

# HANK 研究の潮流： 金融政策の波及メカニズムにおける 経済主体間の異質性の意義

いわさきゆうと すどう なお なかじま まこと なかむらふみたか  
岩崎雄斗／須藤 直／中島 誠／中村史一

## 要 旨

近年、金融政策の分析では、いわゆる「Heterogeneous Agent New Keynesian〈HANK〉モデル」を用いたアプローチが急速に広がっている。家計部門を1つの代表的個人として擬制する主流モデル（「Representative Agent New Keynesian〈RANK〉モデル」）と比べると、HANKモデルは、家計間の属性の違いを明示的に描写する点に特徴があり、属性の違いに帰する経済行動の特性やマクロ経済への含意を分析することができる。こうしたHANKモデルへの関心の高まりは、コンピューターの計算能力向上によって高度なシミュレーション分析が可能になったことや、マイクロデータを活用した実証分析によって個々の家計の振舞いについての知見が深まったことなどを踏まえた、RANKモデル再考の動きと位置付けることもできる。本稿では、「不完備市場」、「借入制約」、「限界消費性向」などHANKモデルにおいて重要な役割を果たす概念を説明したうえで、金融政策の波及メカニズムへの含意について整理する。

キーワード： 金融政策、不完備市場、借入制約、限界消費性向

.....  
本稿の作成に当たっては、北村行伸教授（立正大学）、白塚重典教授（慶應義塾大学）、新谷元嗣教授（東京大学）、楡井誠教授（東京大学）ならびに金融研究所スタッフから有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。ただし、本稿に示されている意見は、筆者たち個人に属し、日本銀行あるいはフィラデルフィア連邦準備銀行・連邦準備制度の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者たち個人に属する。

- 岩崎雄斗 日本銀行金融研究所企画役  
(現調査統計局企画役、E-mail: yuuto.iwasaki@boj.or.jp)
- 須藤 直 日本銀行金融研究所企画役  
(現金融機構局企画役、E-mail: nao.sudou@boj.or.jp)
- 中島 誠 フィラデルフィア連邦準備銀行エコノミックアドバイザー・アンド・  
エコノミスト (E-mail: makoto.nakajima@phil.frb.org)
- 中村史一 日本銀行金融研究所企画役補佐  
(E-mail: fumitaka.nakamura@boj.or.jp)

## 1. はじめに

現在の金融政策分析において広く用いられているニューケインジアン・モデルでは、一国経済に代表的な個人が存在し、この個人が自身の効用を最大化するように経済活動を行うと仮定したうえで（Representative Agent New Keynesian (RANK) モデル）、中央銀行が操作する名目金利の変化に対して、どのように消費（総需要）を変化させるかに注目する。同モデルでは、家計間の貸借関係や所得・資産の相違などは捨象されており、総需要を変化させるのは、金利が変化するもとの、代表的個人の「今日」と「明日」の消費配分—異時点間の代替—に関する意思決定である。具体的には、金利が上昇（低下）すれば、代表的個人にとっては、消費を明日に後ずらし（今日に前倒し）して貯蓄を積み増した（取り崩した）方がより効用を高めることができるため、今日の総需要が縮小（拡大）することになる<sup>1</sup>。

もっとも、一国経済における家計部門の動向を理解するうえで、代表的個人の最適化行動が十分な近似となりうるのか、また、実際の金融政策の波及メカニズムにおいて、異時点間の消費の代替に起因する効果が定量的に支配的といえるのかという点については、当然のことながら、異なる見方が存在する。例えば、どのような経済であれ、資金の貸し手と借り手は存在するが、こうしたもとの、物価や実質金利の変動が両者に異なる影響を与えることについては、理論的・実証的に広く受け入れられている<sup>2</sup>。また、波及メカニズムについても、金利の変化に伴う異時点間の代替だけではなく、資産や所得の変化を通じた波及経路が存在することを主張する分析は多い<sup>3</sup>。

特に、グローバル金融危機以降、「金融政策運営において、家計間の違いや金利以外の波及経路を考慮すべき」との情報発信が中央銀行サイドからも増えている。例えば、Yellen [2016] は「危機後のマクロ経済学研究」という講演で、金融政策の緩和効果の内訳をみると、労働所得や担保価格の押上げを通じた一部家計による消費の増加の寄与が大きいとして、RANK モデルの限界を指摘している。こうした情報発信の変化の背景として、グローバル金融危機に伴う景気後退の「痛み」が、持ち家の有無や借入額の大小といった家計間の属性の違いによって大きく異なったこ

.....  
1 金利低下は、厳密には、異時点間の代替から現在の消費を押し上げる効果と、所得変化を通じた効果（正の資産を持つ家計にとっては押し下げる効果）を持つが、標準的な金融政策分析のモデルでは前者の効果が大きくなる。

2 関連する実証研究については、補論1を参照。

3 例えば、Campbell and Mankiw [1989] は、消費の変化率について、実質金利との関係性が希薄な一方で、所得変化とは関係性が強いことを実証的に示したうえで、経済活動を RANK モデルで描写するのは正しくなく、当期の所得見合いで消費を行う家計（rule of thumb）の存在も考慮する必要があると主張している。

と、危機対応として、各国において大規模資産買入れなどの非伝統的金融政策が実施されるも、金融緩和の恩恵が貧しい者に対して行き渡っていないのではという平等・格差の観点からの懸念が高まったことなどが挙げられる<sup>4</sup>。

こうした問題意識を踏まえ、家計部門を異質な属性を持つ家計の集合として捉えたい。例えば、属性ごとの経済行動の違いや集計量の振舞いへの含意を分析する立場が、いわゆる Heterogeneous Agent New Keynesian (HANK) モデルによるアプローチである。HANK モデルは、Bewley [1986]、Huggett [1993]、Aiyagari [1994] などの不完備市場に関する先行研究で確立された経済モデル（以下、Aiyagari–Bewley–Huggett モデル）について、価格の硬直性や金融政策ルールなどの金融政策分析に必要な要素を取り込む形で発展させたものである<sup>5,6</sup>。ここでは、代表的個人は存在せず、代わりに資産や所得の水準・構成で異なる無数の家計が存在し、安全金利の変化のように、全家計が等しく直面する環境変化であっても、個々の家計にとっての最適な消費の変化は均一ではない。また、総需要は、代表的個人の消費ではなく、個々の家計の消費の和として捉えられる。こうした HANK モデルを用いて理論分析を行う場合には、振舞いが異なる無数の家計行動と、財市場価格や集計量の同時計算が必要になり、結果として、RANK モデル対比でみて計算負荷が遙かに高くなるが、近年のコンピューターの性能向上による計算面での障壁低下とあいまって、徐々に分析が蓄積されている。

本稿は、金融政策の波及メカニズムという観点から、HANK モデルから得られる含意を整理することを目的とする。予め議論を先取りすると、RANK モデルとの主たる違いは、金融政策の波及メカニズムにおける異時点間の代替効果（ないしは直接効果）以外の効果、いわゆる一般均衡効果（ないしは間接効果）と呼ばれる効果の存在である。間接効果の類型は、各家計の資産・所得の種類や規模、直面する不確実性の大小によってさまざまであるが、例えば、何らかの理由により貯蓄の取崩れないしは更なる借入れが難しい家計が、金融緩和の結果、自身の所得が増加して

4 金融政策と格差との関係についての中央銀行関係者からの情報発信としては、例えば、Bernanke [2015]、Draghi [2015]、Carney [2016] などを参照。

5 経済全体を描写するうえで RANK モデルが適切な接近法であるかという議論は、物価や金融政策を捨象して、実体面に焦点を当てた研究で先行して行われており、Aiyagari–Bewley–Huggett モデルはこの中で、中心的な枠組みとして位置付けられている。また、こうした議論における代表的な研究である Krusell and Smith [1998] は、全要素生産性 (Total Factor Productivity) の変化に対する集計量 (マクロの生産や消費など) の反応に関する限り、RANK モデルと HANK モデルとの間で、顕著な違いはないとしている。ただし、集計量の反応が RANK モデルと変わらない場合でも、経済にショックが与えられた場合に異質な家計が受ける影響は異なる可能性が十分にある。

6 本稿で取り上げる HANK モデルは、特に断りがない限り、Aiyagari–Bewley–Huggett モデルに価格の硬直性を組み入れたモデルを指す。これらのモデルでは、不完備市場による資産・所得水準についての家計間の差異に着目するが、年齢など他の観点からの異質性を考慮したモデルも存在する。また、企業の異質性を分析した Ottonello and Winberry [2018] や財の異質性を分析した Carvalho [2006] など、家計部門以外に目を向けた研究も存在する。

はじめて消費を増やすことができたという場合などがこれに該当する。一国経済全体での金融緩和の効果の規模は、各家計における直接効果と間接効果の和を、すべての家計について和したものであり、金融政策による総需要への緩和効果は、それぞれの家計がどのように反応するかという点と、どのような家計がどの程度存在するかという点に依存する。その結果、家計の属性や割合が時間を通じて変化する場合には、金融政策の緩和効果自体も、異時点間で変化する。

本稿の構成は以下のとおりである。2節では、RANKモデルとHANKモデルの概要を説明したうえで、両モデルの違いを整理する。3節では、平易な2期間モデルを用いつつ属性が異なる家計が並存する経済を考え、属性の違いが金利や所得変化に対する消費行動をどう変化させるのかを説明する。4節では、一般的なHANKモデルのもとでの金融政策の波及メカニズムを要因分解し、各要因について説明する。5節では、HANKモデルを用いた代表的な研究を紹介する。6節では、本稿を要約し、今後の研究を展望する。

## 2. RANKモデルとHANKモデルの概要

### (1) RANKモデルの概要

標準的なRANKモデルは、①自分自身の効用を最大化するように消費量と労働供給量などを選択する代表的個人、②価格を自由に換えられない（価格の硬直性）という制約のもとで、利益を最大化するように生産量・要素投入量を選択する企業、③政府・中央銀行などの政府部門により構成され、経済全体の構造は、①家計の効用最大化問題と市場の均衡条件から導出されるIS（Investment-Saving）曲線、②企業の利益最大化問題から導出されるニューケインジアン・フィリップス曲線（New Keynesian Phillips Curve: NKPC）、③中央銀行による短期金利に関する金融政策ルール of 3本の式で描写される。この3本の式の導出方法についてはGalí [2015] やWalsh [2017]などが詳しく解説しているが、以下では、HANKモデルとの比較で重要となるIS曲線を中心に、導出を行う。

まず、家計の効用最大化問題を数式で表現すると、以下のようになる。

$$\max_{\{C_t, N_t, B_t\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t), \quad (1)$$

s.t.

$$P_t C_t + B_t \leq (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + W_t N_t + T_t. \quad (2)$$

ここで、 $C_t$ 、 $N_t$ 、 $B_t$ 、 $P_t$ 、 $i_t$ 、 $W_t$ 、 $T_t$  は、消費、労働時間、債券保有量、消費財価格、名目金利、名目賃金、政府部門からの所得移転で、 $\beta \in (0, 1)$  は、主観的割引率である。(2) 式は当期の予算制約式であり、無限期まで展開すると (3) 式が得られる。

$$E_0 \left[ P_0 C_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{P_t C_t}{\prod_{s=0}^{t-1} (1 + i_s)} \right] \leq (1 + i_{-1}) B_{-1} + E_0 \left[ W_0 N_0 + T_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{W_t N_t + T_t}{\prod_{s=0}^{t-1} (1 + i_s)} \right]. \quad (3)$$

効用関数の形状が消費と労働について分離可能であり、前者が Constant Relative Risk Aversion (CRRA) 型 ( $C_t^{1-\sigma}/1-\sigma$ ) である場合、一階の条件から以下の式を導出することができる。

$$(C_t)^{-\sigma} = \beta E_t \left[ (1 + i_t) \frac{P_t}{P_{t+1}} (C_{t+1})^{-\sigma} \right] = \beta E_t \left[ \frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}} (C_{t+1})^{-\sigma} \right]. \quad (4)$$

ここで、 $\sigma$  はリスク回避度の逆数であり、 $\pi_t$  はインフレ率である。

(3) 式は、当期から無限期までの消費の流列の割引現在価値の和の上限は、所得の流列の割引現在価値の和であることを表す。同式は、将来時点において所得が増加する場合、見合いで消費を増やすことができることを含意する。(4) 式は、オイラー方程式と呼ばれ、現在から将来までの異時点の間における、最適な消費の割振りを示している (異時点間の代替)。同式は、RANK モデルのもとでの金融政策の波及メカニズムにおいて主要な役割を果たす式である。例えば、経済に不確実性がなく、 $\sigma = 1$  のもとでは、(4) 式から  $C_{t+1} = \beta(1 + r_t)C_t$  という関係式 ( $r_t$  は実質金利) が導けるが、この式から明らかのように、実質金利が下がった場合には、来期の消費  $C_{t+1}$  が所与のもとで、当期の消費  $C_t$  を対応する形で拡大することが代表的個人にとって最適となる。

RANK モデルでは、代表的個人の消費 ( $C_t$ ) は、経済全体の総需要 ( $Y_t^D$ ) に等しく ( $C_t = Y_t^D$ )、同式から、総需要と物価の関係式である IS 曲線を導出できる。

$$(Y_t^D)^{-\sigma} = \beta E_t \left[ \frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}} (Y_{t+1}^D)^{-\sigma} \right]. \quad (5)$$

企業の利益最大化問題については、企業  $l$  による財の生産量を  $Y_{l,t}$ 、当該財の価格と名目限界費用を  $P_{l,t}^*$ 、 $\Psi_{l,t+k}$  とすると、以下のように記述できる。

$$\max_{P_{l,t}^*} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t [Q_{l,t+k} (P_{l,t}^* Y_{l,t+k} - \Psi_{l,t+k} Y_{l,t+k})]. \quad (6)$$

ここで、 $\theta \in (0, 1)$  と  $Q_{l,t+k}$  は、価格変更できない確率 (カルボ・パラメータ) と  $t$  期から  $t+k$  期への割引率である。この問題の最適化条件を得たうえで、企業について対称均衡を仮定すると、定数  $\kappa$  を用いて以下の NKPC を導出できる。

$$\pi_t = \beta E_t [\pi_{t+1}] + \kappa \tilde{y}_t. \quad (7)$$

なお、 $\bar{y}_t$  は、総需要の定常状態からの乖離である。金融政策については、次のようなテイラー・ルールを仮定する。

$$1 + i_t = \max \left[ 1, (1 + \rho)(1 + \bar{\pi}) \left( \frac{1 + \pi_t}{1 + \bar{\pi}} \right)^{\phi_\pi} \right]. \quad (8)$$

ここで、 $\rho$ 、 $\bar{\pi}$ 、 $\phi_\pi$  はそれぞれ自然利子率、目標インフレ率、インフレ率に対する金利の感応度である。RANK モデルでは、総需要、物価、名目金利の3変数に関する限り、ここで記載した(5)、(7)、(8)式で描写することが可能であるため、これら3式を中心に議論が行われることが多い。

## (2) HANK モデルの概要

HANK モデルでは、家計部門は無数の異質な家計から構成されると捉える。ここでは、まず、HANK モデルが前提とする経済構造を理解するうえで重要な2つの仮定—不完備市場と借入制約—について触れたうえで、HANK モデルのもとの家計の最適化問題と、そこから導出される消費行動を記述する。なお、補論2にHANK モデルの解法の概要をまとめている。

### イ. 不完備市場 (incomplete market)

HANK モデルが想定する経済のもとでは、個々の家計はそれぞれ固有のショック(以下、固有ショック)に直面する。より具体的には、病気や怪我、予期せざる才能の開花など、マクロ経済環境とは独立に生じる、各家計固有の所得変動である。仮に、こうした所得変動リスクに対して、事前に保険契約を結ぶことができ、所得変動が起きた場合でも、丁度、変動額を相殺する形で給付がなされるのであれば(いわゆる完備市場〈complete market〉の仮定)、家計の所得や消費は、固有ショックの発生有無や規模に左右されることはない。この場合、所得や消費の変動は、マクロ的な要因にのみ起因し、一定の条件下では家計間で均一になる<sup>7</sup>。

不完備市場とは、逆に、こうした固有ショックについて、市場取引を通じてその影響を回避できないことを指す。この場合、各家計の所得や消費の水準は、それぞれの家計の固有ショックの発生の有無や規模、時期によって、異なったものになる。言い換えると、不完備市場は、家計間での所得や消費についてばらつきが生じるための必要条件と捉えることができる。

.....  
7 RANK モデルは、完備市場のもとで固有ショックが存在する経済と解釈することもできる。この点についての詳細は、例えば、Ljungqvist and Sargent [2012]、Heathcote, Storesletten, and Violante [2009]などを参照。

#### ロ. 借入制約 (borrowing constraint)

不完備市場のもとでは、家計は事前の保険契約によって固有ショックに備えることはできず、貯蓄や借入れを通じて備えることになる。このため、実際に、予期せざる所得減が発生した場合には、貯蓄の取崩しや借入れを行う。もっとも、借入額については上限が存在すると想定するのが現実的であり、この制約を借入制約と呼ぶ。上限は、理論的には、当該家計が将来稼得する所得の総和の割引現在価値に等しくなると考えられるが (natural borrowing limit)<sup>8</sup>、既存研究では、実際の上限はこの値よりも低いと考えることが多い。

借入制約は、2つの経路を通じて消費行動に影響を与える。まず、直接的な帰結として、当期の所得水準が低いもとでは、将来の所得水準が高いことが見込まれていたとしても借入上限を超えては前借りはできず、消費を抑制せざるをえなくなる。この結果、金利に見合う形で異時点間の消費を配分するという消費行動からは乖離する。また、間接的な帰結として、将来時点において借入制約に陥るリスクを見越して、前もって貯蓄を積み増す結果、当期の消費行動が慎重化する。この行動は、予備的貯蓄と呼ばれ、後述のように、所得や金利変化に対する消費の反応を抑制する方向に作用する。

#### ハ. HANK モデルにおける家計の最適化問題

HANK モデルが想定する経済は、無数の家計が存在し、各家計は、マクロショックだけではなく、家計固有の所得ショックの影響を受ける (不完備市場)。また、借入制約が存在するため、将来、大きな負の所得ショックが生じた場合に備えて、貯蓄する必要がある。RANK モデルとの違いは主として3点ある。1点目は、各家計の所得は固有ショックの実現値に影響を受けるため、家計間の資産・所得・消費にはばらつきが存在するという点である。2点目は、資産や所得規模により、(4)式のような異時点間代替の関係式が成立しない家計が存在するという点である。こうした家計は、所得に対する消費の感応度が高い一方で、金利に対する消費の感応度が低いという特徴を示す。3点目は、経済全体の総需要が、こうした異質な家計の消費の総和として決まるという点である。この結果、経済全体の総需要と金利の関係性は、(5)式よりも複雑なものになる。以下、具体的にみていく。

HANK モデルのもとでの各家計  $j$  の最適化問題は、以下で表される。

$$\max_{\{C_{j,t}, N_{j,t}, B_{j,t}\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_{j,t}, N_{j,t}), \quad (9)$$

.....  
8 なお、Kehoe and Levine [1993] や Chatterjee *et al.* [2007] が論じるとおり、貸し手が借り手に返済を強制できない場合 (lack of commitment)、理論的には、貸し手は natural borrowing limit よりも低い上限までしか貸出を行わない。

s.t.

$$P_t C_{j,t} + B_{j,t} \leq (1 + i_{t-1}) B_{j,t-1} + W_t N_{j,t} Z_{j,t} + T_{j,t}, \quad (10)$$

$$\frac{B_{j,t}}{P_t} \geq \underline{B}. \quad (11)$$

ここで、 $C_{j,t}, N_{j,t}, Z_{j,t}, B_{j,t}, T_{j,t}$  は、家計  $j$  の消費、労働時間、労働生産性、債券保有量（負値をとる場合には借入れ）、政府部門からの所得移転である。なお、 $Z_{j,t}$  は、家計固有の所得変動リスクをもたらす固有ショックに対応しており、特定の確率過程に従って推移する。(3) 式と同様、(10) 式を展開すると、(12) 式が得られる。すなわち、家計  $j$  の消費流列の割引現在価値の和の上限は、所得流列の割引現在価値の和となる。なお、個々の家計の所得はマクロショックだけではなく、固有ショックの影響も受けるため、右辺は家計間で異なることに留意したい。

$$\begin{aligned} & E_0 \left[ P_0 C_{j,0} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{P_t C_{j,t}}{\prod_{s=0}^{t-1} (1 + i_s)} \right] \\ & \leq (1 + i_{-1}) B_{j,-1} + E_0 \left[ W_0 N_{j,0} Z_{j,0} + T_{j,0} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{W_t N_{j,t} Z_{j,t} + T_{j,t}}{\prod_{s=0}^{t-1} (1 + i_s)} \right]. \quad (12) \end{aligned}$$

$B_{j,t}$  は負値をとると借入れに当たるので、(11) 式はこれ以上大きな負値をとれないという意味で借入制約に当たり、 $\underline{B}$  は借入れの上限を表す。例えば、 $\underline{B}$  がゼロであれば、家計は一切の借入れができないという仮定になる。

上記の最適化問題を解くと、消費について以下の2式のいずれかが成立する。

$$(C_{j,t})^{-\sigma} = \beta E_t \left[ (1 + i_t) \frac{P_t}{P_{t+1}} (C_{j,t+1})^{-\sigma} \right], \quad (13)$$

$$C_{j,t} = (1 + i_{t-1}) \frac{B_{j,t-1}}{P_t} + \frac{W_t N_{j,t} Z_{j,t} + T_{j,t}}{P_t} - \underline{B}. \quad (14)$$

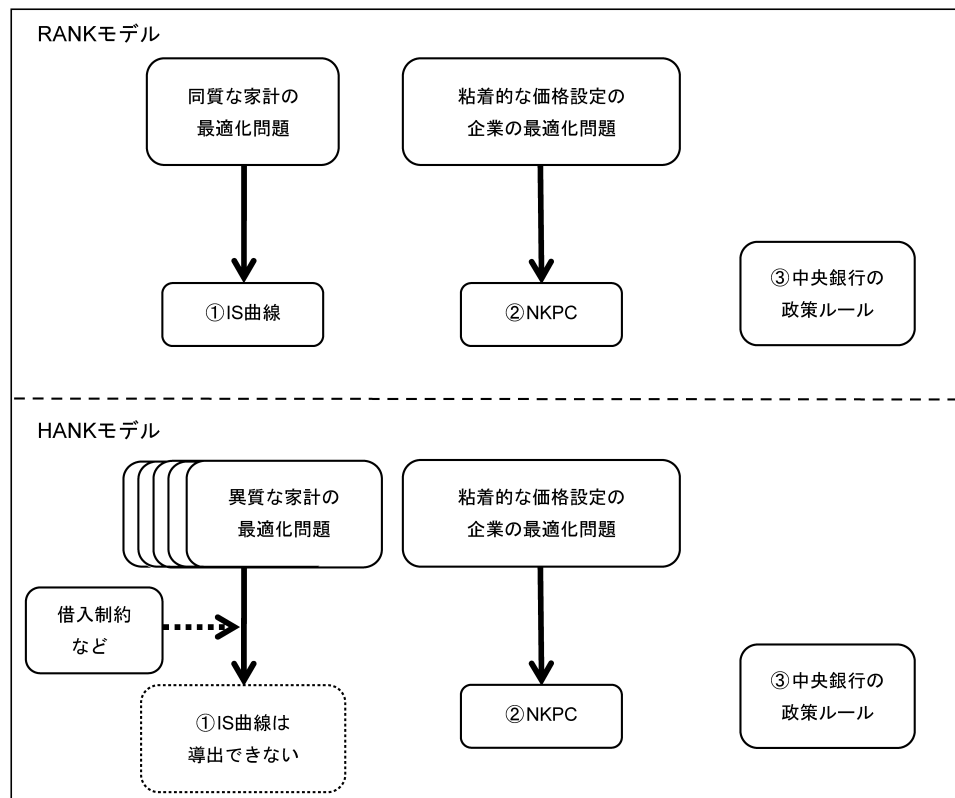
家計が消費見合いで十分な資産  $B_{j,t-1}$  を保有しているか、十分な所得  $W_t N_{j,t} Z_{j,t}$  を稼得している場合、(11) 式は消費行動に影響を与えず、(13) 式が成立する。この場合、(4) 式との類似性から明らかのように、消費行動は異時点間代替の原理で決まることになる。資産や所得が十分ではない場合、(14) 式が成立する。ここでは、(11) 式が等式で成立し、消費は当期の金利  $i_t$  から独立になり、当期の所得  $W_t N_{j,t} Z_{j,t}$  に影響を受ける。

経済全体の総需要 ( $Y_t^D$ ) は、(13) 式に従う家計の消費と、(14) 式に従う家計の消費の和として定まることになる。具体的には、(15) 式が成立する。

$$\sum_j C_{j,t} = Y_t^D. \quad (15)$$



図 1 RANK モデルと HANK モデルの相違点



## 二. RANK モデルと HANK モデルの相違点

図 1 は、両モデルが想定する経済の構造を比較したものである。HANK モデルのもとでの企業部門と中央銀行の設定は、RANK モデルと同一であるため、2 節(1)で描写した、②企業の利益最大化問題から導出される NKPC (7 式)と③テイラー・ルール (8 式)は、引き続き成立する。このことは、総需要の大きさや動学を所与とすれば、インフレ率および名目金利の推移は両モデルで変わらないことを意味する。両モデルの違いは、総需要の決定メカニズムに尽きる。RANK モデルでは、総需要は異時点間代替のメカニズムによって定まるため、その推移を①家計の効用最大化問題から導出される IS 曲線で描写できるのに対して、HANK モデルでは、異時点間代替のメカニズムは総需要変動の一要因に過ぎない。このため、総需要と金利の関係性を IS 曲線で集約することはできず、総需要は (13)~(15) 式を満たす形で決まる。

### 3. 家計属性と消費行動

総需要が異時点間の代替メカニズムのみでは定まらないということは、金融政策の波及メカニズムにどのような含意を持つだろうか。本節では、この点についての概念整理をするため、平易な2期間モデルを用いて、異質な家計同士が並存する経済においては、金利や所得の変化が消費にどのように作用するかを考察する<sup>9</sup>。

#### (1) 2 期間モデルの設定

経済には、2タイプの家計 ( $j = A, B$ ) が存在する。それぞれ1期目に  $(y_{A,1}, y_{B,1})$ 、2期目に  $(y_{A,2}, y_{B,2})$  の所得を受け取り、所得の流列と実質金利 ( $r$ ) を所与として、1期目の消費  $(c_{A,1}, c_{B,1})$ 、2期目の消費  $(c_{A,2}, c_{B,2})$  を決める。家計  $j$  の最適化問題は、以下の式で表される。

$$\max_{c_{j,1}, c_{j,2}, a_j} \log(c_{j,1}) + \beta \log(c_{j,2}), \quad (16)$$

s.t.

$$c_{j,1} + a_j = y_{j,1}, \quad (17)$$

$$c_{j,2} = y_{j,2} + (1+r)a_j, \quad (18)$$

$$a_j \geq 0. \quad (19)$$

なお、(19)式は、借入制約を表し、 $a_j$  は、1期目における貯蓄額である。

ここで、家計  $A$  は、1期目に高所得 ( $y_H$ )、2期目に低所得 ( $y_L$ ) を受け取り、家計  $B$  はその逆であるとする。具体的には、以下の式が成立すると仮定する。

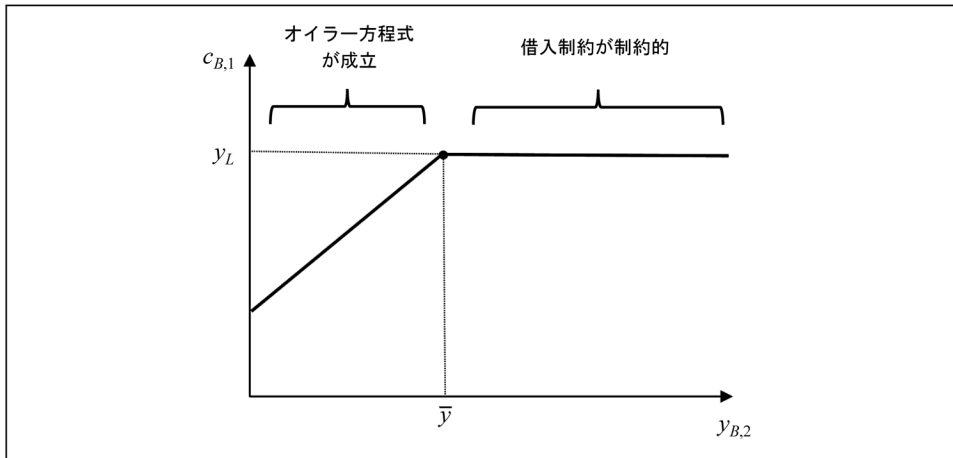
$$(y_{A,1}, y_{B,1}) = (y_H, y_L), \quad (y_{A,2}, y_{B,2}) = (y_L, y_H). \quad (20)$$

このもとで、家計の最適化条件を求めると、各家計について、(21)式が成立する。

$$\frac{c_{A,2}}{c_{A,1}} = \beta(1+r), \quad c_{B,1} = y_L. \quad (21)$$

9 本節のモデルは、HANK モデルにおける金融政策の波及メカニズムを直観的に説明することを意図しており、2節のモデル対比では以下の単純化のための仮定を置いている。①金利および所得は外生的に与えられる、②経済に不確実性はなく1期目の時点で2期目における所得も既知である、③経済主体は2タイプのみ存在する。4節では、2節のモデルに戻り、本節で得られた含意を踏まえつつ、HANK モデルでの波及メカニズムをより詳細に説明している。

図 2 消費行動の所得依存性



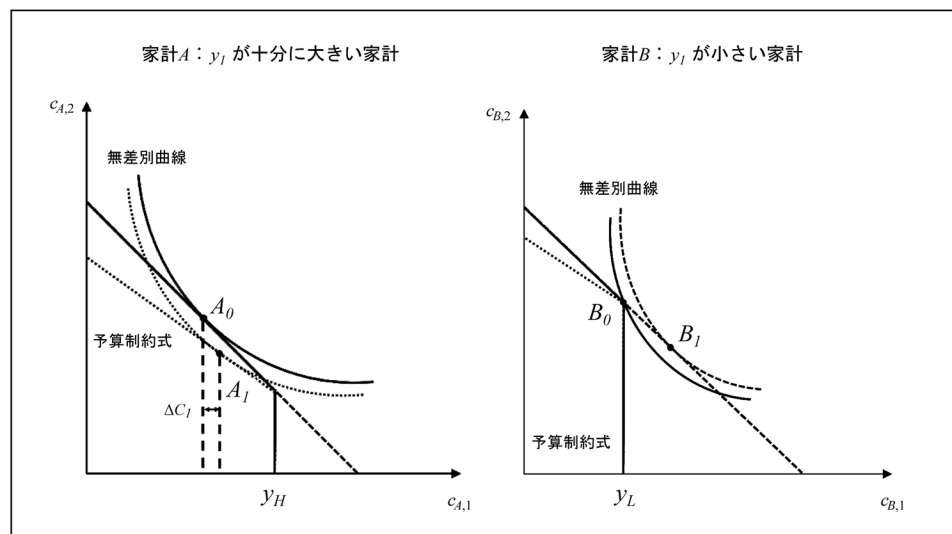
すなわち、家計  $A$  については、(13) 式と同様に、オイラー方程式が成立し、消費は異時点間代替のメカニズムから決定される。家計  $B$  については、オイラー方程式は成立せず、(14) 式と同様に、借入制約式が頭を押さえる形で消費水準を決定している。

この消費行動の違いが、家計の内生的な意思決定の結果であることには注意したい。図 2 は、家計  $B$  の 2 期目の所得を変化させていった場合の 1 期目の消費  $c_{B,1}$  である。所得が  $\bar{y}$  を下回ると (19) 式は不等号になり、当該家計についてもオイラー方程式が成立する。これは、1 期目と 2 期目の消費水準を平滑化する誘因があることによる。2 期目の所得が 1 期目よりも十分に高い場合、家計は借入制約が等式で成立する水準まで 1 期目の消費を引き上げる。言ってみれば、将来所得が有望な若手ほど、若いうちから消費を拡大したいと思うものの、借入制約に当たるため、自分の思うほどにまでは消費を増やせないという状況をイメージすればよい。このように、異時点間代替に従うか否かは内生的に定まり、将来所得の見通しなど、経済環境によって変化する。

## (2) 金利・所得変化に対する各家計の消費の反応

では、こうした消費行動の違いは、経済環境の変化に対する消費の反応に関して、どのような含意を持つのだろうか。図 3 は、家計  $A$ 、 $B$  について、消費の金利感応度（金利が 1 単位低下した場合の消費計画の変化）を視覚的に示したものである。横軸と縦軸は、それぞれ 1 期目と 2 期目の消費を表す。家計  $A$  の場合、金利変化前の消費計画は、予算制約式と無差別曲線が接する  $A_0$  で定まり、変化後は、予

図3 2期間消費モデルにおける家計の金利感応度

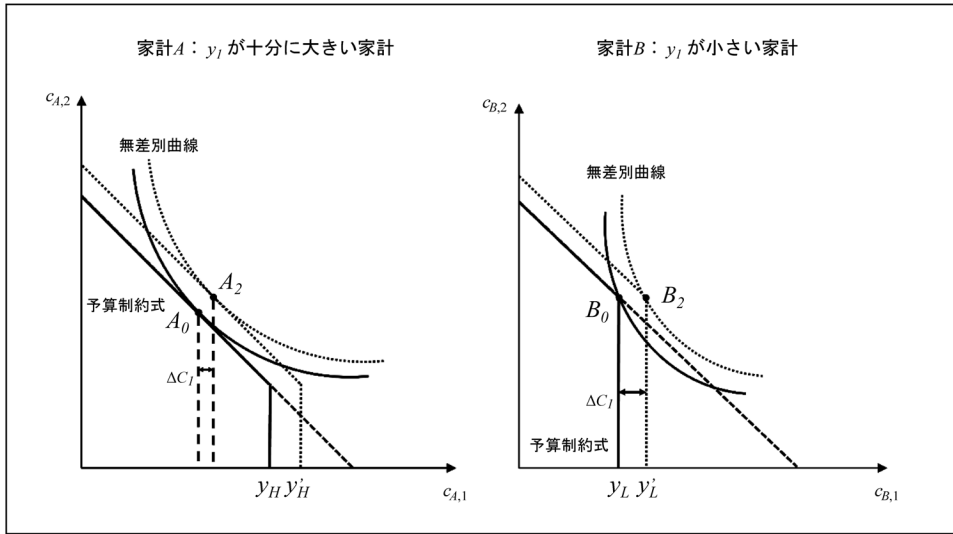


算制約式の傾きの変化に応じる形で、 $A_1$ に定まる。この結果、1期目の消費 ( $c_{A,1}$ ) は、金利低下によって、 $y_L(1+\beta)^{-1}(1+r)^{-2}$ だけ増加する。

家計  $B$  の場合、オイラー方程式は成立せず、消費計画は、借入制約式、無差別曲線、予算制約式の交点 ( $B_0$ ) で定まる。注意したいのは、仮に借入制約式が存在しない場合、消費は  $B_1$  で定まり、1期目の消費は  $y_L$  よりも大きくなるという点である。言い換えると、家計  $B$  は、借入制約によって過小消費を余儀なくされている。また、本節のモデルの設定では借入を許容していないことから、金利低下による所得効果は生じない。このため、金利変化は、予算制約式の傾きを変えるものの、借入制約を緩和せず、家計が直面する制約は変化の前後で同一である。すなわち、消費は依然として  $B_0$  であり、1期目の消費 ( $c_{B,1}$ ) の変化幅は0である。

次に、限界消費性向、すなわち、所得変化に対する消費の感応度を考察する。図4は、双方の家計について、1期目の所得が1単位増加した際の消費変化を図示している。所得増が予算制約式を上方向に平行移動させる結果、家計  $A$  の消費は  $A_2$  へと転じ、1期目の消費は、 $(1+\beta)^{-1}$ だけ増加する。一方で、家計  $B$  にとっては、所得増は予算制約式だけでなく借入制約式をも移動させる効果を持つ。借入制約に直面する家計  $B$  にとって、その制約の緩和は、直接的に消費の増加として作用する。すなわち、消費は  $B_2$  へと転じ、変化幅は1となる。

図 4 2 期間消費モデルにおける家計の限界消費性向



### (3) 金利・所得変化に対する経済全体の消費の反応

最後に集計量への含意について議論する。経済に、タイプ A、B の家計がそれぞれ  $\mu$ 、 $1 - \mu$  存在するとすれば、金利が 1 単位低下し、各家計の 1 期目の所得が 1 単位増加する変化に対する、家計 A、家計 B、経済全体の 1 期目の消費の変化は ( $dc_A$ 、 $dc_B$ 、 $dc$  と表記)、以下のように表すことができる。

$$dc_A \equiv \frac{\partial c_{A,1}}{\partial r} dr + \frac{\partial c_{A,1}}{\partial y_{A,1}} dy_{A,1} = \frac{y_L}{(1 + \beta)(1 + r)^2} + \frac{1}{(1 + \beta)}, \quad (22)$$

$$dc_B \equiv \frac{\partial c_{B,1}}{\partial r} dr + \frac{\partial c_{B,1}}{\partial y_{B,1}} dy_{B,1} = 0 + 1, \quad (23)$$

$$dc \equiv \mu dc_A + (1 - \mu) dc_B = \frac{y_L \mu}{(1 + \beta)(1 + r)^2} + \frac{\mu}{(1 + \beta)} + (1 - \mu). \quad (24)$$

上の 3 式から、経済全体の消費変化の規模は、幾つかの要素に還元できることがわかる。具体的には、各タイプの家計の金利感応度 ( $\partial c_{A,1}/\partial r$ 、 $\partial c_{B,1}/\partial r$ )、限界消費性向 ( $\partial c_{A,1}/\partial y_{A,1}$ 、 $\partial c_{B,1}/\partial y_{B,1}$ )、および各家計の規模 ( $\mu$ 、 $1 - \mu$ ) である。式が示すように、金利感応度や限界消費性向の値が高いほど、また、このような数値が高い家計の規模が大きいほど、経済全体での消費変化は大きくなる。また、ここでは、外生としているものの各家計においてどの程度の所得変化が生じるのかといった要素

も重要である。4節では、2節で描写された一般的なモデルに戻り、波及メカニズムの決定要因についてより細かく整理する。

## 4. HANK モデルにおける金融政策の波及メカニズム

本節では、2節で記述したモデルに戻り、一般的なモデルのもとでの波及メカニズムについて説明する。3節で説明したメカニズムは、こうしたモデルでも依然として成立するものの、あくまでも2タイプの家計による2期間の最適化問題の含意であり、HANK モデルの重要な特性である不確実性も捨象されている。一般的なモデルでの波及メカニズムにおいては、こうした捨象された要素も重要な役割を果たす。

### (1) 波及メカニズムの要因分解

まず、3節(24)式と同様の要因分解を2節(2)のモデルについて行う。予期せざる短期金利の変更が0期に生じ、その後、(8)式に従って、短期金利操作が行われたとすると、当期の消費の集計量への影響( $dC_0$ )は、(25)式で表現される。

$$dC_0 = E_0 \left[ \underbrace{\sum_{t=0}^{\infty} \frac{\partial C_0}{\partial r_t} dr_t}_{\text{実質金利の変化による直接効果}} + \underbrace{\sum_{t=0}^{\infty} \frac{\partial C_0}{\partial Y_t} dY_t}_{\text{一般均衡を通じた間接効果}} \right]. \quad (25)$$

ここで、 $dr_t$ 、 $dY_t$ は、金融政策の変更に伴う $t$ 期の実質金利、総所得の変化を表す<sup>10</sup>。第1項は、足許から無限期までの実質金利 $r_t$ の変化を通じた消費の変化、第2項は、それ以外の一般均衡を通じた消費の変化を表す。前者は、3節での議論でいえば、家計Aのオイラー方程式を通じた消費の変化に対応し、標準的なRANKモデルにおける、主たる総需要決定メカニズムである<sup>11</sup>。第2項は、3節での議論

10 3節のモデルと異なり、ここでの家計は無限期間生存し、金融政策の効果も、経済に存在する慣性を考慮すると無限期まで残存する。このため、家計は無限期までの金利や産出量の変化を予見しつつ、足許の消費を決める。(25)式の右辺が時間 $t=0, \dots, \infty$ に関する和となっているのはこのためである。

11 直接効果の内訳は、本来的には、異時点間代替効果だけではなく、流動資産からの金利収入の変化による所得効果や、流動資産以外の資産を導入したモデルの場合は資産構成のリバランスによる寄与もある。もっとも、Kaplan, Moll, and Violante [2018]が論じるとおり、定量的には異時点間代替効果が支配的であると考えられている。

では、借入制約に制約されている家計  $B$  の消費行動に対応し、HANK モデルにおいて、総需要決定に重要な役割を果たす。ときに金融緩和は、将来需要の前借効果しかないといわれるが、これは第 1 項しかない RANK モデルに当てはまり、HANK モデルでは、それ以外の効果もありうることを示唆している。以下では、Kaplan, Moll, and Violante [2018] の整理に従い、前者を直接効果、後者を間接効果と呼ぶ<sup>12</sup>。

(25) 式を、家計間で要因分解する形で表現すると (26) 式が得られる。

$$\begin{aligned} dC_0 &= E_0 \left[ \sum_j \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\partial C_{j,0}}{\partial r_t} dr_t + \sum_j \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\partial C_{j,0}}{\partial Y_{j,t}} dY_{j,t} \right] \\ &= E_0 \left[ \sum_{j \in J_{c_0}} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\partial C_{j,0}}{\partial r_t} dr_t + \sum_{j \in J_{nc_0}} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\partial C_{j,0}}{\partial r_t} dr_t + \sum_{j \in J_{c_0}} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\partial C_{j,0}}{\partial Y_{j,t}} dY_{j,t} + \sum_{j \in J_{nc_0}} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\partial C_{j,0}}{\partial Y_{j,t}} dY_{j,t} \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

ここで、 $J_{c_0}$ ,  $J_{nc_0}$  は、借入制約が消費行動を制約している家計、すなわち (11) 式が等式で成立する家計の集合と、そうではない家計の集合を表す。各家計は、ある確率で  $J_{c_0}$  に入ったり  $J_{nc_0}$  に入ったり、期ごとに入れ替わる。

(26) 式は、(24) 式を一般化したものであり、金融政策の波及効果の規模の決定において 4 つの要素が重要であることを示す。すなわち、①金利変化に対する消費の感応度 ( $\partial C_{j,0}/\partial r_t$ )、②所得変化に対する消費の感応度 ( $\partial C_{j,0}/\partial Y_{j,t}$ )、③借入制約が制約的に作用している家計の規模 ( $J_{c_0}$ )、④所得変化の規模 ( $dY_{j,t}$ ) である。①と②の大きさが、借入制約が制約的かどうかという家計の属性によって異なることにかんがみると、経済全体での直接効果の規模は、①と③、間接効果の規模は、②、③、④で定まることになる。以下では、この 4 つの要素について、より詳しく説明する。

## イ. 金利に対する感応度

(13) 式のオイラー方程式が成立することからわかるように、一般的な HANK モデルにおいても、異時点間代替のメカニズムに従って消費する家計は存在する。(26) 式における  $J_{nc_0}$  の家計がこれに該当する。これらの家計は、RANK モデルの代表的個人と同様、金利が下がると (上がると)、足許の消費水準を引き上げる (引き下げる)。もっとも、HANK モデルでは、固有ショックなどの将来の所得流列に伴う不確実性と、(11) 式の借入制約の 2 つにより、金利低下に対する消費の増加幅

.....  
12 実質金利の変化の結果、家計部門の消費・労働に関する経済行動、企業の生産に関する経済行動が変化し、結果として、各家計が直面する所得や政府部門からの所得移転も変化する。第 2 項の間接効果は、こうした他変数の変化を通じた消費の変化を捉えている。この効果は、実質金利変化に対する経済全体の反応を通じたものであるため、一般均衡効果とも呼称される。一般に、一般均衡効果は賃金や政府部門からの所得移転などさまざまな効果の和として記述できるが、(25) 式ではそれらをまとめて総所得  $Y_t$  を通じた効果として表している。

が抑制される場合がある。これは、予備的貯蓄のメカニズムによる。このメカニズム自体は、将来所得に不確実性があるもとの、家計がこの不確実性を望まない限り、すなわち、限界効用関数が凸関数である限り、RANK モデルのもとでも生じるが<sup>13</sup>、HANK モデルでは、不確実性が借入制約と複合的に作用する結果、より際立つ形で現れる<sup>14</sup>。

この点について確認するために、 $t$  期の金利低下に伴って家計  $j$  が消費  $C_{jt}$  を増加させる場合を考える。なお、簡単化のため  $t$  期の家計  $j$  には、借入制約は制約的でないとする。消費の増加に対応する形で当期の貯蓄  $B_{jt}$  は切り下がるが、これは、 $t+1$  期以降において、借入制約の (11) 式が制約的になる可能性を高める方向に作用する。借入制約が制約的になるということは、制約式が等式で成立する期の消費水準が、所得と資産の水準に上限を抑えられて非連続的に減少することを意味し、家計は、こうした事態を回避しようとする。不完備市場のもとでは、借入制約のリスクに対する唯一の事前の備えは貯蓄であり、結果的に、 $t$  期における消費  $C_{jt}$  の増加幅（貯蓄  $B_{jt}$  の減少幅）は、借入制約がない場合と比べて小さくなる。

#### ロ. 所得に対する感応度（限界消費性向）

RANK モデルでは、異時点間代替が金融政策の波及メカニズムにおいて中核的な経路であり、所得を通じた間接効果は限定的となる。それは、家計が、異時点間にわたる消費についてオイラー方程式に沿って平準化する結果、金融政策による一時的な所得増の効果が各期で均されることによる<sup>15</sup>。他方で、HANK モデルでは、借入制約により消費の平準化ができない家計や、平準化こそできているものの予備的貯蓄から消費が低水準に抑えられている家計があり、こうした家計に対しては、当

13 例えば、3 節のモデルにおいて、家計 A の第 2 期の所得が、確定的に定まる部分 ( $y_{A,2}$ ) と確率的に定まる部分 ( $\epsilon$ ) の和で表現され、 $\epsilon$  が平均ゼロで正の分散を持つ確率変数であるとする、オイラー方程式は下式で表すことができる。

$$\frac{1}{y_{A,1} - a_A} = \beta E_1 \left[ \frac{1+r}{y_{A,2} + \epsilon + (1+r)a_A} \right].$$

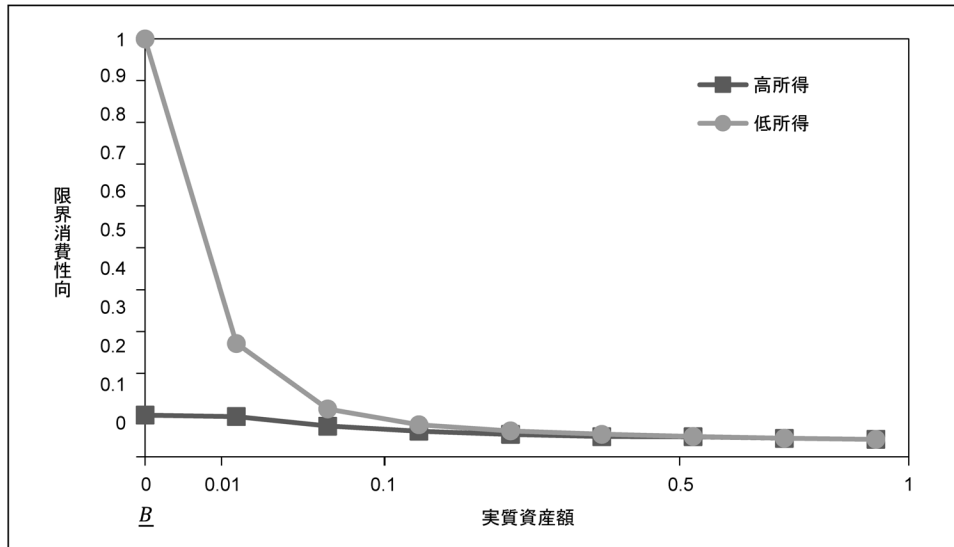
$\epsilon$  の分散が高まるケースを考えると、イェンセンの不等式より、分散が高まるほど、 $a_A$  は上昇する。これは、限界効用が凸関数である効用関数について一般的に成立する。また、 $\epsilon$  の分散がゼロの場合の貯蓄との差を予備的貯蓄と呼ぶ。

14 所得の不確実性に関する HANK モデルと RANK モデルのもう 1 つの違いとして、前者がマクロショックだけではなく固有ショックを組み込んでいるため、各家計が直面する所得の不確実性が相対的に大きい点が挙げられる。これは、現実の経済における各人の所得変動がマクロの所得変動よりも大きいことを反映したものであり、モデルにおける予備的貯蓄の影響を高める方向で作用している。

15 3 節のモデルでは、家計 A の限界消費性向は  $(1+\beta)^{-1}$  であり、 $\beta$  が標準的な値（例えば、0.99）であるとする、家計 B の限界消費性向のおよそ半分になっているが、これは 2 期間モデルであるところによる。仮に、他の条件を一定として、モデルを無期間モデルに拡張すると、家計 A の限界消費性向は  $(1-\beta)$  になり、家計 B の 100 分の 1 となる。



図 5 家計の限界消費性向



備考：実質資産額は、各家計の年間所得額の平均値で基準化した値。

期の所得上昇が大きな消費喚起効果を持つ場合がある。

図 5 は、標準的な HANK モデルを用いて、限界消費性向を、各家計が当期に保有する実質資産額の関数として表したものである。なお、高所得（低所得）の家計とは、当期において一時的なプラス（マイナス）の固有ショックが発生している家計のことである<sup>16</sup>。図から示されるとおり、まず、限界消費性向は、低所得の家計で保有する資産が最小値である  $\underline{B}$  を取る時、最も高くなる。(14) 式が示すとおり、このときには借入制約は制約的に作用しており、当期の実質資産額の限界的な増加は、制約式の右辺の上昇を通じて、この制約を直接的に緩和するためである。保有資産額が  $\underline{B}$  を超える領域では、限界消費性向はすぐに 0 になるのではなく、資産額の増加とともに減少する。これは、上述の予備的貯蓄と逆方向のメカニズムが働くことによる。すなわち、当期の実質資産額の限界的な増加は、将来時点において借入制約に陥るリスクを減少させることで、予備的貯蓄の誘因を抑え、消費を喚起する効果を持つ。もっとも、保有資産額が一定水準を上回ると、こうした効果は大きく減衰する。

なお、2 節の HANK モデルでは、借入制約の存在が家計間の限界消費性向の違いを生んでいるが、限界消費性向に影響を与える要因として、他の要因を挙げる分析

16 ここでの数値例は、Nakajima [2020] に基づく。モデルの概要については補論 3 を参照。なお、固有ショックはあくまでも一時的なショックであるため、プラス（マイナス）の固有ショックが発生した家計は、将来所得の減少（増加）の可能性も考慮する。3 節での議論と同様、こうした予想の違いも限界消費性向の違いに影響を与えている。

もある。例えば、Kaplan, Moll, and Violante [2018] は、不動産や年金資産など、積み増しや取崩しに金銭的・時間的な費用が発生する非流動性資産を保有している家計にとっては、金利に応じた消費の平準化というオイラー方程式で描写される消費行動が最適ではないことを理論的に示したうえで、こうした非流動資産を一定額保有する家計も、限界消費性向が高くなりうることを指摘している<sup>17</sup>。

#### ハ. 異なる属性を持つ家計の分布

限界消費性向が高い家計が存在していたとしても、こうした家計が実際の経済に占める割合が僅少であれば、集計量に対する定量的な含意は限定的である。この意味で、金融政策の波及効果という点において現実に近い含意を得られるモデルを構築するためには、現実を近似できる限界消費性向の家計間分布をモデルの中に複製することが必要になる。

もっとも、限界消費性向は直接観察できる変数ではないことから、実際には、図5のような分布を直接データから得ることは難しい。このため、既存研究においては、理論的な観点から限界消費性向に支配的な影響を与えると考えられる観察可能な変数に着目し、こうした変数に関する家計間の分布について、データとの整合性を確保するというアプローチがとられる。例えば、2節のモデルであれば、家計が保有する資産  $B_{j,t}$  が相当し、Kaplan, Moll, and Violante [2018] であれば労働所得の動学過程や非流動性資産の保有割合がこれに相当する<sup>18</sup>。

また、限界消費性向およびその分布が共に内生変数であり、経済構造に応じて変化するという点も重要である。例えば、3節のモデルであれば、家計が借入制約に陥るかは、現在保有する資産額だけではなく、当該家計の将来所得の見通しにも依存するが、後者は景気循環の振幅の大きさや、失業給付の額などの政策内容によって影響を受ける。また、Kaplan, Moll, and Violante [2018] であれば、非流動性資産から得られる収益や、資産額の調整に伴う取引コストの規模によって限界消費性向の規模や分布は変化する。HANK モデルを用いて、政策変更や大きな経済環境の変化の含意を検証する場合などには、こうした分布の内生性についての考慮が必要

.....  
17 標準的な HANK モデルでは、家計が保有する資産は、資産額の調整に費用が発生しない資産（例えば、公債など）と仮定しているが、Kaplan, Moll, and Violante [2018] で議論されているとおり、非流動性資産を保有している場合には、資産額の調整費用や非流動性資産からの逸失利益などを考慮すると、毎期の金利変動に応じて消費を変動させることは、相対的に効用を低下させることになる。この結果、家計は消費をあえて平準化しないことを選択する。なお、属性が異なる家計に対する金融政策ショックの波及という観点から非流動性資産の役割を論じたものとして、Nakamura [2019] がある。

18 2節の HANK モデルでは、限界消費性向の大小を規定する主要因は借入制約であり、総資産規模が小さいほど限界消費性向が高くなる。これに対して、Kaplan, Moll, and Violante [2018] では、非流動性資産を保有する家計でも限界消費性向が高いが、こうした家計は総資産規模も大きいので、総資産規模も限界消費性向も高いという家計が存在する（Wealthy Hand-to-Mouth）。なお、家計の総資産規模と限界消費性向との関係性については、Carroll *et al.* [2017] も参照。

になる<sup>19</sup>。

## 二. 金融政策に起因する所得変化

金融政策は、各家計の当期の労働所得・資本所得だけではなく、資産価値、将来所得、また、失業保険など政府政策の設計によっては政府からの所得移転の額を変化させるが、HANK モデルではこうした所得内訳の変化が、規模やタイミングの点で各家計で異なる。より具体的には、資産価値や資本所得については、金融政策ショックが生じた時点において、家計がどの資産（あるいは負債）をどの程度、保有していたのかという点が重要になる。金融緩和が、現預金、公債、株式、実質資産（不動産・自動車など）など、物価水準や実質金利（ないしは割引率）の変化を通じて、異なる資産の実質価値や収益率に与える影響は一様ではなく、例えば、現預金の保有が多い家計は、物価上昇により価値が目減りする一方、割引率変化の恩恵は受けないため、株式保有が多い家計よりも、実質価値の上昇が小さい可能性がある。政府からの所得移転についても、例えば、金融緩和に伴う景気拡大によって、社会保障関連給付が減少する場合には、低所得の家計に対しては受取や所得の減少として作用しうる一方、その他の家計に対しては中立であると考えられる。最後に、各家計の労働時間は、こうした所得の変化を映じて、内生的に定まることから、労働所得についても家計間でばらつきが生じる。

(26)式が示すように、各家計の消費の変化は、各期の所得変化に対する限界消費性向 ( $\partial C_{j,0}/\partial Y_{j,t}$ ) と対応する所得変化 ( $dY_{j,t}$ ) の積で定まっており、所得変化が生じる時点も重要である。例えば、当期において借入制約式が消費を抑制している家計にとっては、来期以降の所得変化によって当期の消費が影響を受ける度合いは相対的に小さいと考えられる。

## (2) 波及メカニズムの要因分解から得られる含意

では、こうした要因分解からわれわれが得られる含意は何だろうか。

1つ目は、属性が異なる個々の家計の消費 ( $dC_{j,0}$ ) の意思決定について、理論的な説明が可能になるという点である。冒頭で述べたとおり、金融政策の格差への影響については、それ自身が関心を集めているが、所得・資産の規模・構成、限界消費性向に由来する家計間の差異は、所得・資産の格差がどのように形成されるか、

.....  
 19 家計の異質性を描写する点では HANK モデルと同様であるものの、異質な家計の分布自体は外生と考えるものとしては、TANK (Two-Agent New Keynesian) モデルによる接近法がある。TANK モデルでは、通常の家計（代表的個人のように、オイラー方程式に沿って消費の平準化を行う家計）と、借入制約の結果、各期の全所得を消費に充当する家計の2種類が存在すると考え、それぞれの割合は外生的に与えられる。TANK モデルについての詳細については、例えば、Debertoli and Galí [2018] を参照。

あるいは所得・資産の格差が家計の消費行動の結果としてどのように消費の格差に帰結するかを語るうえでの重要なメカニズムである。加えて、個々の家計の振舞いは、望ましい金融政策のあり方の検証の際にも重要である。RANK モデルでは、一国経済は代表的個人のみから構成されるため、代表的個人の効用を最大化する金利操作が最適金融政策であるが、HANK モデルのもとでは、経済に存在する異なる家計の効用の和を最大化する政策が最適金融政策である。このため、物価や実質金利の変動を通じた富の再分配効果の帰結など、それぞれの家計がどのような影響を受けるかを把握することが重要になる。

もう1つの含意は、総需要 ( $dC_0$ ) に関するものである。HANK モデルでの金融政策の波及メカニズムは、RANK モデルよりも多岐にわたるが、経済全体でみた緩和効果の規模が大きくなるかという点については、理論的には自明ではない<sup>20</sup>。また、当然ながら、依拠する理論モデルが HANK モデルであれ RANK モデルであれ、説明対象である現実のデータは共通であるため、計測される金融政策の効果の大きさは不変である。むしろ、HANK モデルから得られる最も重要な含意は、金融政策の効果の大きさが常に一定というわけではなく、その結果、例えば、将来における政策効果を予測する場合には、経済環境についての詳細な情報や理解が欠かせないという点である。本節の議論でみたように、HANK モデルのもとでは、緩和効果の規模や範囲は、4つの要因（①金利に対する感応度、②所得に対する感応度、③異なる属性を持つ家計の分布、④金融政策に起因する所得変化）の大小とそれぞれの組み合わせで定まるが、これらの要素は、固有ショックの大きさや、富の所在・構成、人口動態など、必ずしも通時的に定数とはみなしえない変数に依存する。言い換えると、金融政策の効果は、状態依存的 (state dependent) になり、経済環境の変化によっては、波及効果が限定的になることもある。

5節では、こうした点を踏まえつつ、金融政策の波及効果に重要な影響を与えると考えられている要因や、HANK の立場に立った場合のあるべき金融政策について、最近の研究を整理する。

.....  
20 例えば、3節のモデルでの家計 A は、金利弾力性が高いものの限界消費性向が低く、家計 B はその反対となっており、仮に家計 B が増えたとする、経済全体では、平均的な限界消費性向は高まる一方、金利弾力性は低下することから、総消費に対する緩和効果の規模は、金利低下に対して所得がどの程度変化するか依存する。詳細な議論については、Werning [2015] や Kaplan, Moll, and Violante [2018] を参照。

## 5. HANK モデルを用いた研究事例

### (1) 金融政策の波及効果の決定要因

HANK モデルは金融政策の多岐にわたる波及メカニズムを包括的に描写することができるため、RANK モデルのもとで捨象されたさまざまな経済構造や変数の役割を分析することができる。この結果、RANK モデルでは説明できない現実の事象が説明可能になる場合があるほか、これまで焦点が当てられてこなかった変数について、その重要性が再認識され、検証が進むこともある。特に、こうした変数が通時的に変化する場合には、金融政策の効果もそれに応じて変化することが指摘されている。以下では、金融政策の波及効果に大きな影響を与えると考えられている要因について、足許の議論を紹介する。

#### イ. 予備的貯蓄

HANK モデルのもとでの家計は、将来の所得リスクに備えて予備的貯蓄を行う誘因が存在する。この予備的貯蓄が、当期の金利変化に対する家計の消費の感応度を低下させる点については、4 節で触れたとおりであるが、McKay, Nakamura, and Steinsson [2016] は、予備的貯蓄が、将来の金利変化に対する感応度も低下させることを指摘し、このことが、いわゆる「フォワード・ガイダンス・パズル（以下、FGP）」への説明になるとしている<sup>21</sup>。

FGP とは、Del Negro, Giannoni, and Patterson [2012] で指摘された理論と現実の乖離を指し、RANK モデルが示唆するフォワード・ガイダンス（以下、FG）の理論的な緩和効果が、現実対比でみて過大であると主張するものである。標準的な RANK モデルに基づけば、将来時点での短期金利の引下げは、仮にある四半期間に限定されたものであったとしても、家計の消費の平準化行動を通じて、今期から当該期までの総需要を喚起し続け<sup>22</sup>、こうした継続的な総需要の拡大圧力は、NKPC を通じ

21 予備的貯蓄は、FGP に対する唯一の説明ではない。例えば、Del Negro, Giannoni, and Patterson [2012] は、家計が出生し死亡するというライフサイクル・モデルを考慮すると、将来の金利変動に対する消費の感応度が抑制されることを示している。また、Andrade *et al.* [2019] は、金融政策に含まれるいわゆる情報効果が、また、Woodford [2019] および Gabaix [2020] は限定合理性が、それぞれ感応度抑制に寄与すると主張している。

22 (5) 式を定常状態からの乖離の形で表現したうえで将来期間まで展開し、(7) 式についても同様に展開すると下式が得られる。

$$\tilde{y}_t = -\frac{1}{\sigma} E_t \sum_{s=0}^{\infty} (i_{t+s} - \pi_{t+1+s} - \rho_{t+s}^n).$$

て、足許の物価を累積的に押し上げる方向に作用する<sup>23</sup>。しかし、この理論的な帰結は、金融危機後における主要国での物価動向と必ずしも一致しない。

一方、HANK モデルでは、(14) 式に沿って消費行動を行う家計のように、当期の消費が将来の短期金利の変動から独立である家計が存在し、こうした家計にとっては、そもそも FG は消費喚起効果を持たない。また、(13) 式に沿う家計については、RANK モデルと同様の緩和メカニズムが働くものの、4 節での議論のとおり、予備的貯蓄の観点から、資産・所得が低い家計は、貯蓄の取崩しに慎重となる。この結果、FG の緩和効果は大きく減殺されることになる<sup>24</sup>。

FGP とは別に、予備的貯蓄により、金融引締め効果が増幅されるという議論も存在する。金融引締めは、各家計の労働所得を引き下げる効果を持つが、所得や資産が低い家計にとっては、それ自体が予備的貯蓄の原因となる。とりわけ、引締めに伴って職を失い、労働所得が非線形に減少するリスクがある場合には、総需要の押下げ効果が増幅され、物価もデフレ方向に動く可能性がある。例えば、Challe [2020] は、失業リスクが存在している経済のもとで、金融政策ルールが (8) 式のように物価に大きなウェイトを置いている場合には、金融政策のルール自体が、家計の予備的貯蓄を喚起し、総需要を減少させる可能性を指摘している<sup>25</sup>。

## ロ. 再分配・格差

HANK モデルのもとでは、各家計は、限界消費性向だけではなく、その所得流列や資産が金融政策からどのように影響を受けるかという点においても異なる。間接効果が、各家計の限界消費性向と所得の流列  $\{dY_{j,t}\}_{t=0}^{\infty}$  の積を和したもので捉えられることにかんがみると、仮に集計量としての所得流列  $\{dY_t\}_{t=0}^{\infty}$  が不変であったとしても、金融政策の結果として、家計間で、所得の流列や資産の変化にばらつきが生

$$\pi_t = \kappa \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s E_t \tilde{y}_{t+s}.$$

なお、 $\rho_{t+s}^n$  は外生変数である自然利子率である。式から明らかのように、「 $j$  期先の金利  $E_t r_{t+s}$  を切り下げる」という当期のアナウンスは、当期から  $j$  期先まで需要を喚起し続け、この継続する需要の拡大は、物価に対して、累積的に押し上げ方向に作用する。

- 23 McKay, Nakamura, and Steinsson [2016] によれば、標準的な RANK モデルのもとでの 5 年先に実施される短期金利引下げのコミットメントは、FG の累積的な緩和効果を映じて、今期の金利の引下げに比べ、インフレ率に対し、18 倍の緩和効果をもたらす。
- 24 McKay, Nakamura, and Steinsson [2016] は、こうした異質な家計の割合について実際の米国のデータを用いてカリブレートしたうえでシミュレーション分析を行い、HANK モデルでは、5 年先の FG の効果は RANK モデル対比でみて半減し、また、10 年先の FG の効果はほぼ消滅することを示している。
- 25 例えば、生産性の低下や原油価格上昇のようなコスト・プッシュ・ショックがある場合を考えると、政策金利の引上げは物価安定に寄与する一方で、失業リスクを増大させる効果を持つ。このことを予め見ている場合には、家計はより多くの貯蓄を保有することで、引締めに伴う所得減少リスクを回避しようとする。なお、金融政策が予備的貯蓄の増減を通じて足許の需要に作用するチャンネルについては、Ravn and Sterk [2017] や Den Haan, Rendahl, and Riegler [2018] でも指摘されている。

じるのであれば、集計量でみた場合の総需要に対して、増幅・抑制効果をもたらす。

金融政策が、所得や資産に与える再分配効果については、主要国における非伝統的金融政策の浸透や、HANK モデルが人口に膾炙していくのと軌を一にして分析が蓄積されているが、各国における金融政策の内容自体の差異、あるいは経済構造の相違などを映じて、各国共通に観察される規則性は限られている。もっとも、金融緩和が、物価を上昇させ、実質金利を低下させるという点、また、どのような経済であっても、家計ごとにバランスシート構成が異なるため、物価上昇や実質金利低下に伴う実質資産価値の変動によって、恩恵を受ける家計と損失を被る家計が並存するという点についてはコンセンサスがある。

Auclert [2019] は、こうした再分配を通じた効果の寄与について、金融政策ショック発生時点における各家計のバランスシートの物価あるいは実質金利に対するエクスポージャーと、それぞれの限界消費性向とのクロス・セクションでの共分散で捉えられることを理論的に示した。そのうえで、米国などの家計部門のデータを用いて、物価上昇による名目負債の実質価値の下落で恩恵を受ける家計（例えば、債務者）ほど、また、実質金利低下により実質資産価値が上昇する家計（例えば、当期の消費が所得対比で高い家計）ほど、限界消費性向が高いことを報告し<sup>26</sup>、再分配効果が、金融政策の緩和効果を増幅させている可能性を指摘した<sup>27</sup>。

26 具体的には、所得の割引現在価値から（消費計画段階の）消費の割引現在価値を引いたものが正であれば、金利低下が生涯所得を増やす方向で作用する。(3)式から示されるとおり、これは当期の消費から当期の所得を引いたものに等しい。

27 具体的には、以下のとおり。

$$dC_0 \approx E_1 \left[ \frac{Y_j}{Y} \frac{\partial C_{j,0}}{\partial Y_{j,0}} \right] dY_0 + \text{Cov}_I \left[ \frac{\partial C_{j,0}}{\partial Y_{j,0}}, dY_j - Y_j \frac{dY_{j,0}}{Y} \right] - \text{Cov}_I \left[ \frac{\partial C_{j,0}}{\partial Y_{j,0}}, NNP_j \right] \frac{dP_0}{P_0} + \left\{ \text{Cov}_I \left[ \frac{\partial C_{j,0}}{\partial Y_{j,0}}, URE_j \right] - E_1 \left[ \sigma \left( 1 - \frac{\partial C_{j,0}}{\partial Y_{j,0}} \right) C_{j,0} \right] \right\} \frac{dR_0}{R_0}$$

ここで、 $E_1$ と  $\text{Cov}_I$  は、クロス・セクションで見た平均値と共分散であり、 $NNP_j$ 、 $URE_j$  は、それぞれ家計  $j$  のネットでの名目資産額、ヘッジしていない実質金利へのエクスポージャーである。第1項は、金融緩和による総所得の増加が限界消費性向を通じて総消費に与える平均的な効果を捉えている。第2~4項は、クロス・セクションの分布が総消費の反応に与える含意を示している。すなわち、金融緩和による各家計の所得変化、名目資産ポジション（物価上昇による実質資産価値変動を捕捉）、実質金利へのエクスポージャー（実質金利低下による実質資産価値変動を捕捉）のそれぞれと限界消費性向の共分散が総消費に影響を与えることを捉えている。第5項は、異時点間代替効果を捉えている。なお、本文で記述したとおり、論文では、第3項と第4項については正であることが確認されているが、第2項については、金融緩和と所得格差の関係性次第であると論じており、仮に金融緩和が格差縮小に作用するのであれば、各家計の所得変化が金融緩和を増幅する効果を持つことになる。なお、Coibion *et al.* [2017] や Mumtaz and Theophilopoulou [2017] は、それぞれ米国と英国について、金融緩和が所得格差を縮小する効果を持つと報告している一方、Inui, Sudo, and Yamada [2017] は、1990年代の日本について、金融緩和が労働所得格差を増幅する効果があったことを報告している。

## 八. 財政政策

金融政策ショックは、実質安全金利の変動を伴うため、政府部門からみると、政府債務への利払いの変化が生じている。政府が予算式を均衡させるという観点から政策運営を行っている場合には、こうした財政収支の変化に応じて、政府が支出や債務残高を変化させることもありうる。もっとも、RANK モデルでは、家計は、(5) 式に沿って消費行動を決めており、政府がリカーディアンである限りにおいて、支出や債務残高の変化が家計の予算制約式である (3) 式の総和を変化させることはないため、政府部門の反応いかんで、金融政策の効果が変化することはない。

これに対して、HANK モデルでは、Kaplan and Violante [2018] で詳細に議論されているとおり、政府の政策手段の選択いかんが、総需要に影響を与える。例えば、低所得の家計に対して、失業給付などの所得移転が行われており ((10) 式でいえば、 $T_{j,t}$  が正の値を取る場合)、家計もそれを認識しているとすれば、当期に借入制約に服している家計にとっては、直接的に制約を緩和することを通じて消費を喚起する方向に作用し、将来の借入制約を懸念している家計にとっては、予備的貯蓄の誘因を押し下げることになる。

## 二. 住宅ローン

2、3 節のモデルでは捨象しているが、家計のバランスシートにおいては、住宅資産・負債が大きな割合を占める。また、住宅資産は、家計の年齢、世代、家族構成などを直截に反映するため、異質性が極めて高い。金融危機以降、住宅資産とその家計間の異質性が金融政策に与える含意について関心が高まっており、ここでは、特に、借換チャネル—住宅負債を抱えている家計が、金利低下の機会を捉えて借換えを行い、支払負担軽減相当分だけ消費を拡大するという経路—についての研究を取り上げる。

Wong [2019] は、住宅負債の規模と住宅を保有する家計の年齢との関係性に焦点を当てつつ、借換チャネルを通じて、経済における各家計の年齢構造の分布が、金融政策の効果に影響を与えると主張している。一般的には、住宅負債額は若年層で最も高く、年齢が上がるにつれて返済が進み減少することから、他の条件を一定とすれば、借換チャネルは、借り換えることによる支払負担の減少が最大となる若年層において最も顕著に現れるはずである。同論文では、こうした議論と整合的な実証・理論的根拠を示したうえで<sup>28</sup>、人口構造の高齢化は、借換チャネルの減衰を含意するため、金融緩和の効果を小さくする可能性がある」と指摘している。

Berger *et al.* [2018] や Eichenbaum, Rebelo, and Wong [2018] は、同じく借換チャネ

28 具体的には、米国の Consumer Expenditure Survey (CEX) のデータを用いて、家計を若年層 (25~34 歳)、中年層 (35~64 歳)、高年層 (65 歳以上) に区分し、金融緩和とショックに対する若年層の消費の増加幅が他年齢層に比べて有意に大きいことを報告したうえで、この実証結果と整合的な世代重複モデルを構築している。



ルを通じて、過去の金融政策—具体的には、過去から現在までの政策金利の時系列的な推移—が現時点での金融緩和の政策効果に影響を与えると主張している。同チャンネルは、理論的には「現在、返済している金利」から「仮に借り換えた場合に支払う金利」を差し引いた値が正である場合に生じ、緩和効果の規模は、2つの金利差の増加関数となる。このため、前者が一般的には借入契約時点での政策金利と連動することと、家計の住宅購入時期がそれぞれ異なることを踏まえると、マクロ経済全体で測った場合の借換チャンネルの大きさは、借入契約時点での政策金利の水準が家計間でどのように異なるかという分布の情報によって定まることになる。この結果、例えば、同じ3%から2%への利下げであっても、3%が長期間続いた場合と、2%が続いた後にいったん3%になった場合とでは、前者の方が利下げに伴って借換えを行う家計の割合が高くなり、金融緩和の効果が大きくなることになる。また、この議論は、米国における今後の金融緩和の効果が、現在よりも小さくなることを示唆する。すなわち、Berger *et al.* [2018] は、米国のモーゲージ金利が1990年以前は高水準にあり、それ以降趨勢的に下落してきたことを指摘し、現時点での借換チャンネルの緩和効果は、こうした推移によって増幅されていると述べている。

## (2) 経済厚生について

Woodford [1999] に代表される RANK モデルを用いた最適金融政策理論では、名目の価格硬直性に由来する非効率性が存在するもとで<sup>29</sup>、この非効率性を最小化する短期金利操作を考察し、一般的には、金利操作によりインフレ率が安定化すると非効率性が減衰することが知られている。もっとも、同モデルが想定する経済は、価格の硬直性を除けば効率的であり、いったん、インフレ率の安定が確保されれば、金融政策が経済厚生に対して更なる働きかけを行うことはできない。

これに対して、HANK モデルのもとでは、価格硬直性に由来する非効率性だけではなく、固有ショックなどに伴う将来所得の不確実性が、経済厚生への押下げ要因として存在する。特に、景気後退期における所得の減少リスクは、借入制約とあいまって、家計の予備的貯蓄を促進し、消費水準や物価水準の低下要因となる。言い換えれば、金融政策は、こうした所得減少リスクに働きかけることで経済厚生を高める余地がある。

例えば、Gornemann, Kuester, and Nakajima [2016] では、失業を明示的に組み込んだ HANK モデルを用いて、(8) 式のようなインフレ率安定に大きなウエイトを置いた金融政策ルールではなく、失業率安定にも相応のウエイトを置いたルールが採用

29 標準的な硬直的価格モデルであるカルボ型モデルのもとでは、名目価格の硬直性が存在することで、生産技術が同一であっても企業間で生産規模・要素投入に差異が生じ、効率的な生産配分が阻害される。

される場合に、個々の家計の経済厚生がどのように変化するかを検証している。後者のルールのもとでは、失業率の上昇は、政策金利の内生的な低下を促すため、金融緩和を通じて失業に伴う所得リスクが低減する一方、インフレ率の上昇は、ある程度放置される形となるため、インフレ率の変動に伴う非効率性は増大する。経済厚生という点からみれば、労働所得に依存する低・中所得層にとっては、所得リスクの低下を通じて、予備的貯蓄の誘因が弱まり、消費拡大による経済厚生改善が見込まれる一方、労働所得への依存度が低い富裕層にとっては、所得リスク低下の恩恵が限定的であるにもかかわらず、非効率性の増大が資本所得を押し下げることから、経済厚生は悪化する<sup>30</sup>。また、経済全体の経済厚生への含意という意味で、モデル内のすべての富・所得階層の家計が得る経済厚生を平均してみると、多くの先進国では富裕層の数は低・中所得者層の数に比べてとても少なく、低・中所得層への経済厚生改善効果が定量的に勝ることから、RANK モデル対比でみて、より失業率変動の抑制に注力し、インフレ変動を許容するようなルールが望ましいという結論になる<sup>31</sup>。

## 6. おわりに

本稿では、HANK モデルにおける金融政策の波及効果について、その概要と最近の研究動向を解説し、個々の家計の特性に応じて金融政策の効果が変わりうること、波及メカニズムにおいて異時点間の代替効果以外の経路が重要な影響を果たしうること、また、経済環境に応じて、波及効果自体が変わりうることを論じた。

最後に、HANK モデルに関する今後の研究について3つの方向性を展望し、締めくくりたい。1つ目は、粒度の高いマイクロデータと組み合わせた、経済主体の異質性と金融政策の波及メカニズムについての理解深耕である。特に、経済全体の総所得・総資産に占める超富裕層の割合の大きさや、経済厚生の観点からは景気後退時の低所得層の厚生損失の寄与が重要であることを踏まえると、通常の統計では必ずしも網羅されない分布の裾に位置する家計についても知見を深めることが重要で

30 同モデルでは、価格の調整費用は配当から引かれる形となっているほか、予備的貯蓄の減少が資本財価格を下落させる構造になっている。このため、所得構造が、配当や資本のキャピタルゲインに傾斜している富裕層が相対的に損失を被る形になる。

31 Gornemann, Kuester, and Nakajima [2016] と同様に、労働所得についての不確実性が存在する場合、(こうした不確実性がない場合と比べて)失業率や総需要などインフレ率以外の変数をより考慮することで、金融政策が経済厚生を高めることができるとする論文として、Acharya, Challe, and Dogra [2020] や Challe [2020] がある。もっとも、こうした研究とは対照的に、Bilbie and Ragot [2017] など、所得の不確実性や格差が最適金融政策に与える定量的な含意は限定的であるとする指摘や、Braun and Nakajima [2009] など、不確実性があつたとしても、一定の条件下では、インフレ率安定を指向する政策ルールが最適であるとする研究も存在する。

ある。また、既存の HANK モデルでは、主として消費の集計量への含意に注目するケースが多いが、例えば、Bahaj *et al.* [2019] が英国データを用いて分析しているように、金融緩和の不動産価格への波及が地域により異なるもとで、企業の社長・役員が保有する不動産所在地の異質性が担保価値変動を通じて銀行借入・設備投資に影響を与える経路など、他の需要項目への含意も重要であると考えられる。

2つ目は、より平易な理論モデルの構築や、アクセスが容易な計算プログラムの開発が挙げられる。HANK モデルは、モデルの複雑さやシミュレーションを行う際の計算負荷が分析・解釈の際の障壁となる場合がある。TANK モデルに代表されるように、近似によって異質性の分析を可能にする理論や、Ahn *et al.* [2018] や Boppart, Krusell, and Mitman [2018] などにより相対的に扱いやすいシミュレーション用プログラムも提案されているが、現状、中央銀行関係者など実務家の間の利用は限定的である。もっとも、HANK モデルを利用することの便益は、徐々に浸透しつつあり、今後、理論やプログラムに一段の進展がある可能性は高い。なお、本論文のシミュレーションに用いた HANK モデルのコードについては今後公開する予定にしており、本稿もこの方向性に対して貢献すると期待する（詳細は補論 3 を参照）。

3つ目は、推計である。モデルを推計することで、経済に生じている構造ショックの性質について調べたり、政策シミュレーションの定量的な妥当性を担保したりするといった作業は、近年のマクロ経済の分析では必須の分野であり、現在では、Smets and Wouters [2007] に代表される RANK モデルのベイズ推計が中心的な役割を担っている。Auclert, Rognlie, and Straub [2020]、Hasumi and Iiboshi [2019]、Winberry [2018] など、HANK モデルの推計も、徐々に増えてきているがまだ蓄積は限定的であるほか、マイクロデータの活用など課題も存在する。こうした点を踏まえると、Bayer, Born, and Luetticke [2020] など先駆的な一部の研究で行われているように、データの説明力や予測力、政策効果の分析、あるいはコミュニケーション手段といった観点から両モデルをどのように活用していくべきか比較検証することが今後重要になると考えられる。

## 参考文献

- Acharya, Sushant, Edouard Challe, and Keshav Dogra, “Optimal Monetary Policy According to HANK,” CEPR Discussion Paper No. DP14429, Centre for Economic Policy Research, 2020.
- Ahn, SeHyoun, Greg Kaplan, Benjamin Moll, Thomas Winberry, and Christian Wolf, “When Inequality Matters for Macro and Macro Matters for Inequality,” in Martin Eichenbaum and Jonathan A. Parker, eds. *NBER Macroeconomics Annual 2017*, 32, Chicago: University of Chicago Press, 2018, pp. 1–75.
- Aiyagari, S. Rao, “Uninsured Idiosyncratic Risk and Aggregate Saving,” *Quarterly Journal of Economics*, 109(3), 1994, pp. 659–684.
- Algan, Yann, Olivier Allais, Wouter J. Den Haan, and Pontus Rendahl, “Solving and Simulating Models with Heterogeneous Agents and Aggregate Uncertainty,” in Karl Schmedders and Kenneth L. Judd, eds. *Handbook of Computational Economics*, 3, 2014, pp. 277–324.
- Andrade, Philippe, Gaetano Gaballo, Eric Mengus, and Benoît Mojon, “Forward Guidance and Heterogeneous Beliefs,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, 11(3), 2019, pp. 1–29.
- Attanasio, Orazio, and Steven J. Davis, “Relative Wage Movements and the Distribution of Consumption,” *Journal of Political Economy*, 104(6), 1996, pp. 1227–1262.
- Auclert, Adrien, “Monetary Policy and the Redistribution Channel,” *American Economic Review*, 109(6), 2019, pp. 2333–2367.
- , Bence Bardóczy, Matthew Rognlie, and Ludwig Straub, “Using the Sequence-Space Jacobian to Solve and Estimate Heterogeneous-Agent Models,” NBER Working Paper No. 26123, National Bureau of Economic Research, 2019.
- , Matthew Rognlie, and Ludwig Straub, “Micro Jumps, Macro Humps: Monetary Policy and Business Cycles in an Estimated HANK Model,” NBER Working Paper No. 26647, National Bureau of Economic Research, 2020.
- Bahaj, Saleem, Angus Foulis, Gabor Pinter, and Paolo Surico, “Employment and the Collateral Channel of Monetary Policy,” Staff Working Paper No. 827, Bank of England, 2019.
- Bayer, Christian, Benjamin Born, and Ralph Luetticke, “Shocks, Frictions, and Inequality in US Business Cycles,” CEPR Discussion Paper No. DP14364, Centre for Economic Policy Research, 2020.
- Berger, David W., Konstantin Milbradt, Fabrice Tourre, and Joseph Vavra, “Mortgage Prepayment and Path-Dependent Effects of Monetary Policy,” NBER Working Paper No. 25157, National Bureau of Economic Research, 2018.

- Bernanke, Ben S., “Monetary Policy and Inequality,” Ben Bernanke’s Blog, June 1st, 2015 (available at <https://www.brookings.edu/blog/ben-bernanke/2015/06/01/monetary-policy-and-inequality/>, 2020年9月25日).
- Bewley, Truman F., “Stationary Monetary Equilibrium with a Continuum of Independently Fluctuating Consumers,” in Werner Hildenbrand and Andreu Mas-Colell, eds. *Contributions to Mathematical Economics in Honor of Gerard Debreu*, Amsterdam: North-Holland, 1986, pp. 79–102.
- Bilbiie, Florin O., and Xavier Ragot, “Optimal Monetary Policy and Liquidity with Heterogeneous Households,” CEPR Discussion Paper No. DP11814, Centre for Economic Policy Research 2017.
- Blundell, Richard, Luigi Pistaferri, and Ian Preston, “Consumption Inequality and Partial Insurance,” *American Economic Review*, 98(5), 2008, pp. 1887–1921.
- Boppart, Timo, Per Krusell, and Kurt Mitman, “Exploiting MIT Shocks in Heterogeneous-Agent Economies: The Impulse Response as a Numerical Derivative,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 89, 2018, pp. 68–92.
- Braun, Anton R., and Tomoyuki Nakajima, “Optimal Monetary Policy When Asset Markets are Incomplete,” RIETI Discussion Paper Series 09-E-050, Research Institute of Economy, Trade and Industry, 2009.
- Campbell, John Y., and N. Gregory Mankiw, “Consumption, Income and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence,” in Olivier J. Blanchard and Stanley Fischer, eds. *NBER Macroeconomics Annual 1989*, 4, Cambridge: MIT Press, 1989, pp. 185–246.
- Carney, Mark, “The Spectre of Monetarism,” speech at the Roscoe Lecture, in Liverpool John Moores University on December 5, 2016.
- Carroll, Christopher, Jiri Slacalek, Kiichi Tokuoka, and Matthew N. White, “The Distribution of Wealth and the Marginal Propensity to Consume,” *Quantitative Economics*, 8(3), 2017, pp. 977–1020.
- Carvalho, Carlos, “Heterogeneity in Price Stickiness and the Real Effects of Monetary Shocks,” *B.E. Journal of Macroeconomics*, 2(1), 2006, pp. 1–58.
- Challe, Edouard, “Uninsured Unemployment Risk and Optimal Monetary Policy in a Zero-Liquidity Economy,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, 12(2), 2020, pp. 241–283.
- Chatterjee, Satyajit, Dean Corbae, Makoto Nakajima, and José-Víctor Ríos-Rull, “A Quantitative Theory of Unsecured Consumer Credit with Risk of Default,” *Econometrica*, 75(6), 2007, pp. 1525–1589.
- Cloyne, James, Clodomiro Ferreira, and Paolo Surico, “Monetary Policy when Households

- Have Debt: New Evidence on the Transmission Mechanism,” *Review of Economic Studies*, 87(1), 2020, pp. 102–129.
- Cochrane, John H., “A Simple Test of Consumption Insurance,” *Journal of Political Economy*, 99(5), 1991, pp. 957–976.
- Coibion, Olivier, Yuriy Gorodnichenko, Lorenz Kueng, and John Silvia, “Innocent Bystanders? Monetary Policy and Inequality,” *Journal of Monetary Economics*, 88, 2017, pp. 70–89.
- Doepke, Matthias, and Martin Schneider, “Inflation and the Redistribution of Nominal Wealth,” *Journal of Political Economy*, 114(6), 2006, pp. 1069–1097.
- Debortoli, Davide, and Jordi Galí, “Monetary Policy with Heterogeneous Agents: Insights from TANK Models,” Economics Working Papers No. 1686, Department of Economics and Business, Universitat Pompeu Fabra, 2018.
- Del Negro, Marco, Marc Giannoni, and Christina Patterson, “The Forward Guidance Puzzle,” Staff Reports No. 574, Federal Reserve Bank of New York, 2012.
- Den Haan, Wouter J., Pontus Rendahl, and Markus Riegler, “Unemployment (Fears) and Deflationary Spirals,” *Journal of the European Economic Association*, 16(5), 2018, pp. 1281–1349.
- Draghi, Mario, “The ECB’s Recent Monetary Policy Measures: Effectiveness and Challenges,” speech at Michel Camdessus Central Banking Lecture, in International Monetary Fund, Washington D.C. on May 14, 2015.
- Eichenbaum, Martin, Sergio Rebelo, and Arlene Wong, “State Dependent Effects of Monetary Policy: The Refinancing Channel,” CEPR Discussion Paper No. DP13223, Centre for Economic Policy Research, 2018.
- Galí, Jordi, *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework and Its Applications*, 2nd ed., Princeton: Princeton University Press, 2015.
- Gabaix, Xavier, “A Behavioral New Keynesian Model,” *American Economic Review*, 110(8), 2020, pp. 2271–2327.
- Gornemann, Nils, Keith Kuester, and Makoto Nakajima, “Doves for the Rich, Hawks for the Poor? Distributional Consequences of Monetary Policy,” International Finance Discussion Papers No. 1167, Board of the Federal Reserve System, 2016.
- Hasumi, Ryo, and Hirokuni Iiboshi, “A Bayesian Estimation of HANK Models with Continuous Time Approach: Comparison between US and Japan,” MPRA Paper No. 92855, University Library of Munich, 2019.
- Heathcote, Jonathan, Kjetil Storesletten, and Giovanni L. Violante, “Quantitative Macroeconomics with Heterogeneous Households,” *Annual Review of Economics*, 1, 2009,

- pp. 319–354.
- Huggett, Mark, “The Risk-Free Rate in Heterogeneous-Agent Incomplete-Insurance Economies,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 17, 1993, pp. 953–969.
- Inui, Masayuki, Nao Sudo, and Tomoaki Yamada, “Effects of Monetary Policy Shocks on Inequality in Japan,” Bank of Japan Working Paper Series No. 17-E-3, Bank of Japan, 2017.
- Jappelli, Tullio, “Who is Credit Constrained in the U. S. Economy?” *Quarterly Journal of Economics*, 105(1), 1990, pp. 219–234.
- Johnson, David S., Jonathan A. Parker, and Nicholas S. Souleles, “Household Expenditure and the Income Tax Rebates of 2001,” *American Economic Review*, 96(5), 2006, pp. 1589–1610.
- Kaplan, Greg, Benjamin Moll, and Giovanni L. Violante, “Monetary Policy According to HANK,” *American Economic Review*, 108(3), 2018, pp. 697–743.
- , and Giovanni L. Violante, “Microeconomic Heterogeneity and Macroeconomic Shocks,” *Journal of Economic Perspectives*, 32(3), 2018, pp. 167–194.
- , ———, and Justin Weidner, “The Wealthy Hand-to-Mouth,” *Brookings Papers on Economic Activity*, 2014, pp. 77–138.
- Kehoe, Timothy J., and David K. Levine, “Debt-Constrained Asset Markets,” *Review of Economic Studies*, 60(4), 1993, pp. 865–888.
- Krusell, Per, and Anthony A. Smith, Jr., “Income and Wealth Heterogeneity in the Macroeconomy,” *Journal of Political Economy*, 106(5), 1998, pp. 867–896.
- Ljungqvist, Lars, and Thomas J. Sargent, *Recursive Macroeconomic Theory*, 3rd ed., Cambridge: MIT Press, 2012.
- McKay, Alisdair, Emi Nakamura, and Jón Steinsson, “The Power of Forward Guidance Revisited,” *American Economic Review*, 106(10), 2016, pp. 3133–3158.
- Mumtaz, Haroon, and Angeliki Theophilopoulou, “The Impact of Monetary Policy on Inequality in the UK. An Empirical Analysis,” *European Economic Review*, 98, 2017, pp. 410–423.
- Nakajima, Makoto, “Monetary Transmission and MPC in the Heterogeneous-Agent New-Keynesian Model,” mimeo, 2020.
- Nakamura, Fumitaka, “Household Income, Portfolio Choice and Heterogeneous Consumption Responses to Monetary Policy Shocks,” IMES Discussion Paper No. 2019-E-19, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2019.
- Ottanello, Pablo, and Thomas Winberry, “Financial Heterogeneity and the Investment Channel of Monetary Policy,” NBER Working Paper No. 24221, National Bureau of Economic Research, 2018.

- Ravn, Morten O., and Vincent Sterk, "Job Uncertainty and Deep Recessions," *Journal of Monetary Economics*, 90, 2017, pp. 125–141.
- Reiter, Michael, "Solving Heterogeneous-Agent Models by Projection and Perturbation," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33(3), 2009, pp. 649–665.
- Shimer, Robert, "The Cyclical Behavior of Equilibrium Unemployment and Vacancies," *American Economic Review*, 95(1), 2005, pp. 25–49.
- Smets, Frank, and Rafael Wouters, "Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach," *American Economic Review*, 97(3), 2007, pp. 586–606.
- Storesletten, Kjetil, Chris I. Telmer, and Amir Yaron, "The Welfare Cost of Business Cycles Revisited: Finite Lives and Cyclical Variation in Idiosyncratic Risk," *European Economic Review*, 45(7), 2001, pp. 1311–1339.
- Walsh, Carl E., *Monetary Theory and Policy*, 4th ed., Cambridge: MIT Press, 2017.
- Werning, Iván, "Incomplete Markets and Aggregate Demand," NBER Working Paper No. 21448, National Bureau of Economic Research, 2015.
- Winberry, Thomas, "A Method for Solving and Estimating Heterogeneous Agent Macro Models," *Quantitative Economics*, 9(3), 2018, pp. 1123–1151.
- Wong, Arlene, "Refinancing and the Transmission of Monetary Policy to Consumption," mimeo, 2019.
- Woodford, Michael, "Optimal Monetary Policy Inertia," *The Manchester School*, 67(s1), 1999, pp. 1–35.
- , "Monetary Policy Analysis When Planning Horizons are Finite," in Martin Eichenbaum, Erik Hurst, and Jonathan A. Parker, eds. *NBER Macroeconomics Annual 2018*, 33, Chicago: University of Chicago Press, 2019, pp. 1–50.
- Yellen, Janet L., "Macroeconomic Research After the Crisis," speech at the 60th Annual Economic Conference sponsored by the Federal Reserve Bank of Boston on October 14, 2016.
- Zeldes, Stephen P., "Consumption and Liquidity Constraints: An Empirical Investigation," *Journal of Political Economy*, 97(2), 1989, pp. 305–346.



## 補論 1. 家計の異質性に関する実証分析

限界消費性向など、HANK モデルのもとで描写されているさまざまな種類の家計間の異質性は、個々の家計あるいは属性ごとの家計に関する実証分析の結果に基づき付けられている。本節では、幾つかの代表的な実証研究を概観する。

### (1) 不完備市場について

HANK モデルは、固有ショックに起因する所得変動リスクについて、事前の金融契約などを用いては回避できないという前提に立つ。実際、多くの実証研究では、完備市場の含意がデータと整合的でないことを指摘しており、前提の妥当性を支持するものとなっている。例えば、Cochrane [1991] は、完備市場が成立する場合には、個々の家計の消費の  $t$  期から  $t+1$  期への成長率が、 $t+1$  期に起きる固有ショックとは無相関になることを理論的に示したうえで、Panel Study of Income Dynamics (PSID) を用いて、実際のデータの成長率が病気や失業といった事象の発生と有意に相関することを報告している。また、Attanasio and Davis [1996] は、Consumer Expenditure Survey (CEX) を用いて、家計の教育水準や年代ごと消費の趨勢的な成長率の違いが、属性ごとの賃金の違いに支配的な影響を受けていることを報告し、完備市場が成立しないと結論付けている。

もっとも、完備市場が成立しなくとも、家計は、所得変動による消費変動リスクを部分的に遮断することはできる。遮断の手段は主として貯蓄であるが、健康保険・失業保険などの公的・民間による保険給付や、同一家計内でのリスク・シェアリング（主たる労働所得稼得者以外の家計の構成員による就業）も、リスクの回避手段である。こうした手段が活用されれば、個々の家計における所得変動と消費変動は乖離する。この点について、例えば、Blundell, Pistaferri, and Preston [2008] は、所得変動が消費変動に波及する程度について、PSID と CEX から得られた格差のデータを用いて分析し、家計の属性によって波及度合いが異なることを報告している。

### (2) 借入制約・限界消費性向について

2 節の HANK モデルでは、低資産の家計ほど借入制約に陥りやすく、限界消費性向が高くなる。このメカニズムが存在するかどうかの検証方法は、幾つかのアプローチがあるが、概ね、こうした想定と整合的な実証結果が得られている。

資産水準と借入制約の有無という点については、例えば Zeldes [1989] は、2 節 (2) のようなモデルのもとでは、資産が少ない家計は、借入制約に陥る結果として (13) 式 (オイラー方程式) が等式で成立せず、当期の消費が抑制されることから (当期の消費から得られる限界効用が大きくなることから) 左辺が右辺を上回る形になるという理論的な含意があることを示したうえで、米国の PSID を用いて実証的に検証し、資産が少ない家計ほどオイラー方程式が等式で成立しない傾向があること、オイラー方程式における左辺と右辺の大小関係は借入制約の存在と整合的になることを報告している。また、Jappelli [1990] は米国の Survey of Consumer Finances (SCF) を用いて、「金融機関に与信を申請したが断られた家計」と「断られる懸念があるため申請しなかった家計」が全体の 20% 前後存在すること、こうした家計は他の家計対比で、所得や資産が低いことを報告している。

資産水準と限界消費性向の大きさという点については、Johnson, Parker, and Souleles [2006] が、2001 年に連邦所得税の還付が行われた際の CEX データを用いて<sup>32</sup>、還付後の非耐久消費財支出の反応を分析し、還付額の概ね 20~40% 相当額が還付後の 3 ヶ月で消費支出されていること、また、限界消費性向は家計ごとで異なり、年齢が低い家計、低所得の家計、流動性資産 (現預金) が少ない家計の方が高い傾向があることを報告している。この結果は、限界消費性向については、資産の大小だけではなく資産の流動性が重要であるとしている Kaplan, Violante, and Weidner [2014] の結果とも整合的である。

### (3) 家計の属性の違いと金融政策の効果について

金融政策の効果が家計間で異なるかを確認する 1 つの接近方法は、格差の動向を分析することである。仮に効果が家計間で均一であれば、資産・所得・消費の格差指標は、金融政策ショックから独立となるはずである<sup>33</sup>。もっとも、これまでの実証研究の蓄積を踏まえると、格差が金融政策から独立でない点についてはコンセンサスが確立している。例えば、Coibion *et al.* [2017] は、CEX から構築した格差指標が金融政策ショックに対してどのように反応するかを local projection を用いて推計し、引締めショック後、所得や消費の格差が有意に拡大すること、また、所得の各

32 具体的には、2001 年 5 月に成立した The Economic Growth and Tax Relief Reconciliation Act に基づいて、同年 6 月から 9 月に米国の 3 分の 2 の家計に対して行われた所得税還付が対象となっている。還付時期が法案成立後であり、還付による所得変動が予期されたものと解釈されること、各家計への還付時期が無作為に決められており、内生性の問題がないと考えられることから、限界消費性向に関する多くの実証分析で研究されている。

33 ジニ係数やログ分散などの主要格差指標は、例えば、全家計の所得が  $\alpha$  倍される変化に対しては影響を受けない。このため、金融政策ショックが各家計の資産・所得・消費を定数倍する形で変化させる場合、ジニ係数やログ分散は変化しない。

構成要素や消費の格差の反応が一様ではないことを報告している。この結果は、家計が直面する所得変化も、また、所得変化に伴う消費の反応も家計間で異なることを示唆するものとなっている。

波及メカニズムに重要と考えられる特定の変数に焦点を当てる分析もある。例えば、Cloyne, Ferreira, and Surico [2020] は、米英の家計データを用いて、住宅ローンの役割を検証し、持ち家を持つ家計のうち住宅ローンがある家計は、金融緩和に応じて消費を増やす一方、ない家計は消費を変化させないこと、また、賃貸の家計については消費を増やすもののその大きさは限定的であることを報告している。

金融政策の効果を直接推計するのではなく、家計の資産・所得のデータから、効果を類推する接近方法もある。実際、所得・資産の規模や構成は、家計の属性の違いによって異なり、例えば、所得構成であれば、低所得ほど生活保障など政府による所得移転の占める割合が高く、高所得ほど資本所得の占める割合が高いという傾向がある。また、資産規模であれば、高齢者の方がより多く資産を保有する傾向がある。例えば、Doepke and Schneider [2006] は、米国の資金循環統計と SCF のデータを用いて属性が異なる家計間の名目資産のポジションを調べ、予期せざるインフレ率の上昇は、名目建ての債権保有が多い富裕層・高齢者にはネット資産押下げとして作用する一方、若年者や固定金利の住宅債務を持つ中間層に対しては押上げに作用すると指摘している。

## 補論 2. HANK モデルの解法

### (1) RANK モデルの解法

2 節でみたとおり、RANK モデルにおける家計は、期初時点で保有する資産  $B_{t-1}$  などの内生変数と、その期に生じる金融政策や全要素生産性へのショックなどのマクロショック（例えば、 $A_t$  で表記）を所与として、自身の効用を最大化するように、消費  $C_t$  や労働供給量  $N_t$  を選択する。言い換えると、消費や労働供給量は、こうした変数を引数とする関数と捉えられる。この関係性を、政策関数（policy function）と呼び、例えば、下記のように表記する<sup>34</sup>。

$$\begin{aligned} C_t &= \varphi_C(A_t, B_{t-1}), \\ N_t &= \varphi_N(A_t, B_{t-1}). \end{aligned} \tag{A-1}$$

政策関数は、所与の  $A_t$  ないしは  $B_{t-1}$  に対して、消費量  $C_t$  あるいは労働供給量  $N_t$  を定める式であり、モデルが解けた、ということはこの関係式を得ることと等しい。いったん、政策関数を得られれば、例えば、任意の大きさの金融政策ショックに対する総需要の変化を知りたい場合、 $A_t$  に数値を代入することで、総需要の値を得ることができる。

もっとも、上記の関係式を得ることは必ずしも容易ではない。平易なモデルであれば、家計や企業の最適化条件を用いて、解析的に求めることができるが、複雑なモデルになるほど、何かしらの近似を用いる必要がある。例えば、1 つの近似方法としては、最適化条件や資源制約式などの経済動学を表す式を、非確率的定常状態<sup>35</sup> の周囲で線形近似することで、経済システム全体を、資産  $B_t$ 、マクロショック  $A_t$ 、消費  $C_t$  や労働供給量  $N_t$  といった変数を含む差分方程式体系として捉えるというアプローチがある。このアプローチで得られた政策関数は、変数間の関係性が線形であるため線形の計量モデルとの相性がよく、Smets and Wouters [2007] など、定量面に焦点を当てた分析では、経済構造をこの方法で近似し、政策関数を求めたうえで、データを用いてパラメータを推計している。

.....  
34 家計は、金利や賃金などの価格を参照しつつ消費や労働供給量を選択しており、必ずしも、マクロショック自体を参照しているわけではない。もっとも、価格自体がマクロショックによって変動する内生変数である。政策関数が引数として価格ではなくマクロショックを取るのはいったん理由による。HANK モデルの政策関数が、分布を引数としてとる理由も、分布が価格を通じて、経済主体の意思決定に影響を与えるためである。

35 ショックが一切発生しない長期的な均衡を指す。こうした均衡における経済変数の値は、通常、近似を用いることなく計算可能である。

## (2) HANK モデルの解法

HANK モデルの解法は、理念的には RANK モデルと大差はない。もっとも、固有ショック  $Z_{j,t}$ 、資産  $B_{j,t-1}$  の大きさの観点から異なる家計が無数に存在する経済であるため、各家計が選択する消費  $C_{j,t}$  および労働供給量  $N_{j,t}$  についての政策関数の形も以下のように一段複雑なものになる。

$$\begin{aligned} C_{j,t} &= \varphi_C(Z_{j,t}, A_t, B_{j,t-1}, \mu_t), \\ N_{j,t} &= \varphi_N(Z_{j,t}, A_t, B_{j,t-1}, \mu_t). \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

ここで、 $\mu_t$  は、固有ショック、保有資産に関する家計間のクロス・セクションでの分布であり、例えば、以下のような動学方程式に従って、通時的に変化することが想定されている<sup>36</sup>。

$$\mu_{t+1} = \varphi_\mu(A_t, A_{t+1}, \mu_t). \quad (\text{A-3})$$

(A-2) 式は、家計が選択する変数が、マクロショックや自分自身の固有ショック、資産額の大きさだけでなく、刻々と変化する分布—他の家計が直面する固有ショックおよび保有する資産の分布—に影響を受けることを示している。(A-2) 式に (A-3) 式を逐次代入していくと明らかなように、一般に HANK モデルでは、政策関数は無限の引数を持つことになる。

当然ながら無限の引数を持つ政策関数の形状を得ることは不可能である。したがって、HANK モデルにおいて解を探す工程は、RANK モデルにおいて解を探す際に生じる工程に加えて、こうした家計の分布が消費や労働供給量に与える影響について、どのような統計量を用いて近似していくかという点が重要になる。以下では、よく知られている 2 つのアプローチを紹介する。

### イ. Krusell and Smith [1998] によるアプローチ

Krusell and Smith [1998] のアプローチは、分布における特定のモーメントを選択したうえで、(分布のすべての情報ではなく) 当該モーメントのみを引数とする政策関数を用いて、近似するというものである。同論文では、「個々の家計の消費に関する政策関数が、(個々の固有ショック  $Z_{j,t}$  と資産の規模  $B_{j,t-1}$  およびマクロショック  $A_t$  に加えて) 資産分布の一次モーメント (平均値) のみである」場合と、「より高次のモーメントも引数とする」場合を比較し、経済全体の動学の記述には、定量

.....  
36 ここで、 $t+1$  期の家計分布を  $A_{t+1}$  の関数としているのは、例えば全要素生産性に負のショックがあった場合には失業者が増えるケースがあるなど、マクロショックの値が所得に対する固有ショックの変化を通じて、家計分布を変えうるためである。

的に前者の近似で十分であることを報告し、この結果は、固有ショックの分散の大小にかかわらず頑健であるとしている。

Krusell and Smith [1998] による一次モーメントのみを用いた政策関数を想定するアプローチは、すべての経済モデルにおいて十分な近似となるわけではない。例えば、Algan *et al.* [2014] は、Krusell and Smith [1998] の結果は、当該モデルが想定する経済において、借入制約に直面するような低所得の家計の割合が限定的で資産全体への寄与が小さく、それ以外の所得・資産の家計の限界的な貯蓄性向がほぼ等しいことに由来すると指摘し、低所得層の割合がより多い経済であれば、政策関数が、一次モーメントのみを引数とする近似は適切ではないと指摘している。

#### ロ. Reiter [2009] によるアプローチ

別の接近方法で、かつ、高次モーメントの含意を捉えうるものとしては、Reiter [2009] が提案する手法がある。この手法は、①資産の分布が動かない定常状態のもとの資産分布や政策関数を計算する、②マクロショックによる分布変化や分布変化による消費などの影響をこの定常状態の周囲で線形近似するという2工程からなる。具体的には、まず、固有ショックは存在するものの、マクロショックは存在しない経済の定常状態を考える。こうした経済であれば、上記の(A-2)、(A-3)式において  $A_t$  や  $\mu_t$  が時間変化せず一定値をとるとみなせるため、ある程度容易に家計の分布や保有資産別の消費の決定式が計算できる。なお、分布の情報は1,000程度の資産規模ごとのヒストグラムとして表されており、消費の決定式は、それぞれのヒストグラムごとに計算される。次に、分布の推移式と均衡条件を線形近似することで、経済変数、分布、マクロショックの動的な関係性を計算する<sup>37</sup>。この場合、1,000の資産規模別のヒストグラムが政策関数の引数となることから、計算する経済システムは巨大ではあるものの、線形近似を用いることで、計算負荷を下げることができる。

このアプローチは、第1工程においては、分布をヒストグラムへ分割して捉えている点を除けば近似を用いることなく計算しており、また、このヒストグラム自身を引数とする政策関数を計算していることから、高次のモーメントが消費に与える影響も捉えることができる。加えて、マクロショックに対するモデルの反応については、線形近似によって記述する形になっているため、Smets and Wouters [2007] な

37 同様の考え方を連続時間に応用した解法として、Ahn *et al.* [2018] などが挙げられる。離散時間では、Boppart, Krusell, and Mitman [2018] が、確率的にショックが発生するモデルでの反応関数を、MIT ショック（マクロ経済の動学の分析手法の1つで、ショックが発生することが全く予見されていない経済に対してショックが発生した場合の波及を考えるもの。計算が平易になる利点がある。Boppart, Krusell, and Mitman [2018] によれば、命名者は Thomas Sargent で、マサチューセッツ工科大学（Massachusetts Institute of Technology）の研究者により多用された手法であることが由来とのこと）で近似して計算する手法を提案している。また、Reiter [2009] と Boppart, Krusell, and Mitman [2018] を組み合わせた解法として、Auclert *et al.* [2019] などが挙げられる。

ど、RANK モデルを中心に行われてきたモデル推計の手法とも親和的である。もっとも、マクロショックの影響については線形近似していることで、非線形的な影響については捨象しているほか、マクロショックに起因する不確実性と固有ショックに起因する不確実性の相互作用などが捕捉できないといった点に課題がある。

### 補論 3. Nakajima [2020] を用いた追加的なシミュレーション

本文では、HANK モデルの定性的な性質を説明することに焦点を当てており、定量面については基本的には捨象していた。本節では、図 5 で示した限界消費性向を計算するうえで用いた Nakajima [2020] のモデルの概要を説明したうえで、4 節での議論に沿いつつ、同モデルを用いた定量的なシミュレーションを行う<sup>38</sup>。

#### (1) モデルの概要

基本的な構造は 2 節のモデルと同一であり、経済は無数の家計から構成され、各家計は、異なる規模の固有ショックと、借入制約に服する ( $B = 0$ )。この結果、家計間では、所得の流列および保有資産額にばらつきが生じるとともに、消費行動にもばらつきが生じる。

固有ショックについては、各家計の労働生産性  $Z_{jt}$  を変化させるショックと、各家計の主観的割引率  $\beta$  を変化させるショックが存在する。既に見たとおり、前者のショックは労働所得に働きかけることで、借入制約の制約度合いを直接変化させる。後者のショックは、当期と将来の消費の相対的な価値を変えることで、金利や所得変化に対する消費の反応の度合いを変化させる。4 節でみた 4 つの要素（金利への感応度、限界消費性向、家計分布、所得変化）は、保有資産額に加えて、こうした固有ショックの動学によっても影響を受ける。

#### (2) カリブレーション

モデルのパラメータは米国経済を模す形でカリブレートされている。まず、家計の労働生産性  $Z_{jt}$  への固有ショックは、就業状態（就業しているか、失業しているか）と、労働生産性の高低に関する 2 つの独立した固有ショックから構成されているが、就業・失業にかかわるパラメータは、離職率が 10%、定常状態における失業率が 6% というように、Shimer [2005] で報告された米国のマクロの労働変数の統計的な性質と整合的になる形で設定されており、就業者の労働生産性の動学は、例えば、自己ラグの係数が 0.98、標準偏差が 0.31 など、Storesletten, Telmer, and Yaron [2001] で報告された米国のミクロの所得データの統計的な性質と整合的になる形で設定されている。また、主観的割引率は、0.97 と 0.67 のいずれかの値を取ると仮

38 同モデルのシミュレーションに用いたコードは、中島誠の個人ホームページ上で公開予定 (<https://makotonakajima.github.io/jjbank/>)。



定されているが、これは、モデルの定常状態において、全体の4割に相当する家計が借入制約に服するように逆算して設定している。この他のマクロ経済に関するパラメータは標準的な値を用いている。

### (3) 家計の異質性とそれぞれの金融政策ショックへの反応

当モデルで重要になる主たる異質性は保有資産規模である。保有資産の違いは、図5で示したような限界消費性向の違いとして作用するほか、金利変化に対する資本所得のばらつきを生じさせることで、家計間の消費の反応の異質性に寄与する。ここでは、まず、金利あるいは賃金のみを動かす部分均衡モデルを用いて、保有資産、限界消費性向の役割を整理したうえで、一般均衡のもとでの家計の反応を議論する。

図A-1の上段は、部分均衡のもとで賃金など他の変数を固定しつつ、実質金利のみをそれぞれ1期間の間、1単位だけ上昇させた場合の各家計の消費の反応 ( $dC_{j,t}$ ) をみたものである。横軸は保有資産規模、縦軸が当該期における消費の変化幅である。まず、所得変化という観点からみると、実質金利は資産からの収益率に他ならず、資産を多く保有する家計ほど、より多くの資本所得を獲得することになる。こうした生涯所得の増加は、消費を押し上げる方向に作用する。もっとも、実質金利の上昇は、異時点間代替を通じて消費を押し下げる効果も持つ。図において、消費の反応が右上がりになっているのは、前者の効果が定量的に支配的であることを示す。

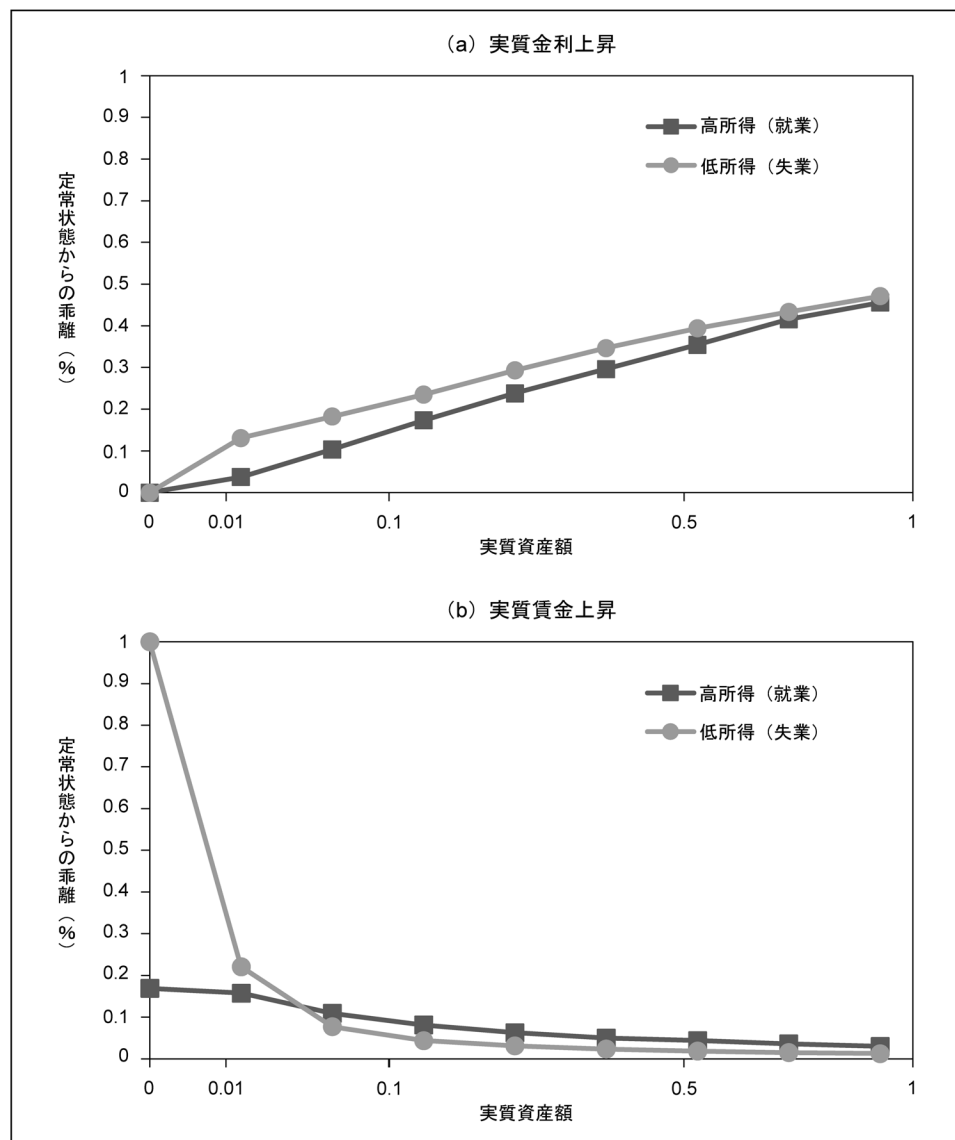
図A-1の下段は、実質賃金について同様の計算を行ったものである。賃金のみが上昇した場合、所得変化の大きさは保有資産規模から独立である一方、所与の所得変化のもとでの限界消費性向は、図5で示したとおり、保有資産規模の減少関数となる。このため、消費の反応は右下がりになる<sup>39</sup>。

図A-2は、家計の保有資産規模ごとに、 $t=0$ 期に生じた金利引下げショックに対する、発生期における総所得・消費の反応 ( $dY_{j,t}$ 、 $dC_{j,t}$ ) を計算したものである。まず、所得についてみると、資産が少ない家計では所得の過半が労働所得から構成されるため、金融緩和ショックによる労働所得の増加を通じて、総所得が増加する。一方で、資産額が大きい家計では総所得に占める資本所得の割合が大きいため、金利低下に伴う資本所得の減少から、増加幅が小さくなる。

次に、消費についてみると、まず、無資産で低所得の家計が最も大きな反応を示す。これは、上述のとおり、限界消費性向が大きいためである。なお、実質資産額

39 なお、モデル上で失業家計は就業家計の40%の所得を稼得する家計と定式化されているため、賃金変化の影響を受ける。この結果、当該家計も、賃金上昇による所得の増加を通じて、消費を増加させる。

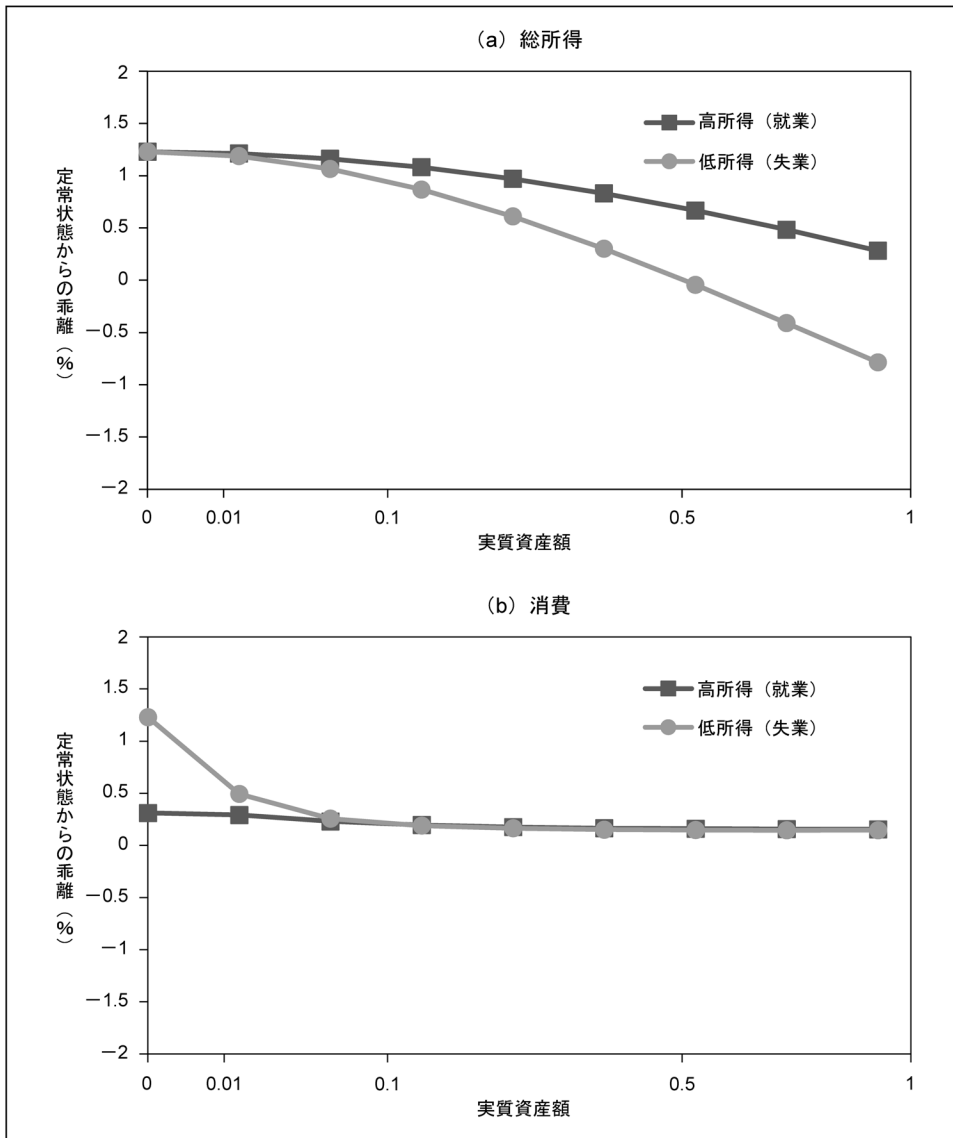
図 A-1 部分均衡のもとでの家計の反応



備考：実質資産額は、各家計の年間所得額の平均値で基準化した値。それぞれ、他の変数の値は固定したもとでの家計の消費額の反応。

が一定以上になると、限界的な実質資産額の増加が消費の反応に及ぼす影響は僅少になり、消費の反応幅はほぼ水平になる。これは、一定以上実質資産を保有する家計は、借入制約を懸念することなく消費行動を行うことを示唆している。

図 A-2 一般均衡のもとでの予期せざる金利低下に対する家計の反応



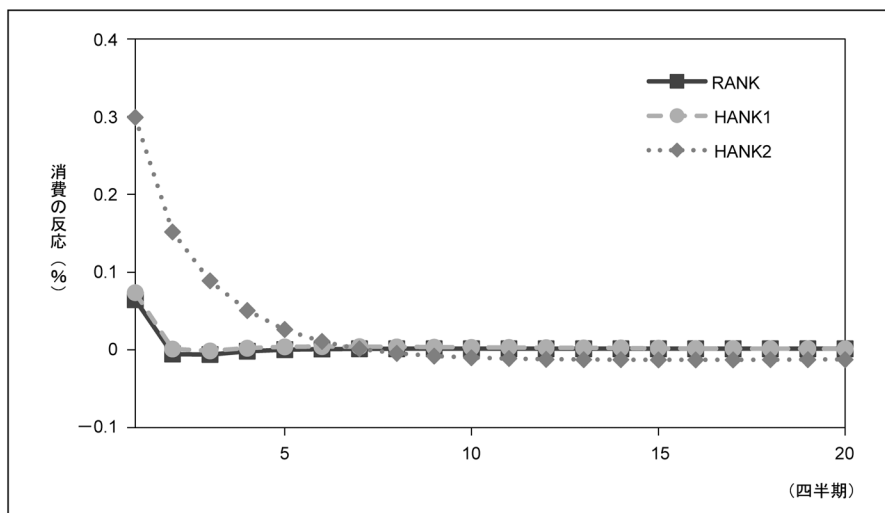
備考：実質資産額は、各家計の年間所得額の平均値で基準化した値。

#### (4) 金融政策ショックに対する集計量の反応

4節で述べたように、HANK モデルでは、金融政策ショックが発生する時点での経済環境の違いが、ショックに対する集計量の反応を大きく変える場合がある。

図 A-3 は、金利引下げショックに対する消費の集計量（総消費）の反応について、限界消費性向が高い家計の割合が少ない HANK モデル（HANK1）、そうした家計の割合が多い HANK モデル（HANK2）、RANK モデルの 3 つのモデルのもとでシミュレーションを行ったものである<sup>40</sup>。まず、RANK モデルと HANK1 では、総消費の反応は近い。これは、HANK1 においては、多くの家計がオイラー方程式に従って消費行動をすることから、総消費の挙動も RANK モデルと似通ったものになるためである。一方で、HANK2 では、総消費の反応は、4 倍程度と顕著に大きくなる。これは、限界消費性向が高い家計が相応に存在する場合、ショックに伴う実質賃金増加が総消費の増加を惹起するためである。このように、金融政策の政策効果は、借入制約に陥る家計の割合に大きく依存する形となる。

図 A-3 金利低下に対する経済全体での消費の反応



.....  
<sup>40</sup> 具体的には、借入制約に陥る家計の割合を HANK1 では 1%、HANK2 では 40% としたうえでシミュレーションを行っている。