

ストレステストに用いる ストレスシナリオの定量的評価手法

よしかわけんいち
吉川健一

要 旨

本稿では、2007～08年のグローバル金融危機を経て注目が集まっているストレステストについて、ストレスシナリオのストレスの度合いを定量的に評価する手法を提案する。具体的には、与えられたストレスシナリオに対して、経済・金融環境がストレス状態にあり、かつ、いくつかのマクロ経済指標がシナリオで想定された水準を上回る確率としてストレスシナリオ確率を定義し、ストレスの度合いを表す指標として用いる。各国の中央銀行、および金融監督当局が公表しているマクロ・ストレステストのシナリオを対象に、ストレスシナリオ確率を算出して検証した結果、各シナリオのストレス度合いは、中央銀行・金融監督当局が定性的に想定している度合いと整合的であることが確認された。ここで提案したストレスシナリオ確率は、各金融機関で経営戦略に即したストレスシナリオを設定する際にも、そのストレスの度合いを定量的に評価する手法として有効活用できると考えられる。

キーワード： リスク管理、ストレステスト、ストレスシナリオ

.....
本稿は、筆者が日本銀行金融研究所在籍期間に行った研究をまとめたものである。本稿の作成に当たり、長倉大輔教授（慶應義塾大学）、渡部敏明教授（一橋大学）、日本金融・証券計量・工学会（JAFEE）2017 冬季大会の参加者ならびに日本銀行のスタッフ等から有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。本稿に示されている意見は、筆者個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者個人に属する。

吉川健一（E-mail: k.yoshi6208@gmail.com）

1. はじめに

ストレステストとは、金融機関の脆弱性を評価する手法の1つであり、近年、中央銀行および金融監督当局においてその重要性が広く認識されている。グローバル金融システム委員会（Committee on the Global Financial System: CGFS）が発表した「大規模金融機関におけるストレステスト：ストレステストの現状とテスト結果の集計に関する論点」（CGFS [2000]）では、ストレステストは、「例外的ではあるが、起こりうる（exceptional but plausible）イベントに対して金融機関がどの程度脆弱であるかを測るために用いられてきたさまざまな手法の総称」と定義されている。

従来、ストレステストは、単一変数の変動に基づく影響を計測する感応度分析やVaR（Value at Risk）等バックワード・ルッキングな統計的分析手法を用いて実施されてきた。しかし、2007～08年のグローバル金融危機では、世界各国の金融機関の相互関連性が高まっていた中で、過去に大きなクラッシュを経験していない市場がトリガーとなり、かつてない規模で流動性枯渇・信用収縮が進行した。金融危機後は、その反省を踏まえ、従来のVaR等の統計的分析手法だけでなく、「例外的ではあるが起こりうる」ストレスシナリオを用いて、フォワード・ルッキングに金融機関の脆弱性を検証するストレステストが求められている。バーゼル銀行監督委員会（Basel Committee on Banking Supervision: BCBS）が発表した「健全なストレステスト実務及びその監督のための諸原則」（BCBS [2009]）では、金融機関が設定するストレスシナリオに、想像力の欠如に陥ることのない、フォワード・ルッキング性を求めている。つまり、ストレス事象のストレスの度合いについて、過去実際に起きた事象のみに基づいて設定するのではなく、足もとで入手可能なさまざまな情報から相応の蓋然性の高さが見込まれるストレス事象を自ら想定するとともに、その事象から展開・波及するストレスの度合いを数年の時間軸で考えたうえで、設定する必要があるとしている。こうしたフォワード・ルッキングなストレステストの実例として、マクロ経済指標を起点として、その変動がさまざまなリスク・ファクターを通じて金融機関のポートフォリオ全体に及ぼす影響を評価し、経営の健全性評価を実施する手法が注目されており、現状、中央銀行・金融監督当局に加えて、多くの金融機関でも採用が進んできている。

一方、最近ではストレステストの活用方法として、自己資本充実度等の経営の健全性評価に加え、経営戦略の策定も注目されている。「ストレステストの諸原則」（BCBS [2017b]）では、ストレステストは「リスクマネジメント・ツールとして、経営・政策判断に資するために利用されるべき」と指摘されており、今後、各金融機関において実施を強く求められることが想定される。日本では、「第3回金融モニタリング有識者会議資料」（金融庁 [2016]）で、「ストレスシナリオに基づき、各ビ

ビジネスの収益・損失の評価を行い、その結果を活用して機動的な業務戦略の策定・見直しを行っているかを確認する」、「機動的な業務戦略の策定・見直しのための活用には、比較的蓋然性の高いストレスシナリオを用いることが考えられる」と指摘されている。つまり、十分に厳しいストレスシナリオだけでなく、必ずしもストレスの度合いは高くないが、金融機関固有のリスクを適切に捉えており、かつ蓋然性が高いという意味で、リアリティのあるストレスシナリオが求められている。

以上のように、「フォワード・ルッキング」かつ「リアリティ」のあるストレスシナリオを用いてストレステストを実施することができれば、ストレステストの結果が金融機関の経営陣の抱える問題意識とも結び付きやすくなり、ストレスの度合いが十分に厳しいストレスシナリオに基づいた金融機関の経営の健全性評価だけでなく、経営計画策定にも有効に活用されることが期待される。ただし、「フォワード・ルッキング」と「リアリティ」を同時に満たすためには、ストレス事象の蓋然性や、そのストレスの度合いを評価する必要がある。

ストレス事象の蓋然性やストレスの度合いをどのように評価するのかについては、金融機関共通の課題である。現状では、世の中で起きている事象について情報収集したうえで、担当者もしくは経営陣の直観や過去の相場観等に基づき、各金融機関が定性的に評価していると考えられる。本稿では、ストレスシナリオのストレスの度合いを定量的に評価する手法を提示する。具体的には、ストレスシナリオとして設定された主な経済・金融変数に対し、マルコフ・スイッチング・ベクトル自己回帰（Markov Switching Vector Autoregression: MS-VAR）モデルを用いたうえで、定量的な評価となりうるストレスシナリオ確率を計測する手法について提案する。ストレスシナリオ確率は、与えられたストレスシナリオに対して、経済・金融環境がストレス状態にあり、かつ、いくつかのマクロ経済指標がシナリオで想定された水準を上回る確率として定義する。

先行研究では、ストレスシナリオを設定する際、主にショックを与えるシナリオ・モデルが着目されてきた（Breuer *et al.* [2009]、Glasserman, Kang, and Kang [2015]、Guo [2017] 等）。他方、設定したストレスシナリオを事後的に定量評価する研究は、筆者が知る限り、本稿が初めての試みである。さらに本稿では、各国の中央銀行および金融監督当局が公表しているマクロ・ストレステストのストレスシナリオに対してストレスシナリオ確率を算出し、各ストレスシナリオのストレスの度合いについて比較検証することを通じて、ストレスシナリオ確率の妥当性を検証する。

本稿の構成は、以下のとおりである。2節では、各国の中央銀行および金融監督当局が公表しているマクロ・ストレステストのシナリオの概要を説明する。3節では、分析に用いるモデルやストレスシナリオ確率を導出し、ストレスシナリオ確率の活用方法や留意点を整理する。4節では、2節で説明したストレスシナリオを用いた実証分析の結果を示す。5節では得られた結果をまとめ、今後の課題を展望する。

2. 各国のストレスシナリオ

本節では、各国の中央銀行および金融監督当局が実施しているマクロ・ストレステストの最新の状況や、用いているストレスシナリオについて述べる。

(1) 日本銀行

日本銀行では、2007年3月に公表された「金融システムレポート (Financial System Report)」から現在に至るまで、毎年2回、金融システムの頑健性に関連して、金利リスクのシミュレーション分析、信用リスクおよび株式リスク、不動産関連セクター向け貸出ポートフォリオのストレステスト等、さまざまなマクロ・ストレステストの結果を示している。北村ほか [2014] によると、金融システムレポートにおけるマクロ・ストレステストの目的は、「第一に、わが国の金融機関が直面するリスク特性を明らかにし、金融システム全体のリスク耐性を評価すること」、 「第二に、金融システムの安定確保に向けて、内外の金融関係者とのコミュニケーションを深めること」となっている。

用いるストレスシナリオについて、2015年4月号までの金融システムレポートでは、毎回異なるストレスシナリオを設定してきたが、2015年10月号の金融システムレポートからは、「テールイベント・シナリオ」と「特定イベント・シナリオ」の2つを設定するように変更された (日本銀行金融機構局 [2015])。

テールイベント・シナリオでは、毎回、国内・海外ともに、金融経済情勢がリーマン・ショック時程度まで悪化することを想定し、金融システムの安定性を定点的に観測している。与えるショックの度合いは、足もとの経済状況を踏まえて決定される。つまり、足もとの経済の過熱感が強いほど、与えるストレスの規模は大きくなる。一方、特定イベント・シナリオでは、その時々で異なるシナリオを設定して、金融システムに内在する脆弱性を多面的に分析している。そのため、ストレスの度合いは、テールイベント・シナリオに比べ必ずしも大きくない¹。

2017年4月の金融システムレポート (日本銀行 [2017a]) における特定イベント・シナリオでは、金融機関の不動産関連エクスポージャーが高い伸びを示していることを踏まえ、不動産部門へのショックに焦点が当てられた。同年10月の金融システムレポートでは「テールイベント・シナリオ」のみのマクロ・ストレステストが実施され、金融システムの頑健性が検証された。なお、従来の特定イベント・シナリオを用いたマクロ・ストレステストは実施されず、それに代えて、人口や企

¹ 各ストレスシナリオの枠組みや設定の考え方は、日本銀行金融機構局 [2015] に詳しい。

業数の継続的減少という慢性ストレスが日本の金融システムに及ぼす影響について分析されている²。

(2) 米国連邦準備制度理事会

マクロ・ストレステストは、ストレス下においても、大規模かつ複雑な金融機関が、債権者およびその他のカウンターパーティに対する義務を果たし、個人や企業に貸出を行えるだけの十分な資本を計上しているかどうかを、米国連邦準備制度理事会（Board of Governors of the Federal Reserve System: FRB）が評価するツールの1つである。2007～08年の金融危機では、多くの銀行持株会社（Banking Holding Company: BHC）が、各リスク・プロファイルに見合った資本を保有していなかったが、金融危機後の規制・監督の改革により、金融システムにおける資本の質と量は改善されることとなった（FRB [2017b]）。

FRBのマクロ・ストレステストは、2009年の監督資本評価プログラム（The Supervisory Capital Assessment Program: SCAP）までさかのぼる。これは、不良債権買取プログラム（Troubled Asset Relief Program: TARP）により資本注入を受けた大手金融機関19社に対し、FRBが信用不安を解消するために資本の十分性を個別に検証した結果を公表したものであった（FRB [2009]）。

次に米国で実施された事例は、2011年1月、銀行持株会社19社によって提出された包括的資本計画を評価するためにFRBが実施した包括的資本分析レビュー（Comprehensive Capital Analysis and Review: CCAR）である。その後CCARは定例化され、連結総資産500億ドル以上のBHCを対象に、年1回実施されている。CCARでは、資本の十分性に関する定量評価と、資本計画の実効性に関する定性評価を通じてレビューが行われる。資本に関する指標が要求水準に届かない場合、資本の積増しが要求されるほか、FRBが資本計画を承認しない場合、各金融機関は相当や自社株買い等を制限される³。

2012年からは、ドッド＝フランク法上の要請であるドッド＝フランク法ストレステスト（Dodd-Frank Act Stress Test: DFAST）が開始され、2018年3月現在では、連結総資産500億ドル以上のBHCには、FRBによるストレステストを年1回、各金融機関によるストレステストを年2回、また、連結総資産100～500億ドルのBHCには、各金融機関によるストレステストを年1回実施することとなっている。なお、DFASTはCCARの定量評価に用いられる。

2 ストレスシナリオや結果の詳細は、日本銀行 [2017a, b]、日本銀行金融機構局 [2017] を参照されたい。

3 資本に関する指標とは、普通株式等 Tier 1 比率（Common Equity Tier 1 risk-weighted capital ratio: CET1 ratio）やレバレッジ比率（leverage ratio）等を指す。

このように、米国では金融危機以降、ストレステストを金融機関の自己資本充実度を評価するツールとして用い、さらにその結果次第では配当や自社株買い制限を設ける等、大規模な金融機関に対しては厳しい要求を突き付けている。

一方、足もとの動きとして、2017年2月3日、ドナルド・トランプ大統領により、ドッド=フランク法のもとで強化された金融規制を見直す大統領令が発出され、さらに DFAST 対象行の基準を現行の総資産 100 億ドル以上から 500 億ドル以上への引上げ、年央のストレステストを廃止して年 1 回に変更するといった内容を盛り込んだ金融選択法案 (The Financial CHOICE Act) が 2017 年 6 月 8 日、米国下院で可決される等、規制緩和へと傾きつつある。

以下、CCAR および DFAST で用いられるストレスシナリオについて、「ストレステストのためのシナリオ設計フレームワークに関するポリシー・ステートメントの改定」(FRB [2017a]) に基づいて、簡単に説明する。

CCAR および DFAST で FRB が実施するストレステスト、ないしは各金融機関が実施するストレステストにおいて、FRB はベースライン・シナリオ (Baseline Scenario)、悪化シナリオ (Adverse Scenario)、最悪シナリオ (Severely Adverse Scenario) という 3 つの異なるシナリオを提供し、各シナリオにおける金融機関の自己資本の十分性を評価する。これらのストレスシナリオには、経済・金融情勢や、FRB が協議した特定のリスクや脆弱性の変化が反映されている。また、ドッド=フランク法では、BHC のプルーデンス規制のうち、自己資本については、カウンター・シクリカル性を持つよう、景気拡大期に増加し、景気後退期に減少するようにすることが求められている⁴。そのため、ストレスシナリオについても、カウンター・シクリカルな要素を含めて設計される。

なお、各金融機関が実施するストレステストのシナリオは、上記の FRB から提供される 3 つのシナリオが基礎となるが、それに加え、各金融機関のリスク・プロファイル特性を考慮し、CCAR および DFAST の年央のストレステストでは、金融機関独自のストレスシナリオに基づくストレステストの実施も求められている。ただし、注意点として、金融機関はリスク・プロファイルの特性に応じ、より細かいレベルの変数 (例えば、州レベルの失業率や、都市レベルの住宅価格等) をストレスシナリオに追加することはできるが、これらの変数と、FRB が提供する変数の動きは整合的でなければならない。

ストレスシナリオのストレス度合いは、シナリオ期間の主要変数の最大 (または

.....
4 ドッド=フランク法 616 条を参照。なお、カウンター・シクリカルとは、不況時には規制を緩和し景気回復を促し、景況時には規制を厳格化するという、規制当局の考え方の 1 つである。バーゼル III では、自己資本比率規制の枠組みの一環としてカウンター・シクリカル・バッファが導入され、金融サイクルによる経済への悪影響の抑制が目標とされている。また、2017 年 6 月、BCBS から、各国のカウンター・シクリカル・バッファ運営実務の報告書である「カウンター・シクリカル・バッファの実施における多様な実務について」(BCBS [2017a]) が公表された。

最小)となる水準値や、ストレスシナリオ開始時からの変化で評価することができる⁵。図表1は、2011年以降の最悪シナリオにおける失業率のピーク水準と開始時からの変化である。これをみると、失業率のピーク水準は、2012年以降、景気が改善するにつれて低下している。2016年は、カウンター・シクリカル性がシナリオのストレス度合いを高め、失業率のピーク水準は10%とほぼ前年同水準で据え置かれたものの、開始時からの変化は増加した。

次に、FRBから提供される3つのストレスシナリオについて、簡単に説明する。

ベースライン・シナリオは、一般的に、最新の入手可能な政府機関、経済協力開発機構 (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) や国際通貨基金 (International Monetary Fund: IMF) 等の公的セクター、民間の見通しから作成される。つまり、シナリオ期間中におけるこれらの見通しの平均値となるように設計され、FRBの内部予測とは異なる。例えば、短期金利の動きはこうした予測の平均値であり、連邦公開市場委員会 (Federal Open Market Committee: FOMC) の経済予測サマリーとは異なる場合がある。なお、変数によっては、利用可能な予測値に限りがある。そうした予測値に顕著な違いがある場合は、最も妥当であると思われる予測値を採用する。

最悪シナリオは、悪化シナリオよりも米国経済や金融機関の財務状況に多大に影響を与えるシナリオと定義され、戦後の米国の景気後退時において特徴のある変数を特定し、その動きを再現するという手法で作成される。FRBは、失業率の上昇や資産価格の下落、資金需要の縮小等、景気後退の典型的な状況によって、金融機関の財務状況に重大なストレスが与えられると考えているため、上記の手法を採用してきた。もちろん、すべての戦後の米国の景気後退が同一というわけではなく、金利が上昇した局面も、資産価格が急落した局面も存在した。一方で、こうした景気後退時の共通する特徴として挙げられるのが、失業率の上昇である。そもそも失業

図表1 最悪シナリオの失業率と実質 GDP 成長率

	ストレスシナリオ							大不況時	深刻な景気後退時
	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017		
失業率									
ピーク水準 (%)	11.1	12.6	12.1	11.3	10.1	10.0	10.0	10.0	9.3
開始時からの変化 (%pt)	1.5	3.6	4.0	4.0	4.0	5.0	5.3	4.5	3.6
実質 GDP 成長率									
開始時からの変化 (%pt)	-4.1	-6.9	-4.8	-4.7	-4.7	-6.2	-6.6	-4.7	-3.4

備考：2011年と2012年のシナリオは、「監督当局ストレスシナリオ」より抜粋。「大不況時」は2007年第4四半期から2009年第2四半期で定義。「深刻な景気後退時」は1957年第3四半期から1958年第2四半期、1973年第4四半期から1975年第1四半期、1981年第3四半期から1982年第4四半期、2007年第4四半期から2009年第2四半期で定義。

資料：FRB [2017a]

5 FRBでは、GDP成長率や失業率、住宅価格等を主要変数として位置付けている。

率には、不況時の経済状況を表す最も代表的な単一の指標という側面がある。こうした理由から、失業率を、最悪シナリオを特定するための主要な基準として位置付けている。実際、最悪シナリオの失業率には、戦後の不況時に最も悪化した失業率が反映されており、そうした失業率の上昇幅はストレスシナリオのストレス度合いを評価する指標の1つである。なお、その他の変数については、失業率の上昇と整合的になるように設定される。つまり、(1) 失業率の動きが与えられた時の経済モデルの出力、(2) 過去の米国の景気後退時における動き、(3) その他の要因からの評価の組合せによって最悪シナリオは作成される。

悪化シナリオは、ベースライン・シナリオ以上であり、かつ最悪シナリオ以下のストレス度合いを有するストレスシナリオである。悪化シナリオの作成手法はさまざまであり、例えば、単純に、最悪シナリオとベースライン・シナリオにおける変数の差の半分をベースライン・シナリオに加える手法や、確率的アプローチ、中程度の景気後退時の事例を参考にする手法が挙げられるが、悪化シナリオのストレステスト結果をどのように用いるかによって、用いる手法は異なる。実際に、FRBでは、悪化シナリオのストレステスト結果を、足もとの環境に照らし合わせて最大限活用できるよう、その作成手法を毎年変更している。

(3) 欧州銀行監督機構

2009年5月、欧州経済財務相理事会（Economic and Financial Affairs Council: ECOFIN）は、欧州連合（European Union: EU）の金融システム全体の強靭性を評価するため、欧州銀行監督者委員会（Committee of European Banking Supervisors: CEBS）に対して、欧州委員会（European Commission: EC）や欧州中央銀行（European Central Bank: ECB）、各国銀行監督当局と連携しストレステストを実施するよう求め、2009年と2010年にその結果がCEBSより公表された⁶。

2011年以降は、新たに発足した欧州金融監督システム（European System of Financial Supervision: ESFS）のもとで、CEBSの後任であるEUレベルの銀行監督当局として設置された欧州銀行監督機構（European Banking Authority: EBA）が中心となってストレステストを行うこととなり、2011年、2014年、2016年にEUストレステスト（EU-Wide Stress Testing）が実施された。EBAはストレステストを、金融システム全体だけでなく、個々の金融機関の強靭性を評価する監督ツールの1つとして位置付けている⁷。

6 2009年5月12日にCEBSよりストレステスト実施のプレスリリースが公表された（<https://www.eba.europa.eu/-/cebs-s-statement-on-stress-testing-exercise>）。2009年や2010年のストレステストの結果については、CEBS [2009, 2010] を参照。

7 2011年、2014年、2016年のストレステストの結果については、EBA [2011, 2014, 2016] を参照。

2016年12月、EBAは2018年にEUストレステストを実施すると発表し、2018年1月、ストレステストの実施方法やストレステストに用いるストレスシナリオが公表された。ストレステストの狙いとして、従来の、経済環境が悪化した場合の信用リスク、市場リスク、コンダクト・リスクを含めたオペレーショナル・リスクを評価することに加え、2018年第1四半期に国際財務報告基準第9号（International Financial Reporting Standards 9: IFRS 9）に基づく報告を開始する銀行に対して、IFRS 9導入による影響の評価も含まれることとなっている（EBA [2018]）⁸。

EBAは、EUストレステストに用いるストレスシナリオとして、ECBが欧州システミック・リスク理事会（European Systemic Risk Board: ESRB）と共同で策定したベースライン・シナリオ（Baseline Scenario）と悪化シナリオ（Adverse Scenario）を用いる。これらのストレスシナリオには、GDP成長率、インフレ率、失業率、資産価格、金利等の変数が含まれている。なお、ストレスシナリオ策定後、ESRBの理事総会（General Board）の承認を経て、EBAに送付される。

以下、2018年1月に公表された、2018年EUストレステストで用いられる悪化シナリオについて、ESRB [2018]に基づいて説明する。2018年の悪化シナリオについては、2014年、2016年で用いられた悪化シナリオよりもより厳しいストレス度合いとなっている。さらに、2017年にFRBが実施したCCARで用いられたストレスシナリオと比較すると、EBAの悪化シナリオのストレス度合いは、CCARの悪化シナリオより大きく、CCARの最悪シナリオよりも小さいことを想定している。

2018年の悪化シナリオの特徴は、ESRBの理事総会が金融セクターの安定性に対して最も重大な脅威を示すとしている、以下の4つのシステミック・リスクが反映されていることである。

1. 政策期待ショック等をトリガーとして、金融引締めへとつながるような、世界的な金融市場のリスク・プレミアムの突然の上昇
2. EUの銀行セクターにおける構造上の課題がある中で生じる、銀行収益の貧弱性と低い名目成長率の負の相乗作用
3. 潜在的なリスク・プレミアムの急上昇や政治的な分断が増加する中で生じる、公的および民間債務の持続可能性に関する懸念
4. より幅広い金融システムに波及する可能性のあるノンバンクの流動性リスク

.....
⁸ 2014年7月、国際会計基準審議会（International Accounting Standards Board: IASB）が公開した、金融商品の測定と分類に関する基準。減損損失の認識について、予想信用損失モデルという新しい概念が導入された。

悪化シナリオでは、これら4つのシステムミック・リスクのうち最初のリスクは、他のリスク発生のトリガーになるとされ、最も重要であると評価している。

また、もう1つの特徴として、英国のEU離脱（Brexit）の影響も織り込まれていることが挙げられる。ベースライン・シナリオにはすでに、BrexitによるEUと英国間の貿易に関する影響が反映されているが、悪化シナリオにおいても、Brexitに関連する広範囲のマクロ経済リスクが含まれている。

(4) イングランド銀行

英国のマクロ・ストレステストの始まりは、2002年にIMFの金融セクター評価プログラム（Financial Sector Assessment Program: FSAP）の一部として、10の主要銀行に対して行われたストレステストである。マクロ経済シナリオの作成に、イングランド銀行（Bank of England: BOE）の中期マクロ経済モデル（Medium-Term Macroeconomic Model: MTMM）を拡張したものが用いられ、各銀行はこのシナリオに従ってボトムアップ方式で評価を行い、BOEによるトップダウン方式のストレステスト結果との比較が行われた⁹。

以降、英国のマクロ・ストレステストは、金融サービス機構（Financial Services Authority: FSA）が中心となって実施されてきた。2008年11月においては、想定しうるさまざまな経済情勢を乗り切ることが可能な、銀行が必要とする増資の額を決定するため、他国に先駆けてストレステストを実施した¹⁰。また、2010年には、新たな種類のストレステストである「リバース・ストレステスト（reverse stress test）」を実施し、起こりうる可能性のあるシナリオを想定するよう各銀行に求める等、積極的にストレステストを用いてきた。

2013年4月、金融監督権限をBOEに移管するべく、FSAは健全性規制機構（Prudential Regulatory Authority: PRA）と金融行為監督機構（Financial Conduct Authority: FCA）に分割され、同時に、システムミック・リスクに対応し、英国の金融システムを強固なものにすることを目的とし、BOE内に金融安定政策委員会（Financial Policy Committee: FPC）が設置された。その際、FPCからの提言に従い、英国の銀行システム全体、および個々の金融機関における資本の十分性を、フォワード・ルッキングかつ定量的に評価するため、現在に至るまでのストレステストの枠組みが構築された¹¹。

9 詳細な結果は Hoggarth and Whitley [2003] を参照。

10 FSA, “FSA Statement on Capital Approach Utilised in UK Bank Recapitalisation Package,” 14 November 2008 を参照（<http://www.fsa.gov.uk/pages/library/communication/statements/2008/capapp.shtml>）。

11 Financial Policy Committee, “Record of the Interim Financial Policy Committee Meeting,” 19 March 2013 を参照（<https://www.bankofengland.co.uk/-/media/boe/files/record/2013/financial-policy-committee-meeting->

BOE は、2017 年 11 月に主要銀行と住宅金融組合 (Building Society) 7 行を対象とした 2017 年のマクロ・ストレステストの結果を公表した¹²。用いたシナリオについて、従来の銀行の自己資本十分性を評価する年次循環的シナリオ (Annual Cyclical Scenario) に加え、2 年ごとに実施される探索的シナリオ (Biennial Exploratory Scenario) を採用している。年次循環的シナリオでは、マクロ経済・金融変数のショックを想定し、ストレス下において信用供与を維持するだけの十分な資本が銀行に積み上げられているかどうかを評価する。一方、探索的シナリオでは、銀行の資本十分性を評価するのではなく、足もとの低収益環境が中長期にわたり継続した場合においても、銀行が持続可能な戦略をとりうるのかを検証・評価しようとしている¹³。

2017 年の年次循環的シナリオには、2021 年まで 5 年間にわたるマクロ経済ストレス、マクロ経済シナリオと整合的になるように調整された取引リスクに関するストレス、コンダクト・リスクに関するストレスと、3 種類のストレスが含まれている。これらのストレスシナリオは予測ではなく、あくまでも、ストレスに対する英国内銀行の頑健性を評価するために十分に厳しくかつ幅広く設計された、「テール・リスク」シナリオといえる。

英国内のマクロ経済変数については 2016 年の年次循環的シナリオと同等のショックが与えられているが、英国外のマクロ経済変数については 2016 年の年次循環的シナリオよりもストレス度合いの大きいショックが与えられている。これは、ここ 1 年において、中国の信用供与が異例の伸びを示しており、金融の過熱を示す早期警戒指標である、GDP に対する総与信比率のギャップが広がっていることにより、世界的な脆弱性が高まっているという FPC や PRA の判断が反映されているためである。したがって、中国および世界の GDP は 2016 年の年次循環的シナリオにおけるものよりも低く設定され、結果的に年次循環的シナリオのストレス度合いは、世界金融危機時よりも大きいと想定されている。

2017 年から新しく策定された探索的シナリオでは、英国経済の低成長の継続、資金需要の伸び悩み等のマクロ経済要因によるリテール分野での利鞘縮小、FinTech を通じた銀行の手数料ビジネスの改革等で競争環境が激化すること等を想定し、それらに直面した銀行の対応について分析しようとしている¹⁴。

探索的シナリオのマクロ経済変数について、各国の GDP 成長率はベースライン・シナリオと比較するとほぼ半減されている。しかし、年次循環的シナリオのような短期間の大きなショックを想定しているわけではなく、世界金融危機後の低成長・低金利傾向が長期間継続した場合の英国内の銀行への影響を分析しようとする探索

march-2013.pdf)。

12 ストレステストの結果の詳細は、BOE [2017a] を参照。

13 ストレステスト参加行への指針は、BOE [2017b] を参照。

14 BOE [2017b] を参照。特に、FinTech を通じた競争環境の激化については、Box 1 に詳細な記述がなされている。

的シナリオの趣旨に基づいたものであると推察できる。なお、年次循環的シナリオのシナリオ期間は5年間であったが、探索的シナリオでは10年間に拡大されている。これは、現在、低収益の要因と目されている事業についても、長期間でみれば成果を上げる可能性を考慮しているためである。

以上、各国が実施しているストレステストのストレスシナリオの内容を詳細にみてきた。各シナリオの目的やストレス度合いをまとめたのが図表2である。

図表2 各国のストレスシナリオの概要

	ストレスシナリオ名	目的	ストレスの度合い
日本銀行	テールイベント・シナリオ	金融システムの安定性を定点的に観測すること	リーマン・ショック相当
	特定イベント・シナリオ	金融システムに内在する脆弱性を多面的に分析すること	テールイベント・シナリオよりも弱いこともある
米国連邦準備制度理事会	悪化シナリオ	CCARおよびDFASTにおいて金融機関の自己資本の十分性を評価すること	最悪シナリオより弱い
	最悪シナリオ		戦後米国の景気後退時の特徴を参考
欧州銀行監督機構	悪化シナリオ	景気後退時における金融機関の強靭性を評価すること	CCARにおける悪化シナリオより強く、最悪シナリオより弱い
イングランド銀行	探索的シナリオ	金融機関の自己資本の十分性を評価すること	記載はないが、相応に弱いシナリオと推察可能
	年次循環的シナリオ	低成長継続、競争環境激化に際し金融機関の対応を分析すること	リーマン・ショック時より強い

資料：日本銀行 [2017a]、日本銀行金融機構局 [2017]、FRB [2017a]、ESRB [2018]、BOE [2017a, b]。

3. ストレスシナリオの定量評価

(1) 定量的な評価とは

ストレスシナリオとして、例えば日本銀行金融機構局 [2017] で示されているシナリオは、向こう3年間の経済・金融変数の変化（パス）を組み合わせたものである。経済・金融変数としては、例えば、日本の実質GDP成長率や、10年国債利回り、東証株価指数（TOPIX）が想定されている。こうしたシナリオにおけるストレスの度合いを評価する場合、示されたシナリオのパスについて、想定に用いられた

経済・金融変数の過去の動きや相互作用を考慮して包括的に評価することが望ましい。具体的に述べると、各経済・金融変数のストレスシナリオにおける向こう3年間のパスから閾値 y_{ts} を設定し、何らかのモデルで算出された各変数の予測値 x_t がその閾値 y_{ts} を上回る確率 $\Pr(x_t > y_{ts})$ を求めることで、ストレスの度合いを評価できる。すなわち、確率 $\Pr(x_t > y_{ts})$ が大きいほど、 x_t が閾値 y_{ts} を下回ることは想定しにくい。よって、そのように低い閾値を設定したストレスシナリオはストレスの度合いが大きいと評価できる。

しかし、足もとの経済・金融環境に何らかのストレスがかかっているストレス時と平常時において、各変数のボラティリティや相関が異なる可能性がある。そのため、足もとの状況を踏まえ、各変数の予測値が閾値を上回り、かつ経済・金融環境の状態 s_t がストレス状態であるという条件付き確率、

$$\Pr(x_t > y_{ts}, s_t = \text{ストレス} \mid \Omega_{t-1}), \quad (1)$$

を算出することで、ストレスの度合いを評価する。ここで、 Ω_t は時点 t において利用可能な観測値からなる情報集合とする。以下、この確率をストレスシナリオ確率と呼ぶこととする。さらに、ストレスシナリオは複数期間にわたるため、ストレスシナリオ確率の移動平均をとれば、対象期間で平均的なストレス度合いを評価できる。

(2) MS-VAR モデルの概要

ストレスシナリオ確率を算出するうえで重要なことは、複数の経済・金融変数を、平常時、ストレス時といった状態に分離し、それぞれの状態のボラティリティや相関を用いることである。そのため、レジーム・スイッチング・モデル (regime switching model) の1つである、マルコフ・スイッチング・モデル (Markov switching model) に基づいたアプローチを考える¹⁵。マルコフ・スイッチング・モデルによって、(1) 金融市場やマクロ経済にはどのような状態が存在するか、(2) 各状態における推移確率、(3) 各状態の持続期間、(4) 各状態の定常確率、(5) 時点 t における各状態の確率等を明らかにできる。さらに、本研究では、観測データ x_t が VAR モデルに従うと仮定し、MS-VAR モデルを用いる¹⁶。

ここで、観測できない状態が存在すると仮定し、それを s_t と表すと、ラグ2の2状態 MS-VAR モデルは(2)式のように書ける。

$$x_t = \Phi_1(s_t)x_{t-1} + \Phi_2(s_t)x_{t-2} + \Phi_c(s_t) + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim \text{i.i.d.}(\mathbf{0}, \Sigma(s_t)). \quad (2)$$

15 経済時系列データにマルコフ・スイッチング・モデルを用いた分析として、Hamilton [1989] や沖本 [2014]、Watanabe [2014] 等がある。

16 MS-VAR モデルについては、Krolzig [1997] が詳しい。

ここで、 s_t は 1, 2 のいずれかの値をとり、マルコフ連鎖に従い、 $\Phi_c(s_t)$ は定数項を表す。また、誤差項である ε_t は独立同分布に従うとする。通常分析では多変量正規分布を仮定する場合が多い。しかし、本研究で扱うデータは経済・金融指標であるため、より裾が重く裾での依存性が強い分布である、多変量 t 分布に従うと仮定する。さらに、本研究では、多変量 t 分布の自由度が各状態に依存するものと想定し、その自由度を $\nu(s_t)$ と表す。

多変量 t 分布について、 φ_t を J 次元の多変量確率変数とし、多変量正規分布 $N(\mathbf{0}, \Psi)$ に従うとする。さらに、 φ_t と独立で、ガンマ分布 $\Gamma(\nu/2, \nu/2)$ に従う τ_t があるとす。この時、 $\mathbf{e}_t = \varphi_t / \sqrt{\tau_t}$ は多変量 t 分布 $t_\nu(\mathbf{0}, \Psi)$ に従う。ここで、 ν を事前に設定し、 τ_t を条件として与えると、 $\sqrt{\tau_t} \mathbf{e}_t | \tau_t \sim N(\mathbf{0}, \Psi)$ となる。このことから、本研究では、自由度 $\nu(s_t)$ を事前に設定し、条件として与え、誤差項の従う分布を多変量正規分布とガンマ分布の混合分布として表現したうえで、パラメータを推定する。

(3) ストレスシナリオ確率

ストレスシナリオ確率は、(1) 式のとおり、時点 t における予測値 \mathbf{x}_t が閾値 \mathbf{y}_{ts} を上回り、かつ状態 s_t がストレス状態である確率として与えられる。ここで、ストレスシナリオ確率の算出に際し必要なパラメータを、時点 t までの情報を用いて誤差項が多変量 t 分布に従う 2 状態 MS-VAR モデルで推定し、推定したパラメータのベクトルを $\hat{\theta}_t$ 、推定に用いるデータの最終時点 T とした時、(1) 式を以下のように表記する¹⁷。

$$\Pr(\mathbf{x}_t > \mathbf{y}_{ts}, s_t = \text{ストレス} | \Omega_{t-1}; \hat{\theta}_t). \quad (3)$$

さらに (3) 式は、ベイズの定理を用いて、

$$\begin{aligned} & \Pr(\mathbf{x}_t > \mathbf{y}_{ts}, s_t = \text{ストレス} | \Omega_{t-1}; \hat{\theta}_T) \\ &= \Pr(s_t = \text{ストレス} | \Omega_{t-1}; \hat{\theta}_T) \times \Pr(\mathbf{x}_t > \mathbf{y}_{ts} | \Omega_{t-1}, s_t = \text{ストレス}; \hat{\theta}_T), \end{aligned} \quad (4)$$

と計算できる。ここで、(4) 式右辺第 1 項の $\Pr(s_t = \text{ストレス} | \Omega_{t-1}; \hat{\theta}_T)$ は、 $t-1$ 期のフィルタ化確率と、状態 s_t の推移確率を用いて計算できる¹⁸。また、(4) 式右辺

17 (1) 式に基づいてパラメータ θ を $\Pr(\theta | \Omega_{t-1})$ からサンプリングするには各期でマルコフ連鎖モンテカルロ法 (Markov Chain Monte Carlo methods: MCMC) を用いる必要があり手間がかかるため、すべての期において $\Pr(\theta | \Omega_T)$ からサンプリングした値 $\hat{\theta}_T$ で代用した。(3) 式の $\hat{\theta}_T$ には MCMC でサンプリングしたパラメータ・ベクトルの事後平均を用いている。

18 フィルタ化確率は時点 t までの情報に基づいた時点 t における各状態の確率を表す。また、全観測値を所与とした時の各時点の状態確率は平滑化確率と呼ばれ、マルコフ・スイッチング・モデルを用いた分析の中で、重要な役割を果たすことが多い。これらの確率の詳細は、Hamilton [1989] や沖本 [2014] を参照されたい。

第2項の $\Pr(\mathbf{x}_t > \mathbf{y}_{ts} \mid \Omega_{t-1}, s_t = \text{ストレス}; \hat{\theta}_T)$ は、本モデルにおいては多変量 t 分布の分布関数を用いて計算する¹⁹。

以上のストレスシナリオ確率は、「すべての変数が閾値を上回る」ことを想定しているが、実際の経済・金融指標には、それぞれ動きにラグがあり、すべての変数が同時にショックを受けるとは考えにくい。そのため、同時に変数が閾値を上回る個数がある程度制限したうえで、その個数を M 個とした時、「 M 個以上の変数が閾値を上回る」ストレスシナリオ確率を用いて評価する方が、より現実に即した評価となりうる。

(4) ストレスシナリオ確率の活用例と留意点

2節にあるとおり、ストレスシナリオは、ストレス事象やリスクの波及経路等を踏まえたうえで、主要な変数にどれくらいのショックを与えるのかという、ストレスの度合いを想定する。さらに、例えばマクロ経済モデル等を用いて、そうした特定の外生ショックが自国経済や他国経済に与える影響を試算することで、実際の数字として落とし込まれることが多い。ここで、1節でも述べたとおり、ストレスの度合いを想定する際、足もとの経済状況を勘案せず、過去の相場観や直観に頼らざるを得ないことも生じる。そのような場合、マクロ経済モデルを通して試算されたストレスシナリオが、足もとの経済状況からみてはたして想定したストレス度合いとなっているのかは、必ずしも明らかではない。ストレスシナリオ確率は、そのような問題点を解決するツールの1つとなりうる。

具体的には、ストレスシナリオ確率を用いることで、想定したストレスシナリオが、過去と比較してどの程度であるかを定量的に評価することができる。例えば、ストレスシナリオ時とリーマン・ショック時（2008年）のストレスシナリオ確率を比較し、同程度の確率であれば、そのストレスシナリオのストレス度合いはリーマン・ショック時に相当する十分に厳しいシナリオであると判断できる。また、ストレスシナリオ確率を用いつつストレスシナリオを作成することも可能である。例えば、リーマン・ショック時に相当する厳しいストレスシナリオを用いてストレステストを行う場合、リーマン・ショック時のストレスシナリオ確率と同程度となるように、与えるショックの大きさを調整すればよい。

このように、ストレスシナリオ確率を用いて、ストレスシナリオのストレス度合いを定量的に評価できれば、各金融機関における経営戦略の策定に用いるストレステストにとっても有益となる可能性がある。1節でも述べたように、最近では、

19 ストレスシナリオ期のように状態がストレス時であることが明らかな時期に限定して比較を行う際には、この確率をストレスシナリオ確率として、比較検証することもできる。

ストレステストを、リスクアペタイト・フレームワーク（Risk Appetite Framework: RAF）と有機的に結合させ、中期経営計画・業務経営計画において活用する試みが検討されつつある²⁰。具体的には、各種ストレスシナリオごとに複数のリスク・ウエイト・アセット（Risk Weighted Asset: RWA）投入額を設定し、それぞれのパターンによる収益を比較・分析し、RWAの適正水準を決定するといったものである。この時、どのストレスシナリオのパターン分析を重視するのか、ストレスの度合いで判断する場合、ストレスシナリオ確率によって各ストレスシナリオのストレスの度合いが定量的に把握されていれば、そうした判断がより容易になると考えられる。

4. 実証分析

(1) 分析データ

実証分析では、各国の中央銀行、および金融監督当局が公表しているストレスシナリオを用いてストレスシナリオ確率を算出し、想定しているストレスの度合いとなっているのか、もしくはどれくらいのストレスの度合いとなっているのかについて検証する。用いるストレスシナリオとして、日本銀行のマクロ・ストレステスト、FRBが実施しているCCARのストレステスト、EBAのEUストレステスト、BOEのストレステストで使用され、公表されているものの一部を採用した。

分析データとして、上記のストレスシナリオの各変数の実績データと、ストレスシナリオを合わせたものを用いる。データの頻度は四半期であるが、日本銀行・EBAは年次のストレスシナリオのみを公表しているため、四半期に変換している²¹。また、ストレスシナリオ確率では、ストレスシナリオにおいて各変数の値が下降することを前提としているが、ストレスシナリオによっては、値が上昇することがストレスとなっている場合がある。そのため、上昇がストレスとなる変数については、符号を反転させ分析を行う。さらに、分析データは、標準化したうえで、各変数について単位根検定を行い、単位根が棄却されない場合は階差データで分析する。

20 日本銀行金融機構局金融高度化センター [2015] によると、リスクアペタイトとは、「経営目標を達成するため、どのようなリスクを、どこまでとることを許容するか」であり、リスクアペタイト・フレームワークとは、「経営者が経営目標を達成するために策定するリスクアペタイトを起点にした業務・収益計画、コンプライアンス方針、リスク管理方針、リスク枠・損失限度、ストレステスト、報酬制度、研修計画等、さまざまな内部統制の仕組み」を指す。

21 本分析ではデータの頻度を四半期としたが、月次データを用いた分析も別途実施した。詳しくは補論1を参照されたい。

イ. 日本銀行

日本銀行金融機構局 [2017] では、「テールイベント・シナリオ」と「特定イベント・シナリオ」の2種類のシナリオがあるが、本分析ではストレスの度合いを想定している「テールイベント・シナリオ」を採用する。「テールイベント・シナリオ」で用いられている変数は、図表3のとおりである。

図表3のうち、日本に関する変数である、実質GDP成長率・需給ギャップ・株価指数（TOPIX）・国庫短期証券利回り・国債利回り（10年物）・名目為替レートを分析に用いる。なお、国債利回り（10年物）と国庫短期証券利回りについては、その差分をとり、長短金利差として分析に用いる。図表4に、各変数の実績およびストレスシナリオを図示する。

ロ. 米国連邦準備制度理事会

2018年にFRBが実施する予定のCCARのストレステストにおけるマクロ・ストレスシナリオを用いる。マクロ・ストレスシナリオは悪化シナリオと最悪シナリオの2種類があり、本分析では両方のストレスシナリオをともに採用する。悪化シナリオおよび最悪シナリオで用いられている変数は図表5のとおりである。

図表5のうち、米国に関する変数である、実質GDP成長率・失業率・インフレ率・国債利回り（3ヵ月物）・国債利回り（10年物）・ダウ平均株価を分析に用いる。なお、国債利回り（10年物）と国債利回り（3ヵ月物）については、その差分をとり、長短金利差として分析に用いる。図表6に、各変数の実績およびストレスシナリオを図示する。

ハ. 欧州銀行監督機構

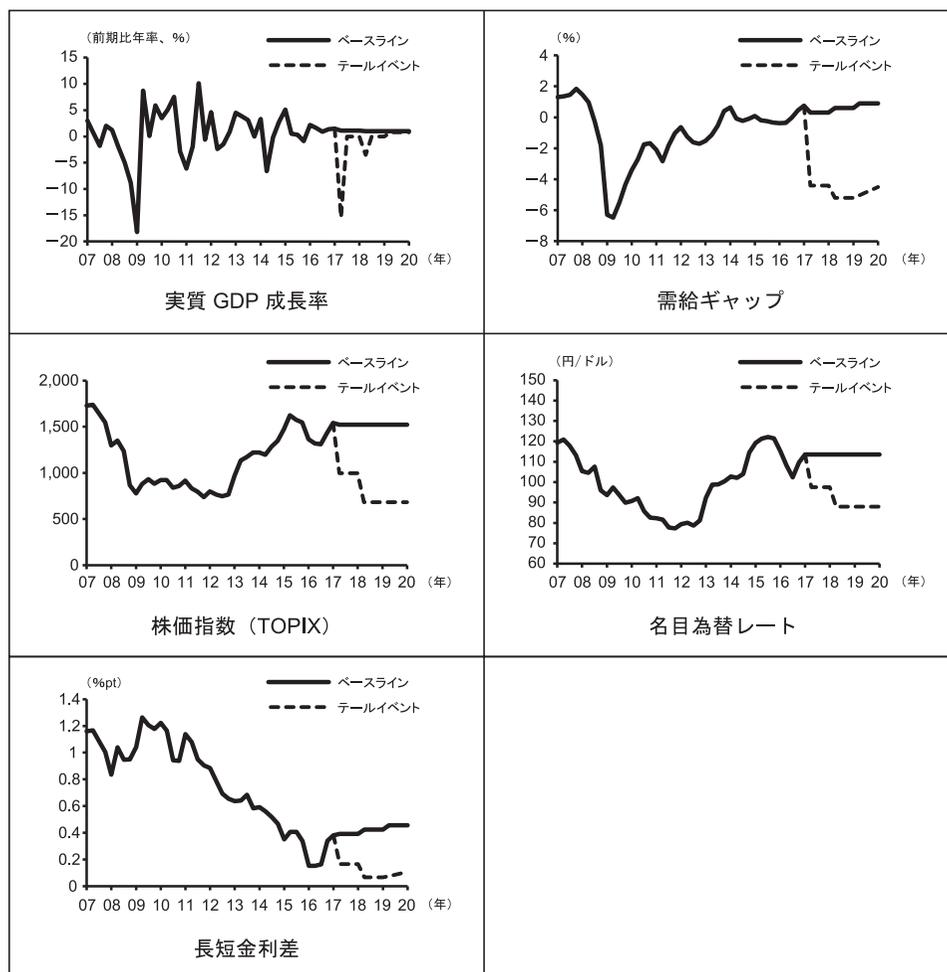
2018年にEBAが実施する予定のEUストレステストにおけるストレスシナリオを用いる。マクロ・ストレスシナリオとして、ESRBの理事総会が、EU金融セク

図表3 ストレスシナリオで用いられている変数（日本銀行）

日本銀行（2017/4）	
テールイベント・シナリオ	
実質GDP成長率	名目為替レート
名目GDP成長率	インタレスト・カバレッジ・レシオ（ICR）
需給ギャップ	当座比率
株価指数（TOPIX）	海外実質GDP成長率
国庫短期証券利回り	米国実質GDP成長率
国債利回り（5年物）	欧州実質GDP成長率
国債利回り（10年物）	アジア実質GDP成長率
米国債利回り（10年物）	その他地域実質GDP成長率

資料：日本銀行金融機構局 [2017]

図表 4 分析に用いる変数の実績およびストレスシナリオ（日本銀行）



備考：データ頻度は四半期。分析に用いた実績期間は1994年第2四半期から2017年第1四半期、ストレスシナリオ期間は2017年第2四半期から2020年第1四半期。公開されている年次のストレスシナリオを四半期に変換。

資料：日本銀行金融機構局 [2017]、Bloomberg。

ターの安定に対する最も重大な脅威を示す4つのシステミック・リスクを反映した悪化シナリオがある。本分析ではこのストレスシナリオも採用する。悪化シナリオで用いられている変数は図表7のとおりである。

図表7のうち、ユーロ圏に関する変数である、ユーロ圏実質GDP成長率・ユーロ圏HICPインフレ率・ユーロ圏失業率・ユーロ圏住宅価格指数・ユーロ圏株価指数・ユーロ圏長期金利利回りを選択し、分析に用いる。図表8に、各変数の実績お

図表 5 ストレスシナリオで用いられている変数 (FRB)

FRB (2017)	
悪化・最悪シナリオ	
実質 GDP 成長率	商業用不動産価格指数
名目 GDP 成長率	恐怖指数 (VIX)
実質可処分所得成長率	ユーロ圏実質 GDP 成長率
名目可処分所得成長率	ユーロ圏インフレ率
失業率	EUR / USD 為替レート
インフレ率	アジア新興国実質 GDP 成長率
国債利回り (3 ヶ月物)	アジア新興国インフレ率
国債利回り (5 年物)	アジア新興国為替レート
国債利回り (10 年物)	日本実質 GDP 成長率
BBB 格社債利回り	日本インフレ率
住宅ローン利率	USD / JPY 為替レート
プライムレート	英国実質 GDP 成長率
ダウ平均株価	英国インフレ率
住宅価格指数	GBP / USD 為替レート

資料：FRB 公表データ (<https://www.federalreserve.gov/supervisionreg/ccar-2017.htm>)

よびストレスシナリオを図示する。

二. イングランド銀行

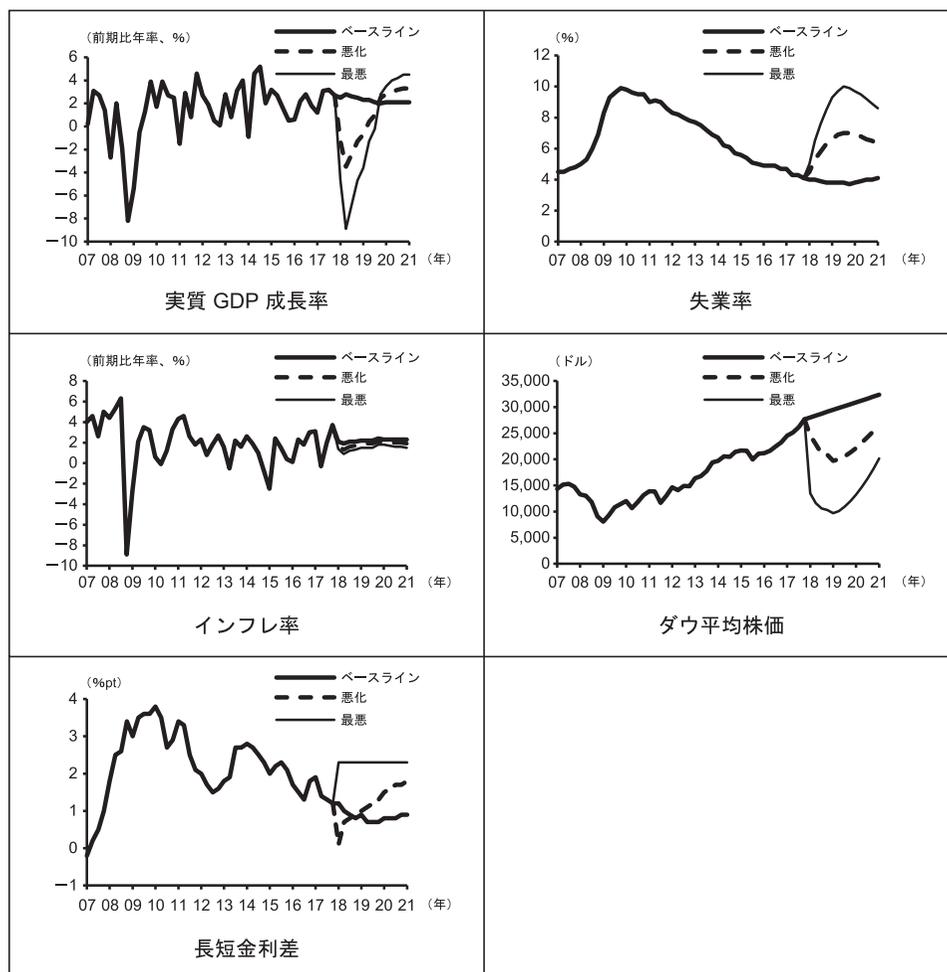
2017 年に BOE が実施したストレステストで用いられたストレスシナリオを用いる。マクロ・ストレスシナリオとして、年次循環的シナリオと探索的シナリオの 2 種類がある。探索的シナリオについては、ストレスの度合いを想定していないが、その目的と照らし合わせると、相応に弱いストレスの度合いであると推察できる。本分析では両方のストレスシナリオをともに採用する。年次循環的シナリオおよび探索的シナリオで用いられている変数は図表 9 のとおりである。

図表 9 のとおり、ストレスシナリオによって用いられている変数が異なる。そのため本分析では、各ストレスシナリオ共通、かつ英国に関する変数である、実質 GDP 成長率・企業収益・家計所得・株価指数 (FTSE100)・国債利回り (10 年物)・国債利回り (3 ヶ月物) を用いる。なお、国債利回り (10 年物) と国債利回り (3 ヶ月物) については、その差分の長短金利差を分析に用いる。図表 10 に、各変数の実績およびストレスシナリオを図示する。

(2) 分析手法

MS-VAR モデルを用いてパラメータ推定を行い、ストレスシナリオ確率の 4 期移

図表6 分析に用いる変数の実績およびストレスシナリオ (FRB)



備考：データ頻度は四半期。分析に用いた実績期間は1987年第1四半期から2017年第4四半期、ストレスシナリオ期間は2018年第1四半期から2021年第1四半期まで。

資料：FRB公表データ (<https://www.federalreserve.gov/supervisionreg/ccar-2017.htm>)、Bloomberg。

動平均を計算し、ストレスシナリオ期とリーマン・ショック期（2008年第3四半期から2009年第2四半期）のストレスシナリオ確率の4期移動平均の最大値を比較することで、ストレスシナリオのストレスの度合いを検証する²²。MS-VARモデルの状態数は2とする²³。誤差項の従う分布として多変量t分布を仮定し、さらにそ

22 ここでは、VARのラグ次数は2とした。

23 ストレス時は平時より分散が大きくなるという仮定を置き、状態を特定している。推定手法の詳細や推定した分散共分散行列のパラメータについては、補論2を参照されたい。また、状態数の検定について、例えば帰無仮説を状態1、対立仮説を状態2とすると、帰無仮説のもとでは推移確率を

図表 7 ストレスシナリオで用いられている変数 (EBA)

EBA (2018)	
悪化シナリオ	
EU 長期金利回り	EU 消費者物価指数インフレ率
ユーロ圏長期金利回り	ユーロ圏消費者物価指数インフレ率
各ユーロ圏諸国長期金利回り	各ユーロ圏諸国消費者物価指数インフレ率
EUR / CZK 為替レート	EU 失業率
EUR / HRK 為替レート	ユーロ圏失業率
EUR / HUF 為替レート	各ユーロ圏諸国失業率
EUR / PLN 為替レート	EU 住宅価格指数
EUR / RON 為替レート	ユーロ圏住宅価格指数
EUR / CHF 為替レート	各ユーロ圏諸国住宅価格指数
EU 株価指数	EU 商業用不動産価格指数
ユーロ圏株価指数	ユーロ圏商業用不動産価格指数
各ユーロ圏諸国株価指数	各ユーロ圏諸国商業用不動産価格指数
EU 実質 GDP 成長率	スワップ・レート (各通貨)
ユーロ圏実質 GDP 成長率	各地域各国実質 GDP
各ユーロ圏諸国実質 GDP 成長率	各地域各国消費者物価指数

備考：「各ユーロ圏諸国」は、ベルギー、ブルガリア、チェコ、デンマーク、ドイツ、エストニア、アイルランド、ギリシャ、スペイン、フランス、クロアチア、イタリア、キプロス、ラトビア、リトニア、ルクセンブルク、ハンガリー、マルタ、オランダ、オーストリア、ポーランド、ポルトガル、ルーマニア、スロベニア、スロバキア、フィンランド、スウェーデン、英国である。「各地域各国」は、ノルウェー、米国、日本、カナダ、スイス、オーストラリア、ニュージーランド、トルコ、ロシア、中国、インド、ブラジル、メキシコ、チリ、その他諸国である。

資料：ESRB [2018]

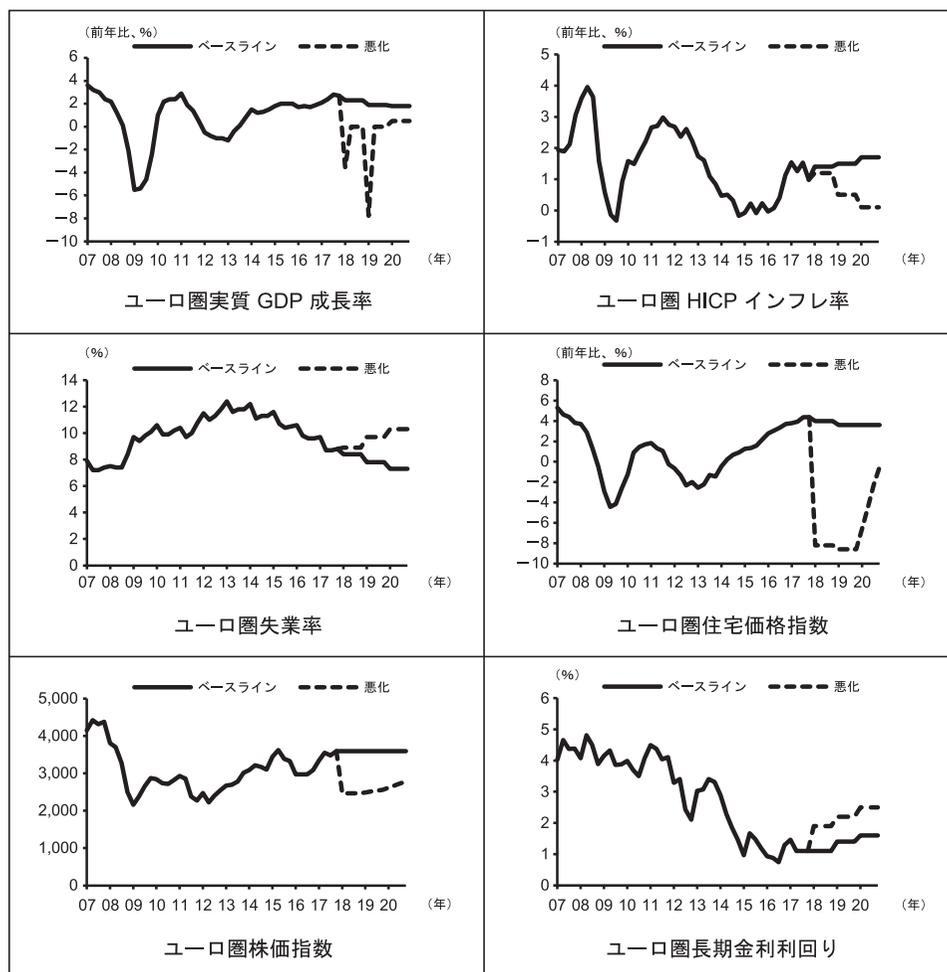
の自由度を $\nu(s_t)$ と表し、各状態に依存するものとする²⁴。なお、推定するパラメータは、分散共分散行列 $\Sigma(s_t)$ 、MS-VAR モデルの回帰係数 $\Phi_t(s_t)$ 、推移確率行列、状態変数 s_t と非常に多いため、パラメータに事前分布を想定し、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (Markov Chain Monte Carlo methods: MCMC) の 1 種であるギブス・サンプラーで推定を行う²⁵。ストレスシナリオ確率の閾値 y_{ts} について、実績期間では

識別できないこととなり、その結果、通常の尤度比検定を用いることができない。しかし、例えば Kasahara and Shimotsu [2018] では、そうした問題点を考慮に入れた尤度比検定を用いて状態数を決定しており、さらにベイズ統計学の事後オッズ比に基づくモデル選択法ではそうした問題は生じず、マルコフ・スイッチング・モデルの状態数の選択にも応用できる。なお、補論 3 で状態数を 3 とした分析も実施した。

24 ここでは、ストレス時の自由度を 3、平常時の自由度を 100 と先験的に仮定した。なお、例えば Watanabe [2001] の方法を用いると自由度も推定することが可能だが、ここでは簡単化のため、自由度を推定せず固定化した。

25 本分析では、統計解析向けのプログラミング言語である R 言語のパッケージの 1 つである MSBVAR を参考に、誤差項を多変量 t 分布に対応できるように拡張したツールを用いて推定を行った。Brandt and Davis [2016] や Kim and Nelson [1999] を参照。ここではサンプリング回数を 10 万回とし、最初の 1 万回を分布収束するまでの期間 (いわゆる、burn-in 期間) として推定には利用しない。

図表 8 分析に用いる変数の実績およびストレスシナリオ (EBA)



備考：データ頻度は四半期。分析に用いた実績期間は1998年第1四半期から2017年第4四半期、ストレスシナリオ期間は2018年第1四半期から2020年第4四半期。公開されている年次のストレスシナリオを四半期に変換。

資料：ESRB [2018]、Bloomberg。

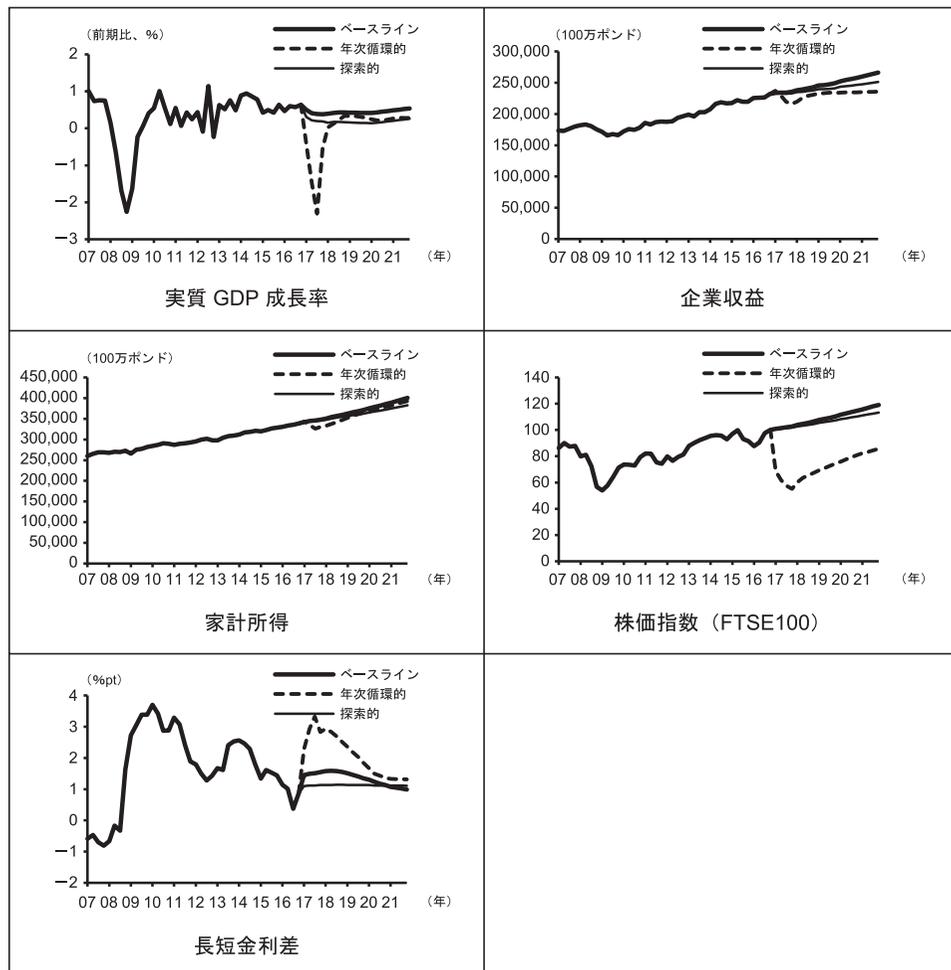
ストレスシナリオ確率を算出する時点の実績値を用い、ストレスシナリオ期間ではストレスシナリオの値を用いる。また、分析に用いる変数のうちリーマン・ショック期に同時にショックが発現する、つまり最も値が低くなる変数の数を M 個とした時、「 M 個以上の変数が閾値を上回る」ストレスシナリオ確率を用いる。さらに、こうしたストレスシナリオ確率の4期移動平均の信用区間 (credible interval) を算出する。なお、信用区間は、10万回のMCMCでストレスシナリオ確率の4期移動

図表 9 ストレスシナリオで用いられている変数 (BOE)

BOE (2017)	
探索的シナリオ	
実質 GDP 成長率	ユーロ圏住宅価格指数
名目 GDP 成長率	米国実質 GDP 成長率
企業収益	米国株価指数
家計所得	米国政策金利
住宅価格指数	米国住宅価格指数
商業用不動産価格指数	中国実質 GDP 成長率
株価指数 (FTSE100)	中国住宅価格指数
政策金利	香港実質 GDP 成長率
社債利回り	香港住宅価格指数
個人向け担保付貸付	インド実質 GDP 成長率
個人向け消費者信用残高	英国債利回り (各年限)
公共非金融機関向け貸付	ドイツ国債利回り (各年限)
預金残高	米国債利回り (各年限)
2年固定住宅ローン金利	LIBOR (3ヵ月物)
インスタント・アクセス預金利回り	Euribor (3ヵ月物)
世界実質 GDP 成長率	US LIBOR (3ヵ月物)
世界貿易取引量	香港ドル HIBOR (3ヵ月物)
恐怖指数 (VIX)	LIBOR スワップ・レート (各年限)
ユーロ圏実質 GDP 成長率	Euribor スワップ・レート (各年限)
ECB 政策金利	US LIBOR スワップ・レート (各年限)
年次循環的シナリオ	
実質 GDP 成長率	ユーロ圏商業用不動産価格指数
名目 GDP 成長率	米国実質 GDP 成長率
消費者物価指数	米国失業率
失業率	米国株価指数
企業収益	米国政策金利
家計所得	米国住宅価格指数
住宅価格指数	米国商業用不動産価格指数
商業用不動産価格指数	中国実質 GDP 成長率
株価指数 (FTSE100)	中国家計所得成長率
政策金利	中国住宅価格指数
社債利回り	香港実質 GDP 成長率
個人向け担保付貸付	香港失業率
個人向け消費者信用残高	香港住宅価格指数
公共非金融機関向け貸付	香港商業用不動産価格指数
世界実質 GDP 成長率	インド実質 GDP 成長率
石油価格	シンガポール実質 GDP 成長率
恐怖指数 (VIX)	南アフリカ実質 GDP 成長率
GBP / EUR 為替レート	英国債利回り (各年限)
GBP / USD 為替レート	ドイツ国債利回り (各年限)
ユーロ圏実質 GDP 成長率	米国債利回り (各年限)
フランス実質 GDP 成長率	LIBOR (3ヵ月物)
ドイツ実質 GDP 成長率	Euribor (3ヵ月物)
アイルランド実質 GDP 成長率	US LIBOR (3ヵ月物)
ユーロ圏消費者物価指数	香港ドル HIBOR (3ヵ月物)
ユーロ圏失業率	LIBOR スワップ・レート (各年限)
ECB 政策金利	Euribor スワップ・レート (各年限)
ユーロ圏住宅価格指数	US LIBOR スワップ・レート (各年限)

資料：BOE の公表データ (<https://www.bankofengland.co.uk/stress-testing>)

図表 10 分析に用いる変数の実績およびストレスシナリオ (BOE)



備考：データ頻度は四半期であり、分析に用いた実績期間は2000年第2四半期から2016年第4四半期、ストレスシナリオ期間は2017年第1四半期から2021年第4四半期。

資料：BOEの公表データ (<https://www.bankofengland.co.uk/stress-testing>)、Bloomberg。

平均を算出する過程を1回とし、それを500回繰り返すことで生成されたストレスシナリオ確率の4期移動平均を用いることで算出する²⁶。

26 (3) 式の $\hat{\theta}_T$ として用いた MCMC での事後平均は真の事後平均ではないため、その信用区間がストレスシナリオ確率に与える影響をこのように計測している。

(3) 結果

それぞれのストレスシナリオについて、ストレスシナリオ確率を計算し、その4期移動平均や四分位点を図示する。なお、全観測値を所与とした時に、各地点においてストレス時と平時のいずれの状態にあるかを評価する平滑化確率については、補論4を参照されたい。

イ. 日本銀行

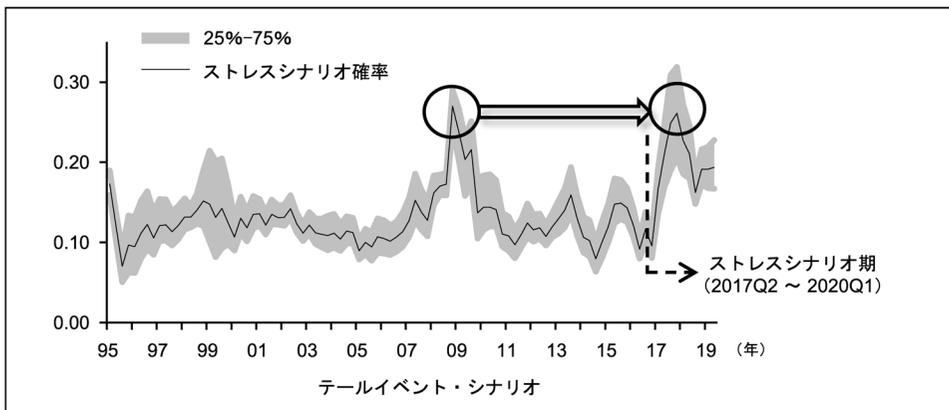
リーマン・ショック期に同時にショックを発現する変数の個数は図表4から3個（実質GDP成長率、株価指数〈TOPIX〉、および名目為替レート）であるため、「3個以上の変数が閾値を上回る」ストレスシナリオ確率を算出し、その4期移動平均を示した結果が図表11である。ストレスシナリオ期のストレスシナリオ確率の4期移動平均の最大値は、25～75%の信用区間を考慮するとリーマン・ショック期と同程度であり、リーマン・ショック相当と想定しているストレスの度合いと整合的であるといえる。

また、補論5では、ストレスシナリオ確率が(4)式右辺のように要素分解できることに注目し、リーマン・ショック期とストレスシナリオ期のそれぞれについて、ストレスシナリオ確率とその要素の推移を示している。

ロ. 米国連邦準備制度理事会

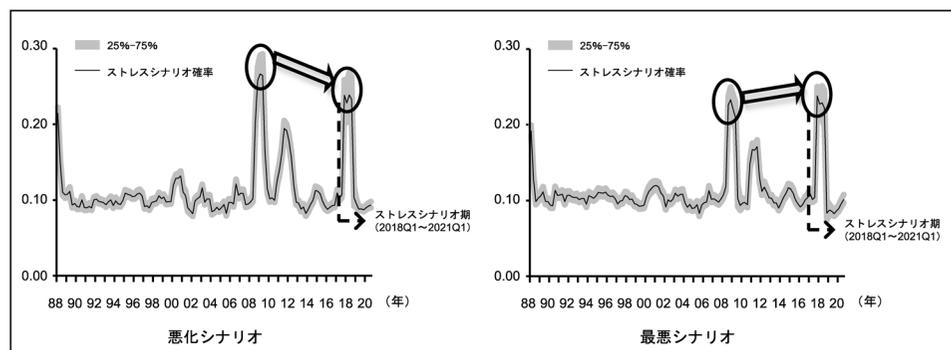
リーマン・ショック期に同時にショックを発現する変数の個数は図表6から2個（実質GDP成長率およびインフレ率）であるため、「2個以上の変数が閾値を上回る」ストレスシナリオ確率を算出し、その4期移動平均を示した結果が図表12

図表11 ストレスシナリオ確率の4期移動平均（日本銀行）



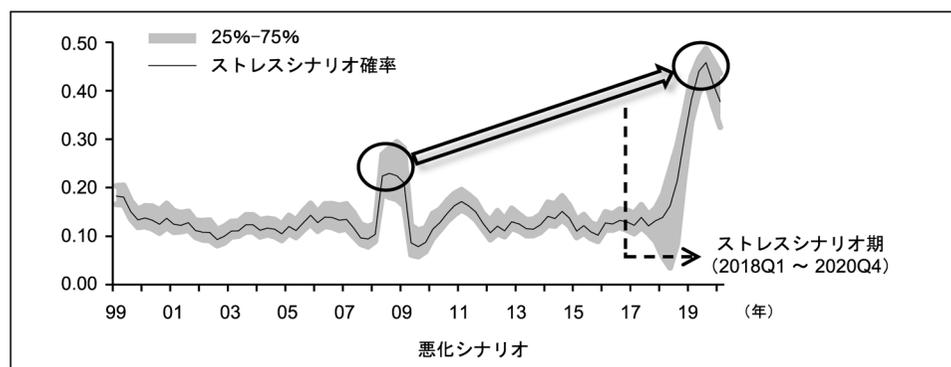
備考：データ頻度は四半期。

図表 12 ストレスシナリオ確率の 4 期移動平均 (FRB)



備考：データ頻度は四半期。

図表 13 ストレスシナリオ確率の 4 期移動平均 (EBA)



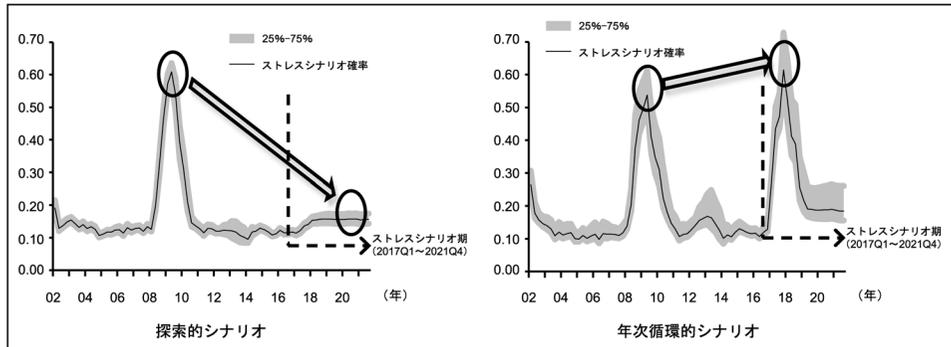
備考：データ頻度は四半期。

である。ストレスシナリオ期のストレスシナリオ確率の 4 期移動平均の最大値は、25～75%の信用区間も考慮すると、悪化シナリオではリーマン・ショック期をやや下回り、最悪シナリオではリーマン・ショック期と同程度かやや上回っていることがわかる。つまり、それぞれのストレスシナリオについて、いずれもリーマン・ショック相当のストレスの度合いであるが、最悪シナリオの方が悪化シナリオよりストレスの度合いが強く、これは想定しているストレスの度合いと整合的であるといえる。

ハ. 欧州銀行監督機構

リーマン・ショック期に同時にショックを発現する変数の個数は図表 8 から 3 個 (ユーロ圏 HICP インフレ率、ユーロ圏失業率、およびユーロ圏住宅価格指数) であるため、「3 個以上の変数が閾値を上回る」ストレスシナリオ確率を算出し、その 4 期移動平均を示した結果が図表 13 である。ストレスシナリオ期のストレスシナ

図表 14 ストレスシナリオ確率の 4 期移動平均 (BOE)



備考：データ頻度は四半期。

リオ確率の 4 期移動平均の最大値は、25～75%の信用区間を考慮してもリーマン・ショック期を上回っており、リーマン・ショックよりも強いストレスの度合いと推察される。ストレス度合いの比較対象として、CCAR における各シナリオが想定されているが、この結果をもってストレス度合いを比較することは困難である。

二. イングランド銀行

リーマン・ショック期に同時にショックを発現する変数の個数は図表 10 から 2 個（家計所得および株価指数〈FTSE 100〉）であるため、「2 個以上の変数が閾値を上回る」ストレスシナリオ確率を算出し、その 4 期移動平均を示した結果が図表 14 である。ストレスシナリオ期のストレスシナリオ確率の 4 期移動平均の最大値は、探索的シナリオではリーマン・ショック期をはるかに下回り、年次循環的シナリオではリーマン・ショック期をやや上回っているか、25～75%の信用区間を考慮すると同程度であることがわかる。つまり、探索的シナリオでは、経済・金融変数についてそれほどストレス度合いの強いストレスシナリオを想定しておらず、また、年次循環的シナリオでは、リーマン・ショック期相当、もしくはそれ以上のストレスの度合いであり、これは想定しているストレスの度合いと整合的であるといえる。

5. おわりに

本研究では、ストレスシナリオのストレスの度合いを定量的に評価しうるストレスシナリオ確率を提案した。そのうえで、日本銀行・FRB・EBA・BOE が公表しているストレスシナリオの変数のうち、自国の主な変数に焦点を当て、ストレスシナリオ確率を分析した。分析の結果、リーマン・ショック時の各地域（日本・米国・

欧州) のストレスシナリオ確率は相応に高くなり、事実認識と整合的な結果が得られた。また、ストレスシナリオ期間のストレスシナリオ確率について、日本銀行・FRB・BOE が想定しているストレスの度合いと整合的な結果が得られた。EBA のストレスシナリオについては、ストレスシナリオ確率を算出することで、リーマン・ショック以上を想定しているストレスシナリオであることが推察できるが、想定しているストレス度合いについて、FRB の CCAR における各ストレスを比較対象としているため、この結果を用いて比較することは困難である。比較するためには、各ストレスシナリオにおいて分析する変数を揃えることが望ましいと考えられる。

一方、本研究では、ストレスシナリオの変数がある程度絞って分析を行っている。そのため、異なる変数を用いても同様の結果が得られるのか確認する必要がある。変数選択については恣意性が残る場合もあるため、主成分分析等の手法を用いて客観的に変数選択を行うことも考えられる。また、そもそも経済・金融指標を用いているため、観測データが少ないという問題もある。観測データが少ないと、状態ごとの分散共分散行列等のパラメータ推定において、その標準偏差が非常に大きくなり、信頼性に欠ける場合も生じうる。こうした点への対応は、今後の課題である。

また、本分析では MS-VAR モデルを用いてストレスシナリオ確率を算出したが、時変ベクトル自己回帰 (Time Varying Parameter Vector Autoregression) モデルや平滑推移 (Smooth Transition) モデルを用いてもほぼ同様のことを実施することが可能であると考えられる²⁷。さらにストレスの度合いとして、他にも予測値の分布を何らかの指標を用いて比較することも可能であり、その 1 つの例としてマハラノビス距離が挙げられる。詳細は補論 6 を参照されたい。

以上のように、さまざまな課題は残っているものの、本研究で提示したストレスシナリオ確率は、想定したストレスシナリオのストレスの度合いが、リーマン・ショック期と比較した相対的な強さを定量的に判断可能であり、作成したストレスシナリオがどれくらいのストレスの度合いであるか、客観的に示することができるツールとして有用であると考えられる。本稿で示したストレスシナリオの定量的な評価手法が、日本の金融機関のストレステスト実務で有効活用されていくことを期待したい。

.....
27 時変ベクトル自己回帰モデルについては中島・渡部 [2012] を、平滑推移モデルについては沖本 [2010] を参照されたい。

参考文献

- 大塚芳宏、「マルコフ・スイッチング時空間自己回帰モデルによる日本の地域別の景気循環の計量分析」、『日本統計学会誌』第40巻第2号、2011年、89～109頁
- 沖本竜義、『経済・ファイナンスデータの計量時系列分析』、朝倉書店、2010年
- 、「マルコフスイッチングモデルのマクロ経済・ファイナンスへの応用」、『日本統計学会誌』第44巻第1号、2014年、137～157頁
- 北村富行・小島早都子・高橋宏二郎・竹井郁夫・中村康治、「日本銀行のマクロ・ストレス・テストについて」、BOJ Reports & Research Papers、日本銀行金融機構局、2014年
- 金融庁、「第3回金融モニタリング有識者会議資料」、金融庁、2016年
- 中島上智・渡部敏明、「時変ベクトル自己回帰モデル：サーベイと日本のマクロデータへの応用」、『経済研究』第63巻第3号、2012年、193～208頁
- 日本銀行、『金融システムレポート（2017年4月号）』、日本銀行、2017年a
- 、『金融システムレポート（2017年10月号）』、日本銀行、2017年b
- 日本銀行金融機構局、「マクロ・ストレス・テストのシナリオ設定について」、金融システムレポート別冊シリーズ、日本銀行金融機構局、2015年
- 、「金融システムレポート（2017年4月号）のマクロ・ストレステストについて」、金融システムレポート別冊シリーズ、日本銀行金融機構局、2017年
- 日本銀行金融機構局金融高度化センター、「金融機関のガバナンス改革—グローバル・スタンダードの実現に向けて—」、金融高度化セミナー、日本銀行金融機構局金融高度化センター、2015年（https://www.boj.or.jp/announcements/release_2015/data/re1150423b10.pdf、2018年2月1日）
- Bank of England (BOE), “Stress Testing the UK Banking System: Key Elements of the 2017 Stress Test,” Bank of England, 2017a.
- , “Stress Testing the UK Banking System: 2017 Results,” Bank of England, 2017b.
- Basel Committee on Banking Supervision (BCBS), “Principles for Sound Stress Testing Practices and Supervision,” Bank for International Settlements, 2009.
- , “Range of Practices in Implementing the Countercyclical Capital Buffer Policy,” Bank for International Settlements, 2017a.
- , “Consultative Document: Stress Testing Principles,” Bank for International Settlements, 2017b.
- Board of Governors of the Federal Reserve System (FRB), “The Supervisory Capital Assessment Program: Design and Implementation,” Board of Governors of the Federal Reserve System, 2009.
- , “Policy Statement on the Scenario Design Framework for Stress Testing,” Board of Governors of the Federal Reserve System, 2017a.

- , “Stress Testing Policy Statement,” Board of Governors of the Federal Reserve System, 2017b.
- Brandt, Patrick, and W. Ryan Davis, “Package ‘MSBVAR’ Version 0.9-3,” CRAN, 2016.
- Breuer, Thomas, Martin Jandacka, Klaus Rheinberger, and Martin Summer, “How to Find Plausible, Severe, and Useful Stress Scenarios,” *International Journal of Central Banking*, 5(3), 2009, pp. 205–224.
- Committee of European Banking Supervisors (CEBS), “CEBS Press Release on the Results of the EU-Wide Stress Testing Exercise,” Committee of European Banking Supervisors, 2009.
- , “Aggregate Outcome of the 2010 EU Wide Stress Test Exercise Coordinated by CEBS in Cooperation with the ECB,” Committee of European Banking Supervisors, 2010.
- Committee on the Global Financial System (CGFS), “Stress Testing by Large Financial Institutions: Current Practice and Aggregation Issues,” Bank for International Settlements, 2000.
- Del Negro, Marco, and Frank Schorfheide, “Bayesian Macroeconometrics,” in John Geweke, Gary Kroop, and Herman van Dijk, eds. *The Oxford Handbook of Bayesian Econometrics*, Oxford University Press, 2011, Chapter 7, pp. 293–389.
- European Banking Authority (EBA), “European Banking Authority 2011 EU-Wide Stress Test Aggregate Report,” European Banking Authority, 2011.
- , “Results of the 2014 EU-Wide Stress Test,” European Banking Authority, 2014.
- , “2016 EU-Wide Stress Test Results,” European Banking Authority, 2016.
- , “2018 EU-Wide Stress Test Methodological Note,” European Banking Authority, 2018.
- European Systemic Risk Board (ESRB), “Adverse Macro-Financial Scenario for the 2018 EU-Wide Banking Sector Stress Test,” European Systemic Risk Board, 2018.
- Geweke, John, “Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to the Calculation of Posterior Moments,” *Bayesian Statistics*, 4, 1992, pp. 169–193.
- Glasserman, Paul, Chulmin Kang, and Wanmo Kang, “Stress Scenario Selection by Empirical Likelihood,” *Quantitative Finance*, 15(1), 2015, pp. 25–41.
- Guo, Zi-Yi, “A Model of Plausible, Severe and Useful Stress Scenarios for VIX Shocks,” *Applied Economics and Finance*, 4(3), 2017, pp. 155–163.
- Hamilton, James D., “A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle,” *Econometrica*, 57(2), 1989, pp. 357–384.
- Hoggarth, Glenn, and John Whitley, “Assessing the Strength of UK Banks through Macroeconomic Stress Tests,” *Bank of England Financial Stability Review*, 14, 2003, pp. 91–

103.

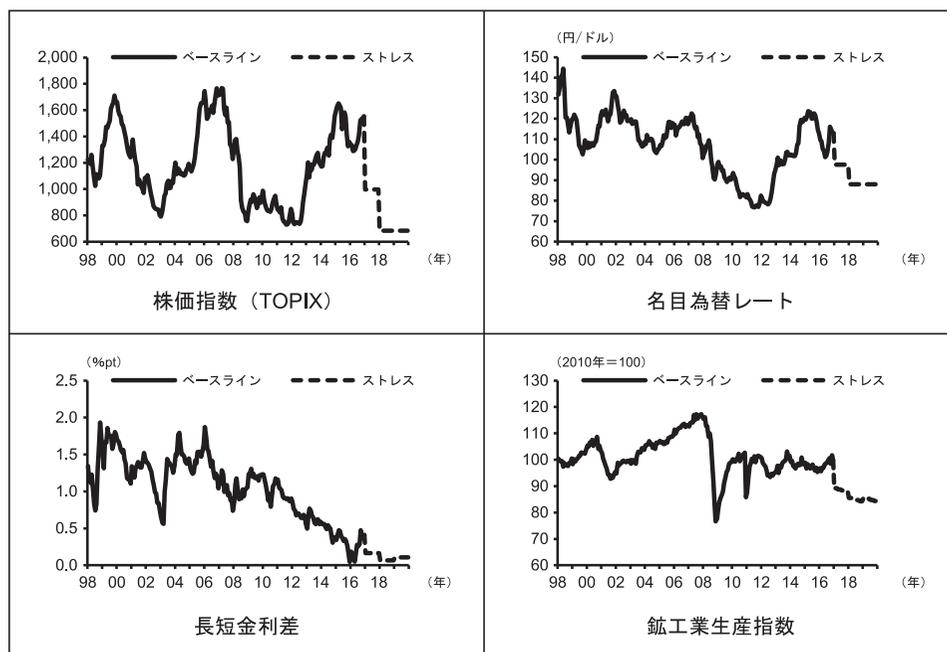
- Kasahara, Hiroyuki, and Katsumi Shimotsu, “Testing the Number of Regimes in Markov Regime Switching Models,” arXiv: 1801.06862, 2018.
- Kim, Chang-Jin, and Charles R. Nelson, *State-Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*, MIT Press, 1999.
- Krolzig, Hans-Martin, *Markov-Switching Vector Autoregressions: Modelling, Statistical Inference, and Application to Business Cycle Analysis*, Springer, 1997.
- Sims, Christopher A., and Tao Zha, “Bayesian Methods for Dynamic Multivariate Models,” *International Economic Review*, 39(4), 1998, pp. 949–968.
- Watanabe, Toshiaki, “On Sampling the Degree-of-Freedom of Student’s-*t* Disturbances,” *Statistics and Probability Letters*, 52(2), 2001, pp. 177–181.
- , “Bayesian Analysis of Business Cycle in Japan Using Markov Switching Model with Stochastic Volatility and Fat-tail Distribution,” *Keizai Kenkyu (The Economic Review)*, 65(2), 2014, pp. 156–167.

補論 1. 月次データを用いた実証分析と考察

4 節の実証分析で用いたデータの頻度は四半期であった。本補論では、観測データを増やし、月次の頻度の日本のデータを用いた実証分析の結果を示す。

分析に用いるデータとして、鉱工業生産指数、TOPIX、ドル円、長短金利差（10 年国債利回りと国庫短期証券利回りの差分）を用いる²⁸。日本銀行金融機構局 [2017] で公表されている TOPIX、ドル円、長短金利差の年次のストレスシナリオについては、前月横置きとすることで、月次データに変換する。鉱工業生産指数のストレスシナリオについては、日本の実質 GDP 成長率を説明変数とした線形回帰式を作成したうえで、日本銀行金融機構局 [2017] で公表されている日本の実質 GDP 成長率のストレスシナリオを用いて算出する。なお、日本の実質 GDP 成長率についても、前月横置きとすることで月次データに変換する。作成した分析データは図表 A-1 のとおりである。また、これらの変数のリーマン・ショック期（2008 年 9 月～2009 年 8 月）におけるショックの同時発現個数は 1 個であるため、「1 個以上

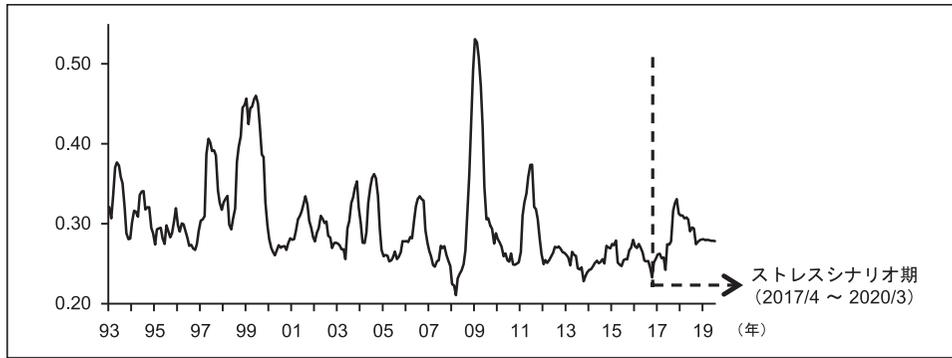
図表 A-1 月次データストレスシナリオ



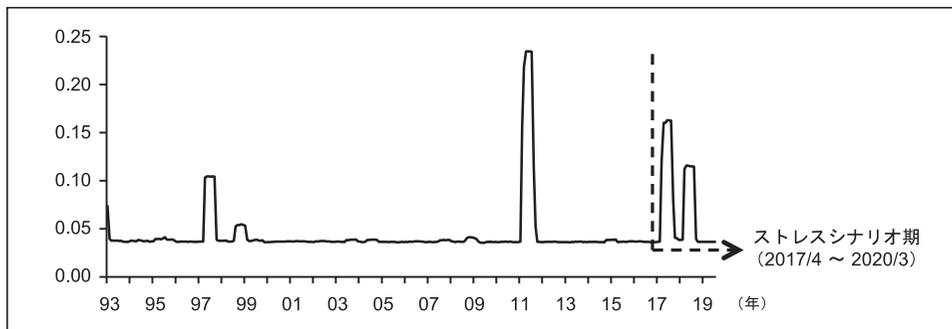
備考：分析に用いた実績期間は1992年7月から2017年3月、ストレスシナリオ期間は2017年4月から2020年3月。

28 鉱工業生産指数を用いた分析として、大塚 [2011] 等がある。

図表 A-2 月次データによるストレスシナリオ確率
(2 状態 MS-VAR モデル、誤差項の従う分布は多変量 t 分布)



図表 A-3 月次データによるストレスシナリオ確率 (3 状態 MS-VAR モデル、誤差項の従う分布は多変量正規分布)



の変数が閾値を上回る」ストレスシナリオ確率を算出することとする。さらに、ストレスシナリオのパスを考慮するため、6 ヶ月移動平均をとる。

これらのデータに対し、まずは4節で用いたモデルと同様の、2状態 MS-VAR モデル（誤差項の従う分布は多変量 t 分布）を用いて分析を実施した。ストレスシナリオ確率の6 ヶ月移動平均は図表 A-2 に図示されているとおりである。実績データ期間をみると、1990 年代後半の金融システム不安、リーマン・ショック時、東日本大震災時と、比較的ストレスシナリオ確率は大きくなっていることがわかる一方、ストレスシナリオ期ではそれらのどの時期よりも小さくなっているため、今回用意したストレスシナリオのストレス度合いは相応に弱いといえる。これは、ストレスシナリオの作成で月次データへ変換する際に、ショックを与えてからその後横置きとしている期間が長く、ショックが弱まってしまったことが背景となっていると考えられる。

次に、3 状態 MS-VAR モデル（誤差項の従う分布は多変量正規分布）を用いて分

析し、ストレスシナリオ確率の4期移動平均を算出した結果を図表 A-3 に図示する。特にストレスシナリオ確率が大きくなっている時期は、東日本大震災時とストレスシナリオ期であり、その他の時期については確率がほぼゼロとなっている。これは、補論2でも触れるが、ストレス状態と判別する条件が厳しくなったためだと考えられる。また、リーマン・ショック期についてもストレスシナリオ確率はほぼゼロに近い結果となっているが、日本のデータ、特に東日本大震災時に大きく悪化した鉱工業生産指数を変数として用いているため、その挙動のみでストレス状態であるかを判断した可能性がある。

以上のように、月次データを2状態 MS-VAR モデル（誤差項の従う分布は多変量 t 分布）と3状態 MS-VAR モデル（誤差項の従う分布は多変量正規分布）を用いて分析し、ストレスシナリオ確率を算出した。2状態より3状態のモデルを用いた方が、よりストレス状態を鋭敏に捉えることができると考えられる。しかし、そもそもストレスシナリオを月次データに変換する困難さが伴うため、実務上ストレスシナリオを精緻に評価するためには、月次データへの変換手法、もしくは、頻度を月次としたストレスシナリオの作成について、さらなる検討が必要である。

補論 2. モデルの推定結果

本補論では、4節の実証分析に用いた MS-VAR モデルの推定手法を説明したうえで、日本のモデルのうち、分散共分散行列と推移確率行列の推定結果を、それぞれ図表 A-4、図表 A-5 に示す²⁹。

前述のとおり、MS-VAR モデルの推定には、統計解析向けプログラミング言語である R 言語のパッケージの 1 つの MSBVAR を参考に、誤差項が多変量 t 分布に従う場合に対応できるように拡張したツールを用いている。

n 変量の時系列データが T 個存在するとし、ラグ p の VAR を以下のように行列で表示する。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\Phi + \mathbf{U}. \quad (\text{A-1})$$

ここで、 \mathbf{Y} と \mathbf{U} は $T \times n$ 行列、 \mathbf{X} は $T \times k$ 行列、 Φ は $k \times n$ 行列とする。ただし $k = np + 1$ とする。

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y'_1 \\ \vdots \\ y'_T \end{pmatrix}, \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ \vdots \\ x'_T \end{pmatrix}, x'_t = (y'_{t-1}, \dots, y'_{t-p}, 1), \mathbf{U} = \begin{pmatrix} u'_1 \\ \vdots \\ u'_T \end{pmatrix}, u_t \sim N(0, \Sigma). \quad (\text{A-2})$$

ダミー変数を T^* 個用意し、これらのダミー変数を Y^*, X^* と表記し、さらに (A-1)、(A-2) 式のパラメータに従うとする。 Φ と Σ の事前分布には、ミネソタ事前分布 (Minnesota prior) と呼ばれる事前分布を設定した³⁰。

また、本手法では、誤差項の分散共分散行列の事前分布には、平時よりストレス時の方が分散は大きくなるとの制約を課している。これは、ストレス時の分散が平時の分散を下回る領域を切断した切断逆ウィシャート分布となる。なお、実際にサンプリングする際、ストレス時の分散より平時の分散の方が大きい値がサンプリングされた場合は、そのサンプルを捨てて、再度サンプリングを実施している。

推移確率行列については、Brandt and Davis [2016] に従い、状態数を S (ここでは $S = 2$) とし、ハイパーパラメータである $S \times S$ 行列の初期値について、対角要素を 102、非対角要素を 2 と設定し、ディリクレ分布を事前分布としてサンプリングしている。

次に、分散共分散行列と推移確率行列の推定結果をそれぞれ図表 A-4、A-5 に示す。収束判定の統計量として、Geweke [1992] によって提案された収束診断

29 表中の 95% 信用区間は、真の値が 95% の確率で含まれている区間のことである。なお、95% 信頼区間とは、信頼区間を繰り返し構成した場合、その 95% は真の値を含むということである。

30 詳細は Sims and Zha [1998] や Del Negro and Schorfheide [2011] を参照されたい。なお、ハイパーパラメータとして、 $\lambda_0 = 0.9, \lambda_1 = 0.2, \lambda_3 = 0.5, \lambda_4 = 1.0, \lambda_5 = 1.0$ を設定している。

図表 A-4 分散共分散行列の推定結果

	平均	標準偏差	95%信用区間	CD
ストレス時 $\Sigma(s_t = 1)$				
σ_{11}	2.06	0.79	[1.28, 3.90]	-0.93
σ_{12}	0.29	0.24	[-0.12, 0.78]	-0.11
σ_{13}	0.13	0.19	[-0.21, 0.50]	-0.02
σ_{14}	0.09	0.20	[-0.23, 0.42]	0.44
σ_{15}	-0.03	0.12	[-0.24, 0.17]	-0.15
σ_{22}	0.31	0.16	[0.14, 0.68]	0.25
σ_{23}	0.07	0.09	[-0.07, 0.25]	0.38
σ_{24}	0.05	0.08	[-0.08, 0.20]	0.85
σ_{25}	-0.00	0.05	[-0.08, 0.08]	0.56
σ_{33}	0.25	0.12	[0.13, 0.51]	-0.65
σ_{34}	0.06	0.07	[-0.05, 0.19]	0.22
σ_{35}	0.03	0.04	[-0.04, 0.10]	-0.63
σ_{44}	0.25	0.16	[0.13, 0.51]	-3.05
σ_{45}	0.02	0.05	[-0.05, 0.10]	-0.24
σ_{55}	0.12	0.06	[0.06, 0.25]	-0.25
平時 $\Sigma(s_t = 2)$				
σ_{11}	1.28	0.24	[0.85, 1.78]	-0.23
σ_{12}	0.19	0.11	[-0.02, 0.41]	-0.37
σ_{13}	0.08	0.09	[-0.08, 0.25]	0.28
σ_{14}	0.05	0.08	[-0.11, 0.20]	-0.26
σ_{15}	-0.03	0.05	[-0.13, 0.07]	-0.40
σ_{22}	0.20	0.06	[0.10, 0.34]	-0.11
σ_{23}	0.04	0.05	[-0.03, 0.14]	0.02
σ_{24}	0.02	0.04	[-0.04, 0.10]	0.17
σ_{25}	0.00	0.02	[-0.04, 0.04]	0.19
σ_{33}	0.19	0.05	[0.12, 0.31]	-0.40
σ_{34}	0.05	0.03	[-0.01, 0.12]	-0.01
σ_{35}	0.03	0.02	[-0.01, 0.07]	0.52
σ_{44}	0.19	0.05	[0.12, 0.30]	-0.07
σ_{45}	0.02	0.02	[-0.02, 0.06]	-0.51
σ_{55}	0.09	0.03	[0.06, 0.16]	0.27

備考：ストレス時 ($s_t = 1$)、平時 ($s_t = 2$) の各分散共分散行列 $\Sigma(s_t = 1)$ 、 $\Sigma(s_t = 2)$ について、その (i, j) 成分を σ_{ij} で表現。

図表 A-5 推移確率行列の推定結果

	平均	標準偏差	95%信用区間	CD
p_{11}	0.86	0.04	[0.78, 0.93]	0.78
p_{21}	0.12	0.04	[0.05, 0.21]	0.05
p_{12}	0.14	0.04	[0.07, 0.22]	0.07
p_{22}	0.88	0.04	[0.79, 0.95]	0.79

備考：推移確率 p_{ij} は、状態 i から状態 j への推移確率を示す。そのため、状態数を S （ここでは $S = 2$ ）として、 $p_{i1} + \dots + p_{iS} = 1$ を満たす。

(Convergence Diagnostic: CD) 統計量を用いて収束判定を行っている。この CD 統計量は MCMC によるサンプルが事後分布からのサンプルに収束しているという帰無仮説のもとでは漸近的に標準正規分布に従うことから、この帰無仮説を検定できる³¹。本分析では、Geweke [1992] に従い、burn-in 期間以降のサンプルのうち、前半 10%と後半 50%を用いて CD 統計量を算出した³²。

.....
31 MCMC によるサンプルには自己相関があるため、CD 統計量の分母の標準誤差については自己相関を考慮して計算する必要がある。ここでは、スペクトル密度を用いて計算した。

32 図表 A-4 のストレス時の σ_{44} における CD 統計量は -3.05 であり、MCMC によるサンプルが事後分布からのサンプルに収束しているという帰無仮説は、有意水準 1%でも棄却される。しかしここでは、棄却されないものとして、そのままストレスシナリオ確率の算出に用いた。

補論 3. 3 状態 MS-VAR モデルによる実証分析と考察

4 節の実証分析で用いたモデルは、2 状態 MS-VAR モデルであった。本補論では、4 節で扱った日本のデータを用いて、状態数を 3 つ（それぞれ平常時、ストレス時、および過渡期に対応）に増やした 3 状態 MS-VAR モデルで同様の分析を行う。ここで、誤差項については多変量 t 分布ではなく多変量正規分布に従うと仮定する。その場合、(4) 式右辺第 2 項の $\Pr(\mathbf{x}_t > \mathbf{y}_{ts} \mid \boldsymbol{\Omega}_{t-1}, s_t = \text{ストレス}; \hat{\boldsymbol{\theta}}_T)$ は、多変量正規分布の分布関数を用いて計算できる。

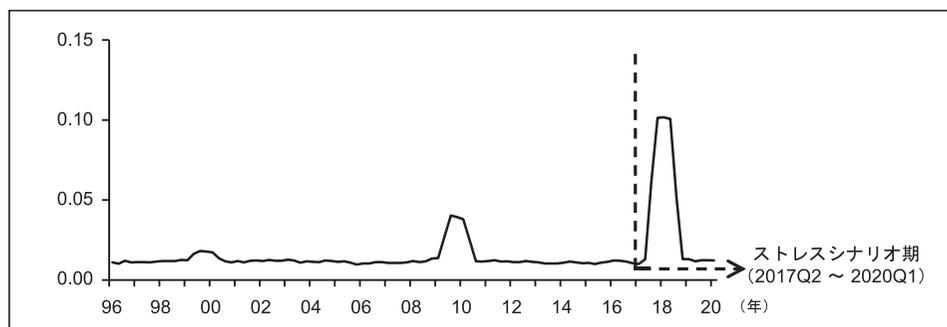
分析の結果は図表 A-6 のとおりである。ストレスシナリオ期のストレスシナリオ確率の 4 期移動平均の最大値は、リーマン・ショック期をはるかに上回っており、リーマン・ショック相当と想定しているストレス度合いと整合的であるとはいえない。この要因として、状態数を 3 つに増やしたことで、ストレス状態となるための条件がより厳しくなったことが考えられる。リーマン・ショック期を含め、ストレス時には通常、経済・金融変数へのショックの波及にラグが伴うが、ストレスシナリオでは、ほぼ同時にすべての変数にショックが起こると想定している。その結果、ストレスシナリオ期しかストレス状態とみなされなくなっている可能性が考えられる。

また、3 状態とするデメリットとして、2 点考えられる。第 1 点は、推定するパラメータ数が増加し、推定に要する時間も増加することである。第 2 点は、各状態に分離された観測データ数がさらに少なくなり、各種パラメータ推定において信頼性に欠ける可能性が高くなることである。

以上より、ストレスシナリオ確率を算出する際には、結果の整合性や計算コストを踏まえると、2 状態とするのが妥当な選択であると思われる。一方、観測データ

図表 A-6 ストレスシナリオ確率

(3 状態 MS-VAR モデル、誤差項の従う分布は多変量正規分布)



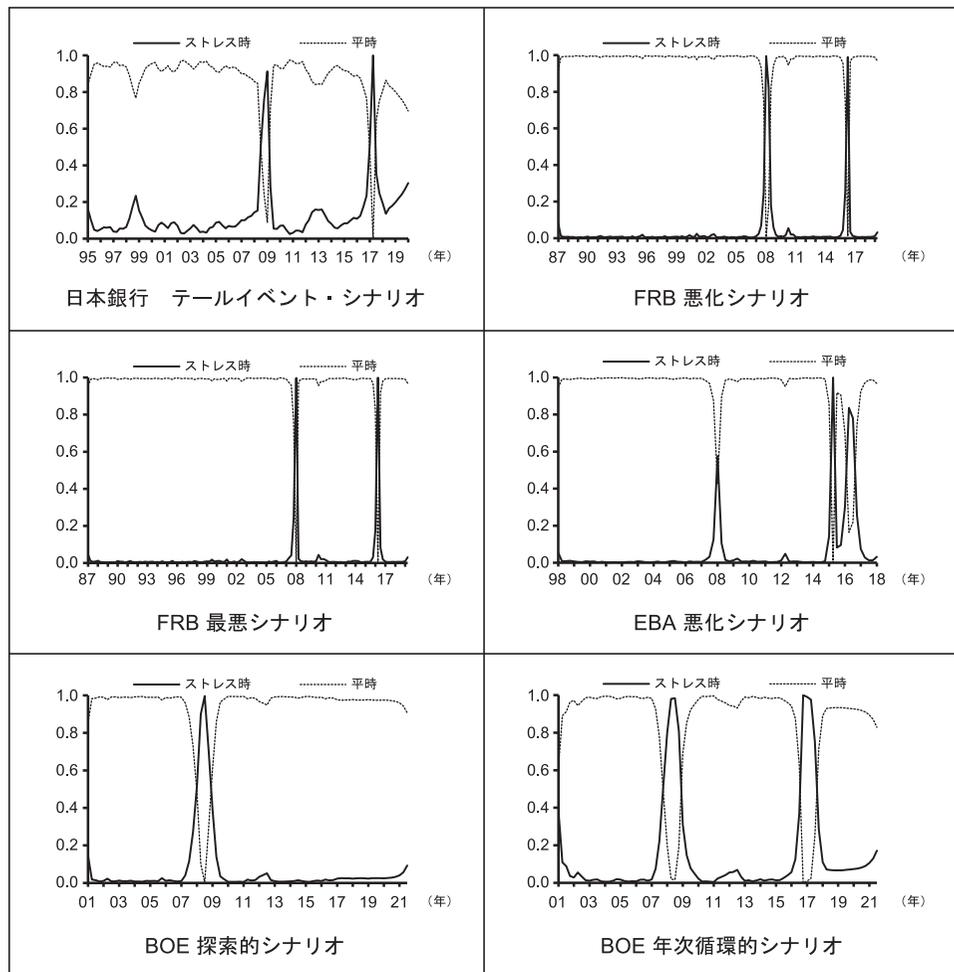
備考：データ頻度は四半期。

数が一定以上確保できるのであれば、3 状態として分析を実施した方が、より精緻な結果が得られる可能性もあると考えられる。

補論 4. 4 節の実証分析における各ストレスシナリオの平滑化確率

本補論では、実証分析に用いた各ストレスシナリオにおいて、全観測値を所与とした時に、各地点においてストレス時と平時のいずれの状態にあるかを平滑化確率で評価する。その結果を図示したのが図表 A-7 である。

図表 A-7 平滑化確率



備考：データ頻度は四半期。

補論 5. 分解したストレスシナリオ確率の推移

ストレスシナリオ確率は (4) 式のように、2つの確率の積に分解することができる。本補論では、日本のデータを用いたそれぞれの確率のリーマン・ショック期とストレスシナリオ期の推移を比較する。

各確率の推移は図表 A-8 のとおりである。リーマン・ショック期は 2008 年第 3 四半期に、ストレスシナリオ期は 2017 年第 2 四半期にショックが与えられたと考えられるが、それらストレス局面においてショックの次の期のストレスシナリオ確率の動きが異なる。これは、(4) 式の右辺第 2 項である $\Pr(x_t > y_{ts} | \Omega_{t-1}, s_t = \text{ストレス}; \hat{\theta}_T)$ によるものと推察できる。ストレスシナリオではショックを与えた後、いったんは回復、もしくは小康状態となるように設定されていることが多いが、その動きがこの第 2 項に表れていると考えられる。(4) 式の右辺第 1 項である $\Pr(s_t = \text{ストレス} | \Omega_{t-1}; \hat{\theta}_T)$ については、ショックを与えた当初の確率はそれほど高い水準ではないものの、徐々に高くなっていることがわかる。つまり、1 期前の情報をもとに状態確率を算出しているため、与えられたショックがストレスであったことを、ラグを伴って表すようになる。なお、この確率は補論 4 の平滑化確率とほぼ同じ動きとなるが、確率が大きくなる時期に若干の

図表 A-8 各確率の推移（日本銀行）

	ストレスシナリオ確率	$\Pr(s_t = \text{ストレス} \Omega_{t-1}; \hat{\theta}_T)$	$\Pr(x_t > y_{ts} \Omega_{t-1}, s_t = \text{ストレス}; \hat{\theta}_T)$
	リーマン・ショック期		
2008 Q3	0.121	0.166	0.731
2008 Q4	0.251	0.285	0.880
2009 Q1	0.234	0.419	0.559
2009 Q2	0.085	0.844	0.100
ストレスシナリオ期			
2017 Q2	0.221	0.223	0.991
2017 Q3	0.033	0.860	0.038
2017 Q4	0.332	0.542	0.613
2018 Q1	0.255	0.436	0.585
2018 Q2	0.376	0.419	0.897
2018 Q3	0.081	0.269	0.300
2018 Q4	0.197	0.307	0.640
2019 Q1	0.189	0.309	0.610
2019 Q2	0.184	0.317	0.579
2019 Q3	0.196	0.330	0.592
2019 Q4	0.197	0.336	0.587
2020 Q1	0.199	0.341	0.582

ずれが生じており、 $\Pr(s_t = \text{ストレス} | \Omega_{t-1}; \hat{\theta}_T)$ では確率が大きくなる時期が遅くなっている。これは全観測値を所与としているか、時点 $t-1$ までの情報のみを所与としているかの違いである。

以上のように、(4) 式の右辺第 1 項 $\Pr(s_t = \text{ストレス} | \Omega_{t-1}; \hat{\theta}_T)$ は、与えたショックがどの程度の大きさであったかを、ラグを伴って表す指標であり、一方、(4) 式の右辺第 2 項 $\Pr(x_t > y_{ts} | \Omega_{t-1}, s_t = \text{ストレス}; \hat{\theta}_T)$ はストレスシナリオの設定の置き方によって違いが表れる指標であると推察できる。ストレスシナリオ確率を高める場合は、与えるショックの大きさだけでなく、ストレスシナリオの設定経路についても十分に考える必要がある。

補論 6. マハラノビス距離を用いたストレスシナリオの定量化手法

3 節において、ストレスシナリオの定量評価に用いるツールとして、ストレスシナリオ確率を提案したが、本補論では、ストレスシナリオ確率とは別に、マハラノビス距離を用いた異常度により、ストレスシナリオの定量評価を行う可能性について検討する。

まずマハラノビス距離の定義を行う。観測データである N 次元のベクトル $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)'$ が、平均ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ と分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ をパラメータに持つ分布に従うと仮定する。この時、以下の D_M をマハラノビス距離と定義する。

$$D_M(\mathbf{x}) = \sqrt{(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})}. \quad (\text{A-3})$$

この距離は、各方向への散らばり具合を分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ で捉えたうえで、観測データ \mathbf{x} がどれだけ平均ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ から離れているかを表している。マハラノビス距離が大きければ、異常度が高い、つまりストレスシナリオにおいてはそのストレス度合いが大きいと解釈できる。

ここで、分析に用いるデータ \mathbf{x}_t は、3 節と同様に 2 状態 MS-VAR モデルであり、その誤差項 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ は多変量 t 分布に従うと仮定する。この時、ストレスシナリオ確率と同様に、データの状態 s_t がストレス状態である時のマハラノビス距離は、 $t-1$ までの情報を所与とした時、

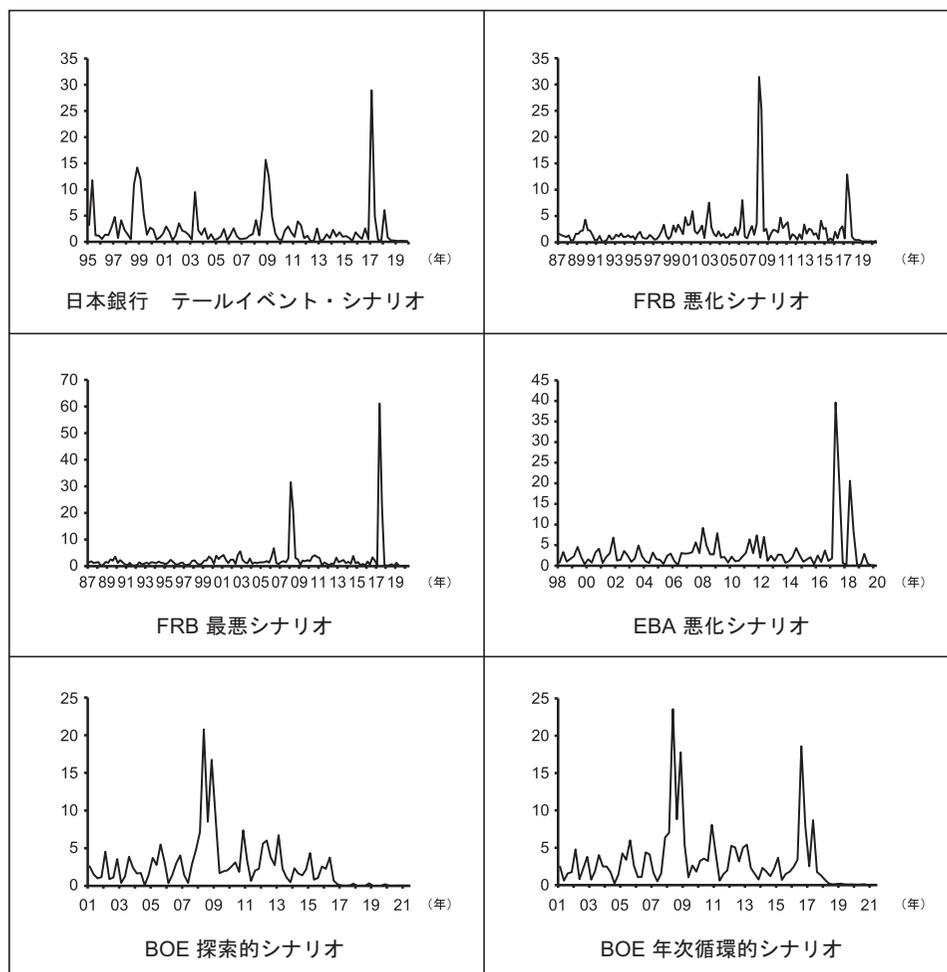
$$D_{M,s_t}(\mathbf{x}_t \mid \boldsymbol{\Omega}_{t-1}) = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_t' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (s_t = \text{ストレス}) \boldsymbol{\varepsilon}_t}, \quad (\text{A-4})$$

と表せる。したがって、足もとの経済状況を踏まえたうえでのストレス度合いの大きさを定量的に評価することが可能となり、ストレスシナリオ期と過去の事象を比較することができる。

マハラノビス距離を用いた検定も考えられる。本分析では 2 状態 MS-VAR モデルの誤差項の従う分布を多変量 t 分布と仮定したが、これを多変量正規分布と仮定した場合、マハラノビス距離 D_{M,s_t} はカイ二乗分布に従う。よって、ストレスシナリオ期間における \mathbf{x}_t が、カイ二乗分布の何パーセントイル点に位置するのかを把握することが可能となり、その値によってストレスシナリオのストレス度合いを評価するという活用方法も考えられる。

このようなマハラノビス距離 D_{M,s_t} を用いたストレスシナリオ期と過去の事象との比較について、4 節でストレスシナリオ確率を算出した際と同様のパラメータを与えて計算した結果を図表 A-9 に図示する。日本のテールイベント・シナリオでは、ストレスシナリオ期のマハラノビス距離はリーマン・ショック期よりもはるかに大きくなっており、リーマン・ショック相当という想定と整合的でないものの、他国のストレスシナリオでは、4 節で示した結果とあまり相違はないことが窺え

図表 A-9 マハラノビス距離



備考：データ頻度は四半期。

る。一方、全体を俯瞰すると、ストレスシナリオ期で鋭敏にマハラノビス距離が大きくなる傾向にある。これは、上記で定義したマハラノビス距離が、ストレスシナリオでは同時期にショックを与えることが多いという特徴を考慮していないためと考えられる。

以上より、マハラノビス距離を用いて評価したストレス度合いと、各国の中央銀行および金融監督当局のストレスシナリオとの整合性にはやや疑問が残るものの、マハラノビス距離にはその活用方法に拡張性があり、ストレスシナリオ確率と同様に活用を検討するに値すると考えられる。今後の発展が期待されよう。