金融規制の複合的影響を考慮したXVA

さいとうゆういち
斎藤祐一

要　旨

デリバティブの評価では、信用評価調整に加え、デリバティブ取引に必要な資金調達コストを評価調整することが市場慣行になりつつある。金融危機以降の資本規制強化や証拠金規制の導入により、金融機関は、規制資本に係るコストのほか、証拠金の調達コストも見積もる必要が生じている。

本稿では、新たに導入される金融規制を踏まえ、デリバティブの各種評価調整を定量的に評価する。各種評価調整の水準は、格付、担保契約、ファンディング・スプレッド等に応じて、大きく異なる。金融機関が、取引内容に見合うコストを各種評価調整を用いて日々管理することにより、担保や資本等の経営資源を有効活用できる可能性を示す。さらに、カウンターパーティ・リスクの規制資本において、内部モデルに基づく資本コストをアメリカン・モンテカルロ法で数値計算する手法を提示する。規制資本の内部モデルは、標準的方式と比較して担保を踏まえたリスク・プロファイルを適切に反映できる。計算結果から、証拠金規制の導入に伴い、内部モデルが、資本コストの観点で以前にも増して有効になることを明らかにする。

キーワード： XVA、CVA、証拠金規制、SIMM、KVA、IMM、アメリカン・モンテカルロ法

本稿の作成に当たっては、安達哲也氏（金融庁）、内山勝一郎氏（ゆうちょ銀行）、木村邦臣氏（野村證券）、高田勝己氏（Diva Analytics）、日本金融・証券計量・工学学会（JAFEE）2016 夏季大会の参加者ならびに日本銀行のスタッフから有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。ただし、本稿に示されている意見は、筆者個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者個人に属する。

斎藤祐一　日本銀行金融研究所
（現三井住友銀行、E-mail: Saito_Yuichi@dn.smbc.co.jp）

1. はじめに

2007～08 年の金融危機以降、デリバティブ取引におけるカウンターパーティ・リスクをどのように管理すべきか活発に議論されている。こうした議論を受けて、デリバティブの価格付けにおいては、カウンターパーティの信用力に応じて価格を調整する信用評価調整（Credit Valuation Adjustment: CVA）が市場慣行となっており、主要金融機関は、日々変動するカウンターパーティ・リスクを時価評価している。また、欧米の会計基準では、自社の債務についても信用コスト（Debt Valuation Adjustment: DVA）を公正価値に反映することが原則として求められている（国際財務報告基準〈International Financial Reporting Standards: IFRS〉第 13 号および米国の会計基準編纂書〈Accounting Standards Codification〉の Topic 820）。

CVA や DVA のほかにも、無担保取引の調達コストをデリバティブ評価に組み入れること（Funding Valuation Adjustment: FVA）が一般的となっている。これは、金融危機以降、各社の調達金利の水準が LIBOR（London Interbank Offered Rate）に収れんせず、各社の信用力等に応じて異なる水準となったためである。担保付取引では、インターバンク市場で標準的な担保契約のもとにおいて、担保（変動証拠金）は再利用可能である。このとき、デリバティブ評価における割引金利は、無裁定条件のもとで、リスクフリー金利である OIS（Overnight Index Swap）金利となることが示される。そのため、有担保取引の割引金利では、OIS 金利が用いられるようになり、無担保取引（または部分有担保取引）では、自社固有の調達レートをもとに評価調整することが一般的となった[1]。

さらに、金融危機以降の規制強化により、規制資本のコストも無視できなくなっている。近年では、規制資本の調達コスト（資本コスト）に係る評価調整（‘K’apital Valuation Adjustment: KVA）も考慮されはじめている。また、段階的に導入されている証拠金規制のもとで、金融機関は、デリバティブ取引において、当初証拠金を授受しなければならない。そのため、金融機関は、従来の時価相当額の変動証拠金に加え、新たな担保として当初証拠金を調達するコスト（Margin Valuation Adjustment: MVA）も見積もる必要が生じている。このように、デリバティブの評価調整は、金融規制とも密接に関連している。

これまで述べたとおり、金融市場の変化、金融規制の強化およびデリバティブ取引実務の変化に伴い、さまざまな評価調整が必要となってきている。各種評価調整は、総称して XVA と呼ばれる。金融機関は、XVA を評価しなければ、表面上利益

1 金融危機以降、LIBOR と OIS 金利のスプレッド拡大により、調達金利が担保の有無に応じて異なるものになった。担保付取引のデリバティブ評価では、OIS 金利が割引金利として用いられるようになっている（安達［2015］、Piterbarg [2010] 等）。

を計上しているようにみえても、XVA を適切に評価した場合、赤字に陥っているということもあり得る。また、デリバティブ取引の取組み後に、急激なコストの上昇を認識することにもなりかねない。さらに、本邦金融機関が海外ビジネスを拡大し、欧米金融機関と向き合う中、デリバティブ取引を行う際に XVA を考慮しなければ、リスクの大きな取引を集中的に引き受けてしまう可能性もある。こうした背景から、近年、XVA に対する実務上のニーズは、益々高まってきている。

本稿では、新たに導入される金融規制を考慮しつつ、XVA を総合的に評価する。先行研究では、CVA 等の個別の評価調整に注目した研究が多いものの、XVA を総合的に取り扱う研究は少ない。特に、今後導入される資本規制や証拠金規制を反映した XVA の研究は、筆者が知る限り、本稿が初めての試みである。本稿は、CVA や FVA のほか、計算方式の変更が予定されている資本規制やレバレッジ比率規制に基づき KVA を評価するとともに、証拠金規制導入に伴う MVA も算出する。この際、MVA の評価では、国際スワップ・デリバティブ協会（International Swaps and Derivatives Association: ISDA）が 2016 年に公表した SIMM（Standard Initial Margin Method）に基づく当初証拠金を考慮する。

証拠金規制の導入に伴う担保授受により、担保付取引では、信用コストや資本コストは軽減される一方、変動証拠金（Variation Margin: VM）や当初証拠金（Initial Margin: IM）の調達コストは増大する。本稿では、こうしたトレードオフを考慮したうえで、トータル・コストを抑制する担保額についても考察する。さらに、XVA の水準が、格付、担保契約、ファンディング・スプレッド等に応じて、大きく異なることをみていく。

また、昨今の取引環境を踏まえると、資本規制が強化されるとともに、担保付取引が益々拡大する見通しである。そのため、カウンターパーティ・リスク資本賦課の計算において、内部モデル（Internal Model Method: IMM）が、担保を踏まえたリスク・プロファイルを適切に反映するうえで、以前にも増して有効である。IMM は、本邦金融機関で主に採用されてきた標準的方式と比較して担保によるリスク削減効果を認識できるからである。本稿では、IMM の KVA をアメリカン・モンテカルロ法で評価することにより、IMM 導入のメリットを資本コストの観点から検証する。

本稿の構成は以下のとおりである。まず、2 節では、勘案すべきデリバティブの評価調整を整理したうえで、XVA の評価式を導出する。3 節では、XVA の評価において基礎となる、担保付取引のエクスポージャーをモデル化する。4 節では、証拠金規制および SIMM について説明し、MVA を評価する。5 節では、まず、KVA において、どの規制を対象とすべきかを議論する。次に、規制資本の計算方法とその留意点を整理する。さらに、IMM に基づく KVA の評価式を導出したうえで、この評価式を用いて IMM 導入のメリットを数値検証する。6 節では、担保契約別の

XVAの数値計算結果を示すとともに、トータル・コストの分析を行う。さらに、分析を通じて、どの金融規制が、デリバティブ取引において制約となるかを考察する。最後に、7節で本稿の内容を纏める。

2. デリバティブの評価調整

本節では、まず（1）において、各評価調整の概念とその市場慣行を整理したうえで、どの評価調整を考慮すべきかを議論する。次に（2）では、XVAの評価式を与える。詳細な評価式の導出方法については、補論1を参照されたい。

（1） XVA

まず、欧米金融機関の取引（会計）実務では既に定着している、CVA、DVAおよびFVAについて、簡単に解説する。CVAおよびDVAは、相互のカウンターパーティ・リスクのヘッジ・コストとして、デリバティブ価格に反映されている。また、CVAおよびDVAは、IFRSにおいて、原則として公正価値に含めることになっている。一方、FVAは会計上の公正価値に含めることを要請されていないものの、多くの金融機関では、既に会計上で認識されている。実際、Becker and Sherif [2015]によると、2014年度の財務報告において、24社が既にFVAを報告している。その中には、グローバル・バンクだけではなく、欧米の地域金融機関も含まれている。本邦金融機関においても、FVAを既に公表している金融機関もあり、未対応の大手金融機関においても、その計測態勢の構築が検討されている。このように、CVA、DVAおよびFVAは、欧米金融機関を中心に時価評価すべきものとして定着しつつある（安達［2015]、富安［2014]）。

次に、証拠金規制の導入により、市場での関心が高まっている、MVAについて述べる。2016年9月以降に順次導入されている証拠金規制では（詳細は4節（1）を参照）、過去の店頭デリバティブ取引の想定元本額の合計が一定額以上の金融機関は、当初証拠金の授受を義務付けられる[2]。当初証拠金の授受は、想定元本の規模に応じて段階的に適用される。MVAは、その当初証拠金を調達するコストである（Green and Kenyon [2015]等）。MVAのコンセプトはFVAと類似しており、比較的理解しやすいものである。そのため、金融機関の中には、MVAをFVAの一部として財務報告を行うことを検討しているところも存在するようである（Sherif

2 事業法人やソブリン等との取引は、証拠金規制の適用対象外である。

[2016])。証拠金規制が段階的に導入されるにつれて、MVAを価格へ反映することが定着するかどうかが、次第に固まっていくと考えられる。

さらに、近年では、金融規制の強化を受け、KVAもデリバティブ評価において考慮されはじめている。KVAの評価式は、Green, Kenyon, and Dennis [2014] において、2014年に既に示されている。ただ、KVAの取扱いについては、市場のコンセンサスが、いまだ存在しない。実際、Sherif and Chambers [2015] によると、KVAの一定割合を価格に反映している金融機関もあれば、そうでない金融機関もある。KVAの会計上の報告は、FVAやMVAと比較して慎重論も多い（安達［2015］、Sherif [2016]）。もっとも、KVAは、価格付けに利用しない場合であっても、ハードル・レートとして活用されたり、ポートフォリオの資本コストをダイナミックに管理するツールとして利用されることもある。KVAは、価格への反映について議論の余地があるものの、先進行では、資本コストの管理に実際に活用されている。

その他の評価調整として、富安［2014］やGregory [2015] では、担保契約の信用極度額や適格担保等に関連したものが挙げられている（担保契約の用語については、3節（1）を参照）。信用極度額が設定されている場合、有担保部分をOIS金利、無担保部分を自社の調達金利でファイナンスすることに相当する。そのため、デリバティブ評価では、信用極度額に相当する無担保部分を評価調整する対応が考えられる。もっとも、3節（1）でも記載のとおり、近年、インターバンク取引では、信用極度額はゼロと設定されることが多くなっている[3]。

また、適格担保の通貨選択オプションに関連する評価調整は、CTDVA（Cheapest To Deliver Valuation Adjustment）と呼ばれている。例えば、担保提供者が、複数通貨の現金担保の提供を認められている場合、最も調達コストの割安な担保を差し出した方が合理的である。CTDVAは、こうした最も割安な担保を差し出す権利を評価調整するものである[4]。ただ、複雑なオプション性をもつ評価調整は、ヘッジを困難にしてしまう可能性がある。こうした評価調整は、精緻なデリバティブ評価につながるものであっても、損益のボラティリティを生み出しかねない。また、近年では、オプション性を回避するため、適格担保を限定する動きもみられる。そのため、本稿では、前述のヘッジの困難さや担保条件の厳格化を踏まえ、こうした担保契約に関連した評価調整を取り扱わないこととする。

以上、本稿で取り扱うXVAは、表1のように纏められる。

3 金融機関はソブリンや政府系金融機関等との取引を行う際、片方向の担保契約（One-way out Credit Support Annex）に基づき、担保提供のみを求められることもある。

4 例えば、異なる通貨の現金担保が提供可能である場合、各通貨の担保に付される金利（OIS金利）を比較することにより、最も割安な金利のカーブを構成したうえで、CTDVAを評価する。カーブの構成においては、各通貨の金利を通貨ベーシスを通じて基準通貨に揃えたうえで、金利水準を比較する。最も割安な通貨は期間に応じて異なるため、このカーブは許容されている通貨を複合したものになる。担保の選択オプションの評価は、Piterbarg [2012]、Fujii and Takahashi [2011] に詳しい。

表 1　本稿で取り扱う XVA

評価調整	内容
CVA	取引相手の信用コスト
DVA	自社の信用コスト
FVA	時価相当額の調達コスト
KVA	規制資本に係る調達コスト
MVA	当初証拠金の調達コスト

（2）　評価式の導出

古典的なデリバティブ評価の枠組みは、ただ 1 つの無リスク金利が存在するという前提のもと、原資産の価格変動リスクをヘッジするものであった。ただ、実際の市場では、価格変動リスクだけでなく、1 節で述べたとおり、カウンターパーティ・リスクのヘッジも行われている。さらに、金融危機以降、金融機関は、各社固有の調達金利（例えば、LIBOR に信用スプレッド等を上乗せしたもの）で資金調達を行うようになったほか、規制資本のコスト等も無視できなくなってきている。XVA の評価式は、補論 1 で示すとおり、各種キャッシュ・フローをすべて複製すると仮定した場合に、導出されるものである。したがって、何を時価評価し、ヘッジするかという問題は、別途検討されなければならない。また、XVA を価格に反映する場合、評価調整間におけるダブル・カウントの問題にも留意する必要がある。ダブル・カウントの例として、CVA と KVA の重複が挙げられる（Gregory [2015]、Sherif and Chambers [2015]）。規制上の適格ヘッジ手段を用いて CVA をヘッジした場合、CVA 資本賦課に対する KVA は軽減される。このとき、取組み時に CVA と KVA の両方をチャージした場合、カウンターパーティ・リスクのヘッジ・コストに関して過剰計上となることが指摘されている。また、DVA と FVA については、自社のデフォルトによる利益を二重計上しないように留意する必要がある。DVA と FVA に関する二重計上問題への対処法は、安達［2015］に詳しく解説されている。

これまで述べたとおり、どの評価調整を価格に織り込むかという問題については、市場のコンセンサスが得られていない部分もある。しかし、価格付け以外の目的で用いられるものについても、その定量的な評価方法やインパクトを把握することは、経営効率を改善するうえで重要であると考えられる。そこで、本節では、まず、各種キャッシュ・フローを複製するという前提のもと、XVA の評価式を導出することとする。こうして得られた評価式をもとに、3 節以降、XVA を定量的に評価していく。

本稿では、評価調整を含むデリバティブの評価式を導出する方法として、複

製ポートフォリオによる偏微分方程式のアプローチを用いる（Piterbarg [2010]、Burgard and Kjaer [2013] 等）。このアプローチの利点は、ヘッジ戦略とヘッジに必要な調達戦略を明解に記述できる点である。さらに、CVA および FVA の偏微分方程式を拡張することにより、本稿で取り扱う KVA、MVA の評価式も容易に導出できる（Green, Kenyon, and Dennis [2014]、Green and Kenyon [2015]）[5]。

このアプローチでは、従来のデリバティブ評価の枠組みと同様に原資産の価格変動をヘッジすることに加え、カウンターパーティ・リスクや所要資本、そのヘッジ・ポジションの構築に必要な資金調達を勘案することにより、各評価調整に係る偏微分方程式を導出する。この偏微分方程式にファインマン=カッツの定理を適用すれば、XVA の期待値表現が得られる。

XVA の評価式の導出は補論 1 で行うこととし、本節では、評価式の結果のみを記載する。まず、評価式を与えるため、必要な記号を定義することとする。自社を B、カウンターパーティを C とし、自社およびカウンターパーティのクレジット・スプレッドを λ_B、λ_C 、回収率を R_B 、R_C とする。リスク・フリー・レートを r、自社のファンディング・スプレッドを s_B、資本コストを γ_K、所要資本を K とする。カウンターパーティへ差し入れる当初証拠金を I と表記する。

XVA は、一般に ISDA 基本契約等の法的に有効なネッティング契約のもとで、カウンターパーティに対するネッティング・セット単位で計算される。ネッティング契約のもと、デリバティブのリスク・フリー価格（評価調整を考慮しないベース価格）V は、次のとおり表現される。

$$V = \sum_i V_i. \tag{1}$$

ここで、V_i は、ネッティング・セットに含まれる個別取引の価格である。また、担保価格を X とし、X が正（負）であれば、自社 B が担保を受領する（差し入れる）ことを表す。担保もこのネッティング契約に基づき授受される。

このとき、リスク中立確率測度を $\mathbb{Q}$ とすると、XVA の評価式は、次のとおり与えられる。

$$\mathrm{CVA} = -(1-R_C)\int_t^T \lambda_C(u)E^{\mathbb{Q}}[DF(u)(V(u)-X(u))^+]du,$$

$$\mathrm{DVA} = -(1-R_B)\int_t^T \lambda_B(u)E^{\mathbb{Q}}[DF(u)(V(u)-X(u))^-]du,$$

5 他の代表的な導出方法として、キャッシュ・フローをリスク中立確率測度で評価する、期待値ベースのアプローチが挙げられる（例えば、Morini and Prampolini [2011]、Pallavicini, Perini, and Brigo [2012] 等）。このアプローチは、補論 1 に示すように、各資産のダイナミクスをあらかじめ与える必要がないものの、複製ポートフォリオのアプローチと比較して調達戦略を把握し難い。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{FVA} &= -\int_t^T s_B(u) E^{\mathbb{Q}}[DF(u)(V(u)-X(u))^+]du,\\
\mathrm{KVA} &= -\int_t^T \gamma_K(u) E^{\mathbb{Q}}[DF(u)K(u)]du,\\
\mathrm{MVA} &= -\int_t^T s_B(u) E^{\mathbb{Q}}[DF(u)I(u)]du.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

ここで、$x^+ = \max\{x, 0\}$、$x^- = \min\{x, 0\}$、$DF(u) = \exp\left\{-\int_t^u (r(s)+\lambda_B(s)+\lambda_C(s))ds\right\}$ とする[6]。3 節以降、評価式 (2) を定量的に分析していく[7]。

3. 担保付取引のエクスポージャー

本節では、XVA の評価において基礎となる、担保付取引のエクスポージャーをモデル化する。まず（1）では、担保契約に関する用語を整理しつつ、金融危機以降の契約条項の厳格化および標準化の動きについて解説する。次に（2）では、担保授受を定式化したうえで、典型的な担保付取引のエクスポージャーについて、シミュレーション例を示す。

（1） CSA 契約

2007～08 年の金融危機では、カウンターパーティのデフォルトや信用力の悪化に起因して、金融商品の時価損失が拡大した。特に、欧米金融機関を中心に多額の損失が発生した。その結果、標準的な取引は清算集中されるようになり、中央清算されないデリバティブ取引は証拠金の授受を義務付けられるようになった。同時に、

6 Burgard and Kjaer [2011a, b]、Green, Kenyon, and Dennis [2014] 等は、$DF(u)$ において自社のクレジット・スプレッド λ_B を考慮したうえで、理論付けを行っている。このとき、自社の信用力低下が CVA を減少させることになってしまうため、金融実務では、自社のクレジット・スプレッドを加味しない場合もある。

7 FVA については、安達［2015］で解説されているとおり、さまざまな計算方法が存在する。本稿は、自社のデフォルトによるベネフィットの二重計上を回避する 1 つの方法として、負のエクスポージャーの場合の資金調達ベネフィット（Funding Benefit Adjustment: FBA）を考慮しない方法を採用している。評価式 (1) では、自社のデフォルトによるベネフィットは、DVA でのみ考慮されている。FVA では、正のエクスポージャーの場合の資金調達コスト（Funding Cost Adjustment: FCA）のみ考慮している（すなわち、FVA = FCA、FBA = 0）。

市場参加者は担保付取引を選好し、厳格に担保授受を行うようになった。また、段階的に導入されている証拠金規制により、今後、担保契約の標準化も進行していくと考えられる。デリバティブ取引の担保授受は、一般に ISDA による基本契約上の担保条項（Credit Support Annex: CSA）に基づいて行われる。近年、CSA 契約の主要条項において、厳格化および標準化の動きが、以下のとおり広がっている。

イ． 信用極度額

信用極度額とは、相手先からの担保提供を免除する限度額に相当するものである。信用極度額は、エクスポージャーに対してキャップを定めるものである。従来、信用極度額は、与信相当額として格付に応じて設定されることが一般的であったものの、近年、インターバンク取引では、格付にかかわらず、ゼロと設定されることが多くなっている。証拠金規制も、信用極度額をゼロとして、時価相当額の変動証拠金を互いに授受するように義務付けている。

ロ． 最低受渡担保額

最低受渡担保額とは、担保の受渡しを行う最低金額である。新たに必要となる担保額が最低受渡担保額を超えなければ、担保授受は行われない。仮にデリバティブの時価変動が少額であっても、担保授受が都度必要であれば、事務負担が大きくなってしまう。そのため、最低受渡担保額は、事務負担を軽減することを目的に、設定されるものである。金融危機以降、最低受渡担保額も少額となっており、証拠金規制においても、その上限額は 50 万ユーロと定められている。

ハ． 評価頻度

評価頻度は、担保授受（マージン・コール）を行うための値洗いの頻度を指す。本邦では、マージン・コールは週次で行われることが多かったものの、近年、日次でマージン・コールを行う契約が増加している[8]。証拠金規制の段階的導入により、今後、日次の担保授受はより一般的になると考えられる。もっとも、カウンターパーティがデフォルトしたとき、金融機関は、紛争（ディスピュート）等のため、担保を最後に交換した時点から、清算手続きやポジションの再構築等が完了（クローズ・アウト）し、市場リスクを再びヘッジするまでに一定の期間を要する。この期間は、リスクのマージン期間（Margin Period of Risk: MPR）と呼ばれる（Basel Committee on Banking Supervision: BCBS [2006]）。そのため、日次のマージン・コールであっても、エクスポージャーが、MPR の期間を通じて、大きく変動する可能性がある。金融機関は、こうしたリスクを適切に評価するために、日次で担保授受を行う場合では、MPR を 10 営業日程度に設定することが多い（Ernst & Young

8 中央清算機関を通じた取引については、英国 LCH や日本証券クリアリング機構が、エクスポージャーを極力削減することを目的に、日中に複数回のマージン・コールを行っている。

[2012]）。バーゼル規制においても、デリバティブ取引のエクスポージャー計算では、MPR のフロアが、10 営業日と定められている（BCBS [2006]）。再構築の困難な取引や流動性の低い担保を授受している場合等については、クローズ・アウトまでに時間を要するため、MPR は長めに設定される（BCBS [2010]）。

ニ． 適格担保

適格担保とは、差入可能な担保種別のことである。現金以外の担保の場合、担保資産自体が、価格変動リスクを有するほか、担保の売却に時間を要する可能性もある。そのため、CSA 契約では、それぞれの価格変動率（ボラティリティ）を考慮した、担保種別のヘアカット[9] を事前に設定する。さらに、現金以外の担保では、XVA の評価において、担保とカウンターパーティのデフォルト（または担保とエクスポージャー）の誤方向リスク[10] にも留意する必要がある[11]。ただし、金融危機時、高格付債券においても急速な価格下落がみられたため（例えば、ファニーメイ、フレディマック等の住宅ローン担保債券）、価格変動リスクのない現金担保が欧米を中心に一般的になりつつある。今後も、証拠金規制により、決済時間の短縮が求められるため、金融機関は現金担保を益々選好するようになると考えられる。

（2） 担保付取引のモデリング

担保付取引のエクスポージャー計算では、まずデリバティブ価値をシミュレーションしたうえで、担保授受額を算出する。ここでは、前述の CSA 契約の担保条項を考慮しつつ、担保付取引をモデリングしていく。

時間グリッドとして、マージン・コールの時点 t_k $(t< t_1 < \cdots < t_k < \cdots < t_M < T)$ をとる。ネッティング・セット単位のデリバティブ価値を $V(t_k)$、対応する担保額を $X(t_k)$ とする。自社およびカウンターパーティに対する信用極度額をそれぞれ T_B、T_C とする。マージン・コールの各時点で遅滞なく担保授受が行われるとすれば、新たに授受する担保額 $\varDelta$ は、

$$\varDelta = (V(t_k) - T_C)^+ - (-V(t_k) - T_B)^+ - X(t_{k-1}), \tag{3}$$

と表現できる。

9 ヘアカットとは、担保を評価する際に割り引かれる割合を指す。

10 ここでの誤方向リスクとは、担保とカウンターパーティのデフォルト（または担保とエクスポージャー）が負の相関をもつことにより、損失が拡大するリスクである。

11 担保種別は、規制上の取扱いにも影響を及ぼす。例えば、5 節（2）に記載のとおり、レバレッジ・エクスポージャーの評価では、現金の変動証拠金以外は、エクスポージャーの相殺に勘案できない。そのため、担保として本邦で一般的な国債の授受は、信用コスト等の削減に寄与するものの、レバレッジ比率規制上のベネフィットを得られない。

さらに、最低受渡担保額 MTA が設定されているとき、担保授受額 $\varDelta_{MTA}$ は、

$$\varDelta_{MTA} = \varDelta 1_{\{|\varDelta|>MTA\}}, \tag{4}$$

となる。最低受渡担保額をモデリングするためには、(4) 式に従って、$\varDelta$ が MTA を超えていないかを都度判定すればよい（Cesari *et al.* [2009]、Gregory [2015] 等）。このようにモデリングすれば、最低受渡担保額を考慮した担保額を正確に捕捉できる。もっとも、この方法は、各マージン・コールの時点で担保残高を把握する必要があるため、計算負荷が大きい。桜井［2011］、Pykhtin [2009] は、簡便的な計算方法として、信用極度額に最低受渡担保額を足し合わせたものを実質的な極度額として、(4) 式を近似する方法を示している。具体的には、以下のとおり担保授受額を近似する。

$$\varDelta_{MTA} \approx (V(t_k) - (T_C + MTA_C))^+ - (-V(t_k) - (T_B + MTA_B))^+ - X(t_{k-1}). \tag{5}$$

ここで、MTA_C、MTA_B はそれぞれカウンターパーティおよび自社に対する最低受渡担保額である。時間グリッドの幅をマージン・コールの間隔よりも粗くとったうえで、(5) 式で担保授受額を近似すれば、計算負荷を軽減できる。

次に、MPR のモデリングを考える。時点 t をクローズ・アウト日とすると、担保付取引のエクスポージャー $E(t)$ は、

$$E(t) = (V(t) - X(t))^+, \tag{6}$$

となる。このとき、MPR を δ とすると、期間 $(t-\delta, t]$ において、新たな担保の授受は行われないことから、担保額 $X(t)$ は時点 $t-\delta$ でのデリバティブ価値で決まる[12]。特に、信用極度額が設定された担保契約において、担保が日々遅滞なく授受されるとき、担保額は、次のとおり計算される。

$$X(t) = (V(t-\delta) - T_C)^+ - (-V(t-\delta) - T_B)^+. \tag{7}$$

MPR を考慮したエクスポージャーを評価するためには、シミュレーションの時間グリッド t_k に加えて、担保額を計算するための時間グリッド $t_k - \delta$ を追加でとればよい。

以下では、担保のモデリングとして、金利スワップを例にとり、シミュレーション結果を示す。典型的な CSA 契約として、信用極度額をゼロとし、少額の最低受

12 Gregory [2015] は、CVA および DVA では、クローズ・アウト期間を考慮した時間幅を設定する一方、FVA では、平時の担保授受に必要となる時間幅を確保すれば十分であると述べている。FVA の時間幅は、理想的には CVA のものよりも短くなるべきとも指摘している。ここでは、クローズ・アウト期間を考慮している。

図 1　金利スワップの時価と担保額のサンプル・パス

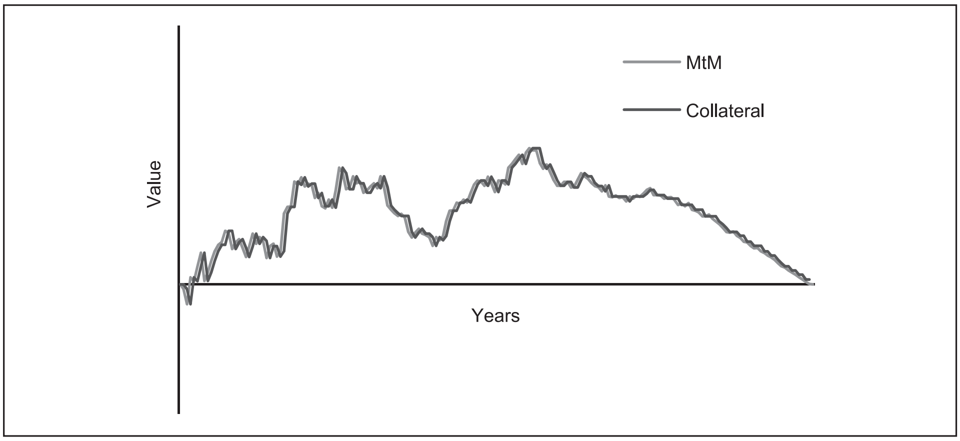
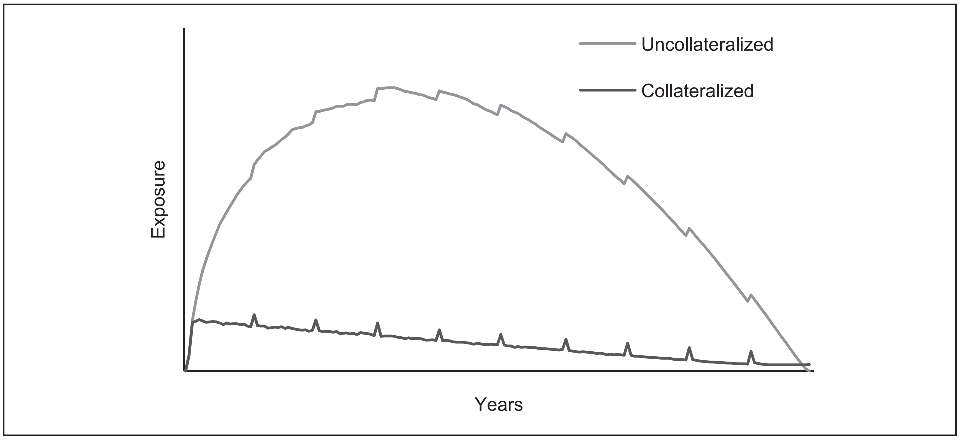


図 2　担保付取引の期待エクスポージャー



渡担保額を設定し、日次でマージン・コールを行う契約を考える。MPR を 10 営業日とおき、現金担保を双方向に授受するものとする。

図 1 は、金利スワップの時価（Mark to Market: MtM）と担保額（Collateral）のサンプル・パスをプロットしたものであり、担保のパスは、時価のパスを追跡する形になっている。ただし、MTA を設定しているため、小幅な時価変動の場合、時価と担保額が若干かい離する。

図 2 は、モンテカルロ法により、期待エクスポージャー $E^{\mathbb{Q}}\left[(V(t_k) - X(t_k))^+\right]$，$t < t_k < T$ をシミュレーションしたものである。図 2 の無担保取引（Uncollateralized）のグラフでは、エクスポージャーは、時間経過とともに金利の変動効果（拡散効

果）により増大した後、金利の残存交換回数の減少に従ってゼロに近付いていく。また、金利スワップの時価は金利交換日の前後でジャンプするため、エクスポージャーが階段状になっている。図2の有担保取引（Collateralized）では、エクスポージャーは、担保授受により、大幅に削減されるものの、ゼロにはならない。MPRやMTAが、エクスポージャーと担保額のギャップを生み出すからである。こうしたギャップ部分のリスクを軽減するために、証拠金規制は、時価相当額の変動証拠金に加え、当初証拠金の授受を義務付けている[13]。

4. 当初証拠金の調達コスト

本節では、まず（1）において、証拠金規制の概要を説明する。次に（2）では、ISDAによる所要当初証拠金の標準モデルである、SIMMの計算方法を提示する。最後に（3）において、SIMMに基づく当初証拠金の調達コストを定式化する。

（1） 証拠金規制

デリバティブ規制のうち、マーケットへの影響が大きいものとして、証拠金規制が挙げられる（BCBS and Board of the International Organization of Securities Commissions: IOSCO [2015]）。証拠金規制は、中央清算されない店頭デリバティブ取引を行う者に対して、証拠金の授受を義務付けるものである。システミック・リスクの低減および清算集中の促進を目的に、その導入が国際的に合意され、2016年9月より段階的に導入されている。証拠金規制は、時価相当額の変動証拠金に加え、一定規模の金融機関に対しては、当初証拠金の授受も義務付けている[14]。証拠金規制では、当初証拠金は、倒産隔離の観点から、信託銀行やカストディアンによる管理を求められ、原則として担保の再利用は禁じられている。したがって、当初証拠金は、変動証拠金と異なり、運用のベネフィットを生み出さない。

3節で述べたとおり、時価相当額の変動証拠金を日次で授受する契約であっても、

13 安達・末重・吉羽［2016b］は、変動証拠金の授受のみでは、CVAの誤方向リスクをカバーしきれないことを示している。特に、クロス・カレンシー・スワップの評価において、為替レートとデフォルト強度の同時ジャンプを考慮したモデルでは、エクスポージャーがMPRの間に大きくジャンプすることにより、担保額を大きく上回ってしまうことがある。そのため、変動証拠金を授受していても、CVAを十分に削減できない可能性がある。これは、当初証拠金等による補完の重要性を示唆している。

14 証拠金規制（BCBS and IOSCO [2015]）では、変動証拠金に対する信用極度額はゼロと設定する必要があるものの、当初証拠金に対する信用極度額は50百万ユーロ以内で設定してよい。

MPR 等の存在のため、担保価値勘案後のエクスポージャーはゼロにならない。そのため、証拠金規制では、当初証拠金の額が、MPR における最大変動額をカバーするものとして、信頼区間 99%、保有期間 10 日間のバリュー・アット・リスク（Value at Risk: VaR）で定められている。しかし、VaR の算出方法は、証拠金規制では詳細に規定されていない。そのため、業界団体の ISDA が、取引金融機関の間で証拠金の授受額について合意を得られるように、業界標準モデルとして SIMM を公表している（ISDA [2016]）。

（2） SIMM

SIMM では、証拠金規制で要求される当初証拠金の額が、感応度法に基づく VaR で具体的に定義されている。以下では、満期 5 年の金利スワップを例に、ISDA [2016] で定められた SIMM の計算方法を簡単に紹介する[15]。

SIMM で定められた金利のテナー k（例えば、満期 5 年の場合、金利テナーは、3 ヵ月、6 ヵ月、1 年、2 年、3 年、5 年）に対して金利スワップの感応度 s_k は、金利が 1 bp 変化した時のデリバティブ時価の変化である PV01 として、次のとおり与えられる。

$$s_k = V(r_k + 1\,\mathrm{bp}) - V(r_k). \tag{8}$$

ここで、リスク・ファクター r_k は、イールド・カーブの構築に用いられるレートである。感応度 s_k は、スワップ時価において、各テナーのディスカウント・ファクターを 1 bp 動かすことにより、計算可能である[16]。

以下では、VaR に基づく所要当初証拠金を感応度 s_k を用いて計算する。加重感応度（weighted sensitivity）を $WS_k = RW_k s_k$ で定める。リスク・ウエイト RW_k は、金利テナー k におけるリスク・ファクターの VaR に相当するものである。ここで、金利テナー間の相関係数を ρ_{kl} とすると、所要当初証拠金 I は、各テナーの加重感応度を足し合わせることにより、次のとおり与えられる。

15 簡単化のため、以下の計算式では、単一通貨でシングル・カーブの場合を取り扱う。詳細な計算方法については、ISDA [2016] を参照されたい。

16 SIMM の理論的背景は、マーケット・リスク所要自己資本における標準的方式（BCBS [2016b]）と同一である。もっとも、マーケット・リスク所要自己資本では、金利スワップの感応度は、(8) 式を 1 bp で除したものとして、デルタで与えられている。SIMM、マーケット・リスク所要自己資本ともに、対象取引次第では、ベガ（原資産のボラティリティ変化に対する価格の変化率）およびカーバチャー（原資産の価格変化に対するデルタの変化率）も感応度として計算する。

$$I = \sqrt{(WS_1, \ldots, WS_K) \begin{pmatrix} 1 & \rho_{kl} & \\ & \ddots & \\ & \ldots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} WS_1 \\ \vdots \\ WS_K \end{pmatrix}}$$
$$= \sqrt{\sum_k WS_k^2 + \sum_k \sum_{l \neq k} \rho_{kl} WS_k WS_l}. \tag{9}$$

ここで、金利テナーを $k = 1, \ldots, K$ と表記している。したがって、金融機関は、感応度と SIMM で定められたリスク・ウエイト、相関係数を用いることにより、所要当初証拠金をパラメトリックに計算できる。

(3) MVA の評価式

MVA の評価式は、(2) 式のとおり、$\mathrm{MVA} = -\int_t^T s_B(u)\, E^{\mathbb{Q}}[DF(u)\, I(u)]\, du$ で与えられる。受領した当初証拠金は原則として再利用できないため、MVA は、単純な調達コストとして常に負の評価調整となる。Green and Kenyon [2015] 等は、モンテカルロ法による VaR で与えられる当初証拠金を直接推計することにより、MVA を評価している。これに対して、本稿は、SIMM に基づいて感応度ベースで当初証拠金の MVA を評価する。SIMM による当初証拠金の計算は、(9) 式のとおり複雑ではないものの、その調達コストの計算は、将来時点の当初証拠金の評価を必要とするが、金利スワップの場合、将来時点の各テナーにおける感応度（$WS_1, \ldots, WS_K$）をシミュレーションすることにより、MVA を計算できる。

5. 規制資本に係る調達コスト

本節では、まず（1）において、バーゼル規制の大きな流れを整理するとともに、KVA の評価においてどの資本規制を対象とすべきかを議論する。次に（2）では、新たに導入される資本規制を踏まえ、規制資本の計算式を提示し、（3）では、KVA の評価式について説明する。続く（4）、（5）では、カウンターパーティ・リスク資本の IMM を例に、資本計算の確率測度に留意しつつ、KVA の評価式を導出する。最後に（6）では、IMM と標準的方式の KVA を数値例を用いて比較することにより、IMM の有効性を検証する。

（1） 資本規制

まず、バーゼル規制におけるカウンターパーティ・リスク資本賦課について、整理する。2007 年に導入されたバーゼル II（BCBS [2006]）は、与信ポートフォリオの信用リスク計量方法をデリバティブにも適用することにより、カウンターパーティのデフォルト・リスクを取り扱った（バーゼル II は、CVA 変動リスクに対する資本賦課を明示的に取り扱っていない）。一方、2013 年から導入されているバーゼル III（BCBS [2010]）では、信用スプレッドの変動に起因する、CVA 変動リスクに対する資本賦課制度が導入された。バーゼル III は、デフォルト・リスクに対するカウンターパーティ・信用リスク（Counterparty Credit Risk: CCR）資本とは別に、CVA 資本を賦課する枠組みとなっている。

また、バーゼル III は、資本に対する総資産残高を抑制することを目的に、ノン・リスク・ベースの補完的指標として、レバレッジ比率を導入している。レバレッジ比率は、デリバティブ・エクスポージャーに対しても一定水準以上の自己資本（Tier1）を要求する。

今般、いずれの規制も計算方式の変更が予定されている。CCR 資本では、デフォルト時のエクスポージャー（Exposure At Default: EAD）の計算方法として、標準的方式（掛目方式）と IMM が用意されている。前者の標準的方式については、現行のカレント・エクスポージャー方式（Current Exposure Method: CEM）が、SA-CCR（Standard Approach for Counterparty Credit Risk）に見直される（BCBS [2014]）。レバレッジ比率においても、エクスポージャーを SA-CCR ベースで計算することが提案されている（BCBS [2016a]）。CVA 資本については、バーゼル銀行監督委員会が、CVA リスクの枠組みの見直しに関する市中協議文書を公表している（BCBS [2015a]）。同文書は、CVA デスク等の専担部署において、CVA を時価評価し、ヘッジする金融機関に対しては、先進的な計算手法である、Fundamental Review of the Trading Book (FRTB)-CVA を提案している。そうでない金融機関は、保守的に資本賦課額を見積もる、Basic-CVA の適用を余儀なくされる。FRTB-CVA は、CVA の期待ショートフォールを計算するものであり、マーケット・リスクのアプローチである。Basic-CVA は、CVA の変動を信用リスクとして取り扱うもの（マートン・モデルをもとにした計算方法）であり、現行の標準的方式に対応するものである。

これまで述べた、デリバティブの資本規制は、表 2 のように纏められる。本稿では、KVA の評価として取り扱う資本規制は、CCR 資本、CVA 資本、レバレッジ比率とする[17]。マーケット・リスク資本（BCBS [2016b]）は、ヘッジ取引により、相

17 米国系金融機関は、包括的資本分析レビュー（Comprehensive Capital Analysis and Review: CCAR）のコストも勘案することがある。また、流動性規制の安定調達比率（Net Stable Funding Ratio: NSFR）のコスト（当初証拠金に対するチャージやデリバティブ・アセットの 20％バッファー）も、無視で

表 2　本稿で KVA の評価対象として取り扱う資本規制

規制	計算方式
CCR 資本	標準的方式（掛目方式） CEM → SA-CCR
	内部モデル（期待エクスポージャー方式） IMM
CVA 資本	信用リスク型 標準的方式（CEM） → Basic-CVA（SA-CCR）
	マーケット・リスク型 先進的方式 → FRTB-CVA
レバレッジ比率	CEM → SA-CCR

応に削減されることを踏まえ、本稿では対象としないこととする。実際、Gregory [2015] や Sherif and Chambers [2015] では、マーケット・リスク資本のコストの水準は、他の資本規制と比較して小さいとも指摘されている。

（2） 各種規制資本の計算方法

KVA は、(2) 式のとおり、将来時点 $u \in [t, T]$ の所要資本 $K(u)$ の期間平均で与えられる。表 2 の資本規制に対する所要資本について、CCR 資本を $K_{CCR}(u)$、CVA 資本を $K_{CVA}(u)$、レバレッジ比率を $K_{Leverage}(u)$ と表記する。以下では、各所要資本の計算方法を順に解説していく。

イ．CCR 資本

CCR 資本について、時点 u の所要資本 $K_{CCR}(u)$ およびリスク・ウエイテッド・アセット（Risk Weighted Asset: RWA）$RWA_{CCR}(u)$ は、

$$K_{CCR}(u) = c \times RWA_{CCR}(u), \tag{10}$$

$$RWA_{CCR}(u) = 12.5 \times w \times EAD(u), \tag{11}$$

と表現できる。ここで、c は所要資本水準、w はリスク・ウエイト、$EAD(u)$ がデフォルト時のエクスポージャーである。所要資本水準 c は、バーゼル規制の最低所要水準の 8.0%に対して各種資本バッファーを考慮した水準である[18]。内部格付手法のリスク・ウエイト w は、デフォルト確率（Probability of Default: PD）を PD、

きなくなっているとの意見もある（Woodall [2016]）。
18 バーゼル規制では、複数の資本バッファーが提示されている。バーゼル III は、ストレス時に備え、

デフォルト時損失率（Loss Given Default: LGD）を LGD とすると、次のように表される。

$$w = LGD\left(\Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD)}{\sqrt{1-\rho}} + \Phi^{-1}(0.999)\sqrt{\frac{\rho}{1-\rho}}\right) - PD\right) \times \frac{1+(M-2.5)\,b}{1-1.5b}. \qquad (12)$$

ただし、$\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の累積分布関数である。ここで、$\rho = 0.12\frac{1-e^{-50\times PD}}{1-e^{-50}} + 0.24\left(1-\frac{1-e^{-50\times PD}}{1-e^{-50}}\right)$、$b = (0.11852 - 0.5478\log(PD))^2$、$M$ は実効マチュリティである。標準的方式では、M は各デリバティブの満期を想定元本により加重平均したものであり、IMM では、M は後述の実効期待エクスポージャーによる加重平均である[19]。

バーゼル規制では、EAD の計算方式として、標準的方式（CEM、SA-CCR）と IMM が用意されている。標準的方式では、既に述べたように、現行の CEM が、SA-CCR に見直される予定である[20]。以下では、それぞれの EAD の計算式を与える。なお、担保の取扱いを明確にするため、変動証拠金を VM、当初証拠金を IM と表記することとする。

（イ） CEM

CEM の EAD は、再構築コストに将来のエクスポージャー変動に相当する $Addon$ を加えたものとして、次のとおり与えられる。

$$EAD = \max(\max(V - VM, 0) + Addon - IM, 0). \qquad (13)$$

ここで、$Addon$ は、想定元本と取引種類に応じた掛目で計算される（BCBS [2006]）。

（ロ） SA-CCR

SA-CCR の EAD は、再構築コストとポテンシャル・フューチャー・エクスポージャー（Potential Future Exposure: PFE）の和を 1.4 倍したものとして、次のとおり与えられる。

資本保全バッファーとして 2.5％の積上げを要求している（BCBS [2010]）。また、プロシクリカリティ（景気循環増幅効果）を抑制することを目的に、カウンター・シクリカル・バッファーも追加で資本賦課される（各国当局が景気過熱時に 0～2.5％の範囲で設定する）。さらに、グローバルなシステム上重要な銀行（Global Systemically Important Banks: G-SIBs）は、金融機関ごとの重要性評価に基づき、追加的な資本（1.0～3.5％）を積み立てなければならない（BCBS [2013]）。

19 マチュリティの調整は、取引相手の格付推移リスクを捕捉するものである（BCBS [2005]）。金融機関が、IMM および格付推移リスクを取り扱うマーケット・リスクの内部モデルの承認を得ている場合、$M = 1$ として計算できる（BCBS [2010]）。これは、格付推移リスクが CVA リスクとして別途捕捉されていることを意味する。

20 現行の標準的方式では、CEM のほか、SM（Standardised Method）も提示されている。もっとも、SM は複雑な計算を必要とするため、多くの金融機関は SM ではなく、CEM を使用している。

$$EAD = \alpha \times (\max(V - VM - IM, TH + MTA - NICA, 0) + PFE),\ \alpha = 1.4,$$
$$PFE = \min\left(1,\ f + (1-f)\exp\left\{\frac{V - VM - IM}{2(1-f) \times Addon}\right\}\right) \times Addon,\ f = 5\%. \tag{14}$$

ここで、TH は信用極度額、MTA は最低受渡担保額、$NICA$ は独立担保額である。$Addon$ は、想定元本や残存満期等に応じて決まる（BCBS [2014]）。SA-CCR の計算式は、デリバティブ価値 V が正規分布に従うことをもとにしているものの、その計算式は、理論上導出される式よりも保守的に設定されている。さらに、$Addon$ の乗数に対して 5%のフロアも設定されている。SA-CCR では、超過担保や負のデリバティブ時価が PFE を削減できるものの、その削減効果が制限されている。

（ハ） 内部モデル（IMM）

IMM では、3 節（2）と同様に期待エクスポージャーをシミュレーションすることにより、EAD を計算する。IMM の EAD は、次のとおり与えられる。

$$\begin{aligned}
EAD &= \alpha \times EEPE,\ \alpha = 1.4, \\
EEPE &= \max\left(EEPE_{Base},\ EEPE_{Stress}\right), \\
EEPE_i &= \sum_{t_k=0}^{\min(1\mathrm{year}, M)} EEE\left(t_k\right)\Delta t_k\ (i = Base \text{ or } Stress), \\
EEE(t_k) &= \max\left(EEE\left(t_{k-1}\right), EE\left(t_k\right)\right), \\
EE(u) &= E\left[(V(u) - VM(u) - IM(u))^+\right].
\end{aligned} \tag{15}$$

ただし、M を満期とする。ここで、EE は期待エクスポージャー（Expected Exposure: EE）を表す[21]。EEE は実効 EE（Effective Expected Exposure）であり、各時点までの EE の最大値をとったものである。$EEPE$ は実効 EE の時間平均（Effective Expected Positive Exposure）を意味している。$EEPE$ については、基準日時点の値（$EEPE_{Base}$）のほか、ストレス期間を含むデータを用いて算出した値（$EEPE_{Stress}$）も考慮する。

21 バーゼル規制の IMM（BCBS [2006]）は、誤方向リスクを認識することを求めている。IMM では、誤方向リスクが、(15) 式の $EEPE$ に対する乗数 α (= 1.4) により、一部勘案されている。CVA リスクの枠組みの見直しにおいても（BCBS [2015a]）、誤方向リスクを考慮する必要がある。誤方向リスクのモデリングについては、安達・末重・吉羽［2016a, b］を参照されたい。

ロ．CVA 資本

新たな CVA 資本賦課の枠組みは、現時点で最終化されておらず、今後見直される予定であることから、本稿は現行のバーゼル III の CVA 資本賦課制度を取り扱う。計算方法については、標準的方式と先進的方式の 2 つの方法が用意されている。

（イ）標準的方式

標準的方式の CVA 資本について、時点 u の所要資本 $K_{CVA}(u)$ は、次のとおり与えられる。

$$KVA_{CVA}(u) = 2.33\sqrt{h}\left\{\left(\sum_i 0.5w_i\left(M_i EAD_i^{total} - M_i^{hedge}B_i\right) - \sum_{ind} w_{ind}M_{ind}B_{ind}\right)^2 + \sum_i 0.75w_i^2\left(M_i EAD_i^{total} - M_i^{hedge}B_i\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}. \tag{16}$$

ここで、記号は次のとおり定義される。

- h は 1 年間のリスク評価期間（$h = 1$）
- w_i はカウンターパーティ i の外部格付によるリスク・ウエイト
- EAD_i^{total} はカウンターパーティ i のデフォルト時のエクスポージャー（IMM 非採用行はディスカウント・ファクター $\frac{1-\exp(-0.05M_i)}{0.05M_i}$ を乗じる）
- B_i はディスカウントを考慮した、カウンターパーティ i を参照する CDS ヘッジの想定元本
- B_{ind} はディスカウントを考慮した、インデックス・CDS ヘッジの想定元本
- w_{ind} はインデックス・ヘッジのリスク・ウエイト
- M_i はカウンターパーティ i との取引に対する実効マチュリティ
- M_i^{hedge} は元本 B_i の CDS ヘッジの満期
- M_{ind} はインデックス・CDS ヘッジの満期

CVA 資本の標準的方式は、1 ファクター・モデルによる信用リスクの VaR をもとにしている。(16) 式では、CVA の信用スプレッドに対する感応度の代わりに、$M_i EAD_i^{total}$ を用いて VaR を計算している。

（ロ）先進的方式

先進的方式の CVA 資本は、マーケット・リスクと同様のアプローチである。金融機関が、CCR 資本の EAD を (15) 式の IMM で計算しており、かつ、市場リスク（個別リスク）相当額の算出に内部モデルを用いている場合、先進的方式を使用しなければならない。先進的方式の CVA 資本賦課では、CVA の信用スプレッドの変

化による VaR（信頼区間 99%、保有期間 10 日間）を計算する[22]。

金融機関がフル・バリュエーション法で VaR を計算する場合、次の規制で定められている CVA を用いて VaR を計算する。

$$\mathrm{CVA} = LGD_{MKT} \sum_{i=1}^{T} \max\left(0, \exp\left(-\frac{s_{i-1}t_{i-1}}{LGD_{MKT}}\right) - \exp\left(-\frac{s_i t_i}{LGD_{MKT}}\right)\right) \times \left(\frac{EE_{i-1}D_{i-1} + EE_{i+1}D_{i+1}}{2}\right). \tag{17}$$

ここで、LGD_{MKT} は市場評価によるデフォルト時損失率、s_i は時点 t_i の信用スプレッド、EE_i は時点 t_i の (15) 式で定められる期待エクスポージャー、D_i は時点 t_i のディスカウント・ファクターである。

金融機関が感応度法で VaR を計算する場合、次の信用スプレッドの感応度を用いて VaR を計算する。

$$\text{Regulatory CS01}_i = 0.0001 t_i \exp\left(-\frac{s_i t_i}{LGD_{MKT}}\right)\left(\frac{EE_{i-1}D_{i-1} + EE_{i+1}D_{i+1}}{2}\right). \tag{18}$$

これは、(17) 式を s_i で微分したものである。

現行の CVA 資本賦課制度は、前述のとおり、信用スプレッドの変動のみを対象としており、エクスポージャーの変動リスクを捕捉していない。また、現行の枠組みでは、適格ヘッジの範囲も限定的である。具体的には、プロキシー・ヘッジやエクスポージャー変動のヘッジが、適格ヘッジとして認められていない。こうした問題点を踏まえ、現在、CVA 資本賦課の新しい枠組みが検討されている（BCBS [2015a]）。

ハ．レバレッジ・エクスポージャー

レバレッジ比率規制の時点 u の所要資本 $K_{Leverage}(u)$ は、

$$K_{Leverage}(u) = c \times Exposure(u), \tag{19}$$

と与えられる。ここで、c は所要資本水準、$Exposure(u)$ がレバレッジ・エクスポージャーである。所要資本水準 c は、バーゼル規制の最低水準の 3.0%に対して一定の水準を上乗せしたものである。現在、BCBS [2016a] において、G-SIBs に対する上乗せの水準が議論されている。

レバレッジ比率の枠組み見直しは、従来の CEM に替えて、SA-CCR に基づくエクスポージャーの計算方法を提案している（BCBS [2016a]）。具体的には、レバレッ

22 CVA 資本賦課の計算においては、通常の VaR とストレス VaR の両方を計算する。いずれも、(17) 式または (18) 式を用いて計算される（BCBS [2010]）。

ジ・エクスポージャーは、SA-CCR を修正したものとして、次のとおり与えられる。

$$Exposure = \alpha \times (\max(V - VM, 0) + PFE),$$
$$PFE = Addon. \tag{20}$$

レバレッジ・エクスポージャーでは、PFE における $Addon$ に対する乗数が、(14) 式の CCR 資本の場合と異なり、常に 1 である。これは、超過担保や負のデリバティブ時価による、PFE の削減効果を勘案できないことを意味する。また、CCR 資本との相違点として、現金の変動証拠金しか再構築コストの減額に考慮されないことのほか、当初証拠金は担保種別にかかわらずエクスポージャーの減額に勘案されないことが挙げられる（BCBS [2016a]）。

以上、新たな資本規制を考慮しつつ、規制資本の計算方法を整理した。以下では、この計算方法を踏まえ、KVA を評価していく。

（3） KVA の評価式

KVA の評価式は、(2) 式のとおり、KVA $= -\int_t^T \gamma_K(u) E^{\mathbb{Q}}[DF(u)K(u)]\,du$ で与えられる。すなわち、KVA は、取引満期までに要する規制資本を調達するコスト（資本コスト）の割引現在価値の期待値を示している。したがって、標準的方式やレバレッジ・エクスポージャーの KVA を評価する場合であっても、将来時点のデリバティブおよび担保の時価を 3 節（2）のようにシミュレーションする必要がある。もっとも、CVA や FVA の評価で用いる、期待エクスポージャーを計算するロジックがあれば、これらの資本コストを計算できる。実際、(13)、(14) 式の標準的方式による EAD および (20) 式のレバレッジ・エクスポージャーは、デリバティブおよび担保の時価の関数で表されている。一方、IMM の KVA の評価は、標準的方式と比較して複雑である。被積分関数の所要資本の計算自体が、期待エクスポージャーのシミュレーションを必要とするからである。以下では、CCR 資本の IMM に基づく KVA の評価に焦点を当てる。CVA 資本およびレバレッジ・エクスポージャーの KVA については、6 節で別途取り扱うこととする。

（4） 資本計算の確率測度

CCR 資本の IMM に基づく EAD は、(15) 式のとおり、期待エクスポージャーを

シミュレーションすることにより、算出される。ここでは、期待エクスポージャーの確率測度について、その留意点を説明する。

CVA 等の市場価格の構成要素は、リスク中立確率測度で評価されるべきである。一方、リスク・リミットの設定等の目的でポテンシャル・フューチャー・エクスポージャーを計算する場合、実確率測度を使用することが多い。リスク・リミットの設定では、マーケットでのヘッジよりも、ヒストリカルなシナリオに基づく潜在的な損失を計測することが重視される。また、ヒストリカル・キャリブレーションによる実確率測度を使用すれば、リスク・リミットが頻繁に変動せず、その値は安定する。

バーゼル規制においても、資本計算の確率測度、すなわち、(15) 式の EE の確率測度は、理論的には実確率測度を使用することが望ましいとされている（BCBS [2006]）。ただ、規制資本の計算において、リスク中立確率測度を使用することも制限されていない[23]。実際、当局から IMM の使用を承認されている金融機関において、リスク中立確率測度を使用している金融機関も存在する（BCBS [2015b]）。もっとも、金融機関はいずれの確率測度を使用する場合でも、バックテストの要件を充足しなければならない。

IMM の計算では、(15) 式の $EEPE$ のとおり、ストレス期を勘案しなければならない。具体的には、ストレス期を含むヒストリカル・データ、または、過去のストレス期のマーケット・インプライド・データを用いる。したがって、資本計算の確率測度は、実確率測度、リスク中立測度のいずれであっても、現在の価格付けの確率測度と異なるものになる。以下では、こうした確率測度の相違を織り込んだうえで、IMM に基づく KVA を評価していく。

(5) 内部モデル（IMM）に基づく KVA

フィルタ付き確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{Q}; \mathcal{F}_u)$ 上で確率過程を考える。ここで、フィルトレーションを $\{\mathcal{F}_u\}_{t\leq u\leq T}$、$\sigma$-加法族を $\mathcal{F} = \mathcal{F}_T$ としている。リスク中立確率測度を $\mathbb{Q}$ とし、条件付期待値を $E_u^{\mathbb{Q}}[\cdot] = E^{\mathbb{Q}}[\cdot \mid \mathcal{F}_u]$ と表す。

IMM に基づく KVA は、評価式 (2) に IMM の計算式 (15) を代入することにより、次のとおり与えられる。

$$KVA_{CCR-IMM} = -\int_t^T \gamma_K(u) E^{\mathbb{Q}}[DF(u) K_{CCR}(u)]\, du$$

23 Gregory [2015] は、リスク中立確率測度を使用するメリットとして、損益と資本が整合的になることのほか、価格付けと資本計算に応じて、計算やキャリブレーションを使い分けなくてよいことを挙げている。もっとも、後述のとおり、資本計算はストレス期のキャリブレーションを必要とするため、損益と資本は完全には整合しないと考えられる。

$$
\begin{aligned}
&= -\int_t^T \gamma_K(u) E^{\mathbb{Q}}\left[DF(u)12.5cwEAD(u)\right] du \\
&= -\int_t^T \gamma_K(u) E^{\mathbb{Q}}\Bigg[DF(u)12.5cw\alpha \\
&\quad \times \sum_{t_k=0}^{\min(1\text{year},M)} \max(EEE_u(u+t_{k-1}), EE_u(u+t_k))\Delta t_k\Bigg] du. \qquad (21)
\end{aligned}
$$

計算上の課題は、①確率測度が価格付けと資本計算において異なること、②将来時点の資本 K_{CCR} をシミュレーションで計算するため、モンテカルロ法が入れ子になってしまうことの 2 点である。本稿では、こうした課題を解決するために、測度変換とアメリカン・モンテカルロ法を組み合わせることにより、IMM の KVA を評価する[24]。

まず、(21) 式の積分をリーマン和で表し、期待値部分にモンテカルロ法を適用すれば、

$$
\begin{aligned}
KVA_{CCR-IMM} \approx &-\sum_{u_l=t}^{T} \gamma_K(u_l) 12.5cw\alpha \\
&\times \sum_{t_k=0}^{\min(1\text{year},M)} \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} DF(u_l) \\
&\times \max(EEE_{u_l}(u_l+t_{k-1})(\omega_j), EE_{u_l}(u_l+t_k)(\omega_j))\Delta t_k \\
&\times \Delta u_l, \qquad (22)
\end{aligned}
$$

と計算される。ここで、モンテカルロ法のシナリオの数を N とし、シナリオを $\omega_1, \ldots, \omega_N$ で表している。

(15) 式の資本計算について、通常時の $EEPE$ がストレス時の $EEPE$ で抑えられるとして、次の不等式が成り立つと仮定する。

$$\forall u \in [t,\ T],\ EEPE_{Base}(u) \le EEPE_{Stress}(u). \qquad (23)$$

このとき、$EEPE(u) = \max(EEPE_{Base}(u), EEPE_{Stress}(u)) = EEPE_{Stress}(u)$ であることから、以下、$EEPE_{Stress}(u)$ のみを考えることとする。

24 アメリカン・オプションの価格付けの鍵は、条件付期待値で表現される継続価値（権利行使しない場合のオプション価値）の評価である。アメリカン・モンテカルロ法は、この継続価値を後ろ向きに計算せずに、モンテカルロ法を用いて前向きに計算する手法の総称である。特に、Longstaff and Schwartz [2001] は、条件付期待値が直行射影で特徴付けられることを用いて条件付期待値を最小二乗回帰することにより、モンテカルロ法を適用した。そのため、この手法は最小二乗モンテカルロ法とも呼ばれる。アメリカン・モンテカルロ法は、条件付期待値で表現される各時点のデリバティブ価値の評価にも応用できることから、CVA 等の評価においても業界標準の計算手法となっている（例えば、桜井［2011］、Cesari *et al.* [2009] 等を参照）。

本稿では、資本計算をリスク中立確率測度で行う。具体的には、ストレス期のマーケット・インプライド・データを用いる（実確率測度の場合も同様に計算できる)。この資本計算の確率測度を $\mathbb{Q}'$ と記載する。

$i = 1, \ldots, N$ に対して $EE_{u_l}(u_l + t_k)(\omega_i) = E^{\mathbb{Q}'}_{u_l}[(V_{u_l+t_k} - X_{u_l+t_k})^+](\omega_i)$ を評価することを考える。ラドン＝ニコディム微分を

$$\frac{d\mathbb{Q}'}{d\mathbb{Q}}(\omega) = \frac{E^{\mathbb{Q}'}_{u_l}[(V_{u_l+t_k} - X_{u_l+t_k})^+]}{E^{\mathbb{Q}}_{u_l}[(V_{u_l+t_k} - X_{u_l+t_k})^+]}, \quad \forall\omega \in \Omega, \tag{24}$$

と定義し、$\frac{d\mathbb{Q}'}{d\mathbb{Q}}(\omega)$ は将来時点 $u_l \in (t, T)$ によらないと仮定する。これは、先行研究の Elouerkhaoui [2016] と同様の仮定である。このとき、$\frac{d\mathbb{Q}'}{d\mathbb{Q}}(\omega)$ は、

$$\frac{d\mathbb{Q}'}{d\mathbb{Q}}(\omega) = \frac{E^{\mathbb{Q}'}_{t}[(V_{u_l+t_k} - X_{u_l+t_k})^+]}{E^{\mathbb{Q}}_{t}[(V_{u_l+t_k} - X_{u_l+t_k})^+]}\left(=: \frac{d\mathbb{Q}'}{d\mathbb{Q}}(u_l, t_k)\right), \quad \forall\omega \in \Omega, \tag{25}$$

と表現される。

したがって、期待エクスポージャーは、

$$\begin{aligned} EE_{u_l}(u_l + t_k)(\omega) &= E^{\mathbb{Q}'}_{u_l}[(V_{u_l+t_k} - X_{u_l+t_k})^+] \\ &= E^{\mathbb{Q}}\left[(V_{u_l+t_k} - X_{u_l+t_k})^+ \left.\frac{d\mathbb{Q}'}{d\mathbb{Q}}\right|\mathcal{F}_{u_l}\right] \\ &= E^{\mathbb{Q}}_{u_l}[(V_{u_l+t_k} - X_{u_l+t_k})^+]\underbrace{\frac{d\mathbb{Q}'}{d\mathbb{Q}}(u_l, t_k)}_{deterministic}, \end{aligned} \tag{26}$$

となる。この評価式により、資本計算が、価格付けの測度と同一のパスで評価できる。

次に、アメリカン・モンテカルロ法を用いて $E^{\mathbb{Q}}_{u_l}[(V_{u_l+t_k} - X_{u_l+t_k})^+]$ を評価する。アメリカン・モンテカルロ法では、最小二乗回帰により、条件付期待値を近似する。適当な有限個の基底 $\{\varphi_j\}_{j=1}^L$ を選んで、係数 $\{\beta_j^{u_l,t_k}\}_{j=1}^L$ を次のとおり求める。

$$\begin{aligned} E^{\mathbb{Q}}_{u_l}[V_{u_l+t_k} - C_{u_l+t_k}] &\approx \sum_{j=1}^{L} \beta_j^{u_l,t_k}\varphi_j\underbrace{(Z_{u_l})}_{observable}, \\ \{\beta_j^{u_l,t_k}\} &= \underset{\beta_1^{u_l,t_k},\ldots,\beta_L^{u_l,t_k}}{\operatorname{argmin}} E^{\mathbb{Q}}_t\left[\left\{(V_{u_l+t_k} - C_{u_l+t_k}) - \sum_{j=1}^{L}\beta_j^{u_l,t_k}\varphi_j(Z_{u_l})\right\}^2\right]. \end{aligned} \tag{27}$$

ここで、Z_{u_l} は、時点 u_l における説明変数の値である。したがって、期待エクスポージャーは、

$$E_{u_l}^{\mathbb{Q}}\left[(V_{u_l+t_k}-C_{u_l+t_k})^+\right](\omega) \approx \left(\sum_{j=0}^{L}\beta_j^{u_l,t_k}\varphi_j\left(Z_{u_l}(\omega)\right)\right)^+, \tag{28}$$

と近似される[25]。

（6） KVA の数値検証

ここでは、上記の評価式を用いて IMM の KVA を数値計算する。さらに、担保付取引において、IMM と標準的方式（CEM、SA-CCR）の KVA を比較する。数値計算結果から、IMM 導入のメリットを資本コストの観点から検証する。

イ． セットアップ

5 年の円金利スワップ（ペイヤー）に対して KVA を評価する[26]。スワップ・レートは、2015 年 12 月 30 日のマーケット・データをもとに 0.17%（アット・ザ・マネー）とする。自社およびカウンターパーティの格付は、いずれも A 格を想定し、そのクレジット・スプレッドは 50 bp とする。回収率は 40%、自社のファンディング・スプレッドは 15 bp とする。金利モデルについては、1 ファクターのハル＝ホワイト・モデル（Hull and White [1990]）を用いる[27]。ショート・レート r_t は、リスク中立確率測度のもとで、次の確率微分方程式に従うとする。

$$dr_t = a(\theta_t - r_t)dt + \sigma dW_t. \tag{29}$$

ここで、W_t はブラウン運動である。θ_t は評価日時点のイールド・カーブに適合するように選ばれる。パラメータは、回帰速度 $a = 0.2069$、ボラティリティ $\sigma = 0.0023$ とする。モンテカルロ・シミュレーションのパスの数は、$N = 10{,}000$ とする。

25 係数 $\{\beta_j^{u_l,t_k}\}_{j=1}^{L}$ は、正規方程式の解として、次のとおり与えられる。

$$\beta^{u_l,t_k} = (\mathbf{M}_{\varphi\varphi}^{u_l})^{-1}\left(\mathbf{M}_{V\varphi}^{u_l,t_k}\right).$$

ここで、行列 $\mathbf{M}_{\varphi\varphi}^{u_l}$ の (l,s) 成分は $(\mathbf{M}_{\varphi\varphi}^{u_l})_{ls} \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varphi_l(Z_{u_l}(\omega_i))\varphi_s(Z_{u_l}(\omega_i))$、行列 $\mathbf{M}_{V\varphi}^{u_l,t_k}$ の $(s,1)$ 成分は $(\mathbf{M}_{V\varphi}^{u_l,t_k})_s \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(V_{u_l+t_k}(\omega_i)-C_{u_l+t_k}(\omega_i))\varphi_s(Z_{u_l}(\omega_i))$ と計算される。

26 XVA は、一般に (1) 式のとおり、カウンターパーティごとのネッティング・セット単位で計算される。本稿の数値検証では、簡単化のため、個別取引に関する XVA を取り扱うこととする。

27 ハル=ホワイト・モデルは、キャリブレーションの負荷が小さいほか、アフィン・クラスの金利モデルであるため、フォワードのイールド・カーブをショート・レートの関数として表現できる。そのため、同モデル（含むマルチ・ファクター）は、期待エクスポージャーの評価に適しており、実務でも使用されている。

CCR 資本のパラメータについて、リスク・ウエイテッド・アセットに対する資本コストは、本邦大手金融機関の自己資本利益率（Return On Equity: ROE）を参考に 6.0%と仮定する。所要水準は、最低所要水準に各種資本バッファーを加味した水準として、13.5%とする。リスク・ウエイトは、内部格付手法に基づき 13.6%と定める（外部格付機関による A 格のデフォルト確率を参考に設定）。なお、コンプレッション[28] や顧客の解約は考慮しないものとする。

IMM の計算では、ストレス期を勘案したリスク中立確率測度を用いる。具体的には、(29) 式において、ボラティリティと平均回帰速度を 2008 年 9 月 30 日のマーケット・データでキャリブレーションしている（回帰速度 $a = 0.0110$、ボラティリティ $\sigma = 0.0065$）。アメリカン・モンテカルロ法の基底関数は、2 次までの多項式関数 $\varphi_j = x^j, j = 0, 1, 2$ とする[29]。

証拠金規制の段階的導入を踏まえ、以下の数値検証では、現金の証拠金の授受を考慮する。担保契約については、以下①～③の条件で KVA を比較する。

①無担保取引
②変動証拠金（信用極度額はゼロ、最低担保受渡額は 0.001、MPR は 10 営業日）
③当初証拠金（上記の変動証拠金に加え、SIMM に基づく当初証拠金を授受）

以上のセットアップのもと、KVA を数値検証する。

ロ．数値検証

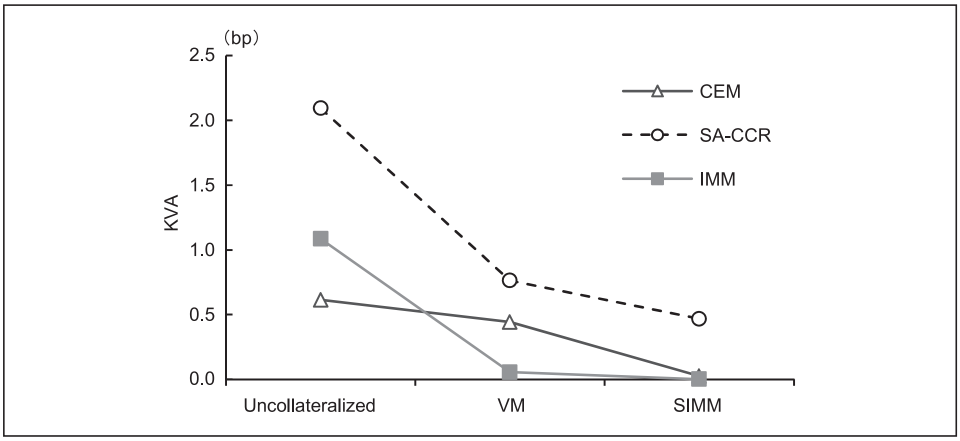
図 3 の 3 つの系列は、それぞれ CEM、SA-CCR、IMM の KVA を表している。図 3 の横軸が上記の担保契約に対応しており、Uncollateralized が「①無担保取引」、VM が「②変動証拠金」、SIMM が「③当初証拠金」にそれぞれ対応している。

まず、CEM と SA-CCR の推移に注目すると、SA-CCR は、現行の CEM と比較して担保の認識の点で改善している。CEM では、変動証拠金を授受していても、(13) 式のとおり、想定元本に基づく *Addon* が残存してしまうので、リスク削減効果を十分に得ることができない。この担保によるリスク削減効果については、IMM が最も優れている。実際、証拠金を授受しているとき、IMM の KVA は、ゼロに近い値になっている。IMM では、証拠金を授受している場合、(15) 式のシミュレーションの多くのシナリオにおいて、エクスポージャーがゼロになるため、KVA は

28 コンプレッションとは、サービスを提供する会社が、取引量の圧縮を希望する金融機関の取引情報を集約し、相殺可能な取引の組合せを探すことにより、取引量を圧縮することをいう。

29 最小二乗モンテカルロ法の近似誤差は、基底関数とその次元および回帰に使用する変数に依存する（Cesari *et al.* [2009]、Glasserman [2003] 等）。ここでは、Brigo, Pallavicini, and Papatheodorou [2010] による、金利デリバティブのポートフォリオに対する CVA の評価を参考にしている。具体的には、基底関数は多項式関数とし、回帰変数はショート・レートとしている。

図 3　IMM および標準的方式における KVA



小さくなる。SA-CCR については、*Addon* に対する乗数が、超過担保の効果を相応に認識できる。もっとも、本節（2）イ．で述べたとおり、規制の計算式は、理論的に導出された式よりも保守的であるほか、5％のフロアを勘案している。結果として、SA-CCR の KVA は、IMM のように小さくならない。

また、無担保取引のときでも、今後、標準的方式の強化により、CEM が SA-CCR に見直されることを踏まえると、IMM の方が、資本コストを抑制できるようになることがわかる[30]。さらに、証拠金規制の段階的導入により、担保付取引が拡大していくことを踏まえると、リスク感応的な IMM は、以前にも増して有効であることが示されている。

もっとも、IMM の有効性を現実的に評価するためには、標準的方式を用いたフロアの議論（BCBS [2016c]）にも配慮する必要がある。バーゼルの整合性評価プログラムでは、各行の IMM による計測結果について、ばらつきの存在が明らかになっている（BCBS [2015b]）。そのため、IMM に対して SA-CCR に基づくフロアの導入が提案されている。ただし、BCBS [2016c] では、フロアの水準は未定となっている。フロアの影響を簡単に把握するために、例えば、図 3 の無担保取引の部分をみると、SA-CCR の KVA は、IMM のおよそ 2 倍となっている。仮に、フロアが標準的方式の 75％で与えられるとすれば[31]、IMM の KVA は 1.5 倍になる。このように、IMM の KVA は、フロアの水準に応じて引上げ圧力が掛かってしまう。

30 BCBS [2014] は、従来の標準的方式の問題点の 1 つとして、直近のストレス期間で観測されたボラティリティの水準を十分に捕捉していなかったことを挙げている。

31 BCBS [2016c] は、アウトプット・フロアの水準として、標準的方式対比で 60～90％の掛目を 1 つの案として提案している。

6. トータル・コスト

本節では、XVAとして、CVA、DVA、FVA、MVA、KVA（2節表1を参照）を定量的に評価する。まず（1）では、担保契約に応じたXVAの数値例を示すことにより、そのインパクトを把握する。次に（2）では、担保条件、格付、ファンディング・スプレッドに応じた、トータル・コスト（XVAの和）を分析する。さらに、トータル・コストを抑制できる担保額についても数値検証する。最後に、各種資本規制に対するKVAの評価を通じて、どの金融規制が、デリバティブ評価に影響を及ぼすかを考察する。

（1） 担保契約に応じたXVA

イ． セットアップ

対象取引は、5節の数値計算と同様に5年の円金利スワップとする。各種パラメータも5節（6）と同一である。本節では、KVAにおいて、CCR資本のほか、CVA資本およびレバレッジ比率も考慮する。ここでは、そのKVAに関連するパラメータのみ整理することとする。

資本計算のパラメータについては、リスク・ウエイテッド・アセットに対する資本コストは6.0%、所要水準は13.5%、レバレッジ・エクスポージャーに対する資本コストは7.0%、所要水準は5.0%とする。自己資本比率規制の分子がTier1およびTier2資本である一方、レバレッジ比率規制の分子はTier1資本のみであることを踏まえ、レバレッジ比率規制の資本コストの方を大きい値としている。自社および取引相手の格付は、A格を想定する。CCR資本のリスク・ウエイトは、5節（6）と同様に13.6%とする。また、CVA資本のリスク・ウエイトは、バーゼルIIIのリスク・ウエイトを用いて0.8%とする。

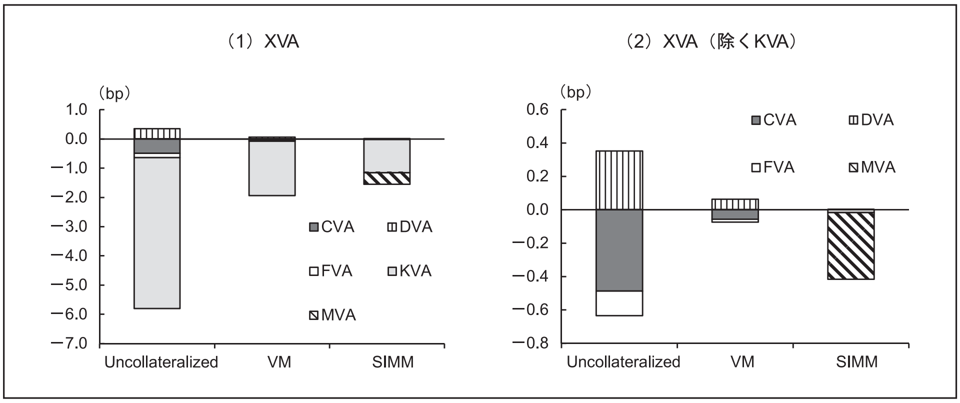
KVAは、リスク・ウエイテッド・アセットとレバレッジ・エクスポージャーを比較して大きいものとする。すなわち、

$$KVA := \max(KVA_{CCR} + KVA_{CVA},\ KVA_{Leverage}), \tag{30}$$

で定義する。

CVA資本については、EADを(14)式のSA-CCRで計算したうえで、所要資本を(16)式のバーゼルIIIの標準的方式を用いて求める。CCR資本もSA-CCRで計算する。CCR資本のIMMについては、本節（2）を参照されたい。なお、コンプレッションや顧客の解約は考慮しないものとする。

図4　担保契約に応じたXVA



ロ．数値検証

図4（1）が、担保契約別のXVAである。Gregory [2015] 等でも述べられているとおり、KVAの水準は、担保契約によらず、他の評価調整と比較して大きい。また、2節（1）で述べたとおり、KVAの価格への反映は、市場のコンセンサスを得られていない。こうした点を踏まえ、図4（2）は、（1）と同じ数値であるが、KVA以外のXVAの値を示している。

数値計算の結果をみると、高水準の当初証拠金は、CVAやKVAを削減する一方、新たな調達コストとしてMVAを生み出す。このとき、主なコストは、CVA、FVAのような従来の評価調整ではなく、KVAとMVAになっている。資本規制の強化や証拠金規制の導入を踏まえると、資本コストや証拠金の調達コストも無視できなくなることがわかる。もっとも、図4（2）の無担保取引の部分をみると、CVA等が引き続き主要なコストとなっている。これは、無担保取引が一般的な事業法人等との取引において、CVAの評価が依然として重要であることを示している。

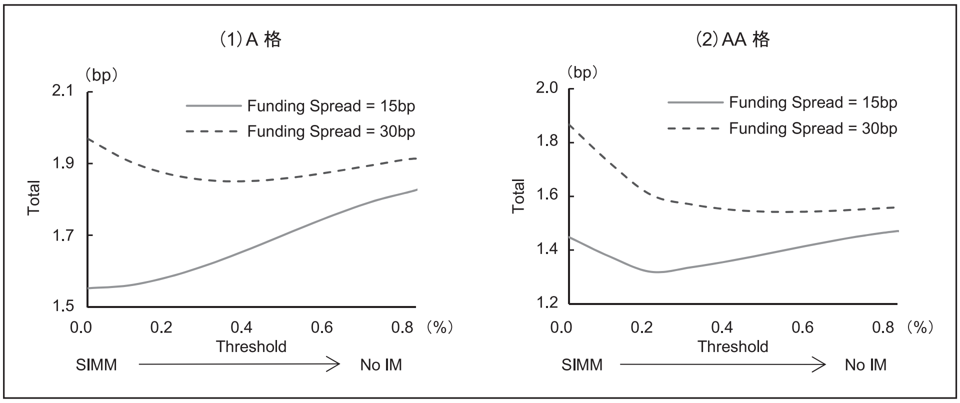
（2）　トータル・コストの評価

これまでみたとおり、担保授受により、信用コストや資本コストが軽減される一方、担保の調達コストが増大する。そこで、以下ではトータル・コストを分析していく。

イ．当初証拠金に応じたトータル・コスト

図5（1）は、トータル・コストとしてXVAの和をプロットしたものである。グラフは、それぞれファンディング・スプレッドを15 bp、30 bpとしたときのトータル・コストである。横軸は、当初証拠金に対する信用極度額（Threshold）である。

図５　当初証拠金に応じたトータル・コスト

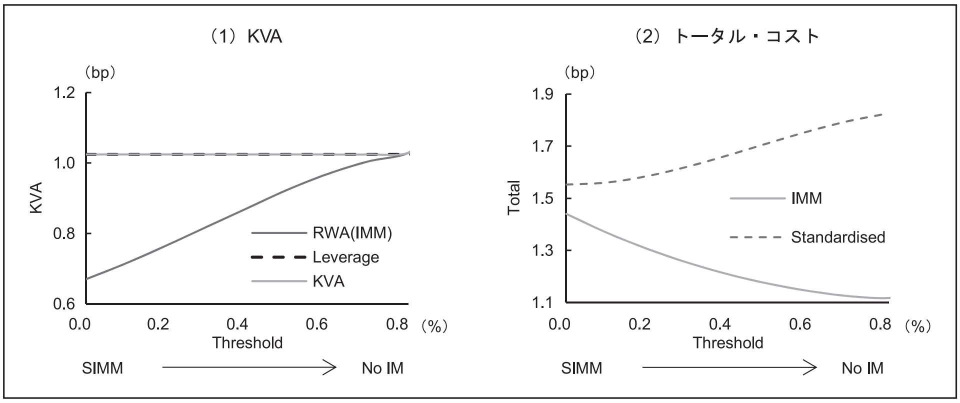


横軸については、左端は信用極度額をゼロとしているため、SIMMに基づく当初証拠金を完全に授受することに相当する。横軸の右方向に大きな信用極度額を設定することに従って、当初証拠金の授受額はゼロに近付く（右端は、変動証拠金のみを授受している状態である）。図5（1）において、ファンディング・スプレッドが小さいとき、当初証拠金を完全に授受することにより、トータル・コストは小さくなる。一方、ファンディング・スプレッドが大きいとき、調達コストの負担が、担保によるCVAやKVAの削減効果を上回ってしまうことがある。実際、トータル・コストを抑制できる担保額は、SIMMで完全に証拠金を授受した額よりも小さくなっている。

図5（2）のグラフは、取引相手の格付が良い場合として、AA格のトータル・コストを表している。ここで、クレジット・スプレッドは30bp、CCR資本のリスク・ウエイトは、外部格付機関のデフォルト確率をもとに8.0%とし、CVA資本のリスク・ウエイトは0.7%としている。図5（2）のAA格のとき、A格とは逆に、当初証拠金を完全に授受することにより、トータル・コストが大きくなってしまうことがある。標準的方式では、KVAにおいて、リスク・ウエイテッド・アセットがレバレッジ・エクスポージャーよりも大きい。すなわち、(30) 式において、$KVA = KVA_{CCR} + KVA_{CVA}$ となる。そのため、CVAのほか、KVAの水準が格付に依存することに伴い、トータル・コストの水準も格付に応じて異なる。

これまで分析したとおり、トータル・コストは、担保契約、格付、ファンディング・スプレッドに応じて、大きく異なる。XVAは、こうした取引内容に応じた信用コストや調達コスト等を十分に認識して、管理していくものである。また、金融機関は、各種コストを定量化することにより、どの取引相手とどのような担保条件で取引することが最適であるか等について、定量的に判定できるようになる。

図 6　IMM の数値検証



ロ．内部モデル（IMM）のトータル・コスト

これまで標準的方式のトータル・コストを取り扱ってきたが、ここでは、CCR 資本の KVA を IMM で計算した場合を考察する。CVA 資本の KVA については、本節（1）と同様に標準的方式を用いて計算する。CVA 資本の計算上の課題は、5 節（5）で述べた、アメリカン・モンテカルロ法を取り扱う点で CCR 資本の IMM と共通している。また、CVA 資本賦課のバーゼル規制は、現時点で最終化されておらず、今後見直される予定である。こうした点を踏まえ、本稿は、内部モデルについては、CCR 資本のみに焦点を当てることとした[32]。

図 6（1）は、取引相手の格付を A 格とし、KVA の内訳をプロットしたものである。証拠金を授受したとき、5 節（6）の数値検証で示したとおり、CCR 資本の KVA は急激に減少する。一方、レバレッジ・エクスポージャーは、(20) 式のとおり、当初証拠金を勘案できないため、横ばいになっている。そのため、レバレッジ・エクスポージャーの方が、リスク・ウエイテッド・アセットよりも支配的になる。すなわち、(30) 式において、$KVA = KVA_{Leverage}$ である。標準的方式では、リスク・ウエイテッド・アセットが支配的である一方、IMM では、レバレッジ比率が支配的になっている。これに伴い、IMM の場合、信用力による差異は、もはや発生しない。もっとも、自己資本比率規制、レバレッジ比率規制のどちらが支配的になるかについては、規制資本の計測方法だけでなく、金融機関のポートフォリオに応じて異なると考えられる。本稿で取り扱った担保契約別の KVA_{CCR}、KVA_{CVA}、$KVA_{Leverage}$ の水準については、補論 2 を参照されたい。

また、図 6（2）をみると、IMM のトータル・コストは、標準的方式（Standardised）と異なり、証拠金の授受に伴い増大している。これは、証拠金の授受により、調達

32 先進的方式に基づく CVA 資本の水準は、ヘッジ取引により、CCR 資本と比較して非常に小さくなる傾向にあるとも指摘されている（Elouerkhaoui [2016]）。

コストが増大する一方、資本コストは減少しないからである。レバレッジ比率規制が支配的になる場合、高水準の証拠金の授受はトータル・コストを増大させる可能性があることを示している。

7. おわりに

本稿では、証拠金規制や資本規制を考慮しつつ、XVAを定量的に評価した。新たな金融規制のもとでは、デリバティブの評価調整において従来のCVAのほか、規制資本や証拠金の調達コストを勘案した評価調整も無視できなくなっていることを示した。こうしたコストのインパクトを踏まえると、XVAの評価態勢を構築することは、経営効率を高めるうえで、益々重要になってきているといえる。実際、先進行では、CVA、DVA、FVAをデリバティブの価格に反映しているほか、MVAも見積りはじめている。KVAの価格への反映については、コンセンサスがいまだ得られていないものの、KVAは、ハードル・レートや資本コストを管理するツール等として実務で活用されている。

また、XVAの大きさは、格付、担保契約、ファンディング・コストに応じて大幅に異なることをみてきた。XVAのコンセプトは、取引内容に見合ったコストを適切に評価したうえで、デリバティブのリスク管理を日々行っていくべきというものである。金融機関は、XVAを評価し、ヘッジすることにより、各種リスクを的確にコントロールできる。さらに、デリバティブ評価において、どの金融規制の影響が大きいか把握したうえで、コンプレッション等の要否を判断することもできる。本稿では、XVAを用いたトータル・コストの分析を通じて、担保や資本等の経営資源を有効活用できる可能性を示した。

こうしたXVAを計算するロジックは、リスク・リミットの設定や規制資本計測の高度化にも応用できる。特に、本稿では、カウンターパーティ・リスク資本のIMMに焦点を当てた。証拠金規制により、担保付取引が拡大していくことを踏まえると、担保についてリスク感応的なIMMの導入は、検討に値する。本稿では、IMMに基づくKVAを数値計算する方法を提示した。計算結果から、IMMが、本邦金融機関で主に採用されてきた標準的方式と比較して、資本コストの観点で以前にも増して有効になることを明らかにした。

本稿で示したXVAの定量的な評価が、本邦金融機関のリスク管理や経営資源の配分等の実務で有効活用されていくことを期待したい。

参考文献

安達哲也、「金融危機後の OTC デリバティブ価値評価〜公正価値測定にかかる諸問題を中心に〜」、金融研究所ディスカッション・ペーパー No. 2015-J-13、日本銀行金融研究所、2015 年

———・末重拓己・吉羽要直、「CVA における誤方向リスク・モデルの潮流」、『金融研究』 第 35 巻第 3 号、日本銀行金融研究所、2016 年 a、35〜88 頁

———・———・———、「CVA における誤方向リスク・モデル：実装と比較」、『金融研究』 第 36 巻第 1 号、日本銀行金融研究所、2016 年 b

桜井悠司、「OTC デリバティブ取引におけるカウンターパーティ・リスクの管理手法：CVA の理論と実務上の論点に関するサーベイ」、『金融研究』 第 30 巻第 2 号、日本銀行金融研究所、2011 年、89〜144 頁

富安弘毅、『カウンターパーティーリスクマネジメント（第 2 版）』、金融財政事情研究会、2014 年

Basel Committee on Banking Supervision (BCBS), “An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions,” Bank for International Settlements (BIS), 2005.

———, “Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework—Comprehensive Version, Annex IV (Treatment of Counterparty Credit Risk and Cross-Product Netting),” BIS, 2006.

———, “Basel III: A Global Regulatory Framework for More Resilient Banks and Banking Systems,” BIS, 2010.

———, “Global Systemically Important Banks: Updated Assessment Methodology and the Higher Loss Absorbency Requirement,” BIS, 2013.

———, “The Standardised Approach for Measuring Counterparty Credit Risk Exposures,” BIS, 2014.

———, “Review of the Credit Valuation Adjustment Risk Framework—Consultative Document,” BIS, 2015a.

———, “Regulatory Consistency Assessment Programme (RCAP)—Report on Risk-Weighted Assets for Counterparty Credit Risk (CCR),” BIS, 2015b.

———, “Revisions to the Basel III Leverage Ratio Framework—Consultative Document,” BIS, 2016a.

———, “Minimum Capital Requirements for Market Risk,” BIS, 2016b.

———, “Reducing Variation in Credit Risk-Weighted Assets—Constraints on the Use of Internal Model Approaches—Consultative Document,” BIS, 2016c.

———, and Board of the International Organization of Securities Commissions (IOSCO), “Margin Requirements for Non-Centrally Cleared Derivatives,” BIS and IOSCO, 2015.

Becker, Lukas, and Nazneen Sherif, “The Black Art of FVA, Part III: A $4bn Mistake?,”

Risk, 28(4), 2015, pp. 12–16.
Brigo, Damiano, Andrea Pallavicini, and Vasileios Papatheodorou, "Bilateral Counterparty Risk Valuation for Interest-Rate Products: Impact of Volatilities and Correlations," Working Paper, SSRN eLibrary, 2010 (http://ssrn.com/paper=1507845).
Burgard, Christoph, and Mats Kjaer, "In the Balance," *Risk*, 24(11), 2011a, pp. 72–75.
———, and ———, "Partial Differential Equation Representations of Derivatives with Bilateral Counterparty Risk and Funding Costs," *The Journal of Credit Risk*, 7(3), 2011b, pp. 75–93.
———, and ———, "Funding Strategies, Funding Costs," *Risk*, 26(12), 2013, pp. 82–87.
Cesari, Giovanni, John Aquilina, Niels Charpillon, Zlatko Filipović, Gordon Lee, and Ion Manda, *Modelling, Pricing, and Hedging Counterparty Credit Exposure*, Springer, 2009.
Elouerkhaoui, Youssef, "From FVA to KVA: Including Cost of Capital in Derivatives Pricing," *Risk*, 29(3), 2016, pp. 70–75.
Ernst & Young, "Reflecting Credit and Funding Adjustments in Fair Value: Insight into Practices: A Survey," Ernst & Young, 2012.
Fujii, Masaaki, and Akihiko Takahashi, "Choice of Collateral Currency," *Risk*, 24(1), 2011, pp. 120–125.
Glasserman, Paul, *Monte Carlo Methods in Financial Engineering,* Springer, 2003.
Green, Andrew, and Chris Kenyon, "MVA by Replication and Regression," *Risk*, 28(5), 2015, pp. 63–67.
———, ———, and Chris R. Dennis, "KVA: Capital Valuation Adjustment by Replication," *Risk*, 27(12), 2014, pp. 82–87.
Gregory, Jon, *The XVA Challenge: Counterparty Credit Risk, Funding, Collateral, and Capital*, Wiley, 2015.
Hull, John, and Alan White, "Pricing Interest-Rate-Derivative Securities," *Review of Financial Studies,* 3(4), 1990, pp. 573–592.
International Swaps and Derivatives Association (ISDA), "ISDA WGMR Implementation Initiative," 2016 (https://www2.isda.org/functional-areas/wgmr-implementation/、2017年3月14日).
Longstaff, Francis, and Eduardo Schwartz, "Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach," *Review of Financial Studies,* 14(3), 2001, pp. 113–147.
Morini, Massimo, and Andrea Prampolini, "Risky Funding with Counterparty and Liquidity Charges," *Risk*, 24(3), 2011, pp. 70–75.
Pallavicini, Andrea, Daniele Perini, and Damiano Brigo, "Funding, Collateral and Hedg-

ing: Uncovering the Mechanics and the Subtleties of Funding Valuation Adjustments," Working Paper, SSRN eLibrary, 2012 (http://ssrn.com/paper=2161528).

Piterbarg, Vladimir, "Funding beyond Discounting: Collateral Agreements and Derivatives Pricing," *Risk*, 23(2), 2010, pp. 97–102.

———, "Cooking with Collateral," *Risk*, 25(8), 2012, pp. 58–63.

Pykhtin, Michael, "Collateralized Counterparty Credit Risk," in Eduardo Canabarro, ed. *Counterparty Credit Risk: Measurement, Pricing, and Hedging*, Risk Books, 2009, pp. 17–50.

Sherif, Nazneen, "MVA: Swaps Scale New Heights in Complexity," *Risk.net*, 2016 (http://www.risk.net/risk-magazine/feature/2466358/mva-swaps-scale-new-heights-in-complexity、2017 年 3 月 14 日).

———, and Max Chambers, "The Rise of KVA," *Risk*, 28(9), 2015, pp. 30–36.

Woodall, Louie, "Funding Flap," *Risk*, 29(7), 2016, pp. 39–41.

補論 1. XVA の評価式の導出

ここでは、複製ポートフォリオによる偏微分方程式のアプローチ（Burgard and Kjaer [2013]、Green, Kenyon, and Dennis [2014]、Green and Kenyon [2015] 等）を用いて XVA の評価式 (2) を導出する。

自社を B、カウンターパーティを C と表記する。B は、異なる回収率 R_1、R_2 ($R_1 < R_2$) のゼロ・クーポン債 P_1、P_2 を発行しているとする。一方、C は、回収率ゼロのゼロ・クーポン債 P_C を発行しているとする。債券 P_i ($i = 1, 2$) および債券 P_c の利回りを r_i、r_c、B および C のデフォルト強度を λ_B、λ_C、原資産 S および債券 P_C のレポ・レートを q_S、q_C、リスク・フリー・レートを r とする。デリバティブの原資産 S、債券 P_i ($i = 1, 2$) および P_C のダイナミクスを次の確率微分方程式で与える。

$$
\begin{aligned}
dS &= \mu S\,dt + \sigma S\,dW,\\
dP_c &= r_C P_C dt - P_C dJ_C,\\
dP_i &= r_i P_i dt - (1 - R_i)\,P_i dJ_B,\quad i = 1, 2.
\end{aligned}
\tag{A-1}
$$

ここで、W はブラウン運動、J_B, J_C はそれぞれ B, C のデフォルトを表す指示関数である（τ をデフォルト時刻とすると、$J(t) = 1_{\{\tau\leq t\}}$ である）。

債券と CDS のスプレッドがゼロであると仮定すると、

$$
\begin{aligned}
r_i - r &= (1 - R_i)\lambda_B,\quad i = 1, 2,\\
r_C - q_C &= \lambda_C,
\end{aligned}
\tag{A-2}
$$

が成り立つ。

デリバティブ価値を $\hat{V}(t, S, J_B, J_C)$、担保価値を X とする。B および C のデフォルト時のデリバティブ価値を

$$\hat{V}(t, S, 1, 0) = (V - X)^+ + R_B(V - X)^- + X := g_B, \tag{A-3}$$

$$\hat{V}(t, S, 0, 1) = R_C(V - X)^+ + (V - X)^- + X := g_C, \tag{A-4}$$

とおく。ここで、R_B、R_C は回収率である。

評価調整項を含む評価式を導出するため、ヘッジ・ポートフォリオを用いて原資産の価格変動をヘッジすることに加え、カウンターパーティ・リスクをヘッジする

ことを考える。さらに、規制資本、当初証拠金、ヘッジ・ポジションの構築に必要な現金勘定を勘案する。自己資金調達の前提のもと、次のヘッジ・ポートフォリオを考える。

$$\begin{aligned}\mathit{\Pi}(t) =&\delta(t)S(t) + \alpha_1(t)P_1(t) + \alpha_2(t)P_2(t) + \alpha_C(t)P_C(t)\\ &+ \beta_S(t) + \beta_C(t) + \beta_K(t) + \beta_I(t) - \beta_X(t).\end{aligned} \tag{A-5}$$

ここで、原資産 $S(t)$ を $\delta(t)$ 単位、C の発行債券を $\alpha_C(t)$ 単位保有し、対応する現金勘定を $\beta_S(t)$、$\beta_C(t)$ とし、B の発行債券を $\alpha_1(t)$、$\alpha_2(t)$ 単位保有するとする。また、規制資本、当初証拠金および担保に対応する現金勘定は、それぞれ $\beta_K(t)$、$\beta_I(t)$、$\beta_X(t)$ とする。さらに、各現金勘定の変動は、次のとおり与える。

$$\begin{aligned}d\beta_S &= -\delta q_S S\,dt,\\ d\beta_C &= -\alpha_C q_C P_C dt,\\ d\beta_X &= rXdt,\\ d\beta_K &= -\gamma_K Kdt,\\ d\beta_I &= rIdt.\end{aligned} \tag{A-6}$$

ここで、γ_K は資本コスト、K は規制資本、I はカウンターパーティへ差し入れる当初証拠金である。

デリバティブ取引と余剰資金のファイナンスを自社発行の債券 $P_i\,(i = 1, 2)$ を用いて行うとすれば、次の関係式が成り立つ。

$$\hat{V} - X + I + \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 = 0. \tag{A-7}$$

留意すべき点は、自社が差し入れる当初証拠金のみを考慮している点である。当初証拠金は原則として再担保不可能であるため、自社は、受領した当初証拠金を運用するベネフィットを得られない。以下では、デフォルト前の自社の債券ポートフォリオの価値を $P = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2$、デフォルト後の価値を $P_D = \alpha_1 R_1 P_1 + \alpha_2 R_2 P_2$ と記載することとする。

デリバティブ価値 $\hat{V}$ の変動は、伊藤の公式により、

$$d\hat{V} = \frac{\partial \hat{V}}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 \hat{V}}{\partial S^2}dt + \frac{\partial \hat{V}}{\partial S}dS + \Delta\hat{V}_B dJ_B + \Delta\hat{V}_C dJ_C, \tag{A-8}$$

となる。ここで、$\Delta\hat{V}_B$、$\Delta\hat{V}_C$ は、それぞれ $\Delta\hat{V}_B = \hat{V}(t, S, 1, 0) - \hat{V}(t, S, 0, 0)$、$\Delta\hat{V}_C = \hat{V}(t, S, 0, 1) - \hat{V}(t, S, 0, 0)$ である。ヘッジ・ポートフォリオ $\mathit{\Pi}$ は、(A-1)、(A-6) 式

より、

$$
\begin{aligned}
d\Pi = \delta dS &+ \alpha_1 r_1 P_1 dt - \alpha_1(1-R_1)P_1 dJ_B + \alpha_2 r_2 P_2 dt - \alpha_2(1-R_2)P_2 dJ_B \\
&+ \alpha_C r_C P_C dt - \alpha_C P_C dJ_C - \delta q_S S\,dt - \alpha_C q_C P_C dt - \gamma_K K dt + rIdt \\
&- rXdt,
\end{aligned} \tag{A-9}
$$

と計算される。したがって、デリバティブ価値 $\hat{V}$ とヘッジ・ポートフォリオ Π の変動を足し合わせると、

$$
\begin{aligned}
d\hat{V} + d\Pi = &\left\{ \frac{\partial \hat{V}}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 \hat{V}}{\partial S^2} - \delta q_S S + \alpha_1 r_1 P_1 + \alpha_2 r_2 P_2 + \alpha_C r_C P_C \right. \\
&\left. - \alpha_C q_C P_C - rX - \gamma_K K + rI \right\} dt \\
&+ \varepsilon_h dJ_B \\
&+ \left(\delta + \frac{\partial \hat{V}}{\partial S} \right) dS \\
&+ \left(g_C - \hat{V} - \alpha_C P_C \right) dJ_C,
\end{aligned} \tag{A-10}
$$

となる。ここで、

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_h &= \Delta \hat{V}_B - (P - P_D) \\
&= g_B - X + I + P_D,
\end{aligned} \tag{A-11}
$$

である。ε_h は、自社のデフォルト・リスクのヘッジ・エラーに相当する。このヘッジ・エラーは、デフォルト後の自社の債券ポートフォリオの価値 P_D に依存する。

デリバティブ価値 $\hat{V}$ をヘッジ・ポートフォリオ Π を用いて複製することを考える。原資産の変動リスクとカウンターパーティのデフォルト・リスクをヘッジすれば（すなわち、自社のデフォルト・リスク以外をヘッジすれば）、

$$
\delta = -\frac{\partial \hat{V}}{\partial S}, \tag{A-12}
$$

$$
\alpha_C P_C = g_C - \hat{V}, \tag{A-13}
$$

となる。ドリフト項もゼロであることから、次の偏微分方程式を得る。

$$
\begin{aligned}
0 = &\frac{\partial \hat{V}}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 \hat{V}}{\partial S^2} + q_S S \frac{\partial \hat{V}}{\partial S} + \alpha_1 r_1 P_1 + \alpha_2 r_2 P_2 + (r_C - q_C)(g_C - \hat{V}) \\
&- rX - \gamma_K K + rI.
\end{aligned} \tag{A-14}
$$

さらに、(A-7)、(A-11) 式より、

$$\begin{aligned}\alpha_1 r_1 P_1 + \alpha_2 r_2 P_2 &= \alpha_1\{r + (1 - R_1)\lambda_B\}P_1 + \alpha_2\{r + (1 - R_2)\lambda_B\}P_2 \\ &= rX - rI - (r + \lambda_B)\hat{V} - \lambda_B(\varepsilon_h - g_B),\end{aligned} \tag{A-15}$$

と計算されることを用いると、$\hat{V}$ の偏微分方程式は、

$$\begin{aligned}0 = \frac{\partial \hat{V}}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 \hat{V}}{\partial S^2} + q_S S \frac{\partial \hat{V}}{\partial S} - (r + \lambda_B + \lambda_C)\hat{V} \\ + g_C\lambda_C + g_B\lambda_B - \varepsilon_h\lambda_B - \gamma_K K,\end{aligned} \tag{A-16}$$

となる。

リスク・フリー価値を V、評価調整項を U とし、$\hat{V} = V + U$ と表すことにより、評価調整項 U の評価式を導出する。リスク・フリー価値 V は、次のブラック＝ショールズの偏微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial t} + \dfrac{1}{2}\sigma^2 S^2 \dfrac{\partial^2 V}{\partial S^2} + q_S S \dfrac{\partial V}{\partial S} - rV = 0, \\ V(T, S) = H(S), \end{cases} \tag{A-17}$$

を満たす。ここで、$H(S)$ は、満期におけるデリバティブのペイオフである。よって、評価調整項 $U = \hat{V} - V$ の偏微分方程式として、

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} + \dfrac{1}{2}\sigma^2 S^2 \dfrac{\partial^2 U}{\partial S^2} + q_S S \dfrac{\partial U}{\partial S} - (r + \lambda_B + \lambda_C)U \\ = (V - g_C)\lambda_C + (V - g_B)\lambda_B + \varepsilon_h\lambda_B + \gamma_K K, \\ U(T, S) = 0, \end{cases} \tag{A-18}$$

を得る。したがって、ファインマン＝カッツの定理を適用すれば、U の期待値表現が、次のとおり与えられる。

$$\begin{aligned}U = &- \int_t^T \lambda_C(u) E^{\mathbb{Q}}\left[DF(u)(V(u) - g_c(u))^+\right] du \\ &- \int_t^T \lambda_B(u) E^{\mathbb{Q}}\left[DF(u)(V(u) - g_B(u))^-\right] du \\ &- \int_t^T \lambda_B(u) E^{\mathbb{Q}}\left[DF(u)\varepsilon_h(u)\right] du\end{aligned}$$

$$-\int_t^T \gamma_K(u)E^{\mathbb{Q}}[DF(u)K(u)]\,du. \tag{A-19}$$

ここで、$DF(u) := \exp\left\{-\int_t^u (r(s)+\lambda_B(s)+\lambda_C(s))\,ds\right\}$ である。(A-19) 式の第 3 項は、自社のデフォルト時の期待利得に対応する。この期待利得は、調達戦略に応じて異なる。

いま、調達戦略として、回収率 $R_1 = 0$、$R_2 = R_B$ の自社発行の債券を用いて次の債券ポジションを考える。

$$\begin{aligned}\alpha_1 P_1 &= -(\hat{V}-V) = -U,\\ \alpha_2 P_2 &= -\alpha_1 P_1 - \hat{V} + X - I = -(V - X + I).\end{aligned} \tag{A-20}$$

この戦略は、評価調整額を回収率ゼロの債券で調達（または運用）し、担保でカバーされていないリスク・フリー価値を回収率 R_B の債券でファイナンスすることに相当する。これは、Burgard and Kjaer [2013] で提案されている調達戦略と同一である[33]。この戦略のもと、自社のデフォルト時のヘッジ・エラー ε_h は、

$$\begin{aligned}\varepsilon_h &= g_B - X + I + P_D\\ &= (1-R_B)\{(V-X)^+ + I\},\end{aligned} \tag{A-21}$$

となる。ε_h が非負であるため、この調達戦略は、自身のデフォルト時に債券保有者に対して常に利得を生み出すものである。

このとき、評価調整項 U を (A-3)、(A-4) 式を用いて整理すると、次のとおり、XVA の評価式 (2) を得る。

$$U = \mathrm{CVA} + \mathrm{DVA} + \mathrm{FVA} + \mathrm{KVA} + \mathrm{MVA},$$

$$\mathrm{CVA} = -(1-R_C)\int_t^T \lambda_C(u)E^{\mathbb{Q}}[DF(u)(V(u)-X(u))^+]\,du,$$

33 Burgard and Kjaer [2013] では、原資産の変動リスクとカウンターパーティのデフォルト・リスクをヘッジすることを想定しているものの、自社のデフォルト・リスクを完全にヘッジすることを想定していない。そのため、この評価方法は、準複製（semi-replication）とも呼ばれる。Burgard and Kjaer [2013] は、自社のデフォルト時のヘッジ・エラー ε_h が、調達戦略に応じて、異なることを主張している。特に、自社のデフォルト・リスクを完全にヘッジすること（すなわち、$\varepsilon_h = 0$ とすること）は、回収率の異なる自社の債券をダイナミックにポジション調整する戦略を必要とする。Burgard and Kjaer [2013] は、この戦略を実現困難であるとして、より現実的な設定の 1 つとして、上記の調達戦略を提示している（Burgard and Kjaer [2011a, b]、Green, Kenyon, and Dennis [2014] 等も同一の戦略を適用しているといえる）。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{DVA} &= -(1-R_B)\int_t^T \lambda_B(u)E^{\mathbb{Q}}\left[DF(u)(V(u)-X(u))^-\right]du,\\
\mathrm{FVA} &= -\int_t^T s_B(u)E^{\mathbb{Q}}\left[DF(u)(V(u)-X(u))^+\right]du,\\
\mathrm{KVA} &= -\int_t^T \gamma_K(u)E^{\mathbb{Q}}\left[DF(u)K(u)\right]du,\\
\mathrm{MVA} &= -\int_t^T s_B(u)E^{\mathbb{Q}}\left[DF(u)I(u)\right]du.
\end{aligned}
\tag{A-22}
$$

ただし、$s_B(u) = (1 - R_B)\lambda_B(u)$ である。

補論 2.　各種資本規制に対する KVA

CCR 資本、CVA 資本、レバレッジ・エクスポージャーの KVA について、その水準を担保契約別に示す。セットアップについては、取引相手の格付は A 格とし、パラメータは 6 節と同一である。

図 A-1　担保契約別の各種資本規制に対する KVA