

# 購買力平価(PPP)パズルの説明： 時系列的アプローチの視点から

やぶ ともよし  
藪 友良

## 要 旨

本稿では、為替レートの長期的トレンドを説明する購買力平価に関する研究について直観的に紹介する。1990年代半ばまでの研究により、(1)長い目でみると為替レートは購買力平価が提示する均衡値へ戻ること、(2)均衡値からの乖離が半減するまで3~5年かかること(PPPパズルと呼ばれる)がコンセンサスとなった。それ以降の研究では、PPPパズルを説明する多くの仮説が提示されている。これらの仮説のうち、(1)輸送費などの摩擦、(2)構造変化の可能性、(3)財ごとの均衡への収束速度の違いに着目した研究を紹介する。本稿では、購買力平価に関する実証研究に対して、時系列論の発展が重要な貢献をもたらしていることについて、詳細に説明している。

キーワード：為替レート、実質為替レート、購買力平価、PPPパズル、一物一価の法則、半減期、単位根検定

本稿の作成に当たっては、伊藤新、翁邦雄、郡司大志、新谷元嗣、田村晶子、中野聖子、宮崎憲治、藪太一の各氏ならびに金融研究所スタッフから有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。ただし、本稿に示されている意見は、筆者個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りは、すべて筆者個人に属する。

藪 友良 日本銀行金融研究所  
(現 筑波大学大学院システム情報工学研究科、E-mail: tyabu@sk.tsukuba.ac.jp)

## 1 . はじめに

わが国が1973年2月に変動相場制へ移行して以来、名目為替レート（以下、為替レート）は大きく急激な変動を繰り返してきた。同時に、為替レートの変動は日本経済に大きな影響を与えてきた。為替レートとは、通貨の国際的相対価格を表しており、この相対価格の変化は日本経済に大きな影響を与える。例えば、円安は輸出企業の業績を改善させるが、輸入企業の業績を悪化させてしまう。これに対して、円高は輸入企業の業績を改善させるが、輸出企業にとっては業績を悪化させる材料となってしまう。

このように重要な影響力を持つ為替レートは、どのように決定されているのだろうか。為替レートの長期的トレンドを説明する代表的理論として、購買力平価（PPP: Purchasing Power Parity）がある。PPPでは、「同一通貨で計った時に消費財バスケットの価格が全ての国で等しくなる」と主張しており、国際経済モデルにおける最も重要な仮定の1つとなっている。例えば、マネタリー・モデルはPPPが常に成立していると仮定しているのに対し、ドーンブッシュ・モデルはPPPが長期的には成立していると仮定している。近年発展の著しい新しい開放マクロ経済学のモデルでも、PPPが長期的には成立していると仮定しているものが多い（藤木 [2006] 参照）。

本稿は、多くの国際経済モデルにおいて仮定されている、PPPに関する近年の実証研究について展望し、それらの研究結果を直観的に紹介する。PPPの分野では、Froot and Rogoff [1995]、Rogoff [1996]、Sarno and Taylor [2002]、Taylor and Taylor [2004] をはじめとして、既に多数の展望論文が書かれている。これらの展望論文と比較すると、本稿は、PPPの実証研究で用いられた時系列論の手法について、紙数を割いて解説したことに特色がある。したがって、時系列論のPPPへの応用例の展望としても読むことができる。本稿の構成は以下のとおりである。

2節では、一物一価の法則（Law of One Price）、絶対的購買力平価（絶対的PPP）、相対的購買力平価（相対的PPP）について説明し、実際のデータを概観することで相対的PPPが長期的には成立していることを示す。

3節では、単位根検定を中心とした実証研究を紹介する。100年以上の長期データ、または多くの国を含んだパネルデータを使うことで、為替レートは購買力平価が提示する均衡値へ戻ること、均衡値からの乖離が半減するまで3～5年かかることを示す。また、長期データの利点を理解するため、100年の年次データと25年の月次データとでどちらが検出力（Power）は高いのか、という問題を直観的に解説する。

4節では、Rogoff [1996] が指摘したPPPパズル（Purchasing Power Parity Puzzle）について紹介する。1990年代後半の研究では、PPPパズルを説明する多くの仮説が提示されている。これらの仮説のうち、輸送費などの摩擦（Friction）、構造変化の可能性、財ごとの均衡への収束速度の違いに着目した研究を紹介する。これらの研究では、不適切な時系列手法を用いたことが、収束速度を遅めに見積もつ

てしまった原因としている。

5節では、結びに代えて、本稿で触れることができなかったいくつかの論点を紹介する。補論1は中位不偏推定量について、補論2は財ごとの収束速度が異なる場合における推計上の問題を数学的に説明している。

## 2. 購買力平価とは？

2節では、一物一価の法則、絶対的PPP、相対的PPPの概念について詳しく解説する。また、実際のデータを概観することで、相対的PPPが長期的には成立している可能性があることを示す。PPPになじみのある読者は、このまま3節に進んでも本稿の連続性は失われない。

### (1) 絶対的購買力平価

PPPの基本的な考え方は、一物一価の法則に基づいている。これは、同一の財であれば世界中どこでも同一価格が成立している、ことを意味する。つまり、次の(1)式が任意の*i*財について成立している。

$$P_i = SP_i^* . \quad (1)$$

ここで $P_i$ は*i*財の国内価格(円)、 $P_i^*$ は*i*財の外国価格(ドル)、 $S$ は為替レート(円/ドル)である。

例えば、*i*財として電卓を考えよう。いま、日本で電卓は1,000円、米国で15ドル、円/ドルレートは1ドル=100円とする。円建てで見ると、米国の電卓価格は1,500円(=15×100)となる。この場合、電卓を割安の日本から割高の米国へと輸出すれば、1台当たり500円の利益が確実に得られる。このため、日本で電卓を買い、米国で電卓を売る動きが広まる。この裁定取引(Arbitrage)は日本の電卓価格の上昇と米国の電卓価格の低下をもたらす、両国の価格差がなくなるまで(一物一価が成立するまで)続く。これが一物一価の法則の背後にある考え方である。

一物一価の法則が全ての財で成立しているのであれば、さまざまな財の加重平均である物価水準も、世界中で等しくなるはずである。これが絶対的PPPであり、次のように表される。

$$P = SP^* . \quad (2)$$

ここで $P$ は国内物価(円)、 $P^*$ は外国物価(ドル)である。すなわち、絶対的PPPによれば、同一通貨で計った時に、消費財バスケットの価格が自国と外国で等しくなる。

絶対的PPPが成立しているか否か、データを用いて実証的に確認することは以下2つの理由から難しい。第1に、一物一価が成立するまで裁定取引が行われるとの仮定が、輸送費、関税・非関税障壁などの摩擦があるため成立しない可能性がある。これ以外にも、完全競争の仮定が満たされていないため、裁定取引が行われない可能性も存在している。例えば、ある企業が市場独占力を持っているのであれば、日米の異なった市場で異なった価格づけを行うことが企業の最適行動となる（PTM: Pricing To Market）。第2に、物価指数算定に用いられる消費財バスケットが国によって異なるため、たとえ一物一価が成立していたとしても、絶対的PPPを表す(2)式が成立しているとは限らない。また、一般に公表されているデータは、物価水準ではなく物価指数であり、絶対的PPPが成立しているか否かを検証できない<sup>1</sup>。これら2つの理由のため、実証研究では絶対的PPPを検証するのではなく、この後に説明する相対的PPPが検証されることが多い<sup>2</sup>。

## (2) 相対的購買力平価

相対的PPPでは、絶対的PPPが少なくとも変化率において成立するとされる。すなわち、相対的PPPは次の(3)式で表される。

$$\Delta p = \Delta s + \Delta p^* . \quad (3)$$

ここで、 $p$ 、 $p^*$ 、 $s$ はそれぞれ $P$ 、 $P^*$ 、 $S$ の対数、 $\Delta$ は階差オペレーターである<sup>3</sup>。つまり、(3)式は、国内の物価上昇率 = 為替レートの変化率 + 外国の物価上昇率、という関係を示している。絶対的PPPとは異なり、相対的PPPは、物価指数算定に用いられる消費財バスケットのウエイトが各国で異なっても成立し得る。この点を以下の例で示す。

いま、自国、外国に2つの財だけが存在し、かつそれぞれに一物一価が成立している例を考えよう。(4)式、(5)式は自国と外国の物価の対数、(6)式はそれぞれの財について一物一価が成立していることを意味する<sup>4</sup>。

- 
- 1 物価指数とはある基準時の物価水準を用いて各時点の物価水準を指数化した変数である。具体的には、 $t$ 期の物価指数とは、 $t$ 期の物価水準を基準時の物価水準で割り100を掛けたものを指す。このため、 $t$ 期の物価水準の情報は失われてしまう。
  - 2 絶対的PPPの計測例としては、旧経済企画庁による『生計費調査による購買力平価及び内外価格差の概況』、およびOECDによる国際比較プログラム（ICP: International Comparison of Program）が存在している。しかし、これらは基準年以外は延長推計であり、基準年のデータの連続性が保たれていないなど問題点もある（柏木・中居 [1999] 参照）。
  - 3  $\Delta p_t = p_t - p_{t-1}$ である。ここで、 $p_t = \ln(P_t)$ であるから、 $p_t - p_{t-1} = \ln(P_t/P_{t-1}) = \ln(1 + (P_t - P_{t-1})/P_{t-1}) \cong (P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$ となる。よって、 $\Delta p_t$ は物価上昇率を近似したものに等しい。
  - 4 物価は幾何平均で与えられるとする。つまり、 $P = P_1^\alpha P_2^{1-\alpha}$ と表せる。ここで、 $P_i$ は $i$ 財の価格を表している。

$$p = \alpha p_1 + (1 - \alpha) p_2, \quad (4)$$

$$p^* = \alpha^* p_1^* + (1 - \alpha^*) p_2^*, \quad (5)$$

$$p_1 = s + p_1^*, \quad p_2 = s + p_2^*. \quad (6)$$

ここで、 $\alpha$ は国内における第1財の物価へのウエイトであり、外国のウエイト $\alpha^*$ と異なるとする( $\alpha \neq \alpha^*$ )。また、これらのウエイトは時間を通じて一定とする。

まず、外国の物価である(5)式は次の(7)式のように書き換えられる。

$$p^* = \alpha p_1^* + (1 - \alpha) p_2^* + (\alpha^* - \alpha)(p_1^* - p_2^*). \quad (7)$$

次に、(4)、(6)、(7)式を使って、 $s + p^*$ は(8)式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} s + p^* &= [\alpha s + (1 - \alpha)s] + [\alpha p_1^* + (1 - \alpha)p_2^* + (\alpha^* - \alpha)(p_1^* - p_2^*)] \\ &= \alpha(s + p_1^*) + (1 - \alpha)(s + p_2^*) + (\alpha^* - \alpha)(p_1^* - p_2^*) \\ &= \alpha p_1 + (1 - \alpha) p_2 + (\alpha^* - \alpha)(p_1^* - p_2^*) \\ &= p + (\alpha^* - \alpha)(p_1^* - p_2^*). \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式を見ると、物価へのウエイトが異なっているため、偶然 $p_1^* = p_2^*$ でない限り絶対的PPPは成立しない、ことがわかる。

ここで、外国において2つの財の相対価格は時間を通じて一定としよう。つまり、 $\Delta(p_1^* - p_2^*) = 0$ とする。この時、(8)式の関係を使って次の関係が導ける。

$$\Delta s + \Delta p^* = \Delta p + (\alpha^* - \alpha)\Delta(p_1^* - p_2^*) = \Delta p + 0. \quad (9)$$

つまり、相対価格が時間を通じて一定であれば、たとえ物価へのウエイトが異なっても、相対的PPPは成立し得る<sup>5</sup>。

以上の例から、相対的PPPは絶対的PPPよりも緩い条件のもとでも成立し得ることがわかった。もちろん、絶対的PPPと同様に、一物一価が成立するまで裁定取引が行われるとの仮定が、輸送費、関税・非関税障壁などの摩擦があるため成立しない可能性がある。このため、実際には相対的PPPが常に成立しているとは限らない。

最後に、絶対的PPPと相対的PPPが持つ、実質為替レート( $Q = SP^*/P$ )に対する含

5 これに対して、相対価格が時間を通じて一定であったとしても、絶対的PPPは成立しない。また、ウエイトや相対価格が時間を通じて一定とする仮定は、現実的には必ずしも成立していない。これらが変化する場合は、4節(2)で詳しく議論する。

意を考える。絶対的PPP ( $SP^* = P$ ) が成立しているならば、実質為替レートは1となる。これに対して、相対的PPPが成立しているならば、実質為替レートは任意の定数となる。つまり、絶対的PPPのもとでは実質為替レートは1であるのに対し、相対的PPPのもとでは実質為替レートは任意の水準にとどまりさえすればよい。この意味でも、相対的PPPが絶対的PPPよりも緩い条件であることがわかる。

### (3) データの概観

以下では、一物一価が成立しているのか否か、個別商品の価格調査例を2つ紹介しながら検討する。次に、円/ドルレートを例に、相対的PPPが成立しているのか否か検討する。

#### イ．価格調査を用いた一物一価の法則の検討

第1の例として、英国『エコノミスト (The Economist)』誌が、毎年、世界主要都市でビッグマックの価格を調査・公表している結果を用いる。表1には、2007年1月31日時点のビッグマックの現地通貨価格、ドル建価格を載せている。表1を見ると、ドル建価格は米国で3.22ドル、中国で1.41ドル、日本で2.31ドル、スイスで5.05ドルと国によって違いがあるのがわかる。このように、ドル建価格が異なる理由は何であろうか。ビッグマックを作るのに必要なビーフパティ、チーズ、レタスなどは貿易可能な財であり裁定取引が可能である。しかし、ビッグマックを調理・販売するには、現地で店舗を借り、店員を採用する必要がある。これらは非貿易財であり、これらの非貿易財は裁定取引が困難である。以上から、ビッグマックのように生産・販売に非貿易財を多く必要とする財については、一物一価が成立しにくいことがわかる<sup>6</sup>。

表1 ビッグマック価格

	ビッグマック価格			為替レート(対ドル)
	現地通貨		ドル建て	
アメリカ	\$	3.22	3.22	
中国	元	11.00	1.41	7.77
日本	¥	280.00	2.31	121.00
スイス	SFr	6.30	5.05	1.25

備考：ここで為替レートは、2007年1月31日時点の為替レート（対ドル）を用いている。日本の場合は1ドル=121円、中国は1ドル=7.77元を表している。ここで、ビッグマック価格を使って一物一価を成立させるレートを求めることができる。日本の場合は日本の円価格を、米国のドル価格で割ったものとして求めることができる。つまり、 $280/3.22=86.96$ となる。

資料：英国『エコノミスト』誌から筆者作成

6 ビーフパティ、チーズ、レタスなどの要素価格ごとの裁定を詳細に調べたParsley and Wei [2003]がある。



第2の例として、オーストラリアの投資銀行であるコモンウェルス証券が iPod (2GB NANO) の価格を調査・公表している結果を用いる。2007年1月の調査によると、価格は米国で149ドル、中国で179ドル、日本で147ドル、スイスで175ドルであった。貿易財であるiPodの価格差は世界中で非常に小さく、米国と日本の価格差は1%にすぎない。

以上2つの例から、貿易財であれば一物一価が成立しやすいのに対して、非貿易財であれば成立しにくいことがわかる。また、上記の例では、異なった国の価格差を見てきたが、同じ国の異なった都市で調べると、これらの価格差は小さいことが知られている (Engel and Rogers [1996]、Crucini and Shintani [2002] 参照)。

#### ロ．物価指数を用いた相対的PPPの検討

以下では、購買力平価を成立させるPPPレートの動きをみていく。ここで、PPPレートはどのように算出するのであろうか。仮に、物価水準がわかっているならば、PPPレートは $P^*/P$ として定義される。しかし、各国政府は物価水準ではなく物価指数だけを公表しているため、基準時 (PPPが成立していた年) を決める必要がある。ここで基準時を0期とすると、任意の $t$ 期のPPPレートは次のように表せる。

$$\text{PPPレート} = S_0 \frac{P_t/P_0}{P_t^*/P_0^*} .$$

つまり、0期の為替レートを自国と外国の相対物価を用いて延長推計したものとなる。ここで、0期においてPPPレートは為替レート ( $S_0$ ) に等しい。

図1で、1973年2月から2006年12月までの円/ドルレート (実線、月末値) また PPPレート (破線) を描いた。PPPレートは、変動相場制の始まった1973年2月を基準時として、消費者物価指数 (CPI) と企業物価指数 (CGPI) を用いて算出した<sup>7</sup>。まず、この30年間の円/ドルレートの最安値は月末値で見ると1975年12月の305円、最高値は1995年5月の83円であった<sup>8</sup>。図1から、この間の円/ドルレートの変動は、長期的には円高基調であるが、短中期的には大きな波動を描いていたことがわかる。大きな波動としては、1973年から1995年までは円高基調、そこで反転して以降、為替レートは円高・円安に振れるものの、115円前後で比較的安定して推移してきたと言える。

次に、購買力平価を成立させるPPPレートをみてみよう。非貿易財をより多く含んだCPI基準では、為替レートとのフィットはかなり悪い。これに対して、貿易財をより多く含んだCGPI基準のPPPレートは為替レートの動きを良く追っている。し

7 日本の企業物価指数とは、2002年12月に、価格調査段階での選択基準の変更に合わせて (製造段階での調査価格割合を増加) それまでの卸売物価指数 (WPI) から改名されたものである。米国については、日本の企業物価指数に対応した統計として、生産者物価指数 (PPI) を用いている。

8 瞬間的な最高値は1995年4月19日の1ドル = 79円75銭である。

図1 為替レートとPPPレート



備考：ここで基準年を0期とすると、任意の*t*期のPPPレートは次のように表せる。

$$\text{PPPレート} = S_0 \frac{P_t / P_0}{P_t^* / P_0^*}$$

物価指数として、消費者物価指数(CPI)と日本の企業物価指数(CGPI)、米国の生産者物価指数(PPI)を用いている。

資料：物価はInternational Financial Statistics、円/ドルレート(月末値)は日本銀行ホームページより入手。

しかし、CGPI基準であっても、為替レートとPPPレートとの乖離は大きく、その差が縮小するのにかなりの時間がかかっている。つまり、短期的にPPPは成立していないが、長期的にPPPは成立している可能性を示唆している。

### 3. 単位根検定

3節では、単位根検定を用いたPPPに関する実証研究を紹介する。初期の研究では、短期の時系列データを使うことで、PPPが成立しているかどうかをテストした。しかし、PPPを支持する強い結果は得られなかった。その後の研究では、検出力を上げるため、100年以上に及ぶ長期データ、または多くの国を含んだパネルデータ



を使うことが行われ、PPPが長期的には成立していることが示された。以下では、(1)初期の分析、(2)長期データを使った分析、(3)パネルデータを使った分析を紹介していく。

## (1) 初期の分析

### イ. 単位根検定によるPPP成立の検討

PPPが成立しているか否かを検討するためには、実質為替レート ( $Q = SP^*/P$ )がある値に等しくなっているかどうかを調べればよい。2節(2)で説明したように、絶対的PPPが成立しているのであれば、実質為替レートは常に1に等しくなる。しかし、 $P$ 、 $P^*$ として利用可能なデータは物価水準ではなく物価指数であるため、絶対的PPPが成立しているか否かを検証できない。これに対して、相対的PPPが成立しているのであれば、実質為替レートはなんらかの定数に等しい。このため、物価指数のデータだけからも、実質為替レートがなんらかの定数に収束しているかを見ることで、相対的PPPが成立しているかを検証することができる。

実際に相対的PPPが成立しているか否かを検討するには、実質為替レートの対数を取った系列 ( $q_t$ )が定常 (Stationary) であるか、単位根検定 (Unit Root Test)を行えばよい<sup>9</sup>。具体的には、 $q_t$ は1階の自己回帰モデル (First-Order Autoregressive Process: AR(1))に従う。

$$q_t = \mu + \rho q_{t-1} + u_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (10)$$

ここで、 $u_t \sim \text{i.i.d.} N(0, \sigma^2)$ とする<sup>10</sup>。

検定に当たっての帰無仮説は  $\rho = 1$ 、対立仮説は  $|\rho| < 1$  である。 $\rho = 1$  であれば、 $q_t$  は非定常 (Non-Stationary) なプロセスであり、ランダムウォーク (Random Walk) と呼ばれる。また、 $|\rho| < 1$  であれば  $q_t$  は定常なプロセスである。PPPが長期的に成立していると解釈できる結果は、帰無仮説を棄却し対立仮説が支持された場合を指す。なぜなら、 $|\rho| < 1$  であれば、実質為替レートは以下に示すようになんらかの定数に収束しており、相対的PPPを支持する結果となるからである<sup>11</sup>。

9 単位根検定が行われる以前のPPPに関する研究は、Froot and Rogoff [1995] を参照されたい。

10 単純化のため、本稿ではAR(1)モデルを使って説明を行う。しかし、現実には一般的なAR(k)モデルとして分析されている。そして、最適なラグ数であるkをどのように選ぶかは非常に重要な問題となっている。このようなラグ選択の問題については、Ng and Perron [2001] を参照されたい。また、単位根検定に関心のある読者は、Stock and Watson [2003]、Hamilton [1994] が良著である。

11 ここで定数項を含めているのは、相対的PPPを検証しているためである。つまり、実質為替レートが任意の定数に収束しているかが重要になっている。仮に、物価指数ではなく物価水準を使っていて、絶対的PPPを検証したいのであれば、検証すべきは  $\mu = 0$ 、 $|\rho| < 1$  となる。つまり、実質為替レートの対数が0に収束しているかを検証することになる。

$|\rho| < 1$ であれば実質為替レートがなんらかの定数に収束していくことを確認するために、簡単化のため $\mu=0$ 、 $q_{t-1}=0$ （実質為替レートが $t-1$ 期に0で均衡）として、 $t$ 期に生じた1単位のショックが、将来の実質為替レートにどのような影響を与えるかを調べてみよう。この影響はインパルス応答関数と呼ばれる。

いま、 $u_t=1$ で、 $t$ 期以後のショックはすべて0 ( $u_s=0$  for  $s>t$ ) とする。 $t$ 期に生じた1単位のショックのため、 $t$ 期の実質為替レートは(10)式から1となる。 $t$ 期以後のショックは0であるから、実質為替レートは $t+1$ 期に $\rho$ 、 $t+2$ 期には $\rho^2$ 、 $t+T$ 期には $\rho^T$ となる。ここで十分大きな $T$ を考えると、 $|\rho| < 1$ であれば $\rho^T$ はほぼ0であり、実質為替レートは長期均衡である0に収束していく。これに対して、 $\rho=1$ であれば乖離は永久に1のままである。この意味で、 $|\rho| < 1$ であればPPPを支持する結果といえる。

1980年代には、多くの研究が単位根検定を行ったが、 $\rho$ の推定値 ( $\hat{\rho}$ ) は1に近く帰無仮説を棄却できなかった。つまり、結果はPPPを支持するものではなかった。この結果の解釈に当たって注意すべきなのは、帰無仮説が棄却できず採択されたことは、帰無仮説が正しいということ意味しない。ここでの結果は、帰無仮説と対立仮説のどちらが正しいかわからないということにすぎない。

#### ロ．半減期によるモデルの妥当性の検討

単位根検定の結果がPPPを支持するか否かという点に加えて、PPPが支持された場合に、どれぐらいの速度で長期均衡からの乖離が縮まるかとの点も、国際経済モデルの妥当性を考えるうえで重要な指標となる。つまり、国際経済モデルから推測される収束速度が、現実データから観察される収束速度に近いかどうかは、モデルの妥当性を計る上で重要な情報となっている。

長期均衡への収束速度を計る定義の一つとして半減期 (Half Life) がある。これは、均衡からの乖離が半減するのに必要な期間である。上記のAR(1)モデルであれば、 $\rho^T=0.5$ を満たす $T$ が半減期ということになり、 $T = \ln(0.5)/\ln(\rho)$ として表される。例えば、 $\rho=0.85$ であれば、半減期は4.26 ( $\equiv \ln(0.5)/\ln(0.85)$ ) 期となる。 $\rho=0.97$ であれば、半減期は25期となる。このように、 $\rho$ が1に近づくにつれて半減期が長くなるのに対して、 $\rho$ が0に近づくにつれ半減期は短くなっていく。

## (2) 長期データを使った分析

初期の研究においてPPPを支持する結果が得られなかった理由として、Frankel [1986, 1990] は単位根検定の検出力の低さを挙げている<sup>12</sup>。彼は、実質為替レートが均衡へと収束する速度は非常に遅いため、収束しているかどうかを判断するには

12 検出力とは、対立仮説が正しい時に帰無仮説を棄却する確率である。例えば、真のモデルで $\rho=0.9$ とする（対立仮説が正しい）。この時、帰無仮説 $\rho=1$ を棄却する確率が検出力となる。よって、検出力が高ければ高いほどよい。

長い期間にわたるデータが必要だと指摘した。そして、100年以上（1869～1984年）に及ぶ長期の年次データ（ドル/ポンド）を使うことで、 $\hat{\rho}$ は0.86で有意に1より小さい（半減期は4.6年）ことを示した。このほか、Ito [1997] は1879～1995年の年次データ（円/ドル）を使い、 $\hat{\rho}$ は0.83で有意に1より小さい（半減期は3.7年）とした。Taylor [2002] は、20国の100年以上に及ぶ長期の年次データを分析し、そのほとんどでPPPが成立しているとした。この他にも、長期の年次データを分析した多くの研究がPPPを支持する結果を得ている<sup>13</sup>。

#### イ．単位根検定における頻度と期間の関係

なぜ長期の年次データを使うことで検出力が高まるのだろうか。ここで疑問として生じるのは、100年の年次データと、25年の月次データとで、どちらが検出力が高いのかということである。長期データであれば年次で利用可能、至近のデータだけを使うのであれば月次で利用可能という状況は、実証分析に携わる者にとって頻繁に直面する問題である。100年の年次データであれば標本数  $T=100$ 、25年の月次データであれば  $T=300 (=25 \times 12)$  となる。この時、標本数の多い25年の月次データを使うべきなのか。答えは、単位根検定においては標本数の多さではなく期間（Span）が長いデータを選択すべきということである。この場合であれば、100年の年次データが望ましい。ここで重要なのは、頻度（Frequency）を上げていくと、 $\rho$ は1に近づいていくということである。現実には利用可能ではないが、秒時のデータを考えよう。この時、 $q_t$ と $q_{t-1}$ ではほとんど同じため、 $\rho$ は限りなく1に近い。

ここで四半期と年次データとの関係を考えよう。四半期で $q_t = \rho q_{t-1} + u_t$ ならば、年次では次のように書ける。

$$q_t = \rho^4 q_{t-4} + u_t + \rho u_{t-1} + \rho^2 u_{t-2} + \rho^3 u_{t-3} .$$

つまり、四半期の係数を4乗したものが年次の係数となっている。逆にいえば、年次の係数を1/4乗したものが四半期の係数である<sup>14</sup>。同様に、月次の係数を12乗したものが年次の係数となり、年次の係数を1/12乗したものが月次の係数となる。例えば、年次データで $\rho=0.85$ とするならば、四半期では $\rho^{1/4} \cong 0.96$ 、月次データでは $\rho^{1/12} \cong 0.98$ となる。つまり、頻度が上がれば、 $\rho$ は1に近づいていく。単位根検定における頻度と期間についての議論はShiller and Perron [1985]、Perron [1991] に詳しい。

13 100年単位で物価指数を分析する際には、電気等が使われていない時代と現代の物価を比較しているため、消費財バスケットの大きな変容に伴う問題については注意が必要かもしれない。

14 このことを理解するために、半減期について考えてみよう。四半期で見た場合の半減期は $\ln(0.5)/\ln(\rho)$ となり、年次では $\ln(0.5)/\ln(\rho^{1/4}) = 4 \ln(0.5)/\ln(\rho)$ となる。つまり、四半期の半減期を4倍したものが年次の半減期という当然の結果となる。

## ロ．モンテカルロ実験による検出力の検討

以下には、単位根検定の検出力の低さと、長期データを使うことで検出力がどれくらい上がるのか、モンテカルロ実験により示す<sup>15</sup>。いま、真のモデルが(10)式(再掲)だとする<sup>16</sup>。

$$q_t = \mu + \rho q_{t-1} + u_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (10)$$

ここで、 $\mu=0$ 、 $q_0=0$ (初期値)、 $u_t \sim \text{i.i.d.N}(0, 1)$ とする。このモデルから乱数 $u_t^{(1)}$ を発生させて $q_t^{(1)}$ を作る。例えば、 $q_0=0$ であるから、

$$q_1^{(1)} = u_1^{(1)}, \quad q_2^{(1)} = u_2^{(1)} + \rho u_1^{(1)}, \quad q_3^{(1)} = u_3^{(1)} + \rho u_2^{(1)} + \rho^2 u_1^{(1)}, \dots, \\ q_T^{(1)} = u_T^{(1)} + \rho u_{T-1}^{(1)} + \rho^2 u_{T-2}^{(1)} + \dots + \rho^{T-1} u_1^{(1)},$$

となる。そして、発生させたデータを使って、 $q_t^{(1)}$ を定数項と $q_{t-1}^{(1)}$ で回帰し、単位根検定を行う<sup>17</sup>。2回目の実験も、同様に乱数 $u_t^{(2)}$ を発生させて $q_t^{(2)}$ を作り単位根検定をする。このような実験を計2,000回行い、単位根検定を棄却した確率を求めた。例えば、2,000回の実験のうち、500回で帰無仮説を棄却したならば、帰無仮説を棄却した確率は25%(=500/2,000)となる。

表2には、標本数 $T=25, 50, 100, 150, 300$ 、 $\rho=0.85, 0.96, 0.98$ の場合について、モンテカルロ実験によって得られた検出力を載せている。実験において常に対立仮説が正しい( $|\rho| < 1$ )わけであるから、帰無仮説( $\rho=1$ )を棄却した確率とは検出力に他ならない。先に議論したように、 $\rho=0.85$ は年次とすると、 $\rho=0.96$ は四半期、 $\rho=0.98$ は月次データを表している。

表2を見ると、 $\rho=0.85$ 、 $T=25$ の場合は検出力が10%にすぎない。つまり、25年の年次データでは対立仮説が正しい場合でも、帰無仮説を棄却することは非常に難しい。これに対して、頻度を一定にして標本数を増やしていくと検出力は飛躍的に向上していく。表2の1行目を見ると、25年で10%だった検出力は、50年で23%、100年で65%、150年で94%、300年で100%に上がっていく。以上から、25年のような短

15 モンテカルロ実験とは、シミュレーションや数値計算を、乱数を発生させて行う手法である。乱数を繰り返し発生させるという手法が、カジノでの賭博に類似していることから、カジノで有名なモナコ公国の4地区の一つであるモンテカルロから名づけられた。

16 真のモデル(DGP: Data Generating Process)は、実際には分析者が知り得ない、データを発生させている本当のモデルである。モンテカルロ実験では、この真のモデルをわれわれが知っているとして仮定したうえで、データを発生させて統計量の性質を調べている。通常の仮説検定の場合は真のモデルがわからないので検定結果の解釈には不確実性がつきまとうが、モンテカルロ実験の場合はその問題が解消できる。

17 最小2乗法(OLS: Ordinary Least Squares)によって推計を行った。また、検定はDickey-Fuller Testを使った。

表2 検出力

		$T$				
		25	50	100	150	300
$\rho$	0.85	0.107	0.229	0.650	0.937	1.000
	0.96	0.073	0.070	0.108	0.155	0.418
	0.98	0.070	0.055	0.072	0.071	0.150

備考：モンテカルロ実験において、2,000回実験を繰り返すことで検出力を求めた。モデルの説明などは本文でなされている。

資料：筆者作成

期データではなく、100年を超える長期データが、単位根検定で帰無仮説を棄却するために必要なことがわかった。

長期のデータを用いることで得られた検出力は、頻度の高い短期のデータでは達成できないのだろうか。表2の2行目をみると、25年分の4半期データ( $\rho=0.96$ 、 $T=100$ )の場合、検出力は10%である。表2の3行目をみると、25年分の月次データ( $\rho=0.98$ 、 $T=300$ )を使っても、検出力は15%に過ぎないことがわかる。このように、25年分のデータで年次から四半期や月次へと頻度を上げて、検出力の改善は非常に小さい。検出力の改善のためには、頻度を上げるのではなく期間を延ばすことがより大事である。

### (3) パネルデータを使った分析

長期データを使うことの問題点は、構造変化を無視した分析を行ってしまう可能性が生じることである。例えば、100年以上のわが国の為替レートを扱う場合、その間に金本位制、変動相場制、固定相場制、変動相場制という4つの為替相場制度が採用されているにもかかわらず、為替レートを発生させる統計モデルは同一であるとの仮定を置かねばならない。

この問題点に対処するために、構造変化が生じる危険のある長期データを使わず、短期間ではあるが多数の系列を含んだパネルデータを使う方法が提案されてきた。長期データを用いることの利点は、頻度を一定にして期間を延ばすことで、標本数を増やすことにあった。これに対して、パネルデータ分析を行う利点は、頻度を一定にして多数の系列を同時に扱うことで、標本数を増やすことである。

パネルデータ分析について簡単に説明しよう。データとして $N$ 系列あるとする。例えば、日本と米国だけでなく多数の国を含めることで、1系列のデータではなく、 $N$ 系列のデータを使うことが可能となる。ここで、各系列は次の(11)式のプロセスに従うとする。



$$q_{i,t} = \mu + \rho q_{i,t-1} + u_{i,t} \quad \text{for} \quad i = 1, \dots, N \text{ and } t = 1, \dots, T. \quad (11)$$

ここで、 $\rho$ の値（収束速度）は各系列同一であり、帰無仮説は $\rho=1$ 、対立仮説は $|\rho|<1$ である<sup>18</sup>。つまり、帰無仮説は全ての系列でPPPが成立していないとしている。

Abuaf and Jorion [1990] は、1973～87年のパネルデータ（10系列）を使うことで帰無仮説を棄却し、PPPを支持する結果を得ている<sup>19</sup>。Frankel and Rose [1996] は、1948～92年のパネルデータ（150系列）を使ってPPPを支持する結果を得ている。彼らは、変動相場制以降（1973～92年）のデータだけを使っても同様の結果を得ている。半減期は約4年であった。他にも多数の研究があり、PPPを支持する結果が得られている。

これらの研究に対して2つの批判がなされてきた。第1に、(11)式では各系列のショックが相互に無相関と仮定されていることである。しかし、この仮定は高度に統合化された国際金融市場では非現実的であろう<sup>20</sup>。O'Connell [1998] は、各系列のショックの相関を考慮しないならば、PPPを支持する方向でバイアスがかかると主張した。

第2に、帰無仮説が全ての系列でPPPが成立していないとしていることである。この帰無仮説のもとでは、 $N$ 系列のうちのどれか一つの系列でもPPPが成立していれば、帰無仮説が棄却されてしまう。Taylor and Sarno [1998] は、この問題点を指摘し、帰無仮説として少なくとも1系列でPPPが成立していない、とする統計量を提案した。このため帰無仮説を棄却したということは、全ての系列でPPPが成立しているということの意味する。しかし、Taylor and Taylor [2004] は、このような統計量の検出力は低くはっきりとした結果を得ることは難しいとしている。

## 4 . PPPパズル

これまで紹介してきた1990年代半ばまでの研究で、PPPは長期的には成立しているものの、均衡からの乖離が解消されるのにかなりの時間がかかることがわかってきた。Rogoff [1996] は、こうした結果を総括し、実質為替レートの変動が非常に大きいこと、実質為替レートの均衡からの乖離が解消されるのに長い時間（半減期3～5年）がかかることを指摘し、この結果をPPPパズルと呼んだ。その後、

18 各系列が異なった収束速度を持つとした検定は、Taylor and Sarno [1998] を参照されたい。

19  $\rho$ 値は16%であったので、強い結果ではなかった。彼らは、長期時系列（1901～72年）を使ったパネル分析も行い、PPPをサポートする結果を得ている。半減期は3.3年であった。

20 Abuaf and Jorion [1990] は、これらの相関を考慮している数少ない研究の一つである。また、Frankel and Rose [1996] は無相関と仮定している。

Murray and Papell [ 2002 ] は、PPPパズルがより深刻になる可能性を指摘している (詳しくは補論1を参照)。

これらの結果がPPPパズルと呼ばれる理由は、経済モデルではこのような実質為替レートの性質を説明できないからである。例えば、Chari, Kehoe, and McGrattan [ 2002 ] は、価格粘着性を考慮した動学的一般均衡モデルでカリブレーションを行うことで、実質為替レートの半減期は1.5年程度と短いことを示した。つまり、価格粘着性を考慮したモデルでは、なぜ半減期が3～5年もかかるのかを説明できなかったのである。

1990年代後半の研究では、PPPパズルを説明する多くの仮説が提示されている。本稿ではこれらの仮説のうち、輸送費などの摩擦、構造変化の可能性、財ごとの均衡への収束速度の違いの3つを取り上げ、それぞれについて詳しく紹介する。

### (1) 輸送費などの摩擦 (非線形性)

Obstfeld and Taylor [ 1997 ] は、PPPパズルの原因は、輸送費、関税・非関税障壁などの摩擦が原因であると指摘している。彼らは、これらの摩擦のために、2国間で価格差が十分大きくないと裁定取引が生じないこと、さらに、これらの摩擦を考慮していないこれまでの研究は、PPPへの収束速度を遅く推定してしまっていると主張した。

摩擦の存在が、実質為替レート ( $Q_t = S_t P_t^* / P_t$ ) に与える影響について、以下では簡単な数値例で示す。説明の簡単化のため、絶対的PPPが成立しているとする。つまり、均衡において  $Q_t = 1$  ( $q_t = 0$ ) となる。摩擦がないなら、 $Q_t > 1$  ( $S_t P_t^* > P_t$ ) であれば、外国物価が国内に比べて割高であり、国内から外国へ財が輸出されることで価格差が縮小する。しかし、摩擦の存在のため、 $Q_t > 1$  であったとしても、 $Q_t$  が1より十分に大きくないならば裁定取引は行われない。例えば、 $Q_t = 1.1$  としよう。つまり、外国は自国に比べて10%だけ割高である。この場合、価格差は輸送費などを考慮すると十分ではない可能性がある。これに対して、 $Q_t = 2$  としよう。この時、外国は自国に比べて2倍も割高であり、輸送費などを考慮しても裁定取引が行われるであろう。

以上から、 $Q_t$  が十分1より大きい (価格差が十分大きい) ならば、初めて裁定取引は行われる。これは、 $Q_t < 1$  の場合も同様であり、この場合は  $Q_t$  が1より十分に小さいならば、裁定取引は行われる。このように、輸送費などの摩擦の存在は、内外価格差が摩擦の範囲内に収まっている場合に裁定取引を妨げ、実質為替レートが絶対的PPPから乖離する可能性を高める。

### イ . Band-Threshold Autoregressiveモデル

輸送費などの摩擦の存在によって、実質為替レートが絶対的PPPから乖離すると仮説を定式化した代表的モデルは Band-Threshold Autoregressive Model (以下、Band-TARモデル) と呼ばれ、次の(12)式のように定式化できる。



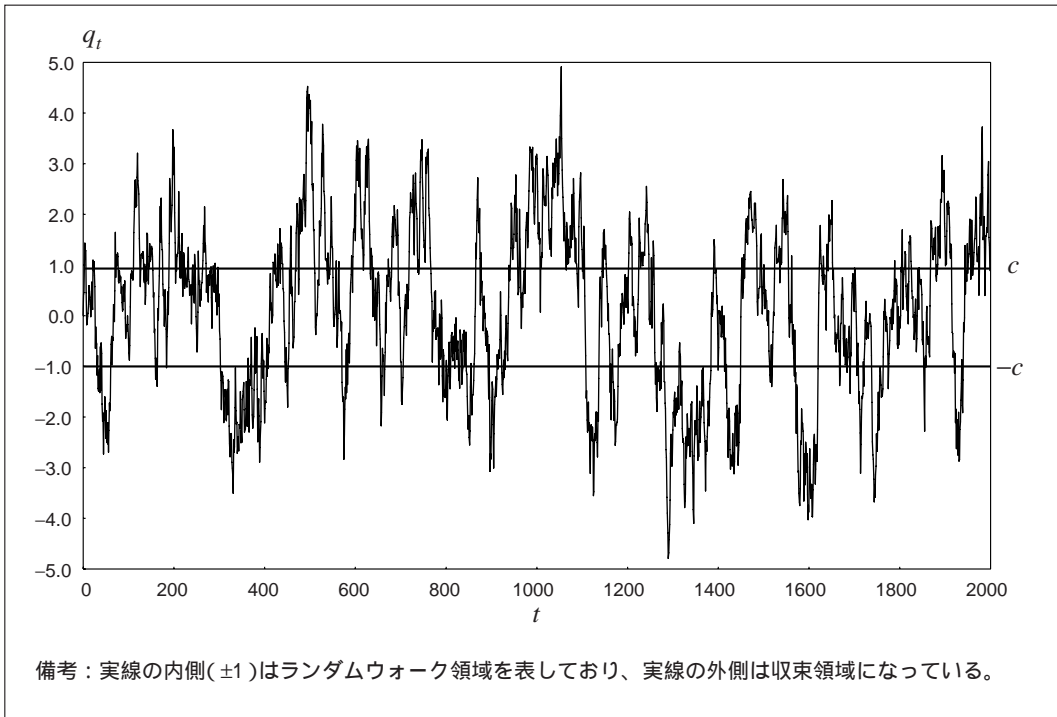
$$\Delta q_t = \begin{cases} \lambda^{out}(q_{t-1}-c)+u_t & \text{if } c < q_{t-1} \\ u_t & \text{if } -c \leq q_{t-1} \leq c \\ \lambda^{out}(q_{t-1}+c)+u_t & \text{if } q_{t-1} < -c \end{cases} \quad (12)$$

ここで、 $c$ は輸送費などの摩擦を表すパラメータであり、摩擦が大きいほど $c$ は大きい値を取る ( $c > 0$ )。また、 $\lambda^{out}$ は $c$ への収束速度を表すパラメータであり、収束速度が速いほど $\lambda^{out}$ は-1に近い値を取る ( $-2 < \lambda^{out} < 0$ )。

(12)式によれば、 $c \geq |q_{t-1}|$ であれば、内外価格差は十分ではないため裁定取引は行われず、 $q_t$ はランダムウォークに従う。摩擦が大きいほど $c$ は大きくなるため、ランダムウォーク領域は拡大する。これに対して、 $c < |q_{t-1}|$ であれば、内外価格差が十分に開いているため裁定取引が行われる。つまり、裁定取引による収束の動きが存在する。

Band-TARモデルがどのようなプロセスかを示すため、簡単なシミュレーションを行った。(12)式において、 $c=1$ 、 $\lambda^{out}=-0.1$ 、 $u_t \sim \text{i.i.d.N}(0, 0.5^2)$ 、 $q_0=0$ (初期値)とする<sup>21</sup>。これらのパラメータ値を使って、(12)式をもとに発生させた2,000期分のデータを図2に描いた。図2からは、 $q_t$ が0の周りを変動していることがわかる。図2の2つの実線で示した閾値 ( $\pm c$ ) の内側の領域がランダムウォーク領域であり、そ

図2 Band-TARモデル



21 これらの値を利用する妥当性については、Obstfeld and Taylor [ 1997 ] を参照されたい。

の外側が収束領域となっている。つまり、 $q_t$  はひとたび閾値の外側にでると、閾値へと向かって収束していくのである。

これまでの分析から、実質為替レート  $q_t$  が非線形なプロセスとなることがわかった。この非線形性が為替レートのプロセスに与える影響は何であろうか。図1では、為替レートがPPPレートを中心に大きく変動していることが示されていた。もし実質為替レートがBand-TARモデルに従うのなら、為替レートがPPPレートの近傍にある時は、為替レートがPPPレートへ収束する動きがなく、為替レートがPPPレートから大きく離れた時に初めて収束が生じるとの含意が得られる。

#### ロ・Band-TARモデルの半減期

図2では、(12)式のBand-TARモデルにおいて、実質為替レートの収束は閾値 ( $\pm c$ ) に向かって生じていることが確認された<sup>22</sup>。この結果は、(10)式で  $\mu=0$  ならば、実質為替レートの収束がゼロに向かって生じたことと異なっている。Band-TARモデルにおいては、この点を踏まえ、半減期の定義は閾値 ( $\pm c$ ) からの乖離が半減するのに必要な期間、とされる。

以下では、 $c < q_{t-1}$  の場合に半減期をどのように計算できるかを示す。まず、実質為替レートのプロセスは次の(13)式となる((12)式参照)。

$$\Delta q_t = \lambda^{out} (q_{t-1} - c) + u_t \quad (13)$$

説明の簡単化のために、(13)式を次の(14)式に書き換える。

$$q_t - c = (1 + \lambda^{out}) (q_{t-1} - c) + u_t \quad (14)$$

ここで、 $q_{t-1} - c = 0$ 、 $u_t = 1$ 、 $t$  期以後のショックは0 ( $u_s = 0$  for  $s > t$ ) としよう。すなわち、 $t-1$  期に実質為替レートが閾値  $c$  にとどまっていたが、 $t$  期に1単位のショックが生じ、それ以後ショックは生じない状況を考えよう。

まず、ショックの生じた  $t$  期において  $c$  からの乖離は1となっている ( $q_t - c = 1$ )。その後  $c$  からの乖離は、(14)式から、 $t+1$  期に  $(1 + \lambda^{out})$ 、 $t+2$  期には  $(1 + \lambda^{out})^2$ 、 $t+T$  期には  $(1 + \lambda^{out})^T$  となる。ここで、 $-2 < \lambda^{out} < 0$  であるから  $|1 + \lambda^{out}| < 1$  となり、実質為替レートは  $c$  に向かって収束していく。

半減期は、 $c$  からの乖離が半減するのに必要な期間として定義されるため、 $(1 + \lambda^{out})^T = 0.5$  を満たす  $T$  が半減期となる。つまり、半減期は  $T = \ln(0.5) / \ln(1 + \lambda^{out})$  として表される。例えば、 $\lambda^{out} = -0.1$  であれば、半減期は6.6期となる<sup>23</sup>。

22  $c < q_{t-1}$  であれば  $c$  へと収束し、 $-c > q_{t-1}$  であれば  $-c$  へと収束している。

23 Band-TARモデルにおいては、閾値の大きさが輸送費などの摩擦を表している。そして、Shintani [2006] は、半減期を計算する際に、この閾値の大きさが反映されていないことを指摘し、閾値内と閾値外の双方を考慮に入れた半減期の代理指標を提案している。

## 八．Band-TARモデルの推計

(12)式のBand-TARモデルでは、 $\Delta q_t$ が $q_{t-1}$ の非線形な関数になっているため、パラメータの推定は最尤法（MLE: Maximum Likelihood Estimation）で行う必要がある。MLEによって、実質為替レートの非線形性を考慮して推計を行うと、PPPパズルが解消される可能性がある。この点について、以下詳細に見てみよう。

いま、(12)式のBand-TARモデルに従う実質為替レートを、誤って(15)式で定義されるAR(1)モデルで推計したとしよう<sup>24</sup>。

$$\Delta q_t = \lambda q_{t-1} + u_t \quad (15)$$

(15)式では、 $\Delta q_t$ は $q_{t-1}$ の線形関数となっている（(10)式で $\lambda = \rho - 1$ と置き換え、定数項をゼロとしたモデルと同じ）。

Band-TARモデルを(15)式を用いて推計することの問題点は、実質為替レートの収束領域とランダムウォーク領域を区別せず推計しているため、 $\lambda$ が0の方向へバイアスを持ってしまい、その結果、実質為替レートの半減期を過大推定することである。この点について、以下のモンテカルロ実験で確認する。

いま、4節(1)イのシミュレーションと同様に、(12)式において $c = 1$ 、 $\lambda^{out} = -0.1$ 、 $u_t \sim \text{i.i.d.N}(0, 0.5^2)$ 、 $q_0 = 0$ （初期値）によりデータを発生させる。つまり、正しいモデルはBand-TARモデルである。Band-TARモデルに従うこのデータを(15)式に従うものとみなし、 $\lambda$ を推定する。この作業を計2,000回行うことで、 $\hat{\lambda}$ の有限標本分布を作った。こうして求められた、 $\hat{\lambda}$ の中位値は-0.06であった（半減期は11.2期）。つまり、 $\lambda^{out} = -0.1$ （半減期6.6期）であるにもかかわらず、Band-TARモデルの非線形性を無視して推定を行うと、収束速度が約半分（半減期が約2倍）になってしまう。

上記のモンテカルロ実験と整合的なBand-TARモデルの実証例として、Obstfeld and Taylor [1997] が1980～95年の月次データ（計24国）を使い、半減期は1～2年程度であることを示している。この結果は、実質為替レートの半減期が3～5年としたPPPパズルの一部を解決するものである。Obstfeld and Taylor [1997] によると、輸送費（代理変数として両国間の距離を使う）、関税・非関税障壁、為替レートのボラティリティが高いほど、閾値( $c$ )が大きくなることを示した。Obstfeld and Taylor [1997] 以外にも、さまざまな非線形モデルが提案されており類似の結果が得られている<sup>25</sup>。

24 絶対的PPPが成立していると仮定しているので $\mu$ を含んでいない。

25 Band-TARにおいては閾値が存在している。しかし、Cheung, Chinn, and Fujii [2001] で指摘されたように財ごとに収束速度は異なっている。つまり、ランダムウォークと収束領域が閾値を境にして突然変化すると仮定するのは現実的ではないかもしれない。このため、Michael, Nobay, and Peel [1997] では、均衡から離れるにつれ、突然ではなく徐々に収束速度が速くなるとしている。

## ニ．Band-TARモデルの拡張

Band-TARモデルにおいて、閾値 $c$ は定数であり時間に依存しないと仮定された。しかし、技術進歩により輸送費は低下し、貿易自由化の流れで関税・非関税障壁も低下していると考えられる。このため、閾値は一定ではなく、低下していると考えるのが自然であろう。Yabu [ 2004 ] は1980～95年の月次データを使い、世界的に閾値が時間を通じてどのように変化してきたか、次の(16)式のように閾値を定義して検討した<sup>26</sup>。

$$c_t = \beta_0 \exp(\beta_1 t) . \quad (16)$$

(16)式は、 $\beta_1 = 0$ であれば、閾値が時間を通じて一定としたBand-TARモデルに等しい。これに対して、 $\beta_1 < 0$ であれば每期 $100 \times \beta_1$ %で閾値が低下していくことになる。分析によると、多くの国で閾値は有意に低下していなかった。つまり、財市場の国際的な統合が進んでいることを支持する結果( $\beta_1 < 0$ )を得ることができなかった。

## ホ．単位根検定への含意

データにBand-TARモデルのような非線形性がある時に、それが単位根検定に持っている含意は何であろうか。多くの研究によると、非線形モデルから生成されたデータに対して、通常の単位根検定を用いると検出力が低くなることがわかっている。また、対立仮説を通常の線形モデルではなく、非線形モデルとしている単位根検定も近年研究されてきている。ここでの問題点は、帰無仮説が単位根とすると、非線形性を表すパラメータを識別できないということである。しかし、これらについても近年、解決策が提案されてきている。以上から、仮に非線形性が存在しているならば、非線形性を考慮したうえで、単位根検定を行うべきである。例えば、Bec, Salem, and Carrasco [ 2004 ] を参照されたい。

## (2) 構造変化の可能性

以下では、構造変化を適切に考慮しないことがPPPパズルの原因とする研究を紹介する。単位根検定においては、均衡が何かということを正確に捉えることが必要となる。例えば、消費者の選好が変化し、消費財バスケットのウエイトが大きく変化したとする。これは実質為替レートの均衡レベルの変化である。Perron [ 1989 ] は、構造変化を適切に考慮しないならば、 $\hat{\rho}$ は1の方向へバイアスを持ってしまい、と主張した。つまり、真のモデルで $|\rho| < 1$ であったとしても、構造変化を適切に考

26 日本を基準国として、米国、欧州、アジアなど計25カ国のデータを分析した。結果が基準国の選択に影響を受ける可能性については、Papell [ 1997 ] を参照されたい。

慮しないなら、 $\hat{\rho}$ は1に近い値を取ってしまう。

#### イ．構造変化の半減期に与える影響

実質為替レートの均衡水準が変化することの半減期への影響を見るために、以下のモンテカルロ実験を行う。まず、真のモデルは(17)式とする。

$$q_t = \begin{cases} \rho q_{t-1} + u_t & \text{if } t \leq T_B \\ \mu + \rho q_{t-1} + u_t & \text{if } T_B < t \end{cases} \quad (17)$$

ここで $q_0 = 0$  (初期値)、 $\rho = 0.7$  (半減期1.92)、 $\mu = 1$ 、 $u_t \sim \text{i.i.d.} N(0, 1)$ 、 $T = 200$ 、 $T_B = 100$ とする。つまり、200期間のデータのうち、100期目に構造変化が生じて、 $\mu$ が0から1へと上昇する状況を考えている。

このプロセスからデータを発生させた結果が図3である。図3を見ると、 $q_t$ は構造変化以前( $t \leq 100$ )において0近傍で推移しているが、構造変化以後( $100 < t$ )は新しい均衡( $\mu/(1-\rho) \cong 3.3$ )の近傍で推移していることがわかる。

このプロセスを使ってデータを計2,000回繰り返し発生させ、各回ごとに $q_t^{(i)}$ を定数項と $q_{t-1}^{(i)}$ で回帰 (OLS) することで、構造変化を無視して計測された $\hat{\rho}$ の推計値を求めた。この時、 $\hat{\rho}$ の分布の中位値は0.87 (半減期4.97)であった。つまり、真の値が $\rho = 0.7$  (半減期1.92)であるにもかかわらず、構造変化を適切にコントロールしなかったために、 $\hat{\rho}$ は1の方向へバイアスを持ってしまい、半減期を過大推定している。

この結果は以下のように解釈できる。まず、構造変化を無視して、 $q_t$ を定数項と $q_{t-1}$ で回帰するということは、 $q_t - \bar{q}$ を $q_{t-1} - \bar{q}$ だけで回帰することに等しい ( $\bar{q}$ は $q_t$ の平均であり、図3では点線で表されている)<sup>27</sup>。図3をみると、 $q_t$ は $\bar{q}$ から常に乖離しており、この乖離が縮小する傾向は全くみられない。このため、 $q_t - \bar{q}$ を $q_{t-1} - \bar{q}$ だけで回帰すると、 $\hat{\rho}$ は1に非常に近い値を取ってしまう。ここでの問題は、均衡には構造変化があったにもかかわらず、構造変化を適切にコントロールしていないため、 $\hat{\rho}$ が1の方向へバイアスを持ってしまっていることである。

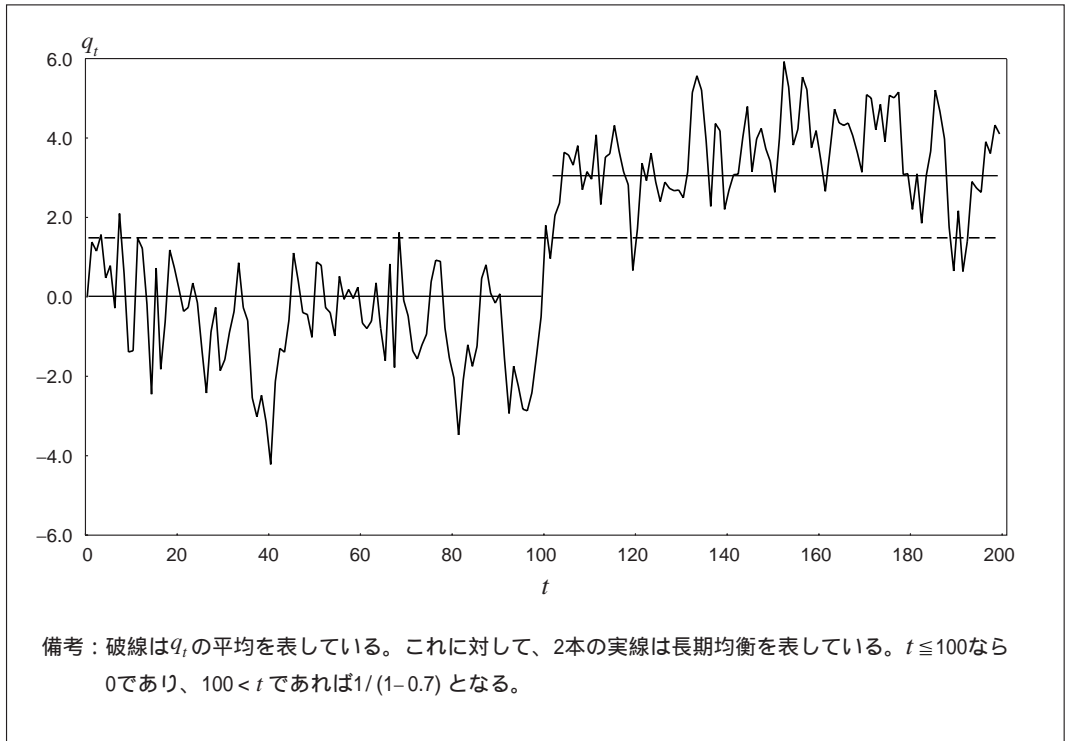
このような構造変化は、為替レートの動きにどのような影響を与えるのだろうか。図1より、為替レートはPPPレートを中心に大きく変動していることがわかっている。実質為替レートの均衡が変化すると、PPPレートがシフトしてしまうことを意味する。よって、PPPレートの妥当性を考えるうえでも、構造変化があったかどうか、を検証することは非常に重要となる。

このような構造変化の問題は、長期データを使う場合に特に重要である。Perron and Vogelsang [1992] は、このような構造変化の可能性を考慮した上で、実質為替レートの長期の年次データを分析した<sup>28</sup>。結果、ドル/ポンドでは、 $\hat{\rho}$ は0.692であり、半減期が1.88年という結果を得ている。

27 OLSにおいて、説明変数に定数項を含めるということは、他の変数は平均周りでみていることに等しい。

28 構造変化の年は未知として分析を行っている。

図3 構造変化



#### □ . 構造変化の検出

このように、構造変化の重要性がわかったが、実際に構造変化があるかどうかは、どのようにテストすれば良いのだろうか。構造変化があるかどうかのテストは、Perron and Yabu [ 2006b ] で詳しく議論されている。彼らは、 $q_t$  が定常か非定常かわからないもとで、均衡に構造変化があるかどうかテストする統計量を提案した<sup>29</sup>。この統計量を使うことで、均衡に構造変化があるかどうか、を調べることができる。仮に構造変化があるならば、単位根検定においても構造変化を考慮すべきである。

### (3) 財ごとの収束速度の違い

以下では、財ごとの収束速度の違いを適切に考慮しないことがPPPパズルの原因とする研究を紹介する。この分野の代表的な研究であるImbs *et al.* [ 2005a ] は、衣服、自動車などは収束速度が遅いのに対して、食料品、燃料、家具などは収束速度

29 Perron and Yabu [ 2006b ] で提案された統計量は、Perron and Yabu [ 2006a ] を構造変化モデルに拡張したものである。



が速いことを指摘した。そして、このような財ごとの収束速度の違いを適切に考慮しないならば、実質為替レートの収束速度は遅めに推定されてしまうとした。彼らは、セクターごとの情報を利用して、実質為替レートの半減期は11ヵ月と非常に短いことを示した<sup>30</sup>。

以下では、Imbs *et al.* [ 2005a ] の分析結果を簡単な数値例で説明する。いま、2財だけが存在し、物価指数における2財のウエイトは自国・外国とも50%ずつとする。また、 $i$ 財の相対価格を $q_{i,t} = s_t + p_{i,t}^* - p_{i,t}$ と定義する。この時、実質為替レートは次のように表される。

$$\begin{aligned} q_t &= s_t + \frac{p_{1,t}^* + p_{2,t}^*}{2} - \frac{p_{1,t} + p_{2,t}}{2} \\ &= \frac{s_t + p_{1,t}^* - p_{1,t}}{2} + \frac{s_t + p_{2,t}^* - p_{2,t}}{2} \\ &= \frac{q_{1,t} + q_{2,t}}{2}. \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、財1と財2の相対価格の収束速度は異なり、(19)式で表されるとしよう。

$$q_{1,t} = \rho_1 q_{1,t-1} + u_{1,t}, \quad q_{2,t} = \rho_2 q_{2,t-1} + u_{2,t}, \quad (19)$$

すなわち、 $u_{i,t} \sim \text{i.i.d.} N(0, \sigma^2)$ 、 $u_{1,t}$ と $u_{2,t}$ は独立で、第2財の収束速度は第1財よりも速いとする ( $|\rho_1| > |\rho_2|$ )

(19)式で表されるプロセスの例として、 $\rho_1 = 0.95$ 、 $\rho_2 = 0.25$ 、 $\sigma^2 = 1$ 、 $q_{1,0} = 0$ 、 $q_{2,0} = 0$ を仮定し、200期分のデータを発生させた結果が図4に描かれている。図4をみると、収束速度が遅いプロセスである $q_1$ の変動は非常に大きい。一方、 $q_2$ は $\rho_2 = 0.25$ と非常に小さいため収束速度が速く、過去の影響がすばやく消えてしまっている。図5は、これら2つのプロセスを平均した実質為替レートを描いている。図5からは、平均の動きは $q_1$ の動きに近いことが見て取れる。つまり、平均の動きは $q_1$ の動きに支配されている。このため、 $q_t$ を $q_{t-1}$ で回帰した場合、 $\hat{\rho}$ は $\rho_1 = 0.95$ に近い値を取ると容易に予想される。

われわれが関心のある収束速度は、各財の収束速度を加重平均した

$$\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2},$$

であり、この数値例では $(0.95 + 0.25)/2 = 0.6$ となる。通常の分析では、財ごとの収束速度の違いを考慮しないで、 $q_t$ はAR(1)モデルに従うとして推計される。ここ

30 このような加重平均の研究に関心のある読者は、Chen and Engel [ 2005 ]、Imbs *et al.* [ 2005b ]、Crucini and Shintani [ 2002 ]も参照されたい。



図4 個別財 ( $q_1, q_2$ ) のダイナミクス

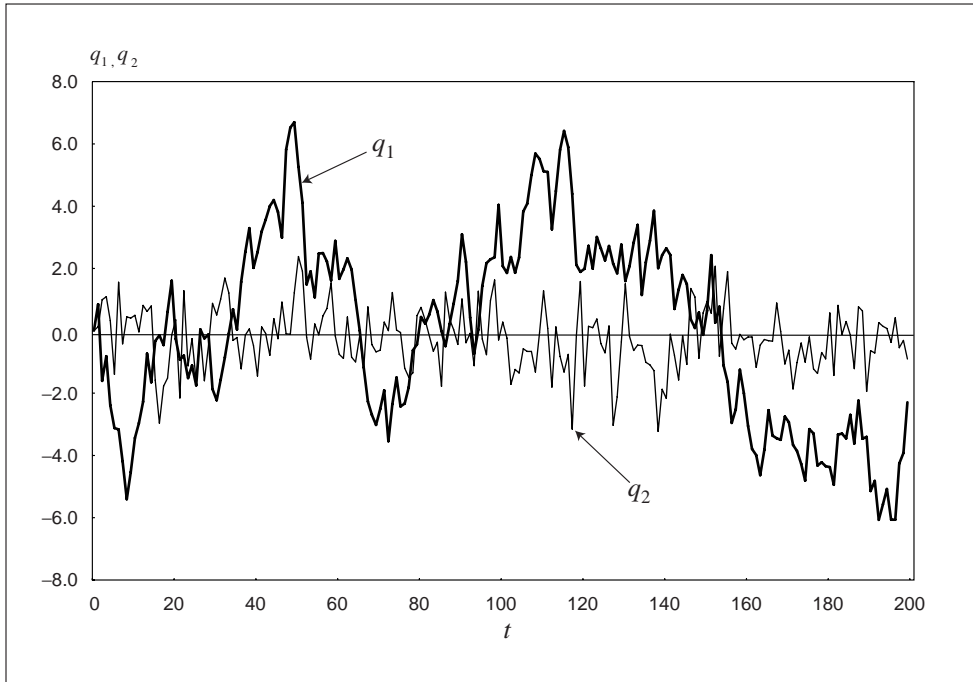
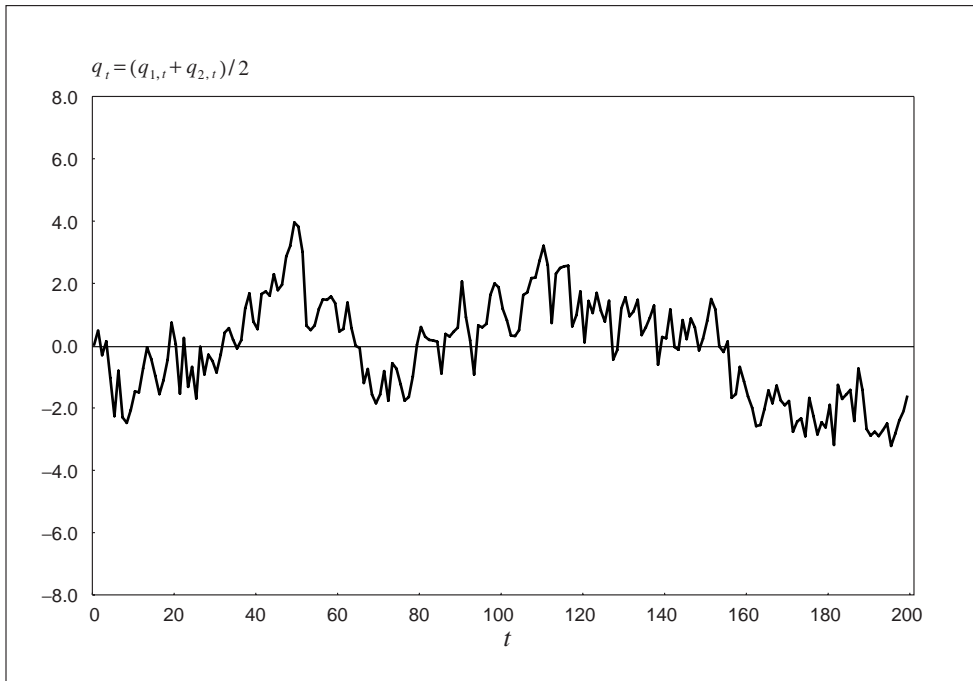


図5 平均のダイナミクス



では、このような推定の問題を調べるため、計2,000回のモンテカルロ実験を行う。

まず、(19)式からデータを発生させて、(18)式により $q_t^{(i)}$ を作る。次に、 $q_t^{(i)}$ を $q_{t-1}^{(i)}$ で回帰することで(財ごとの収束速度の違いを無視)、 $\hat{\rho}$ を求める。この作業を計2,000回繰り返す。その結果、 $\hat{\rho}$ の中位値は0.87であった。真の値 $\rho$ は0.6であるにもかかわらず、財ごとの収束速度の違いを無視しているために、 $\hat{\rho}$ は0.87と $\rho_1 = 0.95$ に近い値を取ってしまっている(厳密な分析は補論2を参照)。各財の収束速度を加重平均することから求められる半減期が短いにもかかわらず、個別財を加重平均した物価指数で半減期を推定すると長くなってしまう。この結果は、実質為替レート of 均衡からの乖離が解消されるのに長い時間(半減期3~5年)がかかるというPPPパズルを合理的に説明している。

## 5 . 結びに代えて

本稿では、為替レートの長期的トレンドを説明する購買力平価 (PPP: Purchasing Power Parity) に関する近年の研究について直観的に紹介してきた。

1990年代半ばまでの研究により、長い目で見ると為替レートは購買力平価が提示する均衡値へ戻ること、均衡値からの乖離が半減するまで3~5年かかること (PPPパズルと呼ばれる) がコンセンサスとなった。それ以降の研究では、PPPパズルを説明する多くの仮説が提示されている。本稿ではこれらの仮説のうち、輸送費などの摩擦、構造変化の可能性、財ごとの均衡への収束速度の違いに着目した研究を解説してきた。

本稿で触れることができなかつた重要な関連するトピックとしては、 $S$ 、 $P^*$ 、 $P$  との間にある共和分関係、また実質為替レートにトレンドがある可能性を指摘しているバラッサ・サミュエルソン仮説などがあげられる。バラッサ・サミュエルソン仮説では、経済成長率の高い国の実質為替レートが増価するとしている。このため、実質為替レートの均衡は、本稿で仮定していた任意の定数ではなく、トレンドを持つ可能性がある。これらのトピックについては、より包括的な展望論文である Froot and Rogoff [ 1995 ]、Rogoff [ 1996 ]、Sarno and Taylor [ 2002 ]、Taylor and Taylor [ 2004 ] を参照して頂きたい。

購買力平価説は、いまだに活発に研究が行われている分野であり、PPPパズルについては完全な合意が得られているとはいえない。このため、PPPパズルは今後も研究が活発に行われるであろう。最後に、本稿を読んで、PPPについて少しでも関心を持って頂けたなら幸いである。

## 補論1 . 半減期について

半減期とは均衡からの乖離が半減するのに必要な期間として定義され、具体的には  $\ln(0.5)/\ln(\rho)$  として計算される。この半減期の定義について、いくつかの批判がなされた。

Murray and Papell [ 2002, 2005a, 2005b ] は、半減期を適切に推定すると、PPPパズルはより深刻なものになるとした。彼らは、 $\rho$ のOLS推定量 (OLSE) が下方バイアスを持つことを指摘し、このようなバイアスを取り除いた中位不偏推定量 (MUE: Median Unbiased Estimator) を使うことを提案した<sup>31</sup>。  $\rho$ の推定に下方バイアスがあるということは、半減期にも下方バイアスがあることを意味する。例えば、1792 ~ 1990年のデータ (ドル / ポンド) を使うと、OLSでは半減期が5.8年であるのに対して、MUEでは6.6年であるとした。また、95%信頼区間は4 ~ 34年と非常に広いことが示された。これは半減期の点推定が信頼できないことを意味している。

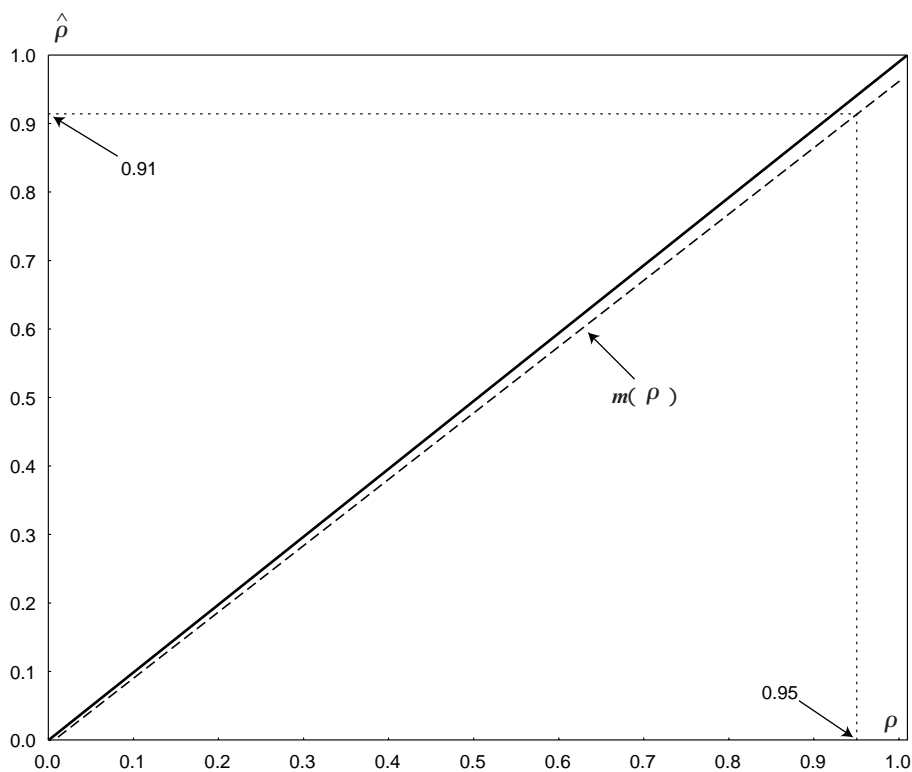
以下では、OLSEとMUEとの関係をモンテカルロ実験を行うことで簡単に説明する。いま、真のモデルとして(10)式を考えよう。ここで、 $\mu=0$ 、 $q_0=0$ 、 $u_t \sim \text{i.i.d.N}(0, 1)$ 、標本数  $T=100$  とする。さらに、真のモデルでは  $\rho=0.95$  としよう。2,000回の実験を通して、それぞれの回で  $q_t^{(i)}$  を定数項と  $q_{t-1}^{(i)}$  で回帰し  $\hat{\rho}$  (OLS) を求めた。この実験を通して、真の値  $\rho=0.95$  において、 $\hat{\rho}$  の有限標本分布を調べることができる。実験によれば、分布の中位値は0.91であった。つまり、 $\rho=0.95$  にもかかわらず、OLSで推計することで下方バイアスが存在している。

下方バイアスが発生するとの性質が任意の  $\rho$  について当てはまるかどうかは、上記の実験を異なる  $\rho$  に関して繰り返し、 $\hat{\rho}$  の中位値を求めることで確認できる。図6では、このモンテカルロ実験の結果をまとめている。図6の実線は45度線を表している。また、 $m(\rho)$  はOLSで推定した時に得られる中位値を  $\rho$  の関数として描いている。例えば、真の値  $\rho=0.95$  の場合は  $m(0.95)=0.91$  である。  $m(\rho)$  を見ると、常に45度線よりも小さく、これはOLSEが下方にバイアスがあることを示している。また、このバイアスは  $\rho$  が1に近いほど深刻なものになっている。

MUEは以下のように定義される。例えば、OLSで推計した結果、 $\hat{\rho}$  は0.91であったとする。この時に、MUEとして0.91を使うのではなく、中位値として0.91を生み出す  $\rho$  である0.95をMUEとする。つまり、OLSEより少し1に近づけたものがMUEなのである。上記の例では、OLSEでは半減期が7.3 ( $\cong \ln(0.5)/\ln(0.91)$ ) 期であるのに対して、MUEでは13.5 ( $\cong \ln(0.5)/\ln(0.95)$ ) 期となる。このように半減期の推定においてOLSを用いる結果生じていた下方バイアスを取り除くことで、PPPパズルはより深刻になってしまう。

31 MUEとして、AR(1)はAndrews [ 1993 ]、一般的なAR( $p$ )はAndrews and Chen [ 1994 ] を参照されたい。またMUE以外にも、バイアス修正のためにRecursive Mean Adjustmentという手法を用いた研究もある。興味のある読者はChoi, Mark, and Sul [ 2006 ] に詳しい。

図6 中位不偏推定量 ( Median Unbiased Estimator )



備考：実線は45度線を表している。また、破線は $\rho$ の関数として、OLSで推定した場合の中位値を表している。例えば、真の値 $\rho$ が0.95の時、OLSで推定した場合の中位値は0.91となっている。図をみると、破線は実線を常に下回っており、OLSには下方バイアスがあることが確認できる。

## 補論2 . 加重平均が与える影響の厳密な証明

補論2では、財ごとの収束速度の違いを無視して、財別の物価指数の加重平均である物価指数を用いて分析を行うと、 $\hat{\rho}$ に上方バイアスが発生する原因を厳密に証明する。

まず、 $u_t = (u_{1,t} + u_{2,t})/2$ と定義する。また、 $\rho = (\rho_1 + \rho_2)/2$ であるから、 $\rho_1$ 、 $\rho_2$ は次のように書き換えられる。

$$\rho_1 = \rho + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2}, \quad \rho_2 = \rho - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} .$$

各財の収束速度の違いを考慮し、(19)式を(18)式に代入すれば、 $q_t$ は次のプロセスとして表せる。

$$\begin{aligned} q_t &= \rho_1 \frac{q_{1,t-1}}{2} + \rho_2 \frac{q_{2,t-1}}{2} + \frac{u_{1,t} + u_{2,t}}{2} \\ &= \rho q_{t-1} + z_t, \\ z_t &= \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{q_{1,t-1}}{2} - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{q_{2,t-1}}{2} + u_t . \end{aligned}$$

ここで説明変数 $q_{t-1}$ は誤差項 $z_t$ と相関しているので、OLSで推計した $\hat{\rho}$ はバイアスを持っている。このバイアスは、以下証明するように正のバイアスとなる。

いま、 $\sigma_q^2 = E[q_t^2]$ 、 $\sigma_{q_1}^2 = E[q_{1,t}^2]$ 、 $\sigma_{q_2}^2 = E[q_{2,t}^2]$ としよう<sup>32</sup>。(19)式を使うと、

$$\begin{aligned} E[q_t q_{t-1}] &= E\left[\left(\rho q_{t-1} + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{q_{1,t-1}}{2} - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{q_{2,t-1}}{2} + u_t\right) q_{t-1}\right] \\ &= \rho E[q_{t-1}^2] + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} E\left[\frac{q_{1,t-1}}{2} q_{t-1}\right] - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} E\left[\frac{q_{2,t-1}}{2} q_{t-1}\right] + E[u_t q_{t-1}] \\ &= \rho \sigma_q^2 + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{\sigma_{q_1}^2}{4} - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{\sigma_{q_2}^2}{4} + 0 \\ &= \rho \sigma_q^2 + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \left( \frac{\sigma_{q_1}^2 - \sigma_{q_2}^2}{4} \right), \end{aligned}$$

となる。したがって、

.....  
32  $q_t$ は定常なプロセスなので、 $\sigma_q^2 = E[q_t^2] = E[q_{t-1}^2]$ となる。

$$\hat{\rho} \xrightarrow{P} \frac{E[q_t q_{t-1}]}{E[q_t^2]} = \rho + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \left( \frac{\sigma_{q_1}^2 - \sigma_{q_2}^2}{4\sigma_q^2} \right),$$

となる<sup>33</sup>。ここで、 $\sigma_{q_i}^2 = \sigma^2 / (1 - \rho_i^2)$ であるから、 $\sigma_{q_1}^2 > \sigma_{q_2}^2$ である<sup>34</sup>。つまり、上式の右辺第二項の括弧の中は常にプラスである。したがって、2つの財で収束速度が同じ( $\rho_1 = \rho_2$ )であるならばバイアスは存在しないのに対して、収束速度の違いが存在する( $\rho_1 > \rho_2$ )ならバイアスが生じてしまう。また、収束速度の違いが大きいくほど、バイアスも大きくなってしまう。

ここで、

$$\omega = \frac{\sigma_{q_1}^2 - \sigma_{q_2}^2}{4\sigma_q^2},$$

と定義すると、

$$\hat{\rho} \xrightarrow{P} \rho_1 \left( \frac{1 + \omega}{2} \right) + \rho_2 \left( \frac{1 - \omega}{2} \right).$$

つまり、物価指数における第1財のウエイトは50%にもかかわらず、推計された $\hat{\rho}$ は $\rho_1$ により大きなウエイトを与える。これは図5でみたように、第1財のプロセスが平均の動きを支配していることから生じている。

4節(3)の例では、 $\rho_1 = 0.95$ 、 $\rho_2 = 0.25$ 、 $\sigma^2 = 1$ としたので、 $\sigma_{q_1}^2 = 1 / (1 - 0.95^2) \cong 10.26$ 、 $\sigma_{q_2}^2 = 1 / (1 - 0.25^2) \cong 1.066$ となる。また、

$$\sigma_q^2 = E \left[ \left( \frac{q_{1,t} + q_{2,t}}{2} \right)^2 \right] = \frac{1}{4} E[q_{1,t}^2 + q_{2,t}^2] = \frac{1}{4} (\sigma_{q_1}^2 + \sigma_{q_2}^2),$$

であるから、 $\omega$ は次のように書ける。

$$\omega = \frac{\sigma_{q_1}^2 - \sigma_{q_2}^2}{\sigma_{q_1}^2 + \sigma_{q_2}^2}.$$

よって、 $\omega \cong (10.26 - 1.066) / (10.26 + 1.066) \cong 0.8116$ となる。以上より、 $\hat{\rho} \xrightarrow{P} 0.88$ となり、モンテカルロ実験で求めた0.87に非常に近いことがわかる。

33  $\xrightarrow{P}$ は確率収束を意味している。

34 ここで、 $q_{i,t} = u_{i,t} + \rho_i u_{i,t-1} + \rho_i^2 u_{i,t-2} + \dots$ と書ける。よって、 $E[q_{i,t}^2] = (1 + \rho_i^2 + \rho_i^4 + \dots) \sigma^2 = \sigma^2 / (1 - \rho_i^2)$ となる。

## 参考文献

- 柏木五郎・中居良司、「「均衡為替レート」の水準を表す指標について」、『フィナンシャル・レビュー』第48号、大蔵省財政金融研究所、1999年
- 藤木 裕、「開放経済下での金融政策入門」、日銀レビュー 2006-J-11、日本銀行
- Abuaf, N., and P. Jorion, "Purchasing Power Parity in the Long Run," *Journal of Finance*, Vol. 45, 1990, pp. 157-174.
- Andrews, D.W.K., "Exactly Median-Unbiased Estimation of First Order Autoregressive Unit Root Models," *Econometrica*, Vol. 61, 1993, pp. 139-165.
- , and H. Chen, "Approximately Median-Unbiased Estimation of Autoregressive Models," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 12, 1994, pp. 187-204.
- Bec, F., M. Ben Salem, and M. Carrasco, "Tests for Unit-Root versus Threshold Specification with an Application to the Purchasing Power Parity Relationship," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 22, 2004, pp. 382-395.
- Chari, V. V., Kehoe, P. J., and E. R. McGrattan, "Can Sticky Price Models Generate Volatile and Persistent Real Exchange Rates?" *Review of Economic Studies*, Vol. 69, 2002, pp. 533-563.
- Chen, S-S., and C. Engle, "Does 'Aggregation Bias' Explain the PPP Puzzle," *Pacific Economic Review*, Vol. 10, 2005, pp. 49-72.
- Cheung, Y-W., M. Chinn, and E. Fujii, "Market Structure and the Persistence of Sectoral Real Exchange Rates," *International Journal of Finance and Economics*, Vol. 6, 2001, pp. 95-114.
- Choi, C-Y., N. C. Mark, and D. Sul, "Unbiased Estimation of the Half-Life to PPP Convergence in Panel Data," *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 38, 2006, pp. 921-938.
- Crucini, M. J., and M. Shintani, "Persistence in Law-of-One-Price Deviations: Evidence from Micro-Data," Working Paper No. 02-W22R, Vanderbilt University, 2002.
- Engel, C., and J. H. Rogers, "How Wide is the Border?" *American Economic Review*, Vol. 86, 1996, pp. 1112-1125.
- Frankel, J. A., "International Capital Mobility and Crowding-out in the U.S. Economy: Imperfect Integration of Financial Markets or Goods Markets?" in R. W. Hafer, ed. *How Open is the U.S. Economy?*, Lexington: Lexington Books, 1986, pp. 33-67.
- , "Zen and the Art of Modern Macroeconomics: A Commentary," in R. W. Hafer, and T. D. Willett, eds. *Monetary Policy for a Volatile Global Economy*, Washington DC: American Enterprise Institute for Public Research, 1990, pp. 117-123.
- , and A. K. Rose, "A Panel Project on Purchasing Power Parity: Mean Reversion Within and Between Countries," *Journal of International Economics*, Vol. 40, 1996, pp. 209-224.
- Froot, K., and K. Rogoff, "Perspectives on PPP and Long-Run Real Exchange Rates," in G. Grossman, and K. Rogoff, eds. *Handbook of International Economics*, Vol. 3, Amsterdam: North Holland, 1995.
- Hamilton, J. D., *Time Series Analysis*, New Jersey: Princeton University Press, 1994.





- Rogoff, K., "The Purchasing Power Parity Puzzle," *Journal of Economic Literatures*, Vol. 34, 1996, pp. 647-668.
- Sarno, L., and M. P. Taylor, *The Economics of Exchange Rates*, Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- Shiller, R. J., and P. Perron, "Testing the Random Walk Hypothesis," *Economics Letters*, Vol. 18, 1985, pp. 381-386.
- Shintani, M., "A Nonparametric Measure of Convergence towards Purchasing Power Parity," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 21, 2006, pp. 589-604.
- Stock, J. H., and M. W. Watson, *Introduction to Econometrics*: Addison Wesley 2003.
- Taylor, A. M., "A Century of Purchasing-Power Parity," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 84, 2002, pp. 139-150.
- , and M. P. Taylor, "The Purchasing Power Parity Debate," *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 18, 2004, pp. 135-158.
- Taylor, M. P., and L. Sarno, "The Behaviour of Real Exchange Rates During the Post-Bretton Woods Period," *Journal of International Economics*, Vol. 46, 1998, pp. 281-312.
- Yabu, T., "Have the Constraints on PPP Relaxed over Time? Some Evidence from Japan," *Economics Letters*, Vol. 84, 2004, pp. 205-210.

