（日本銀行金融研究所「金融研究」第５巻第４号）

トレンドを除去した経済時系列の非定常性について

―構造的変化の統計的検討*

浪　花　貞　夫**

1. はじめに
2. 経済時系列の非定常性とその統計的な捉え方
3. マネーサプライ及びＧＮＰに対する応用
4. マーシャルのｋに対する応用
5. 実質通貨残高に対する応用
補論

1. はじめに

不規則に変動する時系列に対して、その統計的な特性をより的確に捉える試みとして、確率過程に基づく分析がある。この場合、時系列の統計的な特性は時間とともに変化しないといった定常性を仮定することが多い。これは確率過程論の発展の経緯によるともいえるが、このような仮定を置くことなく、逆に、時系列の統計的な特性が時間とともに変わるといった非定常性を直接表現する十分に実用的なモデルがあるならば、それを適用することによってより有用なインプリケーションを得ることが期待できる。

非定常な時系列の典型としては、時間とともに①平均値のレベルが変化するもの、すなわち、トレンドを持つ系列と、②共分散構造が変化するもの、すなわち、トレンドの回りの振れの統計的特性が変化する系列を挙げることができる。これまでのところ、経済時系列からトレンドを除去した系列については、これを定常と見なして分析を進めるケースが大半であった。しかしながら、トレンドを除去した系列をより詳細に検討すると、統計的性質が時間とともに徐々に、あるいは急激に変化し(構造的変化等)、定常とはいえないことも多い。従って、経済分析において確率過程を前提とした方法を適用する場合に、対象となる系列が定常か非定常かという識別を試みることは極めて重要な意味を持つ。本論文は、以上のような観点からトレンドを除去した経済時系列の非定常性について統計的な検討を加えることを目的としたものである。

2．でみるように、本論文で用いる方法はKitagawa-Gersch（1984、1985）に基づいているが、これは経済時系列におけるトレンドのstochasticな推定を行い、推定したトレンドの回りの動きの統計的性質の時間的変化を探ることを意図したものである。さらに時系列の統計的な特性がある時点で著しく大きな変化を示す

＊　本論文の作成段階で、文部省統計数理研究所 北川源四郎助教授よりご教示を頂いた。また、大阪大学畠中道雄教授、東京大学国友直人助教授より有益なコメントを頂いた。

＊＊　日本銀行金融研究所副調査役。

場合には、それが経済構造の変化を示唆することが多いことから、本論文では併せて構造変化に関する検討も試みている。

上記の方法を具体的に適用したデータは、3．4．及び5．でみるように、日米両国のマネーサプライ残高、名目ＧＮＰ、実質ＧＮＰ、及び実質通貨残高である。そして、この結果によれば、

① 日本においては、1975年頃を境に、M_2＋CDのトレンドの回りの変動幅が縮小する一方、名目ＧＮＰ及び実質ＧＮＰのそれが同様に縮小しており、この時期に構造的な変化が生じたことが示唆されている。この時期はマネーサプライ重視政策が採用された時期にほぼ合致しており、この結果は、日本ではマネーサプライの安定化が成長率の安定をもたらしているという折谷（1981)、大久保（1983)、鈴木（1983）の見方と整合的である。これに対し、米国のマネーサプライ（M_1、M_2）と名目、実質ＧＮＰのトレンドの回りの動きは、いずれも継続的に大きな振れを示しており、以上のような日米の違いはFriedman（1985）の主張を裏付ける結果となっている。

② 日本の実質通貨残高の動きをみると、M_1及びM_2＋CDともに1973～74年頃にトレンドの変化が認められ、この時期に構造的変化が生じたという従来かなり一般的に行われてきた主張と整合的な結果となっている。こうした変化はトレンドの回りの動きに基づく分析でも認められる。さらに、1980年頃にも特にM_1について構造的変化を示唆する動きがみられ、これに関して、金融革新・自由化の通貨量に及ぼす影響の評価とも絡んで、今後一層の検討が必要と思われる。

元来、トレンドを除去した系列を定常過程と仮定して実証分析を進めることについては、もちろんそれにも一定の有用性は認められるものの、系列が定常か否かは厳密には言えず、また、有限個のデータに基づいている以上、統計的特性が標本期間のとりかたによって変わり得るといった問題が存在している。上記の結果は、時系列の統計的特性を一層明確に捉え、より大きなインプリケーションを得るためには、非定常過程としての分析が同時に必要であることを示しているともいえる。さらに進んで経済変量間の分析を行う場合には一般的には多変量モデルが必要であり、本論文で示した方法によって厳密なかたちで系列相互間の関係についてのインプリケーションを得ることには限界があることは事実である。しかしながら、現実に分析を進めるに際しては、まず、各種経済時系列の比較検討を行う必要がある訳であり、その意味では本論文で示した方法は、本格的な経済分析を行う場合の第一段階として、時系列の統計的性質を捉えるといった点で大きな有用性を持つといえよう。

2. 経済時系列の非定常性とその統計的な捉え方[1)]

(1) Kitagawa-Gerschの方法

本論文では、経済時系列にみられる統計的特性の時間的変化を非定常確率過程として捉え、これを平均非定常と共分散非定常の双方の観点から検討する。ここで、平均非定常の分析は端

1) 竹内啓は経済時系列の定常性、非定常性の問題の重要性を早くから指摘、次のように述べている。“経済時系列について考える場合、定常性の仮定は非現実的と思われることが多い。しかし、また何らかの意味での定常性を仮定することによって、時間的な変化の中に、同じものの‘くりかえし観測値’と見なし得るものを想定しなければ、統計的な方法は応用できない。……このような問題について、今後数学的形式的研究と現実のデータの経験的分析とが相伴って行われることが必要であると思われる”（Hannan（1960）邦訳「はしがき」)。

的にはトレンドの推定とその分析であり、一方、共分散非定常の分析は推定したトレンドを除去した系列、すなわち、トレンドの回りの動きの統計的特性の時間的変化を検討するものである。[2)] これらの検討のために本論文で用いるKitagawa-Gerschの方法の特徴を要約すると次の通りである。

第1は、平均非定常の検討のために推定するトレンドをstochasticなものとして捉えることである。トレンドは、分析の対象、目的、期間等によって異なり得る。通常の場合、直観的に当てはめた低次の多項式等によるdeterministicなトレンドが使用されることが多いが、トレンド自体が時間的に変化していくケースも多いし、特にトレンド除去後の系列に注目する場合には、この手法は必ずしも適切とはいえないとの指摘もある。[3)] 従って、時間的に変化するトレンドをstochasticに推定した結果が十分実用的であれば、従来のdeterministicなトレンドでは捉えられなかった趨勢の変化等、新たなインプリケーションを探ることが期待できる。[4)]

第2は、トレンドの回りの動きの統計的な性質の分析に関する特徴である。これは、元の系列から上記のstochasticに捉えたトレンドを除去した時系列の共分散構造を非定常なものとして捉え、時間の推移に伴う統計的特性の変化をみようとするものである。この検討のために時変自己回帰係数モデルを用いる。このモデルでは、トレンドの回りの振れの統計的特性は時間とともに概ね滑らかに変化するが、その変化自体はstochasticなものであり、従って何らかの要因で特性が突発的に大きく変動することもあり得ると考える。具体的には確率定差方程式が用いられ、それは状態空間モデルに表現される。

第3は、上述のトレンド及び時変自己回帰係数の推定に用いるモデルをベイズ的な観点から定式化し、それを現実のデータに当てはめた結果を尤度の概念により評価するといった方法によって実用性の高い統計モデルの作成を目指していることである。ここで、ベイズ的なモデルは、時系列の構成要因及びその系列の確率的な変化等に関する先験的な情報に基づいて構成される。そしてこのモデルの評価、例えば徐々に変化すると仮定したモデルと、大きなシフトが生じたと仮定したモデルの適否の評価に当たっては、尤度の概念を考慮した統計的な規準が用いられる。[5)]

なお、共分散構造の変化を捉える時変自己回帰係数モデルは、時変係数モデルの1つと考えることができるが、これを経済分析に用いた例は少ない。[6)] 従来、経済分析で用いられた時変係数モデルを大別すると、多変量回帰型のモデ

---

2) 確率過程を特徴づける確率分布が時点の移動に関して不変である強定常過程に対し、2次のモーメント関数(平均、共分数)が時点の移動に関して不変であるものを弱定常過程と定義するが、現実には弱定常を仮定することにより意味のある結果が得られる。従って、ここでも平均と共分散の変化のみに注目している。また、非定常性に関してはunit rootに基づく検討がある。ここでは、系列の時間的変化に注目しているため、unit rootには触れない。

3) Deterministicなトレンドを除去した系列による分析の問題点については、例えば、Nelson-Plosser (1982)。

4) Stochasticなトレンドの推定に関しては、いくつかの方法が示されている(例えば、Stulz-Wasserfallen (1984)、Watson (1985) 等)。従って、stochasticなトレンドの推定という表現のみではKitagawa-Gersch法の特徴を十分表わしたものとはいえない。この点については、後記第3の特徴が重要といえる。

5) Kitagawa-Gersch (1985) のサーベイでは、ベイズ的なモデルを用いること、及びそれを尤度の観点から評価することは従来にはみられない特徴である、としている。すなわち、"In none of the above mentioned papers does the concept of the likelihood of a Bayesian model or of a hyperparameter nor anything related to smoothness priors appear." (Kitagawa-Gersch (1985) p.49).

ルとKalmanの方法を応用したモデルがある。[7] これらの方法はいずれも非定常時系列を取り扱うもので、特に、多変量回帰型時変係数モデルについては統計的にも十分検討されており、[8] 実証分析の試みも多い。[9] また、Kalmanの方法は、本来はシステムのspecificationがある程度知られている工学の分野を対象としたものであったが、システムの状態の時間的変化を推定する点が注目され、経済分析への応用も試みられている。しかし、Kalmanの方法を現実のシステムに適用するためには、状態の定義、パラメーターの事前推定が必要で、十分に正確なモデルを用いない場合には良い推定値が得られないことも良く知られており、従って推定に用いたモデルの統計的な評価が重要となっている。[10] Kitagawa-Gerschの方法でもKalmanの方法を計算法として採用しているが、そのために状態空間表現の定義、パラメーターの推定、推定結果の妥当性の評価を重視している。

以下ではトレンドを推定し、トレンドを除去した系列に関する統計的性質の時間的変化を検討する際の方法を概述する。

(2) 平均非定常ートレンドの推定[11]

時点nの時系列y(n)は、トレンドt(n)、定常要因v(n)、季節要因s(n)、曜日変動要因d(n)及び不規則要因ε(n)から構成され、それぞれの要因は確率過程に従うと考える。[12] このとき、トレンドはk次の確率定差方程式

$$\nabla^k t(n) = w_1(n) \qquad (1)$$

に従うとする。(1)式の▽は階差オペレーターで

---

6) 本論文では時変係数モデル (time-varying coefficient model) という用語を用いたが、これは一般にシステムの入出力状態が時間とともに変わらないものを時不変 (time-invariant) システム、そうでないものを時変 (time-varying) システムと呼ぶことによる。また、例えばJudge et al (1980) では可変パラメーターモデル (varying parameter model) の中に時変係数モデル (time-varying-parameter model) を含めている。但し、そこでは時変自己回帰係数モデルは扱われていない。なお、最近の研究としては、Doan-Litterman-Sims (1984) 参照。

7) 時変係数モデルについては1940年代~50年代において、既にWold (1947)、Hurwicz (1950)、Marschak (1950) 等の試みがある。1970年代に入り、Rosenberg (1972) の状態空間モデルによる多変量マルコフモデルの応用、Duncan-Horn (1972) の回帰モデルによる動的な推定、Bar-Shalom (1972)、Cooley-Prescott (1976) の状態空間モデルの応用等の本格的研究がみられる。また、Kalmanの方法を拡張したHarrison-Stevens (1976) の方法は統計的特性が徐々に変化する場合だけでなく、ステップ状の変化を示す場合等をも表現し得るモデルを用いており、このほか最近ではWest-Harrison-Migon (1985) の研究等ベイズ的接近を試みたものも多い。時変自己回帰係数モデルの例についてはKitagawa-Gersch (1985) のreferenceを参照。

8) 多変量回帰型時変係数モデルについては、Pagan (1980) 及び、Nicholls-Pagan (1985) を参照。

9) 例えば連銀理事会のSwamy-Tinsley (1980)、ニューヨーク連銀のLos-Kell (1985) 等、米国中央銀行における試み等がある。Swamy-Tinsley (1980) は回帰モデルの時変係数を確率過程として捉え、経済システムの変化を先験的な仮定を置かずにモデルによって計測し、経済的なインプリケーションを探ろうとするものである。Swamy-Tinsleyは少ない標本数を補う意味からベイズ的接近も試みている。

10) Kalmanの方法は、X(n)を状態ベクトル、Y(n)を観測値ベクトルとするとき、一般に状態空間表現

$X(n) = A(n)X(n-1) + B(n)U(n)$ ……状態方程式

$Y(n) = C(n)X(n) + D(n)W(n)$ ……観測方程式

によって逐次X(n)を推定するものであるが、ここで、係数行列A(n)、B(n)、C(n)、D(n)及び、正規確率項U(n)、W(n)の分散は所与とされる。また、状態ベクトルX(n)は、対象とするシステムの状態を適切に表わすように定義されなければならない。

11) トレンドの推定についてはKitagawa-Gersch (1984)、また、日本の経済時系列への応用については浪花 (1985) 等に詳説しており、ここでは略述するに止める。

$\nabla t(n) = t(n) - t(n-1)$、また、$w_1(n)$は平均ゼロ、分散$\tau_1^2$の独立かつ無相関の正規確率項である。確率的なトレンドを表わす(1)式は他の構成要因とともに状態空間モデル

$$x(n) = \begin{bmatrix} F_1 & & & \\ & F_2 & & \\ & & F_3 & \\ & & & F_4 \end{bmatrix} x(n-1) + \begin{bmatrix} G_1 & & & \\ & G_2 & & \\ & & G_3 & \\ & & & G_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1(n) \\ w_2(n) \\ w_3(n) \\ w_4(n) \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$y(n) = [H_1\ H_2\ H_3\ H_4(n)]\ x(n) + \varepsilon(n) \tag{3}$$

で表現される。上式で$(F_1 G_1 H_1)$はトレンド要因、$(F_2 G_2 H_2)$は定常要因、$(F_3 G_3 H_3)$は季節要因、$(F_4 G_4 H_4(n))$は曜日変動要因にそれぞれ対応する係数行列を表わしている。$x(n)$は各要因を要素とする状態ベクトル、$w_i(n)$ $(i=1,\cdots,4,)$は各要因に対応する独立かつ無相関の正規確率項で、それぞれ平均ゼロ、分散τ_i^2 $(i=1,\cdots,4,)$を持つ。また、$\varepsilon(n)$は平均ゼロ、分散σ^2の独立かつ無相関の正規確率項である。

(2)及び(3)式における状態ベクトル及び係数のうちトレンド要因の部分は(1)式から

$$x_1(n) = [t(n), t(n-1), \cdots\cdots, t(n-k+1)]'$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} C_1 \cdots\cdots C_{k-1} & C_k \\ 1 \ \cdots\cdots 0 & 0 \\ \vdots \ \ddots \ \ \vdots & \vdots \\ 0 \ \cdots\cdots 1 & 0 \end{bmatrix},\quad G_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$H_1 = [1\ 0 \cdots 0]$$

で与えられる。但し、$x_1(n)$は状態ベクトル$x(n)$のトレンド要因の部分、$'$は転置を表わす。C_i $(i=1,\cdots,k)$は(1)式における階差次数に応じて定まる係数である。

状態空間表現(2)及び(3)式において、未知のパラメターは、トレンドを表現する確率定差方程式(1)式の次数k、自己回帰過程

$$\upsilon(n) = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \upsilon(n-i) + w_2(n) \tag{4}$$

の次数p及びそれらを与えたときの確率項の分散τ_i^2 $(i=1,2,3)$、σ^2及び(4)式の係数α_i $(i=1,\cdots,p)$である。これらのパラメター及び状態ベクトルを推定した段階で尤度及び

$$\begin{aligned} AIC = &-2\times(\text{最大対数尤度}) \\ &+2\times(\text{パラメター数}) \end{aligned} \tag{5}$$

を計算し､その結果をモデル選択の規準とする。

(3) 共分散非定常ートレンドを除去した系列の統計的特性の推定[13)]

N個のサンプルから推定した時点nのトレンドを$t(n|N)$とするとき、原系列$y(n)$からトレンドを除去した系列

$$z(n) = y(n) - t(n|N) \tag{6}$$

の共分散構造は非定常であると仮定する。このとき、$z(n)$の時変自己回帰係数モデルを

$$z(n) = \sum_{i=1}^{m} a(i, n) z(n-i) + \varepsilon(n) \tag{7}$$

で表わす。但し、$a(i,n)$は時点nにおける係数であり、nとともに変化するものとする。mはモデルの次数、$\varepsilon(n)$は平均ゼロ、分散σ^2のホワイトノイズである。(7)式における時変自己回帰係数$a(i,n)$ $(i=1,\cdots,m)$は滑らかに推移する確率過程に従うと考える。例えば、時点nの係数$a(i,n)$は、1時点前の係数$a(i,n-1)$と

---

12) 単純化のために曜日変動の確率項は考慮しないこともある。

13) 補論1を参照。

時点nの確率項$\delta(i,n)$によって表わされると考えると、この関係は1次の確率定差方程式

$$a(i,n)=a(i,n-1)+\delta(i,n) \tag{8}$$

で表現できる。これは、係数の変化がランダムウォークモデルに従うことを意味する。また、係数の変化を局所的な線型関数で近似できると考えるとき、これを例えば2次の確率定差方程式

$$a(i,n)=2a(i,n-1)-a(i,n-2)+\delta(i,n) \tag{9}$$

で表わすことができる。

上記のような関係は、一般的にはk次の確率定差方程式

$$\nabla^k a(i,n)=\delta(i,n) \tag{10}$$

で表わされる。ここで∇は階差オペレーターで、$\nabla a(i,n)=a(i,n)-a(i,n-1)$、また、$\delta(i,n)$は平均ゼロ、分散$\tau^2$のホワイトノイズである。

時変自己回帰係数及び確率項の時変分散を推定するために、状態空間モデル

$$\begin{aligned} x(n)&=F\,x(n-1)+G\,w(n)\\ z(n)&=H(n)\,x(n)+\varepsilon(n) \end{aligned} \tag{11}$$

を使用する。但し$w(n)$は(10)式における確率項$\delta(i,n)$を要素とするベクトル、F, G, H(n)は係数行列である。時変自己回帰係数を要素とする状態ベクトルを

$$x(n)=[a(1,n),\cdots,a(m,n),\cdots,a(1,n-k+1),\cdots,a(m,n-k+1)]'$$

と定義すると（'は転置を示す)、これは(7)式及び(10)式を用いて一般的に(12)式のように表わすことができる。

$$x(n)=\begin{bmatrix} a(1,n)\\ \vdots\\ a(m,n)\\ \hline a(1,n-1)\\ \vdots\\ a(m,n-1)\\ \hline \vdots\\ \hline a(1,n-k+1)\\ \vdots\\ a(m,n-k+1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} C_1I_m & \cdots\cdots & C_{k-1}I_m & C_kI_m\\ I_m & \cdots\cdots & 0 & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 0 & \cdots\cdots & I_m & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a(1,n-1)\\ \vdots\\ a(m,n-1)\\ \hline a(1,n-2)\\ \vdots\\ a(m,n-2)\\ \hline \vdots\\ \hline a(1,n-k)\\ \vdots\\ a(m,n-k) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} I_m\\ 0\\ \vdots\\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta(1,n)\\ \vdots\\ \delta(m,n) \end{bmatrix}$$

$$Z(n)=[Z(n-1),\ \cdots,\ Z(n-m),\ 0\cdots\cdots0]\,x(n)+\varepsilon(n) \tag{12}$$

⑿式で、Ｉｍは（ｍ×ｍ）の単位行列、C_i（i＝1,…ｋ）は時変自己回帰係数の滑らかさを制約する⑽式の次数ｋによって定まる係数である。

状態空間表現⑿式における未知のパラメターは、次数ｍ，ｋ及び確率項の分散比$\mu^2=\frac{\tau^2}{\sigma^2}$である。$\tau^2$は時変自己回帰係数の変化の滑らかさを制約する確率定差方程式⑽式の正規確率項の分散であり、またσ^2は時変自己回帰モデル(7)式による計測値と現実値との乖離を制約することから、τ^2とσ^2はトレードオフの関係にあり、両者の比を表わすパラメターμ^2は適切なモデルを選択する上でのひとつの指標となっている。次数ｍ及びｋを与えたときのパラメターμ^2は尤度関数

$$\log L(\mu^2|m,\ k)=-\frac{N}{2}\log 2\pi-\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\log r(n)-\sum_{n=1}^{N}\frac{v(n)^2}{2r(n)} \qquad (13)$$

によって推定される。⒀式のｖ(n)は観測値のイノベーション、ｒ(n)はその共分散で、それぞれ時点ｎ－１までの値に基づいて推定される。

状態空間表現⑿式及び系列ｚ(1),…，ｚ(n)から、カルマンフィルターにより、時変自己回帰係数を要素とする状態ベクトルｘ(n)が得られる。さらに、対数尤度⒀式を推定、これを(5)式に導入してＡＩＣを算定し、最小のＡＩＣを示すモデルをモデル選択の規準とする。(5)式のパラメター数は状態空間モデル⑿式の状態ベクトルの次元に推定パラメター数を加えた数である。

推定されたモデルに基づき、周期成分の時間的な変化を

$$p(f,n)=\frac{\sigma^2(n)}{\left|1-\sum_{j=1}^{m}a(j,n)\exp(-2\pi ijf)\right|^2},\quad -\frac{1}{2}\leqq f\leqq\frac{1}{2} \qquad (14)$$

によって捉える。但し、ｆは周波数、ｉは虚数単位、σ^2(n)は時変分散である。

時変自己回帰係数モデル⑿式では、係数は徐々に変化するものとして定式化しているが、ある時点で大幅な変化あるいはシフトが生じたと考えられる場合には、係数の確率項の分散に変化が生じたものとして扱うことが可能である。すなわち、状態空間表現⑾式あるいは⑿式において係数の滑らかさを制約する確率項のベクトルｗ(n)の制約を外すことによって共分散構造のシフト状の変化を表現する。例えば、ｗ(n)について時点ｊで大きな変化が生じたと考えられるときには、時点１から時点ｊ-1までの分散τ_{j1}^2と時点ｊ以降の残りの区間の分散τ_{j2}^2が等しくないと前提してモデルを計測し、その結果得られたＡＩＣが分散の変化を考慮しないモデルの場合よりも十分に小さければ、時点ｊにおけるシフトを考慮したモデルの方が現実のデータの動きをより適切に表現していると考えるのである。[14)]

共分散構造のシフト状の変化を表現するモデルの評価については次の３つのケースに分けて考える。第１は、共分散構造の変化は徐々に生じ、シフト状あるいはステップ状の変化はないと仮定する場合、第２は、構造的なシフトの時点が予め知られている場合、第３は、構造的シ

14)　補論２参照。なお、⑽式におけるｗ(n)及びε(n)は正規性を仮定しているが、これらの確率項に非正規性を仮定することによって構造的な変化はより明瞭にモデルで表現できる可能性がある。これについてはKitagawa (1985) 参照。

フトを前提するが、その時点としては対象とする時系列の各時点全てに可能性があると仮定する場合、である。本論文では構造的なシフトの時点は明らかでないと仮定して、第１及び第３の場合を考慮し、第３の場合に得られたＡＩＣについては、第１の場合に得られたＡＩＣに比べてその差が標本数の対数値程度[15)]小さいとき、構造的シフトがあったと仮定するモデルを採用した。

なお、共分散構造の非定常性については、局所的に定常と見なした局所定常モデル[16)]の適用も考えられる。これについても、対象とする系列が定常か局所定常かについてＡＩＣをひとつの評価規準として用いることができる。

次章以降では、上記の方法を日本及び米国のＧＮＰ、マネーサプライ等に対して当てはめ、統計的な特性の変化を考察する。

3. マネーサプライ及びＧＮＰに対する応用

Friedman (1985) は、昭和50年代における日本の実質ＧＮＰ成長率の安定的な推移を、もっぱらマネーサプライの変動の安定化によるものとし、一方、米国ではマネーサプライが依然として大幅な変動を続けていることが、実質ＧＮＰ成長率の振れを大きなものとしていると主張している。こうした考え自体は従来よりマネタリストが行ってきたものであるが、それが日米両国における両者の時系列的な変動を端的に捉えていることも事実である。[17)]そこで以下では、前章の非定常性の分析手法を用いて、日米両国のＧＮＰ及びマネーサプライについて、そのトレンド的な変化、トレンド除去後の系列の変化、及び構造的変化が生じた前後における安定度等の統計的特性を分析し、Friedman の主張を検討してみよう。

(1) 日本における変化

イ．トレンド及びトレンドの回りの変動

我が国のマネーサプライ(M_2＋CD 平残)、名目ＧＮＰ及び実質ＧＮＰ（いずれも前年比変化率のベース）[18)]に関するトレンドは第１図に示される。[19)]同図によれば、M_2＋CD の伸び率は1972～４年にかけて大きく上昇した後、趨勢的

15) シフトの時点が明らかでないときのＡＩＣの比較については次のように考えた。サンプル数がｎのとき、その中から１つのシフト時点を選ぶ確率は$\frac{1}{n}$である。その時点をｊとするとき、尤度Ｌ(j)の生ずる確率は$p(j)L(j) = L\frac{(j)}{n}$となる。対数尤度を考えると右辺は $\log L(j) - \log n$, 一方、シフトがないときの確率を $p(o) = 1$ とすると、対数尤度は $\log L(o)$ となるから、$j = o$ のとき、ほぼ$-\log n$ 程度の差を考慮する必要があると考えるのである。これに関しては異常値検索に関するデータの選び方等を考慮した厳密な展開が必要であるが、本論文ではひとつの目安として上記の値を用いている。

16) 補論３を参照。

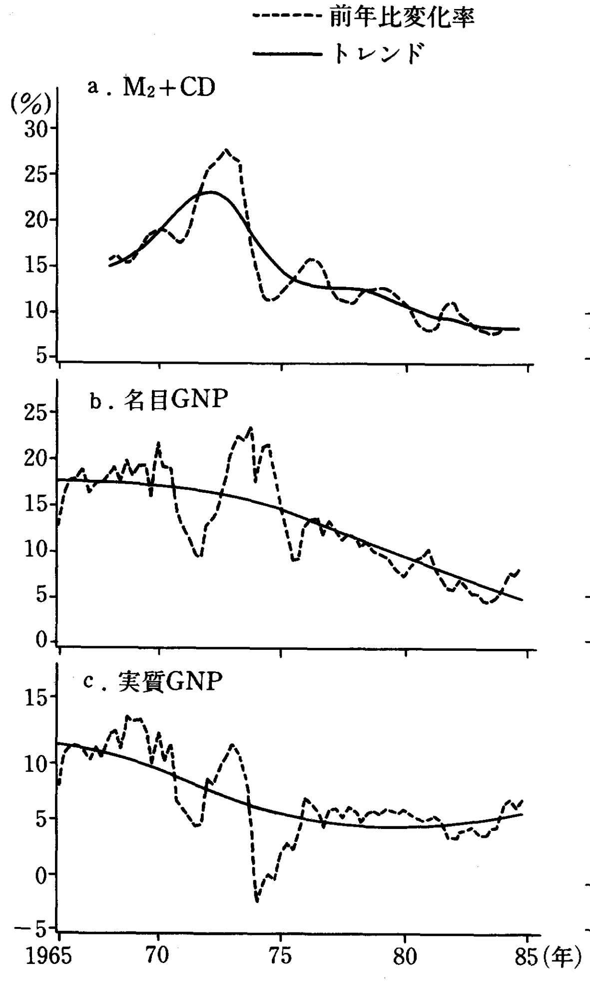
17) 日本におけるマネーサプライの安定化と実質ＧＮＰ成長率の安定性を論じたものとして、例えば折谷 (1981) の「インフレの成長抑圧効果」の観点からの検討、大久保 (1983) の因果性の観点からの検討がある。さらに鈴木 (1983) は実証的な検討結果を踏まえ、マネーサプライの物価と景気に対する総合的効果を論じている。また、米国については実体面を重視した分析が多い（例えば、Litterman-Weiss (1985)）が、本論文では触れていない。

18) ここでは、成長率のトレンド等、前年比変化率の趨勢が注目されていることを考慮して、暫定的に季節要因を除いた前年比変化率に本論文の手法を適用したが、この手法は、本来は季節要因を含んだ原系列に対して適用するものであり、前年比変化率に適用することは必ずしも適切とは言えない場合もあることに注意すべきである。なお、データ期間は、M_2＋CD は1968Ⅰ～1984Ⅳ、名目ＧＮＰ及び実質ＧＮＰについては1966Ⅰ～1984Ⅳである。なお、Friedman (1985) は、マネーサプライについて末残の四半期平均値を用いている。この点本論文では、不規則的な動きをならす意味で平残を用いたが、平残の動きは趨勢としては末残のそれとさほど相違していない。

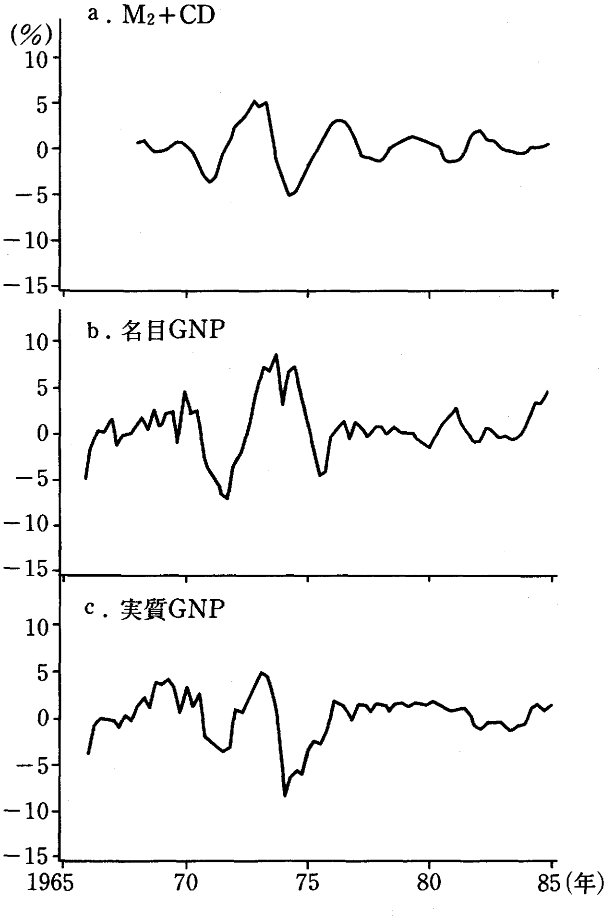
に低下している。同様に名目ＧＮＰの前年比変化率も低下傾向を示しているが、反面、実質ＧＮＰの成長率は1975年以降概ね横這い基調で推移している。

次に、推定したトレンドの回りの振れ、すなわち、前年比変化率からそのトレンドを除去した系列[20)]をみると第２図の通りである。同図は、1975年頃を境に、M_2＋CD の変動幅が縮小

第１図　M_2＋CD、名目GNP、実質GNPの前年比変化率とそのトレンド



第２図　M_2＋CD、名目GNP、実質GNPのトレンドの回りの動き



---

19)　トレンドの推定に際しては、(1)式の確率定差方程式の次数ｋ、及び(4)式の自己回帰過程の次数ｐ、のそれぞれを１から３まで動かして計測し、このようにして計測した結果の中で最小のＡＩＣを示したトレンドを用いた。以下に示すトレンドについても特に断らない限り同様である。(1)、(4)式の次数を(k,P)で表わすと、第１図のM_2＋CD、名目ＧＮＰ、実質ＧＮＰの次数はそれぞれ(2,2)、(2,3)、(3,2)である（以下では次数を省略)。

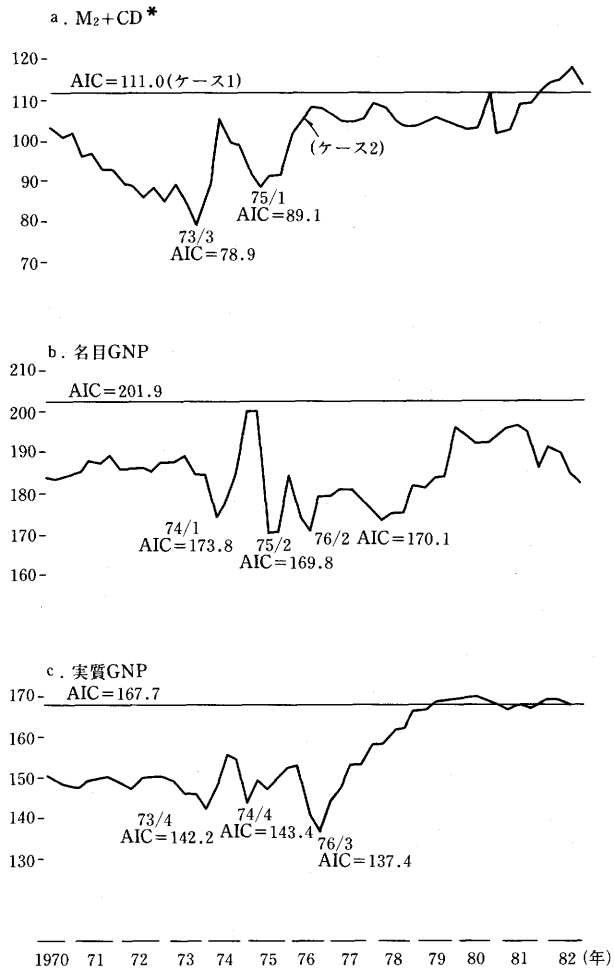
20)　(2)及び(3)式から推定された自己回帰系列と不規則系列を加えた系列。以下同じ。

する一方、名目ＧＮＰ及び実質ＧＮＰについても変動幅が同様に縮小しており、この時期に構造的な変化が生じたことを示唆している。

上記の点をより厳密に検討するため、ＡＩＣを規準として共分散構造変化の時期を探ってみよう。M_2＋CD、名目ＧＮＰ、実質ＧＮＰのトレンド除去後の系列に2.で述べた時変自己回帰係数モデルを適用して得られるＡＩＣは第３図に示される。同図のケース１（横軸に平行な直線）及びケース２（折れ線）は、それぞれ共分散構造が徐々に変化すると仮定したモデルを適用した場合、及びある時点で共分散構造が大きく変化したと仮定したモデルを適用した場合のＡＩＣを示している。[21]そして、ケース１に比べてケース２のＡＩＣが十分小さい時点があれば、ケース２のモデルがケース１のそれに比べて現実のデータ特性をより良く捉えていると考えられ、またその時点の付近で共分散構造がシフトするような大きな変化が生じたことを示唆している[22]とみることができる。

こうした観点から各々の系列をみると、1970年代央に各ＡＩＣともに総じてケース２がケース１を大きく下回っており、この時期に大きな変化が生じたことが窺われる。すなわち、マネーサプライについては1973～５年頃に、また、名目ＧＮＰ及び実質ＧＮＰは1973～６年頃にケース２のＡＩＣの値が小さい時期があり（最小ＡＩＣを示した時期は名目ＧＮＰ及び実質ＧＮＰについては M_2＋CD とはかなりのラグをおいて1975～６年頃)、これらの時期に振れの特性に変化があったことを示唆している。

第３図　時変自己回帰係数モデルによるAIC
(〔付表〕1による)



＊以下の図ではケース１及びケース２の表示を省略。

21) ここでは、特に1970年代以降の大幅な変化を示した時期に注目する観点から1970年～1982年を示した。

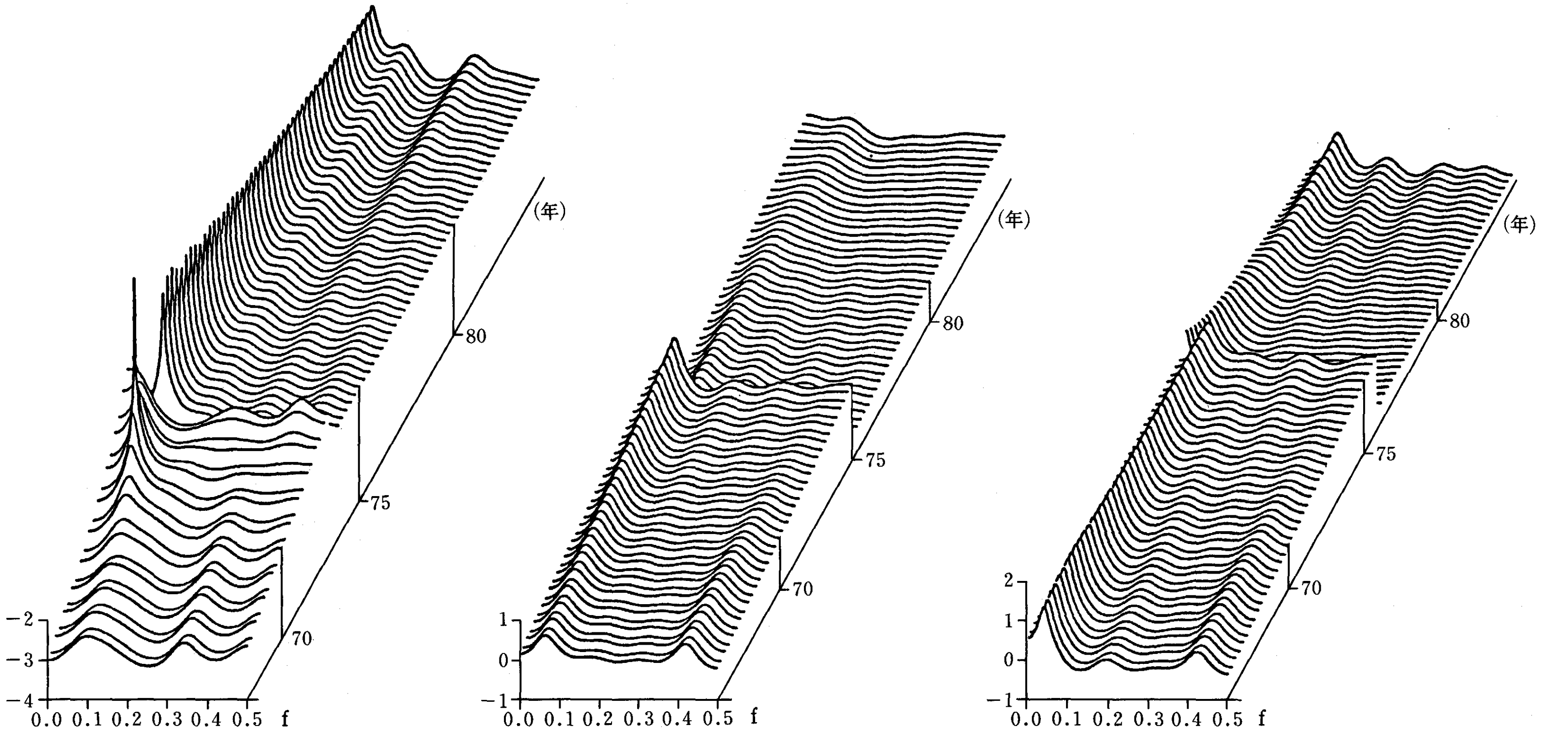
22) ケース１とケース２のＡＩＣの比較においては、前述（注15）のようにケース２のＡＩＣの値を調整することが必要と考えられる。ここでは、計測に用いたサンプル数を考慮して、ケース１に比べ、ケース２が６～７程度低い場合に、ケース２のモデルをケース１のモデルより適切なものとした。

第４図　M_2+CD、名目GNP、実質GNPの周期成分の変化

a．M_2+CD
(1973Ⅲにシフトありとしたケース)

b．名目GNP
(1975Ⅱにシフトありとしたケース)

c．実質GNP
(1976Ⅲにシフトありとしたケース)



注)　上図において名目及び実質GNPに比べてM_2+CDの縦の振れが大きく示されているが、縦軸の目盛にみられるようにM_2+CDの周期成分の強さはGNPに比べて相対的に小さいことに注意すべきである。

ロ．構造的シフトの特性

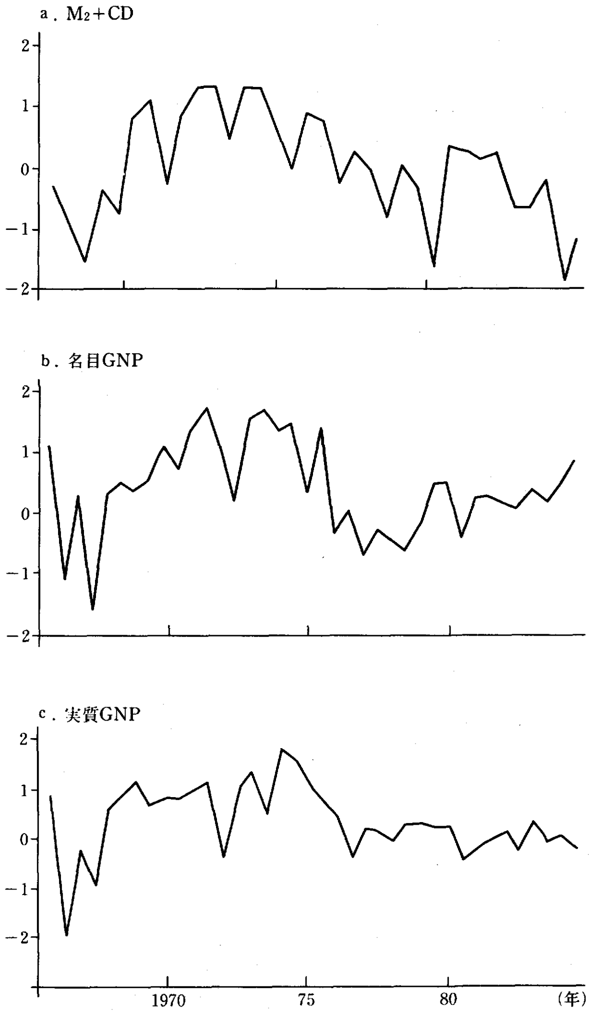
上記の測定結果をもとにトレンド除去後の系列に関して構造的な変化が生じたと判断される場合について、その時期の前後においてどのような統計的特性の変化が生じているのかを、周期成分及び分散の変化をもとにみていこう（第4及び第5図)。

第4図は、各系列について最小のＡＩＣを示した時点でシフトが生じたと仮定したモデルの計測結果を周期成分ごとに表わしたものである。[23]横軸は周期成分（図では周波数ｆ（周期の逆数）で表示)、縦軸は周期成分の相対的強さの対数を示している。これをみると、マネーサプライの周期成分については、1973年頃の大きな変化以後は、それまでの大きな変動とは対照的に安定的に推移している。これをやや詳しくみると、最近では徐々ながら長周期部分（図ではｆ＝0.1（約10期）近辺）のほかに中短期的な周期部分（ｆ＝0.3〜0.4（約2.5〜３期)）もやや強くなっている。一方、名目ＧＮＰ及び実質ＧＮＰについては、いずれもシフトの時点で周期成分の強さが大幅に減少し、総じて振れが小さくなっている。

次に、第５図をもとに分散（モデルは第４図と同じ）の時間的変化をみると、M_2＋CD及び実質ＧＮＰの分散は、各々シフト後も減少傾向にある一方、名目ＧＮＰの分散はシフト後については大きな変化が生じていないと判断することもできよう。[24]

以上の分析から、我が国では1970年代央にマネーサプライ重視政策が強く打出されて後、マネーサプライの変動が安定化する方向で構造シフトが発生し、その後、名目ＧＮＰ、実質ＧＮ

第5図　分散* の 変 化



＊縦軸の目盛は10のベキ数を表わす。また、分散値はスムージングをしていない。(以下同じ)。

23) 第４図では、最小ＡＩＣを示した時期に１回だけシフトが生じたとみた場合を示したが、第３図からも窺われるようにＡＩＣの値が比較的小さい時期は他にもみられる。しかし、２時期にシフトありとした場合を計測してみると（付表１、ケース３)、M_2＋CDについてはＡＩＣがさほど小さくなっておらず、また、ＧＮＰについては、ＡＩＣの小さな時期が近接していることから、これを同時期とみれば大きなシフトの発生は１回のみであったとも考えられる。もっとも現実には第３図からも窺えるように徐々に変化があったとみることもできる。

24) 第５図では、時変自己回帰係数の推定に際して、共分散構造の急激な変化によって係数の推定が不安定となることを避けるために envelope 関数を用いた結果を示している。envelope 関数については補論２参照。

Ｐが安定化の方向で構造的なシフトを起こしたことが窺われる。

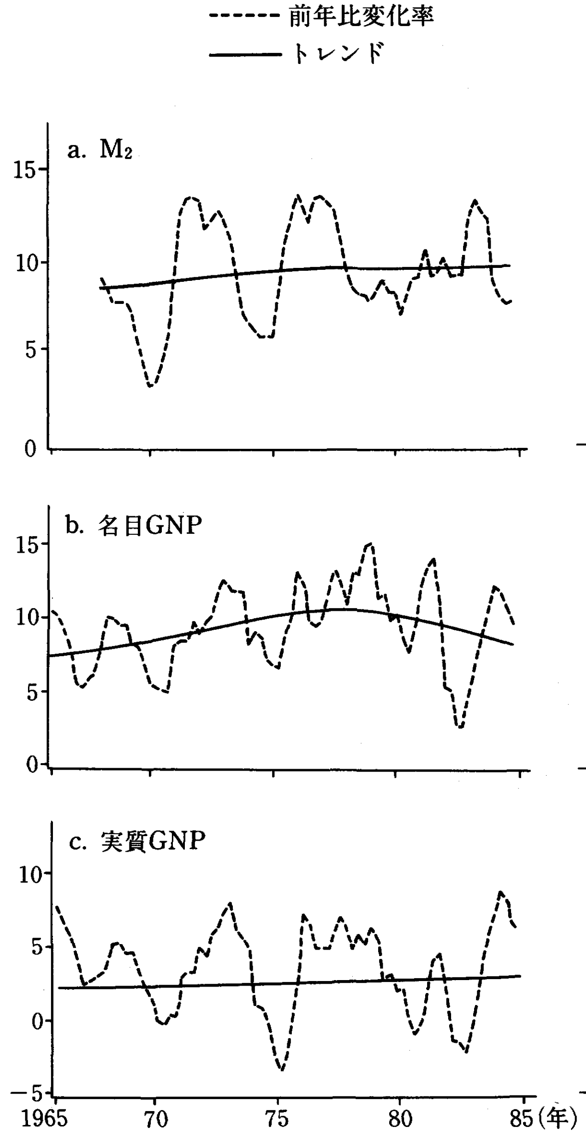
(2) **米国における変化**

イ．トレンド及びトレンドの回りの変動

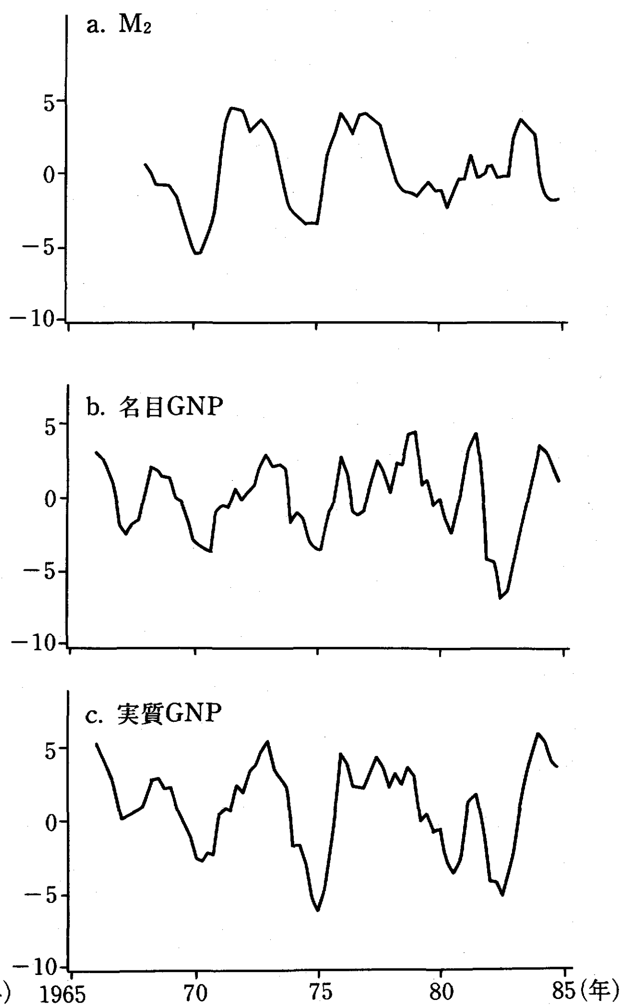
日本におけるマネーサプライ及びＧＮＰの検討に対応して、同様のことを米国について考えてみよう。我が国に関する検討との対応を考えて、マネーサプライについては先ず M_2を取り上げ、次いで M_1を分析することとする（計測期間等は日本と同一のベースとしている)。

第６図はマネーサプライ、名目ＧＮＰ及び実

第６図　米国におけるM_2、名目GNP、実質GNPの前年比変化率とそのトレンド



第７図　米国におけるM_2、名目GNP、実質GNPのトレンドの回りの動き



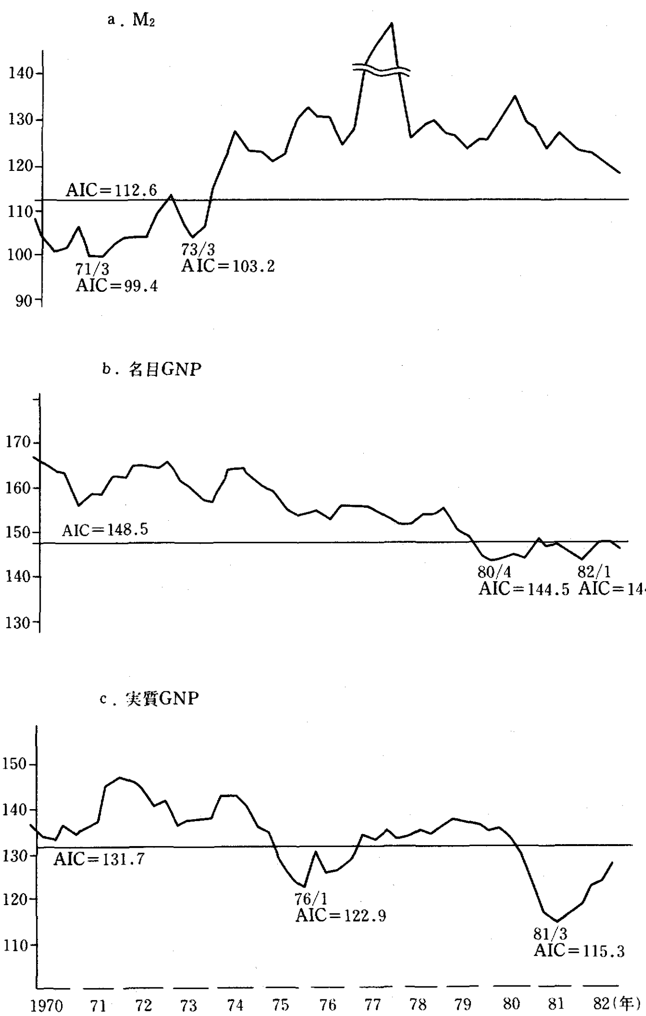
質ＧＮＰの前年比変化率とそのトレンドを、第７図は各系列のトレンドの回りの動きを示している。まず、トレンドに関して特徴的な点は、日本についてみられた高い伸びから低い伸びへの変化といった動きがM_2及び実質ＧＮＰには窺われないことである。また、トレンドの回りの動きについてはいずれの系列も大きな振れが続いており、日本でみられた変動幅の縮小といった現象は生じていないと判断される。

次に、トレンドの回りの動きに対して時変自己回帰係数モデルを適用した場合のＡＩＣの動きは第８図に示される。これをみると、M_2についてはは1970年代前半に比較的大きな変化が生じた後、1973年頃にもやや大きな変化がみられるが、それ以後は大きな変化は窺われない。また、名目ＧＮＰについては1980年代に入ってやや変化が大きくなっている気配がみられるが、概ね従来同様のパターンで推移している。一方、実質ＧＮＰについては、1975、6年頃及び80年代入り後に大きな変化がみられる。

ロ．構造的シフトの特性

周期成分の時間的変化（第９図）、及び分散の時間的変化（第10図）をみると、マネーサプライについては、1970年代前半の比較的大きな変化の前後においても分散にはさほど大きな変化が窺われず、振れの大きい変動が続いていることを示している。もっとも1970年代後半には分散が減少する様子（第10図）[25]もみられるが、1980年代入り後は再び大きくなっていることから考えれば、米国のマネーサプライは我が国のように変動が安定化する方向へシフトしたとはみられないといえよう。また、周期成分については長周期（f＝0.08（約12期）近辺）が強い状況からやや短い周期（f＝0.12（約８期）近辺）が強い状況に移行しつつあり、さらに1970年代後半以降は短期的な振れ（f＝0.4～0.5（約２期））が極めて強く加わってきている様子が表われていることが注目される。

第８図　時変自己回帰係数モデルによるAIC
（付表2による）



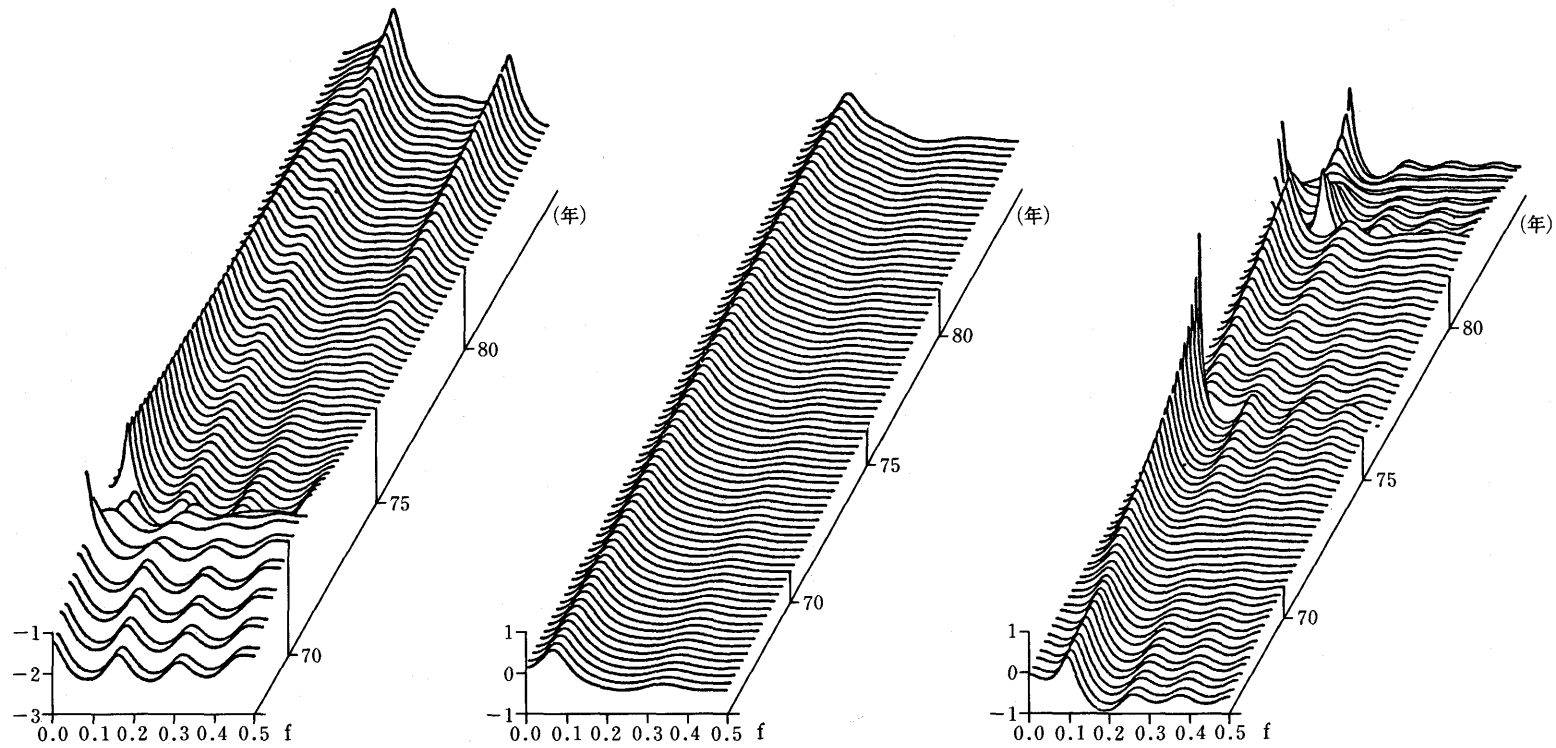
25）　第５図に示された日本のM_2＋CD の分散は近年10^{-1}以下まで落ちているが、第10図にみられる米国M_2の分散のスケールをみると80年代入り後やや減少したものの、再び10^0より大きくなり、マネーサプライの振れ幅が日本より大きいことを示している。

第9図　米国におけるM_2及びGNPの周期成分の変化

a．M_2
（1971Ⅲにシフトありとしたケース）

b．名目GNP
（シフトなしとしたケース）

c．実質GNP
（1976Ⅰ、1981Ⅲにシフトありとしたケース）



これに対して名目ＧＮＰは、構造的シフトといった大きな変化はみられないが、緩やかながら分散の増大傾向（第10図）が窺われ、我が国における振れの減少とは逆の傾向を示している。一方、実質ＧＮＰについては２時期のシフトの前後において周期成分に著しい変化が表われており（第９図）、分散は我が国の場合とは逆に拡大の方向にある（第10図）。

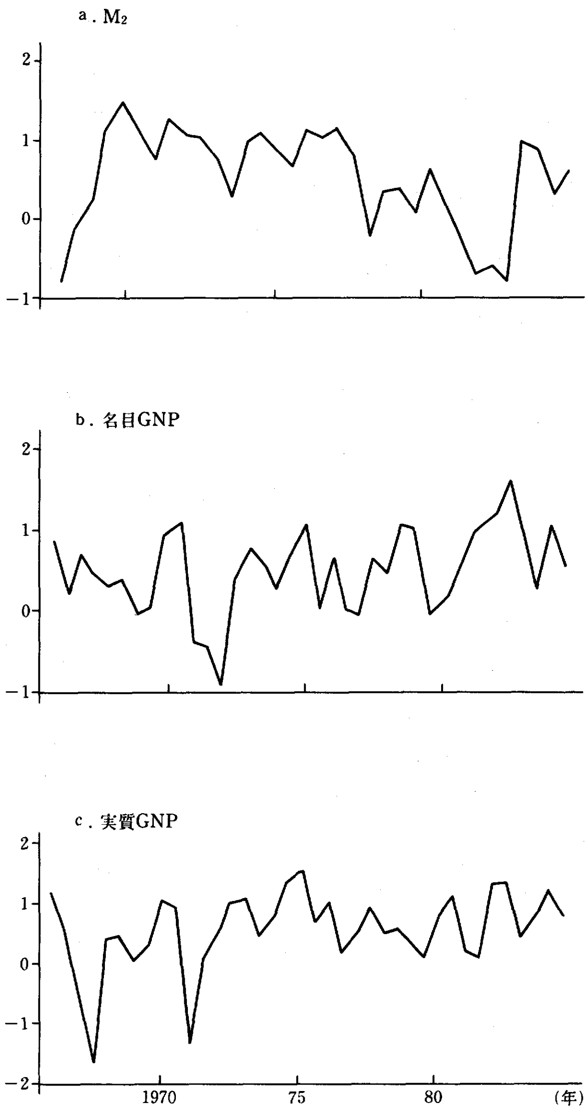
以上のように、米国ではマネーサプライが安定化する方向での構造的シフトは窺われず、実体経済活動についても変動幅は大きく、その限りでは Friedman の主張を裏付ける結果となっている。[26]

ハ．M_1についての検討

以上の分析では日本との対比といった観点からマネーサプライとしてM_2を使用してきた。ここで、米国内で最も重視されているM_1について同様に検討してみよう。

まず、トレンド及びトレンドの回りの変動についてみると（第11図）、トレンドについてはM_2と同様、直線に近い趨勢を示し、トレンド自体の変化は窺われない。また、トレンドの回りの動きについても、M_2と同様に大幅な変動を続けているが、変動幅はむしろ次第に拡大しているとも見受けられる。しかし、トレンドの回りの動きに関する共分散構造の変化について

第10図　分散の変化

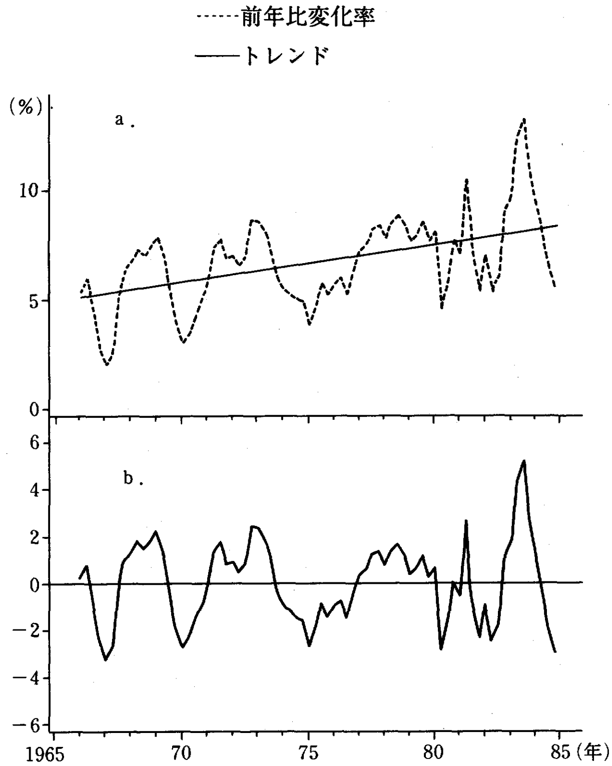


26)　"Insofar as U. S. policy can be said ever have to been monetarist, it was so solely in rhetoric, never in performance. Since the Fed adopted temporarily the rhetoric of monetarism in 1979, monetary growth has been more unstable than in any other postwar period of comparable length."（Friedman（1985））

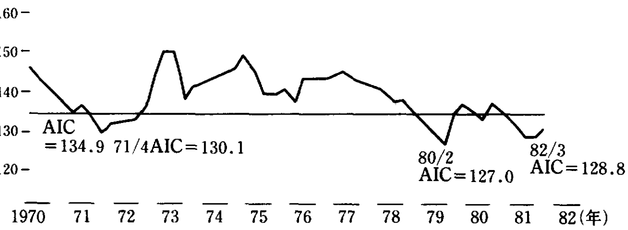
また、Bomhoff（1983）は、1979～82年の米国のマネーサプライの動向に関して、"…in retrospect it is clear that the Federal Reserve never adopted the monetarist proposal for a *gradual* and *planned* elmination of inflation, but opted instead for policies that were much more variable and unpredictable than before. Policy-makers found the "monetarist" label convenient, both because it absolved them from direct responsibility for the high interest rates that could be caused by a more restrictive policy, and because it would help to defuse any criticisms from Karl Brunner, Milton Friedman and Allan Meltzer, the three best-known independent experts on U. S. monetary policy and all three advocates of planned money growth."（p. 219）と述べている。また、Meltzer（1985、1986）も参照。

みると（第12図）、1970年代には、シフト状の変化が明確に生じたとみられる時期はない。このことは、M_1についてはM_2と異なりほぼ同様な振れが続いてきたことを示唆している（第13図の分散の変化も参照）。一方、周期成分の推移をみると（第14図）、1970年代の後半から、長周期（f=0.1（約10期））のピークは短周期側に移りながら成分を強め、また短周期（f=0.3〜0.4（約2-3期））の成分が強くなっている様子が表われている。

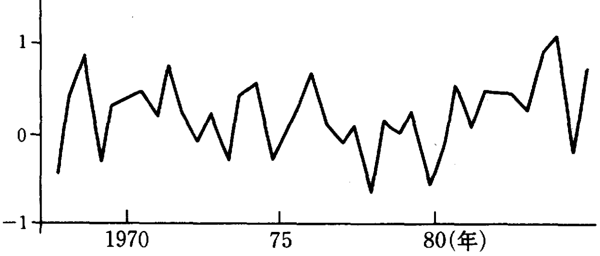
第11図　米国M_1の前年比変化率のトレンド(a)及びトレンドの回りの動き(b)



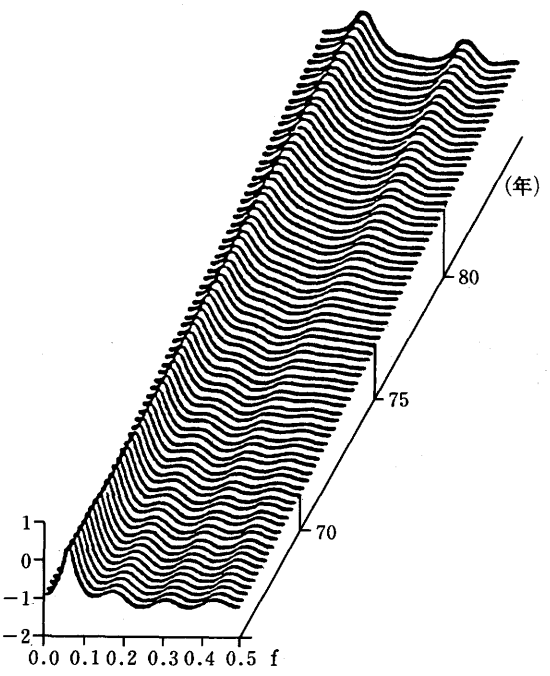
第12図　時変自己回帰係数モデルによるAIC



第13図　分散の変化



第14図　周期成分の推移

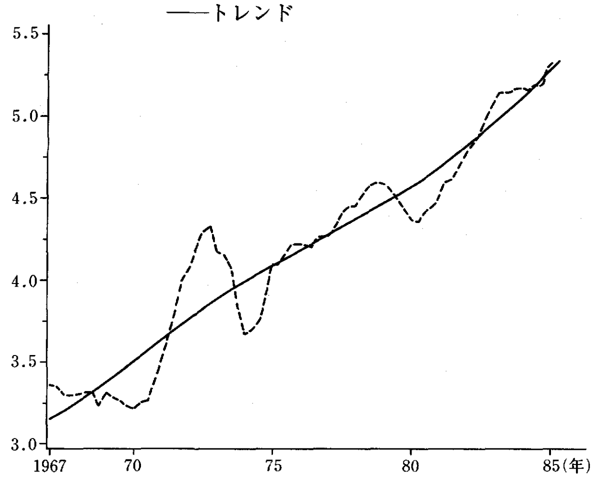


4. マーシャルのkに対する応用

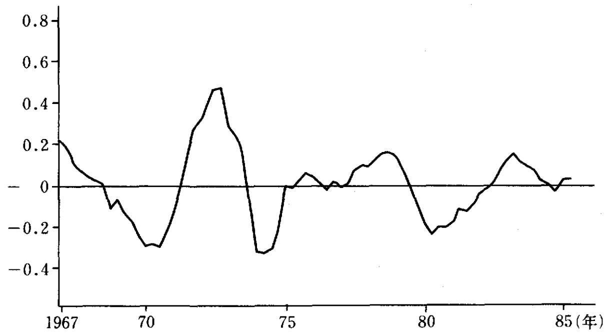
ここで、以上の分析結果を踏まえて金融・実体両面の関係を示す指標の１つとして日本におけるマーシャルのkの変動について考えてみよう。取引高の指標としては、名目総需要と中間取引高とを加えたものを使用し、[27]従ってマーシャルのkは、M_2＋CD/（名目総需要＋中間取引高）で示される。計測期間は1967年Ⅰ期から1985年Ⅱ期で季調済計数を用いた。計測結果は第15及び16図に示される。これによれば、トレンドは概ね一貫して上昇を示しており、近年そのテンポが幾分速まっている。[28]またトレンドの回りの動きについては、計測期間全体に亘って循環的な変動がみられる。これらの動向の解釈については資金面・実体面等の動きを踏まえつつ検討する必要があるが、ここでは、主としてマーシャルのkのトレンドの回りの動きについて統計的な側面からみていこう。

第16図によると、1975年頃から振れ幅が小さくなっているように窺われる。実際、この系列に時変自己回帰係数モデルを適用すると（第17図)、1970年代初に幾分大きな変化が生じたが、やはり最大の構造的な変化は1975年頃に生じたこと、またこれらの時期を除くとＡＩＣは比較的安定していることが示される。

第15図　マーシャルのｋとそのトレンド



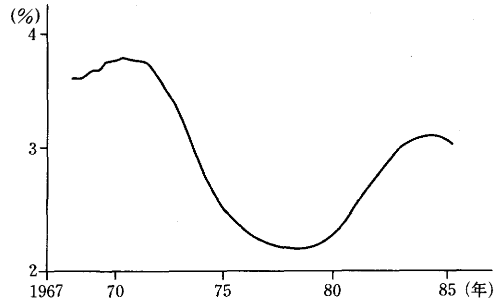
第16図　マーシャルのｋのトレンドの回りの動き



27)　名目取引高の作成方法及びこれを用いたマーシャルのｋについては日本銀行調査統計局調査月報（1983年１月）を参照。同調査によればマーシャルのｋのトレンドからの乖離度合と金利水準との間にはある程度安定した逆相関関係があることが示されている。

28)　マーシャルのｋについては、従来多くの場合、１次直線の当てはめ等、deterministic なトレンドからの乖離が注目されてきたが、トレンドを stochastic に推定した場合には、トレンドからの乖離に加えてトレンド自体の分析も必要となる。第15図に示したトレンドに関していえば、下図からも明らかなように、80年代入り後の上昇テンポは速まっており、これが経済構造の変化を反映したものか否かについての分析が別途必要であることを示唆していると考えられる。

マーシャルのｋの推定トレンドの前年比変化率

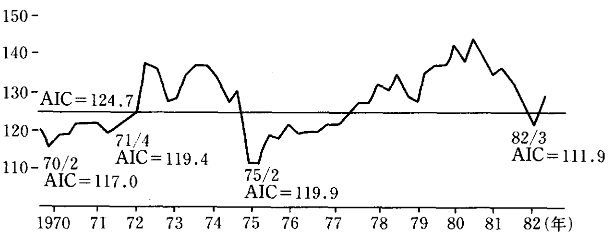


この結果をもとに、1970年以降でＡＩＣが最も小さい1975年Ⅱ期にシフトが生じたとした場合の周期成分の変化をみると、第18図のように1975年頃を境に振れが小さなものにシフトし、以後は安定的に推移している様子が表われている。そしてこの場合の分散の変化も第19図の通り、シフト時点以降はほぼ横這いで推移しており、振れ方の安定を示している。もっとも、第17図をもとにみると、1980年代入り後ＡＩＣが減少し始め、1982年にはケース２のＡＩＣがケース１のそれを下回っていること等からみて、1980年代入り後は再び大きな変化が発生しつつあるとも考えられ、この点は金融革新の進行の影響等とも絡めて今後更に検討していくことが必要である。

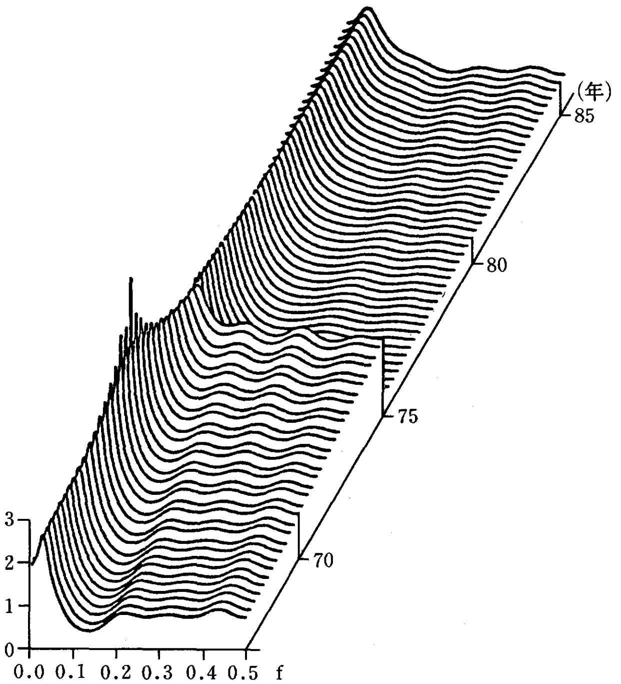
なお、1970年代初にみられたＡＩＣの小さい２時点（1971年Ⅳ期と1975年Ⅱ期）でシフトが生じたと仮定したモデルも推定してみたが、その場合のＡＩＣ（113.6）は付表３、ケース３にみられるように、ケース２の最小ＡＩＣ（111.9,1975年Ⅱ期）に比べて大きく、このことは1970年代には振れの特性の大きな変化が２度はみられなかったことを示唆しているといえよう。

結局、上記の結果からみると、マーシャルのｋについてもマネーサプライやＧＮＰと同様に、1970年代央の時点で安定化の方向への構造的シフトが生じたと判断できるように思われる。

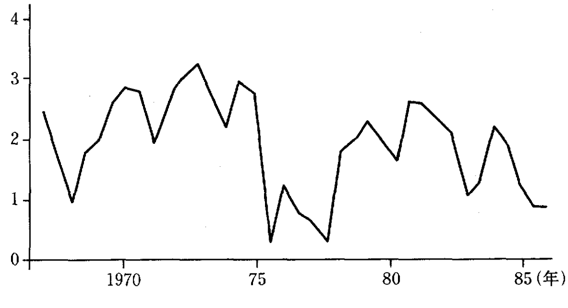
第17図　マーシャルのｋに関する時変自己回帰係数モデルによるAIC
（付表3による）



第18図　マーシャルのｋの周期成分の変化
（1975Ⅱにシフトありとしたケース）



第19図　分散の変化



5. 実質通貨残高に対する応用

以上の検討結果を参考としつつ、実質通貨残高（通貨量／GNPデフレータ）について考えてみよう。実質通貨残高に関しては通貨需要関数の安定性を巡って多くの議論が展開されている。[29] 通貨需要関数の定式化及び計測にはさまざまなアプローチがあり、実質通貨残高の安定性をもたらす要因を計量的・実証的に捉えるためには specification 等について十分検討するとともに多変量モデルによる検討を行うことも必要であるが、以下ではそうした問題には立入らず実質通貨残高の系列自体の動きに注目し、その統計的な特性をみていこう。

(1) M_1及びM_2＋ＣＤの変化

日本においては、筒井・畠中（1982）は、①実質通貨残高 M_1/P（P は GNP デフレータ、以下同じ）について米国等でみられた missing money に似た動きが生じており構造的な変化が窺われるが、それでも米国の M_1/P に比べれば安定していること、及び②（M_2＋CD）/P は M_1/P に比べて安定的に推移していることを示した。この点に関しては、Hamada-Hayashi（1983）等も1973、4年頃にみられた M_1/P 及び M_2＋CD/P の趨勢の変化を捉えて、この時期に構造的な変化がみられ、それ以降安定して推移していると述べている。一方、石田（1984）はマネーサプライの単純な和集計と Divisia 指数の双方について検討し、Divisia 指数を用いた場合に比べて単純な和集計の場合は1977年以降不安定化がみられることを示した。[30] このように、1974年以降の局面でシフトが生じたか否かについては現状では議論が分かれている。

一方こうした構造的なシフトを検討する場合の手法についても種々の議論がある。実際には、筒井・畠中が信頼ベルト[31]によって検討しているのを除くと、多くの場合 Chow-Fisher 検定が用いられている。しかし、この点については、例えば Cargill（1985）は、同検定は長期に亘る累積的な動きの類を検討する場合には適当でなく特に日本のように漸進主義が広く一般に受入れられている場合にはそうであること、を指摘しており、この問題への対応として時変係数モデルの利用を提言している。[32]

以上の点を念頭に置いて、ここでは実質通貨残高の統計的特性を時変自己回帰係数モデルを使用しつつ検討してみよう。

イ、トレンド及びトレンドの回りの変動

M_1/P 及び M_2＋CD/P、それぞれについて推定したトレンドは第20図に示され（計測期間は M_1/P は1965Ⅰ～84Ⅳ、M_2＋CD/P は1967Ⅰ～84Ⅳ）、これを前年比変化率のベースでみたのが第21図である。同図によれば、M_1/P のトレンドについては1973年頃から増加テンポが鈍化しはじめ、1974年には伸び率がマイナスとなっており、1973、4年を境にトレンドの変化が生じていることを明示している。また、その後1980年頃にもトレンドの伸び率はマイナスとなって

---

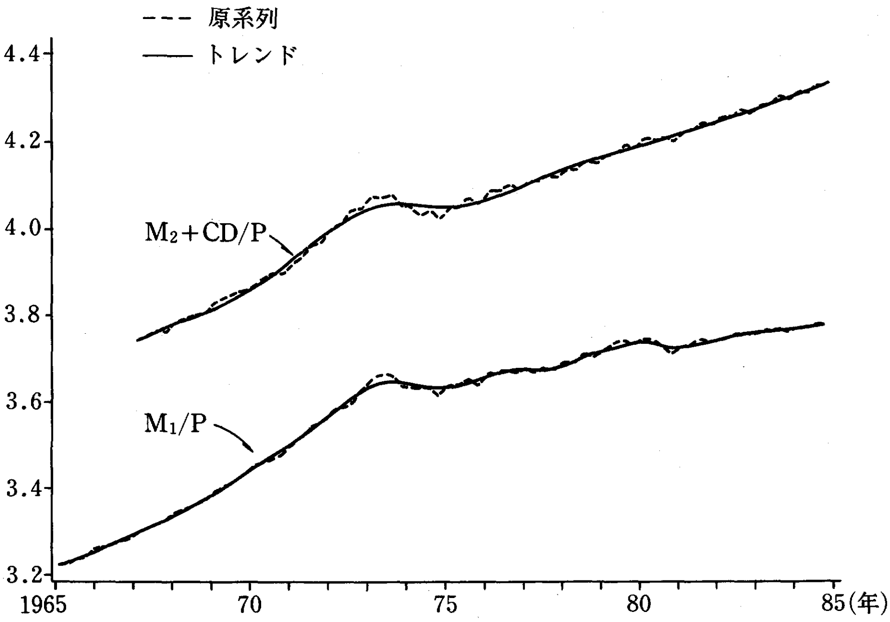
29) 例えば、筒井・畠中（1982）は日本における通貨需要関数についてサーベイを行っている。また、Komura（1985）等参照。

30) 1977年が境とされたのはそれが Divisia 通貨需要関数による予測値と実績値との乖離が大きくなった時点であることによる。

31) Hatanaka（1974）を参照。

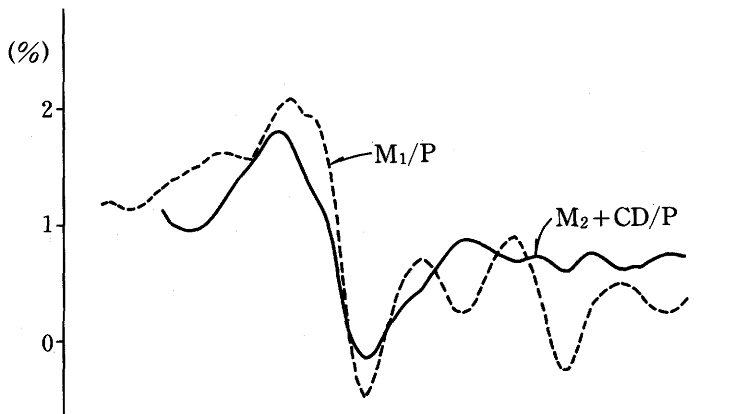
32) Cargill（1985）P.145。Cargill の指摘は通貨需要関数に対するものであり、その点、本章はその予備的検討といえる。

第20図　日本のM_1/P及びM_2+CD/Pとそのトレンド*



* 推定は対数値による

第21図　トレンドの前年比変化率



おり、この時点にも趨勢に変化が生じたとみられる。[33]一方、M_2+CD/P のトレンドについては1972年頃から低下しはじめた伸び率が1974年にマイナスとなり、この時期に趨勢の変化があったことを示している。しかし、その後伸び率は回復し、安定した推移を示しており、この点は M_1/P の動きとは異なっている。

このように M_1/P 及び M_2+CD/P のいずれについても、そのトレンドは1973、4年頃を境として変化がみられるが、この時点は、従来の分析で構造的な変化がみられたとされる時期に概ね対応している。この点、M_1/P にみられる1980年頃のトレンドの変化についてもそれが構造的なものか否かについての検討が必要と思われる。[34]

次に、トレンドを除去した系列についてみると（第22図、原系列からトレンドと季節要因を除去した系列[35]）、M_1/P には短期的な小さな振幅がみられる一方、M_2+CD/P は1970年代に大きな周期の振れを示した後は振幅が小幅になり安定的に推移している。

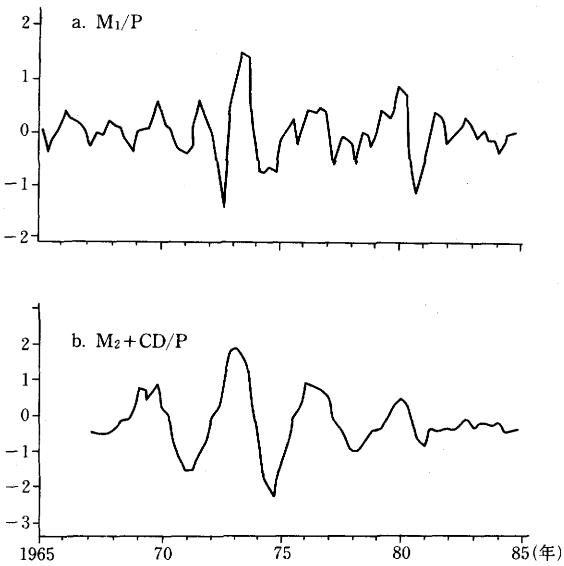
こうした動きに時変自己回帰係数モデルを適用し、AICをみていこう（付表4）。まず、M_1/P については、1974年頃及び1980年代入り後にAICの大きな変化がみられる（構造的シフトありと前提したケース2）。そして、これらの時点は、第21図でみた M_1/P のトレンドの伸び率がマイナスを示した時期に概ね対応している。また、ケース2におけるAICの小さい2時期にシフトがあったと仮定して計測したケース3においては、より小さなAICが得られ、1980年代入り後の変化をさらに強く示唆している。

一方、M_2+CD/P については、ケース2で1973年頃の変化が大きいことが示されているが、ケース3の結果はケース2の最小AICに比べて大きく、M_2+CD/P の場合には1974年以降には大きなシフトが生じていない可能性が大きいことを示している。

ロ．構造的シフトの特性

周期成分の推移をみると、M_1/P については1980年以降、それ以前の局面に比べて大きな変

第22図　トレンド除去系列の推移*



*両図ともスケールは第20図に比べ100倍に拡大。

33）1980年は M_1の流通速度が変化した時期といわれる。すなわち、M_1の流通速度は1973年頃を境にそれまでの低下傾向から横這いに移ったが、1980年に急上昇を示した。

34）Divisia 指数でみると、M_2+CD の傾向は M_1に近くなるとの見方もある（例えば石田（1984））。

35）分析に用いる系列については季節要因を含めた方が適切である場合もある。ここでは定型的に繰返す季節パターンを除去した不規則的な動きに注目するため季節要因を除いた。季節要因は2.(2)で述べた方法で推定したものを用いた。

化が生じていることが特徴的である(第23図a)。もっとも、1980年以降についてはデータ数の不足等から断定的な結論を得ることが難しいことも事実である。そこで、次の方法によって別途検討を行った。

即ち、トレンドを除去したM_1/Pをみると、1973年頃及び1980年頃は他の時期と比べてその振れがやや大きくなっている（第22図ａ）。そこで、まずこの２時期は一時的なショックによって特異な動きを示したものであり、全体としては構造的な変化がなかったと仮定する。そして、特異な時点を除いた全期間に対して定常過程のモデルを当てはめる。次に、特異な動きを示したと思われる時点を系列から除いた上で、その時点を境として全体を三つの期間に分割し（①1965Ⅰ～1972Ⅰ、②1974Ⅰ～1979Ⅳ、③1980Ⅲ～1984Ⅳ)、分割したそれぞれの期間は定常であると仮定してモデルを当てはめる。[36)]

計測結果によると、1965年Ⅰ期から1984年Ⅳ期までの全期間（特異時点を除く）にモデルを当てはめた場合のＡＩＣが－114.4であるのに対し、上記期間に対してそれぞれモデルを適用した場合のＡＩＣは、①－37.8、②－38.0、③－42.2となる。すなわち、①から③までのＡＩＣを加えると－118.0となり、モデルとしては三つの期間に分けて推定した方が当てはまりが改善している。このことは、全体として構造的な変化がなかったと仮定するよりも、特異な動きを示した時期を境に各々の時期の統計的な特性も相異なっていると考える方がよいことを示唆している。[37)]

一方、M_2＋CD/Pについては（第23図b)、1974年以降大きな変化はみられないものの、[38)] 1980年代入り後は比較的短い周期の部分が徐々に大きくなっている等、変化の様子が表われていることが注目される。[39)] また、分散の変化をみると（第24図)、M_1/P及びM_2＋CD/Pのいずれについても1973,4年頃を境に、それ以降はトレンドの回りの振れが減少傾向にあることを示している。

(2) 通貨種類別にみた変化

実質通貨残高の動きを通貨種類別にやや詳しくみていこう。

現金通貨、預金通貨及び準通貨＋ＣＤ（いずれも実質ベース）の各々について推定したトレンドの前年比変化率をみると（第25図)、いずれも1972、3年頃から1974年にかけて伸び率が大幅に低下しているが、1975年以降については各々に若干の相違がみられる。すなわち、現金通貨及び預金通貨の伸び率は、1975、6年頃から上昇傾向を辿ったあと、1979年後半から1980年にかけて伸び率が低下し、特に預金通貨の場合はマイナスとなっている。これに対して準通貨＋CDの伸び率は1975～77年に上昇傾向を辿った後､1977年以降は極めて安定的に推移し、1980年頃の低下も現金通貨、預金通貨に比べて小さい。

---

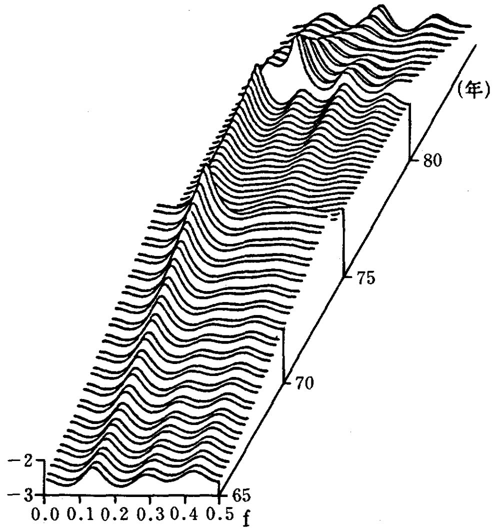
36) 局所定常自己回帰モデルを適用。同モデルについては補論３参照。

37) ここでの特異時点の選定は統計的な基準によったものではないためやや厳密さを欠く点には留意の要。

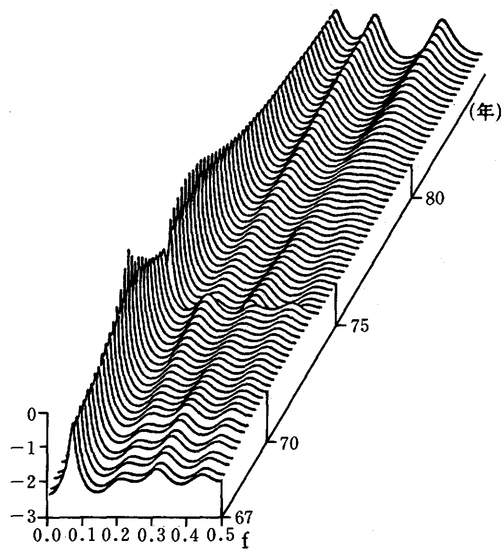
38) M_1に構造的な変化があるとすれば、M_1を含むM_2+CDの動きにも反映すると考えられるが、「現金通貨・預金通貨（要求払預金）といった流動性の高い通貨のウエイトが傾向的に低下」（日本銀行調査統計局調査月報(1984)）していることから、そのような変化がM_2+CDには表面化しにくいものと考えられる。なお、大久保(1983）は、1980年頃からのM_1とM_2+CDの推移の違いを実体経済活動（名目）における取引需要の面から捉えている。

第23図　周期成分の変化

a．M_1/p
(1974Ⅲ、1980Ⅱに
シフトありとしたケース)

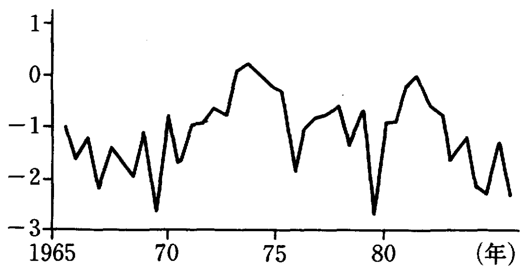


b．M_2+CD/p
(1973Ⅳにシフトあり
としたケース)

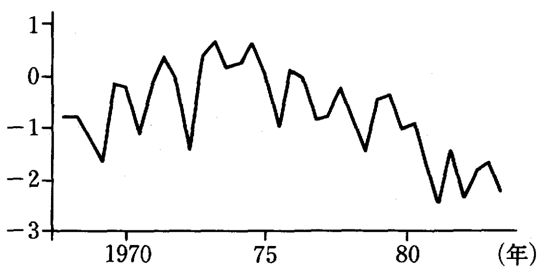


第24図　分散の変化

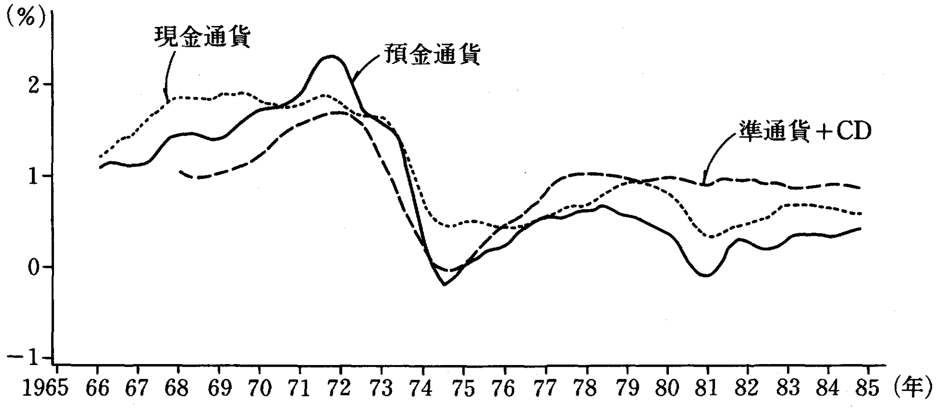
a．M_1/p



b．M_2+CD/p



第25図　通貨種類別のトレンドの前年比変化率*

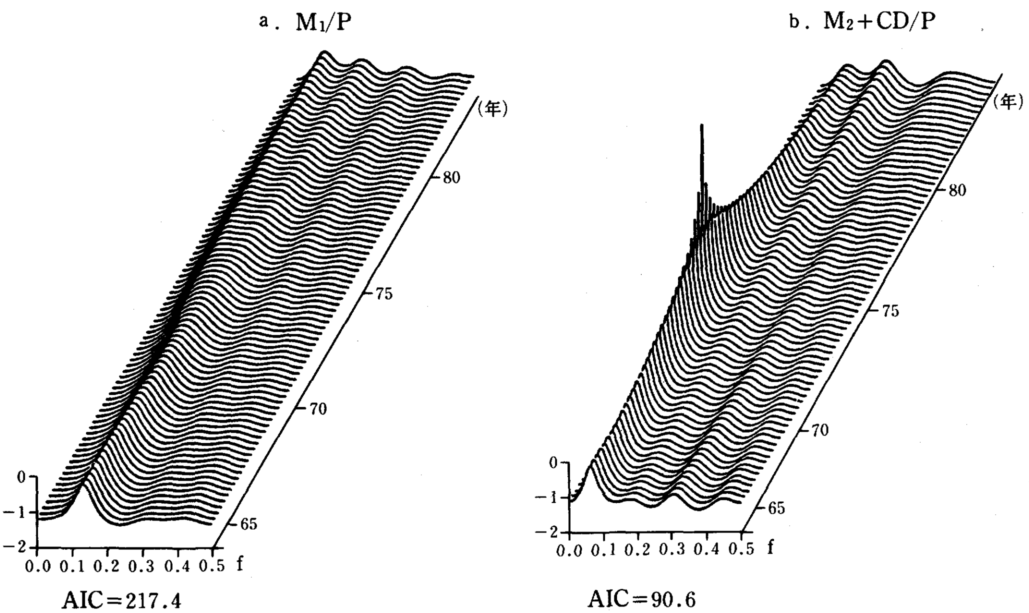


＊推定は対数値による

一方、トレンドを除去した系列（第26図）は、総じて1970年代の大きな振れに対して、1980年代の振れは小さくなっている。こうした1980年代の動きについて、準通貨＋ＣＤは現金通貨や預金通貨の動きとは必ずしも一致していない。そこでトレンド除去後の系列の統計的な特性の変化をみると、次の通りである（付表５）。

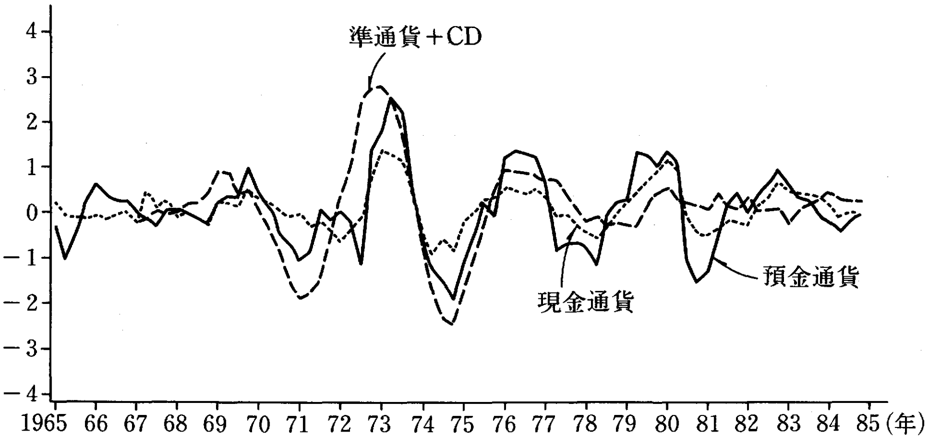
まず現金通貨については、1975年に大きな変化があったことが示唆されているが、1980年にも変化の動きがみられる。また預金通貨については、1973年と1980年頃の２時点における構造的なシフトが示唆されている。一方、準通貨＋CDについては1975、6年頃の変化が大きく、1980年代入り後の変化は明確ではない。ただ、

39) 参考までにシフトがないと仮定したモデルの周期成分の変化を図示すると下図の通りである。そのＡＩＣを第23図ａ及びｂの場合と比べると、M_1/P については42.4、M_2+CD/P については、19.6大きく、モデルとしてはかなり劣るといえる。



準通貨＋ＣＤについても、1980年以降の動きを詳細にみれば、トレンドについては僅かながら低下傾向が窺われ（第25図)、また、トレンド除去系列については1980年以前とは振れ方が若干異なっているようにみえる（第26図）ことは事実であり、今後の動きについて更に検討を加えていくことが必要であろう。

第26図　通貨種類別のトレンド除去系列*



＊対数値によって推定したトレンドからの乖離を100倍して図示

⑶　**米国における変化**

米国の連邦準備制度理事会が重視しているM_1の実質残高の推移については、特に1980年代入り後の不安定性に関して通貨需要関数等による多くの検討が行われている。[40] ここでは前述の手法を用いてM_1/P及びM_2/Pの統計的な特性を検討してみよう（計測期間は1959年Ⅰ期から1985年Ⅰ期)。

M_1/P及びM_2/Pのトレンドは第27図に示される。これによれば、M_1/Pについては1974年頃にそれまでの上昇傾向から下降傾向への変化がみられ、その後1982年頃に再び上昇傾向に移るという変化が認められる。これらの時期は従来からマネーストックの不安定性が指摘されていた時期である。一方、M_2/PについてはM_1/Pにみられるような顕著な変化は見出されない。

次に、トレンドの回りの動きをみると(第28図)、M_1/P及びM_2/Pいずれも３.⑵でみた、名目のM_1, M_2と同様1970年代以降大きな振れを示している。

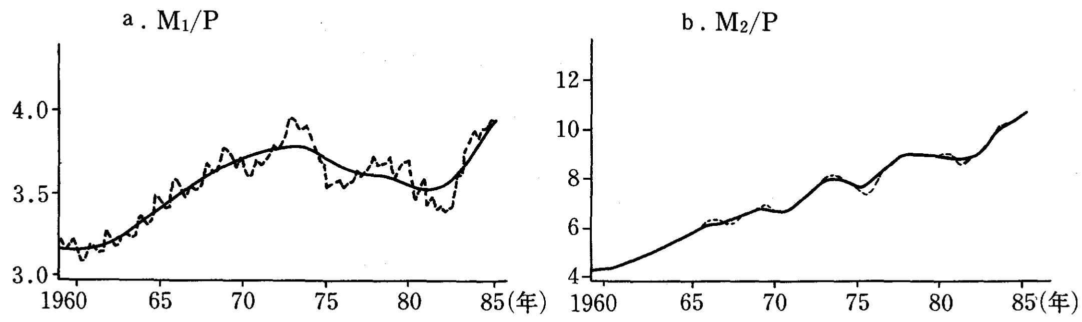
この系列に対して時変自己回帰係数モデルを適用すると（付表６及び第29図)、M_1/P, M_2/Pのいずれも振れの構造が大きくシフトする様子はみられず、ほぼ同様の変動パターンで推移している様子が窺われる。すなわち、M_1/Pについては1970年代を通してケース１（構造的シフトなしと仮定）のＡＩＣの方が小

40)　例えばRoley（1985)、Rose（1985）等を参照。

さく、また、M_2/P については1976年頃にやや大きな変化のあったことが窺われるものの、ケース１とケース２(構造的シフトありと仮定)のＡＩＣの差はさほど大きくない。ただ、両系列とも、1981年以降にケース２のＡＩＣが小さくなる傾向がみられ、1980年代入り後の変化を示唆している。

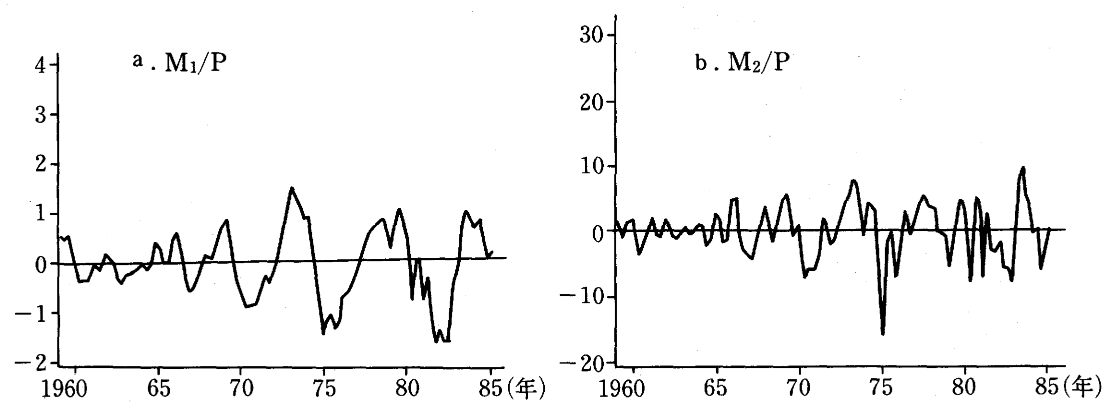
M_1/P についての上記のような状況はその周期成分及び分散の変化にも表われている。すなわち周期成分については、比較的長い周期を中心とした振れが継続しており、またその振れ幅は徐々に拡大（第30図)、一方、分散はかなり大きく、どちらかというと傾向的に拡大している（第31図)。

第27図　米国のM_1/P、M_2/Pとそのトレンド*



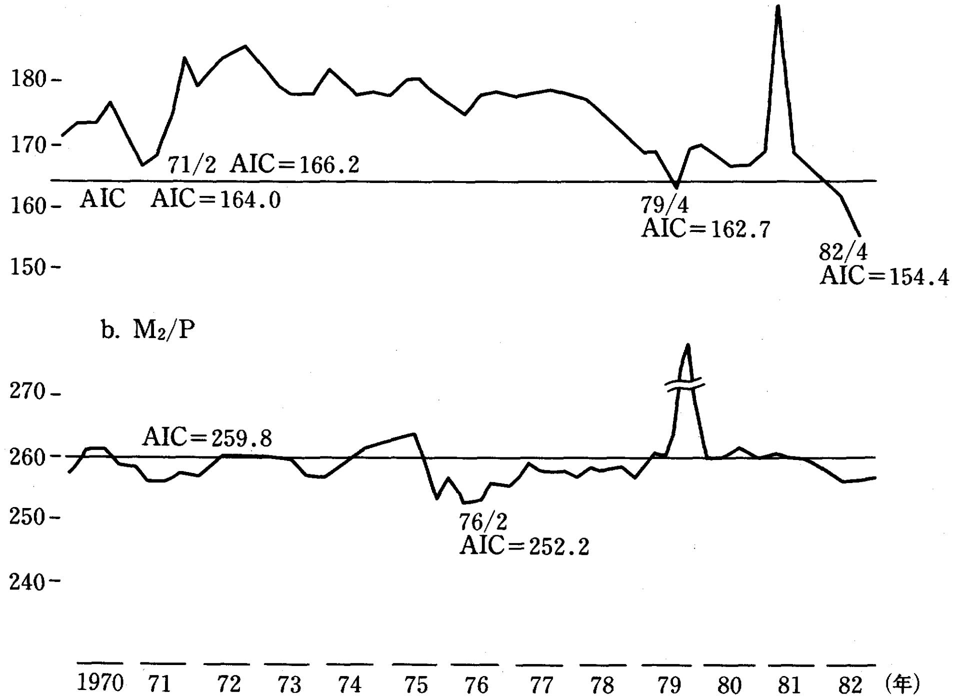
＊M_1/Pは対数値により推定

第28図　トレンドの回りの動き*

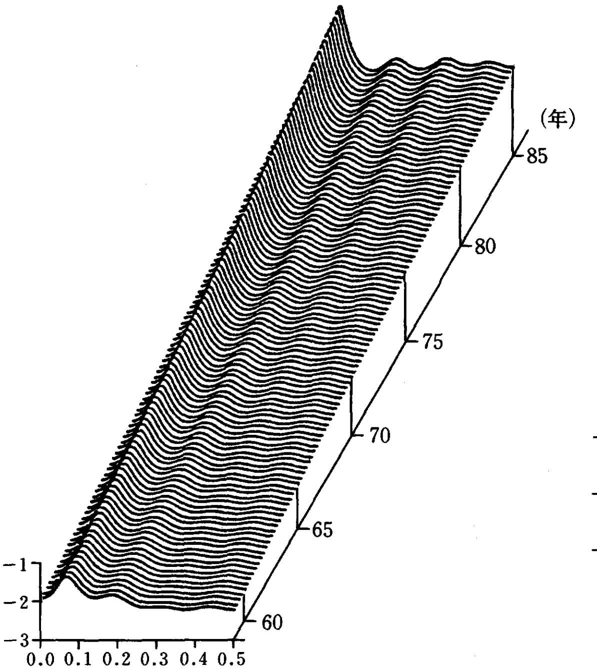


＊スケールは第27図に示したトレンドからの乖離を100倍

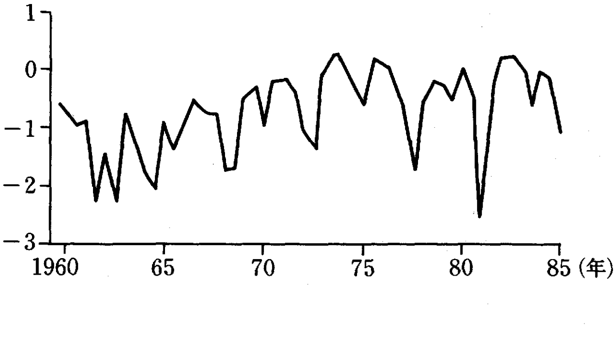
第29図　時変自己回帰係数モデルによるAIC（付表6による）



第30図　米国M_1/Pの周期成分の推移



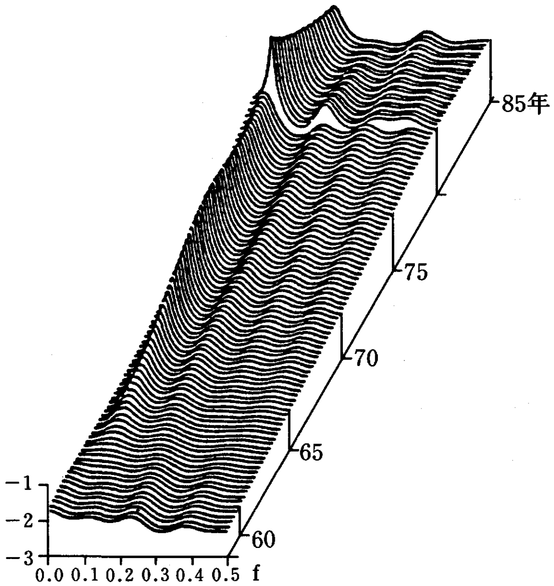
第31図　米国M_1/Pの分散の推移



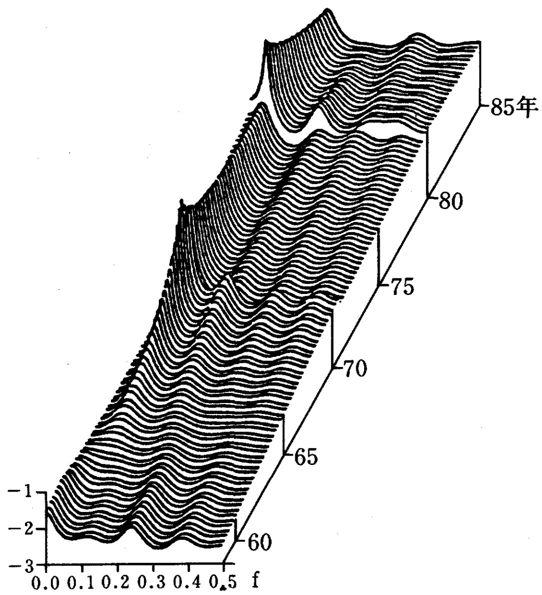
以上のような1980年代入り後の微妙な変化については、この時期が金融革新・自由化等の進展した変革期であること（新金融調節方式の導入（1979年10月）、預金金利の自由化、新金融商品の導入等のほか、マネーサプライの定義の変更も行われた）を考慮すると、注目する必要があるように思われる。[41)]

41) 1970年代で比較的ＡＩＣの小さかった時期として1971Ⅱ及び1979Ⅳが挙げられるが、同時期は米国経済が局面の変化を示したとされる時点とほぼ対応している。そこで、参考までに、1979Ⅳにシフトがあったと仮定したケース及び1971Ⅱと1979Ⅳの２時期にシフトがあったと仮定したケースについて計測を行い、その周期成分の変化を図示さすると下図の通りである。しかし、いずれのケースもＡＩＣはそれほど小さくない（注15参照）。

a. 1979Ⅳにシフト
AIC＝162.7



b. 1971Ⅱ及び1979Ⅳにシフト
AIC＝166.8



付　表　推定した時変自己回帰係数モデルのＡＩＣ

1. 日本のマネーサプライとＧＮＰ

(1) M_2＋ＣＤ前年比変化率（計測期間　1968 I －1984 IV）

(2) 名目ＧＮＰ前年比変化率（計測期間　1966 I －1984 IV）

(3) 実質ＧＮＰ前年比変化率（計測期間　1966 I －1984 IV）

ケース１　構造的シフトなしと仮定

	(1) M_2＋ＣＤ	(2) 名目ＧＮＰ	(3) 実質ＧＮＰ
ケース１	111.0	201.9	167.7

ケース２　構造的シフトあり（１時期）と仮定

(1) M_2＋ＣＤ前年比変化率

1970 I	102.4	1975 I	89.1	1980 I	103.5
II	100.4	II	91.3	II	103.9
III	101.6	III	91.6	III	111.4
IV	95.3	IV	100.3	IV	102.1
1971 I	96.3	1976 I	104.1	1981 I	102.7
II	92.5	II	108.6	II	109.2
III	91.9	III	108.0	III	109.8
IV	89.0	IV	106.3	IV	112.7
1972 I	88.2	1977 I	105.0	1982 I	114.9
II	86.0	II	104.9	II	115.8
III	88.3	III	105.9	III	118.4
IV	84.6	IV	109.5	IV	114.3
1973 I	88.9	1978 I	108.0		
II	84.6	II	105.4		
III	78.9	III	103.9		
IV	86.5	IV	103.9		
1974 I	105.0	1979 I	104.7		
II	99.3	II	106.0		
III	98.9	III	104.8		
IV	93.0	IV	104.0		

(2) 名目ＧＮＰ前年比変化率

1970 I	183.3	1975 I	199.8	1980 I	193.4
II	183.0	II	169.8	II	191.9
III	183.6	III	170.4	III	192.2
IV	184.1	IV	184.3	IV	194.0
1971 I	187.8	1976 I	173.9	1981 I	195.3
II	186.9	II	170.1	II	196.4
III	189.0	III	179.0	III	194.6
IV	185.4	IV	179.1	IV	186.8
1972 I	185.5	1977 I	180.6	1982 I	191.1
II	185.9	II	180.6	II	189.0
III	185.3	III	177.8	III	185.4
IV	187.2	IV	174.9	IV	182.5
1973 I	187.5	1978 I	173.3		
II	188.7	II	177.4		
III	184.4	III	177.4		
IV	184.0	IV	181.5		
1974 I	173.8	1979 I	180.9		
II	178.4	II	183.0		
III	184.6	III	183.8		
IV	199.8	IV	195.9		

(3) 実質ＧＮＰ前年比変化率

1970 I	150.6	1975 I	148.7	1980 I	169.7
II	148.9	II	146.8	II	169.7
III	147.7	III	149.4	III	168.8
IV	147.6	IV	152.3	IV	167.6
1971 I	149.4	1976 I	152.8	1981 I	166.5
II	150.0	II	141.5	II	167.4
III	150.2	III	137.4	III	167.1
IV	148.8	IV	143.3	IV	167.5
1972 I	147.1	1977 I	146.9	1982 I	168.9
II	149.6	II	153.3	II	169.1
III	150.0	III	153.2	III	168.4
IV	150.1	IV	157.5	IV	167.6
1973 I	149.1	1978 I	158.0		
II	146.4	II	160.7		
III	146.1	III	161.7		
IV	142.2	IV	166.1		
1974 I	146.8	1979 I	166.6		
II	155.3	II	168.2		
III	154.5	III	168.9		
IV	143.4	IV	169.0		

ケース３　構造的シフトあり（２時期を特定）と仮定

(1)		(2)		(3)	
1973 III, 1975 I	79.2	1974 I, 1975 II	168.6	1973 IV, 1974 IV	144.5
II	82.1	〃, 1976 II	165.9	〃, 1976 III	133.5
III	81.3	1975 II, 〃 II	163.7	1974 IV, 1976 III	131.3
IV	82.5	〃, 1976 III	160.8		

2. 米国のマネーサプライとGNP

(1) M_2前年比変化率（計測期間　1968 I —1984 IV）

(2) 名目GNP前年比変化率（計測期間　1966 I —1984 IV）

(3) 実質GNP前年比変化率（計測期間　1966 I —1984 IV）

ケース１　構造的シフトなしと仮定

	(1)	(2)	(3)
ケース１	112.6	148.5	131.7

ケース２　構造的シフトあり（１時期）と仮定

(1) M_2前年比変化率

1970 I	108.0	1975 I	121.9	1980 I	124.2
II	102.4	II	120.0	II	127.7
III	100.7	III	121.7	III	133.2
IV'	101.6	IV	128.9	IV	127.9
1971 I	106.1	1976 I	131.8	1981 I	125.9
II	99.5	II	129.5	II	121.5
III	99.4	III	129.6	III	125.0
IV	102.0	IV	123.5	IV	122.4
1972 I	103.9	1977 I	126.4	1982 I	120.7
II	104.2	II	140.3	II	120.2
III	104.0	III	163.2	III	118.3
IV	109.8	IV	240.5	IV	116.5
1973 I	113.5	1978 I	138.0		
II	106.9	II	124.4		
III	103.2	III	127.5		
IV	105.7	IV	128.5		
1974 I	115.4	1979 I	126.2		
II	122.1	II	124.8		
III	127.0	III	122.3		
IV	122.3	IV	124.0		

(2) 名目GNP前年比変化率

1970 I	167.1	1975 I	161.4	1980 I	144.5
II	165.9	II	160.0	II	145.0
III	163.7	III	156.3	III	146.0
IV	163.3	IV	155.0	IV	144.5
1971 I	156.5	1976 I	155.0	1981 I	149.1
II	158.8	II	155.5	II	147.8
III	159.1	III	153.3	III	148.2
IV	162.9	IV	156.9	IV	146.5
1972 I	162.8	1977 I	156.7	1982 I	144.7
II	165.0	II	156.6	II	147.9
III	165.1	III	155.9	III	149.2
IV	165.0	IV	154.9	IV	147.8
1973 I	166.2	1978 I	152.9		
II	161.9	II	152.6		
III	160.0	III	154.7		
IV	157.9	IV	155.0		
1974 I	154.7	1979 I	156.3		
II	164.9	II	152.1		
III	165.1	III	150.5		
IV	163.9	IV	146.5		

(3) 実質GNP前年比変化率

1970 I	136.5	1975 I	136.4	1980 I	135.5
II	133.9	II	134.7	II	136.3
III	133.5	III	128.3	III	133.9
IV	136.2	IV	124.1	IV	129.5
1971 I	134.7	1976 I	122.9	1981 I	122.6
II	135.5	II	130.2	II	117.4
III	137.3	III	126.1	III	115.3
IV	145.4	IV	126.4	IV	116.8
1972 I	146.9	1977 I	128.7	1982 I	118.0
II	146.3	II	134.1	II	123.1
III	144.6	III	133.4	III	123.9
IV	140.7	IV	135.2	IV	127.5
1973 I	142.0	1978 I	133.3		
II	136.5	II	134.4		
III	137.2	III	135.9		
IV	137.2	IV	135.0		
1974 I	137.8	1979 I	136.7		
II	143.0	II	137.7		
III	143.0	III	137.2		
IV	140.7	IV	136.9		

ケース３　構造的シフトあり（２時期を特定）と仮定

(1) M_2前年比変化率

1971 II，1973 III	94.9
〃 III，〃	95.4

(3) 実質GNP前年比変化率

1976 I，1981 I	108.5
II	107.4
III	106.0
IV	105.5

3. 日本のマーシャルのｋ（M_2＋CD/名目取引高）

（計測期間　1967Ⅰ―1985Ⅱ）

ケース１　構造的シフトなしと仮定　124.7

ケース２　構造的シフトあり（１時期）と仮定

1970 Ⅰ	120.7	1975 Ⅰ	130.2	1980 Ⅰ	136.5
Ⅱ	117.0	Ⅱ	111.9	Ⅱ	136.5
Ⅲ	119.9	Ⅲ	112.2	Ⅲ	141.8
Ⅳ	119.9	Ⅳ	119.6	Ⅳ	137.3
1971 Ⅰ	122.8	1976 Ⅰ	118.4	1981 Ⅰ	143.8
Ⅱ	122.2	Ⅱ	122.0	Ⅱ	138.4
Ⅲ	122.5	Ⅲ	119.7	Ⅲ	134.5
Ⅳ	119.4	Ⅳ	120.5	Ⅳ	136.2
1972 Ⅰ	121.6	1977 Ⅰ	120.4	1982 Ⅰ	132.1
Ⅱ	122.9	Ⅱ	122.3	Ⅱ	127.2
Ⅲ	125.1	Ⅲ	122.0	Ⅲ	121.9
Ⅳ	137.7	Ⅳ	124.8	Ⅳ	128.1
1973 Ⅰ	136.3	1978 Ⅰ	127.1		
Ⅱ	127.8	Ⅱ	127.6		
Ⅲ	128.5	Ⅲ	132.2		
Ⅳ	134.8	Ⅳ	130.4		
1974 Ⅰ	137.0	1979 Ⅰ	134.5		
Ⅱ	137.2	Ⅱ	129.1		
Ⅲ	133.1	Ⅲ	127.4		
Ⅳ	127.6	Ⅳ	134.4		

ケース３　構造的シフトあり（２時期を特定）と仮定

1970Ⅱ，1975Ⅱ	112.3
1971Ⅳ，　〃	113.6

4. 日本の実質通貨残高

(1) M_1/GNPデフレータ（計測期間　1965Ⅰ―1984Ⅳ）

(2) M_2＋CD/GNPデフレータ（計測期間　1967Ⅰ―1984Ⅳ）

ケース１　構造的シフトなしと仮定　(1) 217.4　(2) 90.6

ケース２　構造的シフトあり（１時期）と仮定

(1) M_1/GNPデフレータ

1970 Ⅰ	201.2	1975 Ⅰ	194.2	1980 Ⅰ	200.3
Ⅱ	205.4	Ⅱ	193.4	Ⅱ	199.2
Ⅲ	205.5	Ⅲ	191.7	Ⅲ	199.9
Ⅳ	201.8	Ⅳ	198.1	Ⅳ	202.0
1971 Ⅰ	202.4	1976 Ⅰ	200.4	1981 Ⅰ	202.0
Ⅱ	195.8	Ⅱ	202.4	Ⅱ	199.1
Ⅲ	196.0	Ⅲ	201.4	Ⅲ	199.4
Ⅳ	193.0	Ⅳ	202.7	Ⅳ	201.2
1972 Ⅰ	193.2	1977 Ⅰ	201.9	1982 Ⅰ	200.7
Ⅱ	192.0	Ⅱ	203.5	Ⅱ	200.7
Ⅲ	193.3	Ⅲ	202.8	Ⅲ	199.4
Ⅳ	190.7	Ⅳ	205.0	Ⅳ	202.2
1973 Ⅰ	193.2	1978 Ⅰ	203.1		
Ⅱ	193.8	Ⅱ	206.3		
Ⅲ	193.0	Ⅲ	205.5		
Ⅳ	194.1	Ⅳ	204.4		
1974 Ⅰ	194.5	1979 Ⅰ	203.4		
Ⅱ	191.3	Ⅱ	204.3		
Ⅲ	188.9	Ⅲ	203.5		
Ⅳ	193.1	Ⅳ	201.3		

(2) M_2＋CD/GNPデフレータ

1970 Ⅰ	84.0	1975 Ⅰ	79.3	1980 Ⅰ	91.1
Ⅱ	85.0	Ⅱ	77.1	Ⅱ	94.6
Ⅲ	88.0	Ⅲ	74.8	Ⅲ	93.8
Ⅳ	89.9	Ⅳ	85.1	Ⅳ	91.5
1971 Ⅰ	92.8	1976 Ⅰ	87.4	1981 Ⅰ	93.9
Ⅱ	90.1	Ⅱ	91.6	Ⅱ	96.5
Ⅲ	85.9	Ⅲ	90.8	Ⅲ	96.4
Ⅳ	81.1	Ⅳ	89.8	Ⅳ	91.2
1972 Ⅰ	79.0	1977 Ⅰ	89.2	1982 Ⅰ	89.3
Ⅱ	78.4	Ⅱ	88.3	Ⅱ	90.5
Ⅲ	82.2	Ⅲ	89.6	Ⅲ	90.4
Ⅳ	80.8	Ⅳ	90.1	Ⅳ	91.6
1973 Ⅰ	82.5	1978 Ⅰ	92.7		
Ⅱ	79.3	Ⅱ	93.4		
Ⅲ	79.1	Ⅲ	92.6		
Ⅳ	71.0	Ⅳ	90.1		
1974 Ⅰ	78.6	1979 Ⅰ	88.4		
Ⅱ	85.3	Ⅱ	88.3		
Ⅲ	89.0	Ⅲ	89.5		
Ⅳ	84.5	Ⅳ	89.4		

ケース３　構造的シフトあり（２時期を特定）と仮定

(1) M_1/GNPデフレータ

1974Ⅲ，1979Ⅳ	177.9	1974Ⅲ，1981Ⅰ	184.5
1980Ⅰ	176.9	Ⅱ	181.1
Ⅱ	175.0	Ⅲ	181.2
Ⅲ	176.7	Ⅳ	180.7
Ⅳ	183.8		

(2) M_2＋CD/GNPデフレータ

1973Ⅳ，1979Ⅳ	75.4	1973Ⅳ，1981Ⅰ	84.2
1980Ⅰ	74.3	Ⅱ	77.6
Ⅱ	77.7	Ⅲ	86.2
Ⅲ	74.4	Ⅳ	77.8
Ⅳ	83.8		

5. 日本の実質通貨残高（通貨種類別）

	(1) 現金通貨（計測期間 1965Ⅰ―1984Ⅳ）						(2) 預金通貨（計測期間 1965Ⅰ―1984Ⅳ）						(3) 準通貨＋CD（計測期間 1967Ⅰ―1984Ⅳ）					
ケース1 構造的シフトなしと仮定	134.3						186.4						105.5					
ケース2 構造的シフトあり（1時期）と仮定																		
	1970Ⅰ	131.4	1975Ⅰ	121.9	1980Ⅰ	138.6	1970Ⅰ	165.1	1975Ⅰ	166.0	1980Ⅰ	186.3	1970Ⅰ	100.4	1975Ⅰ	106.6	1980Ⅰ	99.9
	Ⅱ	131.7	Ⅱ	120.6	Ⅱ	133.0	Ⅱ	176.8	Ⅱ	168.6	Ⅱ	183.2	Ⅱ	102.3	Ⅱ	96.3	Ⅱ	105.0
	Ⅲ	132.2	Ⅲ	119.8	Ⅲ	131.0	Ⅲ	215.2	Ⅲ	168.4	Ⅲ	183.5	Ⅲ	102.9	Ⅲ	95.4	Ⅲ	103.6
	Ⅳ	131.2	Ⅳ	126.9	Ⅳ	134.3	Ⅳ	170.6	Ⅳ	172.8	Ⅳ	187.7	Ⅳ	102.1	Ⅳ	75.6	Ⅳ	98.1
	1971Ⅰ	132.3	1976Ⅰ	128.9	1981Ⅰ	133.4	1971Ⅰ	171.5	1976Ⅰ	177.0	1981Ⅰ	185.2	1971Ⅰ	98.1	1976Ⅰ	79.4	1981Ⅰ	95.7
	Ⅱ	131.8	Ⅱ	129.6	Ⅱ	131.1	Ⅱ	171.2	Ⅱ	181.1	Ⅱ	179.2	Ⅱ	94.9	Ⅱ	75.4	Ⅱ	100.1
	Ⅲ	132.9	Ⅲ	126.8	Ⅲ	129.8	Ⅲ	169.1	Ⅲ	179.5	Ⅲ	198.4	Ⅲ	94.4	Ⅲ	75.7	Ⅲ	101.9
	Ⅳ	132.2	Ⅳ	130.2	Ⅳ	130.6	Ⅳ	164.8	Ⅳ	180.5	Ⅳ	177.3	Ⅳ	89.6	Ⅳ	77.0	Ⅳ	102.0
	1972Ⅰ	133.9	1977Ⅰ	129.5	1982Ⅰ	130.2	1972Ⅰ	164.3	1977Ⅰ	179.0	1982Ⅰ	181.0	1972Ⅰ	90.3	1977Ⅰ	80.1	1982Ⅰ	101.3
	Ⅱ	129.0	Ⅱ	132.1	Ⅱ	133.4	Ⅱ	165.3	Ⅱ	182.3	Ⅱ	184.4	Ⅱ	95.5	Ⅱ	82.6	Ⅱ	104.5
	Ⅲ	129.0	Ⅲ	133.4	Ⅲ	134.1	Ⅲ	166.8	Ⅲ	183.0	Ⅲ	183.5	Ⅲ	93.9	Ⅲ	89.3	Ⅲ	103.7
	Ⅳ	133.8	Ⅳ	136.7	Ⅳ	135.9	Ⅳ	172.1	Ⅳ	184.0	Ⅳ	186.2	Ⅳ	98.5	Ⅳ	87.3	Ⅳ	103.6
	1973Ⅰ	138.5	1978Ⅰ	137.7			1973Ⅰ	174.4	1978Ⅰ	185.1			1973Ⅰ	97.5	1978Ⅰ	87.5		
	Ⅱ	132.0	Ⅱ	137.4			Ⅱ	171.5	Ⅱ	187.8			Ⅱ	95.4	Ⅱ	89.2		
	Ⅲ	128.8	Ⅲ	135.4			Ⅲ	169.5	Ⅲ	186.1			Ⅲ	95.7	Ⅲ	90.6		
	Ⅳ	126.5	Ⅳ	134.1			Ⅳ	165.8	Ⅳ	186.4			Ⅳ	96.0	Ⅳ	94.4		
	1974Ⅰ	127.8	1979Ⅰ	135.5			1974Ⅰ	172.3	1979Ⅰ	186.9			1974Ⅰ	96.1	1979Ⅰ	96.1		
	Ⅱ	130.8	Ⅱ	137.0			Ⅱ	167.4	Ⅱ	189.7			Ⅱ	92.3	Ⅱ	98.6		
	Ⅲ	126.4	Ⅲ	139.0			Ⅲ	166.6	Ⅲ	188.9			Ⅲ	100.3	Ⅲ	101.8		
	Ⅳ	128.3	Ⅳ	137.9			Ⅳ	169.7	Ⅳ	187.1			Ⅳ	103.4	Ⅳ	97.2		
ケース3 構造的シフトあり（2時期を特定）と仮定																		
	1973Ⅲ，1980Ⅰ	134.5	1975Ⅲ，1980Ⅰ	123.4			1973Ⅳ，1980Ⅰ	168.9					1974Ⅱ，1980Ⅰ	111.4	1976Ⅱ，1980Ⅰ	87.6		
	Ⅱ	129.5	Ⅱ	115.2			Ⅱ	163.7					Ⅱ	103.6	Ⅱ	84.0		
	Ⅲ	122.6	Ⅲ	108.3			Ⅲ	163.7					Ⅲ	102.0	Ⅲ	82.4		
	Ⅳ	136.4	Ⅳ	120.7			Ⅳ	170.5					Ⅳ	96.3	Ⅳ	76.5		
													1981Ⅰ	95.0	1981Ⅰ	73.6		

6. 米国の実質通貨残高

(1) M_1/GNPデフレータ (計測期間 1959 I —1985 I)

(2) M_2/GNPデフレータ (計測期間 1959 I —1985 I)

ケース1 構造的シフトなしと仮定

	(1) M_1/GNPデフレータ	(2) M_2/GNPデフレータ
ケース1	164.0	259.8

ケース2 構造的シフトあり（1時期）と仮定

(1)						(2)					
1970 I	171.5	1975 I	178.1	1980 I	168.4	1970 I	257.2	1975 I	261.6	1980 I	260.1
II	174.0	II	177.5	II	169.3	II	260.5	II	262.7	II	259.3
III	173.6	III	179.8	III	172.7	III	261.1	III	263.0	III	260.2
IV	177.0	IV	180.3	IV	165.8	IV	259.5	IV	252.5	IV	260.5
1971 I	172.3	1976 I	177.3	1981 I	166.2	1971 I	258.0	1976 I	255.9	1981 I	259.7
II	166.2	II	176.2	II	168.3	II	255.5	II	252.2	II	260.3
III	167.8	III	174.7	III	192.1	III	256.2	III	252.6	III	259.8
IV	174.5	IV	177.1	IV	167.6	IV	257.1	IV	255.7	IV	258.9
1972 I	184.1	1977 I	178.2	1982 I	164.8	1972 I	257.0	1977 I	255.4	1982 I	257.6
II	179.4	II	177.7	II	162.7	II	259.7	II	258.8	II	256.5
III	182.7	III	178.0	III	160.9	III	259.8	III	257.8	III	255.8
IV	184.5	IV	178.8	IV	154.4	IV	260.5	IV	257.5	IV	255.9
1973 I	186.3	1978 I	178.3			1973 I	260.3	1978 I	256.4		
II	183.2	II	177.8			II	260.0	II	257.8		
III	179.0	III	174.5			III	259.4	III	257.1		
IV	177.7	IV	173.0			IV	256.2	IV	257.9		
1974 I	177.7	1979 I	170.1			1974 I	256.4	1979 I	256.3		
II	181.9	II	168.4			II	257.8	II	259.8		
III	180.2	III	168.1			III	259.2	III	260.0		
IV	177.8	IV	162.7			IV	260.8	IV	329.3		

ケース3 構造的シフトあり（2時期を特定）と仮定

(1)				(2)			
1971 II, 1979 IV	166.8	1979 III, 1982 IV	165.2	1973 IV, 1979 IV	254.5	1973 IV, 1981 I	256.7
III, 1980 I	170.0	IV, 〃	161.4	1980 I	253.9	II	256.5

ケース4 構造的シフトあり（3時期を特定）と仮定

1971 II, 1979 IV, 1982 IV 166.4

補論１　時変自己回帰係数モデル

(1) 状態空間表現

N個の標本に基く時点nのトレンドを$t(n \mid N)$とするとき、原系列$y(n)$からトレンドを除去した時点nの系列

$$z(n) = y(n) - t(n \mid N) \quad (n=1,\cdots,N) \qquad \text{(A-1)}$$

の共分散構造に非定常性を仮定する。このとき、$z(n)$についての時変自己回帰係数モデルを

$$z(n) = \sum_{i=1}^{m} a(i,n)z(n-i) + \varepsilon(n) \qquad \text{(A-2)}$$

で表わす。$a(i,n)$は時間とともに変化する係数、mは次数、$\varepsilon(n)$は平均ゼロ、分散σ^2のホワイトノイズである。ここで、係数$a(i,n)$は時間とともに滑らかに推移すると考え、これをk次の確率定差方程式

$$\nabla^k a(i,n) = \delta(i,n) \qquad \text{(A-3)}$$

で表わす。∇は階差オペレーターで$\nabla a(i,n) = a(i,n) - a(i,n-1)$、$\delta(i,n)$は平均ゼロ、分散$\tau^2$のホワイトノイズで、

$$E\,\delta(i,n) = 0$$
$$E\,\delta(i,n)\cdot\delta(j,m) = \begin{cases} \tau^2、n=m,\ i=j \text{ のとき} \\ 0\ 、\text{上記以外のとき} \end{cases} \qquad \text{(A-4)}$$

である。上式でEは期待値を表わす。(A-3)式及び（A-4）式は、係数が時間とともに確率的に変化すること、及びその動きはパラメターτ^2に依存することを示している。(例えば本文(8)及び(9)式参照)。

時変自己回帰係数$a(i,n)$を推定するために、先ず係数を要素とした状態ベクトルを

$$x(n) = [a(1,n),\cdots,\ a(m,n),\cdots,\ a(1,n-k+1),\cdots,a(m,n-k+1)]' \qquad \text{(A-5)}$$

と定義すると、時変自己回帰係数に関する定義(A-3)式により、状態方程式

$$x(n) = F\,x(n-1) + G\,u(n) \qquad \text{(A-6)}$$

を導くことができる。但し、(　)'はベクトルの転置を表わす。(A-6)式でF，Gは係数行列で、例えば$k=1\sim3$に対して、

$$k=1: F=(I_m), \qquad G=(I_m)$$
$$k=2: F=\begin{bmatrix} 2I_m & -I_m \\ I_m & 0 \end{bmatrix}, \qquad G=\begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$k=3: F=\begin{bmatrix} 3I_m & -3I_m & I_m \\ I_m & 0 & 0 \\ 0 & I_m & 0 \end{bmatrix}, \quad G=\begin{bmatrix} I_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(A-7)}$$

である。但し、I_mは$(m\times m)$の単位行列、Oは$(m\times m)$のゼロ行列を表わす。また、$u(n)$は、時変自己回帰係数の確率定差方程式（A-3）式における確率項$\delta(i,n)$を要素とするベクトルで、平均ゼロ、分散Σ（Σはτ^2を対角要素とする行列）で独立かつ無相関の正規確率項（以下「$u(n)\sim N(o,\Sigma)$ i.i.d.」のように表わす）である。これによって時間変化に伴う係数の滑らかさを考慮するためのkの値に応じて、時点nから時点n-k+1までの$(m\times k)$個の時変自己回帰係数が状態方程式で表現できたことになる。

以上から、時変自己回帰係数モデル（A-2）式は状態空間表現

$$x(n) = F\,x(n-1) + G\,u(n)$$
$$z(n) = H(n)\,x(n) + \varepsilon(n) \qquad \text{(A-8)}$$

で表わされる。ここで

$$u(n) = (\delta(1,n),\cdots,\delta(m,n)), \qquad \text{(A-9)}$$
$$H(n) = (z(n-1),\cdots,z(n-m),o,\cdots,o) \qquad \text{(A-10)}$$

また、

$$u(n) \sim N(0, \Sigma),\ \varepsilon(n) \sim N(0, \sigma^2)$$
$$\Sigma = \begin{bmatrix} \tau^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tau^2 \end{bmatrix} \quad \text{(A-11)}$$

で、u (n)，ε (n)ともにi.i.d.である。このとき、(A-8) 式の内容は一般的に本文(12)式のようになる。例えば、k＝2のとき (A-8) 式は

$$\begin{bmatrix} a(1,n) \\ \vdots \\ a(m,n) \\ \hdashline a(1,n-1) \\ \vdots \\ a(m,n-1) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:ccc} 2 & & & -1 & & \\ & \ddots & & & \ddots & \\ & & 2 & & & -1 \\ \hdashline 1 & & & & & \\ & \ddots & & & 0 & \\ & & 1 & & & \end{array}\right] \begin{bmatrix} a(1,n-1) \\ \vdots \\ a(m,n-1) \\ \hdashline a(1,n-2) \\ \vdots \\ a(m,n-2) \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{ccc} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \\ \hdashline & & \\ & 0 & \\ & & \end{array}\right] \begin{bmatrix} \delta(1,n) \\ \vdots \\ \delta(m,n) \end{bmatrix}$$

$$Z(n) = [Z(n-1), \cdots, Z(n-m), 0, \cdots, 0] \begin{bmatrix} a(1,n) \\ \vdots \\ a(m,n) \\ \hdashline a(1,n-1) \\ \vdots \\ a(m,n-1) \end{bmatrix} + \varepsilon(n) \quad \text{(A-12)}$$

(A-12)式のようになる。但し、

$$\begin{bmatrix} \delta(1,n) \\ \vdots \\ \delta(m,n) \\ \cdots\cdots \\ \varepsilon(n) \end{bmatrix} \sim N\left[\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}, \left(\begin{array}{ccc:c} \tau^2 & & & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & \tau^2 & 0 \\ \hdashline 0 & \cdots & 0 & \sigma^2 \end{array}\right)\right] \quad \text{(A-13)}$$

以上は、自己回帰係数の時間的推移に関する (A-3) 式を事前情報として表わしたモデルである。

2．時変自己回帰係数の推定

状態空間表現(A-8)式と系列 z (1),⋯, z (N) から、初期値 x (o｜o) 及び V (o｜o) を与えて1期先予測 x (n｜n-1) 及びその推定誤差の共分散行列 V (n｜n-1) を Kalman フィルターで計算する。すなわち、

$$x(n \mid n-1) = Fx(n-1 \mid n-1)$$
$$V(n \mid n-1) = FV(n-1 \mid n-1)F' + GQ(n)G' \quad \text{(A-14)}$$

ここで、F，G は (A-8) 式の係数行列、また Q (n) は (A-11) 及び (A-13) 式から

$$\begin{bmatrix} u(n) \\ \varepsilon(n) \end{bmatrix} \sim N\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q & \\ & \sigma^2 \end{pmatrix}\right], \ Q = \begin{bmatrix} \tau^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \tau^2 \end{bmatrix} \quad \text{(A-15)}$$

とおいたものである。(A-14) 式の計算のための初期値としては x (o｜o) はゼロ、V (o｜o) は十分大きい値を対角要素に持つ対角行列を用い

る。(A-14) 式から状態ベクトルのフィルター値$x(n \mid n)$及びその誤差の共分散行列$V(n \mid n)$が計算される。すなわち、

$$
\begin{aligned}
K(n) &= V(n \mid n-1)\, H(n)' \\
&\quad \cdot [H(n) V(n \mid n-1) H(n)' + \sigma^2]^{-1} \\
x(n \mid n) &= x(n \mid n-1) + K(n) \\
&\quad \cdot [z(n) - H(n) x(n \mid n-1)] \\
V(n \mid n) &= [I - K(n) H(n)]\; V(n \mid n-1).
\end{aligned}
\tag{A-16}
$$

上式で$H(n)$は(A-8)式の係数行列、$K(n)$はカルマンフィルターである。(A-14) 及び (A-16) 式から、スムージング

$$
\begin{aligned}
A(n) &= V(n \mid n)\, F'\, V(n+1 \mid n)^{-1} \\
x(n \mid N) &= x(n \mid n) + A(n) \\
&\quad \cdot [x(n+1 \mid N) - x(n+1 \mid n)] \\
V(n \mid N) &= V(n \mid n) + A(n) \\
&\quad \cdot [V(n+1 \mid N) - V(n+1 \mid n)] A(n)'
\end{aligned}
\tag{A-17}
$$

が行われる。

系列$z(1), \cdots, z(n-1)$を与えたときの$z(n)$の条件付確率分布が

$$
f(z(n) \mid z(1), \cdots, z(n-1)) = (2\pi r(n))^{-\frac{1}{2}} \cdot \exp\left[\frac{-v(n)^2}{2r(n)}\right] \tag{A-18}
$$

で与えられる。一方$z(1), \cdots, z(n)$の同時確率密度関数は

$$
f(z(1), \cdots, z(n)) = \prod_{n=1}^{N} f(z(n) \mid z(1), \cdots, z(n-1)) \tag{A-19}
$$

と表現できる。これより次数m, kを与えたときの対数尤度

$$
\log L(\mu^2 \mid m, k) = -\frac{N}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\log r(n) - \sum_{n=1}^{N}\frac{v(n)^2}{2r(n)} \tag{A-20}
$$

が得られる。(A-18) 式及び (A-20) 式の$v(n)$, $r(n)$は、それぞれn-1時点までの値に基づく予測誤差、及び予測誤差の分散を表わしており、状態空間表現(A-8)式の係数行列を用いてカルマンフィルターによる推定値により次式で計算される。すなわち、

$$
\begin{aligned}
v(n) &= z(n) - H(n)\, x(n \mid n-1) \\
r(n) &= H(n)\, V(n \mid n-1)\, H'(n) + \sigma^2
\end{aligned}
\tag{A-21}
$$

(A-20)式のμ^2は、m, kを与えたときのトレードオフパラメター$\mu^2 = \tau^2/\sigma^2$であり、係数の時間変化の滑らかさを制約する分散と系列$z(n)$の残差の分散の比を表わす。これは滑らかさとデータへの当てはまりの良さとの関係を表わし、モデルの相対的な良さについての評価の規準として用いる。

構造的なシフトが生じたと考えられる時点に対しては、(A-3) 式に示した係数が滑らかに変化すると仮定した場合の確率項の制約を外している。例えば$k=1$の場合

$$
a(i,n) = a(i,n-1) + \delta(i,n)
$$

において、$a(i,n)$は1時点前の確率項にも依存しているが($a(i,n-1) = a(i,n-2) + \delta(i,n-1)$であるため)、推測に当たってはこの制約を外す。

補論2　分散と周期成分の時間的変化

1. 分散の時間的変化

共分散構造の統計的特性が時間とともに変化する様子を捉えるために、補論1で述べた時変自己回帰係数モデルが用いられる。この場合、現実のデータの著しく大きい変動により係数が不安定になることを避けるため、envelope 関数によって規準化した系列を用いることが考えら

れる。ここで時変分散$\sigma^2(n)$については次のように考える。

未知の時変分散$\sigma^2(n)$を持つホワイトノイズの実現値$S(n)$ $(n=1,\cdots,N)$ $(S(n)\sim N(o,\sigma^2(n)))$について確率過程

$$\chi^2(m)=\frac{S^2(2m-1)+S^2(2m)}{2},\left(m=1,\cdots,\frac{N}{2}\right) \tag{A-22}$$

を定義すると、(A-22) 式は自由度2のχ^2確率変数の系列を表わすと考えられる。このとき、同式の対数値に定数γを加えた

$$t(m)=\ln\chi^2(m)+\gamma,\left(m=1,\cdots,\frac{N}{2}\right) \tag{A-23}$$

は、$E[t(m)]=\ln\sigma^2(m)$, $\mathrm{var}[t(m)]=\Pi^2/6$ というモーメントを持ち、近似的に正規分布をすると考えられることから、系列$t(m)$によって時変分散σ^2を推定する[42] ((A-23)式のγはEuler定数0.57721)。$t(m)$の時間変化は滑らかであると仮定して、これをk次の確率定差方程式

$$\nabla^k t(m)=w(m) \tag{A-24}$$

で表わす。∇はシフトオペレーター$\nabla t(m)=t(m)-t(m\text{-}1)$で、$w(m)\sim N(o,\tau^2)$ i.i.d である。(A-24) 式は状態空間モデル

$$\begin{aligned} x(m)&=F\,x(m\text{-}1)+G\,w(m)\\ t(m)&=H\,x(m)+\varepsilon(m) \end{aligned} \tag{A-25}$$

で表現できる。但し、

$$\begin{bmatrix} w(m)\\ \varepsilon(m)\end{bmatrix}\sim N\left[\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\tau^2 & \\ & \sigma^2\end{pmatrix}\right]. \tag{A-26}$$

状態空間表現 (A-25) 式に基づき Kalman の方法により、N個の値による時点nの平滑値$t(n|N)$を得たところで時変分散を推定する。例えば、(A-25) 式において$k=2$のとき、状態ベクトル及び係数行列をそれぞれ

$$x(m)=\begin{bmatrix} t(m)\\ t(m-1)\end{bmatrix}, \tag{A-27}$$

$$F=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix},\ G=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix},\ H=(1\quad 0) \tag{A-28}$$

とおくと、時変分散の平滑値は$t(n|N)$が対数値であることから

$$\begin{aligned}\sigma^2(2m|N)&=\sigma^2(2m\text{-}1|N)\\ &=\exp[t(m|N)]\end{aligned} \tag{A-29}$$

によって求めることができる。

本文で用いた記号に従って表わせば、(7)式における系列$z(n)$については

$$y^2(m)=\ln\left[\frac{z^2(2m-1)+z^2(2m)}{2}\right]\quad\left(m=1,\cdots,\frac{N}{2}\right) \tag{A-30}$$

によって平滑値$\hat{y}^2(m|N)$が計算され、時変分散

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2(2m-1|N)&=\sigma^2(2m|N)\\ &=\exp[e^2(m|N)+\gamma],\\ &\left(m=1,\cdots,\frac{N}{2}\right)\end{aligned} \tag{A-31}$$

が推定される。但し、

$$e^2(m)=\ln\left[\frac{v^2(2m-1)}{r(2m-1)}+\frac{v^2(2m)}{r(2m)}\right],$$

42) χ^2分布への近似に関してはWilson-Filferty近似が知られている(同近似については例えば、竹内 (1975))。Kitagwa-Gerschの方法では確率項に正規分布を仮定しているKalmanの方法を用いていることから、より実用的な (A-22)及び (A-23) 式による変換を行っている。

$$\left(m=1,\cdots,\frac{N}{2}\right) \qquad \text{(A-32)}$$

で、v (m)、r (m)は、それぞれ (A-21) 式から得られる。

2. 周期成分の時間的変化

不規則に変動する系列がどのような周期成分から構成されているかを周波数領域で捉えようとするパワースペクトルは、通常、定常過程において定義される。統計的性質が時間的変化する非定常過程に対する非定常スペクトルについては、いく通りかの方法が提案されているが、それらについてはそれぞれにおける非定常スペクトルの定義の意味を検討しておくことが必要であるほか、非定常スペクトルの推定法自体に関する検討も必要とされる。[43]

本論文で用いた Kitagawa-Gersch の方法は、各時点の共分散が推定されることを利用して周期成分の時間的変化をみようとするものである。この方法では定常過程

$$z(n)=\sum_{i=1}^{m}a(i)z(n-i)+\varepsilon(n) \qquad \text{(A-33)}$$

のパワースペクトルが

$$p(f)=\frac{\hat{\sigma}^2}{\left|1-\sum_{j=1}^{m}\hat{a}(j)\cdot\exp(-2\pi ijf)\right|^2}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\leqq f\leqq\frac{1}{2}\right) \qquad \text{(A-34)}$$

で表現されることを応用するが、実際の推定に当たっては自己回帰係数 a (j) (j=1,…,m) は時変自己回帰係数 a (j,n) (j = 1, … ,m,n = 1, …,N)、また、分散σ^2は時変分散σ^2(n) (n= 1,…,N)のそれぞれ最尤推定値で置き換えた

$$p(f,n)=\frac{\hat{\sigma}^2(n)}{\left|1-\sum_{j=1}^{m}\hat{a}(j,n)\cdot\exp(-2\pi ijf)\right|^2}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\leqq f\leqq\frac{1}{2},\ n=1,\cdots,N\right)$$

$$\text{(A-35)}$$

という関係を利用する。ここで、時変自己回帰係数 a (j,n) は

$$\begin{bmatrix}\hat{a}(1,n)\\ \vdots\\ \hat{a}(m,n)\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{ccc|c}1 & & & \\ & \ddots & & 0\\ & & 1 & \end{array}\right]\cdot\ \hat{x}(n|N) \qquad \text{(A-36)}$$

によって得られる。但し、x(n | N)はz(1),…, z (N)を与えたときの状態ベクトルの平滑値((A-17)式) である。

上記の方法は、従来のスペクトル推定法はデータ数が十分に多い場合を対象にしていたのに対して、事前情報を利用することによって、データ数の少ない場合にも信頼性のより高い周期成分の強さを推定しようとしていることが特徴である。[44]

補論3　局所定常自己回帰モデル

時系列全体としては非定常であっても、時間軸を適当に分割すれば分割区間では局所的に定常性が成立すると仮定するとき、その分割区間それぞれに定常自己回帰モデルを適用するのが局所定常自己回帰モデルである。

いま、時系列を二つの区間に分割した場合を考える。各区間を区間1及び区間2とし、それぞれの標本数をN個及びM個とする。このとき、

---

43) 非定常スペクトルのうち、周波数領域からの接近では Page (1952)、日野 (1977) の瞬間スペクトル、Bendat-Piersol (1966) の一般スペクトル、Priestly (1965、1967) の発展スペクトル、Mark (1970) の物理スペクトル等が主なものとして挙げられている (田村 (1984)、日野 (1977))。

44) Kitagawa-Gersch (1985 b) 参照。

各区間に当てはめた自己回帰モデルをそれぞれＡＲ₁、ＡＲ₂とすれば、

$$AR_1: x(n)=\sum_{i=1}^{p_1} a_1(i)x(n-i)+\varepsilon_1(n),$$
$$(n=1,\cdots,N) \qquad (A\text{-}37)$$

$$AR_2: x(n)=\sum_{i=1}^{p_2} a_2(i)x(n-i)+\varepsilon_2(n),$$
$$(n=1,\cdots,M) \qquad (A\text{-}38)$$

ここで、$\varepsilon_1(n)$及び$\varepsilon_2(n)$はそれぞれ共分散S_1, S_2を持つホワイトノイズ、また、P_1, P_2は自己回帰次数を表わす。

一方、Ｎ＋Ｍ個の標本数を持つ分割しない系列に対しても、定常性を仮定して自己回帰モデル

$$AR_0: x(n)=\sum_{i=1}^{p_0} a_0(i)x(n-i)+\varepsilon_0(n),$$
$$(n=1,\cdots,N+M) \qquad (A\text{-}39)$$

を適用する。ここで、$\varepsilon_0(n)$は共分散S_0を持つホワイトノイズ、P_0は自己回帰次数である。

このときモデルの良さを、(A-37) 及び (A-38) 式については

$$AIC=N\log|S_1|+M\log|S_2| +2(P_1+P_2+2) \qquad (A\text{-}40)$$

により、また (A-39) 式については

$$AIC_0=(N+M)\log|S_0|+2(P_0+1) \qquad (A\text{-}41)$$

により評価する。ＡＩＣを最小にするモデルを選択するという立場に立てば、$AIC < AIC_0$のときはＡＲ₁及びＡＲ₂、逆に$AIC > AIC_0$のときはＡＲ₀のモデルを選択することになる。[45]

実際には分割の全ての可能性の中からＡＩＣを最小とする分割の仕方を求めるのは困難であるため、事前情報を利用してモデルを選択するベイズ型局所定常自己回帰モデルが提案されている。

以上

45) Kitagawa-Akaike (1978) 参照。

【参考文献】

石田和彦、「Divisia Monetary Aggregates について」、『金融研究』 第3巻 第1号、1984年4月

大久保隆、「マネーサプライと金融政策」、東洋経済新報社、1981年

折谷吉治、「マネーサプライと物価・実質 GNP との関係」金融研究資料、日本銀行金融研究所、第7号、1983年

北川源四郎、赤地弘次、大津皓平、「局所定常自己回帰モデルによる適応制御系の実現」、『統計数理研究所彙報』第27巻第1号、1980年

木下信行、「金融革新とマネーサプライ」『経済セミナー』、日本評論社、1986年1月

鈴木淑夫、「日本金融経済論」、東洋経済新報社、1983年

———、「日本における金融革新と金融政策」、『金融研究』 第3巻 第3号、1984年10月

———、「日本経済のマクロパフォーマンスと金融政策」、『金融研究』 第4巻 第3号、1985年8月

政策構想フォーラム編、「論争ー経済政策は有効か」、東洋経済新報社、1984年

竹内啓、「確率分布の近似」、教育出版、1975年

田村義保、「非定常スペクトル解析について」、『統計数理研究所彙報』 第32巻 第1号、1984年

筒井義郎・畠中道雄、「日米両国における貨幣需要関数の安定性について」、『現代経済』、1982年

浪花貞夫、「経済時系列におけるトレンドの推定ーベイズ的接近」、『金融研究』 第4巻 第4号、1985年12月

並木信義、「新段階の日本経済」、筑摩書房、1985年

日本銀行調査局、「日本におけるマネーサプライの重要性について」、『調査月報』、1975年7月

———、「マーシャルのkのすう勢的上昇について」、『調査月報』、1977年11月

日本銀行調査統計局、「米国の預金金利自由化と金融政策」、『調査月報』、1983年8月

———、「最近のマネーサプライの動向について」、『調査月報』、1983年1月及び1984年11月

日野幹雄、「スペクトル解析」、朝倉書房、1977年

古川顕、「現代日本の金融分析」、東洋経済新報社、1985年

森棟公夫、「経済モデルの推定と検定」、共立出版、1985年

四方浩、「成功を収めた日本の“マネタリズム”」、『東洋経済』、近代経済学シリーズ72、1985年5月

Akaike, Hirotsugu, “A New Look at the Statistical Model Identification,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol AC-10, 1974.

———, “A Bayesian Extension of the Minimum AIC Procedure of Autoregressive Model Fitting,” *Biometrika*, 1979.

Bar-Shalom, Y., “Optimal Simultaneous State Estimation and Parameter Identification in Linear Discrete-Time Systems,” *IEEE Trans. Automat. Contr.* AC-17, 1972.

Bendat, J.S. and Piersol, A.G., *Measurement and Analysis of Random Data,* John Wiley, 1966.

Bomhoff, Eduard J., *Monetary Uncertainty,* North-Holland, 1983.

Cargill, Thomas F., “A U.S. Perspective on Japanese Financial Liberalization,” *Bank of Japan Monetary and Economic Studies,* Vol. 3 No. 1, May 1985.（邦訳『金融研究』第4巻第1号、(1985年3月)）

Cooley, T.F. and Prescott, E.C., “Estimation in the Presence of Stochastic Parameter Variation,” *Econometrica* 44, 1976.

Chow, G.C., “Test of Equality between Sets of Coefficients in Two Linear Regression”, *Econometrica,* Vol. 28, July, 1960.

Doan, T., Litterman, Robert B., and Sims, Christopher, “Forecasting and Conditional Projection Using Realistic Prior Distribution,” *Paper presented at Econometrics and Statistics Colloquium,* University of Minnesota, 1984.

Duncan, D.B. and Horn, S.D., “Linear Dynamic Regression Estimation from the Viewpoint of Regression Analysis,” *JASA* Vol. 67, 1972.

Friedman, Milton, “Monetarism in Rhetoric and in Practice,” *Bank of Japan Monetary and Economic Studies,* Vol. 1 No. 2, October 1983.（邦訳『金融研究』第2巻第3号、1983年11月）

———, “The Feds' Monetarism was Never Anything but Rhetoric,” *Wall Street Journal,* 1985. 12. 18.

Goldfold, S.M., “The Case of the Missing Money,” *Brookings Papers on Economic Activity,* 1976.

Hamada, Koichi and Hayashi, Fumio, "Monetary Policy in Postwar Japan," *Bank of Japan 1st International Conference Papers,* 1983.

Hannan, E.J., *Time Series Analysis,* Methuen, 1960.（邦訳「時系列解析」細谷雄三訳、培風館、1974）

Harrison, P.T. and Stevens, C.F., "Baysian Forecasting," *Journal of the Royal Statistical Society,* Ser. B, 38, 1976.

Hatanaka, M., "An Efficient Two-Step Estimator For the Dynamic Adjustment Model with Antoregressive Errors," *Journal of Econometrics,* Vol. 2, 1974.

Havenner, A. and P.A.V.B, Swamy, "A Random Coefficient approach to Seasonal Adjustment of Economic Time Series," *FRB Special Studies Paper,* 124, 1978.

Hurwicz, L., "Variable Parameters in Stochastic Processes: Trend and Seasonality," in T.C. Koopmans edited, *Statistical Inference in Dynamic Economic Models,* John Wiley, 1950.

Judge, G.G., Griffiths, W.E., Hill, R.C. and Lee, T.C., *Theory and Practice of Econometrics,* John Wiley, 1980.

Kalman, R.E., "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," *ASME. J. Basic Eng.,* 82, 1960.

Kitagawa, Genshiro, "Changing Spectrum Estimation," *Journal of Sound and Vibration*, 1983.

————, "Non-Gaussian State Space Modeling of Nonstationary Time Series," *JASA*, forthcoming.

Kitagawa, Genshiro and Akaike, Hirotsugu, "A Procedure for the Modeling of Non-stationary Time Series," *Annal*, Institute of Statistical Mathematics, 1978.

————, *On TIMSAC-78, Applied Time Series Analysis II,* D. Findley edited, Academic Press, 1981.

Kitagawa, Genshiro and Gersch, Will, "A Smoothness Priors–State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality," *JASA*, Vol. 79, 1984.

————, "A Smoothness Priors Time Varying AR Coefficient Modeling of Nonstationary Covariance Time Series," *IEEE Trans. Automat, Contr.*, Vol. AC-30, January, 1985a.

————, "A Smoothness Priors-Long AR Model Method for Spectral Estimation," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1985b.

Komura, Chikara, "The Demand for Money Reconsidered, The case of Japan," *Keizaigakubu Ronshu*, Seikei University, 1985.

Litterman, Robert B., and Weiss, Lawrence, "Money, Real Interest Rates, and Output: A Reinterpretation of Postwar U.S. Data," *Econometrica,* 53, 1985.

Los, C.A., *Regression Analysis and Diagnosis by an Evolutionary Parameter Estimator,* FRB of New York, 1985.

————, and Kell, C.M., "Monte Carlo Studies of Econometric Estimators of Evolutionary Parameter Structures," *FRB of New York Research Paper* No.8502, March 1985.

Marschak, J., "Statistical Inference in Economics; An Introduction," in T.C. Koopmans edited, *Statistical Inference on Dynamic Economic Models,* John Wiley, 1950.

Mark, W.D., "Spectral Analysis of Convolution and Filtering of Non-Stationary Stochastic Process," *Journal of Sound and Vibration,* 1970.

Meltzer, Allan H., "Variability of Prices, Output and Money Under Fixed and Fluctuating Exchange Rates," *Bank of Japan Monetary and Economic Studies,* Vol. 3 No. 3, December 1985.（邦訳『金融研究』第５巻第２号、1986年４月）

————, "Limits of Short-Run Stabilization Policy," *Presidential Address to the Western Economic Association*, 1986.

Page, C.H., "Instantaneous Power Spectra," *Journal of Applied Physics,* 1952.

Roley, V.V., "Money Demand Predictability," *NBER Working Paper,* No.1580, March 1985.

Rose, A., "An Alternative Approach to the American Demand for Money," *Journal of Money Credit and Banking,* 1985.

Rosenberg, B., "The Estimation of Stationary Stochastic Regression Parameters Reexamined," *JASA* 67, September, 1972.

————, "The Analysis of a Cross Section of Time Series by Stochastically Convergent Parameter Regression," *Annals of Economic and Social Measurement,* 2, October., 1973.

Sarris, A.H., "A Bayesian Approach to Estimation of Time Varying Regression Coefficients," *Annals of Economic and Social Measurement,* 2, Oct., 1973.

Stulz, R.M. and Wasserfallen, W., "Macroeconomic Time-Series, Business Cycles and Macroeconomic Policies," *Carne-gie-Rochester Conference Series on Public Policy,* 22 Spring 1984.

Swamy, P.A.V.B. and Tinsley, P.A., "Linear Prediction and Estimation Methods for Regression Models with Station-ary Stochastic Coefficients," *Journal of Econometrics,* 12, 1980.

Wald, A., "A Note on Regression Analysis," *Annals of Mathematical Studies,* 18, 1947.

Watson, M.W., "Univariate Detrending Method with Stochastic Trends," *Discussion Paper* No.1158, Harvard University, 1985.

West, M., Harrison, P.J., and Migon, M.S., Dynamic Generalized Linear Models and Bayesian Forecasting, *JASA,* 80, 1985.