

# 経済時系列におけるトレンドの推定\*

——ベイズ的接近——

浪花貞夫\*\*

1. はじめに——目的、構成、要旨
2. テンドを持った経済時系列の表現
3. 経済時系列の事前情報とその状態空間表現
4. マクロ経済時系列への応用  
(補論)

## 1. はじめに——目的、構成、要旨

トレンド、すなわち趨勢的な傾向変動は、一方的に持続する傾向あるいは不可逆的に変化する傾向といった概念で捉えられることが多いが、これを統計的に厳密に定式化し、計測することはさほど容易なことではない。経済時系列<sup>1)</sup>に関していても、経済変動の趨勢やその回りの動きが詳細に分析されているにもかかわらず、従来の趨勢の統計的处理方法自体には問題が少なくないのが実情のように思われる。トレンドの推定に関し、現在広く採用されている方法に最小自乗法による低次の多項式の当てはめがある<sup>2)</sup>。しかし、これについても例えば Haven-

ner-Swamy (1978) は、趨勢が完全に予測可能な deterministic なものであれば低次の多項式でも表現できるが、これが通常は時間とともに不規則に変動することから長期のトレンドについては stochastic な捉え方が必要であり、それは簡単な多項式で表わされるものではないであろう、と述べている。

トレンド推定に関する問題は、最近の定常確率過程を前提とした実証分析において「定常化の恣意性」<sup>3)</sup>として改めて取り上げられている。すなわち、趨勢的な傾向変動を持つ非定常な系列については、傾向変動を除去した残差を定常確率過程と考えて分析が進められてきていることに関し、傾向変動の捉え方が恣意的であると

---

\* 本稿の作成に当たっては文部省統計数理研究所北川源四郎助教授よりご指導いただいた。また、大阪大学畠中道雄教授、一橋大学刈屋武昭教授、横浜国立大学山本拓助教授、京都産業大学宮下洋助教授より有益なコメントをいただいた。

\*\* 日本銀行金融研究所副調査役。

1) "In eliminating a trend, we must take care not to throw out the baby along with the bath water." (P. A. Samuelson (1980), p. 237)

2) テンドの推定には移動平均法を用いることも多いが、これには両端の欠項など固有の問題点があるため、ここでは検討の対象としない。

3) 山本 (1983)。

いう指摘である。経済分析において多項式トレンドを除去した系列を用いた場合の問題については、Chan-Hayya-Ord (1977)、Nelson-Kang (1981)、Nelson-Plosser (1982) らの検討がある。中でも Nelson-Plosser は、本来 stochastic と考えるべきトレンドを deterministic と仮定することによる問題点を指摘し、このようにして得られた推定値を原系列から除去した系列は、長期的には擬似周期変動 (pseudo-periodic-behavior) をもたらす可能性があり、このためその系列を用いたモデルは misspecify されることがあると述べている。

トレンド推定における恣意性を回避するため、例えば Box-Jenkins (1976) は、傾向変動を持つ系列については階差をとり、これを定常過程とみなす方法を提案した。その後確率過程を前提とした分析においては次第に階差をとった系列を用いた実証分析が盛んになったが、このような傾向は特に米国において強いように思われる。階差系列は季節調整法への応用も試みられ、Pierce (1981)、Box-Hillmer-Tiao (1978)、Hillmer-Tiao (1982)、Box-Pierce (1981) らの検討がある。しかしながら階差をとる方法では、階差の次数が不適切である場合や階差をとり過ぎる場合 (over-differentiation) には、系列の統計的特性はむしろ複雑になり、求める情報<sup>4)</sup>が得られなくなる惧れがあるなどの問題が残る。これに関して Havenner-Swamy (1978) は、経済時系列を確率過程として解析することは重要であるが、階差系列を用いる場合に階差次数を定める適切な基準はないと述べている。<sup>5)</sup>

いずれにせよ、傾向変動の統計的な取り扱い、実証分析の方法にも深く関わる問題である

にもかかわらず、トレンドという概念が本来明確にし難い性格を持っていることもあって、難しい問題を多くはらんでおり、現実には複数の処理方法を考慮しながら多面的に検討していくことが必要と思われる。本稿の目的は、唯一の最適な方法を示すことは困難であるとしても、上述の問題を考慮に入れた上で、統計的基準の極力明確な方法について一つの試みを提示し、その実用性を検討することにある。

本稿で用いる方法は、Kitagawa-Gersch (1984) によるもので、時系列は確率過程に従うという観点を基本としている。この方法の特徴を要約すると次の通りである。第一に、従来のトレンド推定においては、最小自乗法による多項式の当てはめなどにみられるように、多くの場合原系列の動きをみて直観的に想定した確定的な傾向線を当てはめていたのに対し、トレンドを確率過程として推定することである。第二に、推定に用いるモデルはトレンドの推移等に関する先験的な情報に基づいて定式化されることである。これらの先験的な情報はベイズ的な確率分布として捉え、その分布特性を現実のデータから推定、推定結果を統計的な基準で評価する。ベイズ的な方法は、標本データのみに頼ることが多い標本理論を補うために、事前に知られている情報を利用し、よりの確な推定値を得ることを狙いとする。この場合、事前情報に含まれる主観的な要素に客観的な評価を与えるために統計的な基準を用い、これによって説得力の高い統計モデルの構築とそれによるデータ解析の可能性を目指している。事前情報は状態空間モデルに表現される。第三は、原系列の一構成要因であるトレンドとともに他の構成要

4) 溝口、刈屋 (1983) は、階差系列による定常モデル (ARIMA モデル) におけるトレンドの処理に関する問題点を述べている (pp. 118~121)。

5) Ozaki (1977) は、ARIMA モデルの次数決定についてひとつの基準を示している。

因も同時に確率的に推定することである。この場合、定常要因も同時に推定され、これを定常過程の分析に利用できる。定常要因を原系列の構成要因の一つとして捉え、これを直接推定している点は、従来直観的に捉えたトレンドを除いた残差あるいは原系列の階差をとった変換系列を定常過程とみなしていたことに比べると、特徴的である。

Kitagawa-Gersch はこの方法を米国の経済時系列に適用して実用性を検討しているが、本稿では我が国の代表的なマクロ経済時系列である実質GNP、マネーサプライ及びマーシャルの  $k$  についてトレンドを推定し、その実用性等を検討する。また、同時に推定された定常要因の応用として実質GNPとマネーサプライ及び実質GNPとWPIのパー寄与率を計測し変数間の関係を考察する。本稿の検討結果によれば、Kitagawa-Gersch の方法は日本のデータについてもトレンドの推定等に関し十分実用性のある結果をもたらしている。また、本稿における分析は手法の実用性検討に重点があり、分析結果自体のインプリケーションについて主張を行うためにはさらに慎重な検討を要するにしても、例えば実質GNPとマネーサプライやWPIの関係については従来の分析結果に比べ特徴がより明瞭に表われている点もみられ、トレンド処理に係わる問題の一層の検討が必要であることを示唆している。

以下次節では、まずトレンドを持った時系列の表現について概観し、第3節では Kitagawa-Gersch の方法を略述する。最後に第4節でこの方法を我が国のマクロ経済時系列に適用した結果の検討を通してその実際的な有用性を考察する。

## 2.トレンドを持った経済時系列の表現

いま、トレンドを持つ時系列  $y(n)$  を

$$y(n) = f(n) + \varepsilon(n) \quad (n=1, \dots, N) \quad (1)$$

で表わす。但し、 $f(n)$  は滑らかに推移する関数、 $\varepsilon(n)$  は平均ゼロ、分散一定の正規確率項で独立かつ無相関（以下「i.i.d.」(independent and identically distributed) と表わす）である。このとき問題は  $f(n)$  を求めることである。これについて Whittaker (1923) は

$$\left[ \sum_{n=1}^N (y(n) - f(n))^2 + \lambda^2 \sum_{n=1}^N (\nabla^k f(n))^2 \right] \quad (2)$$

を最小にするような  $f(n)$  を(1)式を満たす関数として提案した。(2)式の第1項は関数  $f(n)$  の観測値  $y(n)$  への当てはまりの良さを示しており、その意味で  $f(n)$  が実際のデータから離れることによるコストと考えることができる。また第2項は  $f(n)$  の滑らかさを示すもので、時間の推移とともに急激に変動することによるコストと考えられ、パラメーター  $\lambda^2$  はそのコストのウエイトを表わしている。このような定式化は、(2)式における2つの項がトレード・オフの関係にあることから、両項のバランスの上に全体として最良の  $f(n)$  が推定されるという考えに基づいている。

上記の定式化において、従来は、 $y(n)$  及び  $\varepsilon(n)$  は確率的 (stochastic) に捉えるとしても、 $f(n)$  は非確率的 (deterministic) な関数として捉える取り扱いが主流であった。これに対する最近の一つの傾向は  $f(n)$  をも確率的に捉えるアプローチ ((Box-Hillmer-Tiao (1978) はその例) が多くなっていることであるが、その中で

6) (2)式第2項の  $\nabla$  は階差オペレータで、 $\nabla f(n) = f(n) - f(n-1)$ 。

もベイズ的な接近による捉え方が注目される。<sup>7)</sup>これは、関数  $f(n)$  の滑らかさについては、事前に知られている情報により定式化し、それを実際のデータに適用した結果を統計的な基準で評価しようとするものである。この考えは、Shiller (1973) のベイズ的事前分布を応用した Akaike (1980) の尤度関数

$$I(f) = \exp \left\{ \frac{-1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N (y(n) - f(n))^2 \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{-\lambda^2}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N (\nabla^k f(n))^2 \right\} \quad (3)$$

と情報量規準 AIC で具体化されている。(3)式における  $\lambda$  はベイズ的な接近で用いられる超パラメーター (hyperparameter) である。<sup>8)</sup> Kitagawa-Gersch (1984) は Akaike の考えを拡張し、次のような尤度関数を考える。すなわち

$$\begin{aligned} \ell(f) = & \exp \left\{ \frac{-1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N (y(n) - t(n) - v(n) - s(n))^2 \right\} \\ & \cdot \exp \left\{ \frac{-\tau_1^2}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N (\nabla^k t(n))^2 \right\} \\ & \cdot \exp \left\{ \frac{-\tau_2^2}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N \left( \sum_{i=0}^P \alpha_i v(n-i) \right)^2 \right\} \\ & \cdot \exp \left\{ \frac{-\tau_3^2}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N \left( \sum_{i=0}^{L-1} s(n-i) \right)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、第2項はトレンド  $t(n)$ 、第3項は定常要因  $v(n)$ 、第4項は季節要因  $s(n)$ 、第

1項は原系列からこれらの要因を除いた系列について、それぞれの滑らかさを事前情報として表現したものである(第3項の  $P$  は自己回帰過程の次数、 $\alpha_i$  は係数、第4項の  $L$  は季節周期)。これらの事前情報は確率分布として捉えられており、ここで  $\tau_i^2$  ( $i=1,2,3$ ) はその確率分布に重みを加える超パラメーターとしての機能を果たしている。また、(4)式では定常要因を明示的に導入していることも特徴である。次節では Kitagawa-Gersch の考えの具体的内容を概述する。

### 3. 経済時系列の事前情報とその状態空間表現

#### (1) 経済時系列の構成要因に関する事前情報

時点  $n$  における観測値  $y(n)$  は、トレンド  $t(n)$ 、定常要因  $v(n)$ 、季節要因  $s(n)$ 、曜日変動要因  $d(n)$  及び不規則要因  $\epsilon(n)$  から構成されると考え、

$$y(n) = t(n) + v(n) + s(n) + d(n) + \epsilon(n) \quad (5)$$

で表わす。<sup>9)</sup>このとき、上式右辺の各要因の統計的な性質からその推移に関する事前情報を次のように考える。

まず、トレンド  $t(n)$  は滑らかに推移する確率過程と考え、これを  $k$  次の確率定差方程式

$$\nabla^k t(n) = w_1(n) \quad (6)$$

で表わす。ここで  $w_1(n)$  は平均ゼロ、未知の

7) ベイズ的接近については補論1参照。

8)  $f(n)$  をトレンド要因  $t(n)$ 、季節要因  $s(n)$  に分けたとき(2)式は

$$\sum_{n=1}^N \left[ \{y(n) - t(n) - s(n)\}^2 + \lambda^2 \{(\nabla^k t(n))^2 + \tau^2 (s(n) - s(n-L))^2 + z^2 \left( \sum_{i=0}^{L-1} s(n-i) \right)^2\} \right]$$

のように表現できる ( $L$  は季節周期)。このとき、第2項のウェイト  $\tau^2$ 、 $z^2$  によって季節要素の滑らかさに重みが増えられるが、超パラメーター  $\lambda^2$  は  $\tau^2$ 、 $z^2$  をさらに強める機能を持つ (Akaike (1980)、Akaike-Ishiguro (1983))。

9) 原系列を対数変換した場合、(5)式は  $y(n)$  を対数値とした加法型モデルとする。

分散  $\tau_1^2$  を持つ i.i.d. の正規確率項 (以下、 $w_1(n) \sim N(0, \tau_1^2)$ 、i.i.d. のように表わす) である。▽は階差オペレータで、 $k=1$  のときはランダムウォークモデル、 $k=2$  のときは2期前まで考慮した定差項と確率項で表わされる。 $k$  の値が大きくなるにつれて、相対的に  $w_1(n)$  の影響度合いは大きくなるが、その度合いは原系列の特性に応じて推定される  $\tau_1^2$  の値に依存する。

原系列の持つ定常要因  $v(n)$  に関する事前情報として、 $v(n)$  は  $P$  次の自己回帰確率過程

$$v(n) = \alpha_1 v(n-1) + \dots + \alpha_P v(n-P) + w_2(n) \quad (7)$$

に従うと考える。但し、 $\alpha_i (i=1, \dots, P)$  は係数で、 $w_2(n) \sim N(0, \tau_2^2)$ 、i.i.d. である。

季節要因  $s(n)$  については、季節性は毎年ほぼ同様のパターンで繰り返し、年間の季節要因の総和はゼロに近い、という先験的な情報を用いる。但し、季節パターンは徐々に変化する可能性があるため、その変化を確率項  $w_3(n) \sim N(0, \tau_3^2)$  i.i.d. で与える。従って、 $L$  を季節周期とするとき  $n$  期の季節要因  $s(n)$  は、確率過程

$$s(n) = -\{s(n-1) + s(n-2) + \dots + s(n-L+1)\} + w_3(n) \quad (8)$$

で表わされる。

$n$  月の曜日構成要因  $d(n)$  については、曜日変動成分  $\beta_i(n) (i=1, \dots, 7)$  の週間の総和がゼロであること、またそれらは月によって変らないことを考慮して

$$\beta_i(n) = \beta_i(n-1) \quad (i=1, \dots, 6) \quad (9)$$

及び

$$d(n) = \beta_1(n) d_1(n) + \beta_2(n) d_2(n) + \dots + \beta_6(n) d_6(n) \quad (10)$$

の関係を利用する。ここで曜日効果は変化しないものとし、確率項はゼロとおく。<sup>10)</sup>

上記のような時系列に関する各構成要因に関する事前情報は、次節で示すように状態空間モデルで表現される。

## (2) 事前情報の状態空間表現

状態空間表現は変動するシステムに着目し、システムの動的な状態を確率的に表現するモデルである。<sup>11)</sup>

いま、時点  $n$  におけるトレンドを持った観測値  $y(n)$  の状態空間表現を

$$\begin{aligned} x(n) &= Fx(n-1) + Gw(n) \\ y(n) &= H(n)x(n) + \varepsilon(n) \end{aligned} \quad (11)$$

とする。但し、 $w(n)$ 、 $\varepsilon(n)$  は平均ゼロ、分散未知で i.i.d. の正規確率変数ベクトル、 $x(n)$  は時系列の構成要因を表わす状態ベクトルである。 $F$ 、 $G$ 、 $H(n)$  は各構成要因に対応させて

$$\begin{aligned} x(n) &= \begin{bmatrix} F_1 & & 0 \\ & F_2 & \\ 0 & & F_3 \\ & & & F_4 \end{bmatrix} x(n-1) + \begin{bmatrix} G_1 & & 0 \\ & G_2 & \\ 0 & & G_3 \\ & & & G_4 \end{bmatrix} w(n) \\ y(n) &= [H_1 H_2 H_3 H_4(n)] x(n) + \varepsilon(n) \end{aligned} \quad (12)$$

10) 月中の曜日構成の違いに基づく変動が確率的に生ずると考えることもできるが、ここでは確率項はゼロとおいた。

11) 補論2参照。

と分解する。すなわち、 $F_1, G_1, H_1$  はトレンド部分、 $F_2, G_2, H_2$  は定常部分、 $F_3, G_3, H_3$  は季節変動部分、 $F_4, G_4, H_4(n)$  は曜日変動部分にそれぞれ対応する係数行列で、その内容

は前述した各要因の持つ特性に応じて定められる。以上から、観測時系列の状態空間表現は次式(13)で表される。

$$\begin{bmatrix} t(n) \\ t(n-1) \\ \vdots \\ t(n-k+1) \\ v(n) \\ v(n-1) \\ \vdots \\ v(n-p+1) \\ s(n) \\ s(n-1) \\ \vdots \\ s(n-L+2) \\ \beta_1(n) \\ \vdots \\ \beta_6(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \cdots C_{k-1} & C_k & & & & & \\ 1 & \cdots & 0 & 0 & & & \\ \ddots & & \ddots & \ddots & & & \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & & \\ 0 & \cdots & 1 & 0 & & & \\ & & & \alpha_1 \cdots \alpha_{p-1} & \alpha_p & & \\ & & & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & \ddots & \ddots \\ & & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ & & & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ & & & & & & -1 \cdots -1 -1 \\ & & & & & & 1 \cdots 0 0 \\ & & & & & & \ddots & \ddots \\ & & & & & & \ddots & \ddots \\ & & & & & & 0 \cdots 1 & 0 \\ & & & & & & & 1 \cdots 0 \\ & & & & & & & \ddots & \ddots \\ & & & & & & & \ddots & \ddots \\ & & & & & & & 0 \cdots 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t(n-1) \\ t(n-2) \\ \vdots \\ t(n-k) \\ v(n-1) \\ v(n-2) \\ \vdots \\ v(n-p) \\ s(n-1) \\ s(n-2) \\ \vdots \\ s(n-L+1) \\ \beta_1(n-1) \\ \vdots \\ \beta_6(n-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1(n) \\ w_2(n) \\ w_3(n) \end{bmatrix}$$

$$y(n) = [1 \cdots 0 1 \cdots 0 1 \cdots 0 d_1(n) \cdots d_6(n)] x(n) + \varepsilon(n) \quad (13)$$

但し

$$x(n) = [t(n) \cdots t(n-k+1) v(n) \cdots v(n-p+1) s(n) \cdots s(n-L+2) \beta_1(n) \cdots \beta_6(n)]'$$

$C_i (i = 1, \cdots, k)$  は(6)式の次数  $k$  に応じて定まる定数。

また、

$$\begin{bmatrix} w(n) \\ \varepsilon(n) \end{bmatrix} \sim N \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q & \\ & \sigma^2 \end{pmatrix} \right], \text{ i.i.d. } \quad (14)$$

である。但し、

$$w(n) = \begin{bmatrix} w_1(n) \\ w_2(n) \\ w_3(n) \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} \tau_1^2 & & \\ & \tau_2^2 & \\ & & \tau_3^2 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

状態空間表現(13式)における状態  $x(n)$  は未知の  
パラメター

$$\theta = (\tau_1^2, \tau_2^2, \tau_3^2, \sigma^2, \alpha_1, \dots, \alpha_p) \quad (16)$$

が確定すればカルマンの方法<sup>12)</sup>によって求められる。モデルは、尤度関数

$$\ell(\theta, x(o)) = \prod_{n=1}^N (2\pi \cdot v(n|n-1))^{-\frac{1}{2}} \cdot \exp \left\{ \frac{-v(n)^2}{2v(n|n-1)} \right\} \quad (17)$$

から最大対数尤度を計算し、

$$AIC = -2 \cdot (\text{最大対数尤度}) + 2 \cdot (\text{パラメター数}) \quad (18)$$

によって評価される。ここで(16式)のパラメター  $\tau_i^2$  ( $i=1, 2, 3$ ) は事前情報の確率分布の特性を定める超パラメターで尤度を最大とするように決められる。(17式の  $v(n)$ 、 $v(n|n-1)$  はそれぞれ  $n$  時点のイノベーション及び条件付イノベーションで、尤度関数は正規型を仮定している。また、(18式)のパラメターは、状態空間表

現(13式)におけるトレンドの次数  $k$ 、自己回帰過程の次数  $p$ 、季節周期  $L$ 、曜日変動要因  $d$  から定められる。AICによってモデルが選択されたところで全サンプルを対象にスムージングを行い最終計測値を確定する。

### (3) Kitagawa-Gersch による状態空間モデルの実用性の検討

上記の方法の実用性について、Gersch-Kitagawa (1983)、Kitagawa-Gersch (1984) では、米  
国商務省センサス局が経済時系列解析の検討に  
用いている系列により、推定トレンドに関する  
X-11による結果との比較、定常要因を明示的  
に考慮する場合と考慮しない場合との比較、予  
測値と真の値との比較、などのかたちで検討し  
ている。

まず、米国食糧工業雇用者総数 (all em-  
ployees in food industries, BLS 統計) を用いて  
センサス局法 X-11による結果と比較すると、  
X-11によって推定したトレンドには短期的な  
振れがみられる半面、Kitagawa-Gersch の方法  
によった場合は定常要因を除いたトレンドは滑  
らかに推移している (定常要因を含むトレンド  
は X-11の結果と類似)<sup>13)</sup>ことが示されている (第  
1図)。

次に予測に関しては、1期先予測については、  
定常要因を考慮しなくても真の値からの誤差に  
大きな差はみられないが、予測期間を延長した  
長期予測については定常要因を考慮しないモデ  
ルの誤差は急激に拡大している (第2図)<sup>14)</sup>。

これらの傾向は、米国男子農業従事者数 (20  
才以上, agricultural employment, men, 20

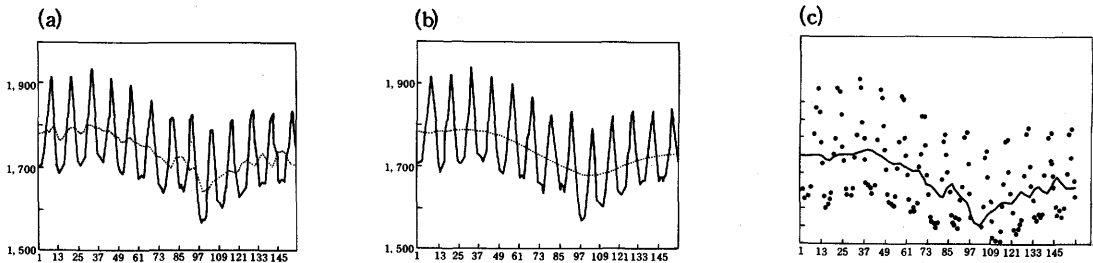
12) 補論3参照。

13) X-11は default option による。特異項は修正していない。

14)  $n$  時点までの観測値  $y(n), \dots, y(1)$  ( $1 \leq n \leq N$ ) によって、 $n+1$  時点を予測する1期先予測を  $y(n+1|n)$  ( $n=N, N+1, \dots, N+M-1, M$ は予測期間) とするとき、 $M$ 期先予測は、 $y(N+i|N)$  ( $i=1, \dots, M$ ) によって計測する。

第1図 米国食料工業雇用者総数

- (a) Kitagawa-Gerschの方法による定常要因を含むトレンド、及び
- (b) 定常要因を除去したトレンド（いずれも点線）と原系列（いずれも実線）
- (c) X-11による推定トレンド（実線）と原系列（点線）



（出典、Gersch-Kitagawa (1983)）

第2図 米国食料工業雇用者総数の長期予測

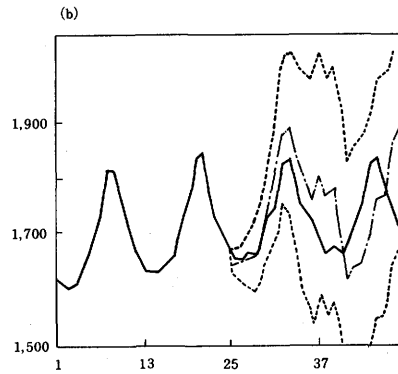
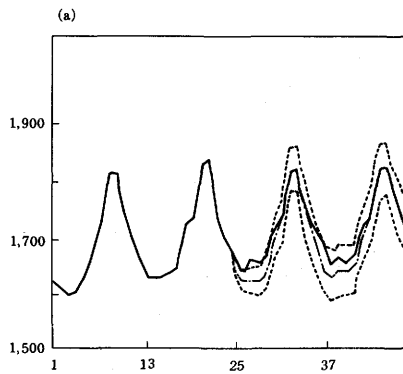
- (a) 定常要因を考慮したモデル

- (b) 定常要因を考慮しないモデル

—— 真 の 値

--- 予 測 値

----- ± (標準偏差)

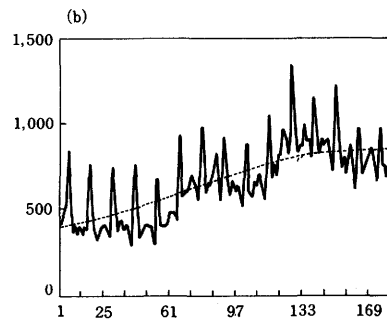
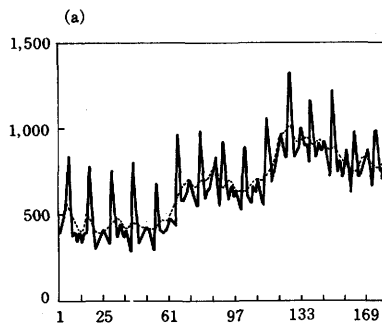


（出典、Gersch-Kitagawa (1983)）

第3図 米国男子失業者総数（16～19才）

- (a) Hillmer-Tiaoのトレンドと原系列

- (b) 定常要因を除いたトレンドと原系列



（出典、Kitagawa-Gersch (1984)）

years and older, BLS 統計) についても同様にみられる。

また、米国男子失業者総数 (16~19才, unemployed males, ages 16~19, BLS 統計) に関する Hillmer-Tiao (1982) による推定トレンド (階差系列を用いた ARMA モデルによる) との比較では、Hillmer-Tiao の結果は  $X-11$  による結果よりも振れの大きい場合があること、一方、Kitagawa-Gersch の方法によって定常要因を除いたトレンドは滑らかに推移していることを示している (第 3 図)。

これらの結果から Kitagawa-Gersch は、時系列データの推移に関して (13) 式を用いて計測すると予測誤差の小さいモデルによって滑らかなトレンドが得られること、これに対して  $X-11$  あるいは、Box-Hillmer-Tiao に代表される階差系列に基づいたトレンドの推定については、その実用性に関してなお検討の余地があると述べている。

#### 4. マクロ経済時系列への応用

本節では、我が国の経済時系列の中から代表的な系列を取り上げ、前節に示した方法を適用してその実用性等について検討する。まず、実体面、金融面の代表系列として、それぞれ実質 GNP 及び  $M_2 + CD$ 、さらに通貨と経済活動の関係を表わすマーシャルの  $k$  についてトレンド

を推定する。次に、推定された定常要因を用いてパワー寄与率を計測し、変数間の関係を考察する。<sup>15)</sup>

##### (1) トレンドの推定 イ、実質 GNP

初めに前年比変化率についてトレンドを推定する。前年比変化率は季節要因をほぼ除くことができる簡便な方法であることから広く利用されている。しかしながら、前年比変化率の推移にトレンドを当てはめることは、原系列に含まれているトレンドあるいは季節要因等の構成要因を明示的に考慮していないことから、これによつては最良の結果が得られない可能性がある。以下ではその点を念頭に置いた上で検討を進める。<sup>16)</sup> 第 4 図は、トレンドの次数及び自己回帰系列の次数を 1 次から 3 次まで変えた時の推定トレンドを示している。<sup>17)</sup> 各図の右上かっこ内はトレンド及び自己回帰系列の次数を表わしており、図は、AIC の大きさの順に左上から下へ配列してある。ここでは前年比変化率を用いているので季節要因は推定していない。<sup>18)</sup> 計測に用いたデータは 1966 年 1 期までの期間でサンプル数は 73 である。

最小の AIC を示しているのは第 4 図-(i) であるが、第 4 図-(h) との AIC の差は 0.8 であり、計測モデルとしてはほぼ同程度の良さと

15) 本稿では定常要因を原系列の統計的特性に応じて推計するが、現実には時間とともに定常性が変化していることも考えられ、非定常性の分析が必要になる。これについては Kitagawa-Gersch (1985) の方法による浪花 (近刊) 参照。

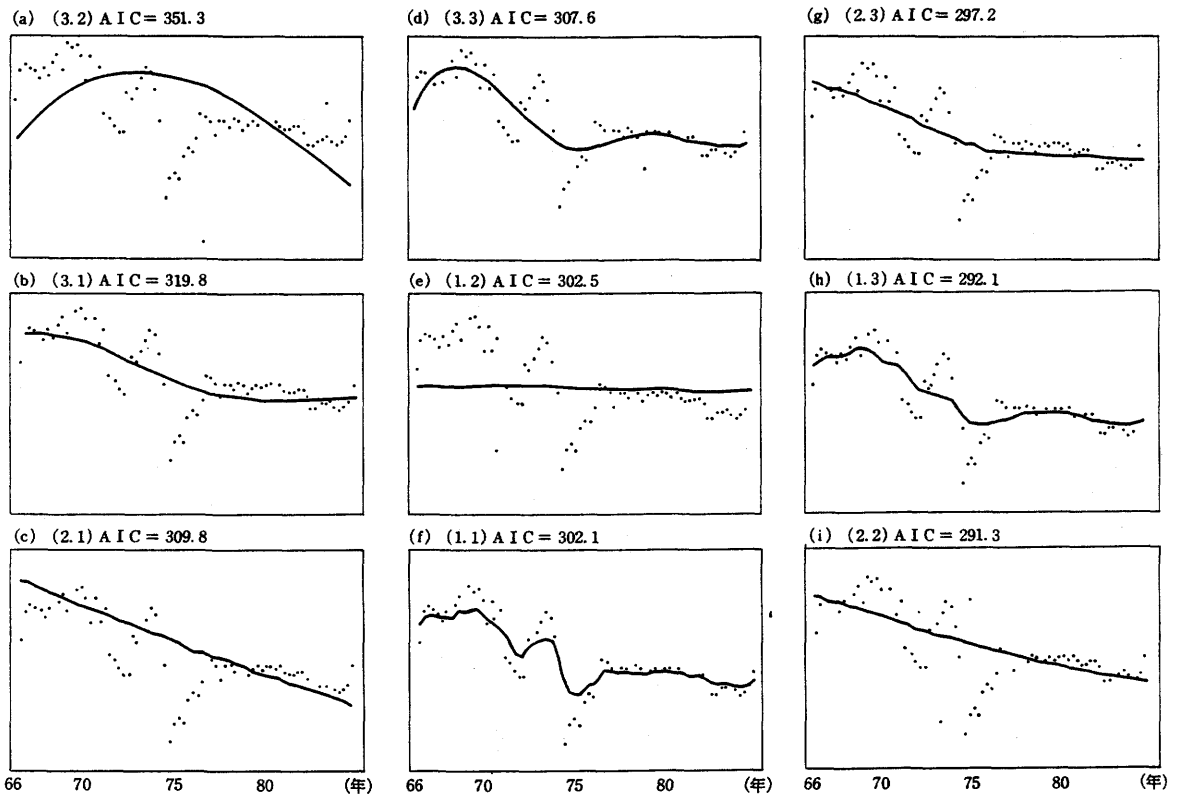
16) 対前年同期比は、景気の転換点近くでは原系列の循環変動と逆の動きをすることがあり、それを景気の判断に使うことには大きな問題があるとの指摘もある (伊藤、佐々木 (1984)、また田原 (1983) 参照)。

17) トレンドの次数及び自己回帰過程の次数は、いずれも 1 から 3 までについて計算した。これは本稿で取り上げた経済時系列については当面その次数で十分と考えられたことによる。

18) 第 4 図は時系列の要因としてトレンド、定常要因及び不規則要因を計算した結果である。トレンドのみを計算した結果は AIC も大きく、また、振れも大きいので図からは除いた。推定パラメーター及び AIC については付表(1)参照。

第4図 実質GNP前年比変化率と推定トレンド

(……前年比変化率、——トレンド)



19) になっている。ここで、第4図-(i)は一貫して低下傾向を示している半面、第4図-(h)では推定期間の後半に横這い傾向が表われている等両者には差があるが、両モデルの良さに有意な差がないため、トレンドに関する判断が難しい結果となっている。

次に原系列について直接トレンド等の各要因を推定したのが第5図である。データの期間は

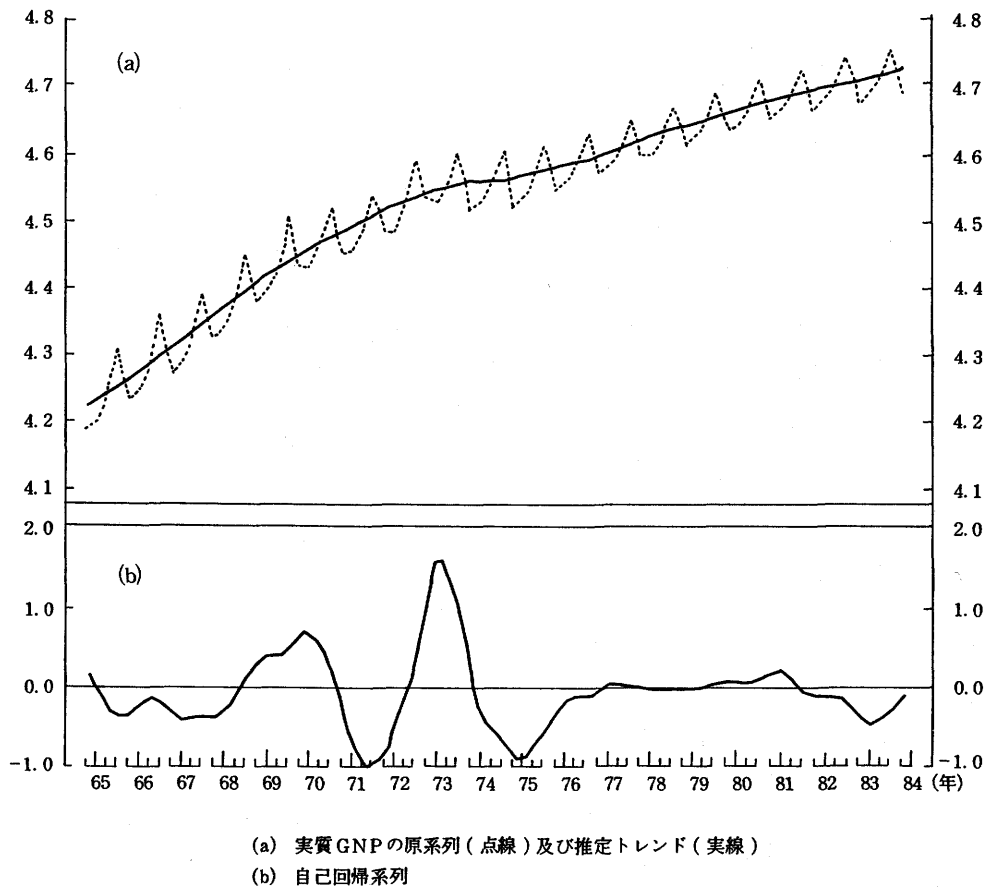
1965年1期から1984年1期まで、サンプル数は77である。<sup>20)</sup>第5図-(a)は実質GNPの原系列と推定したトレンド、第5図-(b)は自己回帰系列を示したものである。ここで推定したトレンドは、第5図-(a)の実線の通り、滑らかに推移しており、十分実用性のある結果が得られている。また選択したモデルのAICは他のモデルのそれよりかなり低く、前述の前年比変化率にみ

19) AICは値そのものよりその相対関係が注目される。例えば、2つのモデルのAICの差の絶対値が1より小さいとき、それら2つのモデルの良さは同程度と判断される(坂元、石黒、北川(1983) p. 63)。

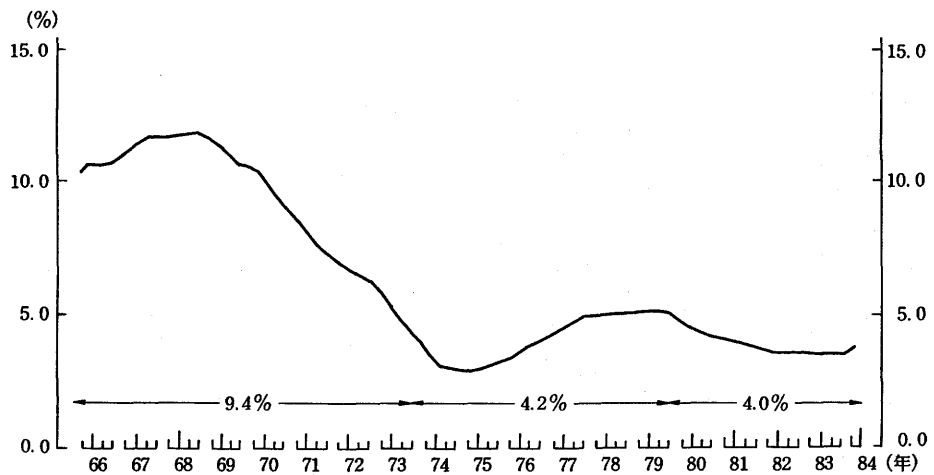
20) 特に断らない限り、以下では最小のAICを示した結果のみ取り上げる。原系列によるパラメータ等は付表(2)参照。

21) 常用対数値を使用。自己回帰系列は実質GNPの常用対数値により推定した値を100倍。自己回帰系列には1973、1974年頃の特異な動きが含まれているため定常過程の分析に用いる場合には特異項の調整も必要と考えられるが、本稿では系列全体の見通しを得るために特異項修正は行っていない。

第5図 実質GNPの原系列、トレンド及び自己回帰要因



第6図 上記推定トレンドの前年比変化率  
 （図中の数字は平均伸び率）



られたモデル選択上の困難もない。<sup>22)</sup>このようなトレンドの経済的意味を考察するため、期間を①1965年から1973年(第1次石油ショック前)、②1974年から1979年、③1980年以降(第2次石油ショック後)の三つに分け、それぞれの時期における前年比変化率を示したのが第6図である。<sup>23)</sup>これによれば、各期間の平均伸び率は、第1次石油ショック以前の①の時期が9.4%、これに対して、第1次石油ショック以後の②、③の時期はそれぞれ4.2%、4.0%となっており、第4図-(i)にみられた一貫した低下傾向はそこには窺われない。さらに、この結果によれば、第1次石油ショックによる趨勢成長率のシフトダウンはあったが、第2次石油ショックによる再度のダウンはゆるやかなものとなっている(1981~82年の景気の落込みは第5図-(b)にみられるように自己回帰系列の動きにみられるように、循環的な要因としても捉えられていることが注目される)。

ロ、 $M_2 + CD$ (平残)

実質GNPと並んで $M_2 + CD$ (平残)四半期平均の前年比変化率も注目される系列である。前述の実質GNPに関して述べたように、

前年比変化率について本稿で示した方法によって確率的なトレンドを推定することの是非に検討の余地はあるが、通常の使用例に従って、まず、前年比変化率についてトレンドを計測してみよう。データ期間は1968年1期から1984年2期まで、サンプルは66である。

第7図はトレンドの次数と自己回帰次数をそれぞれ1次から3次まで変えたときの推定トレンドをAICの大きい順に左上から下に配列したものであり、第7図-(i)が最小のAICを示している。この結果では、実質GNPの前年比変化率のトレンド推定で存在したモデル選択上の問題はなく、 $M_2 + CD$ の伸びは1972~73年以降低下傾向にあるといえよう。

次に、原系列から直接推定したトレンドは第8図の通りで、季節要因が極めて小さいため、ほぼ原系列と同様の動きにみえる。推定トレンドの前年比変化率は第8図-2のようになり緩やかな低下傾向を示している。このような $M_2 + CD$ 変化率の趨勢的低下傾向は、昭和50年代に入ってから日本銀行のマネーサプライ重視政策を考慮すれば、その政策姿勢を反映したものと解釈することもできるであろう。<sup>25)</sup>

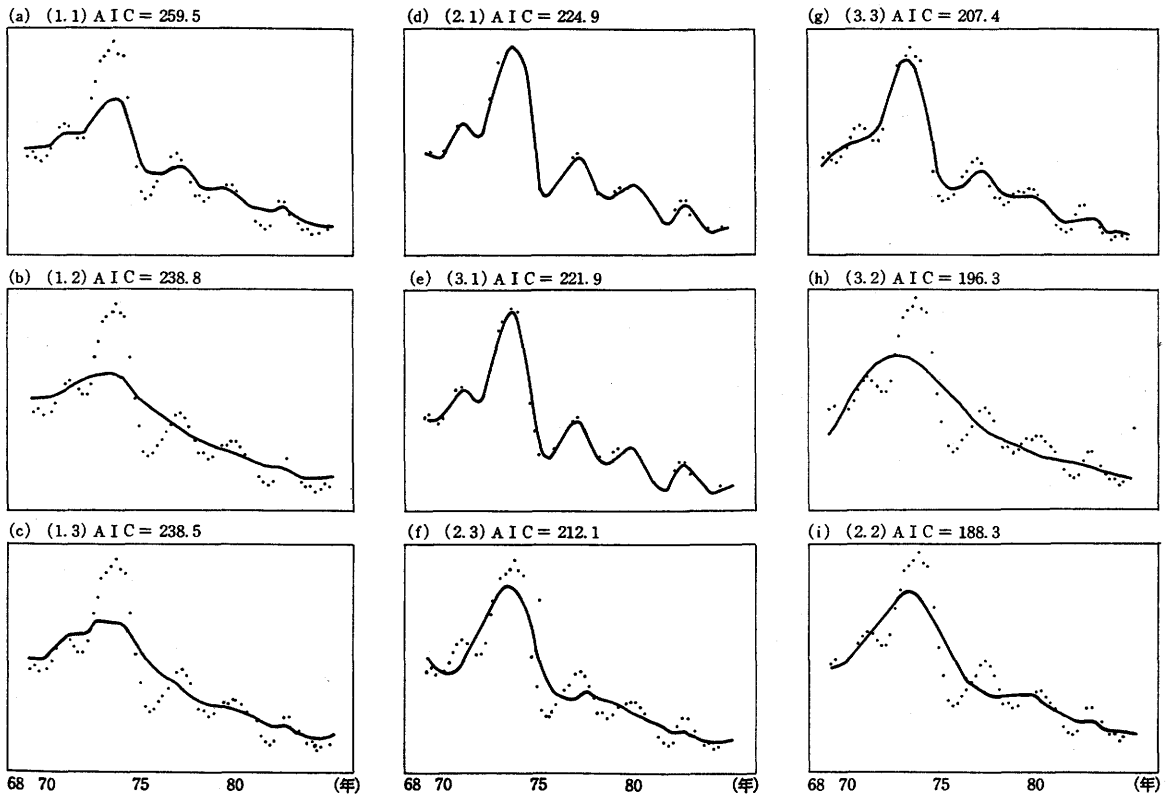
22) 推定したモデルのパラメーターは付表(2)の通りで、最小AICを示したモデル( $AIC = -1239.1$ )のトレンド要因の確率項の分散 $\tau_1^2$ は0.19、定常要因の確率項の分散 $\tau_2^2$ は0.99となっており、トレンドの確率的な振れが小さいことを示している。

23) 推定トレンドを真数に変換して変化率を計算。なお、季節要因を除いた系列に対しては前期比変化率を用いることが多いが、前年比の趨勢をみることも多いことからトレンドの前年比変化率を計算した。

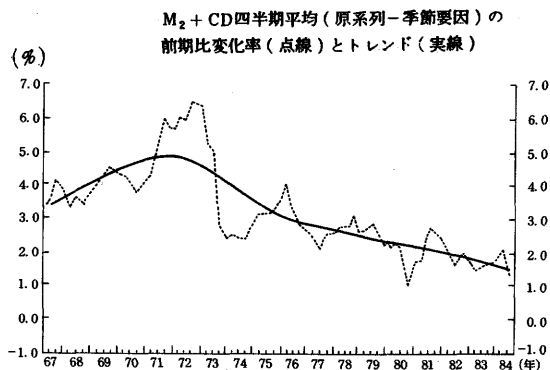
24) 常用対数値により各要因を推定。パラメーター等は付表(3)及び(4)参照。前年比変化率(第8図-2)は真数に変換後算定。

第7図  $M_2 + CD$  前年比変化率と推定トレンド

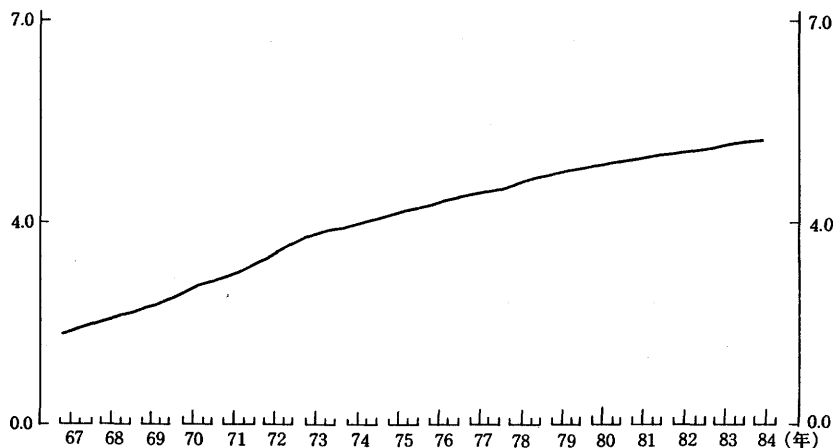
(.....前年比変化率、——トレンド)



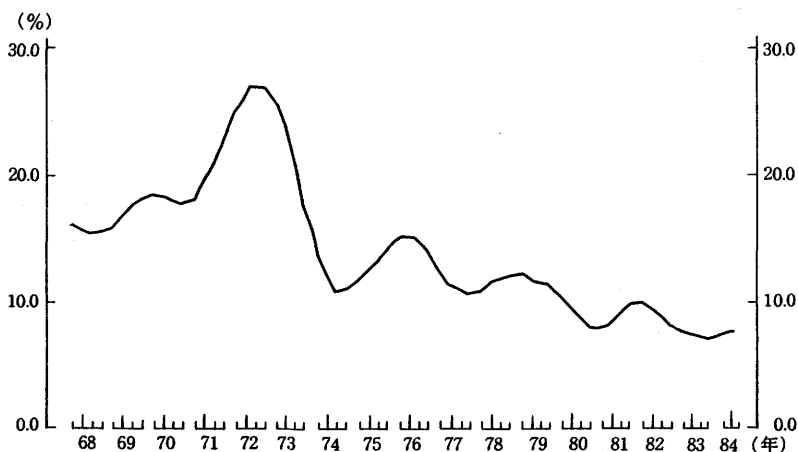
25) 第7図の前年比変化率のトレンドに対応するものとして、季節要因を除去した系列についてトレンドを推定すると下図のように滑らかな低下傾向が得られる。もっとも原系列に対してトレンドを推定する方法を、このような加工系列に適用することに問題があるのは前述(68頁)の通りである。



第8図-1  $M_2 + CD$  の原系列（四半期平均）と推定トレンド  
(.....原系列、——トレンド)



第8図-2 上記推定トレンドの前年比変化率



#### ハ. $M_2 + CD$ 対名目GNP比率

通貨総量と名目GNPとの比率は、いわゆるマーシャルのkとして経済全体の流動性水準を評価する有力な指標として用いられ、その場合、特にトレンドからの乖離率が重視される。マーシャルのkとして、ここでは $M_2 + CD$ と名目GNPの比率をとる。また、データとしては原

系列から季節要因を除いた系列を用いる。<sup>26)</sup>

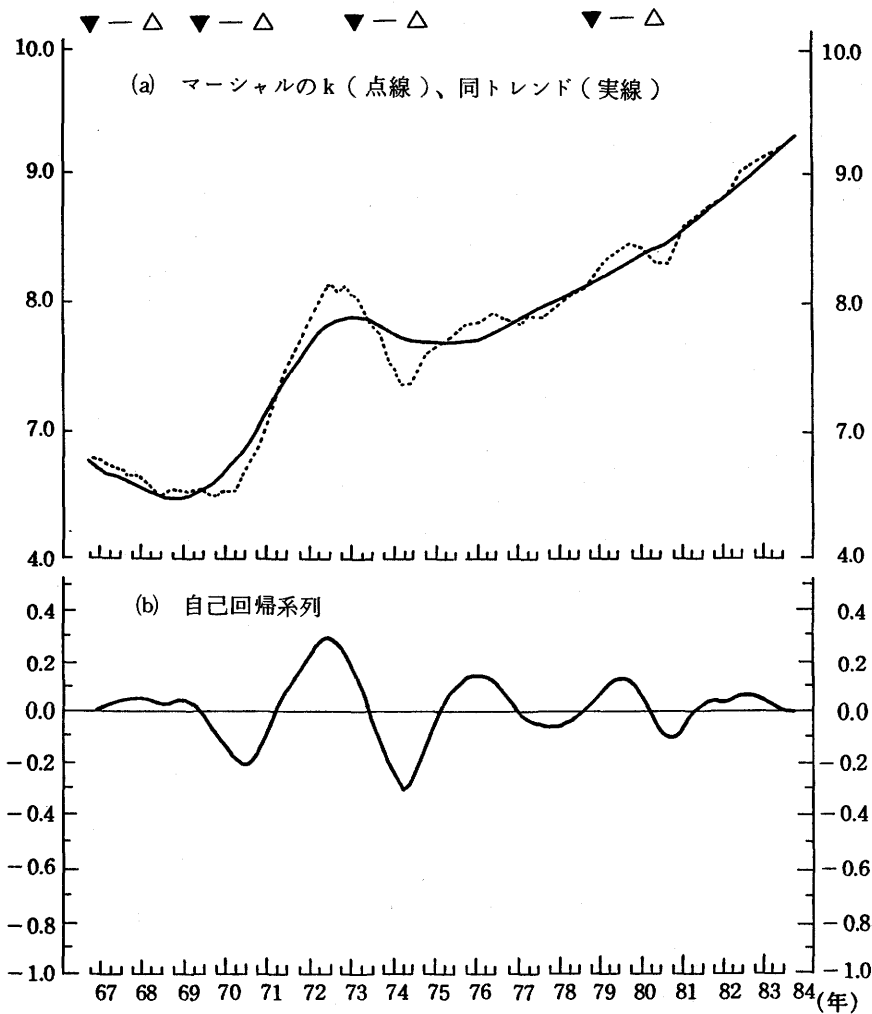
第9図は、1967年1期から1984年1期までの69サンプルによって推定したマーシャルのk ( $M_2 + CD$  / 名目GNP) のトレンドと自己回帰系列である。第10図-(a)は推定したトレンドからの乖離率であるが、これを第9図-(b)の自己回帰系列と比べてみると極めて類似した動き

26) 原系列から季節要因を除去した系列の間の比率についてトレンドを推定することは、加工データにトレンドを当てはめるといふ意味から問題はあるが、ここでは算定したマーシャルのkが確率的な動きに従うと仮定し、トレンドと定常要因を推定した。

を示している。これは、季調済計数を用いたトレンドからの乖離率は、いわば自己回帰要因と不規則要因との合成系列を表わしていることによる。ここで、この動きが金融の繁閑を示す指

標として用いられている日本銀行主要企業短期経済観測調査における資金繰り判断D.I.(全産業)<sup>27)</sup>(第10図-(b))と類似していることが注目される。

第9図 マーシャルの $k^*$ のトレンドと自己回帰系列



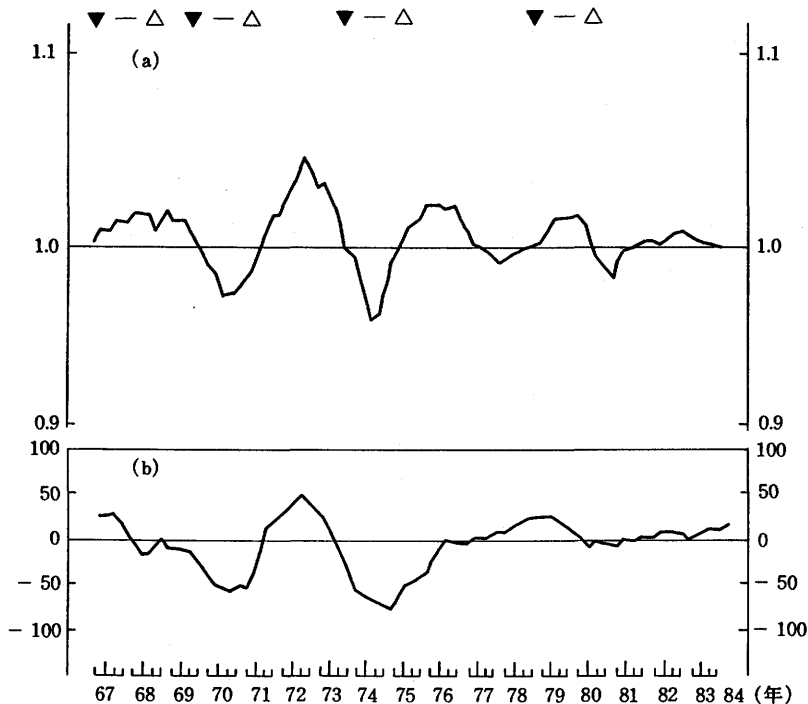
\*  $M_2 + CD$ /名目GNP (季節要因を除く)  
(▼引締め開始、△引締め解除、▼—△引締め期間)

27) 資金繰り判断項目で「楽である」と回答した社数の割合から「苦しい」と回答した社数の割合を差し引いたもの。

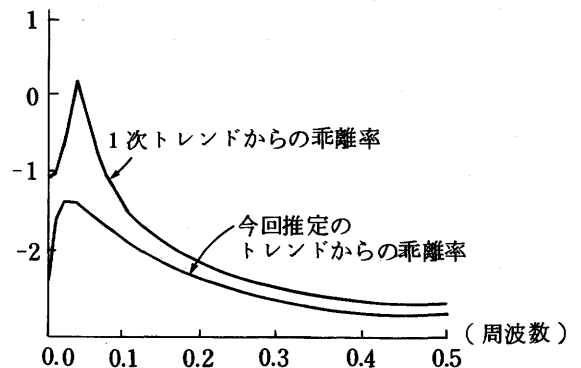
ここで推定したトレンドからの乖離率を、最小自乗法によって推移した1次のトレンドからの乖離率と比べてみよう。1次のトレンドは、ここでは1967～74年、及び1975～84年に期間を分けて推定する。こうして得られた第11図を第10図-(a)と比べてみると、最近時のレベルに若

干の差があることが看取される。<sup>28)</sup> こうした違いをどのように判断するかについてはさらに分析を進める必要があるが、いずれにせよ、トレンドからの乖離の動きは推定トレンドに依存しており、その解釈には一層の検討を要することを示唆しているといえよう。

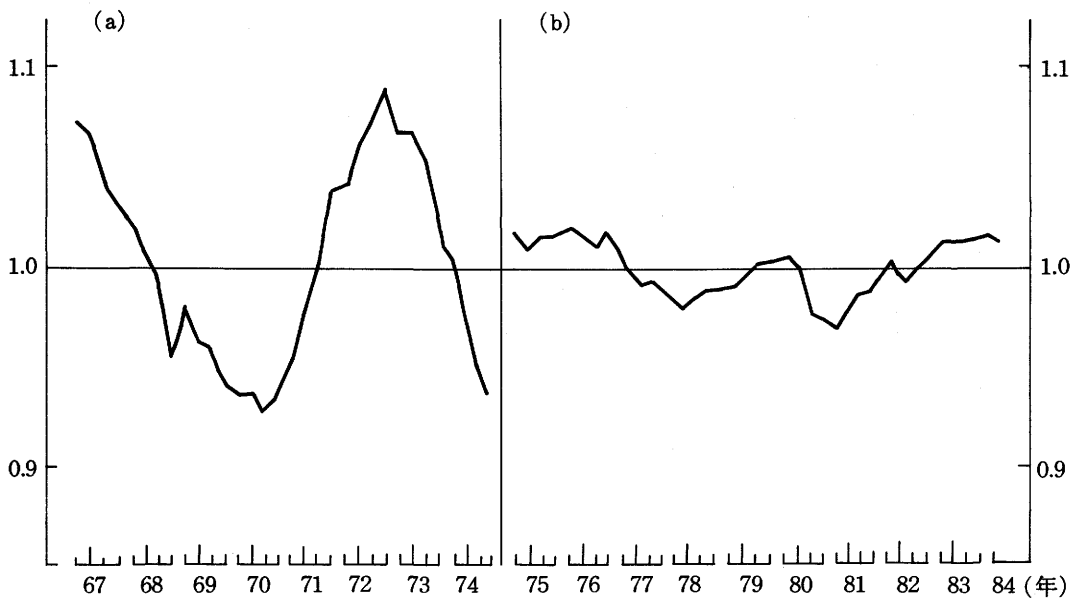
第10図 (a)マーシャルのkのトレンドからの乖離率 及び  
(b)主要短期経済観測調査資金繰り判断D.I.



28) 参考までに1次トレンドからの乖離と今回推定トレンドからの乖離についてパワースペクトルをみると右図のように長周期成分が減少している。



第11図 マーシャルのkの1次トレンドからの乖離率



(推定期間 (a) 67/1 ~ 74/4 (b) 75/1 ~ 84/1)

## (2) 定常要因の応用——経済変量間の関係

Kitagawa-Gersch の方法で推定された定常要因<sup>29)</sup>を用いて相対パワー寄与率（以下「パワー寄与率」という）を計測し、変量間の関係を考察してみよう。

第12図-(a)は、Oritani (1979) が実質GNPと $M_2$ の前年比変化率に1次直線のトレンドを当てはめ、そのトレンドからの乖離を用いてパワー寄与率を計測したものである（データ期間は1956年1期から1978年1期）。一方、第12図-(b)は、実質GNPと $M_2 + CD$ について Kitagawa-Gersch の方法によって推定した定常要因

<sup>30)</sup>を用いた結果である（データの期間は1967年1期から1984年1期）。計測に用いた定常要因は自己回帰系列と不規則系列の合成系列で、その動きは第13図の通りである。両変数によるモデルの残差の相関は-0.024であり、パワー寄与率の前提である残差の独立性は十分と考えられる。

第12図の(a)及び(b)をみると、両図ともマネーサプライは実質GNPに対し、中期的及び短期的な周期を中心に影響を与えている様子が現われている。一方、実質GNPのマネーサプライに対する影響については、第12図-(a)に比べて

29) 相対パワー寄与率は不規則要因がシステムの変動に影響を与える可能性のあることに注目したもので、システムについては定常状態を前提としている（詳細は Akaike (1967) などを参照）。経済分析への応用例としては Oritani (1979)、大久保 (1982) など。なお、補論4参照。

30) 前節のトレンドの推定と同時に推定された計数を利用。

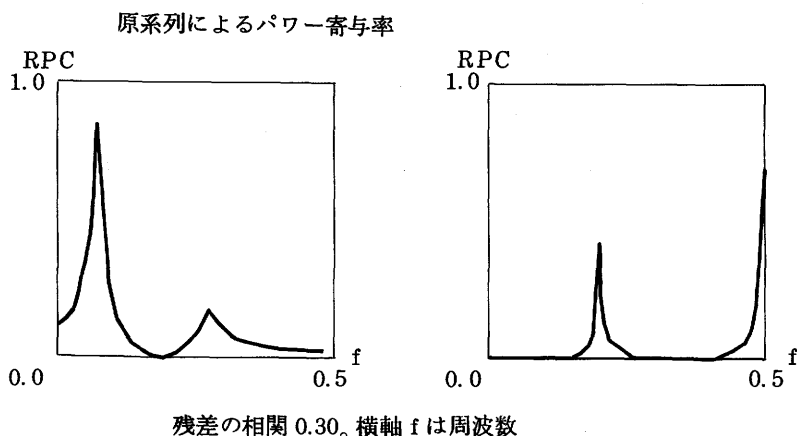
第12図-(b)では長期的な周期の部分でかなり大きな影響が現われている。これは、実質GNPがマネーサプライの影響を受けて動いているのみならず、より長期的にはマネーサプライも実質GNPの動きと全く独立に変動するものではないことを示すものであり、第12図-(a)にもみられる長周期の影響がより大きな特徴として表われてきたとみることができる。もっとも両図の違いについては、定常要因の取り出し方のほか計測に用いたマネーサプライのデータ及び計測期間に違いがあることも考慮する必要がある。<sup>31)</sup>

次に、実質GNP、 $M_2 + CD$ のほかに金利を加えた場合のパワー寄与率を計測する。金利としてはコール・レートと手形売買レート（いずれも東京）の加重平均を用いる。金利の四半期系列の自己回帰系列と不規則系列の合成系列は第13図-(c)の通りである（金利については季節調整は行っていない）。<sup>32)</sup>

実質GNPと $M_2 + CD$ については第13図に

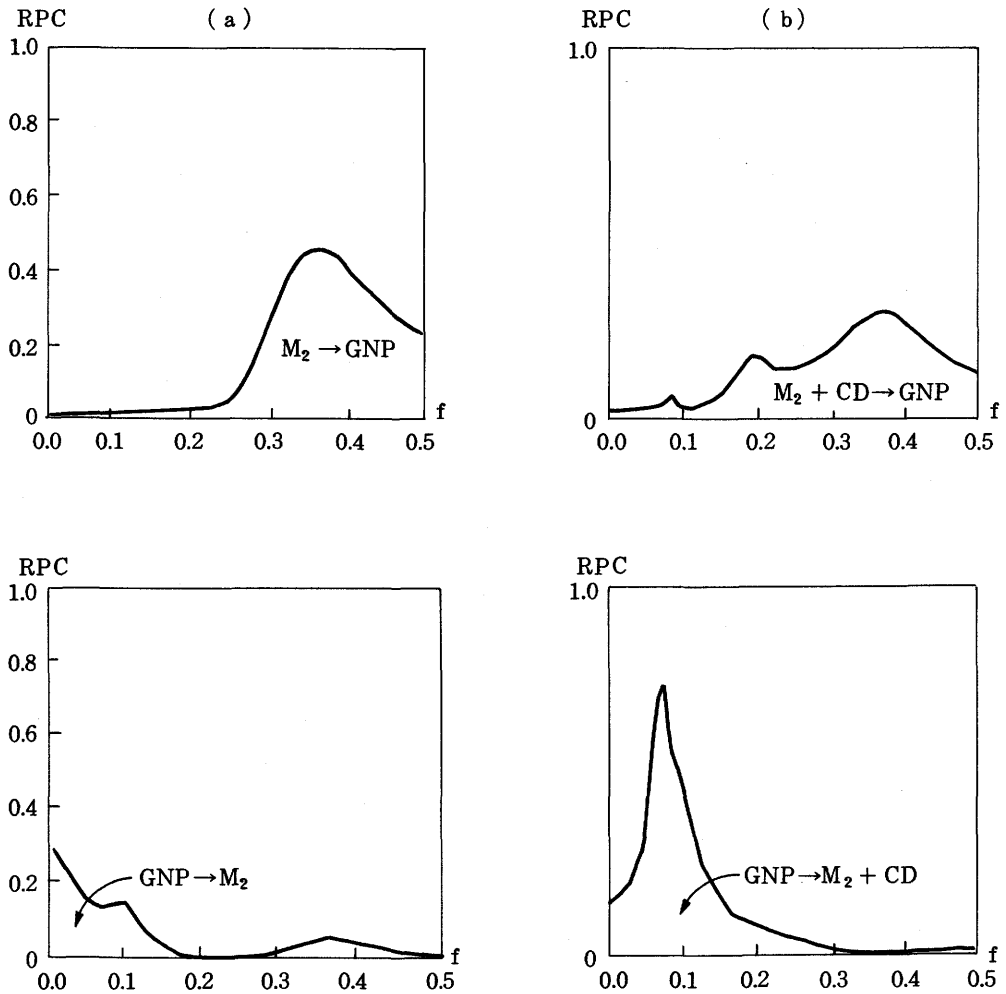
示した系列を使用した。金利、 $M_2 + CD$ 、実質GNPの3変量モデルの残差の相関は、金利と $M_2 + CD$ が0.25、金利と実質GNPが-0.21、 $M_2 + CD$ と実質GNPが-0.06であり、総じて相関度は低いと判断できる。パワー寄与率の計測結果は第14図の通りである。第14図-(a)は実質GNPに対する影響で、これによれば金利を加えたことにより $M_2 + CD \rightarrow$ 実質GNPの関係は2変量モデルの場合（第12図-(b)）に比べて全体としてはやや小さくなっているが、短期的あるいは中期的な周期の影響は2変量モデルの場合と同様にみられる。一方、金利 $\rightarrow$ 実質GNPについても影響のあることが示されている。さらに、第14図(b)の $M_2 + CD$ に対する影響については、第12図-(b)の2変量モデルの結果にみられた実質GNPからの影響のほかに金利からの中長期的な周期による影響がみられ、第14図-(c)では $M_2 + CD$ 及び実質GNPの金利に対する影響がみられるなど、各要因の相互依存の関係が表われている。

31) ここでは季節要因を除いたが、原系列を用いると下図のように四半期の季節サイクルによる関係が支配的となり、季節性以外の情報が表われ難くなる。季節調整の方法に関する問題はあがあるが、分析の目的に応じて季節的な影響とそれを除いた場合の影響の両者を考慮する必要がある（もっとも第8図でみるように $M_2 + CD$ の季節性は極めて小さい）。



32) 季節要因を推定しないモデルのAICは、季節要因を同時に推定したモデルに比べて小さい値を示した。

第12図 実質GNPとマネーサプライのパワー寄与率

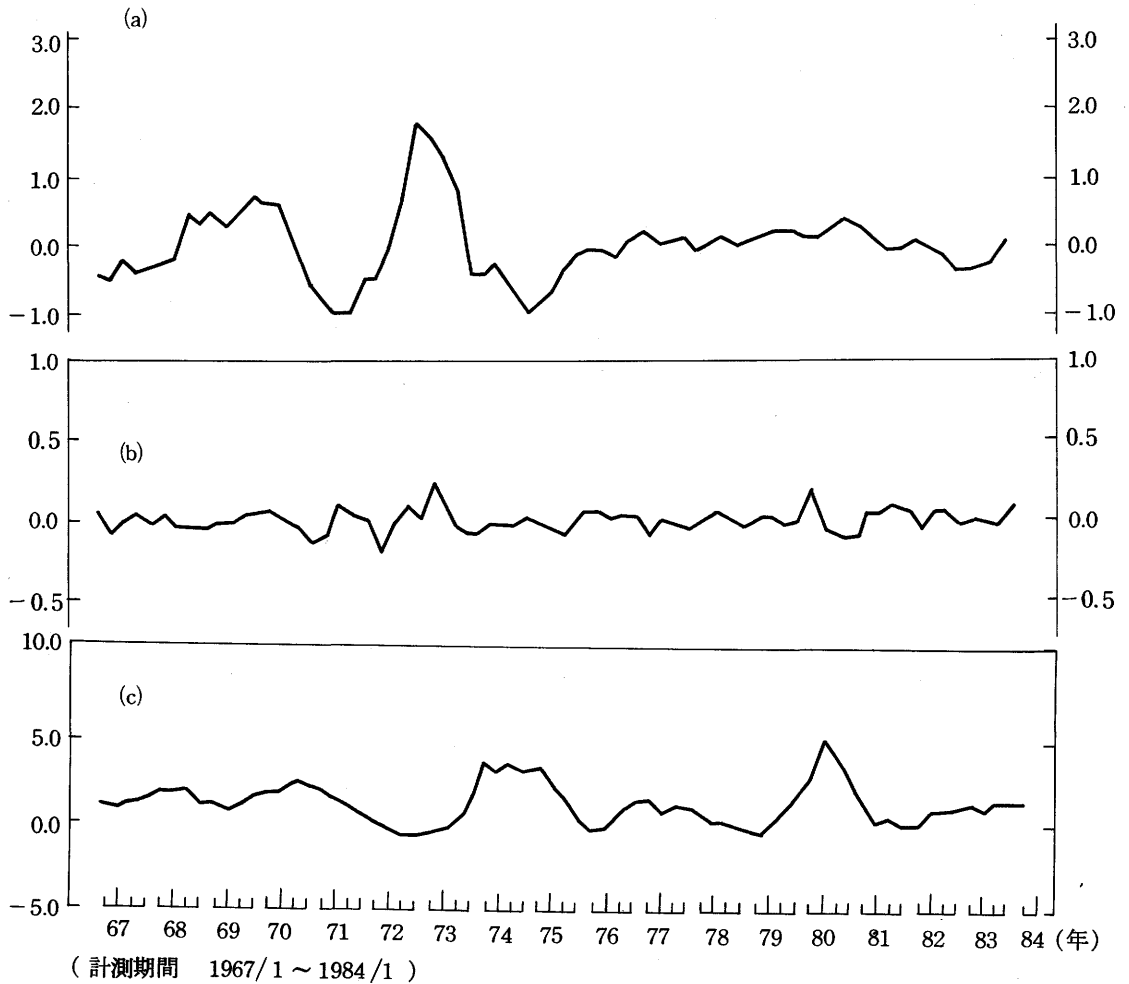


(a) 実質GNPと $M_2$   
( Oritani〔1979〕推定、計測期間1956/1～1978/1 )

(b) 実質GNPと $M_2 + \text{CD}$   
( 今回推定、計測期間1967/1～1984/1 )

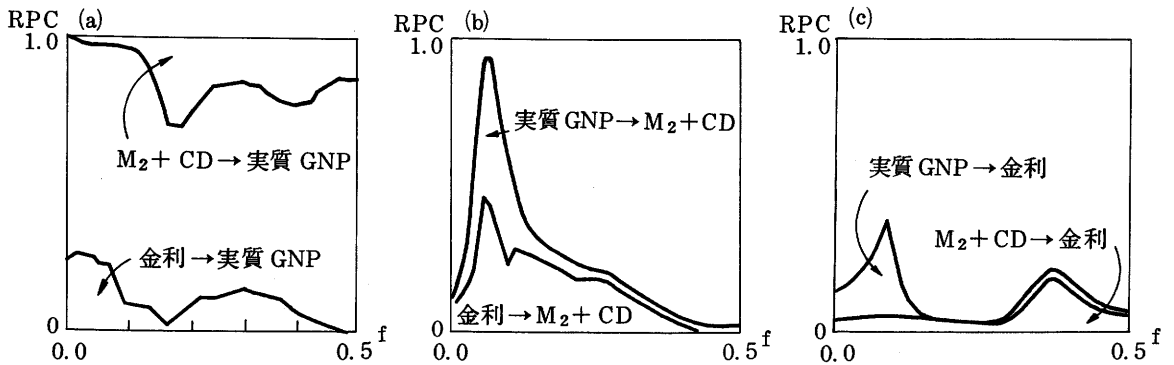
横軸  $f$  は周波数

第13図 (a) 実質GNP、(b)  $M_2 + CD$ 、(c) コールレート・手形売買レートの加重平均の自己回帰系列と不規則系列の合成系列



第14図 実質GNP、 $M_2 + CD$ 、金利のパワー寄与率

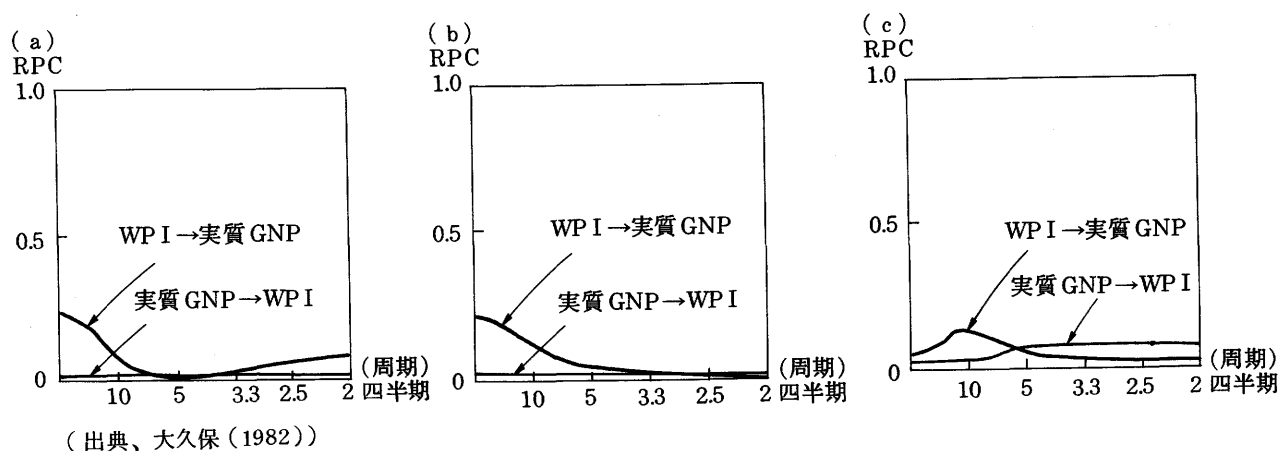
(a) 実質GNP、(b)  $M_2 + CD$ 、(c) 金利、に対する他要因の寄与度



因みに、Sims<sup>33)</sup> は米国の通貨数量と名目所得の因果性に関する分析において、当初は2変数モデルに基づき通貨数量→名目所得の関係がみられるとした。しかし、その後第2次大戦前後の米国の経済について、生産、通貨総量、WPIの3変数モデル、また、それに短期金利を加えた4変数モデルによって分析を行い、前者のモデルにおいては通貨総量の生産に対する説明力は大戦前後を通じて極めて高いが、後者のモデルにおいては通貨総量の生産に対する影響力が低下する一方、通貨総量、生産がともに金利の影響を強く受ける結果が得られたことから、通貨総量の重要性に対して否定的な主張をした。しかしながら、変数を追加することによって各変数の相対的影響度割合が変数追加前と比べて変わることは十分あり得ることであり、因果性の有無については、このような統計データの解析の結果をひとつの手がかりとしてさらに検討を進めるべきであろう。Sims (1980) が用いた方法では、モデルにおける変数の順序を変えると結果が異なるといった方法論上の問題があることにも注意を要する。

パワー寄与率分析のいま一つの例として物価と実質GNPとの関係を取り上げよう。第15図は、大久保 (1982) によるものである。分析の対象期間は、1956年2期から1981年4期までであり、これを通期でみた場合 (第15図-(a)) と、1973~74年の石油価格の大幅引上げ等を考慮して、1956年2期から1973年1期まで (第15図-(b)) 及び1974年1期から1981年4期まで (第15図-(c)) の2期間に分けた場合が検討されている。第15図の各図で特徴的なことは、WPI→実質GNPについて総じて長周期の部分の寄与度が大きいことで、特に第15図-(a)及び(b)では超長期 (無限大周期) において最大の影響がみられる。一方、実質GNP→WPIの寄与度は極めて僅かである。ここで、この分析に用いている定常系列をみると、実質GNP及びWPIは、いずれも季調済計数を用い、その対数値の前期差をとっている。時系列の構成要因という観点からいえば、トレンド、定常要因及び不規則要因の合成系列を対数値に変換し、その変換系列の階差をとって定常化を行っていることになり、このようなデータ加工の結果としてデー

第15図 WPIと実質GNPのパワー寄与率



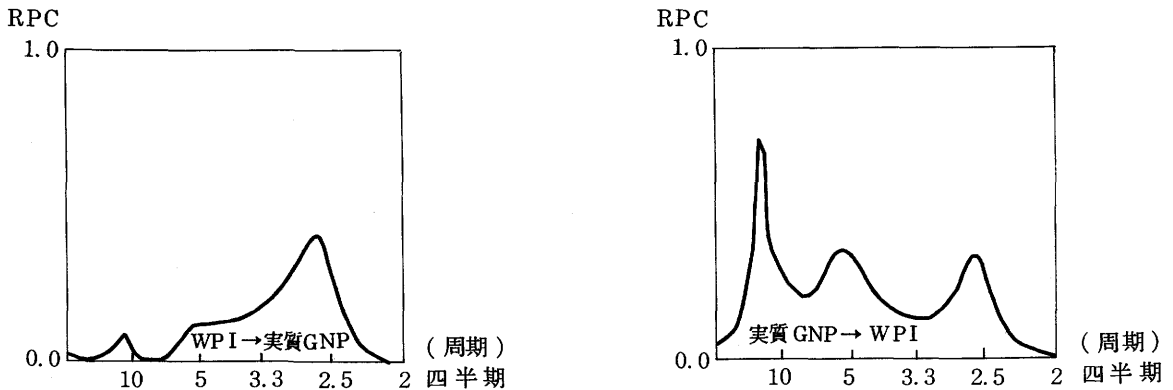
33) Sims (1972) (1980)。

タの振れが相対的に小さくなっている可能性<sup>34)</sup>がある。

そこで、Kitagawa-Gersch の方法によって推計された定常要因を用いて再計測してみよう。

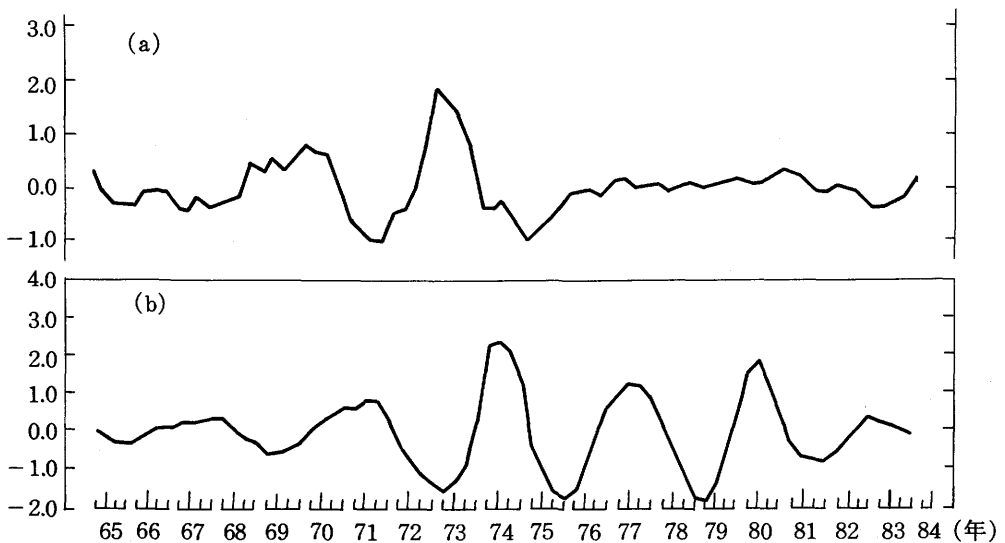
定常要因としては自己回帰系列と不規則系列の合成値を用いる（計測期間は1965年1期から1984年1期）。この系列を用いて計測したパワー寄与率は第16図で用いた系列は第17図の通りで

第 16 図 実質 GNP と WPI のパワー寄与率



（計測期間 1965/1～1984/1）

第 17 図 (a)実質GNP、(b)WPI の自己回帰系列と  
不規則系列の合成系列



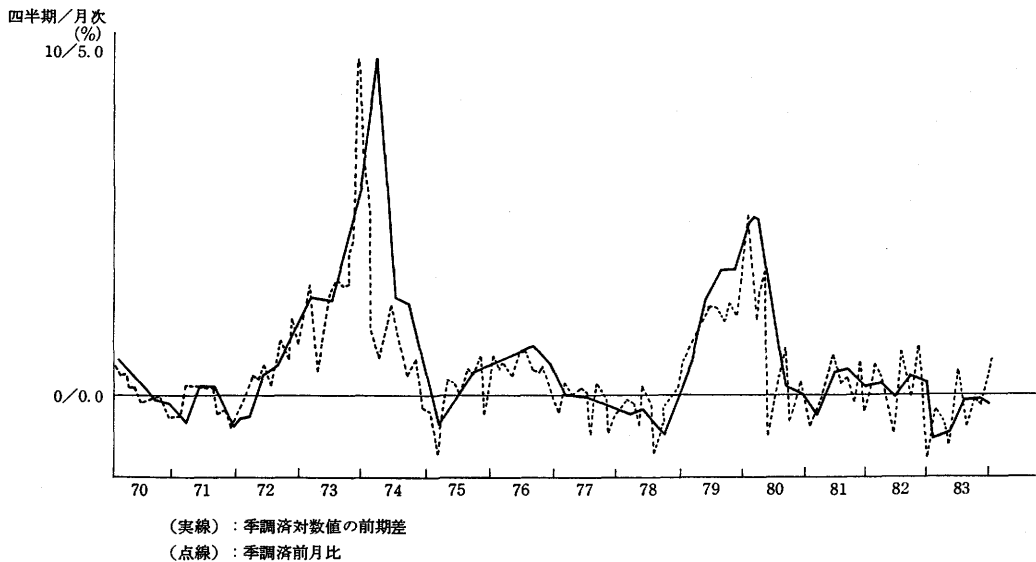
34) WPI については次ページ（注つづき）の図のように月次系列にみられる短期的な動きが四半期系列に変換したところで消滅することもある。このような時系列タイプの変換（例えば月次→四半期）による分析結果の歪みについて、例えば Nelson-Plosser (1982) は、“... it is well known that time aggregation amplifies low frequency movements relative to high frequency movements” と述べながらも大局的な実証分析においてはさほど影響はないであろうと述べているが、短期的な分析では注意を要することであろう。

ある。この結果によれば、WPI→実質GNPの関係については、中期的な周期において影響がみられる半面、第15図-(a)でみられた超長期の影響は現われていない。また、第15図-(c)でみられた実質GNP→WPIの関係がかなり強いカタチで表われている。

但し、今回の推定では両変数のモデルの残差

の相関は-0.44と極めて高く、このことは両変数をともに変化させている他の要因の可能性等、この問題についてはモデルの再検討を含めて別の観点からの分析が必要であることを示唆している。

34) (つづき) WPIの四半期系列(実線)と月次系列(点線)



実質 GNP と  $M_2$  + CD のトレンド推定におけるパラメーター等

[付 表]

| トレンド<br>次                              | 自己回帰<br>次数 | 自己回帰<br>(AR)係数<br>AR(1) | AR(2)  | AR(3)  | $\tau_1^2$            | $\tau_3^2$ | $\tau_2^2$ | $\sigma^2$            | AIC       |
|----------------------------------------|------------|-------------------------|--------|--------|-----------------------|------------|------------|-----------------------|-----------|
| (1) 実質 GNP 前年比変化率 (計測期間 1966/1~1984/1) |            |                         |        |        |                       |            |            |                       |           |
| 1                                      | 0          |                         |        |        | 1.00                  |            |            | 1.39                  | 305.2     |
|                                        | 1          | 0.857                   |        |        | 0.99                  | 0.99       |            | 0.88                  | 302.1     |
|                                        | 2          | 1.365                   | -0.540 |        | 0.01                  | 0.92       |            | 1.10                  | 302.5     |
| 2                                      | 3          | 1.549                   | -0.688 | -0.071 | 0.82                  | 0.44       |            | 0.75                  | 292.1     |
|                                        | 0          |                         |        |        | 0.93                  |            |            | 0.91                  | 309.2     |
|                                        | 1          | 0.899                   |        |        | $0.45 \times 10^{-4}$ | 0.94       |            | 1.45                  | 309.8     |
| 3                                      | 2          | 1.416                   | -0.599 |        | $0.87 \times 10^{-4}$ | 0.92       |            | 0.88                  | 291.3 *   |
|                                        | 3          | 0.896                   | 0.312  | -0.555 | $0.91 \times 10^{-3}$ | 0.99       |            | 0.95                  | 297.2     |
|                                        | 0          |                         |        |        | 0.19                  |            |            | 1.13                  | 331.7     |
|                                        | 1          | 0.738                   |        |        | $0.11 \times 10^{-3}$ | 0.85       |            | 1.61                  | 319.8     |
|                                        | 2          | 1.391                   | -0.569 |        | $0.51 \times 10^{-6}$ | 0.92       |            | 1.94                  | 351.3     |
|                                        | 3          | 1.282                   | -0.170 | -0.435 | $0.10 \times 10^{-2}$ | 0.99       |            | 0.72                  | 307.6     |
| (2) 実質 GNP 原計数 (計測期間 1965/1~1984/1)    |            |                         |        |        |                       |            |            |                       |           |
| 1                                      | 0          |                         |        |        | 0.99                  |            | 0.03       | $0.70 \times 10^{-4}$ | -1122.2   |
|                                        | 1          | 0.898                   |        |        | 0.99                  | 0.68       | 0.08       | $0.54 \times 10^{-4}$ | -1112.0   |
|                                        | 2          | -0.156                  | -0.470 |        | 0.79                  | 0.38       | 0.08       | $0.83 \times 10^{-4}$ | -1085.7   |
| 2                                      | 3          | -0.537                  | 0.840  | 0.443  | 0.87                  | 0.01       | 0.12       | $0.16 \times 10^{-3}$ | -1038.1   |
|                                        | 0          |                         |        |        | 0.99                  |            | 0.53       | $0.53 \times 10^{-5}$ | -1237.3   |
|                                        | 1          | 0.857                   |        |        | 0.84                  | 0.99       | 0.61       | $0.43 \times 10^{-5}$ | -1235.0   |
| 3                                      | 2          | 1.504                   | -0.673 |        | 0.19                  | 0.99       | 0.73       | $0.40 \times 10^{-5}$ | -1239.1 * |
|                                        | 3          | 1.169                   | -0.890 | 0.311  | 0.99                  | 0.37       | 0.61       | $0.41 \times 10^{-5}$ | -1232.0   |
|                                        | 0          |                         |        |        | 0.12                  |            | 0.30       | $0.83 \times 10^{-5}$ | -1216.4   |
|                                        | 1          | 0.885                   |        |        | $0.11 \times 10^{-2}$ | 0.95       | 0.17       | $0.11 \times 10^{-4}$ | -1221.4   |
|                                        | 2          | 1.580                   | -0.767 |        | 0.01                  | 0.79       | 0.97       | $0.37 \times 10^{-5}$ | -1233.7   |
|                                        | 3          | 1.577                   | -1.571 | -0.764 | 0.24                  | 0.02       | 0.47       | $0.50 \times 10^{-5}$ | -1215.9   |

| トレンド<br>次数                                        | 自己回帰<br>次数 | 自己回帰<br>(AR)係数 | AR(1)  | AR(2)  | AR(3) | $\tau_1^2$            | $\tau_2^2$            | $\tau_3^2$ | $\sigma^2$            | AIC      |
|---------------------------------------------------|------------|----------------|--------|--------|-------|-----------------------|-----------------------|------------|-----------------------|----------|
| (3) $M_2 + CD$ 平残前年比変化率 (計測期間 1968/1~1984/2)      |            |                |        |        |       |                       |                       |            |                       |          |
| 1                                                 | 0          |                |        |        |       | 1.00                  |                       |            | 1.21                  | 267.4    |
|                                                   | 1          | 0.888          |        |        |       | 0.86                  | 0.97                  |            | 0.74                  | 259.5    |
|                                                   | 2          | 1.576          | -0.751 |        |       | 0.34                  | 0.37                  |            | 0.65                  | 238.8    |
| 2                                                 | 3          | 0.783          | 0.850  | -0.900 |       | 0.99                  | 0.99                  |            | 0.38                  | 238.5    |
|                                                   | 0          |                |        |        |       | 1.00                  |                       |            | 0.36                  | 220.9    |
|                                                   | 1          | -0.309         |        |        |       | 1.00                  | $0.22 \times 10^{-7}$ |            | 0.36                  | 224.9    |
| 3                                                 | 2          | 1.706          | -0.899 |        |       | 0.54                  | 0.99                  |            | 0.14                  | 188.3*   |
|                                                   | 3          | 0.692          | 0.772  | -0.900 |       | 0.50                  | 0.99                  |            | 0.32                  | 212.1    |
|                                                   | 0          |                |        |        |       | 1.00                  |                       |            | 0.19                  | 218.4    |
|                                                   | 1          | 0.863          |        |        |       | 0.99                  | 0.52                  |            | 0.17                  | 221.9    |
|                                                   | 2          | 1.708          | -0.898 |        |       | $0.15 \times 10^{-2}$ | 0.99                  |            | 0.19                  | 196.3    |
|                                                   | 3          | 1.902          | -1.450 | 0.381  |       | 0.99                  | 0.99                  |            | 0.09                  | 207.4    |
| (4) $M_2 + CD$ 平残原計数 (四半期平均) (計測期間 1967/1~1984/2) |            |                |        |        |       |                       |                       |            |                       |          |
| 1                                                 | 0          |                |        |        |       | 0.93                  |                       | 0.03       | $0.24 \times 10^{-3}$ | -1141.8  |
|                                                   | 1          | -0.871         |        |        |       | 0.78                  | 0.01                  | 0.12       | $0.28 \times 10^{-3}$ | -1119.8  |
|                                                   | 2          | -0.254         | -0.364 |        |       | 0.99                  | 0.04                  | 0.10       | $0.22 \times 10^{-3}$ | -1128.9  |
| 2                                                 | 3          | -0.529         | 0.566  | 0.895  |       | 0.74                  | 0.85                  | 0.07       | $0.13 \times 10^{-3}$ | -1139.2  |
|                                                   | 0          |                |        |        |       | 0.97                  |                       | 0.97       | $0.22 \times 10^{-4}$ | -1424.5  |
|                                                   | 1          | 0.835          |        |        |       | 0.96                  | 0.01                  | 0.12       | $0.22 \times 10^{-5}$ | -1418.0  |
| 3                                                 | 2          | 0.114          | 0.752  |        |       | 0.99                  | 0.01                  | 0.12       | $0.22 \times 10^{-5}$ | -1416.0  |
|                                                   | 3          | 1.666          | -0.835 | -0.024 |       | 0.99                  | 0.85                  | 0.20       | $0.13 \times 10^{-2}$ | -929.6   |
|                                                   | 0          |                |        |        |       | 0.98                  |                       | 0.13       | $0.11 \times 10^{-5}$ | -1428.0  |
|                                                   | 1          | 0.752          |        |        |       | 0.99                  | 0.12                  | 0.14       | $0.10 \times 10^{-5}$ | -1423.8  |
|                                                   | 2          | 1.686          | -0.898 |        |       | 0.50                  | 0.83                  | 0.18       | $0.73 \times 10^{-6}$ | -1434.7* |
|                                                   | 3          | 0.202          | 0.444  | -0.110 |       | 0.97                  | $0.22 \times 10^{-3}$ | 0.19       | $0.19 \times 10^{-5}$ | -1373.7  |

注1)  $\tau_i^2$  ( $i=1, 2, 3$ ) は、本文(13)式におけるパラメターを表わし、 $\tau_1^2$ はトレンド、 $\tau_2^2$ は自己回帰系列、 $\tau_3^2$ は季節要因の各確率項における分散を表わす。従ってトレンドのみ推定した系列については $\tau_2^2$ 、 $\tau_3^2$ は空白となっている。

2)  $\sigma^2$  は(13)式の誤差項  $\epsilon(n)$  の分散。

3) AICの項における\*印は最小値を表わす。

## 補論 1. ベイズ的接近

いわゆるベイズにもいくつかの立場があるため、本稿では「ベイズの方法」という表現を避け「ベイズ的」としたが、観測データによって標本情報を得る以前に利用可能な情報を事前情報として積極的に活用し、これと標本情報とを結合して得られる事後情報に基づいて推論を行う、というベイズの考え方は、本稿で述べた Kitagawa-Gersch の方法の基本となっている。

ベイズ的接近の有用性は、次のような簡単な例を考えると理解できる。すなわち、コインを投げて表の出る割合は、投げる回数を多くすると  $\frac{1}{2}$  に近づくと考えられる。しかし、もし得られる標本が 2 あるいは 3 など少数の場合には 2 回あるいは 3 回とも裏となる可能性は少ない。この例は極端であるが、実際に得られる標本数が有限個の場合に標本情報のみに頼ることの問題点を示している。勿論、標本理論の有効性は広範であるが、最近、ベイズの理論の展開や実際の分析におけるベイズ的な考え方の有用性が注目されていることも事実である。<sup>35)</sup>

ベイズ的な考え方では、先験的知識などあらかじめ持っている情報（上のコインの例でいえば 2 回に 1 回は表が出るという割合についての情報）を反映するように定式化を行う。この場合の事前情報は確率分布で考えられるが、ベイズ的接近で問題になるのは事前分布には当事者の主観が入り易く客観的な情報から結論が導かれる標本理論に比べて客観性がないという議論である（ただ、これについては標本理論においても検定方式、推定方式の選択等に主観的な要素は入らざるを得ないとの議論がある）。これに対して、ベイズ的接近における最近の一つの方向は、事前情報を統計モデルとして表現し、

それに現実のデータを適用してデータの持つ情報を引き出した上で、モデルの妥当性を客観的な基準で評価しようとするものである。Kitagawa-Gersch の方法においては、モデル選択の基準に A I C を用いている。

A I C はモデル選択の一つの規準を与えるが、事前に経済変動に関して十分な情報がある場合はそれをアприオリにモデルに組込むことも考えられる。例えば著しい外乱を強調したい場合には (13 式) の  $\epsilon(n)$  にショックを与えることもできる。しかし、この場合にも推定結果の評価には十分注意を払うことが必要である。

## 補論 2. 状態空間表現

状態空間表現が用いられる以前のシステムの表現は、システムの内部状態（構造）はブラックボックスであると考え、システムへの入力とシステムからの出力のみに注目する入出力モデルが中心であった。これに対して状態空間表現は、システムの内部状態に注目し、これを表現するのに必要な最小限の情報を状態変数というかたちで集約し、それを用いて入力に応じた出力の値を確率的に決定しようとする点が特徴である。

時点  $n$  の状態空間表現は、係数が時間的に不変の場合、一般に

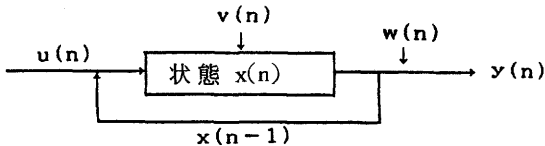
$$x(n) = Ax(n-1) + Bu(n) + v(n) \quad (19-1)$$

$$y(n) = Cx(n) + Du(n) + w(n) \quad (19-2)$$

で表わされる。但し、 $x(n)$  状態変数ベクトル、 $y(n)$  は出力（観測値）ベクトル、 $u(n)$  は入力ベクトル、 $v(n)$ 、 $w(n)$  はそれぞれ正規

35) "Non-Bayesians, as well as Bayesians, use a good deal of prior information in building and using models." (Zellner (1985))

攪乱項を表わし、 $A, B, C, D$  は係数行列である（係数が時間とともに変わるときはそれぞれ  $A(n), B(n), C(n), D(n)$  となる）。(19-1) 式を状態方程式、(19-2) 式を観測方程式と呼ぶことがあり、それらの関係を略示すると下図のようになる。



状態空間表現は一見単純であるが、分析の対象に応じて動的システムを多様に表現できるメリットを有している。

本文で述べた Kitagawa-Gersch の状態空間表現は(11)式で与えられており、これを構成要因ごとに分解した(12)式を各要因ごとにより詳細にみると次の通りである。

(1)  $(F_1, G_1, H_1)$  :トレンド

トレンドは(6)式で与えられるが、 $k=1$  から3までについてみると、

$$k=1: t(n) = t(n-1) + w_1(n)$$

$$k=2: t(n) = 2t(n-1) - t(n-2) + w_1(n)$$

$$k=3: t(n) = 3t(n-1) - 3t(n-2) + t(n-3) + w_1(n)$$

となるから、係数  $F_1, G_1, H_1$  及び状態ベクトルは

$$k=1: F_1 = [1], G_1 = [1], H_1 = [1], \\ x_1(n) = t(n)$$

$$k=2: F_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, H_1 = [1 \ 0],$$

$$x_1(n) = \begin{bmatrix} t(n) \\ t(n-1) \end{bmatrix}$$

$$k=3: F_1 = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$H_1 = [1 \ 0 \ 0],$$

$$x_1(n) = \begin{bmatrix} t(n) \\ t(n-1) \\ t(n-2) \end{bmatrix}$$

であり、一般的に

$$F_1 = \begin{bmatrix} C_1 & \cdots & C_{k-1} & C_k \\ 1 & & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$H_1 = [1 \ 0 \ \cdots \ 0], \quad x_1(n) = \begin{bmatrix} t(n) \\ t(n-1) \\ \vdots \\ t(n-k+1) \end{bmatrix} \quad (20)$$

となる。例えば、 $k=2$  のときは、

$$\begin{bmatrix} t(n) \\ t(n-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t(n-1) \\ t(n-2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w_1(n)$$

$$y_1(n) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} t(n) \\ t(n-1) \end{bmatrix}$$

である。<sup>36)</sup>

36) (11)式における観測誤差  $\epsilon(n)$  は各要因の分解式では省略してある。

(2) ( $F_2, G_2, H_2$ ): 定常要因

定常要因は、 $p$  次の自己回帰過程(7)式に従うと考え、

$$F_2 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \cdots & \alpha_{p-1} & \alpha_p \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$H_2 = [1 \ 0 \ \cdots \ 0] \quad x_2(n) = \begin{bmatrix} v(n) \\ v(n-1) \\ \vdots \\ v(n-p+1) \end{bmatrix} \quad (21)$$

とする。

(3) ( $F_3, G_3, H_3$ ): 季節要因

季節周期を  $L$  とするとき、 $n$  期の季節要因  $S(n)$  は前年の季節要因  $S(n-L)$  とほぼ同様 ( $S(n) \approx S(n-L)$ ) であることから、シフトオペレータ  $B^L S(n) = S(n-L)$  を用いると

$$(1 - B^L) s(n) \approx 0$$

で、 $(1 - B^L) = (1 - B)(1 + B + \cdots + B^{L-1})$  から、年間の季節要因の総和がゼロに近いことは

$$\sum_{i=0}^{L-1} B^i s(n-i) \approx 0 \quad (22)$$

で表わされるが、季節パターンの変化を確率項  $w_3(n) \sim N(0, \tau_3^2)$  i. i. d. で与えると(22)式は

$$\sum_{i=0}^{L-1} B^i s(n-i) = w_3(n) \quad (23)$$

となる。上式は  $S(n)$  が確率過程(8)式で表わされることを示す。従って、季節要因の係数及び状態ベクトルは

$$F_3 = \begin{bmatrix} -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad G_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$H_3 = [1 \ 0 \ \cdots \ 0] \quad x_3(n) = \begin{bmatrix} s(n) \\ s(n-1) \\ \vdots \\ s(n-L+2) \end{bmatrix} \quad (24)$$

と表わすことができる。

(4) ( $F_4, G_4, H_4(n)$ ): 曜日変動要因

$n$  月の曜日変動成分を、 $i$  を曜日として  $\beta_i(n)$  ( $i=1, \dots, 7$ ) で表わせば、週間の総和はゼロとなることから、

$$\beta_7(n) = -\sum_{i=1}^6 \beta_i(n) \quad (25)$$

である。いま、 $n$  月の  $i$  曜日の数を  $d_i^*(n)$  とすれば、曜日変動は  $\sum \beta_i(n) d_i^*(n)$  となるが、これは(26)式を用いると

37) 季節パターンが傾向的に大きく変化する場合は  $(\sum_{i=0}^{L-1} B^i)^2 s(n) = w_3(n)$  のようなモデルも考える。

$$\sum_{i=1}^7 \beta_i(n) d_i^*(n) = \sum_{i=1}^6 \beta_i(n) (d_i^*(n) - d_7^*(n)) \quad (26)$$

となる。

また、曜日変動成分  $\beta_i(n)$  は月により変らないこと、すなわち

$$\beta_i(n) = \beta_i(n-1) \quad (i=1, \dots, 6) \quad (27)$$

の関係から

$$F_4 = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ & & & & 1 \end{bmatrix}, \quad G_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$H_4(n) = [d_1(n) \cdots d_6(n)],$$

$$x_4(n) = \begin{bmatrix} \beta_1(n) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_6(n) \end{bmatrix} \quad (28)$$

となる。但し、 $d_i(n) = d_i^*(n) - d_7^*(n)$  ( $i=1, \dots, 6$ )。

以上をまとめたのが(13)式である。例えば、月次系列で3階のトレンド、2次の自己回帰系列の場合は次のようになる。

$$x(n) = \begin{bmatrix} t(n) \\ t(n-1) \\ t(n-2) \\ v(n) \\ v(n-1) \\ s(n) \\ s(n-1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ s(n-10) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 1 & & & & & & & & \\ 1 & 0 & 0 & & & & & & & & \\ 0 & 1 & 0 & & & & & & & & \\ & & & \alpha_1 & \alpha_2 & & & & & & \\ & & & 1 & 0 & & & & & & \\ & & & & & -1 & \cdots & -1 & -1 & & \\ & & & & & 1 & \cdots & 0 & 0 & & \\ & & & & & \cdot & & \cdot & & & \\ & & & & & \cdot & & \cdot & & & \\ & & & & & \cdot & & \cdot & & & \\ & & & & & \cdot & & \cdot & & & \\ & & & & & 0 & \cdots & 1 & 0 & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t(n-1) \\ t(n-2) \\ t(n-3) \\ v(n-1) \\ v(n-2) \\ s(n-1) \\ s(n-2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ s(n-11) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1(n) \\ w_2(n) \\ w_3(n) \end{bmatrix}$$

$$y(n) = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ \cdots \ 0] x(n) + \varepsilon(n)$$

### 補論3. カルマンの方法

カルマンの方法は、システムの予測・推定問題におけるフィルター理論として知られているが、カルマンの方法が注目されたのは、それまでのウィナー、コルモゴロフ等の体系的な理論をさらに一般化したことにある。ウィナー・フィルターは定常過程を対象とし、また、データは無限であることを理論の前提としているが、カルマン・フィルターはこれらの条件を満たさない場合を取り扱い得るものとなっている（これら条件を満たせばウィナー・フィルターと同様になる）。

しかしながら、カルマン・フィルターは一般的な型式を示しているに過ぎず、これを用いて分析するためには、対象とするシステムを具体的に表現することが必要である（すなわち、(11)式において、状態変数として何を取り上げるか、係数行列をどのように定義するか、等）。また、カルマン・フィルター自体はパラメーターを推定するものではないから、カルマン・フィルターの計算に用いるパラメーターの推定をどのような方法で行うかを定めることも必要である。さらに重要なのは、与えられたパラメーターについて

カルマン・フィルタを適用した結果の妥当性の評価である。Kitagawa-Gerschの方法では、時系列の構成要因を状態変数とし、それぞれの構成要因の特性を係数行列に表現している。パラメータは最尤法によって推定され、推定結果の評価基準としてAICを採用している。

カルマン・フィルタについては、多くの拡張版が開発され、実用化されている。Kitagawa-Gerschの方法では当初発表されたオリジナルな方法(Kalman (1960))に基づいており、その概要は次の通りである。

観測データ  $y(n)$  を(1)式で示したように

$$\begin{aligned}x(n) &= Fx(n-1) + Gw(n) \\ y(n) &= H(n)x(n) + \varepsilon(n)\end{aligned}$$

で表わすとき、問題は与えられた  $n$  個の観測系列  $\{y(1), \dots, y(n)\}$  及び初期値に基づいて、時点  $n+k$  における状態の最適推定値  $x(n+k|n)$  を求めることである。最適推定は、 $k < 0$  のときのスムージング(内挿)、 $k = 0$  のときのフィルタリング、 $k > 0$  のときの予測の3つに分けて考える。それぞれの推定は観測系列と残差(イノベーション)を与えたときの条件付確率分布を前提にする。推定の手順は次の通りである。

まず、状態変数に初期ベクトル  $x(0|0)$  及び初期共分散  $V(0|0)$  を与え、以下の式によって逐次推定を進める。

#### ① 状態変数の予測

$$x(n|n-1) = Fx(n-1|n-1) \quad (29)$$

#### ② 観測値のイノベーション

$$v(n) = y(n) - H(n)x(n|n-1) \quad (30)$$

$n = 1$  のとき、(29)式から初期値  $x(0|0)$  により予測値  $x(1|0)$  が計算され(30)式によりイノベーション  $v(1)$  が得られる。(29)式における  $F$  及び(32)式における  $H(n)$  は(13)式で定義された係数行列である。イノベーション  $v(n)$  は観測値と予測値の差を示し、次のフィルタリングで重要な役割を果たす。

#### ③ 状態変数の共分散の予測

$$V(n|n-1) = FV(n-1|n-1)F' + GQG' \quad (31)$$

#### ④ 条件付イノベーション

$$v(n|n-1) = H(n)V(n|n-1)H(n)' + \sigma^2 \quad (32)$$

#### ⑤ カルマン・ゲイン

$$K(n) = V(n|n-1)H(n)'v(n|n-1)^{-1} \quad (33)$$

#### ⑥ 状態変数のフィルタリング

$$x(n|n) = x(n|n-1) + K(n)v(n) \quad (34)$$

#### ⑦ 状態変数の共分散のフィルタリング

$$V(n|n) = (I - K(n)H(n))V(n|n-1) \quad (35)$$

共分散の初期値  $v(0|0)$  によって(31)式から共分散の予測値が得られ、それを用いてイノベーションの分散、カルマン・ゲインがそれぞれ

38)  $v(n)$  は時点に関して独立であり、ここに含まれる情報が過去のデータにない本質的に新しいものとの考えからイノベーションと呼ぶ。

れ(32式及び(33式により計算される。この結果と(30式で得られたイノベーションから状態変数及びその共分散のフィルタリングが(34式及び(35式により行われる。但し、(31式の $F'$ は $F$ の転置、 $Q$ は(15式における正規確率項 $w_i$  ( $i=1, 2, 3$ )の分散行列、(32式の $\sigma^2$ は観測系列の誤差の分散、また、(35式の $I$ は単位行列を表わす。

以上の計算が全サンプルについて繰り返されたところで状態変数の系列が得られる。また、(30式のイノベーションと(32式の条件付イノベーションから(17式の尤度関数が計算され、 $AIC$ が算定される。 $AIC$ の値はパラメーターの変化に応じて異なるが、その中で最小の $AIC$ を示したモデルによって決められた推定値を用いて全サンプルを対象にスムージング

$$x(n|N) = x(n|n) + A(n) [x(n+1|N) - x(n+1|n)] \quad (36)$$

$$V(n|N) = V(n|n) + A(n) [V(n+1|N) - V(n+1|n)] A'(n) \quad (37)$$

を行い、推定値を確定する。但し、上式で

$$A(n) = V(n|n) F' V(n+1|n)^{-1}$$

である。

#### 補論 4. 経済諸要因間の統計的関係

パワー寄与率は、構成要因間に相互フィード

バックの関係が存在する定常なシステムにおいては、不規則変動がシステムの変動要因となり得ることに着目し、各要因の不規則変動のシステム変動に対する相対的寄与度を計測したものであり、これで要因相互間の影響度合いを示すことから因果性を探るために用いられている。もっとも、現実の因果性については、統計的な検討のみでなく、経験等を通して考察される因果性の有無に関する認識論レベル<sup>39)</sup>あるいは理論レベルの検討を踏まえて判断されるべきであることはいうまでもない。パワー寄与率を提案した Akaike は、そこで得られた結果をひとつの手懸りとして、さらにシミュレーションを繰り返し、操作性の観点から検討を進めているが、現実の問題に対しては総合的な立場からの検討が重要であることを強調している (Akaike (1980) ほか)。

パワー寄与率が因果性を探るために提案されたのは、従来の統計的な解析の結果が次のような問題点を持っていたからともいえる。例えば、統計データの時間的な前後関係から、時点  $t$  における要因  $x$  の動きが他の要因  $y$  の変動因となる  $x(t) \rightarrow y(t+1)$  という結果が得られた場合でも、それが因果性の十分条件とはならないことも考えられることである。それは、同時に  $y(t) \rightarrow x(t+1)$  という関係も存在することがあり得るし、 $x(t)$ 、 $y(t)$  の両者に別の共通要因が作用して、 $x(t) \rightarrow y(t+1)$  という関係があるかのように両者が変動する可能性もあるからで

39) 繰り返し実験の可能な自然科学の分野では、必然的法則に関する対象を取り扱うという認識から、因果関係は容易に捉えられると考えられている。これに対して、例えば鈴木 (1980) は、自然科学の中の「もっとも精密である物理学でさえも、現代物理の柱である量子力学の世界においては、偶然というか確率の概念を抜きにしては法則は存在しないことが知られている。こうなると、必然 (または因果) とは何かが根本的に問われること」になり、「確率的な意味での法則に必然性が存在する」と述べている。また、McClelland (1975) は経済現象における因果性を論じている中で、Nagel の「自然科学の分野で発表される研究報告や学術論文に「原因」という言葉は全くないか、極めてまれにしか出てこない」が、「その表わす概念は広く流布している」、という言葉等を引用しているが、これらは認識論レベルにおける考えの例であろう。

ある。また、変量  $x$ 、 $y$ 、それぞれに自己相関がある場合、すなわち、 $x(t) \rightarrow x(t+1)$  及び  $y(t) \rightarrow y(t+1)$  の関係があるときにも、 $y$  の変動因は必ずしも明らかでない。両変数が同方向のトレンドを持つ場合も自己相関がある場合と同様の問題が考えられる。多変量システムでは要因間の関係はさらに複雑になることが予想され、例えば、 $x \rightarrow y \rightarrow z$  の因果序列を考えたときに、 $x \rightarrow x'$  の変化に対して  $y \rightarrow y'$ 、 $z \rightarrow z'$  と変化したとすれば、 $z \rightarrow z'$  の主因を  $x'$ 、 $y'$  のいずれと考えるかについて各要因の相互依存関係の分析が必要となる。

いずれにせよ、因果性を統計的に検証することには種々の困難が伴うことが予想されるが、真に因果関係が存在する場合には、それがデータに反映している筈であり、上に示したような問題点があるとはいえ、データ解析によって因果性に関するインプリケーションを探ることの

有用性は否定されるものではない。ただ、経済分析においては、用いられるデータの多くは加工されている上に非定常であることが多いため、定常化の方法によって結果に差異を生じ易いこと、さらに計測した結果が分析に用いたモデル及びデータに依存しているという問題がある。従って、同様の対象に対して計測結果に差異の生ずることもあり得るためデータ及び分析に用いるモデルの特性を知ることが必要となるが、その場合重要なのは計測結果の差異が何に基づいているかを解析することであり、その上で統計的な意味を読み取ることであろう（その意味では本文の結果についても検討の余地が残されていることはいうまでもない）。

勿論、このような問題は統計的手法を用いた結果の解釈においては常に留意すべきことであって、パワー寄与率についてのみ生ずる問題ではない。

#### 【参考文献】

- [1] 伊藤 征一 「季節調整法利用上の問題点について」『季節変動調整法について』、日本経済調査協会、1984年12月
- [2] 大久保 隆 「マネーサプライと経済諸変数の因果関係」『金融研究』、第1巻第1号、1982年10月
- [3] 坂元 慶行 「情報量統計学」共立出版、1983年
- [4] 鈴木 増雄 「統計物理における因果と偶然」『数理科学』、1980年11月
- [5] 鈴木 雪夫 「経済分析と確率・統計」東洋経済新報社、1975年
- [6] 日本銀行調査局 「マーシャルの  $k$  のすう勢的上昇について」『調査月報』、1977年11月
- [7] 日本銀行調査統計局 「最近のマネーサプライ動向について」『調査月報』、1983年1月
- [8] 田原 昭四 「景気変動と日本経済」東洋経済新報社、1983年
- [9] 浪花 貞夫 「トレンドを除去した経済時系列の非定常性について」研究資料（近刊）
- [10] 溝口 敏行 「経済時系列分析入門」日本経済新聞社、1983年
- [11] 刈屋 武昭
- [11] 山本 拓 「時系列分析とマクロ経済学」『マクロ経済学と経済政策』東京大学出版会、1983年
- [12] Akaike, Hirotugu "Some Problems in the Application of the Cross-spectral Method", Spectral Analyses of Time Series eds, B. Harris, John Wiley, 1967.
- [13] ————— "On the Identification of State Space Models and their Use in Control", Direction in Time Series, eds. D. R. Brillinger and G. C. Tiao, 1980.

- [14] ————— "Likelihood and the Bayes Procedure in Bayesian Statistics", Bayesian Statistics, eds. J. N. Bernardo et al., Valencia, University Press, 1980.
- [15] ————— "Seasonal Adjustment by a Bayesian Modeling", Journal of Time Series Analysis 1, 1980.
- [16] Akaike, Hirotugu "Comparative Study of the X-11 and BAYSEA Procedures of Seasonal Adjustment", in and Ishiguro, Makio Applied Time Series Analyses of Economic Data ed. by A. Zellner, 1983.
- [17] Anderson, Oliver "Time Series Analysis and Forecasting : Box-Jenkins approach", 1976.
- [18] Anderson, T. W. "The Statistical Analysis of Time Series", The Willey & Sons, 1971.
- [19] Box, George E. P. "Time Series Analysis-forecasting and Control", Holden-Day, 1976.  
and Jenkins, Gailim M.
- [20] Box, George E. P., "Analysis and Modeling of Seasonal Time Series", Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, U. S. Department of Commerce, 1978.  
Hillmer, S. C. and Tiao, G. C.
- [21] Box, George E. P. "Estimating Current Trend and Growth Rates in Seasonal Time Series Analysis", Special Studies Paper 156, FRB, April 1981.  
and Pierce, David A.
- [22] Chan, K. Hung "A Note on Trend Removal Methods : The Case of Polynomial Regression Versus Variate Differencing", Econometrica, Vol. 45, No. 3, April 1977.  
Hayya, Jack C. and Ord, J. Keith
- [23] Gersch, Will and "The Prediction of Time Series with Trends and Seasonalities", Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 1, No. 3, 1983.  
Kitagawa, Genshiro
- [24] Havenner, A. and "A Random Coefficient Approach to Seasonal Adjustment of Economic Time Series", Special Studies Paper No. 124, FRB, 1978.  
Swamy, P. A. V. B.
- [25] Hillmer, S. C. and "An ARIMA-Based Approach to Seasonal Adjustment", Journal of the American Statistical Association, 77, 1982.  
Tiao, G. C.
- [26] Ishiguro, Makio and "A Bayesian Approach to the Trading-day Adjustment of Monthly Data", Proceedings of International Conference, eds. O. D. Anderson and N. R. Perryman, North-Holland, 1980.  
Akaike, Hirotugu
- [27] Kalman, R. E. "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", Trans. ASME, Journal of Basic Engineering, Ser. P 1960.
- [28] Kitagawa, Genshiro "A Smoothness Priors-State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality", Journal of the American Statistical Society Vol. 79. 1984.  
and Gersch, Will
- [29] ————— "a Smoothness Priors Time-Varying AR Coefficient Modeling of Nonstationary Covariance Time Series, IEEE Trans, Automat. Cont. AC-30, 1985.
- [30] Kunitomo, Naoto "Measures of Granger-Causality in Multivariate Autoregressive Time Series Models", Discussion Paper 84-F-4, University of Tokyo.
- [31] McClelland, P. D. "Causal Explanation and Model Building in History, Economics and the New Economic History", Cornell University, 1975. (邦訳「新しい経済史の方法」、広松毅訳、日本経済新聞社)
- [32] Nelson, Charles R. "Spurious Periodicity in Inappropriately Detrended Time Series", Econometrica vol. 49, and Kang, Heejoon No. 3, May 1981.
- [33] Nelson, Charles R. "Trends and Random Walk in Macroeconomic Time Series," Journal of Monetary Economics, 10, 1982.  
and Plosser, C. I.
- [34] Oritani, Yoshiharu "Application of Akaike's Method to Economic Time Series", Kinyu Kenkyu Shiryo, No. 4, The Bank of Japan 1979.
- [35] Ozaki, T. "On the order determination of ARIMA models", Applied Statistics, Vol. 26, 1977.

- [36] Pierce, David A. "On Trend and Autocorrelation", Communications in Statistics, 1975.
- [37] ————— "Sources of Error in Economic Time Series", Journal of Econometrics 17, 1981.
- [38] Samuelson, Paul "Economics", McGrawhill, 1980.
- [39] Shiller, R. J. "A Distributed Lag-Estimator Derived from Smoothness Priors," Econometrica, July 1973.
- [40] Sims, Christopher "Money, Income and Causality", The American Economic Review, 62, 1972.
- [41] ————— "Comparison of Interwar and Postwar Business Cycles : Monetarism Reconsidered", The American Economic Review, 70, 1980.
- [42] Whittaker, E. T. "On a New Method of Graduation", Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society. 41, 1923.
- [43] Zellner, Arnold "Causality and Econometrics", A Supplementary Series to the Journal of Monetary Economics, vol. 10, 1979.
- [44] ————— "Bayesian Econometrics", Econometrica, 1985.