（日本銀行金融研究所「金融研究」第6巻第2号）

債券利回りの変動要因について

――日米比較の実証分析に基づく期待理論の再検討*

白　川　浩　道**

1.　はじめに――目的・構成・要旨

近年の債券利回りの動きをみると、わが国では、金融自由化・国際化の着実な進展、さらには金融市場における情報伝達の迅速化等を背景とした売買取引活発化を反映し、時として激しい変動を示すに至っている。とくに最近では、長期債を短期間で売買する動きが活発化していることから、長期債利回りの変動が短期金利の変動を上回って乱高下するといった状況すらみられている。一方、米国についても1970年代末以降、債券利回りの変動が顕著になっているとの指摘が多い。

債券利回り（長期金利）については、従来から、金利の先行き期待がその決定要因として重視され、債券の利回りは現在および将来の短期金利の加重平均値として決定されるとする「純粋期待理論」、ないしはそうした値に一定のリスク・プレミアムを加えた値になるとする「コンスタント・リスク・プレミアム理論」によって理論的に説明されてきた。そして、現実にみられた債券利回りの変動も、これらの標準的な理論を適用することにより、日本については1980年代初期頃まで、米国については1970年代央まで、それぞれ比較的良好に説明されると考えられてきている（黒田（1982）、鹿野（1984）、Modigliani-Shiller（1973））。しかし、近年において大幅な変動を示している債券利回りの動きが、果たしてこのような従来の理論（リスク・プレミアムがコンスタントであるとする金利の期間構造理論）によって引続き十分に説明可能であるのだろうか、また仮に説明できないとした場合、如何なる代替的な理論仮説が説明力を持つであろうか。本論文は、日米両国の債券利

＊　本論文の作成過程において、京都大学森棟公夫教授、有賀健助教授、神戸大学豊田利久教授、大谷一博助教授、関西大学平山健二郎助教授、筑波大学翁邦雄助教授（本行より出向中）、大阪大学植田和男助教授、東京大学竹内恵行氏（当研究所客員研究生）より有益なコメントを頂いた。

＊＊　日本銀行金融研究所研究第1課

回りの実証分析を通じて、この問題にひとつの解答を与えることを狙いとしたものである。

本論文の分析は、最近における計量分析の手法および理論面の発展をも踏まえており、いくつかの点で従来の研究にはない特徴点を有している。

第1に、債券利回りの実証分析に当たっては、最近、為替相場、株価など変動の大きい資産価格の分析に用いられている「分散制約テスト(variance bounds test)」という新しい手法を適用したことである。このテストは、現実の債券利回り(保有期間収益率)の分散が合理的期待モデルに基づく利回りの分散の理論的上限値を上回っているかどうかを検定するものであり、仮に上回っていれば、債券利回りはボラタイルな変動をしていると判断される。また、このテストを用いることにより、従来、単独では議論されることのなかった債券市場における合理的期待形成仮説の成立または不成立を検証することも可能となり、本論文ではその点の立ち入った分析も行っている。[1)]

第2に、債券利回りの変動を説明する場合、時の経過と共に変化するリスク・プレミアム(time varying risk premium、以下「可変的リスク・プレミアム」と呼ぶ)という要因を明示的に導入して実証分析を試みたことである。[2)] 従来の分析では、リスク・プレミアムは一定値とされていたが、これを可変的なものとみることによって、果たして債券利回りのボラティリティの説明が可能になるかどうかを本論文では検証している。

第3に、以上のような一連の実証分析を日米両国について同一の手法で実施し、その比較検討を行ったことである。これは、日米両国の債券利回りの変動は同一の理論仮説によって説明されるのか、それとも異なる理論仮説を想定すべきかを明らかにする必要があるほか、金融政策運営上のインプリケーションを考えるうえでも、両国の比較分析は欠かせないと考えられるからである。

本論文の構成は以下の通りである。まず第2章において、標準的な期間構造の期待理論を要約紹介するとともにその現実妥当性を直観的に考察し、次いで現実の利回りについて分散制約テストを実施する。続く第3章では、分散制約テストの結果を踏まえ、債券利回りがボラタイルな動きをしている場合の理論的解釈を明らかにするとともに、そうした解釈に基づき、合理的期待形成仮説の検証および標準的な期間構造理論の検証[3)]を別個に実施する。第4章は、前

1) 金利の期間構造式に関する従来の計量分析では、推定手続き上、合理的期待形成仮説の成立を仮定せざるを得ない(期間構造式の最小2乗法(OLS)推定では、パラメター推定値の不偏性および一致性を保証するという観点から説明変数と誤差項が無相関であるとの直交化条件の成立を仮定するが、これは合理的期待形成仮説を仮定していることを意味する(第3章(1)ロ. を参照))。しかし、仮に市場参加者の期待が合理的に形成されていないとした場合には、こうした推定結果の信頼性が失われかねないという問題が発生してくるので、この点からも合理的期待形成仮説自体の成立を単独で検証することは意味を持つ。

2) 最近では、不確実性が存在する下での投資家行動の分析や資本資産評価モデル(CAPM)などにおいて、資産価格としての債券利回りの決定が論じられており、そこでは、リスク・プレミアムの可変性にも反映される期待の役割が重視されている。日本の国債市場についても1981年央以降には、可変的リスク・プレミアムの存在の可能性が示唆されていた(鹿野(1984)参照)。

3) 標準的な期間構造理論の検証を実施し、仮にそれが棄却されたとすれば、それと代替的な仮説、すなわち、①可変的リスク・プレミアムが存在するという仮説、②投資家が当期の情報(短期金利)に過剰反応するという意味での「近視眼的期待形成仮説」、③投資家の来期の予想利回りは当期の利回りそのものであるとする「静学的期待形成仮説」、といった仮説が妥当する可能性があることになり、次にはその検証を行う必要がでてくる。

章の実証結果に基づき可変的リスク・プレミアムによって債券利回りの変動が説明できるかどうかを検証するとともに、それによる説明力の日米差異についても考察する。そして第5章で今後の課題を検討し簡単な結びとする。なお、本論文の分析対象期間（計測期間）は原則として1977年4月～1986年6月の約10年間（以下「全期間」と呼ぶ）であるが、必要に応じ近年の約5年間（1981年4月～1986年6月、以下「最近時点」と呼ぶ）だけを対象とした分析も行った。

以上の分析の結果得られる主要な結論を予め要約すると次の通りである。

(1) 上記のような分散制約テストを行った結果、債券利回りは1977年から86年までの約10年間の計測では、日米両国いずれにおいても標準的な合理的期待モデルにおける理論値から乖離してボラタイルな動きを示しており、とくに、日本については、近年（81年～86年）そうした傾向が強まっている。また、ボラティリティの度合いは日本よりも米国の方が一般に大きい。こうした結果は、債券利回りの変動を従来の標準的な期間構造の期待理論によって説明するのは、米国についてはかなり無理があるほか、日本についても次第に困難になっていることを意味している。

(2) このように債券利回りがボラタイルな変動を示している原因としては、日米ともに市場における期待形成が合理的ではないこと、すなわち投資家が当期までの全ての情報を効率的に利用して来期の債券利回りを予想しているという意味での合理的期待形成仮説（効率的市場仮説と解釈可能）が成立していないことによる可能性がある一方、これと同時に、利回りには可変的リスク・プレミアムという要因が存在することによってボラタイルになっている可能性も否定できない（とりわけ日本の近年については後者の可能性が大きい）。この場合、利回り形成には、現在の短期金利および将来時点における短期金利の予想値に加え、それ以外の情報（例えば代替関係にある外国債券の利回りや為替相場の動向など）が可変的リスク・プレミアムというかたちをとって影響を強めているものと解釈される。

(3) 債券利回りの変動要因として可変的リスク・プレミアムを明示的に導入し、その変動によって利回りのボラティリティが説明できるかどうかを検証したところ、日本については、それによって概ね説明可能[4)]であった。これは、日本の債券利回りの変動は、可変的リスク・プレミアムの存在を仮定すれば、投資家の合理的行動と整合的であることを意味している。もっとも、ごく最近期において、債券利回りのボラティリティが一層高まって

---

4) これまでになされた黒田（1982)、鹿野（1984）による日本についての実証分析（計測期間1977～81年）では「純粋期待理論」ないしは「コンスタント・リスク・プレミアム理論」が成立するとの結果が示されており、これらと本論文の「可変的リスク・プレミアムを仮定した期間構造理論」の成立とは一見矛盾するようにみえるが、次のように考えれば、両者は整合的であるといえる。すなわち、黒田、鹿野の計測では、推定手続き上、ひとつの強い前提（合理的期待形成仮説の成立）を置いているが、仮にそうした前提が成立するとした場合、両者は矛盾しないといえる（黒田、鹿野の計測が対象とする1981年以前については、債券利回りの変動に占める可変的リスク・プレミアムの変動の割合が「最近時点」に比べて小さく、この時期のリスク・プレミアムはゼロないしはコンスタントに近いと解釈しうる）一方、そうした前提が成立していないとした場合にも、本論文の可変的リスク・プレミアムの存在は否定されない（もっとも、その場合には黒田、鹿野の計測結果の信頼性が低下する可能性がある）。

いるように窺われる点については、リスク・プレミアムがごく短期間で大幅に変動しているというよりも、わが国特有の債券決済方式（各月10日、20日、月末に集中して決済）が債券の超短期売買の活発化をもたらしていることによる面が大きいと考えられる（利回りがリスク・プレミアムを含む理論値から大きく乖離するいわゆるバブル現象が発生していると解釈しえよう。なお、本論文の分析手法では、1～2年といった短期を対象として可変的リスク・プレミアムの説明力を検証することはできない)。

(4) 一方、米国については、利回りのボラティリティを可変的リスク・プレミアムの変動のみによって説明することは困難であった。すなわち、米国債利回りの変動は、リスク・プレミアムの可変性を仮定しても投資家の合理的行動とはなお相容れないほどにボラタイルであることを意味している。こうした米国債利回りの大きなボラティリティについては、それが市場参加者の非合理的な投資行動の結果であると解釈することもできるが、一方では、本論文で前提としている均衡理論の考え方の中には採り入れることができない何らかの情報ショックが継続的に発生し、それに対して利回りが直接反応していることによる可能性も考えられる。

(5) 日米両国における上記のような債券利回りの変動パターンが金融政策運営に対して持っているインプリケーションを考察すると、まず、日本については、金利政策の波及効果（短期金利変動の長期金利への影響）を考える場合、標準的な期間構造理論が成立している状況（基本的に重要なのは短期金利の現在値およびその将来予想値）とは異なり、可変的なリスク要因の形成に影響する種々の情報（米国債利回り、為替相場等）およびその影響も把握して判断する必要が生じてくることである。また、上記のような米国の利回り変動パターンの分析をもとに考える場合、金融当局が利回り変動の安定化を目指すとすれば、如何にして情報ショックを小さくするかが1つの課題となろうが、情報ショックが金融政策運営スタンスの不確実性（monetary uncertainty）の存在によってもたらされる場合が少なくないとするならば、そうした不確実性を生まないような安定的な政策運営が重要になる。

2. 標準的な期間構造の期待理論とその説明力

(1) 標準的な期間構造の期待理論

金利の期間構造に関する標準的な期待理論とは、長期金利（債券利回り）を投資家の先行き短期金利に関する予想ないし期待によって説明しようとするものである。その際、期待要因がどの程度強い説明力を持っているかによっていわゆる「純粋期待理論」と「コンスタント・リスク・プレミアム理論」の2つに大別されるが、本論文が出発点とする期間構造理論としては、後者すなわちコンスタント・リスク・プレミアムを仮定する期間構造の期待理論（以下「標準理論」と呼ぶ）を考えることにする。[5] ここで、コンスタント・リスク・プレミアムとは、不確

5) これは、本論文の目的が債券利回り（ないしは保有期間収益率）の変動（分散）が如何なる理論的枠組によって説明可能であるのかを明らかにすることであり、そうした観点に立てば、ゼロ・リスク・プレミアム理論とコンスタント・リスク・プレミアム理論は同等の扱いを受けることになるうえ、前者が後者の特殊ケースと考えられることによる。

実性の存在する世界で危険回避的な投資家が例えば債券の価格変動リスクに対して一定のプレミアムとして受け取っているものであり、価格変動リスクが一般的に残存期間に比例して大きくなるとすれば、その大きさは残存期間に依存する（伝統的には Hicks によって流動性プレミアムと呼ばれているもの）と考えられる。

さて、標準理論の立場で考えると、投資家の金利裁定行動の結果、均衡においては t 期における全ての債券の 1 期間保有収益率が当該 1 期間に対応する短期金利にコンスタント・リスク・プレミアムを加えたものに等しくなる。

すなわち、

$$E_t[H^n_{t+1}|I_t]=r_t+\phi^n \qquad (1)$$

ただし、

$$H^n_{t+1}=\frac{P^{n-1}_{t+1}-P^n_t+C}{P^n_t} \qquad (2)$$

$E_t[\cdot|I_t]$: t 期に利用可能な情報集合 I_t に条件付けられた期待演算子

H^n_{t+1}: 残存 n 期もの債券の単位期間（t期→t＋1期）保有収益率（クーポン収入に価格変化に伴うキャピタル・ゲインないしはロスを加えた保有期間収益の購入価格比率）

r_t: 単位期間に等しい満期の短期金利

ϕ^n: 残存 n 期もの債券のコンスタント・リスク・プレミアム

P^n_t: 残存 n 期もの債券の t 期の価格

C: クーポン・ペイメント
（＝クーポン・レート×償還価額）

これより、いわゆる期間構造関係式（債券利回りを短期金利の現在および将来値の加重平均値として表わす式）を求めるためには、債券の保有期間収益率 H^n_{t+1} を債券利回り R^n_t で表わすことが必要となる。

今、債券価格 P^n_t と複利流通利回り R^n_t の関係は、

$$P^n_t=\frac{C}{R^n_t}+\frac{R^n_t-C}{R^n_t(1+R^n_t)} \qquad (3)$$

であることが知られているので、この(3)式を(2)式の P^n_t に代入、テイラー展開の上 $R^n_t=R^{n-1}_{t+1}=C$ の近傍で線型近似すると、債券保有期間収益率は、

$$H^n_{t+1}=\frac{R^n_t-\bar{\gamma}R^{n-1}_{t+1}}{1-\bar{\gamma}} \qquad (4)$$

ただし、

$$\bar{\gamma}=\frac{\gamma-\gamma^n}{1-\gamma^n}$$

$$\gamma=\frac{1}{1+\bar{R}}$$

$\bar{R}$: 債券利回りの t 期と t ＋ 1 期の平均値

として得られる。

(4)式を(1)式に代入後整理すると、期待を含む 1 階の差分方程式

$$R^n_t=\bar{\gamma}E_t[R^{n-1}_{t+1}|I_t]+(1-\bar{\gamma})(r_t+\phi^n) \qquad (5)$$

が得られる。これを逐次的に解くと、債券利回りが短期金利の現在および将来値の加重平均値に一定のリスク・プレミアムを加えたものに等しいという次のような期間構造式を得る。[6)]

6)　一連の導出については、黒田（1982)、鹿野（1984）も参照のこと。

$$R_t^n = \frac{1-\gamma}{1-\gamma^n}\sum_{s=0}^{n-1}\gamma^s E_t[r_{t+s}|I_t] + \Phi^n \qquad (6)$$

ただし、

$$\Phi^n = \frac{1-\gamma}{1-\gamma^n}\sum_{s=0}^{n-1}\gamma^s \phi^{n-s}$$

(2) 標準理論の説明力の検証

イ．直観的理解――第1図、第2図

以上のような標準理論のモデル(すなわち(6)式ないし(1)式）によって現実の日米の債券利回りの変動が説明可能かどうかについて、まず、直観的な理解を得ておこう。[7] 直観的な理解とは、「仮に(6)式のモデルが成立し、従って債券利回りが基本的には短期金利の加重平均で表現されるとすれば、市場参加者の将来短期金利に対する期待が非常に大きく振れない限り、現実の債券利回りの変動は短期金利の変動に比べスムースなものとなるはずである」というものである。

こうした関係が成立しているかどうかをみるために、以下では完全予見下の利回りの理論値と現実の利回りを比較してみることにする。

今、完全予見下の利回りを R_t^{n*} とすると、(6)式から、R_t^{n*} は、

$$R_t^{n*} = \frac{1-\gamma}{1-\gamma^n}\sum_{s=0}^{n-1}\gamma^s r_{t+s} \qquad (7)$$

と表わされる。R_t^n と R_t^{n*} の関係は言うまでもなく、

$$R_t^n = E_t[R_t^{n*}] + \Phi^n \qquad (8)$$

である。

さて、(7)式を用いて我々は完全予見下の利回りを事後的に求めることが可能であるが、この場合にはn－1期先の短期金利が必要となるので、(7)式を変形し、標本の最終値から後退的に完全予見利回り（これを便宜的に事後的にみた合理的利回り、「ex-post rational rate」と呼ぶ）を求めることを考える。

(7)式は、(4)式を用いれば、

$$R_t^{n*} = (1-\bar{\gamma})\sum_{s=0}^{n-1}\gamma^s r_{t+s} \qquad (7)'$$

と表現可能であり、これから

$$R_t^{n*} = \bar{\gamma} R_{t+1}^{n-1*} + (1-\bar{\gamma}) r_t \qquad (9)$$

を得る。ここで、R＊の標本最終値について、例えばそれが短期金利の標本平均に等しくなるとの仮定（terminal value condition）を置き、(9)式を用いて逐次的に解いてゆけば、「ex-post rational rate」を求めることができる。この「ex-post rational rate（R_t^{n*}）」と標準理論のモデルが規定する利回り（R_t^n）の関係は(8)式で表わされることは既にみたが、得られた「ex-post rational rate」と債券利回りの実現値をプロットしてみると（第1図参照)、両者は日米いずれの国においても著しく乖離している。

7) 本論文で取り上げる債券利回りは、以下、日米ともに国債流通利回り（複利）であり、日本が3～9年もの（月末値、3年未満ものについてはデータの制約から不採用)、米国については、2、5、10、20年もの（月中平均値）である。短期金利については、日本が現先利回り3ヵ月もの、米国がTB3ヵ月もの（ともに月中平均値）を使用した。

一方、「ex-post rational rate」を求めるための(9)式は、(1)式の保有期間収益率均衡式について完全予見を仮定 ($H^{n}_{t+1}=r_t$) して得られたとも解釈できるので、事後的に得られた債券の保有期間収益率と現実の短期金利の動きを比較してみると（第2図参照）、債券の保有期間収益率は短期金利に比べ著しくボラタイルな変動を示しており、上記の「ex-post rational rate」と利回り実現値の乖離という現象と符合する。

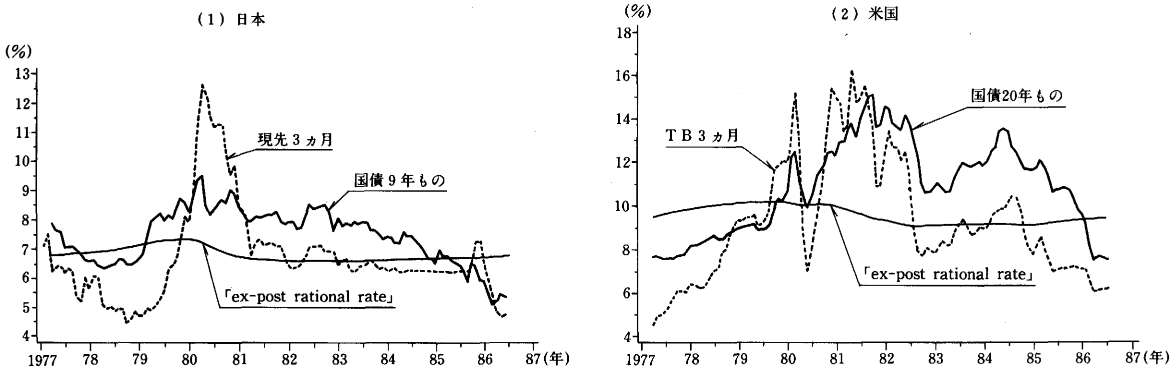
つまり、第1図および第2図により、(6)式あるいは(1)式の標準理論のモデルが現実の債券利回りの変動を必ずしも十分に説明しているとはいえないのではないかということが示唆されている。

ロ．分散制約テストによる検証

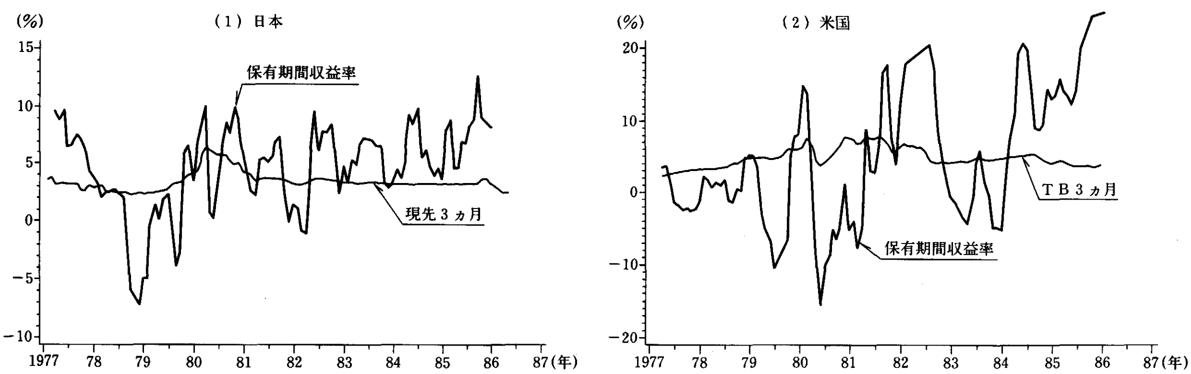
（債券保有期間収益率に関する分散制約式の導出）

本節では前節で明らかになった債券利回りの大幅な変動につき、1つの基準のもとに債券保

第1図　「ex-post rational rate」と現実の利回り



第2図　保有期間収益率と短期金利
——保有期間6ヵ月のケース



有期間収益率[8]がボラタイルな変動をしているといえるかどうかのテストを行うことにする。ここで採用する基準とは、「債券保有期間収益率の分散に理論上の上限値（upper bound）を設け、これと現実の債券保有期間収益率の分散の比較を行うこと」であり、「分散制約テスト[9]」と呼ばれる。

なお、分散上限値は、

① 債券保有期間収益率は(1)式の標準理論のモデルで決定される、

② 投資家の期待形成は合理的である、

という2つの前提を同時に仮定する複合仮説（joint hypothesis）の下に導出され、分散制約テストの結果、現実の債券保有期間収益率の分散がこの上限値を有意に上回った場合、債券保有期間収益率（利回り）がコンスタント・リスク・プレミアムを仮定する期間構造の合理的期待モデル（以下「標準的な合理的期待モデル」と呼ぶ）の均衡解から乖離してボラタイルな動きをしているとの結論が得られる。

ここで、合理的期待形成仮説の考え方について説明しておく。合理的とは、市場参加者がt期（当期）までの情報をすべて効率的に利用しているということであり、仮にt＋1期に実現した収益率がt期の予測値とかけ離れたとすれば（予測誤差が生じたとすれば）、それはt期には入手不可能であった情報によってもたらされたものであると考える。そうした意味で合理的期待形成仮説を効率的市場仮説と読みかえることも可能である。また、このことは、予測誤差がt＋1期以降に起ったイノベーションの関数であり、t期までのイノベーションにはt+1期以降に起こるイノベーションについての情報が含まれていないことを意味しており、統計学的には(1)式を用いて

$$\mathrm{COV}(H^{n}_{t+1}-r_t-\phi^{n},\ R^{n}_{t})=0$$

（cov(・) は共分散）

が成立していると考える。

さて、上記の複合仮説の下に得られる分散制約式は、Shiller（1979）に従い、

$$\mathrm{VAR}(H^{n}_{t+1})\leqq \mathrm{VAR}(r_t)\cdot\rho^{2}_{rR}\cdot\frac{1}{(1-\bar{\gamma}^{2})} \tag{10}$$

ただし、

$\mathrm{VAR}(H^{n}_{t+1})$: 債券保有期間収益率（$H^{n}_{t+1}$）の分散

$\mathrm{VAR}(r_t)$: 短期金利（r_t）の分散

ρ_{rR}: 債券利回り（R^{n}_{t}）と短期金利（r_t）の相関係数

である（詳しい導出は補論1を参照。また、債券利回りR^{n}_{t}についての分散制約テストの考え

8) 分散制約テストを初めとする本論文の実証分析は、第3章の「標準理論」の分析を除き、「債券保有期間収益率（H^{n}_{t+1}）」について実施する。これは「利回り（R^{n}_{t}）」についての分散制約テストは恣意性を免れないことによる（補論2参照）。なお、保有期間収益率について本論文の分析から得られる結論を(1)式と(6)式の関係から、利回りについて得られるものと考えても差し支えない。

9) 分散制約テストは近年、株価、為替相場等資産価格のボラティリティの検証にしばしば用いられている（翁（1985）、植田他（1986）、Leroy−Porter（1981）、Shiller（1981）、Kleidon（1986））。ただ、この手法については、技術的な問題点として、①上限を規定する確率変数の定常性を確認する必要があること、②小標本によるバイアスを考慮する必要があること、の2点が指摘されている。しかし本論文では、①については、基本的に合理的期待モデルは確率過程の定常性を仮定した議論である、②については、対象とする標本の大きさは十分であり、バイアスを考慮したうえでもテストの結果の信頼性は低下しない、との判断から同テストが有効であると考えている（詳しくは補論3を参照）。

方は、補論２を参照)。

(分散制約テストの結果)——第１表

(10)式に従い、日米両国の「全期間」(1977年４月～1986年６月）について分散制約テストを行った（債券の保有期間については、１年、６カ月、３カ月の３つのケースを想定[10]）結果、以下のような結論が得られた。

① 日米の全サンプルについて１期間保有収益率の分散（V(H)）は上限値(B)を上回っており、分散制約式の不成立は１％水準で有意である（１期間保有収益率(H)の分散がカイ２乗分布に従うと仮定し、その母分散の99％信頼区間の下方信頼限界値 Vm(H) が上限値(B)を有意に上回っているかどうかで検定される)。

② excess volatility[11]の程度（$\alpha = V(H)/B$）は、日米両国とも残存期間の長い債券ほど、また保有期間が短いほど、大きくなる傾向にある。

③ 日米を比較してみると、米国の方が excess volatility は大きい。すなわち、日本の国債の保有期間収益率は標準的な合理的期待モデルの立場から考えて、「less volatile」である。

3. 債券利回りの変動に関連する各種の理論仮説

前章の分析より、日米両国における債券保有期間収益率（利回り）が、標準的な合理的期待モデルの均衡解から乖離してボラタイルな動きを示していることが明らかとなった。その際、分散制約テストは標準的な合理的期待モデルの依拠する複合仮説（合理的期待形成仮説と標準理論）に対する検定という形で行われたことから、テストの結果については、複合仮説のうちいずれの仮説が満たされなかったことによるものかによって２通りの解釈が可能となる。本章ではこうした解釈を踏まえたうえで、複合仮説の各々について、それを独立に検証することとしたい。以下第１節では理論的解説を行い、第２節でその実証結果について検討する。

(1) 分散制約テストの結果のインプリケーション

イ．合理的期待形成仮説について

分散制約式が満たされないという結果に対する第１の解釈は、標準理論のモデルは成立しているが、市場の期待形成が合理的になされていないとするものである。すなわち、市場参加者の債券保有期間収益率の予測誤差が t 期までのイノベーションと相関をもっていることであり、形式的には、COV（$H^n_{t+1} - r_t - \phi^n, R^n_t$）＝０の条件が満たされていないと考えられる（補論１を参照)。従って、この解釈（仮説）は、

$$H^n_{t+1} - r_t = a + bR^n_t + \delta_t \qquad (11)$$

について OLS 推定を行い、$\hat{b}$（b の推定値)

---

10) 投資家の債券保有期間については、近年の金融自由化や金利選好の高まりから、キャピタル・ゲインのみを志向する短期保有の割合が増加していることも明らかである。しかし、日本の場合には、譲渡価格の１万分の３の有価証券取引税が､米国の場合には６か月未満の取引にはキャピタル・ゲイン税がそれぞれ課されることから、実証分析において保有期間のごく短い取引を仮定する場合については、課税額を厳密に調整した保有期間収益率を求めることが必要となるので、ここでは分析対象からはずしている。

11) α（excess volatility）は、保有期間収益率の分散（点推定値）が分散制約式の上限を上回っている程度であることから、債券保有期間収益率の変動のうち、標準的な合理的期待モデルでは説明され得ない変動を意味する。

第1表　分散制約テストの結果（制約式：$V(H) \leqq V(r) \cdot \rho^2_{rR} \cdot 1/(1-\overline{\gamma}^2)$）

(1)　日本

①　t→t＋1を1年とするケース

m	V(H)	Vm(H)	V(r)	ρ^2_{rR}	$1-\overline{\gamma}^2$	B	α
9	30.01	21.78	3.33	0.527	0.272	6.45	4.65
8	24.62	17.87	↓	0.591	0.294	6.69	3.68
7	20.31	14.74	↓	0.514	0.321	5.33	3.81
6	16.10	11.68	↓	0.458	0.357	4.27	3.77
5	13.04	9.46	↓	0.520	0.406	4.26	3.06
4	11.60	8.42	↓	0.572	0.477	3.99	2.91
3	8.92	6.41	3.56	0.663	0.587	4.03	2.21

②　t→t＋1を6カ月とするケース

m	V(H)	Vm(H)	V(r)	ρ^2_{rR}	$1-\overline{\gamma}^2$	B	α
9	15.20	11.22	0.73	0.488	0.144	2.46	6.18
8	13.65	10.08	↓	0.552	0.156	2.57	5.31
7	12.80	9.45	↓	0.492	0.172	2.08	6.15
6	8.46	6.24	↓	0.437	0.192	1.65	5.13
5	6.68	4.93	↓	0.492	0.221	1.62	4.12
4	5.85	4.32	↓	0.555	0.262	1.54	3.80
3	4.48	3.28	0.77	0.656	0.331	1.53	2.93

③　t→t＋1を3カ月とするケース

m	V(H)	Vm(H)	V(r)	ρ^2_{rR}	$1-\overline{\gamma}^2$	B	α
9	8.86	6.56	0.17	0.433	0.074	0.99	8.95
8	7.63	5.65	↓	0.496	0.081	1.04	7.34
7	7.18	5.32	↓	0.449	0.089	0.86	8.35
6	5.25	3.89	↓	0.398	0.100	0.68	7.72
5	4.45	3.30	↓	0.447	0.110	0.69	6.45
4	3.85	2.85	↓	0.520	0.131	0.67	5.75
3	3.40	2.50	0.18	0.631	0.164	0.69	4.93

(2)　米国

①　t→t＋1を1年とするケース

m	V(H)	Vm(H)	V(r)	ρ^2_{rR}	$1-\overline{\gamma}^2$	B	α
20	268.55	195.72	8.96	0.571	0.216	23.67	11.35
10	172.02	125.37	↓	0.629	0.284	19.83	8.67
5	81.82	59.69	↓	0.710	0.428	14.86	5.51
2	18.29	13.20	7.58	0.825	0.776	8.06	2.27

②　t→t＋1を6カ月とするケース

m	V(H)	Vm(H)	V(r)	ρ^2_{rR}	$1-\overline{\gamma}^2$	B	α
20	116.12	85.36	1.90	0.558	0.115	9.20	12.62
10	76.51	56.24	↓	0.625	0.153	7.75	9.87
5	39.75	29.22	↓	0.712	0.235	5.74	6.93
2	12.09	8.81	1.64	0.838	0.468	2.93	4.13

③　t→t＋1を3カ月とするケース

m	V(H)	Vm(H)	V(r)	ρ^2_{rR}	$1-\overline{\gamma}^2$	B	α
20	58.36	42.67	0.47	0.561	0.060	4.40	13.26
10	37.86	27.69	↓	0.630	0.079	3.76	10.07
5	21.41	15.66	↓	0.718	0.123	2.75	7.79
2	7.46	5.41	0.41	0.844	0.256	1.36	5.49

注：V(H)：債券保有期間収益率の分散
　V(r)：短期金利（単位期間）の分散
　α：V(H)/B（excess volatiity）

Vm(H)：V(H)の99%信頼区間下方限界値
B：$V(r) \cdot \rho^2_{rR} \cdot 1/(1-\overline{\gamma}^2)$（理論的上限値）
m：残存年
計測期間：1977年4月～1986年6月

の有意性検定（t検定）を行うことで検証される。

ただ、この推定に当たっては以下の点に留意する必要がある。すなわち、OLS残差がホワイト・ノイズであるとの確かな情報が得られる場合については、$\hat{b}$のt検定によって、債券保有期間収益率のボラティリティの原因が純粋に合理的期待形成仮説にあるのか、あるいは標準理論にあるのかを判断可能であるが、OLS残差がホワイト・ノイズでない場合（系列相関をもつ場合）には、$\hat{b}$のt検定の結果にかかわらず、OLS推定式(11)式に別の変数——これを可変的リスク・プレミアムとみなすことが可能——が欠落している可能性を否めない。

ロ．標準理論について

分散制約式の不成立に対するもう1つの解釈としては、市場での期待形成は合理的ながら、債券保有期間収益率（利回り）が、標準理論のモデルに従って決定されているのではない、すなわち、モデルの定式化そのものに問題があるというものである。この解釈についての検証は(1)式より得られる標準理論のエッセンスである(13)式（後出）をOLS推定し、パラメターの推定値がどのような値をとるかについての仮説検定を行う形で可能となる。

(13)式の導出過程を示すと、まず標準理論を表わす(1)式については、

$$E_t[H^n_{t+1}] = E_t[(R^n_t - \bar{\gamma}R^{n-1}_{t+1})/(1-\bar{\gamma})]$$
$$= r_t + \phi^n$$

（期待演算子E_t［・｜I_t］については、簡略化のためE_t［・］と書く）

であり、R^n_tはt期において既知であるから、

$$R^n_t - \bar{\gamma}E_t[R^{n-1}_{t+1}] = (1-\bar{\gamma})\cdot(r_t + \phi^n)$$

を得る。ここで、

$R^{n-1}_{t+1} = E_t[R^{n-1}_{t+1}] + \varepsilon'_{t+1}$　とすると、

$$R^n_t = \bar{\gamma}(R^{n-1}_{t+1} - \varepsilon'_{t+1}) + (1-\bar{\gamma})\cdot(r_t + \phi^n)$$

となり、これを変形すれば、

$$R^{n-1}_{t+1} - R^n_t = -\{(1-\bar{\gamma})/\bar{\gamma}\}\phi^n + \{(1-\bar{\gamma})/\bar{\gamma}\}(R^n_t - r_t) + \varepsilon'_{t+1} \quad (12)$$

となる。(12)式を書き直し、

$$R^{n-1}_{t+1} - R^n_t = \alpha + \beta(R^n_t - r_t) + \delta_{t+1} \quad (13)$$

を得る。

ただし、α、βの理論値（それぞれ$T\alpha$、$T\beta$と表示）は、それぞれ明らかに、

$$T\alpha = -(1-\bar{\gamma})/\bar{\gamma}\cdot\phi^n$$
$$T\beta = (1-\bar{\gamma})/\bar{\gamma} \left(>0,\ \langle \bar{\gamma} = \frac{\gamma - \gamma^n}{1-\gamma^n},\ \gamma = \frac{1}{1+\bar{R}}\text{より}\rangle \right)$$

である。

(13)式で表わされる標準理論のエッセンスとは、債券利回り（長期金利）の経路（path）が、長短金利差(スプレッド)と定数項の動きによって説明されることであり、リスク・プレミアムがほぼゼロである（純粋期待理論が成立している）と仮定すれば、債券利回りが短期金利よりも高い場合、次期の債券利回りも上昇することを示している。

さて、$\hat{\alpha}$（αの推定値)、$\hat{\beta}$（βの推定値）の仮説検定のうち、$\hat{\alpha}$のt検定については、リスク・プレミアムがコンスタントかゼロかの検定を意味するが、先にも述べたようにゼロ・リスク・プレミアム仮説は、コンスタント・リスク・プレミアム仮説の特殊なケースと考えられることから、ここではとくに議論せず、もっ

ぱら$\hat{\beta}$の仮説検定[12)]を問題とする。

$\hat{\beta}$の仮説検定は、それが理論値（T_β）に等しいとの仮説（Ha）およびゼロであるとの仮説(Hb)に対して実施されなければならないが、検定の結果についての理論的解釈は以下の4つとなる（補論4を参照)。

① $\hat{\beta} \fallingdotseq T_\beta$（$\hat{\beta}$が$T_\beta$に等しいとの仮説Haが棄却されない場合）

——この場合は、(1)式の標準理論のモデルは概ね成立していると判断される。

② $\hat{\beta} > T_\beta$（$\hat{\beta}$がT_βを有意に上回る形で仮説Haが棄却される場合）

——この場合は、債券利回りの決定におけるt期（当期）の短期金利にかかるウエイトが標準理論のモデルで定式化されているウエイトよりも大きくなっていることを意味する。すなわち、市場参加者の期待は当期の短期金利水準（ないしは短期金利水準に影響を与えるニュース）に過剰反応（overreact）しているという意味で近視眼的（myopic）な期待形成がなされていると考えられる。

③ $\hat{\beta} < T_\beta$かつ$\hat{\beta} \fallingdotseq 0$（$\hat{\beta}$が$T_\beta$を有意に下回る形でHaが棄却される一方、Hbは棄却されない[13)]）

——このケースでは、債券利回りの次期の合理的な予測値が当期の値そのものとなるような期待形成、すなわち、静学的期待形成がなされていると考えられる（この場合、リスク・プレミアムをほとんどゼロと考えると、債券利回りの系列はランダム・ウォークをしていることに等しい)。そして、一般的には、静学的期待形成の成立に加え、変動の小さな可変的リスク・プレミアムの存在が示唆される。なお、可変的リスク・プレミアムの存在について、実証分析では、残差のホワイト・ノイズテストが有用である。

④ $\hat{\beta} < T_\beta$かつ$\hat{\beta} < 0$（$\hat{\beta}$がT_βを有意に下回る形でHaが棄却されるうえ、Hbも$\hat{\beta}$がゼロを有意に下回る形で棄却される）

——これは$\hat{\beta}$に大きな下方バイアスがかかっていると判断され、それは変動の大きい可変的リスク・プレミアムの存在の可能性が大きいことを示していると解釈される。

なお、(13)式の推定方法としてOLS推定が正当化されるのは、合理的期待形成仮説の検証を行い、同仮説が成立していると認められた場合である。これは、すなわち（12）式の攪乱項ε'_{t+1}は債券利回りの1期先予想において生ずる予測誤差であるが、市場の期待が合理的であると仮定すれば、ε'_{t+1}はR^n_t、r_tといった右辺の変数と無相関であり、直交化条件を満たすので、OLSによる推定を行ってもパラメター推定値の不偏性、一致性は保証されるということであり、次のように示される。

$$E_t[H^n_{t+1} | I_t] = r_t + \phi^n$$

$$H^n_{t+1} = E_t[H^n_{t+1} | I_t] + \varepsilon_{t+1} \qquad \text{より、}$$

$$\varepsilon_{t+1} = H^n_{t+1} - r_t - \phi^n \tag{14}$$

12) こうした議論については、Mankiw-Summers (1984)、Mankiw-Miron (1985)、Pesando-Plourde (1986) などを参照のこと。

13) T_βが大きい場合（1に近い場合)、$\hat{\beta}$が有意に正であり、かつ有意に理論値を下回るとの結果が得られる場合があるが、この場合にも、可変的リスク・プレミアムの存在による下方バイアスの結果として捉えられ、本論③のケースと同様にホワイト・ノイズ検定が有用となる。

これに(4)式を代入すると、

$$\varepsilon_{t+1}=(R_t^n-\bar{\gamma}R_{t+1}^{n-1})/(1-\bar{\gamma})-r_t-\phi^n \tag{15}$$

を得る。(15)式を変形し、(12)式を用いて整理すると、

$$\begin{aligned}\varepsilon_{t+1}&=\left(\frac{\bar{\gamma}}{1-\bar{\gamma}}\right)\left\{\frac{1-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}(R_t^n-r_t)\right.\\&\left.\quad-(R_{t+1}^{n-1}-R_t^n)-\frac{1-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}\phi^n\right\}\\&=-\left(\frac{\bar{\gamma}}{1-\bar{\gamma}}\right)\cdot\varepsilon'_{t+1}\end{aligned} \tag{16}$$

となる。

(16)式より、合理的期待形成仮説が満たされない場合、すなわち、ε_{t+1}がR_t^nと相関をもつ場合、ε'_{t+1}もR_t^nと相関をもつため、(13)式は直交化条件を満たさず、OLS推定は、パラメター推定値の不偏性、一致性を保証しない。

(2) 2つの理論仮説の実証分析

以上の考え方に基づき、合理的期待形成仮説の検証式（(11)式）および標準理論モデルの検証式（(13)式）をOLS推定したところ、ともに誤差項に強い正の系列相関を生じ（ダービン・ワトソン値0.093〜0.745)、パラメター推定値の有効性(efficiency)が保証されないうえ、決定係数も低いため、合理的期待形成仮説および標準理論の仮説検定については、何ら明確な結論を得ることができなかった（このようにOLS推定はinvalidであるので、推定結果は本論文には記載しない)。

しかしながら、誤差項に生じた系列相関は、保有期間を長くする（3か月→6か月→1年）程強くなる(ダービン・ワトソン値が低下する）性質を有する点からみて、それがデータ抽出と推定式の関係から生ずる「移動平均（Moving Average、以下MAと呼ぶ）型系列相関」であると考えられる。そこで、本節ではまず、(11)式ないし(13)式の推定が「MA型系列相関」を生ずる可能性を理論的に示し、続いて実際のデータがMA型の誤差項構造を持っていることを確かめたうえで、この系列相関を調整し、再度仮説検定を行うこととしたい。

その際の対象期間は、「全期間」に加え、とくに「最近時点」（1981年4月以降）の期間についても検証した。その狙いは一つには、わが国の近年の金融自由化の影響を分析するため（1981年4月にはシ団の市中売却条件弾力化措置＜発行後100日経過で売却可能＞がとられた）であり、今一つは「最近時点」について可変的リスク・プレミアムの存在の可能性が大きいとする鹿野（1984）の実証結果を確認するためである。なお、日米比較を行う観点から、米国についても、「全期間」および「最近時点」についての検証を行った。

イ．移動平均型系列相関の存在とその調整

「MA型系列相関」は、n次先の予測式（forecasting equation）を推定する際、その予測間隔（forecasting interval）が、データの抽出間隔（sampling interval）より長いときに発生することが知られており（Hansen-Hodrick（1980）を参照)、本論文の合理的期待形成仮説の検証のケース（(11)式の推定）については、以下のように示される。

$H_{t+i}-r_t$をR_tで回帰し推定することは、

$$E_t[H_{t+i}-r_t]+\nu_t=p+qR_t+\delta_t \tag{17}$$

（ただしν_tはホワイト・ノイズ）

を考えることである。ここで、

$H_{t+i}=\dfrac{R_t-\bar{\gamma}R_{t+i}}{1-\bar{\gamma}}$ を(17)式に代入し、

結論に影響のない係数を簡略化して誤差項δ_t

について整理すると、

$$\delta_t = \lambda(R_t - E_t[R_{t+i}]) - r_t + \nu_t \qquad (18)$$

を得る。今、簡単化のためにR_t、r_tが単純なAR(1)プロセスで近似できる（$R_t = \psi R_{t-1} + \varepsilon_t$、$r_t = k r_{t-1} + \varepsilon_t'$、$\varepsilon_t$、$\varepsilon_t'$はホワイト・ノイズ）とすると、

$$\delta_t = \sum_{j=0}^{i-1} \hat{\theta}(j)\varepsilon_{t+j} + \nu_t - \varepsilon_t' + Z \qquad (19)$$

$$(\text{ただし}\quad Z = \hat{\omega}R_{t-1} - kr_{t-1})$$

と表わされ、(11)式のOLS推定（(13)式の推定についても同様）の誤差項（残差）は、MA(i−1)型モデルとなることがわかる。すなわち、i＞2（月次データの場合に予測間隔あるいは概念的には債券の保有期間を2か月以上）とすると、誤差項に系列相関が生ずる可能性が大きいことが理論的に明らかとなった（詳しくは補論5を参照）。

(11)、(13)式のOLS推定について、MA型系列相関が生じる可能性が示されたので、パラメター推定値のefficiencyを取戻すために、MA型誤差項を仮定した一般化最小2乗法による推定（MA型系列相関の調整）を試みる。分析方法は以下の手順に従った。

① OLS残差の自己相関関数（Auto-Correlation Function、以下ACFと書く）、偏自己相関関数（Partial Auto-Correlation Function、以下PACFと書く）を調べることによりモデル診断（diagnostic checking）を行い、それが理論的に支持されるMA（i−1）型となっているかどうかを確かめる。

② そして仮にそのようなタイプの誤差項となっていれば、MAモデルの次数を指定（誤差項の分散、共分散行列を特定化）し、(11)式および(13)式の一括推定[14]（非条件付き最小2乗法）を行う。

まず、モデルの診断を行っておこう。合理的期待形成仮説検証式（(11)式）および標準理論検証式（(13)式）のOLS残差を取り出し、それぞれのACFおよびPACFを調べたところ、全てのサンプルについて、概ねMA(i−1)型のACF（cuts-offを示す）、PACF（tails-offを示す）[15]が得られた。従って、誤差項が概ねMA（i−1）型モデルで表現可能であることが支持された。

ロ．移動平均型系列相関調整後の実証結果
——第2表、第3表

以上のモデル診断の結果に従い、誤差項の系列相関を調整し、(11)式および(13)式の一括推定を行った。その結果を日米各々についてまとめると以下の通り。

＜日本＞

まず、合理的期待形成仮説の検証（(11)式の推定）については（第2表参照）、

① 同仮説は、「全期間」については棄却される一方、「最近時点」をみると、一部のケー

---

14) 一括推定とは、誤差項の性質を特定化したうえで、パラメターの推定値そのものも推定し直すことをいう。誤差項が系列相関をもつ場合、基本的にはパラメター推定値のefficiencyの問題なので、パラメター推定値の分散（ないしは標準誤差）のみを推定すべきで、パラメターそのものまで推定すべきではないとの考え方もあるが、誤差項の系列相関が非常に強い場合には、パラメターそのものが影響を受ける可能性が大きいので、一括推定することにする。

15) ACF、PACFは、SASプログラムARIMAプロシジャを使用。

第2表　移動平均型系列相関調整後の合理的期待形成仮説の検証

1. 1977年4月～1986年6月

(1) 日本

m	① t→t+1：1年 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(6)	② t→t+1：6カ月 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(6)	③ t→t+1：3カ月 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(3)
9	−24.125	3.403	12.92*	−11.412	3.712	14.38*	−5.860	3.701	15.96*
	(−3.942)	(4.475)		(−2.434)	(3.105)		(−1.533)	(1.869)	
8	−12.199	2.306	54.79**	−12.478	4.012	33.66**	−4.243	2.777	21.77**
	(−1.996)	(3.052)		(−3.249)	(4.122)		(−1.333)	(1.685)	
7	−12.073	2.302	38.33**	−9.094	3.102	21.51**	−3.241	2.257	20.75**
	(−2.341)	(3.734)		(−2.285)	(3.073)		(−1.161)	(1.567)	
6	−3.052	1.531	294.33**	−13.559	4.191	30.49**	−3.958	2.415	16.97**
	(−0.476)	(2.001)		(−3.785)	(4.554)		(−1.934)	(2.266)	
5	−11.009	2.211	105.58**	−10.395	3.191	15.82*	−3.661	2.254	16.91**
	(−2.898)	(4.727)		(−4.021)	(4.771)		(−2.276)	(2.674)	
4	−9.243	1.735	29.72**	−9.640	3.095	27.83**	−2.993	1.884	12.69**
	(−2.956)	(4.469)		(−4.237)	(5.185)		(−1.708)	(1.990)	
3	−12.969	1.865	13.05*	−4.427	1.401	16.54*	−3.372	2.033	20.12**
	(−6.451)	(7.666)		(−2.742)	(3.319)		(−2.186)	(2.392)	

(2) 米国

m	① t→t+1：1年 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(6)	② t→t+1：6カ月 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(6)	③ t→t+1：3カ月 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(3)
20	−29.817	3.543	48.49**	−14.819	4.585	134.19**	−4.452	2.475	24.51**
	(−2.263)	(3.159)		(−1.555)	(2.755)		(−1.513)	(2.075)	
10	−19.767	2.441	41.11**	−11.338	3.438	107.18**	−6.942	2.690	22.76**
	(−2.122)	(3.082)		(−1.621)	(2.820)		(−2.126)	(2.319)	
5	−10.943	1.400	32.81**	−9.221	2.234	42.93**	−7.747	3.063	18.00**
	(−2.085)	(3.151)		(−2.343)	(3.204)		(−3.223)	(3.435)	
2	−6.895	0.771	30.57**	−6.962	1.475	28.47**	−5.311	2.086	17.13**
	(−4.304)	(5.962)		(−3.868)	(4.754)		(−3.611)	(3.916)	

2. 1981年4月～1986年6月

(1) 日本

m	① t→t+1：1年 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(6)	② t→t+1：6カ月 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(6)	③ t→t+1：3カ月 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(3)
9	18.554	−1.744	23.21**	−6.923	1.885	17.26**	1.704	−0.554	8.19*
	(1.492)	(−1.122)		(−0.770)	(0.882)		(0.499)	(−0.309)	
8	2.149	0.286	13.17*	−7.819	1.818	24.99**	−0.032	0.636	8.26*
	(0.305)	(0.319)		(−0.933)	(0.837)		(−0.010)	(0.369)	
7	−7.149	1.328	26.28**	−5.236	1.632	17.39**	1.482	−0.345	8.89*
	(−0.744)	(1.214)		(−0.768)	(0.915)		(0.570)	(−0.256)	
6	0.164	0.458	15.64*	−6.010	1.339	42.76**	−0.405	0.755	8.17*
	(0.048)	(1.026)		(−0.769)	(0.673)		(−0.154)	(0.551)	
5	−6.859	1.385	17.72**	−12.547	3.530	19.52**	−1.705	1.297	9.31*
	(−1.543)	(2.368)		(−2.483)	(2.642)		(−0.842)	(1.219)	
4	−2.256	0.783	148.57**	−7.861	2.411	16.40*	−3.658	2.235	20.91**
	(−0.499)	(1.322)		(−2.331)	(2.659)		(−1.254)	(1.400)	
3	−12.138	1.898	12.68*	−7.746	2.209	17.91**	−3.605	2.140	14.00**
	(−3.677)	(4.257)		(−2.592)	(2.715)		(−1.927)	(2.077)	

(2) 米国

m	① t→t+1：1年 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(6)	② t→t+1：6カ月 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(6)	③ t→t+1：3カ月 $\hat{a}$	$\hat{b}$	Q(3)
20	−103.445	7.847	32.25**	−30.014	5.227	18.89**	−21.538	7.983	13.63**
	(−6.733)	(8.010)		(−1.532)	(1.681)		(−2.175)	(2.483)	
10	−76.796	5.779	38.64**	−20.855	3.453	14.19*	−7.390	3.224	9.07*
	(−5.853)	(6.952)		(−1.587)	(1.707)		(−0.969)	(1.301)	
5	−36.404	2.786	96.52**	−12.426	2.339	12.59*	−8.721	3.505	11.58**
	(−4.906)	(5.421)		(−1.686)	(1.979)		(−1.860)	(2.263)	
2	−10.177	0.785	29.80**	−5.394	1.130	18.71**	4.840	2.022	9.93*
	(−3.492)	(4.585)		(−2.693)	(3.505)		(2.423)	(2.978)	

注：1. Q(p)はリュング＝ボックスのQ統計量（自由度pのカイ2乗分布に従う）
2. **(*)は推定式残差がホワイト・ノイズであるとの仮説が1％（5％）有意水準で棄却されたことを示す
3. (　)は t値

第3表　移動平均型系列相関調整後の標準理論の検証

（日本，1981年4月～1986年6月）

① t → t + 1：1年

m	$\hat{\alpha}$（標準誤差）〔t値〕	$\hat{\beta}$（標準誤差）〔t値〕	Ha：$\hat{\beta}=T\beta$
9	− 0.448 0.189 − 2.370	− 0.127 0.183 − 0.694	− 1.628
8	− 0.640 0.183 − 3.497	− 0.010 0.175 0.057	− 1.137
7	− 0.546 0.164 − 3.329	− 0.113 0.146 − 0.774	− 2.226*
6	− 0.615 0.155 − 3.970	− 0.068 0.141 − 0.482	− 2.234*
5	− 0.491 0.154 − 3.189	− 0.241 0.161 − 1.497	− 3.341**
4	− 0.378 0.155 − 2.427	− 0.424 0.189 − 2.232	− 4.259**
3	− 0.309 0.285 − 1.082	− 0.698 0.175 − 3.970	− 7.097**

② t → t + 1：6カ月

m	$\hat{\alpha}$（標準誤差）〔t値〕	$\hat{\beta}$（標準誤差）〔t値〕	Ha：$\hat{\beta}=T\beta$
9	0.038 0.192 0.198	− 0.458 0.169 − 2.710	− 3.189**
8	− 0.049 0.086 − 0.569	− 0.247 0.153 − 1.614	− 2.190*
7	− 0.020 0.097 − 0.206	− 0.331 0.150 − 2.207	− 2.866**
6	− 0.081 0.088 − 0.920	− 0.155 0.176 − 0.881	− 1.519
5	0.031 0.211 0.147	− 0.538 0.162 − 3.321	− 4.141**
4	− 0.019 0.078 − 0.244	− 0.399 0.174 − 2.293	− 3.236**
3	0.030 0.090 0.332	− 0.615 0.161 − 3.810	− 5.199**

③ t → t + 1：3カ月

m	$\hat{\alpha}$（標準誤差）〔t値〕	$\hat{\beta}$（標準誤差）〔t値〕	Ha：$\hat{\beta}=T\beta$
9	− 0.007 0.037 − 0.202	− 0.139 0.121 − 1.149	− 1.475
8	0.030 0.058 0.517	− 0.320 0.128 − 2.495	− 2.834**
7	0.013 0.041 0.317	− 0.257 0.108 − 2.380	− 2.816**
6	0.028 0.052 0.538	− 0.332 0.120 − 2.767	− 3.214**
5	0.015 0.046 0.326	− 0.290 0.117 − 2.478	− 2.995**
4	0.015 0.043 0.348	− 0.348 0.125 − 2.784	− 3.368**
3	0.010 0.273 0.370	− 0.351 0.127 − 2.764	− 3.495**

注：Tβ：βの理論値（$=1-\bar{r}/\bar{r}$）
**：1％有意水準でHaが棄却されたことを示す
*：5％有意水準でHaが棄却されたことを示す

スを除き概ね棄却されない。

② MA型系列相関調整後の推定式残差がホワイト・ノイズであるとの仮説は、1％ないし5％有意水準で棄却された。[16] すなわち、可変的リスク・プレミアムの存在を否定できない。

次に、標準理論モデルの検証については（第3表参照）、直交化条件を概ね満たすと仮定しても問題ないと考えられる「最近時点」についてのみ行ったが、その結果は、

① ほぼ全てのサンプルについて、可変的リスク・プレミアムの存在可能性（$\hat{\beta} < T_\beta$）が認められる。

② もっとも、保有期間を1年と るケースについては、静学的期待形成の可能性（$\hat{\beta} \fallingdotseq 0$）も否定しえない。

＜米国＞

合理的期待形成仮説の検証の結果は（第2表参照）、

① 「全期間」、「最近時点」ともに、同仮説は概ね棄却される。

② MA型系列相関調整後の推定式残差のホワイト・ノイズ検定をした結果、日本と同様「全期間」、「最近時点」ともにホワイト・ノイズであるとの仮説は1％ないし5％有意水準で棄却された。すなわち、可変的リスク・プレミアムの存在は否定されない。

なお、「全期間」および「最近時点」ともに合理的期待形成仮説が概ね棄却されたため、標準理論の検証は行えない。

4. 時の経過と共に変化するリスク・プレミアム（可変的リスク・プレミアム）の導入とその説明力

(1) 可変的リスク・プレミアムの考え方と検証の手順

前章の実証分析から明らかになったことは、債券保有期間収益率(利回り)のボラティリティは標準理論モデルを仮定する限り、期待が合理的に形成されていない(市場が効率的ではない)ことに起因する可能性が大きいが、一方で可変的リスク・プレミアムの存在も否定されないというものであった。そして、とくに日本の「最近時点」については、この可変的リスク・プレミアムの存在可能性が大きいことが示唆された。

こうした可変的リスク・プレミアムの存在可能性については、前出の第1、2図から得られた直観的理解――投資家の期待が大幅に振れない限り、リスク・プレミアムを時系列的に不変(time invariant) と仮定する標準理論は現実の利回り変動を説明できないのではないか――とも整合的である。

一方、近年の資産価格決定理論（CAPM等）によれば、投資家の期待効用極大化行動の結果として捉えられるリスク・プレミアムは標本情報に依存し、一般的には時の経過と共に変化するとされている。

そこで本論文では、次のステップとして、可変的リスク・プレミアムの存在を仮定した期間構造の期待理論（以下「可変的リスク・プレミアム・モデル」と呼ぶ）と合理的期待形成仮説の成立という複合仮説 (joint hypothesis) を考

---

16) ホワイトノイズ検定は、SAS ARIMA プロシジャにおける "Auto-Correlation Check For White Noise"（リュング＝ボックスのQ統計量で検定）による。

え、これを現実の債券保有期間収益率（利回り）の変動に照らしつつ、検証することとしたい。この複合仮説の検証は次の手順で行う。

① 分散制約テストの結果得られた債券保有期間収益率の excess volatility はすべて可変的リスク・プレミアムの変動（variability）で説明されると考え、分散制約テストの結果を用いて、保有期間収益率の変動を説明できる合理的期待形成仮説と整合的な可変的リスク・プレミアムの「分散最小値」を逆算する。

② 異時点間資産評価モデル（Intertemporal Asset Pricing Model）に基づき、理論的に妥当と考えられる可変的リスク・プレミアムの分散を求める。

③ 上記②の理論値が、①より得られる逆算された分散最小値を上回る（下回る）ならば、債券保有期間収益率のボラティリティは可変的リスク・プレミアムの変動で説明される（されない）、すなわち「可変的リスク・プレミアム・モデル」の成立と合理的期待形成仮説の成立という複合仮説は棄却されない（される）ことになる。

イ．分散制約テストの結果得られる可変的リスク・プレミアムの変動

分散制約テストの結果得られた債券保有期間収益率の excess volatility を可変的リスク・プレミアムの変動によるものと仮定し、合理的期待形成仮説と整合的な可変的リスク・プレミアムの分散最小値を求める。

期間構造の期待モデルは、リスク・プレミアムが時系列的に変動することから、

$$E_t[H^n_{t+1}|I_t] = r_t + \phi^n_t \tag{20}$$

（ϕ^n_t は可変的リスク・プレミアム）

となり(10)式の導出（補論1）にならって「可変的リスク・プレミアム・モデル」を仮定した場合の保有期間収益率（H^n_{t+1}）についての分散制約式を求めると、

$$\begin{aligned} VAR(H^n_{t+1}) \leqq \{&VAR(r_t) + VAR(\phi^n_t) \\ &+ 2COV(r_t, \phi^n_t)\} \cdot \rho^2_{rR} \cdot 1/(1-\bar{\gamma}^2) \end{aligned} \tag{21}$$

を得る。

さて、ここで(21)式の分散制約式を成立させる可変的リスク・プレミアムの分散（VAR(ϕ^n_t)）の最小値 V_s（ϕ^n_t）は、

$$\begin{aligned} Vs(\phi^n_t) = &VAR(H^n_{t+1}) \cdot \frac{1}{\rho^2_{rR}} \cdot (1-\bar{\gamma}^2) \\ &- VAR(r_t) - 2COV(r_t, \phi^n_t) \end{aligned} \tag{22}$$

である。今、$COV(r_t, \phi^n_t) \fallingdotseq 0$ を仮定すれば（補論6を参照）、

$$\begin{aligned} Vs(\phi^n_t) = &VAR(H^n_{t+1}) \cdot \frac{1}{\rho^2_{rR}} \cdot (1-\bar{\gamma}^2) \\ &- VAR(r_t) \end{aligned} \tag{23}$$

が得られる。[17]

第2章の分散制約テストの結果から VAR（H^n_{t+1}）、VAR（r_t）、ρ^2_{rR} および（$1-\bar{\gamma}^2$）は既知であるから、(23)式を用いて合理的期待形成仮説と整合的な可変的リスク・プレミアムの

17) 分散最小値の算出にあたって、債券保有期間収益率の分散（VAR（H^n_{t+1}））については、信頼限界値ではなく点推定値をそのまま使用。

分散最小値V_s（ϕ^n_t）が逆算可能となる。[18)]

ロ．可変的リスク・プレミアムの理論的導出と定式化

次に可変的リスク・プレミアムの分散の理論値を導出するため、「異時点間資産評価モデル」に基づいて可変的リスク・プレミアムを定式化する。この理論モデルのよく知られたエッセンスは、投資家が予算制約の下で将来の消費水準に定義付けられた期待効用の現在割引価値を極大化するように行動し、その結果、均衡においては、t期において消費を放棄し、資産jを購入したことによって失った限界効用がt＋1期にその資産を売却し、消費することによって得られる限界的な期待効用の現在割引価値に等しくなるように、資産価格が決定されるというものである（詳しい議論については鹿野（1984）、Brock（1982）、Lucas（1978）を参照）。

これを式で表わすと、

$$\frac{u'(C_t)}{P_t}=\beta E_t\left[\frac{u'(C_{t+1})}{P_{t+1}}\cdot V^j_{t+1}\,|I_t\right] \qquad (24)$$

ただし、

$u(\cdot)$：投資家の効用関数
C_t：実質消費（t期）
P_t：物価水準（t期）
V^j_{t+1}：資産jの1期間名目保有収益率
β：コンスタントな時間割引率
$E_t[\cdot|I_t]$：t期に利用可能な情報に条件付けられた期待演算子

となる。なお、投資家は合理的個人と仮定されることになる。

さて(24)式を用いて可変的リスク・プレミアムを定式化する。今、投資家の保有する資産について、t期において利回りの確定している安全資産（短期金利、利回りr_t）と利回りの未確定な危険資産（長期債、保有期間収益率H_{t+1}）を仮定すると、(20)式より、可変的リスク・プレミアムは危険資産の期待保有期間収益率と安全資産利回りの差として、

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_t&=E_t[H_{t+1}\,|I_t]-r_t\\&=E_t[H_{t+1}+1\,|I_t]-(r_t+1)\end{aligned} \qquad (25)$$

と定義される。ここで(24)式のV^j_{t+1}に$H_{t+1}+1$、r_t+1をそれぞれ代入して得られるE_t［$H_{t+1}+1\mid I_t$］、r_t+1を(25)式に用いると、合理的個人の極大化行動の結果生じる可変的リスク・プレミアムが次式として定式化されることになる（導出は補論7を参照）。

$$\hat{\phi}_t=\frac{E_t[\Omega|I_t]E_t[H_{t+1}+1|I_t]-E_t[\Omega\cdot(H_{t+1}+1)|I_t]}{E_t[\Omega|I_t]} \qquad (26)$$

---

18) (23)式の両辺をVAR（r_t）で割ると、
$$V_s(\phi^n_t)/\mathrm{VAR}(r_t)$$
$$=\mathrm{VAR}(H^n_{t+1})\cdot\frac{1}{\rho^2_{rR}}\cdot(1-\bar{\gamma}^2)\cdot\frac{1}{\mathrm{VAR}(r_t)}-1$$
$$=(\mathrm{VAR}(H^n_{t+1})/B)-1=\alpha-1$$
が得られる。すなわち、分散制約テストから得られるexcess volatility（＝α）が2より大きい場合には、合理的期待形成仮説の成立を認める限り、債券保有期間収益率（利回り）の変動に対する説明力は、短期金利の変動よりもリスク・プレミアムの変動の方が大きいことになる。

ただし、　$\Omega=\frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)}\cdot\frac{P_t}{P_{t+1}}$

このように、可変的リスク・プレミアムは、将来の経済状態（消費水準）から得る効用、物価水準、および危険資産保有収益率に対する期待値の関数で表現されることが明らかになったわけであるが、ここで期待演算子が t 期に利用可能な情報に条件付けられていること、すなわち、可変的リスク・プレミアムが標本情報に依存しているとの考え方が、可変的リスク・プレミアムの時系列的変動の根拠となる。

この点については、当期の情報が到着することによる期待の改訂が、リスク・プレミアムを時の経過と共に変化させているとの解釈も可能であり、この期待の改訂は、金融の自由化、国際化に伴う情報交換の活発化などにより起こり易くなっていると考えられる。特に日本の場合については、米国債券のボラタイルな動きや為替相場の変動などが、投資家の保有期間収益率や物価水準に対する期待の改訂に大きな影響を及ぼす情報となっている可能性が大きい。

さて、(26)式で表わされる可変的リスク・プレミアムは投資家の効用関数を含むため、実証分析には適さない。そこで実証分析を可能にすべく効用関数に「相対的危険回避度一定」（constant relative risk averse）という仮定を置くことにする。相対的危険回避度とは、所得あるいは資産（ここでは消費）の水準に伴う限界効用の変化を所得あるいは資産の規模で加重した尺度であり、これを一定とすることは、投資家の保有する危険資産の全資産に占める比率が資産の規模にかかわらず一定であること（すなわち、投資家は金持ちになるほど危険回避的になる、あるいは愛好的になることはないこと）を意味する。

相対的危険回避度一定の条件を満足する投資家の効用関数は、一般的に、

$$u(C_t)=\frac{C_t^{1-\mu}}{1-\mu} \tag{27}$$

（ただし、μはある一定の値をとる相対的危険回避度）

と表わされる（相対的危険回避度は、$-u''(C_t)\cdot C_t/u'(C_t)=\mu=$一定、また$\mu\geqq 0$として危険愛好家はアプリオリに排除）。

(27)式から、

$$u'(C_t)=C_t^{-\mu} \tag{28}$$

であるから、これを(26)式のΩに代入すると、

$$\hat{\phi}_t=\frac{E_t[\Omega'|I_t]E_t[H_{t+1}+1|I_t]-E_t[\Omega'\cdot(H_{t+1}+1)|I_t]}{E_t[\Omega'|I_t]} \tag{29}$$

$$\Omega'=\left(\frac{C_t}{C_{t+1}}\right)^{\mu}\cdot\frac{P_t}{P_{t+1}}$$

を得る。

このように、投資家の効用関数が相対的危険回避度一定の条件を満たすと仮定した場合、可変的リスク・プレミアムは、期待実質消費変化率、期待インフレ率、期待保有期間収益率および投資家の相対的危険回避度によって規定されることになる。

なお、上記の定式化においてリスク・プレミアムがゼロとなる（純粋期待理論が成立する）のは、①投資家が危険中立的である（$\mu=0$）、②不確実性が存在せず、物価変動が完全に予見される（$E_t[P_{t+1}/P_t]=P_{t+1}/P_t$）という２つの条件が同時に満たされる必要があり、これが満たされない場合には、リスク・プレミアムは正または負の値をとることになる。

ハ．可変的リスク・プレミアムの計測

(29)式において異時点間資産評価モデルに基

づいた可変的リスク・プレミアムの定式化を行ったが、実際のデータを用いてこの理論的な可変的リスク・プレミアムを計測するには、市場の平均的相対的危険回避度の値を知る必要がある。

相対的危険回避度は以下1.から5.の仮定の下で、(30)式のように表現されることが知られている（具体的には Friend-Blume (1975)、丸(1976)を参照)。

（仮定）
1．投資家は危険回避的である。
2．資産の収益率は正規分布に従っている。
3．投資家は将来の見通しに同質の期待をもっている。
4．市場は完全競争的である。
5．資産収益には課税されない。

このとき、相対的危険回避度μは、

$$\mu=\frac{E(Rm-Rf)}{\sigma_m^2}\cdot\frac{1}{q} \qquad (30)$$

ただし、E: 期待値
Rm: 市場の全危険資産の収益率
σ_m^2: 市場の全危険資産の収益率の分散
Rf: 市場の安全資産の収益率
q: 市場の全資産に占める危険資産の比率

Rm、σ_m^2、Rf、q についてその正確な値を把握することは困難であるが、危険資産を公社債、株式、投信、安全資産を預金（日本の場合には郵貯を含む)、短期金融市場資産（満期1年未満）として、1977年以降のデータを用いて推計したところ、日米ともに2.0程度との結果を得た。

もっとも、相対的危険回避度が2.0程度であるとの結果は、資産課税を考慮していない（これを考慮すると、日米ともに3.0程度か)、危険資産、安全資産を恣意的に選択しているなど、非常にラフな推計により得られたものであるので、実際のデータを用いた可変的リスク・プレミアムの計測にあたっては、相対的危険回避度の値を0.5～5.0[19]と幅をもたせることとした。従って、理論的な可変的リスク・プレミアムの値は(29)式を用い、[20]そこでのμの値を0.5～

---

19) 相対的危険回避度が5.0の投資家の効用関数は、前出(27)式より$u(C_t)=-1/4\cdot C_t^{-4}$である。これから、$u'(C_t)=1/C_t^5$であり、その形状が原点に対して著しく凸となることがわかる。すなわち、少しでも大きなC_t（資産）の水準を考えると（少しでも金持ちであると)、C_t（資産）を1単位追加的に増加した場合、限界効用はほとんど増加しないことが明らかである。つまり、このような形の効用関数をもつ投資家は、危険資産に対する投資インセンティヴが著しく小さいわけで、(30)式の関係を用いれば、安全資産の収益率を年率5％と仮定したとき、その投資家が資産の半分を危険資産で保有するためには、危険資産が期待収益率20％(年率)、分散5％程度といった極めて投資収益が高くかつ安定したものとなる必要がある。こうした制約は、投資家が株式市場、債券市場、あるいは両市場のいずれで資産を運用している場合にも、プロージブルとはいえまい。また、米国の相対的危険回避度については、Brown-Gibbons (1985)、Friend-Blume (1975)、Grossman-Shiller (1981)、Hansen-Singleton (1982、1983) らの実証研究（株式市場）により、2.0～4.0程度であることが示されている。

20) 計測にあたって必要となる消費水準は、日本は家計調査勤労者世帯消費支出を、米国は商務省サーベイ・オブ・カレントビジネスの消費支出をそれぞれ採用し、物価水準については、日米ともにCPIを使用した。

5.0とすることで求めることとする。[21)]

(2) 可変的リスク・プレミアムを用いた日米実証分析の結果（リスク・プレミアムの分散比較）——第4表、第3図

イ．日米両国の「全期間」についての実証結果

日米両国の「全期間」について、(23)式より得られる合理的期待形成仮説と整合的な可変的リスク・プレミアムの分散最小値 $V_s(\phi^n_t)$ および(29)式の定式化をもとに計測された理論的な可変的リスク・プレミアム（$\hat{\phi}_t$）の分散 V（$\hat{\phi}_t$）を各々求め、両者を比較[22)]した結果を要約すると以下の通り。

① 日本については、保有期間1年のケースを除いて投資家の相対的危険回避度を2.0と仮定することで、V（$\hat{\phi}_t$）が V_s（ϕ^n_t）を説明可能であり、また、保有期間を1年とする場合も、相対的危険回避度が3.0〜4.0とすればほぼ説明可能である。つまり、債券保有期間収益率（利回り）の excess volatility は合理的期待形成仮説と整合的な可変的リスク・プレミアムの variability で説明可能であり、従って「可変的リスク・プレミアム・モデル」と合理的期待形成仮説の複合仮説は棄却されない。すなわち、日本の債券利回りの変動は可変的リスク・プレミアムの存在を仮定する限り、投資家の合理的行動と整合的である。

② これに対し米国については、ほぼ全てのケースについて投資家の相対的危険回避度を5.0と仮定しても V（$\hat{\phi}_t$）は V_s（ϕ^n_t）を説明できない。とくに保有期間1年、6か月のケースでは、V（$\hat{\phi}_t$）は V_s（ϕ^n_t）の半分にも及ばず、大幅に下回っている。このため「可変的リスク・プレミアム・モデル」と合理的期待形成仮説の複合仮説が棄却される可能性が大きい。すなわち、米国の債券利回りの変動は可変的リスク・プレミアムの存在を仮定しても、投資家の合理的行動と整合的ではない。

以上の実証結果は、理論的な可変的リスク・プレミアム（相対的危険回避度を2.0、保有期間を6か月と仮定するケース）を保有期間収益率、短期金利に重ねてプロットしたグラフ（第3図）からも直観的に理解される。すなわち、保有期間収益率の変動が合理的期待モデルと整合的な可変的リスク・プレミアムの変動（V_s（ϕ））によって説明されるためには、第3図にプロットされた理論的な可変的リスク・プレミアムの分散（$\hat{V}$d）が保有期間収益率の分散（V(H)）の2割程度（標準偏差で考えれば約5割）以上なくてはならない（日本…V_s(ϕ)＝3.76、V(H)＝15.20　米国…V_s(ϕ)＝22.04、V(H)＝116.12）が、グラフからみる限り、日本については、これが直観的に満たされそうであるのに対し、米国については満たされそうにない。

---

21) (29)式の E_t [・｜I_t]、すなわち条件付期待演算子（予測値）については、自己回帰モデルのあてはめによる1期先予測値を使用した。推定手続きとしては、長期的趨勢決定のためのタイム・トレンド・モデルと短期変動のための自己回帰モデルの組み合わせを行い、パラメター選択には、後退的ステッピング法を用いながら自己回帰過程を（すべてのパラメターが5％水準で有意となるまで）あてはめる段階的自己回帰法（StepAR法）を採用した。なお、タイム・トレンド・モデルについて本論文の分析では、定数モデルないし線形トレンド・モデルを使用。

22) 厳密には、計測される可変的リスク・プレミアムの分散の分布形を特定化し、信頼限界値の比較で検定を行う必要があるが、本論文では点推定値の比較を行う。

第4表 「可変的リスク・プレミアム」の説明力～分散比較

(1) 日本

① t → t + 1 : 1年

m	$V_S(\phi)$	$\widehat{Va}$	$\widehat{Vb}$	$\widehat{Vc}$	$\widehat{Vd}$	$\widehat{Ve}$	$\widehat{Vf}$	$\widehat{Vg}$
9	12.16	0.41	1.10	1.72	1.77	2.13	11.19	15.97
8	8.92	0.97	1.39	2.12	2.19	2.35	11.30	15.77
7	9.36	0.73	1.37	1.83	1.91	2.26	11.32	10.16
6	9.22	0.65	1.06	1.67	1.64	1.83	9.67	13.43
5	6.85	0.36	0.72	1.22	1.19	1.41	9.68	9.93
4	6.35	0.55	0.93	1.29	1.19	1.55	9.73	9.43
3	4.33	0.45	0.80	1.23	1.39	1.35	9.69	13.02

② t → t + 1 : 6カ月

m	$V_S(\phi)$	$\widehat{Va}$	$\widehat{Vb}$	$\widehat{Vc}$	$\widehat{Vd}$	$\widehat{Ve}$	$\widehat{Vf}$	$\widehat{Vg}$
9	3.76	0.63	1.38	3.53	4.94	6.48	6.64	9.79
8	3.13	0.49	1.03	3.42	4.66	5.80	7.66	9.57
7	3.75	0.46	1.53	4.24	4.53	7.25	8.11	8.52
6	2.99	0.41	0.82	2.70	3.83	6.03	6.33	6.68
5	2.28	0.42	0.82	2.78	3.85	4.56	6.03	5.91
4	2.04	0.47	0.76	2.71	3.66	3.65	4.39	5.31
3	1.49	0.50	0.73	2.33	3.73	3.83	4.51	5.51

③ t → t + 1 : 3カ月

m	$V_S(\phi)$	$\widehat{Va}$	$\widehat{Vb}$	$\widehat{Vc}$	$\widehat{Vd}$	$\widehat{Ve}$	$\widehat{Vf}$	$\widehat{Vg}$
9	1.34	0.38	1.56	2.22	3.12	3.91	5.09	5.67
8	1.08	0.78	1.60	2.31	2.95	3.20	5.22	6.17
7	1.25	0.43	1.61	2.05	2.77	3.53	4.62	6.89
6	1.15	0.37	1.37	1.73	1.74	2.67	3.96	4.73
5	0.93	0.34	1.22	1.49	2.15	2.92	2.93	3.01
4	0.80	0.34	1.15	1.56	1.70	2.06	2.62	2.63
3	0.70	0.56	1.36	1.81	1.81	3.09	3.54	3.43

(2) 米国

① t → t + 1 : 1年

m	$V_S(\phi)$	$\widehat{Va}$	$\widehat{Vb}$	$\widehat{Vc}$	$\widehat{Vd}$	$\widehat{Ve}$	$\widehat{Vf}$	$\widehat{Vg}$
20	92.63	0.06	0.09	1.92	2.23	2.59	3.94	5.34
10	68.71	0.08	0.18	1.12	1.17	1.49	3.77	4.92
5	41.06	0.08	1.25	1.61	1.67	2.39	2.40	2.53
2	9.62	0.53	0.53	0.99	1.34	1.65	1.70	2.10

② t → t + 1 : 6カ月

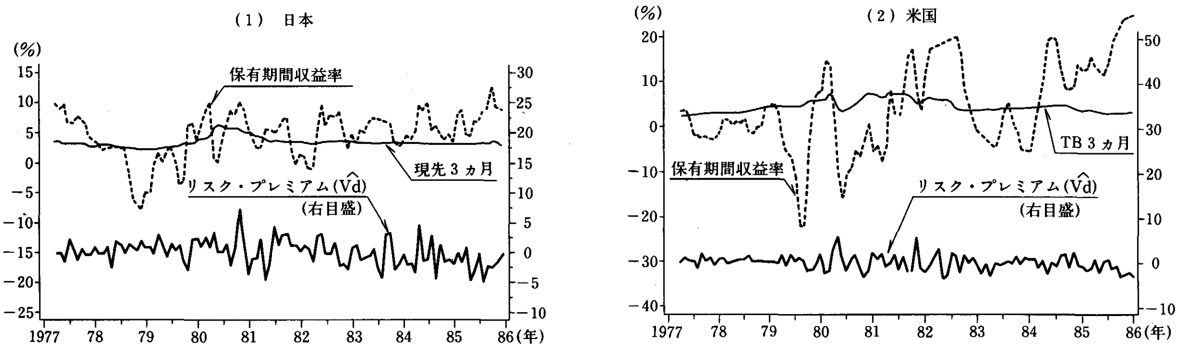
m	$V_S(\phi)$	$\widehat{Va}$	$\widehat{Vb}$	$\widehat{Vc}$	$\widehat{Vd}$	$\widehat{Ve}$	$\widehat{Vf}$	$\widehat{Vg}$
20	22.04	0.04	1.44	2.30	2.91	3.94	4.58	6.43
10	16.83	0.04	1.00	1.25	1.45	2.19	3.00	3.33
5	11.22	0.07	0.20	0.44	0.80	1.74	2.00	2.49
2	5.11	0.09	0.22	0.69	0.65	0.63	0.63	2.38

③ t → t + 1 : 3カ月

m	$V_S(\phi)$	$\widehat{Va}$	$\widehat{Vb}$	$\widehat{Vc}$	$\widehat{Vd}$	$\widehat{Ve}$	$\widehat{Vf}$	$\widehat{Vg}$
20	5.77	0.06	0.23	1.20	1.80	3.17	3.51	4.01
10	4.28	0.08	0.26	0.61	1.58	2.36	3.06	2.95
5	3.20	0.15	0,52	1.49	1.96	2.42	2.50	3.54
2	1.85	0.39	0.39	0.47	0.73	0.92	0.96	1.09

注：$V_S(\phi)$：分散制約テストより逆算される可変的リスク・プレミアムの分散
$\widehat{Va}$：投資家のRRAを0.5と仮定した場合の理論的リスク・プレミアムの分散
$\widehat{Vb}$：RRA = 1.0を仮定　$\widehat{Vc}$：RRA = 1.5を仮定　$\widehat{Vd}$：RRA = 2.0を仮定
$\widehat{Ve}$：RRA = 3.0を仮定　$\widehat{Vf}$：RRA = 4.0を仮定　$\widehat{Vg}$：RRA = 5.0を仮定
（RRAは相対的危険回避度）

第３図　可変的リスク・プレミアムの変動
——相対的危険回避度２.0、保有期間６ヵ月のケース



ロ．日本の「最近時点」についての実証結果[23]
——第５表

前章の分析で明らかになったように、日本の「最近時点」については、可変的リスク・プレミアムの存在可能性が認められているため、以下「全期間」と同様の手続きで実施した分散制約テストおよび本章における可変的リスク・プレミアムの分散比較の結果を示すと以下の通り。

（分散制約テストの結果）

分散制約テストの結果はすべてのケースについて、保有期間収益率の分散の99％信頼区間下方限界値が理論的上限値を上回り、合理的期待形成仮説と標準理論の複合仮説は１％有意水準で棄却された。

（可変的リスク・プレミアムの分散比較）

全期間の場合に比べ短期金利の分散が極端に小さいので、合理的期待形成仮説と整合的な可変的リスク・プレミアムの最小値 V_S（ϕ^n_t）の対保有期間収益率分散（V(H)）比率は相対的に大きくなるが、保有期間１年の１部のケースを除いて、理論的な可変的リスク・プレミアムの分散 V（$\hat{\phi}_t$）が、合理的期待形成仮説と整合的な可変的リスク・プレミアムの分散最小値 V_S（ϕ^n_t）を概ね説明可能である。よって、「可変的リスク・プレミアム・モデル」と合理的期待形成仮説の複合仮説は棄却されない可能性が大きい。

(3) 日米における可変的リスク・プレミアムの説明力の差について

前節の分散比較を用いた実証分析の結果は、第２章において標準的な期間構造の合理的期待モデルを仮定して実施された分散制約テストの

23) 「最近時点」のサンプル・サイズは約50であるので、小標本バイアスを考慮する必要性が生ずるが、分散制約テストについては、excess volatility(＝α）が十分大きいのでこの問題は無視しうる。また、可変的リスク・プレミアムの分散比較についても、分散制約式の上限にかかる下方バイアスは、合理的期待モデルと整合的な可変的リスク・プレミアムの分散最小値に上方バイアスを生じさせる（すなわち理論的な可変的リスク・プレミアムの分散によって説明されにくい方向にバイアスを生じさせることになる）ので、「可変的リスク・プレミアム・モデル」と合理的期待形成仮説の複合仮説が棄却されにくい場合には問題とならない。

第5表　（参考）分散制約テストの結果と「可変的リスク・プレミアム」の説明力.

（日本，1981年4月～1986年6月）

(1)　分散制約テストの結果

① t → t + 1 ： 1年

m	V(H)	Vm(H)	V(r)	ρ^2_{rR}	$1-\bar{r}^2$	B	α
9	5.55	3.57	0.14	0.563	0.270	0.30	18.8
8	4.41	2.84		0.662	0.292	0.32	13.7
7	4.82	3.10		0.771	0.320	0.34	14.1
6	3.13	2.01		0.714	0.357	0.28	11.0
5	2.50	1.61		0.618	0.406	0.22	11.6
4	2.21	1.42		0.716	0.476	0.21	10.3
3	1.57	1.01		0.746	0.585	0.18	8.7

② t → t + 1 ： 6カ月

m	V(H)	Vm(H)	V(r)	ρ^2_{rR}	$1-\bar{r}^2$	B	α
9	7.38	4.94	0.03	0.526	0.143	0.12	62.5
8	7.51	5.02		0.622	0.156	0.14	55.2
7	9.22	6.17		0.757	0.171	0.14	64.9
6	5.44	3.64		0.704	0.192	0.12	46.5
5	4.23	2.83		0.610	0.220	0.09	47.6
4	3.26	2.18		0.688	0.262	0.08	38.8
3	2.52	1.69		0.753	0.330	0.07	34.6

③ t → t + 1 ： 3カ月

m	V(H)	Vm(H)	V(r)	ρ^2_{rR}	$1-\bar{r}^2$	B	α
9	5.10	3.44	0.008	0.229	0.074	0.03	204.1
8	5.44	3.67		0.297	0.080	0.03	181.3
7	5.79	3.91		0.436	0.089	0.04	148.5
6	4.22	2.85		0.397	0.100	0.03	131.9
5	3.31	2.23		0.311	0.110	0.02	143.8
4	2.88	1.94		0.382	0.131	0.02	125.1
3	2.43	1.64		0.497	0.163	0.02	101.0

注：第1表の脚注を参照。

(2)　「可変的リスク・プレミアム」の説明力～分散比較

① t → t + 1 ： 1年

m	$V_S(\phi)$	$\widehat{Va}$	$\widehat{Vb}$	$\widehat{Vc}$	$\widehat{Vd}$	$\widehat{Ve}$	$\widehat{Vf}$	$\widehat{Vg}$
9	2.52	0.78	1.11	1.68	1.69	1.72	1.79	1.82
8	1.80	0.81	1.86	2.22	2.20	2.21	2.23	2.29
7	1.86	0.76	1.77	1.71	1.77	1.78	1.79	1.80
6	1.42	0.58	1.21	1.26	1.29	1.28	1.26	1.29
5	1.50	0.42	0.43	0.43	0.44	0.44	0.45	0.46
4	1.32	0.69	0.74	0.76	0.77	0.77	0.78	0.79
3	1.09	0.47	0.55	0.57	0.58	0.59	0.59	0.60

② t → t + 1 ： 6カ月

m	$V_S(\phi)$	$\widehat{Va}$	$\widehat{Vb}$	$\widehat{Vc}$	$\widehat{Vd}$	$\widehat{Ve}$	$\widehat{Vf}$	$\widehat{Vg}$
9	1.97	0.70	2.30	3.30	3.96	6.37	6.51	9.91
8	1.73	0.80	1.42	2.49	2.52	2.61	3.00	4.36
7	2.05	0.85	2.12	3.44	3.77	4.62	4.71	4.93
6	1.46	0.68	1.07	1.54	1.56	1.57	1.57	1.57
5	1.49	0.64	1.11	1.44	1.79	2.01	2.49	2.45
4	1.21	0.59	1.07	1.06	1.08	1.11	1.32	1.33
3	1.07	0.65	0.86	0.87	0.89	0.93	0.94	0.95

③ t → t + 1 ： 3カ月

m	$V_S(\phi)$	$\widehat{Va}$	$\widehat{Vb}$	$\widehat{Vc}$	$\widehat{Vd}$	$\widehat{Ve}$	$\widehat{Vf}$	$\widehat{Vg}$
9	1.62	0.72	1.45	2.58	2.57	2.58	3.12	3.81
8	1.44	0.68	1.22	2.57	2.60	2.65	2.67	2.68
7	1.18	0.82	1.73	2.44	3.09	3.69	3.73	3.77
6	1.05	0.47	0.88	1.70	1.73	1.75	1.77	1.79
5	1.14	0.85	1.25	1.51	1.52	1.53	1.54	2.24
4	0.99	0.51	1.13	1.36	1.37	1.39	1.39	1.40
3	0.80	0.67	1.18	1.33	1.34	1.35	1.35	1.34

注：第4表の脚注を参照。

結果得られた「日本の債券利回りの変動が less volatile である」との結論とも関連していると考えられる。すなわち、日本の債券利回りのボラティリティは、投資家の合理的行動と整合的なリスク要因の変動で説明し得るものであり、従って変動の度合いは理論的に説明可能な範囲に収まっているといえるが、米国債のボラティリティについてはそうしたリスク要因のみでは説明されない程その度合いが大きいことを示しているといえよう。

それでは、こうした米国債のボラティリティは何に起因するものであろうか。それを単純に市場参加者の非合理的な投資行動によるものであるとするのが1つの解釈であろう（合理的バブルに似た現象が発生しているとの理解も可能であるが、この点については次章でやや詳しく論ずる)。すなわち、この場合には、米国債の市場利回りは、短期金利はもちろんのこと、リスク要因にかかわる諸変数をも含めた過去の情報を有効に利用して形成されていないことを意味する。

米国債の利回りがボラタイルであることの理由を、こうした市場の非合理性に求める他に次のような考え方も可能である。それは、外的ショックの存在が大きな予測誤差として債券収益率の実現値に影響を与えているとする解釈である。そして、そうした情報の外的ショックは、本論文の採用した均衡モデルのフレーム・ワークではカウントされないが、基本的には例えば金融政策の不確実性（monetary uncertainty）によりもたらされているものであると考えることができよう。なお、近視眼的期待形成および静学的期待形成の可能性については、標準的な合理的期待モデルにおいて合理的期待形成仮説が棄却される可能性が強く、本論文で採用した期間構造式の OLS 推定というアプローチを用いることができないので、検証方法を別途検討する必要があろう。

5. 結びに代えて——今後の課題

本章では、前章までに行った日米両国の債券利回りの変動分析に関し、今後に残された課題を指摘しておきたい。

まず第1に、日本の債券利回りの変動分析が金融政策の運営に対して有するインプリケーションについてである。その点に関する本論文の結論は、金融当局が、可変的リスク要因の内容とその変動に対する理解を深めることが重要であるというものであったが、このことは、今後、理論の上では可変的リスク・プレミアムの理論（例えば本論文で扱った異時点間資産評価モデルなど）を一層展開することによって明らかにしていく必要があることを意味している。このため、今後は、現実の可変的リスク要因をより的確に表現するモデルの定式化やそうしたモデルに依拠した金利政策の波及経路分析などが重要な研究課題の1つとなろう。

第2に米国債利回りのボラティリティの解明に関しては数多くの課題がある。この点について、ここでは以下の3点を挙げておこう。

① 本論文では米国については可変的リスク・プレミアムによっても利回りの変動が説明できなかったので、代替的仮説である「近視眼的期待形成仮説」（米国の場合、マネーサプライ・アナウンスメントという情報に対する反応としても捉えられる）および「静学的期待形成仮説」（ともに第3章1節ロ．参照）の検証を行うことが第1の課題となる。

その際の手順としては、期間構造式の OLS 推定ではなく、近視眼的期待形成仮説あるいは静学的期待形成仮説を各々仮定した期間構造の期待モデルと合理的期待形成仮説の複合仮説の下に新たな分散制約テストを実施することになろう。なお、近視眼的期待形

成仮説と合理的期待形成仮説の複合仮説の検定に関連しては、既に Mankiw-Summers (1984) が、標準的な合理的期待モデルの検証過程において近視眼的期待形成仮説は棄却される（債券利回りが当期の短期金利水準に過剰反応しているという事実はない）という一応の実証結果を得ていることが注目される。仮にその結果が正しいとすれば、静学的期待形成仮説と合理的期待形成仮説の複合仮説の検定が一層重要な意味を持ってくることになろう。

② 期間構造の期待モデルに関する上記２つの複合仮説の検証を行い、仮に両仮説がいずれも棄却されたとすれば（その可能性は想定し得る)、米国の債券利回りのボラティリティは、基本的には市場の期待形成が合理的ではない（市場が非効率的である）ことによるものと考えられる。すなわち、債券利回りの変動はどのような期間構造の期待理論を仮定しても投資家の合理的行動と整合的ではないことを意味することになる。こうした状況になりうるのは、債券には償還期限があるため、債券の利回り（または価格）の場合には、株価、為替相場等において発生するような合理的バブル（合理的期待形成仮説と整合的なバブル）が理論的には発生しえない（補論８を参照）ことによるものである。しかしながら、この点については、債券の残存期間に対して保有期間が極めて短い場合、投資家が償還期限までの債券価格の将来期待値を全て合理的に予測しているとは考えにくく、こうした状況では、債券利回りが合理的期待モデル均衡解から乖離して大幅に変動するバブルに似た現象の発生が必ずしも否定されない可能性がある（因に本論文の分散制約テストでは、残存期間の長い債券ほど excess volatility が大きいとの結果が得られている)。仮にそうだとした場合、米国の債券利回りの変動を擬似的な合理的バブルの観点からアプローチすることも考えられる訳であり、この点も将来に残された検討課題といえよう。

③ 金融政策の不確実性 (monetary uncertainty) に起因する情報ショックが発生し、それに利回りが過剰反応している可能性ついては、それを本論文のような均衡分析のフレーム・ワークでは扱うことができないが、例えば VAR モデルを利用し、マネーサプライの期待上昇率の分散（変動）が債券利回りの分散（変動）に対してどの程度の説明力を有するかを検証するなどもひとつの研究方向であろう。

補論１：債券保有期間収益率に関する分散制約式の導出

本論文で採用する期間構造の期待モデルは、

$$E_t[H^n_{t+1}|I_t]=r_t+\phi^n \qquad (A-1)$$

である。ここで、t+1期に確定する１期間保有収益率 H^n_{t+1} の予測誤差を ε_{t+1} とすると、ε_{t+1} は、

$$\begin{aligned}\varepsilon_{t+1}&=H^n_{t+1}-E_t[H^n_{t+1}|I_t]\\&=H^n_{t+1}-r_t-\phi^n \qquad (A-2)\end{aligned}$$

と表わされる。

さて、１期間保有収益率 H^n_{t+1} は定義により

$$H^n_{t+1}=(R^n_t-\gamma R^{n-1}_{t+1})/(1-\gamma) \qquad (A-3)$$

であるから、１期間保有収益率 H^n_{t+1} に対する予測誤差 ε_{t+1} は t+1 期に成立する利回り R^{n-1}_{t+1} についての予測誤差の関数であると考えられる。

ここで、市場参加者が t 期までに利用可能なイノベーションは t 期の利回り R^n_t にすべて反

映されると考えると、市場参加者が t 期までの情報を用いて、債券の保有期間収益率を合理的に期待（予想）しているとする合理的期待形成仮説は、予測誤差 ε_{t+1} が R^n_t と相関をもたないことであり、このことは、

$$COV(\varepsilon_{t+1}, R^n_t) = 0$$

（ただしCOV（・）は共分散）

が成立していることを意味する。予測誤差 ε_{t+1} は(A-2)式で表わされるから

$$COV(H^n_{t+1} - r_t - \phi^n, R^n_t) = COV(H^n_{t+1} - r_t, R^n_t) = 0 \qquad (A-4)$$

を得る。

(A-4)式に(A-3)式を代入、整理すると、

$$COV(R^{n-1}_{t+1}, R^n_t) = \frac{1}{\bar{\gamma}}VAR(R^n_t) - \frac{1-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}COV(R^n_t, r_t) = \frac{1}{\bar{\gamma}}VAR(R^n_t) - \frac{1-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} \cdot \rho_{rR} \cdot \sqrt{VAR(R^n_t)} \cdot \sqrt{VAR(r_t)} \qquad (A-5)$$

となる。

さて、保有期間収益率 H^n_{t+1} の分散 $VAR(H^n_{t+1})$ は(A-3)式より

$$VAR(H^n_{t+1}) = VAR\{(R^n_t - \bar{\gamma}R^{n-1}_{t+1})/(1-\bar{\gamma})\} = \left(\frac{1}{1-\bar{\gamma}}\right)^2 \cdot VAR(R^n_t - \bar{\gamma}R^{n-1}_{t+1}) = \left(\frac{1}{1-\bar{\gamma}}\right)^2 \cdot \{VAR(R^n_t) + \bar{\gamma}^2 VAR(R^{n-1}_{t+1}) - 2COV(R^n_t, R^{n-1}_{t+1})\} \qquad (A-6)$$

と表わされる。ここで、$VAR(R^n_t) = VAR(R^{n-1}_{t+1})$ とすると（これは R^n_t が定常的であれば満足する仮定であり、R^n_t の定常性は保有期間収益率 H^n_{t+1} の定常性に影響するので、本来無条件に認められる仮定）、(A-6)式は、

$$VAR(H^n_{t+1}) = \left(\frac{1}{1-\bar{\gamma}}\right)^2 \{(1+\bar{\gamma}^2)VAR(R^n_t) - 2\bar{\gamma} \cdot COV(R^n_t, R^{n-1}_{t+1})\} \qquad (A-6)'$$

と書ける。この(A-6)′式に(A-5)式を代入すると、

$$VAR(H^n_{t+1}) = \left(\frac{1}{1-\bar{\gamma}}\right)^2 [(1+\bar{\gamma}^2)VAR(R^n_t) - 2\{VAR(R^n_t) - (1-\bar{\gamma})\rho_{rR} \cdot \sqrt{VAR(R^n_t)} \cdot \sqrt{VAR(r_t)}\}] \qquad (A-7)$$

が得られる。このように、保有期間収益率の分散は、t 期の利回りの分散、短期金利の分散および $\bar{\gamma}$、ρ_{rR} といった標本情報により規定されることになるが、保有期間収益率は利回りの関数であるので、保有期間収益率の分散の極大値は $VAR(H^n_{t+1})$ を $VAR(R^n_t)$ について maximize することにより求める。(A-7)式より、

$$\frac{\partial VAR(H^n_{t+1})}{\partial VAR(R^n)} = \frac{(\bar{\gamma}^2 - 1) + (1-\bar{\gamma}) \cdot \rho_{rR} \cdot \sqrt{VAR(r_t)}}{(1-\bar{\gamma})^2 \cdot \sqrt{VAR(R^n_t)}} = 0$$

よって極大値を与える $VAR(R^n_t)$ は、

$$VAR(R^n_t) = \frac{\rho^2_{rR} \cdot VAR(r_t)}{(1+\bar{\gamma})^2} \qquad (A-8)$$

であり、(A-8)式を(A-7)式に代入すると、$VAR(H^n_{t+1})$ の極大値（$Vm(H^n_{t+1})$）を得る。

$Vm(H^n_{t+1})$

$$=\left\{\frac{(\bar{\gamma}^2-1)+2(1-\bar{\gamma})\cdot(1+\bar{\gamma})}{(1-\bar{\gamma})^2(1+\bar{\gamma})^2}\right\}\cdot VAR(r_t)\cdot\rho^2{}_{rR}$$

$$=VAR(r_t)\cdot\rho^2{}_{rR}\cdot1/(1-\bar{\gamma}^2) \qquad (A-9)$$

よって、$VAR(H^n_{t+1})\leqq Vm(H^n_{t+1})=VAR(r_t)\cdot\rho^2{}_{rR}\cdot1/(1-\bar{\gamma}^2)$ [24] が保有期間収益率についての分散制約式となる。

補論2：利回り（R^n_t）についての分散制約の考え方

本論文では、債券の保有期間収益率についての分散制約テストを考えているが、利回り R^n_t についての分散制約式を求めることも可能である。これは、Leroy and Porter（1981）、Singleton（1980）らによって示されている。

簡単化のために、(6)式の期間構造式を

$$R_t=\alpha\sum_s\beta_sE_t[r_{t+s}\,|I_t]+L \qquad (A-10)$$

と書き、事後的に得られる完全予見利回り R_t^* を

$$R_t^*=\alpha\sum_s\beta_s r_{t+s} \qquad (A-11)$$

とすれば、

$$R_t=E_t[R_t^*]+L \qquad (A-12)$$

となることは明らかである。今、債券利回りR_tについての予測誤差をδ_tとすると、δ_tは、

$$\delta_t=\alpha\sum_s\beta_s(r_{t+s}-E_t[r_{t+s}\,|I_t]) \qquad (A-13)$$

と定義されるから、

$$R_t^*=R_t+\delta_t-L \qquad (A-14)$$

を得る。ここで、市場が合理的に将来の短期金利を予測しているとすれば、予測誤差δ_tはt期までのイノベーションである R_t と相関を持たず、よって、

$$COV(\delta_t,\ R_t)=0 \qquad (A-15)$$

が成立する。そこで、(A-14)式の分散は、

$$VAR(R_t^*)=VAR(R_t)+VAR(\delta_t) \qquad (A-16)$$

と表され、将来についての完全予見が成立しない（予測誤差が生ずる）とすれば、$VAR(\delta_t)>0$であるから、(A-16)式より

$$VAR(R_t)<VAR(R_t^*) \qquad (A-17)$$

という分散制約式を得る。すなわち、債券利回り R_t が期間構造の合理的期待モデル均衡解であるならば、その分散の上限は完全予見利回り R_t^* の分散となる。

しかし、分散制約テストを実行する際に問題となるのは、如何にして完全予見利回り R_t^* を求めるかである。簡便法としては、本論にも紹介してある通り、R_t^* の標本最終値がある条件

24) 相関係数（ρ_{rR}）調整後の分散制約テスト
ここで導出された分散制約式は債券利回り R^n_t と短期金利 r_t の標本相関係数 ρ_{rR} によって規定されることになるが、実際にテストを行う場合、ρ_{rR} を与えられたサンプルから求めることは、債券利回り R^n_t が短期金利の現在および将来値で表現されることから、短期金利のプロセスを特定化していることになる。因に、$\rho^2{}_{rR}\leqq1$ と置くと、$\rho^2{}_{rR}=1$ のケース、すなわち短期金利が AR(1)プロセスに従っている ($r_{t+1}=\lambda r_t+\varepsilon_{t+1}$ ならば $E_t(r_{t+s})=\lambda^s r_t, s>1$) との仮定を排除しないことであり、$\rho^2{}_{rR}<1$ とすれば、短期金利が AR(1)プロセスに従っていることは仮定しないが、またプロセスについて何等の特定化も行わないことに等しい。

(terminal value condition) を満たす (例えば短期金利 r_t の標本平均に等しくなるなど) との仮定のもとに、後退的 (recursively) に R_t^* を求めることも可能であるが、terminal value condition の恣意性を免れない。

補論３：分散制約テストの問題点

分散制約テストは株価、為替相場等資産価格のボラティリティの検証に数多く用いられてきているが、従来、技術的には主に以下の２点の問題点が指摘されている。本論文が分散制約テストを分析の中心に据えようとしている以上、この問題についての解釈を示しておく。

(1) 短期金利の定常性について

分散制約テストを実行する際には、「上限値となる右辺を規定する確率変数 (短期金利) の列 (確率過程) が定常性を満たし、その分散が時点によって変化しないある有限な値をとること」が検証される必要があり、仮にその検証が十分に行なわれていない場合には、分散制約テストの結果の信頼性が低下するとの批判がある。

しかしながら、経済指標のようにデータ数の限られた変数について、その階差をとらずに、過程の定常性を検証することは困難[25)]であるので、ここではより一般論的に確率過程の定常性と合理的期待形成仮説の整合性という観点からこの問題を考える。

すなわち、ある確率過程が定常的であれば、その確率変数の異時点間の共分散 (相互依存関係) は、時点間の距離 (時差) のみに依存し特定の時点によって左右されない性質のものとなっているわけであるが、これは、確率変数が不変な構造を持つシステムから生成されていることを意味している。従って、確率過程が定常性を満たさない場合には、その確率過程を生成する構造不変なシステムが存在しないことになり、生成システムについての情報を全て効率的に利用して確率過程を予測するという合理的期待形成仮説は成立しえないことになる。このように合理的期待モデルを扱う場合には、確率過程の定常性を仮定する必要があり、本論文の分析においても、短期金利の定常性は満足されているものとして議論が進められる。

(2) 小標本バイアスについて

Flavin (1983) は、小標本についての分散制約テストは、複合仮説を棄却しやすい方向にバイアス——(10)式の分散制約式について右辺の VAR (r_t) に下方バイアス——がかかり、このため分散制約式が満たされなくてもそれが複合仮説そのものではなく、標本特性に起因する可能性があると指摘、バイアスの調整の必要性を示した。

分散制約テストにかかるバイアスは、基本的には標本平均を用いた標本分散を計算していることにあり、この標本分散における下方バイアスは自己相関の強いデータほど大きくなる。債券の保有期間収益率と短期金利では、短期金利

25) 例えば短期金利 (Z_t) が AR(1)過程に従っているとの仮定のもとに $Z_t = \phi Z_{t-1} + \varepsilon_t$ を OLS 推定し、パラメター推定値 $\hat{\phi}$ が $|\hat{\phi}| < 1$ という条件を満たすかどうか (この条件を満たす場合には、確率変数 (短期金利) の分散 $V(Z_t)$ は $V(Z_t) = \sigma^2/(1-\phi^2)$ である＜σ^2 はホワイト・ノイズ変数の分散＞) によって検定することも一つの方法であるが、見ためにも循環的変動すらしていないデータについて、その定常性が満たされるとの結果が得られることは稀である。

が自己相関が強いことは明らかであり、ここに複合仮説を棄却しやすい方向にバイアスがかかることになる。Flavin によれば、ある時系列 Z_t が AR(1) プロセス ($Z_t = \rho Z_{t-1} + e_t$) に従っているとすれば、その時系列の標本分散には次のような下方バイアス(b)が生ずることになる。

$$b = 1 - \frac{E[\widehat{VAR}(Z_t)]}{VAR(Z_t)} = \frac{1+\rho}{(1-\rho)T} + \frac{2\rho(1-\rho T)}{(1-\rho)^2 T^2}$$

$\widehat{VAR}(Z_t)$：Z_tの標本分散

$VAR(Z_t)$：Z_tの母分散

T：サンプル・サイズ

ここで、(10)式の分散制約式を念頭に、短期金利のプロセスについて $\rho = 0.9$ を仮定し、$T = 110$ としてバイアスを計算すると、$b \fallingdotseq 0.15$ となる。すなわち、(10)式より規定される債券保有期間収益率の分散の上限には15％程度の下方バイアスが生じていることになる。

しかし、これについては、イ．短期金利のプロセスが単純な AR(1) モデルで完全に表現可能との強い仮定に基づいた調整であること、ロ．15％程度の下方バイアスを考慮しても分散制約式が満たされないとの結果には変わりがないこと、ハ．可変的リスク・プレミアムの分散を導入する分析についても、それが基本的に分散比較の問題であり、結論に大きな影響を及ぼす可能性が小さいことから、本論文の分析では標本分散をそのまま用いることにする。

補論４：標準理論の仮説検定について

(13)式の $\hat{\beta}$ の仮説検定についてやや詳しく考察すれば次の通り。

まず、$\hat{\beta}$ の理論値 $(= \frac{1-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}})$ は、$\bar{\gamma}$ の特定化をしなくても、正の値をとることは定義より明らかであるので、$\hat{\beta}$ が有意に正であるならば、期間構造の期待モデルの定式化は基本的に問題がないことになる。そこで我々は $\hat{\beta}$ が有意に負になる場合を最初に考えなくてはならない。この場合は、コンスタント・リスク・プレミアムを仮定した期間構造の期待モデルの定式化が基本的にあてはまらないわけで、そこで考えられる可能性は、(13)式について α が定数ではない、すなわちリスク・プレミアムがコンスタントではなく、時の経過と共に変化していることである。そして可変的リスク・プレミアムを θ^n_t とすれば、その存在により $\hat{\beta}$ に

$$-\alpha \cdot COV(R^n_t - r_t, \theta^n_t)/VAR(R^n_t - r_t)$$

という下方バイアスが生じていると考えられるのである（本論④のケース）。

それでは、$\hat{\beta} \fallingdotseq 0$、すなわち $\hat{\beta}$ がゼロであることを有意に棄却できない場合にはどのように考えたらよいだろうか。この場合に考えられるのは、市場で期待が静学的に形成されていることである。すなわち、

$$E_t[R^{n-1}_{t+1} | I_t] = R^n_t$$

である。ここで、$R^{n-1}_{t+1} = E_t[R^{n-1}_{t+1} | I_t] + \varepsilon'_{t+1}$ を用いれば、

$$R^{n-1}_{t+1} = R^n_t + \varepsilon'_{t+1}$$

となり、これを(12)式に代入すれば、

$$\varepsilon'_{t+1} = -\{(1-\bar{\gamma})/\bar{\gamma}\}\phi^n + \{(1-\bar{\gamma})/\bar{\gamma}\}(R^n_t - r_t) + \varepsilon'_{t+1} \quad (A-18)$$

を得る。これから、(13)式の OLS 推定による $\hat{\beta}$ がゼロであることを棄却できないことは明らかである。また、ここで、仮にリスク・プレミアムがコンスタントであるとすれば、$\hat{\beta}$ の標準誤差は無限となるので、実証結果より得られる $\hat{\beta}$

の標準誤差が一定の値をとっている場合には、リスク・プレミアムは大幅にではないが時の経過と共に変化していることになり、これは(13)式の OLS 残差をホワイト・ノイズ検定することで確かめられる。すなわち、$\hat{\beta}$がゼロであることを棄却できない場合には、一般的には、静学的期待形成と小幅に変動する可変的リスク・プレミアムがともに存在していることになる。また、特殊なケースとしてリスク・プレミアムがゼロである場合には、債券利回りの系列はランダムウォーク・モデルに従っていることになる（本論③のケース）

最後に$\hat{\beta}$が有意に理論値を上回っている場合はどうか。理論値 $T\beta$ は$\frac{1-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}$であるから、$\hat{\beta}$が $T\beta$ を上回っているということは$\bar{\gamma}$の推定値が理論値を下回っていることであり、これは当期の短期金利のウェイトが理論値を上回っていることに等しい。このことを説明するのには、(6)式に戻ることが有用である。すなわち、

$$R_t^n=\frac{1-\gamma}{1-\gamma^n}\sum_{s=0}^{n-1}\gamma^s E_t[r_{t+s}\,|I_t]+\Phi^n$$

である。　$\bar{\gamma}=\frac{\gamma-\gamma^n}{1-\gamma^n}$　より、

$$R_t^n=(1-\bar{\gamma})r_t+(1-\bar{\gamma})\sum_{s=1}^{n-1}\gamma^s E_t[r_{t+s}\,|I_t]+\Phi^n \qquad (A-19)$$

となることは明らかであり、これから t 期（当期）の短期金利 r_t のウェイトの理論値が $1-\bar{\gamma}$となることがわかる。よって、$\hat{\beta}$が有意に理論値を上回ると、期間構造モデルから推定される当期の短期金利のウェイトは理論値を上回ることになる。そしてこれが、市場が債券利回りを決定する際、現在および将来の短期金利に対してスムースなウェイト付けを行わず、当期の金利にオーバー・ウェイトしていることを意味しているので、いわば近視眼的な期待形成がなされていると考えられる（本論②のケース）。

補論５：OLS 推定と移動平均型誤差項

(18)式より(11)式の OLS 推定誤差項は、

$$\delta_t=\lambda(R_t-E_t[R_{t+1}])-r_t+\nu_t \qquad (A-20)$$

で表わされる。また、簡単化のために R_t が単純な AR(1)プロセスで近似できる（$R_t=\psi R_{t-1}+\varepsilon_t, \varepsilon_t$：ホワイト・ノイズ）とする仮定から、

$$R_{t+i}=\psi^i R_t+\sum_{j=0}^{i-1}\psi^j\varepsilon_{t+i-j}$$

$$=\psi^{i+1}R_{t-1}+\sum_{j=0}^{i}\psi^j\varepsilon_{t+i-j} \qquad (A-21)$$

を得る。(A-21)式を用いると、

$$R_t-E_t[R_{t+i}]=(\psi R_{t-1}+\varepsilon_t)-(\psi^{i+1}R_{t-1}+\sum_{j=0}^{i}\psi^j\varepsilon_{t+i-j})+\varepsilon_{t+i}$$

$$=\omega R_{t-1}+\sum_{j=0}^{i-1}\theta(j)\varepsilon_{t+j} \qquad (A-22)$$

ただし、$\omega=(\psi-\psi^{i+1})$

$\theta(j)$：ε_{t+j}　のウエイト

となる。(A-22)式を(A-20)式に代入し、r_t も AR(1)プロセスで近似される（$r_t=kr_{t-1}+\varepsilon_t'$, ε_t'：ホワイト・ノイズ）との条件を加えると、

$$\delta_t=\lambda(\omega R_{t-1}+\sum_{j=0}^{i-1}\theta(j)\varepsilon_{t+j})-(kr_{t-1}+\varepsilon_t')+\nu_t$$

$$=\sum_{j=0}^{i-1}\hat{\theta}(j)\varepsilon_{t+j}+(\nu_t-\varepsilon_t')+(\hat{\omega}R_{t-1}-kr_{t-1}) \qquad (A-23)$$

ただし、$\hat{\theta}(j)$：$\lambda\cdot\theta(j)$

$\hat{\omega}$：$\lambda\cdot\omega$

を得る。よって、誤差項δ_tは移動平均モデルの項にホワイト・ノイズ（$\nu_t-\varepsilon_t'$）、先決変

数（$\hat{\omega} R_{t-1} - kr_{t-i}$）を加えたもので表現されることになり、基本的にはMA(i-1)モデルに従うことになる。

補論6：COV $(r_t, \phi^n_t) \doteqdot 0$ の仮定について

(23)式の $V_S(\phi^n_t)$ を導出する際、COV $(r_t, \phi^n_t) \doteqdot 0$、すなわち、短期金利とリスク・プレミアム（債券の期待保有期間収益率と短期金利の差として成立する）の間には概ね相関関係がないとの仮定を置いた。しかし、実際に短期金利とリスク・プレミアムが正ないしは負の相関を持つ場合には、$V_S(\phi^n_t)$ にはバイアスが生ずることになる。すなわち、(22)式から明らかなように、COV $(r_t, \phi^n_t) < 0$ の場合には、(23)式を用いて逆算される $V_S(\phi^n_t)$ は過小評価されることになり、よって、複合仮説を棄却しにくい方向にバイアスがかかる。また逆に、COV $(r_t, \phi^n_t) > 0$ の場合には $V_S(\phi^n_t)$ は過大評価されることになり、複合仮説を棄却しやすい方向にバイアスがかかる。そこで、COV $(r_t, \phi^n_t) \doteqdot 0$ の仮定には慎重を要するが、本論文では、以下の2点から、概ねCOV $(r_t, \phi^n_t) \doteqdot 0$ が成立すると考える。

(1) Kessel (1965)、Nelson (1970) はともに、米国のデータについて、先物金利と将来短期金利予想値の差として成立するリスク・プレミアム（本論で採用するリスク・プレミアムとは逆符合の一定の関数関係が成立）について、短期金利を説明変数とするOLS推定を行ったが、正相関、逆相関双方の結果が得られ依然として統一的理解がないこと、

(2) 異時点間資産評価モデルにより得られる理論的リスク・プレミアムを用いて実際にCOV (r_t, ϕ^n_t) を計算したところ、日米ともに正相関の結果が得られたが、その大きさは $V_S(\phi^n_t)$ の1～7％程度でネグリジブルであったこと。

補論7：可変的リスク・プレミアムの定式化

Intertemporal Asset Pricing Theory によるリスク・プレミアムの研究は、不確実性下の投資家の主体的行動の分析として、Lucas (1978) に始まり、以降とくに外国為替市場における効率的市場仮説の検証（先物プレミアムの存在）を中心に発展してきた（Hansen-Hodrick (1983)、Hodrick (1981) を参照)。

以下に示す可変的リスク・プレミアムの定式化は、鹿野 (1984)、Mark (1985) らの手続きに従った。(24)式より

$$\frac{U'(C_t)}{P_t} = \beta E_t\left[\frac{U'(C_{t+1})}{P_{t+1}} \cdot V^j_{t+1} \mid I_t\right] \quad (A-24)$$

P_t、$U'(C_t)$ はt期において既知であると考えられるので、(A-24)式の両辺を $1/P_t$、$U'(C_t)$ で割って、

$$1 = \beta E_t\left[\frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} \cdot \frac{P_t}{P_{t+1}} \cdot V^j_{t+1} \mid I_t\right] \quad (A-25)$$

を得る。さて、V^j_{t+1}（資産jの1期間名目保有収益率プラス1）は、

$$V^j_{t+1} = (P^j_{t+1} + C^j)/P^j_t \quad (A-26)$$

P^j_t：資産jのt期の価格

C^j：　〃　クーポン・ペイメント

と定義される。

今、投資家が危険資産（債券、保有期間収益率 H_{t+1}）に投資した場合の均衡条件は、

$$1 = \beta E_t\left[\frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} \cdot \frac{P_t}{P_{t+1}} \cdot (H_{t+1} + 1) \mid I_t\right] \quad (A-27)$$

で表わされ、同様に安全資産（短期金利、利回り r_t）に投資した場合には、

$$1=\beta E_t\left[\frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)}\cdot\frac{P_t}{P_{t+1}}\cdot(r_t+1)\,|I_t\right] \qquad (A-28)$$

を得る。

さて、リスク・プレミアム $\hat{\phi}_t$ は危険資産の期待保有期間収益率と安全資産利回りの差、すなわち、

$$E_t[H_{t+1}|I_t]-r_t=E_t[H_{t+1}+1\,|I_t]-(r_t+1) \qquad (A-29)$$

として定義されるので、(A-27)式、(A-28)式から $E_t\ [H_{t+1}+1\mid I_t]$、r_t+1 を求める。なお、ここで　$\Omega=\frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)}\cdot\frac{P_t}{P_{t+1}}$　とする。

(A-27)式より、

$$\frac{1}{\beta}=E_t[\Omega|I_t]E_t[H_{t+1}+1|I_t]+COV_t[\Omega\cdot(H_{t+1}+1)|I_t]$$

よって、

$$E_t[H_{t+1}+1|I_t]=\frac{1-\beta\{E_t[\Omega|I_t]E_t[H_{t+1}+1|I_t]-E_t[\Omega\cdot(H_{t+1}+1)|I_t]\}}{\beta E_t[\Omega|I_t]} \qquad (A-30)$$

が得られる。一方、(A-28)式より r_t は t 期において既知であるから、

$$r_t+1=\frac{1}{\beta E_t[\Omega\,|I_t]} \qquad (A-31)$$

である。(A-30)式、(A-31)式を(A-29)式に代入すると、

$$\hat{\phi}_t=\frac{\beta\{E_t[\Omega|I_t]E_t[H_{t+1}+1|I_t]-E_t[\Omega\cdot(H_{t+1}+1)|I_t]\}}{\beta E_t[\Omega|I_t]} \qquad (A-32)$$

が得られる。

補論８：債券価格と合理的バブル

株価、為替レート等の資産価格には合理的バブル（合理的期待形成仮説と整合的なバブル）が発生することが一般的に知られているが、債券価格については、合理的バブルは理論的に発生しえないことを以下に示す。

合理的期待を仮定した通常の資産価格決定モデルでは、資産 X の t 期の価格 X(t)が、t 期のファンダメンタルズ Z(t)と資産 X の t+1期の期待価格 $E_tX(t+1)$ によって決定されるという誘導型モデルを考える。すなわち、

$$X(t)=\alpha E_tX(t+1)+\beta Z(t),\ 0<\alpha<1 \qquad (A-33)$$

ここで、$E_tX(t+1)$ は、t 期の情報集合を所与とした X(t＋1)の期待値である。そしてこの(A-33)式の関係が t+1, t+2, …, t+n−1期まで成立するとして、手続きを繰り返すと、

$$X(t)=\alpha^nE_tX(t+n)+\beta\sum_{i=0}^{n-1}\alpha^iE_tZ(t+i) \qquad (A-34)$$

が得られる。ここで n→∞とすると、

$$X(t)=\lim_{n\to\infty}\alpha^nE_tX(t+n)+\beta\sum_{i=0}^{\infty}\alpha^iE_tZ(t+i) \qquad (A-35)$$

となる。ここで右辺第１項 $\lim_{n\to\infty}\alpha^nE_tX(t+n)\neq0$ ならば、X(t)の解は発散し合理的バブルが発生することになるが、債券は償還されるので、必ず、$\lim_{n\to\infty}\alpha^nE_tX(t+n)=0$ が満たされ、合理

的バブルは発生しない。

すなわち、債券価格については、絶えず

$$X(t)=\beta\sum_{i=0}^{\infty}\alpha^{i}E_{t}Z(t+i) \qquad (A-36)$$

が成立し、現在および合理的に期待された将来のファンダメンタルズ（具体的には短期金利）の加重平均として捉えられる。

以　上

【参考文献】

植田和男・鈴木勝・田村達朗、「配当と株価：シラー・テストの日本への応用」、『ファイナンシャル・レビュー』大蔵省財政金融研究所、1986年8月

翁邦雄、『期待と投機の経済分析』東洋経済新報社、1985年

黒田晃生、『日本の金利構造』東洋経済新報社、1982年

鹿野嘉昭、「期待理論と金利の期間構造」、『金融研究』第3巻第4号、1984年12月

丸淳子、「危険資産に対する需要と危険の市場価格の決定」、『計測資料』日本証券経済研究所、1976年3月

Brock, William A., "Asset Prices in a Production Economy," in McCall, John J. edited, *The Economics of Information and Uncertainty*, University of Chicago Press, 1982.

Brown, David P. and Gibbons, Michael. R., "A Simple Econometric Approach for Utility-Based Asset Pricing Models," *Journal of Finance*, Vol. XL, June 1985.

Cumby, Robert, E., Huizinga, John, and Obstfeld, Maurice, "Two-Step Two-Stage Least Squares Estimation in Models with Rational Expectations," *Journal of Econometrics*, Vol. 21, April 1983.

Engel, Charles and Frankel, Jeffrey A., "Why Interest Rates React to Money Supply Announcements？: An Explanation from the Foreign Exchange Market," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 13, January 1984.

Flavin, Marjorie, A., "Excess Volatility in the Financial Markets: Reassessment of the Empirical Evidence," *Journal of Political Economy*, Vol. 91, December 1983.

Friend, Irwin and Blume, Marshall E., "The Demand for Risky Assets," *American Economic Review*, Vol. 65, December 1975.

Fuller, Wayne, A., *Introduction to Statistical Time Series*, John Wiley & Sons, 1976.

Grossman, Sanford J. and Shiller, Robert J., "The Determinants of the Variability of Stock Market Prices," *American Economic Review*, Vol. 71, May 1981.

Hansen, Lars P. and Hodrick, Robert J., "Forward Exchange Rates as Optimal Predictors of Future Spot Rates: An Econometric Analysis," *Journal of Political Economy*, Vol. 88, October 1980.

——— and ———, "Risk Averse Speculation in the Forward Foreign Exchange Market: An Econometric Analysis of Linear Models," in Frenkel, Jacob A. edited, *Exchange Rate and International Macroeconomics*, University of Chicago Press, 1983.

——— and Singleton, Kenneth, J., "Generalized Instrumental Variables Estimation of Non Linear Rational Expectations Models," *Econometrica*, Vol. 50, September 1982.

——— and ———, "Stochastic Consumption, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Asset Returns," *Journal of Political Economy*, Vol. 91, April 1983.

Hodrick, Robert J., "International Asset Pricing with Time-Varying Risk Premia," *Journal of International Economics*, Vol. 11, November 1981.

Jones, David S., and Rôley, Vance V., "Rational Expectations and the Expectations Model of the Term Structure: A Test Using Weekly Data," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 12, September 1983.

Kessel, Reuben A., "The Cyclical Behavior of the Term Structure of Interest Rates," *Occasional Paper*, No. 91, National Bureau of Economic Research, 1965.

King, Maxwell L., "Testing for Autoregressive against Moving Average Errors in the Linear Regression Model," *Journal of Econometrics*, Vol. 21, January 1983.

Kleidon, Allan W., "Variance Bounds Test and Stock Price Valuation Models," *Journal of Political Economy*, Vol. 94, October 1986.

Leroy, Stephen F. and Porter, Richard D., "The Present-Value Relation: Tests Based on Implied Variance Bounds," *Econometrica*, Vol. 49, May 1981.

Lucas, Robert E., "Asset Prices in an Exchange Economy," *Econometrica*, Vol. 46, November 1978.

Mankiw, Gregory N. and Miron, Jeffrey A., "The Changing Behavior of the Term Structure of Interest Rates," *Discussion Paper*, No. 1190, Harvard Institute of Economic Research, October 1985.

——— and Summers, Lawrence H., "Do Long-term Interest Rates Overreact to Short-term Interest Rates ? " *Brookings Papers on Economic Activity*, I, 1984.

Mark, Nelson C., "On Time Varying Risk Premia in the Foreign Exchange Market: An Econometric Analysis, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 16, July 1985.

Melino, Angelo, "The Term Structure of Interest Rates: Evidence and Theory," *NBER Working Paper Series*, No. 1828, 1986.

Modigliani, Franco and Shiller, Robert J., "Inflation, Rational Expectations and Term Structure of Interest Rates," *Economica*, Vol. 40, February 1973.

Nelson, Charles, "Testing a Model of the Term Structure of Interest Rates by Simulation of Market Forecasts," *Journal of the American Statistical Association*, September 1970.

Pesando, James E., "On Expectations, Term Premiums and the Volatility of Long-term Interest Rates," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 12, September 1983.

——— and Plourde, Andre, "The October 1979 Change in the Monetary Regime: Its Impact on the Forecastability of Interest Rates," *NBER Working Paper Series*, No. 1874, March 1986.

Pindyck, Robert S., "Risk Aversion and Determinants of Stock Market Behavior," *NBER Working Paper Series*, No. 1921, May 1986.

Shiller, Robert J., "The Volatility of Long-term Interest Rates and Expectations Models of the Term Structure," *Journal of Political Economy*, Vol. 87, December 1979.

———, "Alternative Tests of Rational Expectations Models: The Case of the Term Structure," *Journal of Econometrics*, Vol. 16, May 1981.

——— and Campbell, John Y., "The Determinants of Interest Rates: OLD CONTROVERSIES REOPENED, A Simple Account of the Behavior of Long-term Interest Rates," *American Economic Review*, Vol. 74, May 1984.

———, ——— and Schoenholtz, Kermit L., "Forward Rates and Future Policy: Interpreting the Term Structure of Interest Rates," *Brookings Papers on Economic Activity*, I, 1983.

Siegel, Jeremy J., "Money Supply Announcements and Interest Rates: Does Monetary Policy Matter ? " *Journal of Monetary Economics*, Vol. 15, March 1985.

Singleton, Kenneth J., "Expectations Models of the Term Structure and Implied Variance Bounds," *Journal of Political Economy*, Vol. 88, December 1980.

Summers, Lawrence H., "Does the Stock Market Rationally Reflect Fundamental Values ? " *Journal of Finance*, Vol. XLI, July 1986.

Walsh, Carl E., "A Rational Expectations Model of Term Premia with Some Implications for Empirical Asset Demand Equations," *Journal of Finance*, Vol. XL, March 1985.