金利改訂時期までの期間帯（ladder）ごとに区切って分類したものであり、⁹⁾ これにより各

第3図 マチュリティー・ラダーの概念図



8) マチュリティー・ラダー法の詳細については例えばToevs and Haney (1983) を参照。

9) 最も望ましい分類法は金利改訂到来期間による区分ではなくキャッシュ・フローによる区分であろうが、現存の統計をベースとしての分析ということであれば、本文に示したような前者によるものとなろう。

金融機関の金利リスクについて

期間帯ごとのミスマッチの規模を明らかにすることができるとともに、現時点で金利変動が生じた場合、それが将来の期間損益に及ぼす影響（所得リスク）をミスマッチの各時点までの損益の累積額をもとに算定することが可能である。¹⁰⁾

マチュリティー・ラダー法の長所としては、①期間区分の計算が容易であるうえ、②将来のどの時点でもミスマッチが発生するかについて目途をつけることが可能であり、さらに③上述したように現時点の金利変動に伴う所得リスクを算定することが可能であるといった点を指摘できる。しかし、反面①各資産・負債のキャッシュ・フロー（元利金受払い）の違いを無視していること（換言すれば受取利息の再投資収入や支払利息に伴う再調達コスト等を考慮していないこと）、②期間毎のミスマッチの結果生じる所得リスクを単一の指標という形では正確には計数化し得ないこと、③資産・負債のキャッシュ・フローの現在価値といった概念が導入されていないため、投資リスクを測定できること、さらに④金利変動がバランス・シートの各項目を変化させることに伴うリスクへの影響までは考慮されていないこと（資産・負債の各項目に変化がない場合の静学的な分析にすぎない）、などの点が問題点として一般に指摘されている。

(2) デュレーション・ギャップ法

デュレーション・ギャップ法とは、金融機関の資産・負債各々について「デュレーショ

ン（duration）」（後述するような「平均存続期間」）を求め、その差（ギャップ）をもって金利リスクの尺度と考える方法である。

デュレーションとは、もともと古く Macaulay (1938)、Hicks (1939) がそれぞれ考案した指標であり、前者は債券の平均回収（ないし投資）期間の尺度として、後者は債券価格の利子率変化に対する弾力性としてそれぞれこの概念を提示した。その後約30年間余り顧みられることはなかったが、1970年代に入ると、米国において金利変動幅が拡大傾向を示したことなどから、金利リスクを回避するための「債券投資戦略」としてデュレーションの考え方が脚光をあびるに至った（内容は後述）。さらに1970年代末以降は、金利が高騰し米銀経営が不安定化する中で、銀行経営における金利リスクの重要性が強く認識されたため、デュレーションの考え方を金利リスクの把握手段として銀行 ALM に導入する動きが台頭、つれて以下でみるような「デュレーション・ギャップ法」が急速な発展を遂げることとなった。

以下では、「デュレーション」の基本的考え方、デュレーション・ギャップ法の概要、デュレーションの債券投資戦略への応用、デュレーションをめぐる問題点等を順次みていくことしたい。

イ、デュレーションの考え方

デュレーションとは、資産・負債いずれについても考えうる概念であるが、いま資産を例にとってそれを一言でいうならば「元利金

10) 但し、累積ミスマッチ額をリスクとみなしうるためには、イールド・カーブ（金利の期間構造）がパラレルにシフトすることを仮定しなければならない。もし、イールド・カーブの変化パターンの想定を変えるならば期間毎に適当なウェイトづけをして累積計算を行う必要があろう。

の受取り等すべてのキャッシュ・フローを現在価値に複利還元し、それをベースに考えた場合にある金融資産の『平均回収期間』がどの程度の長さになるかを示すもの」ということになる。今、満期 t 、各 i 期のクーポン支払い（利息支払い） C 、償還価格 F 、最終利回り r_0 、現時点から i 時点までの利子率を r_i とする債券のデュレーション D は次のように定義される（この定義は Macaulay (1938) によるものであり、今日でも一般的に用いられている）。

$$D = \frac{\sum_{i=1}^t \frac{i \cdot C}{(1+r_0)^i} + \frac{t \cdot F}{(1+r_0)^t}}{\sum_{i=1}^t \frac{C}{(1+r_0)^i} + \frac{F}{(1+r_0)^t}} \quad (1)$$

すなわち、デュレーションとは利息（クーポン）が支払われる各時点 i ($i = 1, \dots, t$) および償還が行われる時点 t を、各時点における支払利息の現在価値 $\frac{C}{(1+r_0)^i}$ および償還金額の現在価値 $\frac{F}{(1+r_0)^t}$ をウェイトとして加重平均したものである。つまり満期という概念が単に償還金の支払われる時点までの期間 (t) を意味するのに対し、デュレーションは途中の利息受取りが生じる時点をも考慮に入れた回収期間の平均値（従って t より小）ができる。

上記(1)式は債券に関するデュレーションを定義したものであるが、各種金融資産についてこれをより一般的に定義すれば次式のようになる。

$$D = \frac{\sum_{i=1}^t i \cdot PV(i)}{P} \quad (2)$$

$$P = \sum_{i=1}^t PV(i), \quad PV(i) = \frac{c^i}{(1+r)^i} \quad (2)'$$

$PV(i)$ ：将来の i 時点でのキャッシュ・フローの現在価値

P ：金融資産の現在価値

$$(= \sum_{i=1}^t PV(i))$$

c ：キャッシュ・フロー

r ：市場金利

すなわち、デュレーションは、キャッシュ・フローがある各時点 i を、それぞれの時点のキャッシュ・フローの現在価値 ($PV(i)$) をウェイトとして加重平均した平均回収期間であるといえる。

一方、債券についていえば、デュレーションは「債券価格の金利変動に対する弾力性」と解釈することもできる。すなわち、(1)式において債券価格を P とすると、 P は元利の割引現在価値の和であるから

$$P = \sum_{i=1}^t \frac{C}{(1+r_0)^i} + \frac{F}{(1+r_0)^t} \quad (3)$$

と示すことができる。このとき利子率の変化の債券価格への影響は、

$$\begin{aligned} dP = & - \sum_{i=1}^t \frac{i \cdot C}{(1+r_0)^i} \times \frac{dr_0}{1+r_0} \\ & + \frac{t \cdot F}{(1+r_0)^t} \times \frac{dr_0}{1+r_0} \end{aligned} \quad (4)$$

と表わせる。ここで単純化のために、例えば金利の期間構造の変化について、すべての期間について同じ比率の変動が生じるとの仮定、すなわち、

$$\frac{dr_0}{1+r_0} = \frac{d_j r_0}{1+r_0} = \frac{dr}{1+r} \quad (i, j = 1, \dots, t) \quad (5)$$

を導入すると、

$$\frac{dP}{P} = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^t \frac{i \cdot C}{(1+r_0)^i} + \frac{t \cdot F}{(1+r_0)^t}}{\sum_{i=1}^t \frac{C}{(1+r_0)^i} + \frac{F}{(1+r_0)^t}} \right\} \times \frac{dr}{1+r}$$

ところが上式の [] 内は、(1)式すなわちデュ

金融機関の金利リスクについて

レーションに他ならないから、

$$\frac{dP}{P} = -D \cdot \frac{dr}{1+r} \quad (6)$$

$$D = -\frac{dP}{P} / \frac{dr}{1+r}$$

が得られる。すなわち、デュレーションは(5)の仮定の下では金利変動に対する債券価格の弾力性を意味することとなる。¹¹⁾

なお、以上の導出から明らかなように、デュレーションの算出に際しては各期間についての利子率が必要となるため、利子率の期間構造の変化をどのように仮定するのかにより結果は異なるものとなる。換言すれば、長短金利の変動パターンについて先駆的な仮定を置くことなしに、デュレーションを算出することはできないわけである。

口、デュレーションの考え方の銀行 ALMへの応用

——「デュレーション・ギャップ法」

前記デュレーションの考え方を銀行 ALM に適用し、金利リスクの測定手法として発展させたものが「デュレーション・ギャップ法」

である。¹²⁾ これは一言でいえば「資産・負債各々のキャッシュフローの現在価値に基づき、資産全体および負債のデュレーションを各々算定し、2つのデュレーションの差（ギャップ、正確にはウェイトを付けた差）を用いることによって金利変動に伴う銀行の純資産価値や期間損益の変動度合を表示し、これをもって金利リスクの尺度と考えようとするもの」といえる。

デュレーション・ギャップ法の考え方はおよそ次のようなものである。いま、A を資産から生じるキャッシュ・フロー（受取額）の現在価値、L を負債から生じるキャッシュ・フロー（支払額）の現在価値、D_A を資産のデュレーション、D_L を負債のデュレーションとすれば、これらの間には前記(6)式と同様、次の関係が成り立つ。

$$\frac{dA}{A} = D_A \frac{dr}{1+r} \quad (7)$$

$$\frac{dL}{L} = D_L \frac{dr}{1+r} \quad (8)$$

ここで資産から負債を差し引いた正味資産を N とすれば、

- 11) 以上のようにデュレーションは、債券の「平均回収期間」であると同時に(5)式の仮定の下では債券の「金利変動に対する弾力性」を意味することとなる。この点を若干敷衍して説明すると（以下花枝（1978a）による）、デュレーション D は債券投資の平均回収期間であり、他方(5)の仮定の下で債券価格 (P) は、元利金を、その回収期間だけ割引率 $\frac{1}{1+r}$ で資本還元したものの和に等しい。それ故 $(\frac{1}{1+r})$ が 1 % 増大すれば、債券価格は、その平均回収期間倍、つまり D パーセントだけ上昇することになる。換言すれば回収期間 D は $(\frac{1}{1+r})$ 、従って短期金利 (r) の変動に対する債券価格 (P) の弾力性を意味する訳である。
- 12) 「デュレーション・ギャップ法」は、古くは Samuelson (1945) により、第2次世界大戦直後、金融機関に戦時債務が累積した折、金利引上げが金融機関の純資産価値に及ぼす影響を分析する際に用いられたほか、Redington (1952) も保険会社の資産負債管理にこの手法を利用している。その後 Grove (1974) はより理論的なかたちで「デュレーション・ギャップ法」の定式化を行い、金利変動がバランス・シートの純資産価値に及ぼす影響を分析している。さらに1980年代入り後は、金利自由化の進展や金利変動の激化、さらには金融資産の証券化などを背景にデュレーション・ギャップ法を用いた金融機関 ALM に関する研究が Toevs (1983)、Toevs and Haney (1983)、Kaufman (1984)、Brewer (1985)、Mitchell (1985) などにより活発に進められている。

金融研究

$$N = A - L$$

これにより

$$dN = dA - dL$$

(7)、(8)式を(10)式に代入すると

$$\begin{aligned} dN &= -(AD_A - LD_L) \cdot \frac{dr}{1+r} \\ &= -\left(D_A - \frac{L}{A}D_L\right) \cdot A \cdot \frac{dr}{1+r} \end{aligned} \quad (11)$$

(9) これより次式が得られ、(12)式をもってデュレーション・ギャップ (DG) を定義することができる。¹³⁾

$$(10) \quad \frac{dN}{A} / \frac{dr}{1+r} = -\left(D_A - \frac{L}{A}D_L\right) = DG \quad (12)$$

つまりデュレーション・ギャップは金利変動 $\frac{dr}{1+r}$ が銀行の純資産価値の変動 (dN) に及ぼす度合を示す指標、すなわち「投資リスク」を示す指標であることが分かる。また(11)式の両辺を N で割ると

13) こうした定義は Kaufman (1984) を始めとして極めて一般的なものである。

14) (14)式の算出方法を Toevs and Haney (1983) に沿って示せば次のとおり。なお、簡単化のためにイールド・カーブはフラットで、その変動も平行移動のみのケースについて示すこととする。このとき期間金利収益 NII_0 は、

$$NII_0 = \sum_{j=1}^N A_j^B [(1+r_j)^{t_j} (1+i)^{1-t_j} - 1] - \sum_{k=1}^M L_k^B [(1+r_k)^{t_k} (1+i)^{1-t_k} - 1] \quad (15)$$

と書くことができる。ここで A_j^B 、 L_k^B は各資産、負債の簿価、 r_j 、 r_k は各々の契約上の金利であり、これらは t_j 、 t_k 期後に現在の金利水準 i に改訂されるものとする（ただし、 $0 \leq t_j \leq 1$ 、 $0 \leq t_k \leq 1$ ）。このとき、金利水準が i から $i + \lambda$ に変動したとすると

$$\frac{dNII(\lambda)}{d\lambda} = \sum_{j=1}^N A_j^B (1+r_j)^{t_j} (1+i)^{-t_j} (1-t_j) - \sum_{k=1}^M L_k^B (1+r_k)^{t_k} (1+i)^{-t_k} (1-t_k) \quad (16)$$

ここで $A_j^B (1+r_j)^{t_j} (1+i)^{-t_j}$ は $A_j^B (1+r_j)^{t_j}$ というキャッシュ・フローの現在価値であり、これを MVA_j と表わすこととする。このとき、

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N A_j (1+r_j)^{t_j} (1+i)^{-t_j} (1-t_j) &= \sum_{j=1}^N MVA_j (1-t_j) \\ &= \sum_{j=1}^N MVA_j - \sum_{j=1}^N MVA_j \cdot t_j \\ &= MV_{RSA} (1 - D_{RSA}) \\ &= A' (1 - D_A') \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、 A' は金利改訂が行われる資産の現在価値であり、 D_A' はそのデュレーションを示している。同様に

$$\sum_{k=1}^M L_k^B (1+r_k)^{t_k} (1+i)^{-t_k} (1-t_k) = L' (1 - D_L') \quad (18)$$

ただし、 L' は金利改訂が行われる負債の現在価値、 D_L' はそのデュレーションである。(16)式に(17)、(18)式を代入すれば、

$$\begin{aligned} dNNI(\lambda) &= [A' (1 - D_A') - L' (1 - D_L')] d\lambda \\ &= DG' d\lambda \end{aligned} \quad (19)$$

従って $DG' = A' (1 - D_A') - L' (1 - D_L')$

$$\frac{dN}{N} = \frac{-(AD_A - LD_L)}{N} \cdot \frac{dr}{1+r}$$

が得られ、従って

$$\frac{dN}{N} / \frac{dr}{1+r} = \frac{-(AD_A - LD_L)}{N} \quad (13)$$

これより $\frac{-(AD_A - LD_L)}{N}$ すなわち $DG \cdot \frac{A}{N}$

が純資産の利子率に対する弹性値を意味していることとなる。

なお、上記のように(12)式は「投資リスク」を示すデュレーション・ギャップといえるが、近年の研究により「所得リスク」（期間損益の変動リスク）を示すデュレーション・ギャップ (DG') は次式で示されることが証明されている。¹⁴⁾

$$DG' = A' (1 - D_A') - L' (1 - D_L') \quad (14)$$

ここで A' , D_A' : 金利改訂が行われる資産の現在価値およびデュレーション

L' , D_L' : 金利改訂が行われる負債の現在価値およびデュレーション

以上のようにデュレーション・ギャップ法は、①金利変動が期間損益にもたらす影響度（所得リスク）または純資産価値にもたらす影響度（投資リスク）を定量的に把握することが可能な方法であり、しかも②金利リスクを単一の指標で計数化し得ること、さらに③ギャップの計算結果に基づきリスク・ヘッジやリスク・テイクを的確に行うことができる

こと等の利点を有しているといえよう。

ハ、デュレーションを用いた債券投資戦略

一方、デュレーションの考え方は債券投資戦略にも応用されている。すなわち、債券投資を行う際、金利リスクを回避するためにはいかなるポートフォリオを組めば良いかを判断する尺度として、デュレーションを利用することができます。こうしたデュレーションを用いた債券投資戦略は、金利リスクに対して「免疫のある（immunized）状態」を実現していくという意味で、「イミュニゼーション」（immunization）と呼ばれている。¹⁵⁾

このイミュニゼーションの考え方の骨子は、「投資債券ポートフォリオのデュレーションと投資計画期間を一致させるように債券ポートフォリオを組めば、仮に利子率が変動しても当初計画通りの収益を確保し得る」というものである。この点を若干敷衍すると、一般に債券保有者が曝されている金利リスクは、①価格変動リスク、②クーポン再投資リスクの2つに分けて考えることができる。債券価格と市場利子率との間には反対方向の関係が存在しているから、これら2つのリスクは互いに反対方向の関係にある。従って、想定される利子率の変動に対して債券価格の変動とクーポン再投資収入の変動とが丁度相殺するようなポートフォリオを組めば投資収益は利子率変動の影響を被らずに済むことになる。このような関係を満たす条件は、投資債券ポートフォリオのデュレーションと投資計

15) デュレーションを応用したイミュニゼーションは、Fischer and Weil (1971)、Bierwag and Kaufman (1977)、Ingersoll, Skelton and Weil (1978)、Khang (1979)、Bierwag, Kaufman and Toebs (1983) らによって1970年代入り後その実用上の可能性が追及され、理論的な発展をみた。

画期間が一致することである。¹⁶⁾

二、デュレーションを応用する際の留意点

以上、デュレーションの基本的考え方、その銀行 ALM (デュレーション・ギャップ法) および債券投資戦略への応用について概観したが、デュレーションを応用するに当っては

その手法が抱える問題点、限界等に留意しておく必要がある。具体的には次の 6 点が重要であろう。

第 1 に、デュレーションの概念、算出方法に関する留意点としては、デュレーションが金利変動に対する債券の現在価値の弾力性やイミュニゼーションのための指標としての役

- 16) この点は Bierwag, Kaufman and Toebs (1983) によって次のように証明されている。期首の資産の現在価値を A とすると、

$$P = \int_0^N c(t) \exp [-h(0,t)t] dt \quad (20)$$

ただし $c(t)$ は t 期のキャッシュ・フロー、 $h(0, t)$ は現時点での t 期ものの金利、 N はキャッシュ・フローの流入が終る時点を示している。投資計画期間を q としたとき、投資の期末価値 Q は利子率期間構造に変化がなければ

$$Q = P e^{h(0,q)q} \quad (21)$$

となる。

もし、利子率の期間構造が期初に $h(0, t) + \lambda$ へと瞬時に一回だけ変化したとすると、このときの投資の現在価値 P は

$$P(\lambda) = \int_0^N c(t) \exp [-h(0,t)t - \lambda t] dt \quad (22)$$

となり、その期末価値

$$\begin{aligned} Q(\lambda) &= P(\lambda) \exp [h(0,q)q + \lambda q] \\ &= \exp [h(0,q)q] \cdot \int_0^N c(t) \exp [-h(0,t)t - \lambda(t-q)] dt \end{aligned} \quad (23)$$

と表わすことができる。前出の(21)式と(23)式の差、すなわち利子率変化に伴う期末価値の変動を $\psi(\lambda)$ とすると、

$$\begin{aligned} \psi(\lambda) &= Q(\lambda) - Q \\ &= \exp [h(0,q)q] \cdot \left[\int_0^N c(t) \exp \{-h(0,t)t - \lambda(t-q)\} dt - P \right] \end{aligned} \quad (24)$$

このとき $\psi''(\lambda) > 0$ であるから、 $\psi \geqq 0$ であるための条件、すなわち $\psi(0) = 0$ が ψ の大域的極小値となる条件は、 $\psi'(0) = 0$ である。このとき、

$$\int_0^N c(t)(q-t) \exp [-h(0,t)t] dt = P(q-D) = 0 \quad (25)$$

但し、 D は当該債権のデュレーション

$$D = \frac{1}{P} \int_0^N c(t) \exp [-h(0,t)t] dt \quad (26)$$

を表わしている。(25)式によれば投資債券のデュレーション D を投資計画期間 q に等しくすれば、投資収益は利子率の変動があっても、当初の計画投資収益を確保しうることがわかる。

金融機関の金利リスクについて

割を、十分に果していないとの批判があることである。例えば Ingersoll, Skelton and Weil (1978) は、デュレーションがリスクの代理変数としての役割を果すのは、理論的には将来の金利期間構造の変動パターンが当初の想定通りであるという極めて限られた条件の下のみであると指摘している。換言すればデュレーションの導出には金利変動パターンについてなにがしかの先駆的、恣意的な仮定を必要としているだけに、現実の金利変動に対する債券価格の変動を完全には説明しえないという批判である。

これに対しては、次のようにイールド・カーブが水平でありかつ平行移動すると想定した Macaulay 流のデュレーションは、依然優れた指標でありうるとの研究も存在する。すなわち、Bierwag, Kaufman, Schweitzer

and Toebs (1981) は、4通りの金利の期間構造の変動パターン (①イールド・カーブが水平で平行移動するケース、②イールド・カーブが傾きを持ち平行移動するケース、③イールド・カーブの変化が各期間とも一定率であるケース、④イールド・カーブの変化が長期のものほど小さいケース) を想定した上で、これらに対応する4種類のデュレーション (各々 D_1, D_2, D_3, D_4) を導出して分析を行っている (第4表)。具体的には、これら各種デュレーションに基づいてイミュニゼーションのためのポートフォリオを組み (ここでは投資計画期間を10年とし、20年物債券と10年物債券という2種類の債券でポートフォリオを組み、各デュレーションがこの投資計画期間に一致するようにする)、過去に生じた現実の金利変動の下でそれぞれがど

第4表 利子率の変動パターンの各種想定およびイミュニゼーションのためのデュレーション

利子率の変動パターンの想定	イミュニゼーションのためのデュレーション
(D ₁) イールド・カーブが水平で平行移動するケース $1+i_m + \lambda$	$D_1 = \frac{\sum_{t=1}^m tC(1+i_m)^{-1} + mA(1+i_m)^{-m}}{\sum_{t=1}^m C(1+i_m)^{-1} + A(1+i_m)^{-m}}$
(D ₂) イールド・カーブが平行移動するケース $1+h(0, t) + \lambda$	$D_2 [1+h(0, D_2)]^{-1} = \frac{\sum_{t=1}^m tC(1+h(0, t))^{-t-1} + mA(1+h(0, m))^{-m-1}}{\sum_{t=1}^m C(1+h(0, t))^{-t} + A(1+h(0, m))^{-m}}$
(D ₃) イールド・カーブの変化が一定率であるケース $(1+\lambda)(1+h(0, t))$	$D_3 = \frac{\sum_{t=1}^m tC(1+h(0, t))^{-t} + mA(1+h(0, m))^{-m}}{\sum_{t=1}^m C(1+h(0, t))^{-t} + A(1+h(0, m))^{-m}}$
(D ₄) イールド・カーブの変化が長期ものほど小さいケース $(1+\frac{\lambda \ln(1+\alpha t)}{\alpha t})(1+h(0, t))$	$\ln(1+\alpha D_4) = \frac{\sum_{t=1}^m \ln(1+\alpha t)C(1+h(0, t))^{-t} + 1n(1+\alpha m)A(1+h(0, m))^{-1}}{\sum_{t=1}^m C(1+h(0, t))^{-t} + (1+h(0, m))^{-1}}$

(注) i_m : 満期利回り

$h(0, t)$: t 期間の金利

C : 年あたりクーポン支払い額

α : 短期利子率と長期利子率の変化の比率

λ : ランダムな利子率の変動

(資料) Bierwag, Kaufman, Schweitzer and Toebs (1981)

金融研究

の程度金利リスクを回避し得たかについて比較検討を行った。その結果をまとめたものが第5表である。予想収益率と各イミュニゼーション・デュレーションを利用した戦略のパフォーマンスを比較すると、どのデュレー

ションも予想収益率に近い値を達成している。換言すれば「イールド・カーブは水平で平行にシフト」という最も素朴な仮定に基づくデュレーション (D_1 、いわゆる Macaulay (1938) 流のデュレーション) を用いたイミュ

第5表 各種イミュニゼーション戦略のパフォーマンス

(年平均、%)

計測期間	使 用 し た デュレーショ ン	予想収益率 (a)	実現収益率 (b)	誤 差 (b)-(a)
1925~1978年	D_1	3.364	3.286	-0.078
	D_2		3.289	-0.075
	D_3		3.289	-0.075
	$D_4 (\alpha = 0.1)$		3.270	-0.094
	$D_4 (\alpha = 1.0)$		3.236	-0.128
1925~1949 [利子率が低 下し低水準 にとどまっ た期間]	D_1	3.697	3.552	-0.145
	D_2		3.555	-0.142
	D_3		3.555	-0.142
	$D_4 (\alpha = 0.1)$		3.595	-0.102
	$D_4 (\alpha = 1.0)$		3.668	-0.029
1940~1963 [利子率が緩 慢に上昇し た期間]	D_1	2.257	2.214	-0.043
	D_2		2.214	-0.043
	D_3		2.214	-0.043
	$D_4 (\alpha = 0.1)$		2.214	-0.043
	$D_4 (\alpha = 1.0)$		2.212	-0.045
1954~1978 [利子率の変 動が激し かった期間]	D_1	4.064	4.026	-0.038
	D_2		4.027	-0.037
	D_3		4.027	-0.037
	$D_4 (\alpha = 0.1)$		3.390	-0.134
	$D_4 (\alpha = 1.0)$		3.759	-0.305

(注) 投資計画期間は10年。

ポートフォリオは20年物と10年物により構成。

予想収益率は10年物の購入時における満期利回り。

(資料) Bierwag, Kaufman, Schweitzer and Toebs (1981)

金融機関の金利リスクについて

ニゼーションは、より現実的な金利変動パターンを仮定したもの (D_2 、 D_3 、 D_4) とほぼ同程度に金利リスク回避に成功していることがわかる。従って、彼らはMacaulay流のデュレーションは、それが最も簡便な方式であるが故に、同様のパフォーマンスを達成するうえで最も cost effective な方式であると結論づけている。¹⁷⁾

しかし、こうした結論に対する批判的な研究もあり、例えば Ingersoll and Ross (1979) および Ingersoll (1983) は同様のシュミレーションを現実の金利変動のデータをより精緻に用いて実行し、前述の各種デュレーションに基づくイミュニゼーションによる金利リスクの回避は必ずしも常に良好な成果を挙げていないとしている。彼らはその原因として、利子率の変動パターンに関する仮定が非現実的である点（たとえば、 λ という単一の因子によりイールド・カーブの変動をすべて説明しようとしている点など）を指摘している。そして、イミュニゼーションのパフォーマンスを高める方法として、Ingersoll and Ross (1979) は利子率の変動が連続的なランダム・ウォーク過程に従うモデルを、Ingersoll (1983) は 2 つのファクターによりイールド・カーブの変化を説明するモデルをそれぞれ構築し、これに基づきデュレーションを求める方向を示している。

以上のように、デュレーションは利子率リスクの指標として完全なものというよりも、

むしろ一種の近似法と理解すべきであり、また、上記のようなさまざまな改善の方向が引き続き模索されている点に留意しておく必要がある。

デュレーションの第 2 の問題点は、これを「デュレーション・ギャップ法」として銀行 ALM に応用する際、それが将来の金利変動に伴う銀行の資産・負債の構成変化を考慮に入れていない（静態的な分析にとどまる）ことである。一般に金利が変動すれば、顧客は銀行借入の期前返済または追加借入れの動きや預金の引出しまだ積み増しの動きに出るので、それらが当然マチュリティーに影響を及ぼす。また、金利変動に対しては銀行自身も拱手傍観している訳ではなく、ポジション造成等の主体的対応を行っている。こうした顧客の行動様式による影響や銀行サイドの対応の仕方は各行にとって区々であり、これらの調整過程という意味での動学的な要因も広い意味での金利リスクをみていく上で重要な要素といえる。「デュレーション・ギャップ法」はこうした要素を考慮に入れておらず、従って金利リスクの静学的な評価に止まっている点に 1 つの限界があるといえよう。¹⁸⁾

第 3 の問題点は、わが国のように金融資産として、市場性金利商品と規制金利商品が併存している状況の下では、デュレーション・ギャップ法では、両者の間の金利変動パターンが異なり従って一定のイールド・カーブの

17) この点についてのより詳しい議論は柏木 (1984) を参照。また、同様の結果を導いたものに Bierwag and Kaufman (1977) がある。

18) Toebs and Haney (1983) は顧客の金利変動に対する期前償還行動様式を織り込んだデュレーション・ギャップ法の応用例を示している。もっとも、これは資産、負債の総額の変化を金利変動の一次関数として捉えて単純な調整を施したものに過ぎず、なお十分な定式化とはなっていない。

変化を想定することが困難となるため、金利エクスポージャーの程度を算定することも一層難しくなることである。¹⁹⁾

第4の問題点は、デュレーション・ギャップ法では、中長期的な顧客関係に基づく金利リスクの分担等の要素を考慮に入れていないことである。すなわち、銀行と借手との間には、よく知られているように中長期的な顧客関係（いわゆる「暗黙の契約」）が存在しているため、貸出金利の変動幅は市場金利や公定歩合に比べて緩やかなものとなっているほか、場合によっては変動の時期が他の金利に遅行することもある。こうした顧客関係に基づく貸出金利の決定は、ある意味で暗黙のうちに銀行と借手との間で金利リスクを分担しているものと理解することが可能である（脇田1983）。こうした貸出市場におけるインプリシットな銀行の金利リスクの負担あるいは分配能力は、金利リスクの評価をしていくうえで重要なファクターであるが、デュレーション・ギャップ法ではこうした要素を取り込んでいくことが困難である。

第5の問題点は、デュレーション・ギャップ法では、オフバランス取引を含めた金利リスクの把握ができないことである。後述するように、先物、オプション、金利スワップ等

のいわゆるオフバランス取引は、リスクヘッジ手段であると同時にリスクテイク手段としても重要な役割を果しつつある。デュレーション法を利用するにあたっては、こうしたオフバランス取引の金利ポジションを含めた総合的な把握を行う必要があるが、²⁰⁾ この点について現段階では必ずしも十分な研究が行われるには至っていない。

第6の問題点は、「デュレーション・ギャップ法」を活用しようとする場合、実用上の問題として、デュレーション算出のために必要なキャッシュ・フロー統計を各金融機関が整備することは、これら個別行にとってコスト面で大きな負担になるとみられる点である。因みに、米国の金融機関では大手のマネーセンター・バンクの多くがデュレーションによるリスク評価手法を導入している反面、小規模な貯蓄金融機関等ではキャッシュ・フロー統計の整備の遅れから全体の10%程度の導入に止まっているといわれている。

(3) 計量モデルを用いた手法

以上のように、マチュリティー・ラダー法やデュレーション・ギャップ法等金融機関のバランス・シートないしはキャッシュ・フローの分析に基づく金利リスクの捕捉手法

19) この点についても、Toevs and Haney (1983) は不完全なものながらひとつの改善案を示している。具体的には、市場金利が変化した場合に規制金利がどの程度変化するのかを経験的に算出し、これを用いて市場金利が変化した場合に規制金利商品の現在価値がどの程度変化するのかその度合いを試算して、規制金利商品のデュレーションを修正するという手法を示している（例えば、市場性金利が λ だけ変動したとき、経験的に大雑把にみて規制金利の変動が a であるとすると、規制金利商品の現在価値の対市場金利弹性（デュレーション）は同様のキャッシュ・フローを持つ市場金利商品の $\frac{1}{a}$ として計算することとしている）。もっとも、規制金利の市場金利に対する変動度合いについて一定の割合を求めることがや、 a の値を短期金利と長期金利とで同一に考えることなどはかなり粗い想定といえる。

20) デュレーション・ギャップ法の金利先物取引を含んだ資産・負債管理への応用については Brewer (1985) を参照。他方、オプション、金利スワップを取込んだ研究はこれまでのところ行われていない。

金融機関の金利リスクについて

は、共通の大きな限界が存在する。それは、金利が変動した場合に当然生じてくる金融機関の主体的なポートフォリオの組み換え、あるいは顧客サイドでの借入の期前返済、預金の引出しといった動学的な要素あるいは長期的な顧客関係が考慮されておらず、従ってそうした要素が金利改訂に及ぼす影響も十分織り込まれていない点である。そこで次に、こうした動学的な要素等を明示的に考慮に入れた計量モデルを用いた金利リスクの算定方法について、具体的な計測例に則しつつ展望してみたい。

まず Booth and Officer (1985) は、銀行の株価を用いて金利リスクを間接的に計測する手法を示している。すなわち、企業の正味資産は株価によって表わされるとの考え方に基づき、銀行 (66社) および非金融会社 (66社) 各々の株式収益率 (R_j) を被説明変数とし、株式市場ポートフォリオ (S & P 株価指数 (500社) ベース) の平均収益率 (R_m) と利子率指標²¹⁾ (I_m , ここでは 3か月、6か月 TB レート) を説明変数とする回帰式を計測した (対象は銀行、非銀行とも無作為に66社を抽出、1966年1月～80年6月についてデータをプリングして計測)。これは、 R_j が R_m 以外の要素、とくに金利変動 (ΔI_m) によって影響を受けているかどうかを確認しようとするものであり、仮に I_m が有意である場合、その係数が株価の利子率感応度すなわち金利リスクの度合いを示すこととなる。計測結果は次の通りである。

銀 行：

$$R_j = 0.0062 + 0.9284 R_m - 0.0020 I_m$$

(9.87) (68.43) (-6.94)

$$\bar{R}^2 = 0.34$$

非金融会社：

$$R_j = 0.0068 + 1.220 R_m - 0.0001 I_m$$

(2.81) (57.18) (-0.32)

$$\bar{R}^2 = 0.22$$

これをみると、銀行については利子率変化と株式収益率との間に負の有意な関係が存在する一方、非金融会社についてはこうした関係が有意には認められない。この結果、銀行は非金融会社と異なり、利子率上昇に対して資産価値が減少するリスクに曝されていると結論づけている。²²⁾

上記研究に比べ今少し規模の大きいマクロ計量モデルによる研究としては Bosworth and Duesenberry (1975)、Hunt (1976)、Morrison and Pyle (1981) などがある。これらの研究は、銀行のポートフォリオの各コンポーネントの動きを各種金利、マクロ経済指標等により説明する中規模のマクロ・モデルを構築し、金利変動の銀行経営への影響を分析している。とくに Morrison and Pyle は、イールド・カーブの変動パターンを経験値から計測し、これに基づいて正味資産の金利弾力性を推計して金利リスクを明らかにしようとしている。また Jacobson (1981) も、銀行のバランス・シートの各コンポーネントの動きを時系列モデルにより説明し、金利変動の

- 21) 利子率指標としては、株式市場ポートフォリオの平均収益率との多重共線性を回避するために、TB レートを同平均収益率に回帰させた残差を使用。
- 22) わが国の金融機関について同様の計測が柏木 (1987) により行われているが、わが国の場合、銀行の株価に企業業態が十分に反映されていないこと等から、このような良好な結果は得られていない。

結果生じる自己資本比率の変動や預金の急速な減少とそれに伴う流動性リスク等を分析している。

以上のようなマクロモデルや時系列モデルによる分析に対し、Flannery (1981, 1983) は個別銀行の総運用利回り、総調達利率を被説明変数とし、それらの一期ラグおよび当期の市場条件を示す各種指標を説明変数とした回帰分析を行うことによって、市場動向の変化に対する金利収入、金利支出各々の調整速度を計測、これから逆算する形で実質的なデュレーションを推計し、そのギャップから金利リスクを測定している。その結果、米国のマネー・センター・バンクおよび小規模商業銀行は金利リスクを概ね効率的にヘッジしていると結論づけている。

こうした計量モデルによる金利リスクの測定を通じて、より動態的な意味での金利変動の銀行経営への影響を把握することが可能となり、その意味でマチュリティー・ラダー法やデュレーション・ギャップ法に比べこの手法は優れた側面を有しているといえよう。しかし、こうしたアプローチについても、①事後的なリスクを計測しているにすぎないこと、②業態ベースの計測はできても、個別行ベースでの計測にはサンプル数の不足から自由度、係数の安定性などに問題が生じる可能性があること、このため③公的当局が金融機関を監督する際の尺度として利用することは難しいこと、などの限界が指摘されていることには留意しておく必要があろう。

4. わが国金融機関についての金利リスクの計測

近年わが国においても金融機関に内在する金利リスクの増大を懸念する論調が多くみら

れている（木田（1985）など）。これらの議論は、2. でみたようにわが国金融機関におけるバランス・シート上の期間ミスマッチの拡大、すなわち短期調達・長期運用傾向が一段と進んでいることを論拠としている。しかし、こうした動きの一方で、金利リスク回避の観点から変動金利貸出やスプレッド貸出（市場性資金による調達金利に一定のスプレッドを上乗せした金利による貸出）が増加し、また債券先物、金利スワップ等オフバランスでの金利リスク・ヘッジ手段の利用も活発化をみていることから、必ずしも表面的なバランス・シートの状況のみから金利リスクの大小を論ずることはできなくなってきたのも事実である。また前述したように金利変動時には資産・負債の構成が通常は変化するわけであり、金利リスクを評価するに当ってはこうした動態的な要素も勘案する必要がある。

そこで、以下では、わが国の銀行に関し、バランス・シートの単純な分析からは窺えない動態的かつ包括的な金利リスクの測定（リスク・ヘッジ手段の活用や金利変動時の資産・負債の構成変化等をも加味した分析）を計量分析により行ってみたい。具体的には、前述の Flannery (1981, 1983) の手法に則して都銀、地銀について計測を行うこととする。ここで業態別に計測を行う理由は、個別銀行について計測するにはデータの数の面で制約があること、一方業態別の計測（個別銀行のデータを業態別にプールした計測）を行えば、金利リスクへの対応状況につき業態間に差異があるかどうかを解明することが可能になることによる。

Flannery の計測手法の骨子を資産サイドを例にとって示せば以下のとおりである（負

金融機関の金利リスクについて

債サイドも同様の考え方を適用しうる)。資産をすべて当期の市場条件を反映した金利条件で運用しえたとした場合、そうした市場条件から決定される総運用利回り (RA^*) は

$$RA^* = f \quad (\cdot) \quad (27)$$

で示すことができる。ここで f は市場条件(設備投資、在庫投資などのマクロ変数および各行ごとの規模を示す変数など)の関数である。ところで現実の総運用利回りについては、長期契約に基づく資産運用や中長期的な顧客関係等が存在するため、すべての資産の利回りが今期の市場条件を反映して変化する訳ではない。そこで今、全体の α だけの割合が今期の市場動向を反映して金利が改訂されるものとすると、

$$RA_t - RA_{t-1} = \alpha (RA_t^* - RA_{t-1}) \quad (28)$$

と示すことができる。但し、 RA は現実の総運用利回りである。これに、(27)式を代入し、整理すれば、

$$RA_t = (1 - \alpha) RA_{t-1} + \alpha \cdot f \quad (\cdot) \quad (29)$$

となり、これに沿って計測を行うことにより α を求めることができる。²³⁾ α は資産の金利が市場金利の変化に合わせて改訂されていく度合いを示している。換言すれば、 α に相当する部分が当期中に金利改訂期を迎えること

を示している訳である。従って、 α を求めるこにより当該銀行の資産構造がどの程度短期化しているのかを大雑把に推測することが可能となる。

なお、この手法は、Flannery 自身が指摘しているように、金利の変動に起因する収益の変動を事後的に分析しているにすぎず、「予期せざる」金利の変化による収益の変動という真の意味での金利リスクを計測している訳ではない。このため、仮に、この分析により、金利変動が銀行収益に大きな影響を及ぼしていないとの結果が得られれば、金利リスクは効率的にヘッジされていると結論づけることができるが、逆に、金利変動が収益に大きな影響を及ぼす惧れがあるとの計測結果が得られても、当該金融機関が事前にどの程度その金利変動を予測していたのかがわからなければ(すなわち、どの程度が意図された収益変動であるのかがわからなければ)、真の意味での金利リスク・エクスポージャーを把握したことにはならない(もっとも、この場合にも金利変動の銀行収益へのインパクトを知ることは可能となろう)。²⁴⁾

計測は決算データ(半期ベース)を用い、期間は金利自由化が端緒についた1976年下期から81年上期(以下、前半期と呼ぶ)および自由化が本格化した81年下期から86年下期(以下、後半期と呼ぶ)の2つの時期を対象

23) Flannery は市場条件の関数として金利のレベル(FF レートまたは1年ものTB レートまたは3~5年もの国債レートを使用)および金利の変動(AR からの乖離、期中の最高値と最低値の差、期中の分散)を用いて計測を行っているが、後者については有意な結果が得られなかつたため、最終的には計測から除外している。

24) このほか、一般に金利局面如何では顧客の銀行借入の期前返済の行動様式に差異が生じるなど、調整速度は異なるものと考えられる。しかし、この分析ではこの点を捨象し、金利の上昇局面でも下降局面でも調整速度は等しいとの仮定に基づいている。

金融研究

とし、個別行のデータを業態別にプールし各業態について計測を行った。²⁵⁾

計測式としては下記のとおり資産面は(イ)式、負債面は(ロ)式を用いた。

$$(I) RA_{t,i} = \text{const.} + \beta_1 \cdot RA_{t-1,i} + \beta_2 \cdot INT \\ + \beta_3 \cdot IST + \beta_4 \cdot TDI + \beta_5 \cdot UT_{t,i} + \beta_6 \cdot LD_{t,i} + \epsilon$$

$$(ロ) RL_{t,i} = \text{const.} + \gamma_1 \cdot RL_{t-1,i} + \gamma_2 \cdot PI + \gamma_3 \cdot TA_{t,i} + \gamma_4 RD + \epsilon$$

但し、RA : 総運用利回り

RL : 総調達利回り

INT : 棚卸資産前期比増減（法人季報、全産業）

IST : 設備投資前期比伸び率
(同)

TDI : 手許流動性判断D I (短観、全産業)

UT : 総運用残高（総資産から現金、預け金、動産、不動産を除いたもの）

LD : 貸出残高前年比伸び率

PI : 勤労者世帯可処分所得前年比伸び率

TA : 総資産残高伸び率

RD : 公定歩合

INT、IST、PI は季調済み計数、その他は原計数。添字は、t期、i銀行を表している（添字のない場合はt期）。

説明変数の選択にあたっては、(イ)式では一期前の総運用利回りのほか、当期の市場動向を示す変数として資金需要に影響を及ぼすマクロ指標（設備投資、在庫投資、手許流動性）を銀行の戦略スタンスや市場での位置づけを示す変数として採用するとともに、各行ごとの総運用残高、貸出残高を使用した。また、(ロ)式では一期前の総調達利回りのほか、市場条件を示す指標として可処分所得を、各銀行の市場での位置づけを示す指標として各行の総資産を、また、残高ベースでは規制金利預金による調達ウエイトがなお高いことを考慮して、規制金利の動きを示す指標として公定歩合を用いている。²⁶⁾

計測結果は第6表のとおりである。決定係数、標準偏差等からみて総じて有意な計測となっているほか、符合条件も概ね充たされている。²⁷⁾

25) Flannery (1981, 1983) は各行別の年次データを使用、計測も個別行ごとに行っている。ここでは説明変数を増やし、業態別の特性を明らかにするため個別データをプールして計測した。

計測にあたっては一階の系列相関を仮定し、これを処理しつつパネル・データの回帰分析を行う SAS の TSCSREG/Fuller を用いた。

26) Flannery は説明変数に各種市場金利を用いているが、ここでは一期前の被説明変数との強い共変関係があるため使用しなかった。また、金利の変動についても Flannery と同様の理由から除外した（脚注23）を参照）。

27) 符合条件は次の通り。

（総運用利回り）

設備投資（IST）、在庫投資（INT）はプラス——設備投資等の増加による資金需要の増加は運用利回りの上昇要因。

手元流動性（TDI）はマイナス——企業の手元流動性の高まりは銀行借入依存度を引下（p.86へ続く）

金融機関の金利リスクについて

第6表 わが国の都銀および地銀についての金利リスクの計測結果(Flanneryの手法に基づく)

	総運用利回り ((イ)式)				総調達利回り ((ロ)式)			
	都 銀		地 銀		都 銀		地 銀	
	前 半	後 半	前 半	後 半	前 半	後 半	前 半	後 半
RA _{t-1} (β_1)	0.787 (0.028)	0.707 (0.006)	0.613 (0.017)	0.800 (0.011)				
RL _{t-1} (γ_1)					0.746 (0.016)	0.619 (0.027)	0.700 (0.044)	0.634 (0.023)
INT	0.198 (0.010)	0.143 (0.004)	0.144 (0.006)	0.411 (0.011)				
IST	0.245 (0.025)	0.233 (0.015)	0.353 (0.155)	0.241 (0.056)				
TDI	-0.023 (0.002)	-0.057 (0.003)	-0.034 (0.001)	-0.021 (0.001)				
UT	0.090 (0.012)	-0.050 (0.006)	-0.452 (0.119)	-0.221 (0.033)				
LD	0.055 (0.003)	0.030 (0.001)	0.575 (0.029)	0.143 (0.033)				
TA					0.030 (0.001)	0.020 (0.001)	-0.443 (0.026)	0.180 (0.008)
PI					-0.096 (0.008)	-0.199 (0.018)	-0.015 (0.001)	-0.028 (0.001)
RD					0.192 (0.009)	0.131 (0.024)	0.153 (0.001)	0.116 (0.005)
\bar{R}^2	0.971	0.971	0.932	0.975	0.963	0.923	0.972	0.884

(注) () 内は Standard Error。

t 値は 5 % 水準ですべて有意。

前期は1976／下期～81／上期、後半は1981／下期～86／下期。

第7表 平均金利改訂期間等についての業態別対比 (第6表の抜粋)

		都 銀			地 銀		
		資産側 (a)	負債側 (b)	ギャップ (a)-(b)	資産側 (a)	負債側 (b)	ギャップ (a)-(b)
調整速度 (β_1 または γ_1)	前半①	0.787	0.746	0.041	0.613	0.700	△0.087
	後半②	0.707	0.619	0.088	0.800	0.634	0.166
	②-①	△0.080	△0.127		0.187	△0.066	
平均金利 改訂期間	前半③	1.85	1.47	0.38	0.79	1.17	△0.38
	後半④	1.21	0.81	0.40	2.00	0.87	1.13
	④-③	△0.64	△0.66		1.21	△0.30	

金融研究

計測結果のうちポイントである資産・負債面の金利の調整速度をまとめたものが第7表である。上段の調整速度は(イ)式、(ロ)式の β_1 または γ_1 に相当する係数、およびこれら両者間のギャップ ((a)-(b))、さらに前半期から後半期へかけての変化幅 ((②)-①) を示している。 β_1 、 γ_1 は(イ)式、(ロ)式の被説明変数の1期ラグにかかる係数であり、(29)式の $(1 - \alpha)$ に相当するものである。 α は当期中の市場条件の変化に合わせて資産（負債）の金利が改訂されていく度合いを示しているから、 β_1 、 γ_1 が大きいことは金利が改訂される割合が小さいことを意味している。第7表下段の平均金利改訂期間は、毎期 $(1 - \beta_1)$ 、 $(1 - \gamma_1)$ の割合で金利が改訂されるものというやや大胆な仮定に基づいて試算したものであり、 $1/2\left(\frac{\beta_1}{1 - \beta_1}\right)$ 、 $1/2\left(\frac{\gamma_1}{1 - \gamma_1}\right)$ の値を求めるこことにより得られ、またこれはデュレーションを示しているものとみなしうる。²⁸⁾下段についてもそれぞれ、資産、負債間のギャップ ((a)-(b)、デュレーション・ギャップに相当) および前半期から後半期へ

かけての変化幅 ((④)-(③)) が示されている。この計測結果より以下の点が判明する。

- ① 都銀については、資産面、負債面ともにデュレーションの短期化が進んでおり、この結果、デュレーション・ギャップは前半期から後半期にかけてさほど拡大していない。
- ② 地銀については、資産面で顕著にデュレーションの長期化が進む一方、負債のデュレーションについては若干短期化傾向にあり、この結果、デュレーション・ギャップは前半期から後半期にかけて大きく拡大している。
- ③ 以上を総合すると、負債面では両業態ともに短期化が進んでいる反面、資産面では都銀が短期化している一方で地銀は長期化が進んでいることから、デュレーション・ギャップすなわち実態的な金利リスクは、都銀ではバランス・シートからみられる（前述）程には高まっておらず、一方地銀はバランス・シートからみられる結果以上に拡大していると推察される。

げ、運用利回りの低下要因。

総運用残高（UT）はマイナス——規模の大きな銀行ほど、貸出に際してプライムレート適用先のウェイトが上昇すること等から平均運用利回りは低下。

貸出残高伸び率（LD）はプラス——貸出残高の伸びの高まる時期は資金需要が旺盛な時期とみられるため、運用利回りは上昇。

（総調達利回り）

総資金残高の伸び（TA）はプラス——量的拡大指向が強く総資産残高の伸びが大きい先は金利割高な自由金利商品による調達額も大きいとみられるため、総調達利回りは上昇する傾向。

可処分所得の伸び（PI）はマイナス——可処分所得の増加による規制金利預金の増加は総調達利回りを引下げる要因。

公定歩合（RD）はプラス——公定歩合の上昇は、規制金利預金、自由金利預金双方の金利を上昇させる。

28) この点について、資産面を例にとって説明すると、1期目に金利が改訂されない割合が β_1 、2期目でも金利が改訂されない割合が β_1^2 、同様にn期目で金利が改訂されない割合は β_1^n であるから、これらの総和である $\sum_{i=1}^n \beta_1^i$ すなわち $\frac{\beta_1}{1 - \beta_1}$ に1期間の長さである1/2年を乗じた $1/2\left(\frac{\beta_1}{1 - \beta_1}\right)$ 年が平均改訂期間ということになる。

金融機関の金利リスクについて

以上のように都銀、地銀の間で対照的な計測結果が得られたのは、次のような事情によるものと推察される。すなわち、都銀がこれまで資産面の短期化をある程度実現し得てきたのは、都銀が①金利スワップや先物などのオフバランス取引の拡大により金利リスクのヘッジを行ってきたこと、②変動金利貸出²⁹⁾やスプレッド貸出の増加などを通じて金利改訂期間の短期化、市場金利連動型資産比率の増大を図ってきたこと、などの事情が考えられる。このようにして都銀は、自由金利商品の調達ウェイトの増大に伴う負債のデュレーション短期化に対し、これと平仄を合わせる形で資産のデュレーションを短期化させることによってデュレーション・ギャップの拡大を抑え、金利リスクをある程度回避してきたといえる。³⁰⁾

一方、地銀の場合には都銀にみられるような資産面のデュレーションの短期化が図られてこなかったのは、①金利リスクの重要性に対する認識が必ずしも十分浸透していなかつたとみられることのほか、②変動金利貸出やスプレッド貸出の増加による金利リスクのヘッジも相対的に遅れていたこと、③先物等各種ヘッジ取引についてはこれを行うノウハウが十分蓄積されていなかつたこと等が考えられる。従って地銀にとっては今後これらの点の改善が重要な課題といえる。また、都銀

と地銀の間でこうした差異が生じた原因をもとに考えると、相互、信金などの業態も地銀と類似した事情にあるものと推察される。

5. 金利リスクの経済学的評価

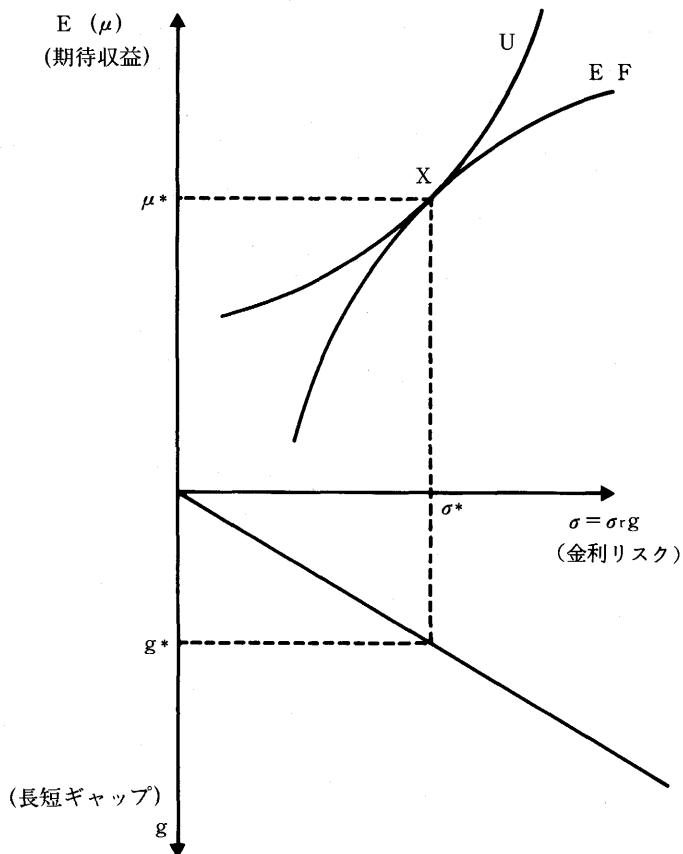
これまで金利リスクの定量的な把握という個別金融機関の問題について考察してきたが、ここでは視点を変えて経済全体としてみた場合、金利リスクはいかなる意味で問題となるのかを理論的な観点から考察することしたい。

銀行の収益はリスク・テイクすることにより生ずるものであるから、リスク管理の目的は必ずしもリスクを極限まで小さくすることではない。むしろ、ゴーイング・コンサーンとしての銀行にとって収益を挙げるためにはある程度のリスクを抱えることは合理的な行動といえよう。それではどのような状況の下でどの程度の金利リスクが問題となり、またどのような状況の下で金利リスクが公的な監督の下に置かれなければならないのだろうか。以下では Niehans and Hewson (1976)、Blair and Heggestad (1978) 等により示された銀行行動のモデルに依拠して、まず①金利リスクについての銀行の最適化行動について分析し、次に②そうした最適化行動と社会の最適化が必ずしも一致しない場合、銀行に対する公的監督が必要となることを示す。さら

29) 因みに、変動金利貸出の資産に対する構成比を業態別にみると、61年9月末時点で都銀が1.6%、地銀が0.8%、相銀が0.2%である。こうした業態間の差は、長短ギャップの大きさが第1図からみる限り同5~10%程度であることを考えると、かなり大きな影響を及ぼすものと思われる。

30) もっとも、この計測結果から都銀の金利リスクを巡る環境について一概に楽観的な結論を下すことはできない。なぜなら、そもそもこうしたヘッジを行うことにより収益機会を一部喪失している可能性があるうえ、上記の計測は業態全体についてのものであり、個別行毎のヘッジ能力には依然としてバラつきがあると考えられるからである。

第4図 銀行の有効フロンティアと効用曲線および長短ギャップの関係



に③金利自由化の下における長短分離規制の妥当性や④自己資本比率規制の意義についても考察する。

第1に、銀行の金利リスクに関する最適化行動は次のように理解することができる。すなわち、今、信用リスクが存在せず (Default Risk Free)、収益の不確定要因は将来の金利変動のみという2期間モデルを考える。この

とき縦軸に銀行収益 μ の期待値、横軸に金利リスク σ (μ の標準偏差であり、資産、負債間の長短ミスマッチに比例すると考えうる) をとると、銀行の「有効フロンティア」(一定の期待收益率 $E(\mu)$ の下で達成される最も低い危険 (σ) の軌跡) は第4図の EF のように上方に凸になる曲線として示せる。³¹⁾ また、銀行が「危険回避的」であると想定す

31) モデルの概要は、次のとおりである。資産、負債とともに長期 (2期間)、短期 (1期間) の2種類が存在し、銀行は自らの効用が最大になるように資産・負債の長短比率を決定する。長期もの及び短期ものの1期目の金利は期初に明らかであり、不確定要因は2期目の短期金利のみであるとする。2期目の短期金利は、1期目の期初に予想された水準を中心に標準偏差 σ_r の正規分布に従って確率的に定まるものとす

れば、右下に凸になる「無差別曲線U」を描くことができる。³²⁾ このとき銀行はUとEFの接点Xにおける期待収益と金利リスクの組み合わせを選択する。このように銀行の最適化行動は、単に金利リスクを極小化することではなく、期待収益の極大化と金利リスクの縮小といふいわば相反する目的の間で、その最適な組合せを選択することに他ならない。

次に、こうした銀行の最適化行動と社会全体としてみた場合の最適化の関係について考えてみよう。今、上記の銀行の無差別曲線が仮に社会全体としてみた場合の社会的効用の無差別曲線と同一の形状をしているとすれば、Xは当然社会的にみても望ましい選択となり、銀行が抱える金利リスク・エクスポート・ジャヤーを問題視する余地はなく、むしろこれに対して規制を施すことは社会的厚生の低下に繋がることになる。しかしながら、一般に銀行の効用最大化（最適化）が社会的な最適化、例えば債権者、預金者の最適化と一致する保証はない。その具体的な例として、早川（1988）は、有限責任制の下で預金者と経営者との間に情報格差が存在すれば、経営者はリスクの高いプロジェクトを選択することになり、その結果、預金者から経営者への不当な所得移転が生じ、預金者の最適化（効用最大化）が損なわれることを示している。

このように銀行の効用最大化が必ずしも社会全体の効用最大化をもたらさず、むしろ銀行と社会の利害が衝突する可能性が存在する

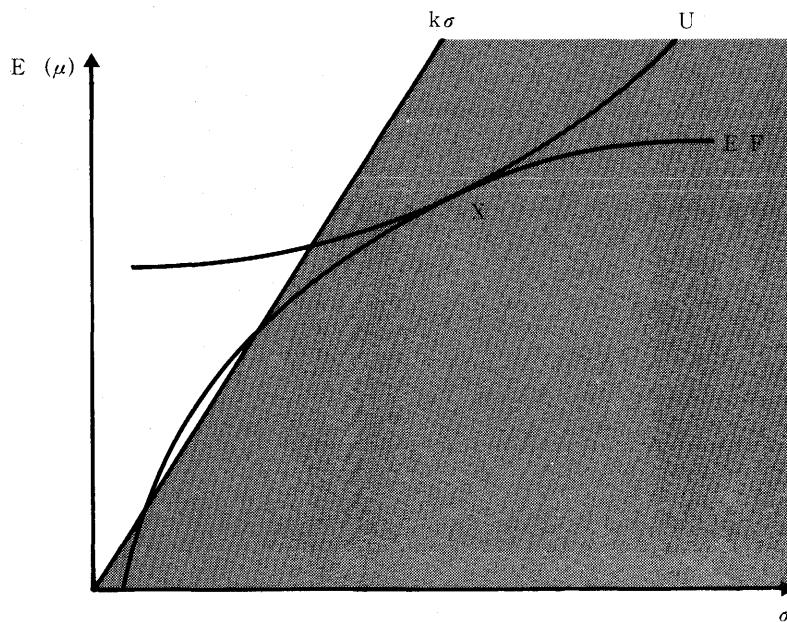
ことは、次のようなケースで示すこともできる。今、銀行倒産の確率がある一定の閾値を超えると、取り付けによる信用不安の発生等社会的にみて望ましくない状況が生じるというケースについて考えてみよう。ここで岩田・堀内（1985）、倉沢（1987）等にならって、銀行はその期間収益 μ が負であれば倒産するものと仮定しよう。こうした倒産の発生確率が仮にある一定値Kを上回るとき、すなわち、 $P_r(\mu < 0) > K$ のとき信用不安が発生する。また、簡単化のため μ は正規分布に従うこと、すなわち $\mu \sim N(E(\mu), \sigma^2)$ すると、信用不安に陥る領域、すなわち、 $\mu < 0$ が一定の確率を上回る領域は第5図の $E(\mu) = k\sigma$ なる半直線の右側（シャドーの部分）で表わすことができる。なお、ここで k は $P_r(\mu - k\sigma < 0) = K$ をみたす一定値である。従つてもし、第5図に示したように、銀行が主体的に選択するXが $E(\mu) = k\sigma$ よりも右側となった場合、こうした選択は信用不安に陥る領域に属することになるので社会的にみて不適当なものとなる。

こうした場合、銀行に対する公的監督を実施することによって銀行の期待収益、金利リスクの組合せを社会的にみて許容し得るものに変えていくことが必要となる。換言すれば、銀行がその主体的選択の結果として過度のリスク・テイクに走り、倒産ひいては信用不安につながる可能性が存在するが故に、これを防止するうえで銀行に対する監督が正当化し得るものとなる。

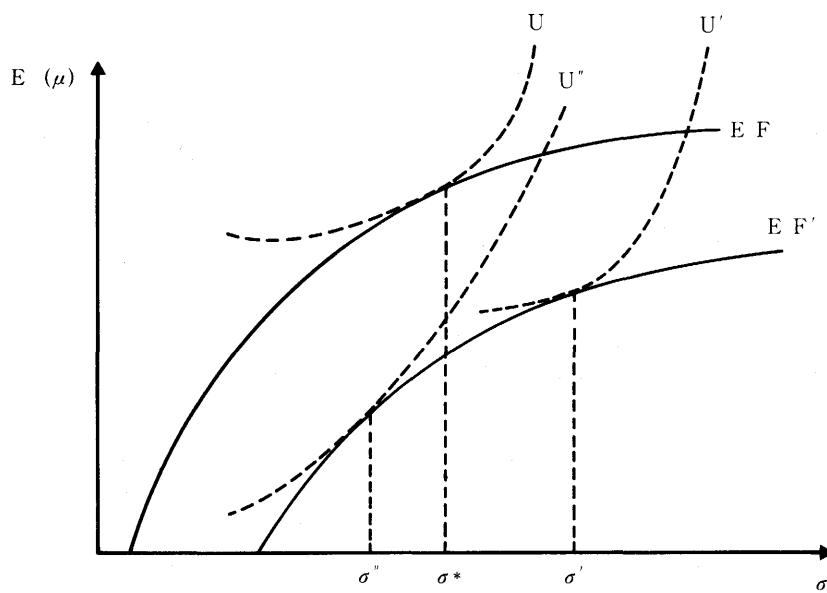
る。このとき Default Risk Free であるから、基本的には銀行の曝されているリスク（収益不確定要因）は金利リスクのみとなる。従って、収益 μ の標準偏差 σ は、資産・負債間の長短ギャップ g に2期目の短期金利変動の標準偏差 σ_g を乗じたものとなる（第4図）。

32) 無差別曲線の形状に関する詳しい説明は岩田・堀内（1985）を参照。

第5図 信用不安の生じるケース



第6図 長短分離規制の効果



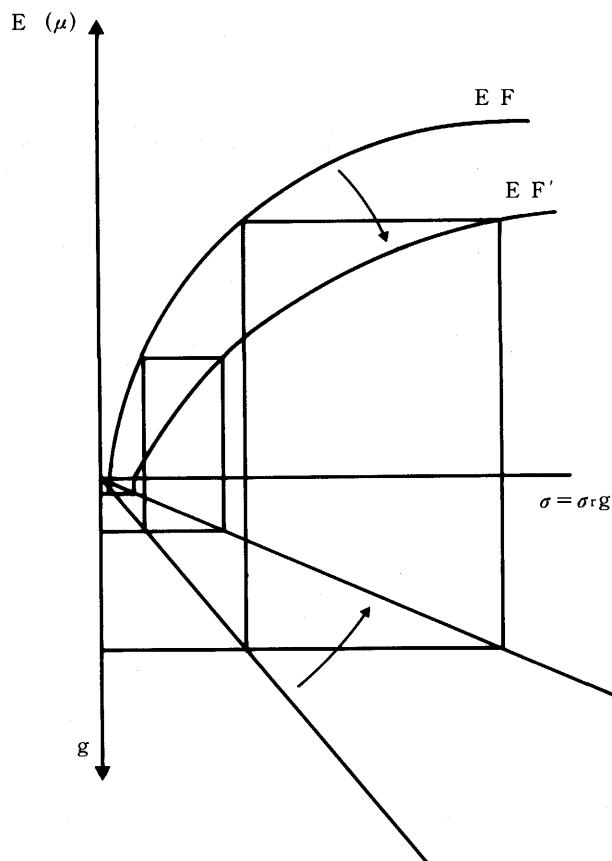
金融機関の金利リスクについて

第3に、わが国で実施されている長短分離規制の効果について考えてみたい。長短分離規制のひとつの狙いは銀行の長短ミスマッチの解消であったが、規制の導入が実際に長短ミスマッチを縮小させる方向に働くか否かは理論的には明らかとはいえない。この点を第6図に沿って説明すると、今、長期調達手段の規制を行うと、銀行はそれだけ資金調達面の自由度を失うかたちとなるため有効フロンティア EF は確実に下方の EF' へとシフトする。この結果銀行の金利リスクが当初の水準から狙いどおり縮小するかどうかは、銀行の効用曲線と有効フロンティアの形状に依存しており明らかではない。すなわち、規制導入

前の金利リスク水準が σ^* であったとする、規制導入後の金利リスク水準は、効用曲線の形状が U'' であれば σ'' となり当初に比べ縮小することになるが、効用曲線の形状が U' であれば σ' となって逆に上昇することとなる（もっとも、いづれにしてもこの間効用水準は低下している）。

次に、金利自由化に伴って金利の変動幅が拡大するとした場合、長短分離規制がいかなる意味を持つか検討しよう。まず、金利変動の増大は、第7図に示したように、金利の標準偏差 σ_r の増大であるから、 $\sigma - g$ 平面（右下象限）上の σ_r を示す直線は反時計回りにシフトする。この結果、同一の期待収益をも

第7図 金利変動の増大と有効フロンティアのシフト

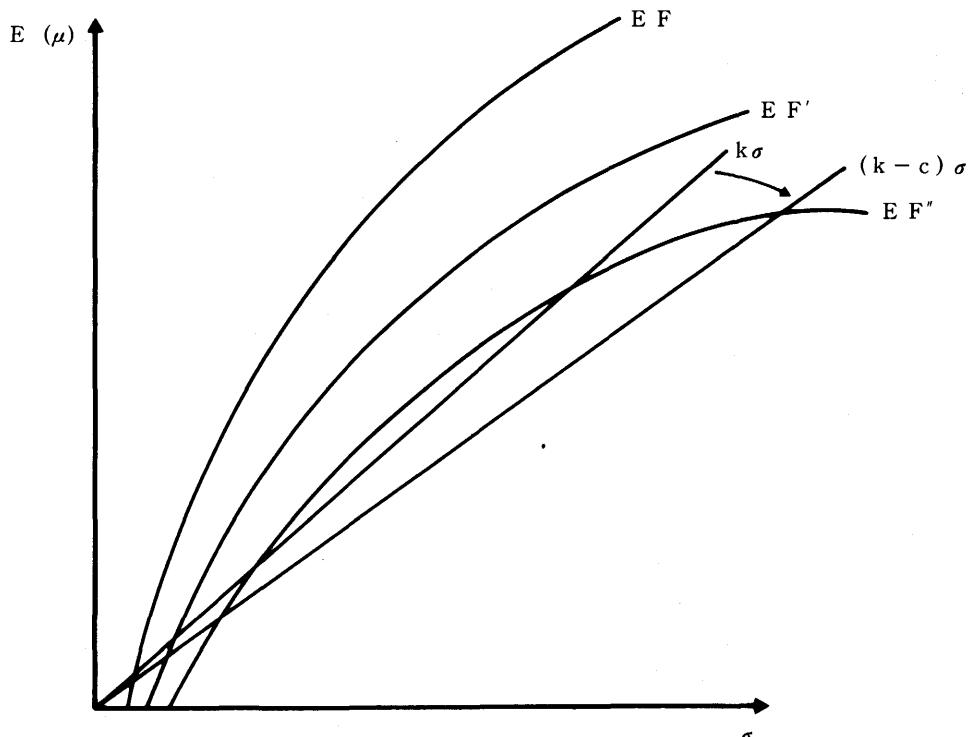


たらす長短ギャップ水準をとっても金利リスクは拡大することになり、有効フロンティアは EF から EF' へと下方にシフトすることとなる。第6図と第7図の分析を組み合わせた第8図において、金利変動が大幅化する状況の下での長短分離規制の妥当性を考察すると、当初の有効フロンティア EF は長短分離規制により EF' へ、さらに金利変動の増大から EF'' へとシフトする。この結果、有効フロンティアが $k\sigma$ 直線よりも右側に入る部分はより大きくなることがわかる。つまり、金利が安定的であった時期にはそれ程問題とはならなかった長短分離規制も、自由化の進展に伴い金利変動が大きくなってくると、倒産確率を高める要因として問題化してくる可能

性が強いといえる。

第4に、同じモデルを用いて金融機関が自己資本を厚目に持つ意義について考察しよう。今、銀行が金利リスクに比例的に自己資本 $c\sigma$ を保有したとすると、倒産が発生するのは収益に自己資本を加えた $\mu + c\sigma$ が負となる場合となる。従って、社会不安発生の閾値を示す半直線は $E(\mu) = k\sigma$ から $E(\mu) = (k - c)\sigma$ へと右下にシフトする。この結果、有効フロンティアが閾値の右側に位置する部分が狭まり、信用不安の可能性を減じることができる。こうした意味において、自己資本の充実は銀行経営の健全性を高めることによって社会全体としての効用を高めるものといえる。

第8図 金利自由化の下での長短分離規制と自己資本比率規制の意味



6. 金利リスクのヘッジ手段について

ここでは、金利リスクのヘッジ手段について簡単に触れておきたい。現在、金利リスクのヘッジ手段としては、①変動金利貸出・スプレッド貸出の推進、②先物取引（オプションを含む）の活用、③貸出債権の流動化等が論議されているが、これらのヘッジ手段としての概要等を整理すると次の通り。

(1) 変動金利貸出・スプレッド貸出の推進

金利リスク・ヘッジ手段として第1に挙げられるのは、資産サイドにおいて変動金利貸出・スプレッド貸出を導入して対応する方法である。これは、資産のデュレーションが負債のデュレーションを大きく上回っているような場合、資産のポートフォリオ面で、長期固定貸出から金利改訂期の短い変動金利貸出・スプレッド貸出に切り換えることによって、資産全体としてのデュレーションの短期化を図ろうとする手法といえる。このうち変動金利貸出については、わが国金融機関は既に住宅ローンを中心として金利リスク回避の観点からそのウェイト・アップを図ってきているのが実情といえる。また自由金利商品の調達金利に一定の利率（スプレッド）を上乗せするかたちで貸出金利を決定するいわゆるスプレッド貸出は、わが国ではまだ一般化するまでには至っていないものの、変動金利貸出同様、金利リスク回避の観点から、最近では都銀、長信銀、信託を中心に顕著な伸びを示している。

今後を展望した場合、金利自由化の一層の進展を背景に、金利リスク回避のため、これらの貸出手法が米国同様次第に一般化していくことが予想される。

(2) 先物取引の活用

第2の金利リスク・ヘッジ策としては、先物取引（オプションを含む）の活用が考えられる。これは資産・負債間にギャップが存在（ここでは資産のデュレーションが負債のデュレーションを上回っていると想定）し、金利上昇時の収益減少（金利リスク）が予想される場合、債券の先物を売り建てるこによって、実際の金利が上昇した場合のギャップに基づく収益減少を先物取引からの収益によってカバーすることが可能となる手法である。上述した変動金利貸出等の導入では、資産のポートフォリオ変更という負担がかかるのに対し、金融先物取引は先物市場を活用することによって比較的低コストで金利リスクのヘッジを行うことが可能となる。わが国においては、昭和60年10月以降債券先物市場が導入され、市場は順調に発展を遂げている。さらに本年1月、株価、預金、通貨、オプション等を含むより広範な金融先物市場の創設に向けて具体案が打出され、今後金融先物市場の一層の充実が展望し得ることとなっているが、これは、わが国金融機関のリスク・ヘッジの場が拡大するという意味で極めて望ましい動きと評価し得よう。

ただ、先物取引については、それがヘッジ手段であると同時にこれを用いて投機的なポジションを取ることも容易であるため、各銀行がこれを活用していく場合には過度に投機的な取引に陥ることのないよう内部管理体制を整備しておくことも重要な課題といえよう。

(3) 貸出債権の流動化

第3の金利リスク・ヘッジ手段といえる貸

出債権の流動化は、長期固定貸出を証券化して投資家ないし他行に売却することによって資産のデュレーションの短期化を図ろうとする手法である。米国では、こうした貸出債権の売却がかなり一般的に行われているが、それは資産の圧縮によって自己資本比率の向上を図ることができるといった誘因もあるが、それ以上にこれによって金利リスクのヘッジが可能となることによる面が大きいとの指摘が多い。例えば Pavel and Phllis (1987) は米国商業銀行の貸出債権の取引についての実証研究を実施、貸出債権売却の主たる誘因は自己資本比率規制の回避よりもむしろ資産の期間短期化による金利リスクのヘッジ等であるとの結論を得ている。現に、米国の中小金融機関にとっての主たる金利リスクヘッジ手段は、高度な専門知識を要する先物取引等ではなく、貸出債権の流動化であるというのが実態といわれている。

わが国においても、金融機関の金利リスク回避の観点からこうした貸出債権の流動化が徐々に認められる方向にあり、例えば60年11月以降対外債権についてその売買が認められ、その売買残高は増加傾向にある。また国内債権についても、現在住宅ローンの証券化についてこれを実現する方向で検討が行われている。ただ国内債権全般についてこうした流動化を認めるかどうかについては、これが実質的な長期資金の調達手段となり得るものであり、従って長短分離規制等業界問題とも深く絡んでくるため、こうした点を含めた総合的な判断が必要とされよう。いずれにしてもわが国においても、金利リスクのヘッジ手段として貸出債権流動化の有用性が認識されつつあるのが現状といえる。

なお、ローン債権の売却については、①売

却対象となった原貸出のデフォルトリスクを買手が負担するのか売手が負担するのかといった問題が存在すること（いわゆる求償権の問題）、あるいは②売却対象債権に優良な資産が多い場合、こうした資産の売却に伴って売り手銀行の資産内容が総体として悪化する可能性もあるといった点に留意しておく必要があろう。

7. おわりに

以上、銀行の抱える金利リスクの問題に関し定量的な計測手法を概観し、また銀行モデルに基づく理論的な分析も行うなど、様々な角度から検討してきたが、最後に、これらの分析を踏まえ、主として金利リスクとの関連でみた今後の銀行経営の課題および銀行監督上の留意点について整理しておきたい。

まず今後の銀行経営に関しては次の諸点が重要である。

第1に、金融の自由化・国際化さらには機械化の進展に伴って銀行経営を取巻くリスクが多様化し、かつ拡大しつつある状況の下では、各種リスクの所在を的確に認識するとともに、とくに金利リスクについてはそれがどの程度高まっているかを常に定量的に把握しておく必要がある点である。これは、①預金金利の自由化進展に伴って銀行の資金調達の相当部分が市場金利をベースとするものとなり（負債の短期化進展）、しかも自由化の下では短期市場金利の変動幅自体も拡大していく可能性があること、一方、②銀行間の競争激化を背景に利鞘確保の観点から長期運用指向の強まり、従ってミス・マッチ拡大のインセンティブが強まる懼れもあること、等を考えると今後金利リスクがさらに高まっていく可能性が少なくないためである。従ってこう

金融機関の金利リスクについて

した事態への対応の第一歩は、まず自行の金利リスク・エクスポージャーの程度を正確かつ定量的に把握しておく必要があることになる。

第2に、このように金利リスクを定量的に把握するためには単にひとつの手法によるのではなく、各種の金利リスクの測定手法を積極的に活用していく必要がある点である。そのためには3.で詳しくみたようにこれらの測定手法の考え方および長所・短所を十分理解しておくとともに、金利リスクを測定するために各銀行内で統計整備を急ぐ必要があろう(具体的には、「マチュリティー・ラダー法」については資産・負債の各項目の金利改訂時期についての統計、また「デュレーション・ギャップ法」については資産・負債のキャッシュ・フロー統計の整備が不可欠である)。

第3に、こうした手法により金利リスクの程度を認識できたならば、金利リスクの軽減すなわちギャップ縮小の観点から資産項目のポートフォリオ調整や各種のリスク・ヘッジ手段を講じていく必要があろう。具体的には、変動金利貸出やスプレッド貸出の拡大あるいは債券先物や金利スワップの利用等の対応が考えられる。

第4に、5.の分析からも明らかなように、こうしたリスク・ヘッジを行う際には単にリスクを極小化することではなく、収益拡大とリスク縮小のいわば相反する目的とのバランスをいかに図っていくのかという視点を基本に据える必要がある。換言すれば許

容し得るリスクの程度はどの程度かを、自由化の下で予想される金利変動の度合や自行の収益力、自己資本の水準に照らしつつ慎重に判断していくことが肝要といえよう。

第5に、金利変動によって収益の減少を余儀なくされる等といった事態、すなわち金利リスクが顕現化した場合に備えて、自己資本の充実を図っていくことが重要である。自己資本はリスク顕現化に伴う収益減少に対するいわば安全装置としての役割を果すものであると同時に、銀行がどの程度のリスク・テイクを行い得るかを規定する最も重要な要素といえよう。

こうした銀行自身による金利リスクへの対応が必要である一方、5.の分析からも明らかなように銀行の最適化行動が時として金融システムの安定性を阻害する可能性がある点も考慮すれば、銀行の金利リスクの顕現化を未然に防止し、金融システムの安定性を確保することも大きな課題となる。このため、銀行監督当局としては次の諸点に留意していく必要があろう。

第1に、各銀行が自行の金利リスク・エクスポージャーを正確に認識し、かつそれに対して的確な対応を図っているかどうかを常にチェックしていく必要があることである。³³⁾ 换言すれば、自由化に伴う競争激化の下で各銀行が自己の収益力、自己資本の水準等から判断して過度のリスク・テイクに走っていないかどうかを常にウォッチしていく必要があろう。またこうしたリスク管理を義務付ける

33) この点に関連し横山(1987)は銀行考査の今後の方向を次のように指摘している。「自由化時代に突入しそく諸種リスクにさらされがちな各金融機関におけるリスク管理の徹底は、日本銀行が金融システムを運営していくにあたっても必要不可欠なものであり、今後の考査の手法についても、そういうリスク管理の視点を多く取り入れていきたいと考えている。」

金融研究

という観点からは、例えば「マチュリティーラダー」に関する統計を銀行から徴求するといった方法も考えられよう。

第2に、金利リスクをヘッジするための先物、オプション、スワップ等の金融市場（インフラストラクチャー）の整備・拡充である。この点、例えば現在推進中の金融先物市場の創設はそうした方向に沿った極めて望ましい措置であるといえよう。

第3に、銀行の運用・調達面の弾力性向上という観点からは、貸出債権の流動化や調達面の長短分離規制についてもこれを弾力化する方向で検討することも考えられる。ただ、既述したようにこれらの問題は業界問題と深く絡んでいるだけに、そうした点も含め総合的に判断していく必要があろう。

第4に、銀行経営の健全性を維持する観点からは、各銀行が金利リスクが顕現化した場合に備えて自己資本の充実に努めているかどうかを適宜チェックする必要があることであ

る。

以上のように金利リスクの管理に当っては、基本的には自己責任の原則に立って銀行自らがALM体制の確立等、総合的なリスク管理体制の枠組みの下で自主的に管理していく筋合いのものであるといえよう。しかし同時に、監督当局がこうしたリスク管理が充分に行われているか、適宜チェックしていくシステムが確立されていることも重要といえる。こうした意味で今後金融自由化の一層の進展に伴って金利リスクの高まりが予想される中で、銀行自身によるリスク管理体制の確立と監督当局による銀行経営の健全性の的確なチェックシステムは、いわば相互補完する形で全体としての金融システムの安定性に資するものであり、そうした安定性が保持されてこそ、銀行本来の機能である金融仲介機能は最も効率的な形で発揮されるものであるといえよう。

以上

金融機関の金利リスクについて

【参考文献】

- 池尾和人、「日本の金融市场と組織——金融のミクロ経済学」、東洋経済新報社、1985年
- 岩田規久男・堀内昭義、「日本における銀行規制」、『経済学論集』第51巻1~2号、東京大学、1985年4月、
7月
- 太田 勉、「金融自由化進展の下での信用秩序維持の諸問題」、『金融研究』第3巻第1号、1984年4月
- 柏木 敏、「債券のデュアレーションとイミュニゼーション定理について——投資の平均回収期間と資産価値
の利子率変動リスクからの防御」、『証券研究』Vol.73、日本証券経済研究所、1984年8月
——、「金融機関の利子率リスク」、『証券研究』Vol.80、日本証券経済研究所、1987年2月
- 神澤敏介、「金融自由化の進展とミスマッチ回避の必要性」、『経済月報』、住友銀行、1985年5・6月
- 木田一男、「高まるターム・マッチングの緊要性——長短金融問題への一考察」、『金融』459号、全国銀行協会
連合会、1985年6月
- 木下正俊、「銀行経営と信用秩序」、『金融研究』第4巻第2号、1985年5月
- 倉沢賀成、「銀行の自己資本比率の決定要因」、『証券資料』No.95、日本証券経済研究所、1987年4月
- 重成 侃、「金融自由化後の銀行経営リスクについて」、研究資料(59)研2-2、日本銀行金融研究所、1984
年5月
- 清水啓典、「金融自由化で何が問題か——競争促進と信用秩序」、『経済セミナー』No.382、日本評論社、1986
年11月
- 露口洋介、「銀行のリスク管理と金融政策の有効性」、研究資料(61)研2-2、日本銀行金融研究所、1986年
5月
- 遠山 浩、「銀行行動諸規制検討のための一考察」、『金融研究』第5巻第2号、1983年11月
- 蓮井明博、「銀行の健全性と公的規制・監督」、『金融研究』第5巻第2号、1986年4月
- 花枝英樹、「債券価格の変動性と債券投資戦略——Duration の概念と Duration Strategy」、『証券アナリスト
ジャーナル』第16巻第1号、日本証券アナリスト協会、1978年1月 a
——、「Duration と債券投資分析」、『経済系』第116集、関東学院大学経済学会、1978年6月 b
——、「債券投資戦略の基礎理論」、forthcoming
- 早川英男、「金融仲介機関の経済理論——『情報の経済学』の視点から」、『金融研究』第7巻第1号、1988年
4月
- 福田司文、「デュレーション尺度について」、『鹿児島経大論集』第27巻第1号、鹿児島経済大学経済学部学会、
1986年4月
- 藤本邦明、「ALM の実務——デュレーション法の展開」、金融財政事情研究会、1987年2月
- 堀内昭義、「信用秩序維持と公的規制——金融市场の危機をいかに制御するか」、『季刊現代経済』55号、日本
経済新聞社、1983年9月
- 守分 宣、「自己資本比率規制の国際的統一化について」、『金融ジャーナル』、1988年2月
- 横内龍三、「金融環境の変化と金融機関経営をめぐる諸問題」、『金融』486号、全国銀行協会連合会、1987年
9月 a
——、「リスク管理と銀行経営」、『金融ビジネス』、1987年11月 b
- 横山昭雄、「高度技術型産業へ リスク管理と自己資本の充実を」、『金融財政事情』、1987年9月14日
- 脇田安大、「わが国の貸出市場と契約取引——貸出金利の硬直性に関する一解釈」、『金融研究』第2巻第1号、
1983年3月
- Baker, James V., "Asset/Liability Management", American Bankers Association, 1981.
- Bennett, Dennis E., Lundstrom, Roger D. and Simonson, Donald G., "Estimating Portfolio Net Worth Values and
Interest Rate Risk in Saving Institutions", *Bank Structure and Competition*, Federal Reserve Bank of Chicago,
1987.

金融研究

- Bierwag, G. O. and Kaufman, George G., "Coping with the Risk of Interest Rate Fluctuations; A Note", *Journal of Business*, July 1977.
- _____, _____, Schweitzer, Robert and Toebs, Alden, "The Art of Risk Management in Bond Portfolios", *Journal of Portfolio Management*, Spring 1981.
- _____, _____ and Toebs, Alden, "Duration: Its Development and Use in Bond Portfolio Management", *Financial Analysts Journal*, July/August 1983.
- Blair, Roger D. and Heggstad, Arnold A., "Bank Portfolio Regulation and the Probability of Bank Failure", *Journal of Money, Credit and Banking*, February 1978.
- Booth, James R. and Officer, Dennis T., "Expectations, Interest Rates and Commercial Bank Stocks", *Journal of Financial Research*, Spring 1985.
- Bosworth, Barry and Duesenberry, James S., *Capital Need in the Seventies*, Brookings Institution, 1975.
- Brewer, Elijah, "Bank Gap Management and the Use of Financial Futures", *Economic Perspectives*, March/April 1985.
- Diamond, Douglas W. and Dybvig, Philip H., "Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity", *Journal of Political Economy*, June 1983.
- Fischer, Lawrence and Weil, Roman L., "Coping with the Risk of Interest-Rate Fluctuations; Returns to Bond Holders from Naive and Optimal Strategies", *Journal of Business*, October 1971.
- Flannery, Mark J., "Market Interest Rates and Commercial Bank Profitability: An Empirical Investigation", *Journal of Finance*, December 1981.
- _____, "Interest Rates and Bank Profitability: Additional Evidence", *Journal of Money, Credit and Banking*, August 1983.
- _____, and James, Christopher M., "Market Evidence on the Effective Maturity of Bank Assets and Liabilities", *Journal of Money, Credit and Banking*, November 1984.
- Grove, M. A., "On 'Duration' and the Optimal Maturity Structure of the Balance Sheet", *Bell Journal of Economics and Management Science*, Autumn 1974.
- Hicks, J. R., *Value and Capital*, Oxford University Press, 1939 (安井琢磨、熊谷尚夫訳『価値と資本』1967年)
- Hunt, Lacy H., *Dynamics of Forecasting Financial Cycles*, JAI Press, 1976.
- Ingersoll, Jonathan E. Jr. "Is Immunization Feasible? : Evidence from the CRSP Data", in G. G. Kaufman, G. O. Bierwag and A. Toebs, eds., *Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization*, JAI Press, 1983
- _____, and Ross, Stephen A., "Duration and the Measurement of Basis Risk", *Journal of Business*, January 1979.
- _____, Skelton, Jeffrey and Weil, Roman L., "Duration Forty Years Later", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, November 1978.
- Jacobson, Robert, "Forecasting Bank Portfolios", in S. J. Maisel, ed., *Risk and Capital Adequacy in Commercial Banks*, NBER, 1981.
- Kaufman, George G., "Measuring and Managing Interest Rate Risk: A Primer", *Economic Perspectives*, Federal Reserve Bank of Chicago, January/February 1984.
- Khang, Chulsoon, "Bond Immunization when Short-Term Rates Fluctuate More than Long-Term Rate", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, December 1979.
- Koppenhaver, Gary D., "Regulating Financial Intermediary Use of Futures and Option Contracts: Policies and Issues", *Staff Memoranda*, Federal Reserve Bank of Chicago, 1985.
- Macaulay, Fredrick, *Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the United-States since 1965*, NBER, 1938.

金融機関の金利リスクについて

- Mitchell, Karlyn, "Interest Rate Risk Management, At Tenth District Banks", *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Kansas City, May 1985.
- Morrison, Jay B. and Pyle, David H., "Interest Rate Risk and the Regulation of Financial Institutions", in S. J. Maisel, ed., *Risk and Capital Adequacy in Commercial Banks*, NBER, 1981.
- Niehans, Jürg and Hewson, John, "The Eurodollar Market and Monetary Theory", *Journal of Money, Credit and Banking*, February 1976.
- Pavel, Christine and Phillis, David, "Why Commercial Banks Sell Loans: An Empirical Analysis", *Economic Perspectives*, Federal Reserve Bank of Chicago, May/June 1987.
- Redington, Frederick M., "Review of the Principles of Life-Office Valuations", *Journal of the Institute of Actuaries*, 1952.
- Samuelson, Paul, "The Effect of Interest Rate Increase on the Banking System", *American Economic Review*, March, 1945.
- Santomero, Anthony M., "Fixed Versus Variable Rate Loans", *Journal of Finance*, December 1983.
- Toevs, Alden L., "Gap Management: Managing Interest Rate Risk in Banks and Thrifts", *Economic Review*, Federal Reserve Bank of San Francisco, Spring 1983.
- and Haney, William C., "Measuring and Managing Interest Rate Risk: A Guide to Asset/Liability Models Used in Banks and Thrifts", in R. B. Platt, ed., *Controlling Interest Rate Risk; New Techniques and Applications for Money Management*, John Wiley and Sons, 1983.
- Waldo, Douglas G., "Bank Run, the Deposit-Currency Ratio and the Interest Rate", *Journal of Monetary Economics*, Vol.15, No.3, May 1985.