

経済変数から基調的変動を抽出する 時系列的手法について

肥後雅博・中田(黒田)祥子

要 旨

本稿では、5種類の時系列的手法を用いて、各種の経済変数から、景気循環に相当する成分やさらに長い周期を持つ長期トレンド成分に相当する「基調的変動成分」を抽出する。この抽出法では、原系列の変動から、景気循環やトレンドを覆い隠してしまう季節変動成分や短周期の不規則成分を除去することを目的としている。

分析結果によると、X-12-ARIMA季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法、フーリエ変換を利用したBand-Passフィルター、DECOMPの3つの手法では、周期1年半ないし2年以上の成分を抽出することにより、景気循環の変動を把握することが可能である。一方、景気循環より長い長期的トレンド成分だけを適切に抽出することは難しく、この機能を完全に持つ手法は今回は見出せなかった。HPフィルターが比較的これに近い機能を有しているが、景気循環に相当する3年程度以上の周期の成分を含んでいる。

また、時系列的抽出手法は、抽出される基調的変動成分の時系列的性質が明らかになるため、先行き予測に役立つこと、汎用性に富み、ほとんどの経済変数の時系列に適用可能であること、統計パッケージにより簡単に計算が可能であること、などの利点を持つ。一方で、抽出成分の実体経済における意味付けが難しいこと、データ系列が追加され、推定期間を変更すると、抽出される基調的変動成分・長期的トレンド成分が変化するという欠点がある。特に直近部分の抽出結果は、事後的に改訂される可能性が高いため、変動の変化率が急激に変化している場合には、結果の解釈に留保が必要である。この際、改訂の可能性を判断する目安として、複数の時系列的手法による結果を比較することが有用である。

キーワード：基調的変動、時系列分析、X-12-ARIMA、DECOMP、
HPフィルター、フーリエ変換、Beveridge and Nelson分解

本稿を作成するにあたっては、北川源四郎教授(統計数理研究所)、北坂真一助教授(神戸大学)、照山博司助教授(京都大学)、木村武(日本銀行)の各氏から有益なコメントを頂戴した。また、本稿でのDECOMPの計算に際しては、佐藤整尚氏(統計数理研究所)のホームページを利用させて頂いたほか、使用法について有益なアドバイスを頂いた。ただし、本稿で示されている意見およびあり得べき誤りは筆者に属するものである。

肥後雅博 / 中田(黒田)祥子 日本銀行金融研究所研究第1課
(E-mail: masahiro.higo@boj.or.jp, sachiko.kuroda@boj.or.jp)

1. はじめに

経済変数の時系列データには、通常、景気循環に相当する成分や、より周期が長い長期的なトレンド成分、季節変動や短周期の不規則変動に相当する成分等が含まれている。経済分析において関心の対象となるのは、多くの場合景気循環や長期的トレンド成分であるが、経済データをそのまま直接利用した場合、分析者が必要としない成分のために、抽出したい変動成分やその特性が隠されてしまいやすい。

このような困難を回避するために、これまでさまざまな工夫が凝らされてきた。その代表的なものが、季節調整であり、経済時系列の変動から季節変動成分を除去することにより、経済変数の基調的な変動の傾向の把握を容易にすることを目的としている。しかしながら、原系列に季節調整を施しただけでは、観測誤差や短周期の不規則な変動を除去することができないため、経済変数の変動の傾向を正確に理解することは、依然困難である場合が多い。例えば、さまざまな一時的ショックが作用しているために、各観測時点毎の不規則な変動が著しい物価指数や鉱工業生産指数などでは、季節調整済データから算出した前月比（前期比）の計数に基づいて景気循環の判断を下すことは容易ではない¹。このため、景気変動を的確に把握するためには、何らかの手法により短周期の変動を除去して、景気循環に相当する成分を抽出することが有益であると考えられる。

一方、より長期的な経済変数間の関係を把握することを目的とする分析者にとって必要となるのは、景気循環を超える周期を持つ「長期的トレンド成分」であり²、景気循環変動を含む短周期の成分は不要である。逆に、時系列の定常化の一手法として、この「長期的トレンド成分」を除去することにより、景気循環変動を定常な変動成分として抽出したいというニーズもある。しかし、こうした成分を原系列や季節調整済系列から直感的に得ることは不可能であるほか、長期的トレンドとして直線ないし特定の曲線を仮定することも適当ではない場合が多い。そのため、何らかの客観的な手法で、長期的トレンド成分を適切に抽出する手法が必要となっている。

こうした問題意識に応えるため、従来から、さまざまな統計的方法を用いて、経済時系列データから、景気循環に相当する成分や、より長期的なトレンド成分を抽出する手法が多数考案・実用化されてきた。その手法を類別すると、時系列データ自体の特性を用いて変動を抽出する手法と、対象となる経済変数をより細かい構成

1 代替策として、より変動がなだらかな前年同月（同期）比が用いられることも多いが、前年比には変動の転換点を見極めるのが難しいといった問題がある。例えば、木村 [1995] では、前年比の問題点として、当年の趨勢的変動が全く同じでも、前年の変動パターンにより前年同月比（同期比）の動きは全く異なったものとなり得ること、趨勢的変動の転換点について誤った情報を与えること、等が指摘されている。

2 経済変数の長期的トレンドの中には、後述のように「確定的な直線トレンド」や「非定常な確率的トレンド」のように、本来周期性を有さない成分も含まれているが、以下本稿では、これらの成分も「無限の周期を有する」ものと考えて、一括して「周期の長い成分」という呼び方をすることとした。なお、与えられたデータより長い周期の成分は、そもそもデータからその周期性を正しく識別できない可能性があることにも注意が必要であろう。

成分にブレイクダウンしたクロスセクション方向のデータを利用して、その構成成分から「景気循環」ないし「長期的トレンド」に相当する成分のみを取り出す手法の2つが考えられる。

実際の分析においては、このうち時系列データ自体の特性を用いる抽出手法が多く考案され、利用されている。これは、以下のようなメリットがあるためである。その一つは、抽出の際に追加的にデータが不要なことである。クロスセクション方向のデータを利用する抽出手法では、データの各構成成分（物価指数の例で言えば、指数構成目）のデータを収集し、処理することが必要である。これは実務上負担が大きいうえ、必要な構成成分のデータを得ることができない場合も少なくない。第二に、時系列的抽出手法の場合、各構成成分の変動の性質に一定の仮定を設ける必要はないことである。例えば、クロスセクション方向のデータを用いた分析では、各構成成分の変動パターンを明示する必要があるが、このためには、追加的な分析が必要となる場合が多い。

無論、時系列的手法にも、いくつかのデメリットが存在する。その一つは、抽出期間を変えた場合に、抽出された成分が変化する可能性が少なくないことである。時系列的手法が、データの特徴を把握して変動を「ならず」という操作をするものである以上、新たなデータが追加されることにより、特に直近部分の抽出成分が変化するのを避けることはできない。また、変動の時系列的性質に着目する分析であるため、抽出成分に何ら経済理論上の裏付けが存在しないことも確かである。

本稿は、こうした問題意識の下に、一般に用いられることの多い5種類の時系列的手法（X-12-ARIMAを利用したヘンダーソン移動平均法、フーリエ変換を利用したBand-Passフィルター、Hodrick and Prescott [1980] が提案したフィルター〈HPフィルター〉、DECOMP、Beveridge and Nelsonの分解法）を用いて、代表的な経済変数である、物価（消費者物価指数）、マネー（M2 + CD）、実質生産（鉱工業生産指数）の変動から、「基調的変動成分」や「長期的トレンド成分」を抽出し、その特性や安定性の比較を試みたものである。ここで、「基調的変動成分」とは、景気循環に相当する変動成分と長期的トレンド成分を合わせたものと定義する。これは通常、原系列から季節変動や短周期の不規則な変動、測定誤差を除いた成分で、経済の基調的、ないし趨勢的な動きを示すものと理解される。これからさらに、景気循環に相当する成分を除去し、より長周期の成分のみを抽出したものが「長期的トレンド成分」である。言うまでもなく、概念的には両成分の差が「景気循環成分」に相当するが、景気循環成分のみを明確に分離して抽出し得る手法は見当たらなかったため、こうした定義を採用することとした。

本稿の分析から得られた主な結果を要約すると、以下の通りである。X-12-ARIMAを利用したヘンダーソン移動平均法、フーリエ変換を利用したBand-Passフィルター、DECOMPは、各々周期1年半程度以上の成分を比較的明確に取り出すことができるため、上述の「基調的変動成分（長期的トレンド + 景気循環）」を抽出し、経済の基調的・趨勢的な動向を分析するための手法として有用と考えられる。ただし、これらの手法を用いて、基調的変動成分をさらに長期的トレンドと景

気循環に分解することは困難である。一方、長期的トレンド成分のみを抽出する手法としては、HPフィルターが最もこれに近い特性を有しているが、景気循環に相当する短周期の成分もある程度混入するという欠点もある。

さらに、データ系列が追加され、推定期間が変化すると、抽出される成分が変化するという時系列的抽出手法の問題点をチェックするため、上記の分析では「基調的変動」を抽出するのに適していると考えられた、ヘンダーソン加重移動平均、Band-Passフィルター、DECOMPの3つの手法について、抽出成分の安定性分析を行った。その結果によると、変動パターンが急激に変化している場合には、どの手法を用いても、直近の1年程度についてはデータが追加されると事後的に抽出成分が改訂される可能性が高くなっており、結果の解釈に注意が必要である。ただ、こうした場合、複数の時系列的手法を適用して抽出結果を比較すると、直近部分の抽出結果に大きな違いが存在するケースが多いことから、こうした違いを見ることにより、データが追加されることによる将来の改訂リスクの大小をある程度予測できると考えられる。

これらを纏めると、次のような結論が導かれる。即ち、時系列的変動抽出手法は、客観的かつ平易な取り扱いが可能であるという利点がある一方、抽出成分にどのような意味があるか解明することが困難であるほか、抽出結果の安定性に問題がある場合がある。このため、複数変数相互間やクロスセクション方向の分析、ないしは理論面のサポートを通じて、その抽出成分の特性を把握することが必要となることもある。このように、一定の限界があることを理解しつつ、時系列変動抽出手法を活用していけば、経済分析に相当の有用性をもたらすものと考えられる。

本稿の構成は、概要以下の通りである。まず、第2節では、抽出手法について整理する。基調的変動成分・長期的トレンド成分を抽出する手法は、時系列データを用いる手法のほか、クロスセクションデータを用いる手法があるが、その両者の特性を説明したのち、今回用いる時系列的変動抽出法について概要を述べる。次いで、第3節では、分析対象とする経済変数の性質について分析した後、抽出された変動成分について、グラフやスペクトル分析を用いて検討を行う。第4節では、抽出する期間を変えた場合の抽出結果の安定性について、特に直近部分の変動の信頼性について分析する。第5節では、各種変動抽出手法の特性や安定性について評価を行う。第6節では、以上の分析結果を総括し、今後の課題について述べる。

2. 基調的変動・長期的トレンド成分抽出の目的と手法

(1) 基調的変動・長期的トレンド成分の概念と抽出の目的

経済変数は、さまざまな要因により変動する。外部から与えられるショックによる場合もあれば、経済変数相互間の作用により内生的に変動が生じている場合もある。また、これらが絡み合って複雑な変動を形成していると考えられる場合も少な

くない。経済変動が生じるメカニズムを分析するには、変動全体を一括して捉えるのではなく、変動をいくつかに分解して、それぞれに特定の変動要因を考えることが有益な場合が多い。本稿では、変動を構成する成分の周期の長さの大小に着目して、変動を分解することとする。

周期の大小に着目した変動の分解にはいくつかの利点がある。その一つは、一定の前提の下で、経済変数の変動から、季節変動や測定誤差等の短周期の不規則変動を容易に分離・除去できることである。経済分析上は、こうした変動を分離・除去して、景気循環や長期トレンド等、本来関心の対象となる主要な変動を捉えることが極めて重要であるが、この種の不規則変動は、変動の周期に着目しない限り、抽出・除去が通常困難である。また、周期に着目することにより、変動のタイムスケールを把握できることも利点である。経済変動がどのようなインパクトを持つかは、その変動の大きさのほかに、どの程度の期間、持続するかという点に大きく左右されている。周期に着目する分析は、こうした面で有益な知見をもたらす。

無論、一方で周期に着目した変動抽出には、一定の限界が存在するのも確かである。例えば、単発の一時的なショックが比較的長期間にわたり効果を持つ場合が、現実の経済変動ではしばしば生じている。70年代に2回にわたり生じた石油ショックは、変化率としては単発のショックであったが、期待インフレ率を大きく高め、その後、かなりの期間にわたって、各国のインフレ率の高止まりを招いた。また、設備投資モデルの中には、単発の技術ショックが、企業のキャッシュフローの改善を通じて、かなり長期にわたって、投資と生産を押し上げる効果を持つという知見を得られているものがある³。このように、短周期の変動とより長い周期の変動が相互に関連し合っている場合⁴には、周期に着目した抽出を行うと、原因と結果のいずれかに相当する変動成分を見逃してしまう可能性があることには注意が必要である。

本稿では、経済変数の変動をその周期により、「長期的トレンド成分」、「景気循環成分」、「短周期成分」の3つに大きく分解して、議論を進める。

$$(\text{変数の変動}) = (\text{長期的トレンド成分}) + (\text{景気循環成分}) + (\text{短周期成分})$$

このうち、「景気循環成分」とは、数年程度を周期とする景気循環に従う成分を、「短周期成分」は、景気循環成分よりも短い周期成分を持つ変動で、季節変動成分や測定誤差などの一時的な不規則成分を指すものと定義する。また、「長期的トレンド成分」には、こうした景気循環成分や短周期成分では説明できない、より長い

3 こうしたモデルの例としては、Kiyotaki and Moore [1995] などがある。また、斉藤 [1996] の第4章が設備投資に関する論点を簡潔にまとめている。

4 多くの分析において除去されることの多い季節変動が、景気循環変動などと相互関連を持っている可能性があるとの指摘もある。例えば、Ghysels [1988]、Miron [1996] を参照。

周期を持つ成分や、周期性を有さない確定的トレンド、非定常の確率的トレンド成分が含まれるものとする。日本の過去の景気循環変動をみると、その周期はかなりの幅があるため、各々の成分を区分するしきい値となる周期を指定することは容易ではないが、本稿では、周期1年ないし1年6か月以下の周期の成分を「短周期成分」、周期5年ないし6年以上の周期成分を「長期的トレンド成分」とみなし、その両者に挟まれた周期を持つ成分を「景気循環成分」と考える。

もっとも、第1節でも述べたように、現実に行われる各種の経済分析においては、経済時系列を上記3つの成分に完全に分解するよりも、以下の2つのカテゴリーのいずれかが用いられる場合が多い。

- ・測定誤差や小規模なショック、季節変動に起因するごく短期間の変動を除去して、趨勢的な変動を抽出するもの。1節の定義に従うと「基調的変動成分」(上式でいえば、長期的トレンド成分+景気循環成分)を取り出すことに相当。
- ・短周期の不規則成分に加え、景気循環成分も除去して、より長期にわたって安定的なトレンドを得ようとするもの。上記の分類では「長期的トレンド成分」のみを抽出することに相当。

具体的には、例えば、一時的な成分を除去して景気変動成分をより明瞭な形で捉えることで、景気変動の把握や短期の経済予測に役立てようとする場合や、測定誤差等の不規則変動や季節変動を除いた変動成分を利用して、中期的な経済変数間の相互関係を把握することを目的とする場合には、前者が用いられることが多い。この場合、本来は景気循環成分のみを独立に(長期的トレンドから分離して)抽出することがより望ましいとみられるが、以下でみるように、こうした明確な分離を行う手法が必ずしも見出し難いことから、両者を一括して抽出したうえで、便宜的に階差を取って循環成分を得ることが、しばしば行われるものとみられる。

一方、景気循環に左右されない経済の長期的変動パスや、変数間の長期的な相互関係を分析することが主たる関心事の場合には、後者が用いられることが多い。例えば、GDPデータから得られる長期的トレンドを均衡GDP(潜在的GDP)と考え、長期的トレンドとGDPの実績値との乖離をGDPギャップとみなすという手法は広く用いられている⁵。また、逆に時系列から景気循環成分など短周期の成分のみを抽出して定常な時系列を得るために、長期的トレンドを求めてそれを時系列から除去する操作も考えられるが、実際にこうした形で用い得るような安定的な長期的トレンド成分を抽出する手法は、必ずしも得られていない。このほか、経済変動が生じる原因を解明するため、変動を長期的なトレンドとその他の成分とに分離することにより、経済変数に加えられるさまざまな種類のショックを識別しようとするアプ

5 こうした分析事例としては、例えば、Haltmaier [1996] 参照。

ローチも存在する⁶。

(2) 時系列的手法とクロスセクション的手法

経済時系列から基調的変動成分や長期的トレンド成分を抽出する手法は、大きく分類して、クロスセクションデータに適用する手法と時系列データに適用する手法の2つに分けることができる。

このうち、クロスセクションデータに適用する手法は、経済変数をいくつかの構成成分に分解し、各構成成分の変動の違いに着目することにより、基調的変動か一時的変動か区別する手法である。例えば、白塚 [1997] による異常値修正指標では、消費者物価指数 (CPI) に対して、各構成品目毎の変動率を求め、各時点において価格変動が著しく大きい品目の影響を控除した変動率を算出している。ここでは、CPI 全体の変動とは著しく異なる変動を持つ品目の変動は、時系列的にみても一時的なものであり、『基調的な物価変動』⁷を示していないと仮定していることになる。

一方、時系列データに適用する手法は、経済変数の時系列データ自体の特性から、基調的変動や長期的トレンドとその他の変動に関する情報を引き出し、分解する手法であり、抽出する際に用いる基本的な考え方の違いにより、以下の2つの種類に大きく分けることが可能である。

一つは、時系列変動の周期成分や変動の滑らかさに着目し、分析者が一定の周期成分を指定して、除去・抽出を行うことにより、基調的変動成分と一時的変動成分を分解する手法である。見方を変えると、変動から滑らかな成分を取り出してこれを基調的変動 (ないしは長期的トレンド) 成分とみなし、残りを一時的な変動とすることに相当する。この考え方をういたものに、時系列に移動平均を施して変動をならし、長周期の成分のみを残す移動平均型フィルターや、周期別のパワースペクトルを利用して、一定の周期成分のみを抽出する Band Pass フィルター⁸が存在する。また、トレンドの滑らかさを示すパラメータを分析者が指定することにより、トレンドを算出する Hodrick and Prescott [1980] が提案したフィルター (HP フィルター) も、これに分類することができる。

6 これらのアプローチでは、変動を生じさせるショックを恒常的なショックと一時的なショックとに識別するのが一般的である。いわゆるリアル・ビジネスサイクルの議論では、恒常的なショックを技術進歩等による供給面のショック、一時的なショックを財政金融政策等に起因する需要面のショックと仮定して、経済変動の要因を分析することが広く行われている。こうしたショックの識別手法としては、単変数の時系列に適用する手法と複数の時系列に同時に適用する手法があるが、今回の分析では、単変数に適用する手法 (後述、Beveridge and Nelson [1981] の分解) のみを取り上げている。なお、複数の時系列に適用する手法としては、例えば、Blanchard and Quah [1989] の手法がある。

7 白塚 [1997] による基調的変動は、周期成分について何らの制約を課していないので、本稿における基調的変動成分 (長期的トレンド成分 + 景気循環成分) とは、必ずしも一致しない成分である点に注意。

8 一定の周期のスペクトル成分だけを抽出して利用することは、工学関係の分析ではごく一般的に行われているが、こうした分析法には特別な名称があるわけではない。本稿では、他の手法と区別する目的で、この手法を Band-Pass フィルターと呼ぶこととする。

一方、抽出成分の構成を決める周期などパラメータを分析者が指定するのではなく、基調的変動成分と一時的変動成分を明示的に含む時系列モデルを仮定して、AICなど客観的な基準に従って、最も当てはまりのよい基調的変動成分を内生的に求めるモデル依存型の抽出法がある。その最も簡単な手法は、基調的な変動として、直線ないし曲線の確定的トレンドを仮定し、そのトレンドに沿った成分を基調的な変動、残差を一時的な変動とするものである⁹。このほか、変動を基調的変動成分を表現する確率的トレンド成分とそれ以外の一時的変動成分に分解するBeveridge and Nelson [1981] による手法や、確率的トレンド成分、定常AR成分、季節変動成分、ホワイトノイズ成分などを明示的に取り込んだモデルを仮定し、状態空間モデルを用いて最適な推定値を求めるDECOMPなどがある。

(3) 時系列的変動抽出手法の概要

本稿の分析では、以下の5つの時系列的手法を用いて基調的な変動を抽出する。これらは、いずれも分析用のソフトウェアが比較的容易に利用できること等から、実際の経済分析においてしばしば用いられているものである。上述のように、これらのうち、X-12-ARIMA季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法、フーリエ変換¹⁰を利用したBand-Passフィルター、HPフィルターの3つの手法が、分析者が抽出する周期成分(変動の滑らかさ)を指定する抽出法であり、DECOMPおよびBeveridge and Nelson 分解法が、モデルが抽出する成分の構成を内生的に決定するモデル依存型の抽出法である。これらの手法について、簡潔に説明する(Band-PassフィルターおよびDECOMPの詳細については、補論2を参照)。

a. X-12-ARIMA季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法

X-12-ARIMA季節調整プログラムは、移動平均を用いた季節調整プログラムであり、季節調整の過程で、短期間の周期を持つ不規則変動成分を原系列から除去し、趨勢循環成分を得ることができる。具体的には、原系列が、趨勢循環変動成分(TC_t)、季節変動成分(S_t)、曜日変動成分(D_t)、不規則変動成分(I_t)の4成分に分解できると仮定する(添字の t は時間を示す、以下同じ)。このうち、この趨勢循環成分(TC_t)が、本稿で定義した「基調的変動成分」に対応するものと考えられる(「長期的トレンド成分」のみを抽出することはできない)。各構成成分は、以下のプロセスを繰り返すことにより算出する。

9 この手法の難点は、確定的トレンドの選択が恣意的となり、その選択によって、分解される成分の結果が大きく異なることである。特に、時系列に確率的トレンドを含む場合には、確率的トレンドを短期の循環変動として分解してしまう点が問題点として指摘されている。

10 フーリエ変換については補論1参照。

- 1) 原系列の12か月移動平均をとり、 S_t と I_t を均し、暫定的な TC_t を算出。
- 2) 原系列から暫定的な TC_t を除去し、暫定的な S_t+I_t を算出。
- 3) 暫定的な S_t+I_t を、数年間分加重平均して I_t を均し、暫定的な S_t を算出。
- 4) 原系列から暫定的な S_t を控除し、 TC_t+I_t を算出。
- 5) 4) の系列を、ヘンダーソン加重移動平均法により、移動平均をとって、 I_t を均し、修正された TC_t を算出。
- 6) 2)~5) を繰り返す、最終的な3成分 (TC_t 、 S_t 、 I_t) を算出。

ヘンダーソン加重移動平均の項数により、取り出される趨勢循環成分の周期が異なるが、月次データでは、9項、13項、23項のいずれかが用いられることが多い。また、直近のデータに対して中心移動平均を施すために、ARIMAモデルによる予測値を時系列に追加している。このため、直近部分の趨勢循環成分の確からしさは、この予測値の精度に依存している。

b. フーリエ変換を利用した Band-Passフィルター

Band-Passフィルターは、分析者が指定した一定の周期帯の成分だけを取り出すフィルターの総称であり、さまざまな手法のフィルターが考えられるが、ここでは、フーリエ変換を利用した手法を用いる。具体的には以下の手順により行う。

- 1) フーリエ変換により周波数毎のスペクトル成分を求める
- 2) 必要な周期に相当するスペクトル成分はそのままとし、それ以外の成分をゼロに置き換える。
- 3) 新しいスペクトル成分系列に逆フーリエ変換を施して、時系列を復元する。

1年以下の周期を除去すれば、季節変動成分も一緒に除去されるので、事前に季節調整を施す必要がないのが利点である。本稿では、一定周期以下の短周期成分を除去することにより、「基調的変動成分(長期的トレンド成分+景気循環成分)」を抽出する。なお、本手法では、分解の対象となる時系列が定常であることが前提となるため、データは予め階差をとった後にフーリエ変換を施すこととした¹¹⁾。

11) フーリエ表現は定常性を前提としていることから、非定常な時系列に対しては適用できないと考えられる。もし、非定常な系列にフーリエ変換を施すと、実際には非定常な成分が長周期のスペクトル成分として推定され、これらの成分のパワースペクトルは非常に大きな値となる。しかも、フーリエ変換で推定されるスペクトルは一致推定量ではないため、この長周期の成分の誤差は、データ数を増加させても必ずしも縮小しない。そのため、スペクトル分布がなだらかになるように、定常になるまで繰り返し階差をとることが望ましい。一方、2階以上の階差をとると、Band-Passフィルターをかけた後、各時系列の変化率(1階階差)を復元することができなくなる。今回、対象とする時系列には、M2+CDのように2階の階差をとらないと定常とならないものもあるが、こうした得失を考慮し、本稿では、階差を1階としている。なお、階差をとることによりトレンドに相当する成分の情報が失われていることを考えると、非常に長い周期を持つ長期のトレンド成分のみを抽出するのは避けた方がよいと思われる。

を示すパラメータ（具体的には、確率差分方程式の階差の階数など）を分析者が恣意的に与えずに、確率モデルの仮定に沿って推計し、モデルの当てはまりのよさを示す情報量規準（AIC）が最も小さくなるように各種のパラメータを決定し、その推計結果を採用することに特徴がある¹³。

推計されたトレンド成分は、ドリフト項のない (m) （ただし $m \geq 1$ なる整数）であることから、理論的には、本稿で定義する「長期的トレンド成分」に該当すると考えられる。しかし、DECOMPは、AR成分などを含むモデル全体の当てはまりのよさをAICで評価することにより、最適なモデルを選択することから、結果的にトレンド成分が、より短周期の景気循環に相当する変動も含む「基調的変動成分」になる可能性もあり、そのいずれかは事前には明らかではない。

e. Beveridge and Nelson [1981] による分解

この手法は、時系列が確定的トレンドと確率的トレンドの両方を含む場合に、両者のトレンドによって説明できる部分（現時点で将来の予測に影響を与える部分）を恒常的変動成分、残差部分を一時的変動部分と考えて、原系列を分解する手法である。具体的には、まず時系列をARIMAモデルで表現し、このARIMA表現を $MA(\infty)$ 表現に書き換える。次に、この $MA(\infty)$ 表現を用いて、 t 期における $t+s$ 期の期待値（将来の予測）を表すと、以下ようになる。

$$E_t p_{t+s} = a_0 s + p_t + \left(\sum_{i=1}^s \beta_i \right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{s+1} \beta_i \right) \varepsilon_{t-1} + \left(\sum_{i=3}^{s+2} \beta_i \right) \varepsilon_{t-2} + \dots$$

（ p は対象となる時系列、 a_0 は定数項、 ε は確率項、添字は時間を示す）

この時、 $p_t + \left(\sum_{i=1}^s \beta_i \right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{s+1} \beta_i \right) \varepsilon_{t-1} + \left(\sum_{i=3}^{s+2} \beta_i \right) \varepsilon_{t-2} + \dots$ （ただし $s \rightarrow \infty$ ）は、 t 期

までに生じた変動部分のうち、将来の予測値に影響を与える項であることから、これを t 期における「恒常的変動部分」(μ_t) と考える。「一時的変動成分」は、現在時点の値から「恒常的変動成分」を差し引いた残りの値となる。概念的には、この恒常的変動成分が $I(1)$ 過程となることから、本稿で定義する「長期的トレンド成分」に対応することとなる。

13 DECOMPにおいて選択されたモデルの当てはまりのよさを、AICで評価する考え方自体は、HPフィルターにおいて損失関数を最小化する考え方と同一である。この両者の違いは、モデルに必要なパラメータを内生的に決めているかどうかにかかっている。すなわち、DECOMPではAICの大小によりパラメータの選択を客観的に決められるのに対し、HPフィルターでは、分析者が恣意的に決定する必要がある点異なる。詳しくは、石黒 [1986] 参照。

3. 抽出された基調的変動・長期的トレンド成分の特性

(1) 各種経済変数の変動特性

本稿では、消費者物価指数（全国・総合 以下CPI）、マネーサプライ（以下M2+CD）、鉱工業生産指数（同IIP）の3つの月次データを分析対象とする¹⁴。なお、分析期間は、第1次石油ショックに伴う大きな変動が収束した1976年1月から1997年3月までとした。まず、グラフや自己相関、スペクトル分析、定常性検定を用いて、3つの時系列の変動特性を把握する¹⁵。

a. グラフ・自己相関

最初に、グラフにより変動の様子を比較する。対数値グラフをみると、いずれも上方トレンドを持った変動である（図表1）。これらの変数は確定的ないしは確率的トレンドを持っていると考えることができる。次に、このトレンドを控除するために、対数階差をとったグラフをみる（図表2）と、どの変数も短い周期の変動を多く含んでいるのが目立つ。階差の標準偏差（図表3）は、IIPがかなり大きく、変動はvolatileであるが、CPI、M2+CDのそれは小さい¹⁶。また、CPIとIIPの階差については、明確なトレンドを見出すことはできないが、M2+CDの階差は、90年前後に大きなトレンドの下方シフトが生じている。

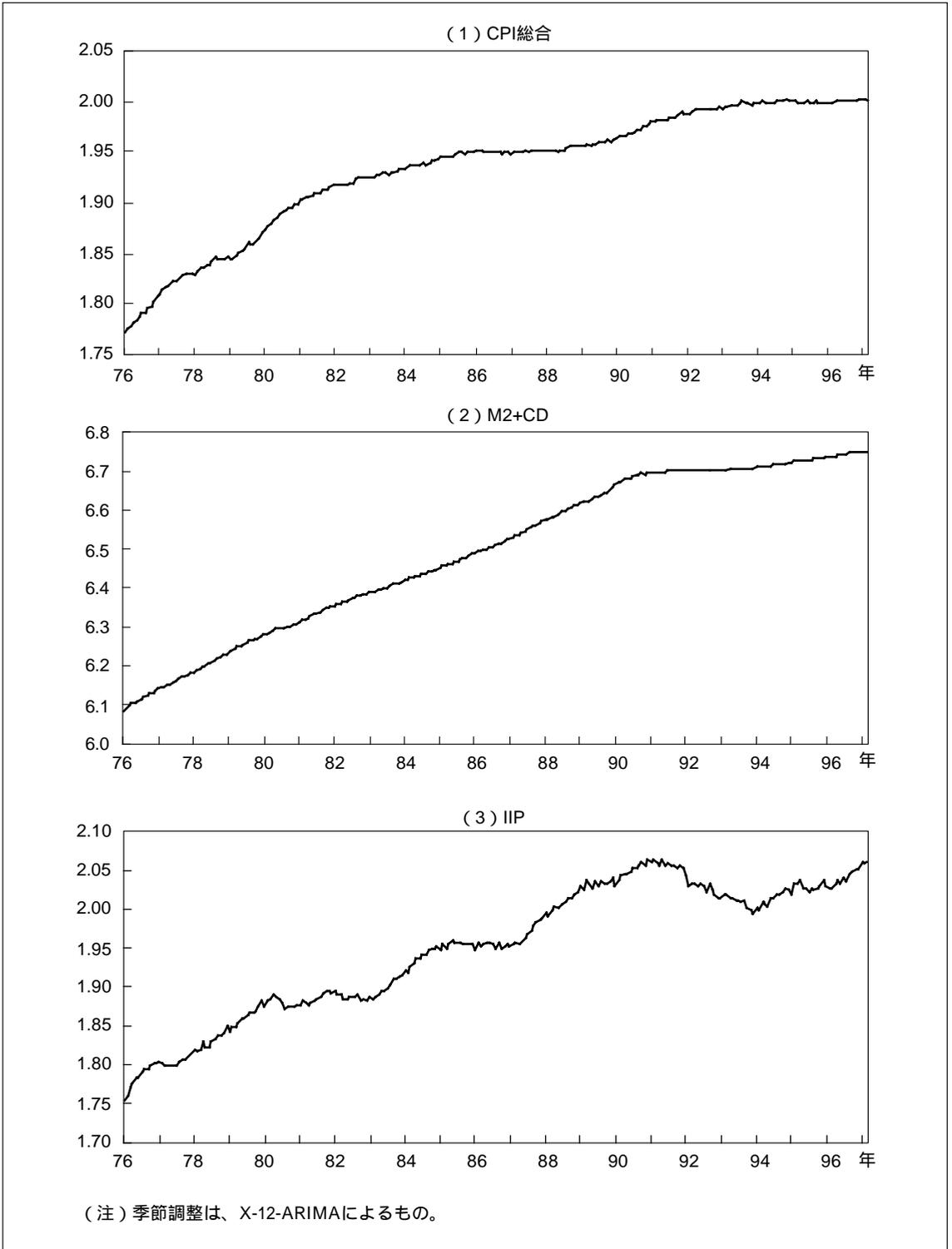
さらに、自己相関を計算して変動の滑らかさをみってみる。まず、対数レベルの自己相関（図表4）は、ラグが大きくなっても大きな値を維持している。これは、各変数が（平均値回りの）定常ではないことを示す。さらに、対数階差の自己相関をみると、IIPとCPIはラグが大きくなると、速いペースで相関係数が小さくなる一方で、M2+CDはラグが大きくなっても、相関係数が比較的大きな値を保っている（図表5）。これは、CPIとIIPは短周期の変動を多く含んでいる一方、M2+CDは比較的滑らかであるためと解釈できる。

14 IIPは製造業のみの生産指数であり、カバレッジの点で問題があるうえ、日本においては、GDPに占める製造業比率の趨勢的な低下傾向から、その変動は経済全体の生産動向を示す代表性に乏しいとも考えられる。しかしながら、今回の分析では、データを月次系列に揃えるため、IIPを採用することとした。ちなみに、本稿の分析をGDPの四半期データに適用したところ、スペクトル分布の特徴、定常性検定の結果（I(1)）ともIIPと同一の性質を示した。そうした点から判断すると、両者の違いは大局的には伸び率の水準の違いにとどまると考えられる。

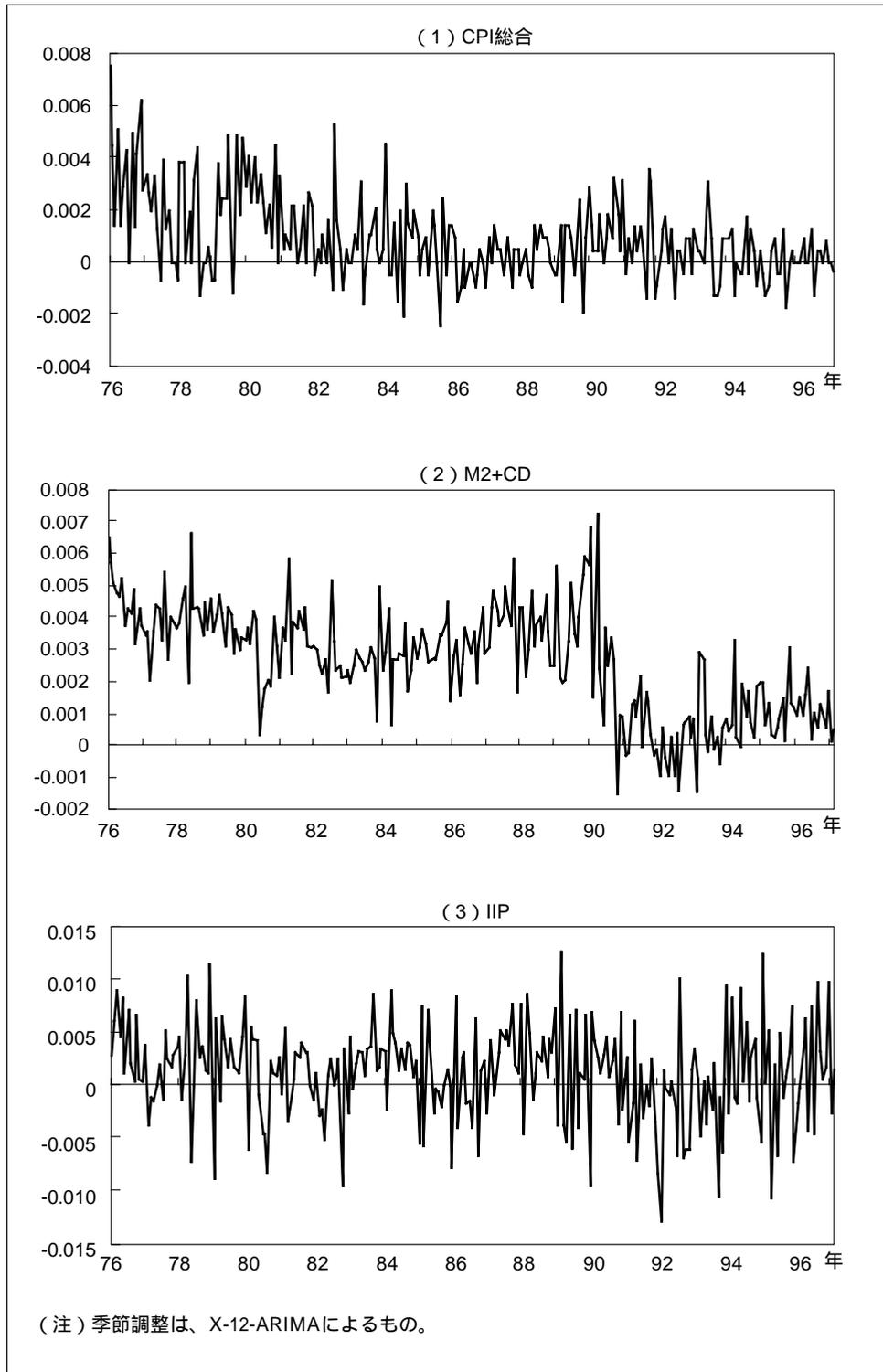
15 3節(1)に限り、変動の特性を捉えやすくするため、X-12-ARIMA季節調整プログラムで季節変動を除去した系列に対して分析を行う。

16 本稿の結果では、M2+CDについては変化率にトレンドがある可能性を否定できない。このようなケースでは、平均値周りの分散により変動の激しさを比較するのは適切ではない。ここでは、一定の目安として、分散を算出したものであり、変動度合いを判断するためには、他の手段によるチェックが必要である。

図表1 各経済変数の変動（対数レベル 季節調整済）



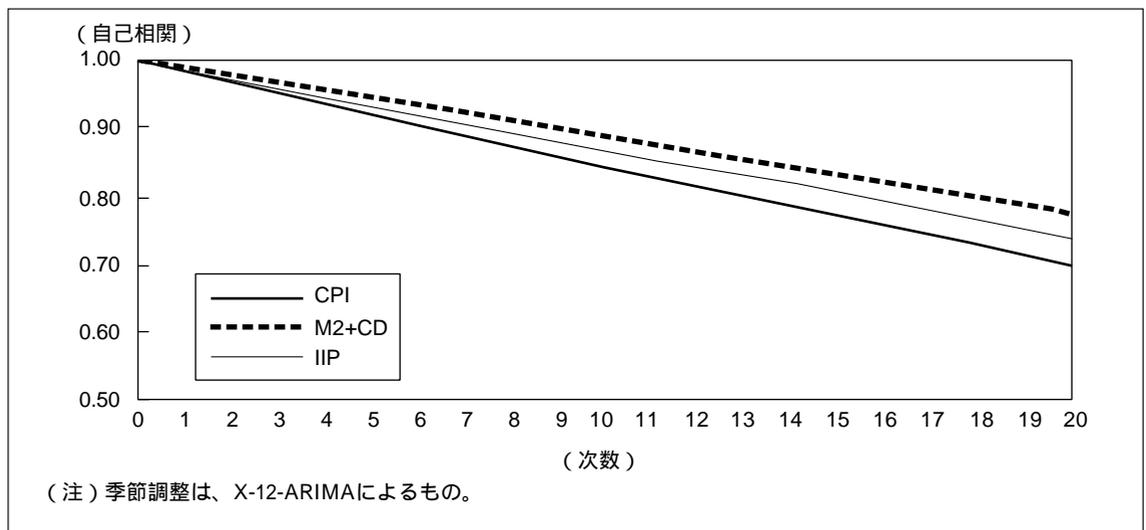
図表2 各経済変数の変動（対数1階階差 季節調整済）



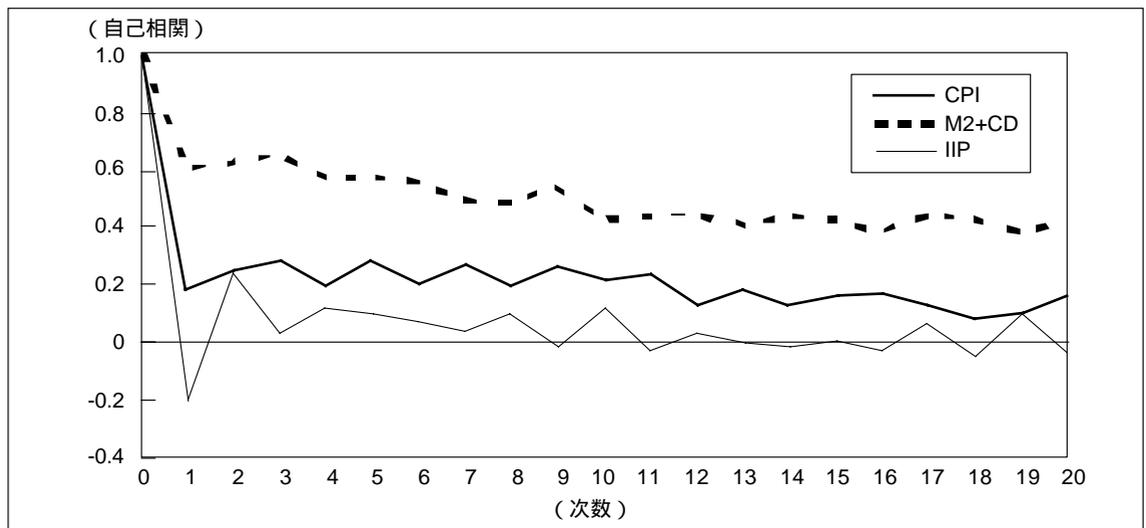
図表3 各変数の対数階差の平均値と標準偏差（1975年1月～1997年3月）

	平均値	標準偏差
CPI	0.000934	0.001630
M2+CD	0.002626	0.001695
IIP	0.001205	0.004572

図表4 各変数の自己相関（対数レベル値 季節調整済）



図表5 各変数の自己相関（対数1階階差 季節調整済）

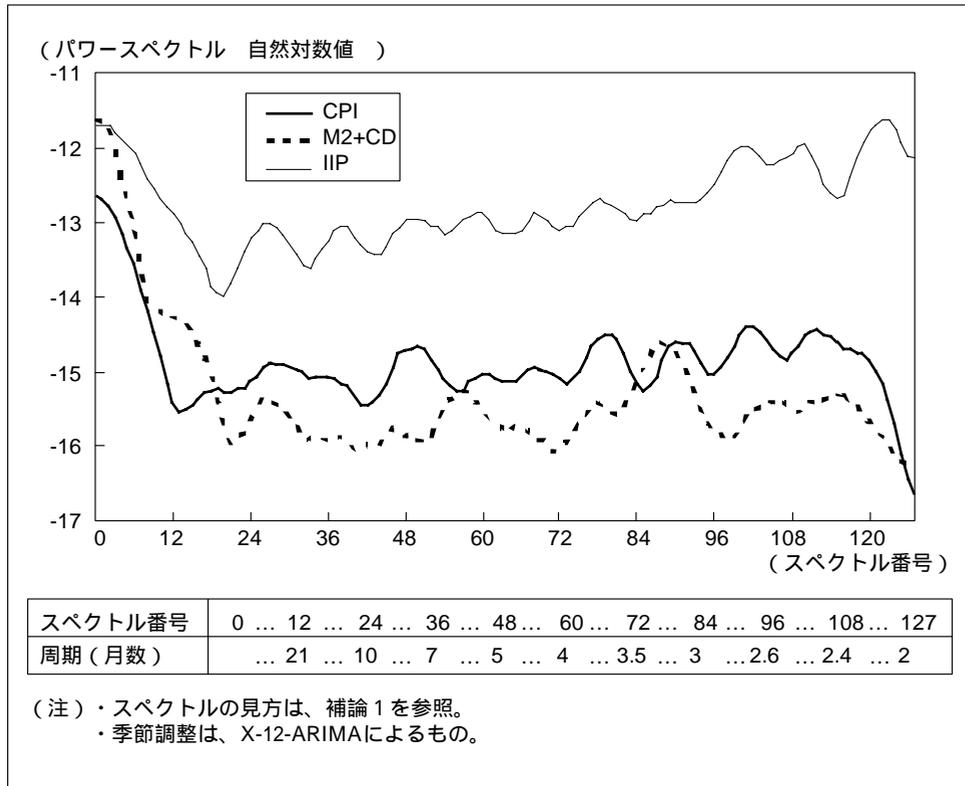


b. スペクトル分析（手法の詳細については補論1参照）

変動の周期構成をみるために、時系列の対数1階階差にフーリエ変換を施して、パワースペクトルの分布を求める。ここで、1階階差をとるのは、スペクトルを求めるには定常化することが必要であるためである。2階以上の階差をとらないと定常化しない変数も存在する可能性があるが、仮に2階階差をとった場合、関心の対象である経済変数の変化率の情報が失われてしまうという問題がある。こうした得失を勘案して、以下、本稿では1階階差の周期構成に着目する。その結果による（図表6）と、M2+CDについては、周期が長い（周波数が小さい）長期的トレンド成分の寄与が大きく、周期が短い（周波数が長い）成分の寄与が小さい。IIPは、長周期の成分だけでなく短周期の寄与も大きくなっており、volatileな変動であることを裏付ける。一方、CPIは、トレンドに相当する長周期の成分は他の2変数に比べてやや小さく、短周期の成分は、IIPほどではないが比較的大きくなっている。

以上の結果を総合すると、CPI、M2+CD、IIPの3つの変数ともトレンドを持つ変数であり、そのうちM2+CDについては1階階差値がさらにトレンドを有する可能性が示唆される。またvolatileな短周期変動の寄与は、IIPが大きく、次いでCPIが大きく、M2+CDは、他の2変数と比べると比較的長周期成分が強くなっている。

図表6 各経済変数のスペクトル分布（対数1階階差 季節調整済）



c. 定常性検定

データを用いて経済分析を行う場合には、対象となる時系列が定常か非定常かとの判断は、得られた結果の解釈にも影響を及ぼす可能性があるため、定常性の検定を行う。具体的には、単位根検定の一種であるADF (Augmented Dicky-Fuller) テストを用いることとする。

$$\Delta P_t = \gamma P_{t-1} + \sum_{i=2}^n \beta_i \Delta P_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\Delta P_t = \alpha_0 + \gamma P_{t-1} + \sum_{i=2}^n \beta_i \Delta P_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$\Delta P_t = \alpha_0 + \gamma P_{t-1} + \alpha_{1t} + \sum_{i=2}^n \beta_i \Delta P_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

ここで、(1)式は純粋なランダムウォークモデル、(2)式はドリフト項 (α_0) を加えたもの、(3)式は、(2)式にさらに線形のタイムトレンド (α_{1t}) を加えたものである (ただし、Pは原系列、 Δ はその1階階差、添字tは時間、 ε は誤差項を示す)。ADFテストは、以上の(1)~(3)式を推計し、各式の「 γ 」が有意にゼロと異ならないと判断された場合には、その式においてその原系列は単位根を有していると考え、反対に「 γ 」が有意にゼロと異なれば (すなわち、「 $\gamma < 0$ 」) その原系列は定常過程に従っているとみなす検定法である¹⁷。図表7は、本稿の分析で使用する月次時系列 (CPI、M2+CD、IIP 季節調整済系列を用いた¹⁸) について、それぞれADFテストを行った結果である。それによると、CPIはトレンド定常であること、M2+CDは、I(2) (ドリフト項、トレンドともになし)、IIPはドリフト項付きの単位根過程に従いI(1)となった¹⁹。

17 ADFテストは、上記3式に最小自乗法を適用するだけの簡便な方法であるため、単位根検定では最も利用されている手法の一つである。しかしながら、同手法は、真の根が1に近い (near unit root) 場合、検定の検出力 (すなわち、帰無仮説が誤っているときに正しく棄却する確率) が低い、との問題点がある。

18 今回の定常性検定では、(1)~(3)のモデルの同定が容易になるように、X-12-ARIMAによる季節調整済データを用いて検定を行った。しかし、Ghysels and Perron [1993] では、季節調整済データを用いた検定では、係数の推定値にバイアスが生じるため、検定の検出力が低下する (単位根がない場合に、誤って単位根があると結論してしまうケースが増加する) 可能性があることが指摘されており、本稿での検定結果は一定の幅をもってみるべきであろう。

19 この検定では、ドリフト項およびトレンドに変化がないことを前提に検定を行っている。そのため、推定期間中に構造変化がある場合は、得られる結果が変わる可能性が考えられる (我が国のデータを使った分析事例は、副島 [1994] 参照)。この点を考慮して、M2+CDについて数か所のブレイクポイントを想定し、期間を分割して再検定を試みた。その結果によると、1990年までのデータでの検定ではI(1)過程と、第2次石油ショック以降の1982年~1997年のデータではI(0)過程と判断される。このように、時系列の性質は一定の幅をもって解釈する必要がある。

図表7 単位根検定(ADFテスト)(期間:1975年1月~1997年3月)

月次	(1)ドリフト項・トレンドなし	(2)ドリフト項のみ	(3)ドリフト項及びトレンド
CPI~I(0)	x	*	
M2+CD~I(0)	x	x	x
M2+CD~I(1)	x	x	x
M2+CD~I(2)			
IIP~I(0)	x	x	x
IIP~I(1)		*	

注) I()は、()内が階差の次数を示す。すなわち、I(1)であれば、原系列に、一階階差をとった式で推定を行った結果を表している。

x : $H_0: = 0$ の帰無仮説が採択された場合。

: $H_0: = 0$ の帰無仮説が棄却され、対立仮説 $H_1: < 0$ が採択された場合。

* : $H_1: < 0$ が採択され、さらに(2)式のドリフト項、もしくは(3)式のドリフト項及びトレンドが、ともに1%水準で有意であるとき。

(2) 抽出された各種基調的変動・長期的トレンド成分の特性

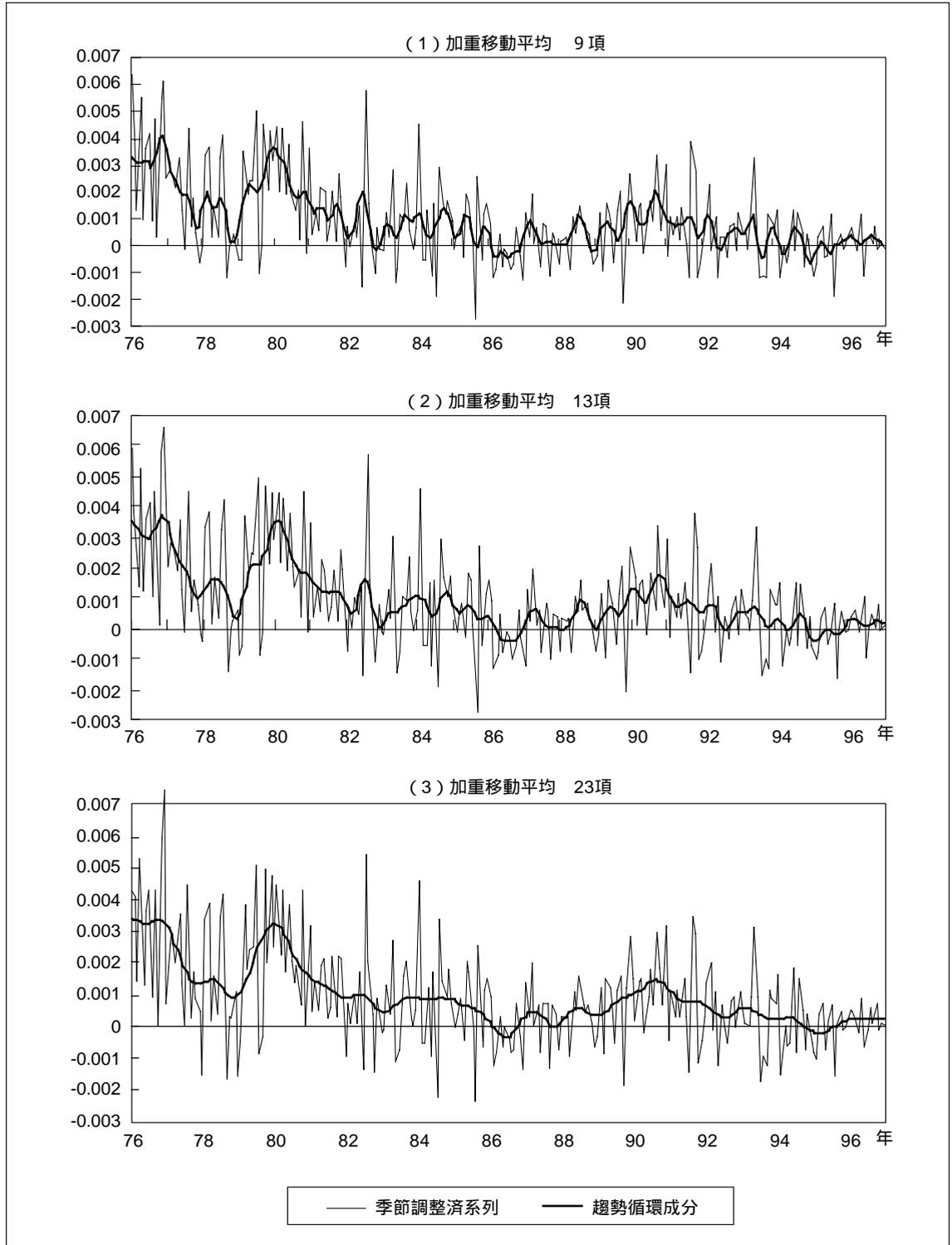
次に、2節の(3)で紹介した5種類の変動抽出手法を各変数に適用して、その抽出結果を比較する。同時に、(1)で得られた各変数の時系列的特性が抽出結果に影響を与えるかどうかについても検討する。以下の分析では、特に断らない限り季節調整を施していない原系列を用いている。なお、周期構成の比較の際には、3節(1)に述べた事情から、1階階差をとった値に対してスペクトル分析を行う。

a. X-12-ARIMA季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法

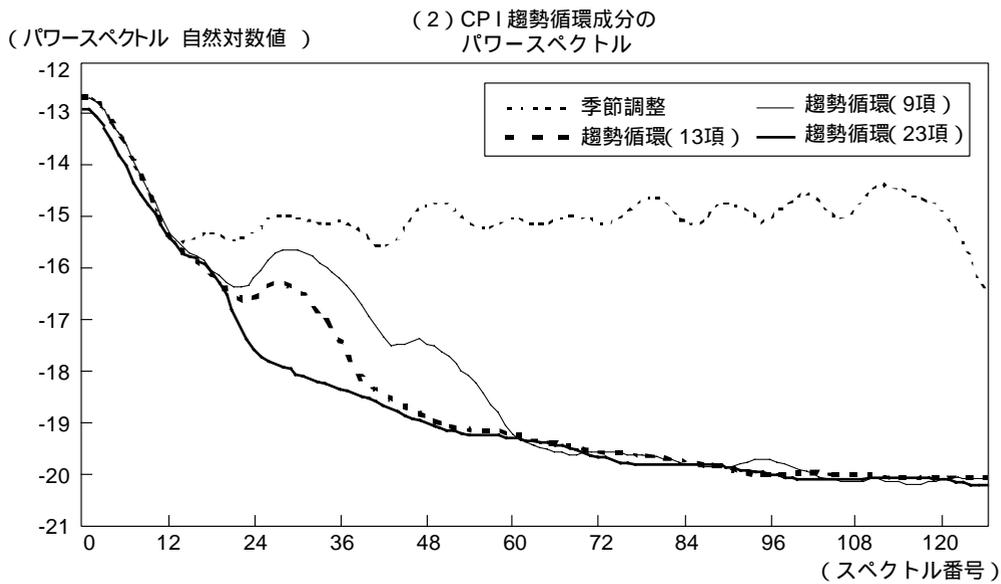
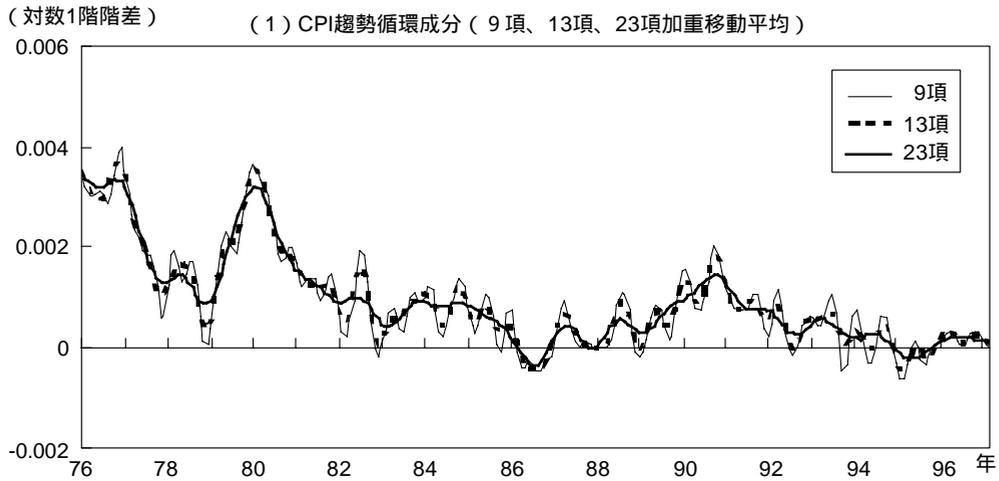
X-12-ARIMA季節調整プログラムにおいては、基調的変動成分(趨勢循環成分)を求める際に用いるヘンダーソン加重移動平均の項数は、月次データの場合、9項、13項、23項から自動選択される。しかし、以下で示すように、各々の項数の移動平均から抽出される成分の性質はかなり異なる。

CPIについてグラフでみると、23項移動平均の場合にはかなり滑らかな変動となっているが、9項、13項移動平均のケースでは、周期数が月から1年弱程度の短周期の循環変動が残存している(図表8)。この点を、対数階差のスペクトル分析によりみとめる(図表9(2))と、23項移動平均が周期1年程度を境界にして、それより長周期の成分をほぼ全部残す一方、短周期の成分をほぼ完全に除去している様子がわかる。このように、基調的変動を抽出するには、23項移動平均が優れている。他方、9項、13項移動平均については、クリアカットな周期の抽出はできないほか、各々、6ないし8か月程度の短周期成分が残存している。この傾向は、M2+CD、IIPでも同様であり、23項移動平均が1年以上の周期を抽出して、滑らかな変動となっている一方で、9、13項移動平均は、より短期の変動の影響を強く受けている(図表10、11)。

図表8 ヘンダーソン加重移動平均によるCPIの趨勢循環成分（対数1階階差）

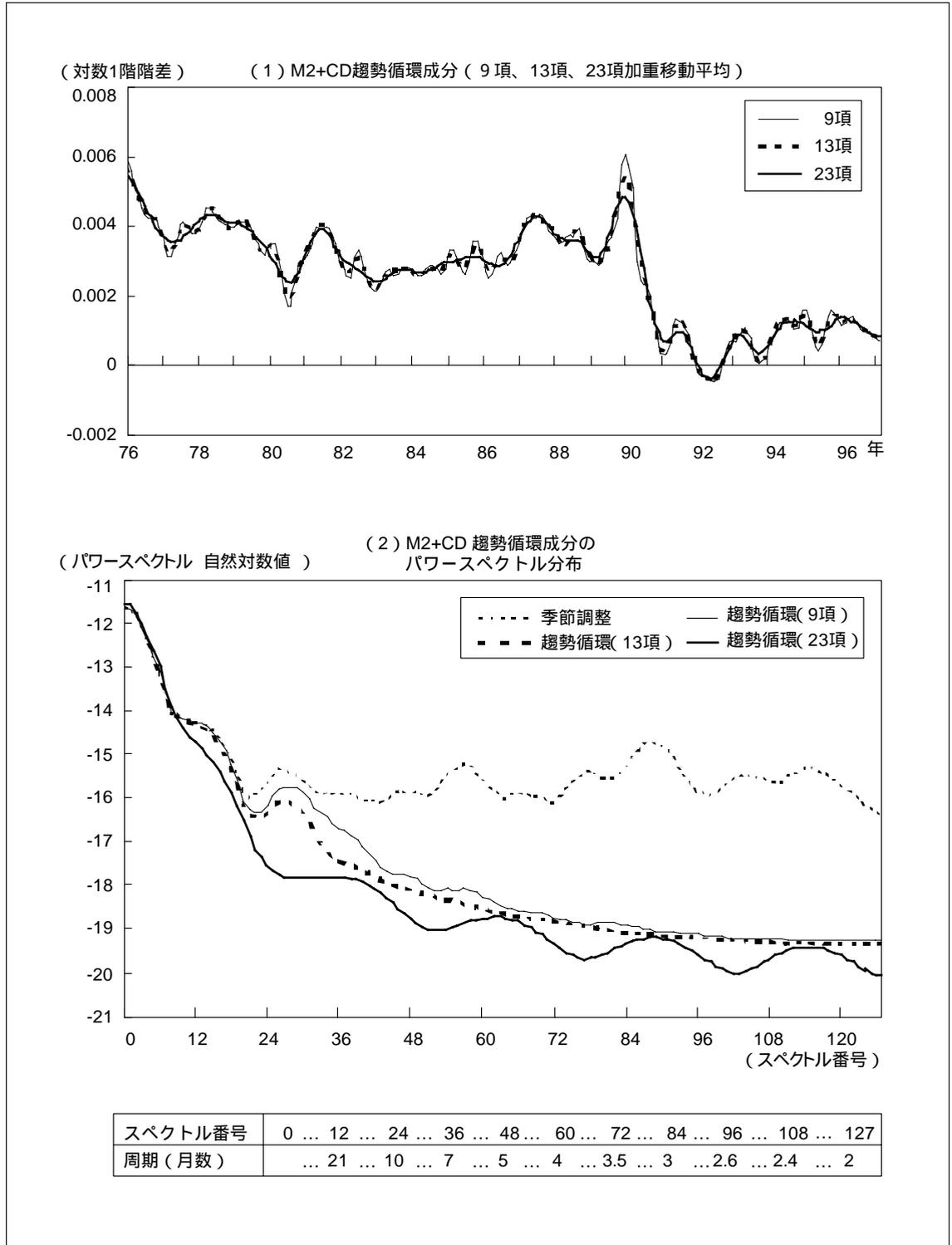


図表9 ヘンダーソン加重移動平均によるCPIの趨勢循環成分

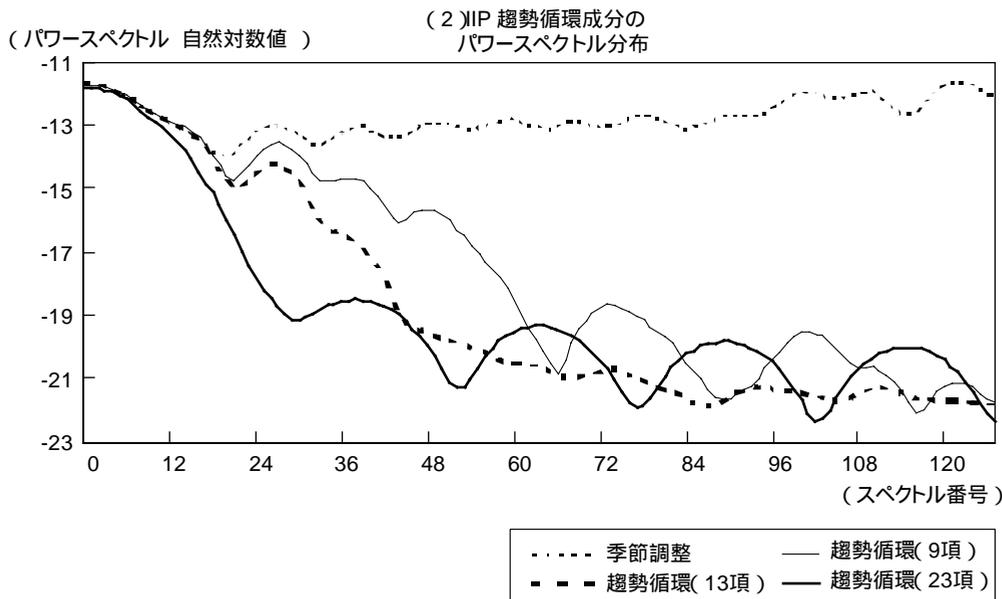
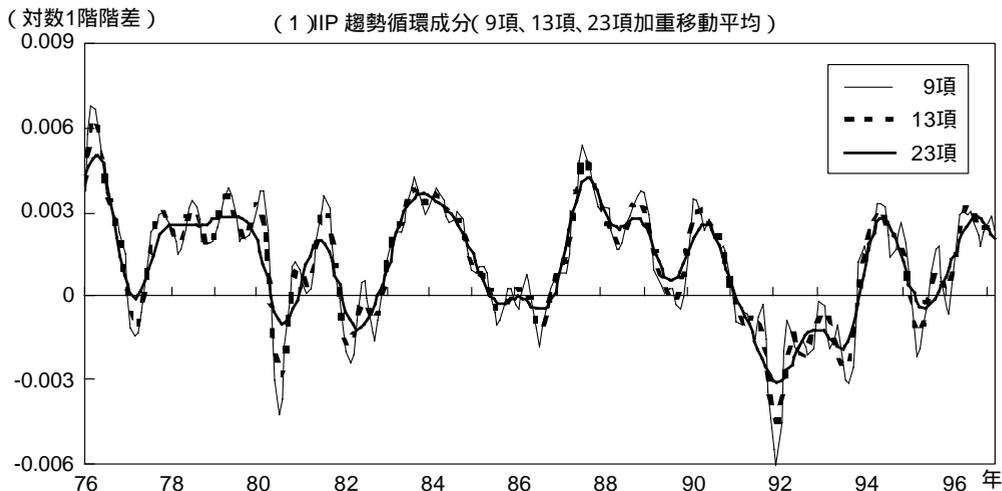


スペクトル番号	0 ... 12 ... 24 ... 36 ... 48 ... 60 ... 72 ... 84 ... 96 ... 108 ... 127
周期(月数)	... 21 ... 10 ... 7 ... 5 ... 4 ... 3.5 ... 3 ... 2.6 ... 2.4 ... 2

図表10 ヘンダーソン加重移動平均によるM2+CDの趨勢循環成分



図表11 ヘンダーソン加重移動平均によるIIPの趨勢循環成分



スペクトル番号	0 ... 12 ... 24 ... 36 ... 48 ... 60 ... 72 ... 84 ... 96 ... 108 ... 127
周期(月数)	... 21 ... 10 ... 7 ... 5 ... 4 ... 3.5 ... 3 ... 2.6 ... 2.4 ... 2

さらに、各変数の周期成分の抽出度合いについて、透過率²⁰により比較する（図表12）。趨勢循環成分の透過率が50%を下回る周期は、23項移動平均の場合では、CPIとM2+CDでは12か月であるが、IIPではやや長めの14か月となっている。9項、13項移動平均の場合でも同様であり、IIPについては、9項の場合で7か月、13項で12か月と、CPIやM2+CDよりも長い。このように、対象とする時系列により周期成分の構成には若干の違いが生じている。もっとも、グラフでみる限り、今回の事例では、実用上は特段支障がないと考えられる。必要としている周期がどの程度かにより評価は異なるが、1年以上の周期成分に関心が強い景気循環の分析においては、23項移動平均が適切であると考えられる²¹。

図表12 ヘンダーソン加重移動平均による趨勢循環成分の透過率が50%となる周期

	9項平均	13項平均	23項平均
CPI	7か月	9か月	12か月
M2+CD	6か月	8か月	12か月
IIP	7か月	12か月	14か月

（注）透過率は（趨勢循環成分のパワースペクトル/季節調整済系列のパワースペクトル）の平方根で算出する。

b. フーリエ変換を利用したBand-Passフィルター

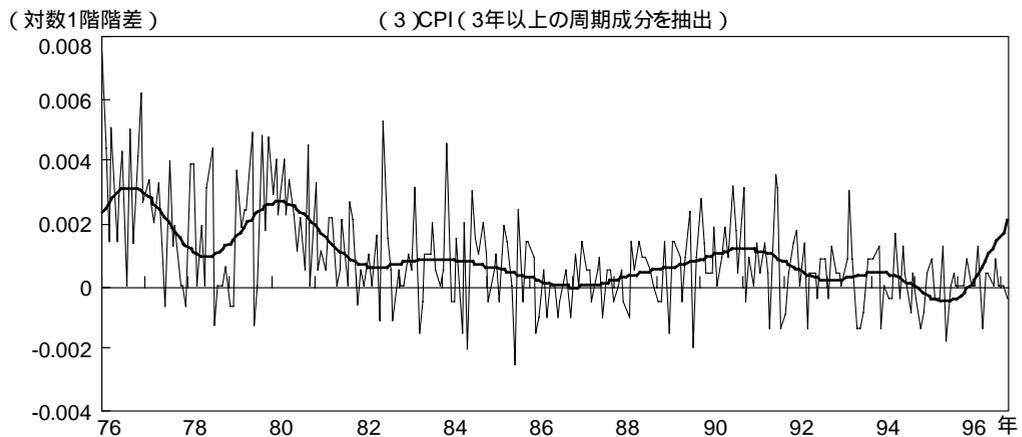
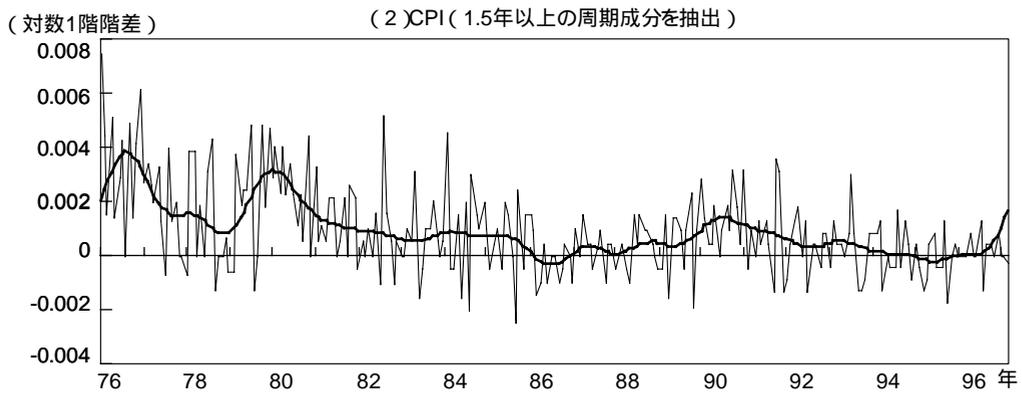
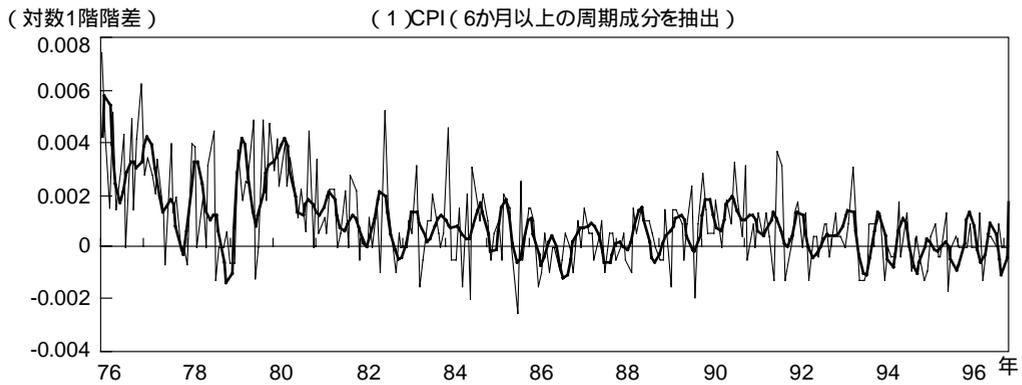
Band-Passフィルターは、フーリエ、逆フーリエ変換を利用することにより、指定した周期成分を抽出する手法であり、特定の周期成分を取り出すという観点からは、優れたフィルターである。CPIの対数1階差データに施した場合をみている（図表13-1）。周期6か月や1年以上の成分を抽出した場合は、季節成分が残っていることもあって、短周期の変動成分が目立つ。1年6か月以上の成分のみを抽出した場合は、季節変動が消え、基調的変動に相当する滑らかな変動を抽出できる²²。このように、同手法は時系列に季節調整を施すことなく、基調的変動を直接取り出すことができる。さらに、分析する時系列データの長さやスペクトルの推計誤差に制約されるが、一定の範囲で長周期の成分のみを抽出することも可能である。

20 透過率とは、フィルターをかけた場合に抽出される成分の大きさと、フィルターをかける前の成分の大きさを、各周期毎に比較した指標である。ヘンダーソン加重移動平均のケースでは、X-12-ARIMAで季節調整した系列にさらに加重移動平均をかけて趨勢循環成分を求めているため、透過率を（趨勢循環成分のパワースペクトル）/（季節調整済系列のパワースペクトル）の平方根で算出する。

21 本稿では、自動選択で選択される可能性がある9、13、23項の3つのケースの比較にとどめ、その範囲では、23項移動平均が景気循環の判断には相対的に優位であると結論付けている。しかし、X-12-ARIMAではオプションにより、あらゆる奇数の項数が指定可能であることから、23項よりもさらにパフォーマンスに優れた移動平均項数が存在する可能性もある。

22 Band-PassフィルターをM2+CD、IIPに適用した場合でも同様である（図表13-2、3）。

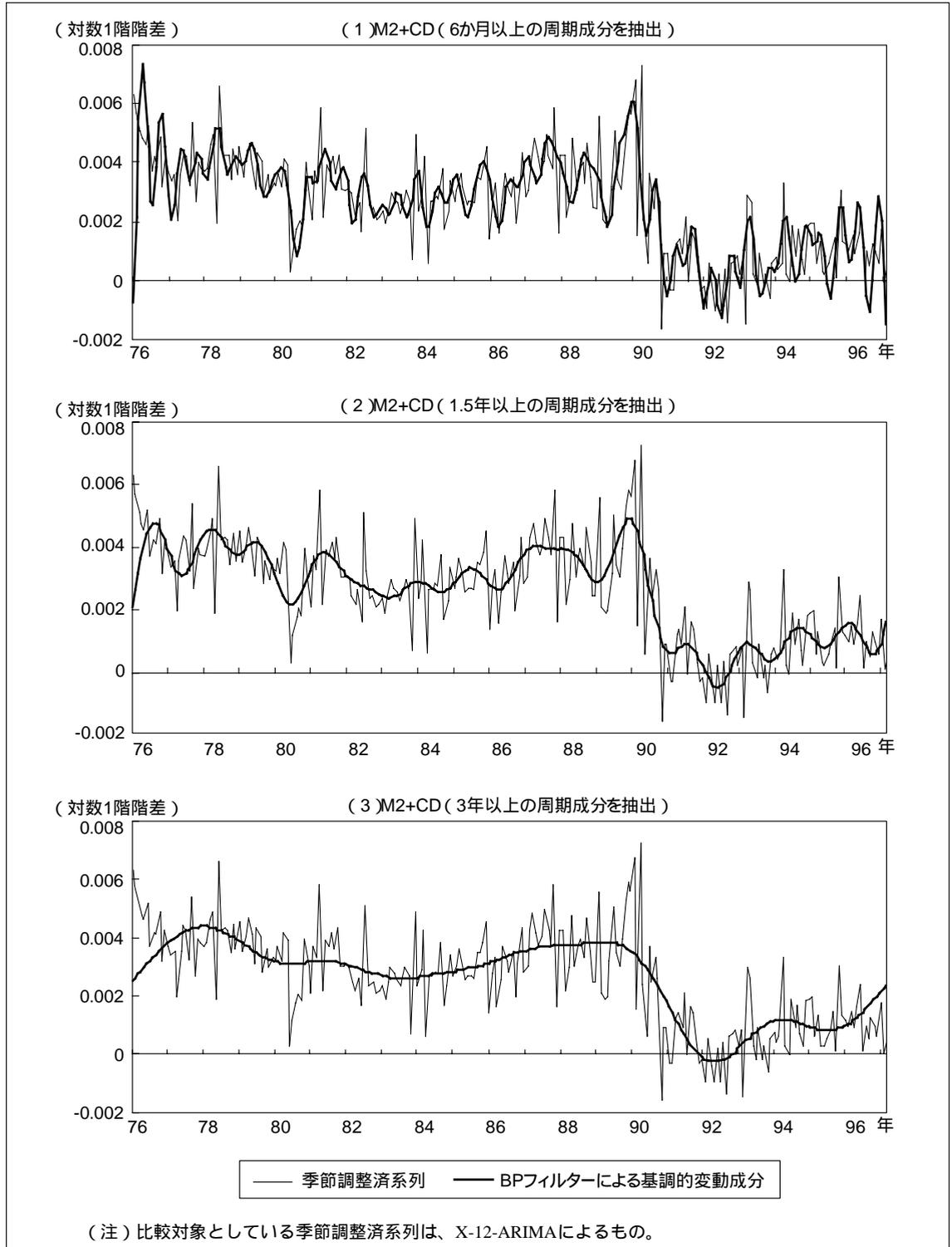
図表13-1 Band-PassフィルターによるCPIの基調的変動成分



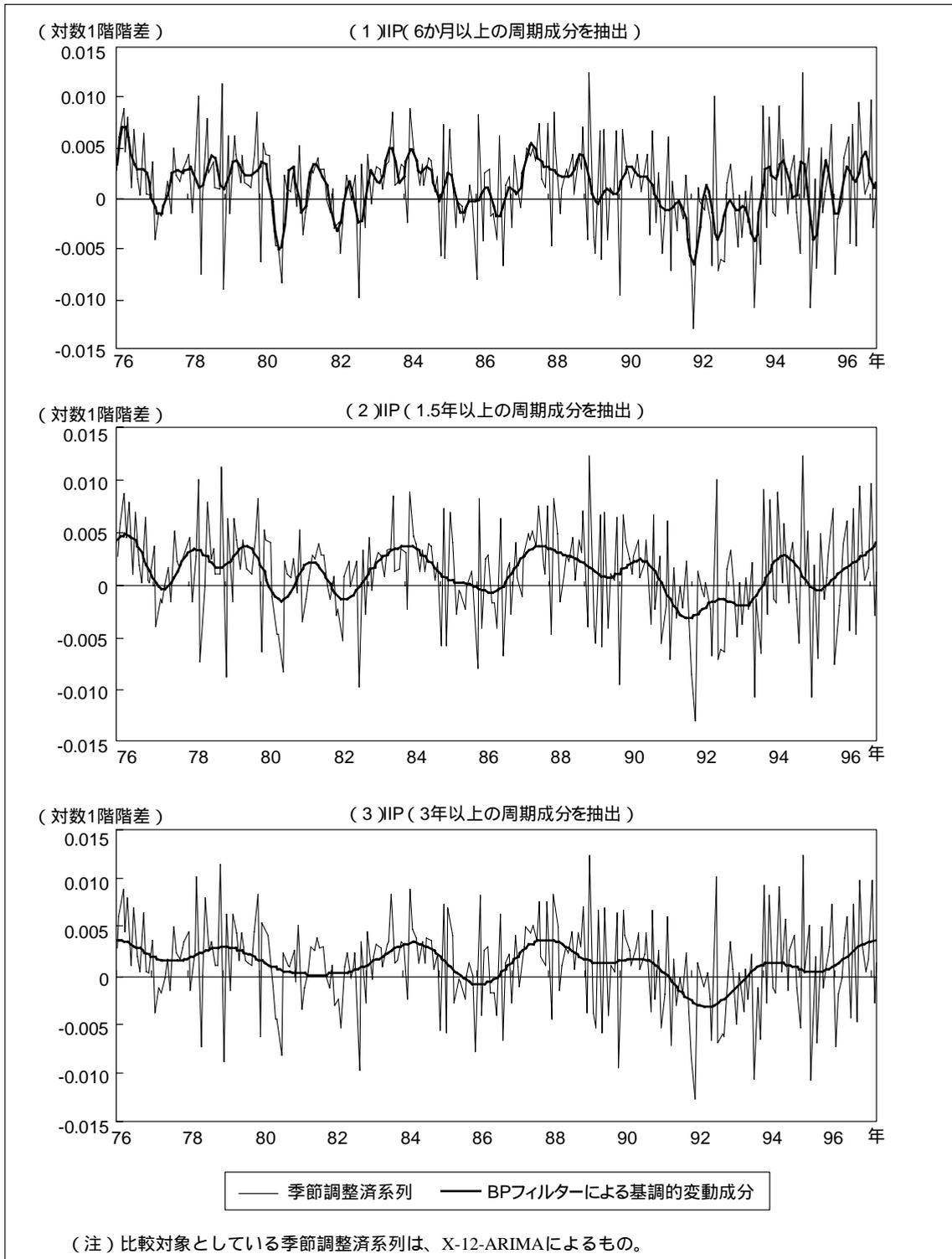
—— 季節調整済系列 —— BPフィルターによる基調的変動成分

(注) 比較対象としている季節調整済系列は、X-12-ARIMAによるもの。

図表13-2 Band-PassフィルターによるM2+CDの基調的変動成分



図表13-3 Band-PassフィルターによるIIPの基調的変動成分



しかしながら、抽出された基調的変動のグラフをみると、データ始期と直近部分においては、抽出前の系列（ここでは季節調整済系列と比較）と抽出された基調的変動が大きく乖離する傾向がみられ、変動を「均す」機能を果たしていない。これは以下の理由によると考えられる。Band-Passフィルターにおいては、抽出対象となる時系列は、以下の式に示すフーリエ表現²³で表現されている。フーリエ表現は、時系列を抽出期間を周期とする周期関数で表現するため、時系列の始期と終期では、フーリエ表現の値は必ず一致する必要がある（式でみると、これらの両点では、サイン関数 $\sin \lambda_j t$ がゼロ、コサイン関数 $\cos \lambda_j t$ が1となるため、コサイン関数 $\cos \lambda_j t$ の係数 α_j の和のみで構成される。その結果、フーリエ表現の値は一致する）。しかし、図表13でもわかる通り、抽出対象となる時系列の始期と終期の値（対数階差の値）は一般的には異なるため、フーリエ表現では、始期と終期の原系列の値の間になるように各係数が決定されることになる。そのため、時系列の始期と終期の部分では、抽出された時系列は原系列と大きく乖離してしまうことになる。

$$p_t = T^{-1/2} \left\{ \alpha_0 + \sqrt{2} \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cos \lambda_j t + \beta_j \sin \lambda_j t) \right\} \quad (T \text{が奇数の時})$$

$$p_t = T^{-1/2} \left\{ \alpha_0 + \sqrt{2} \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cos \lambda_j t + \beta_j \sin \lambda_j t) + \alpha_{n+1} (-1)^t \right\} \quad (T \text{が偶数の時})$$

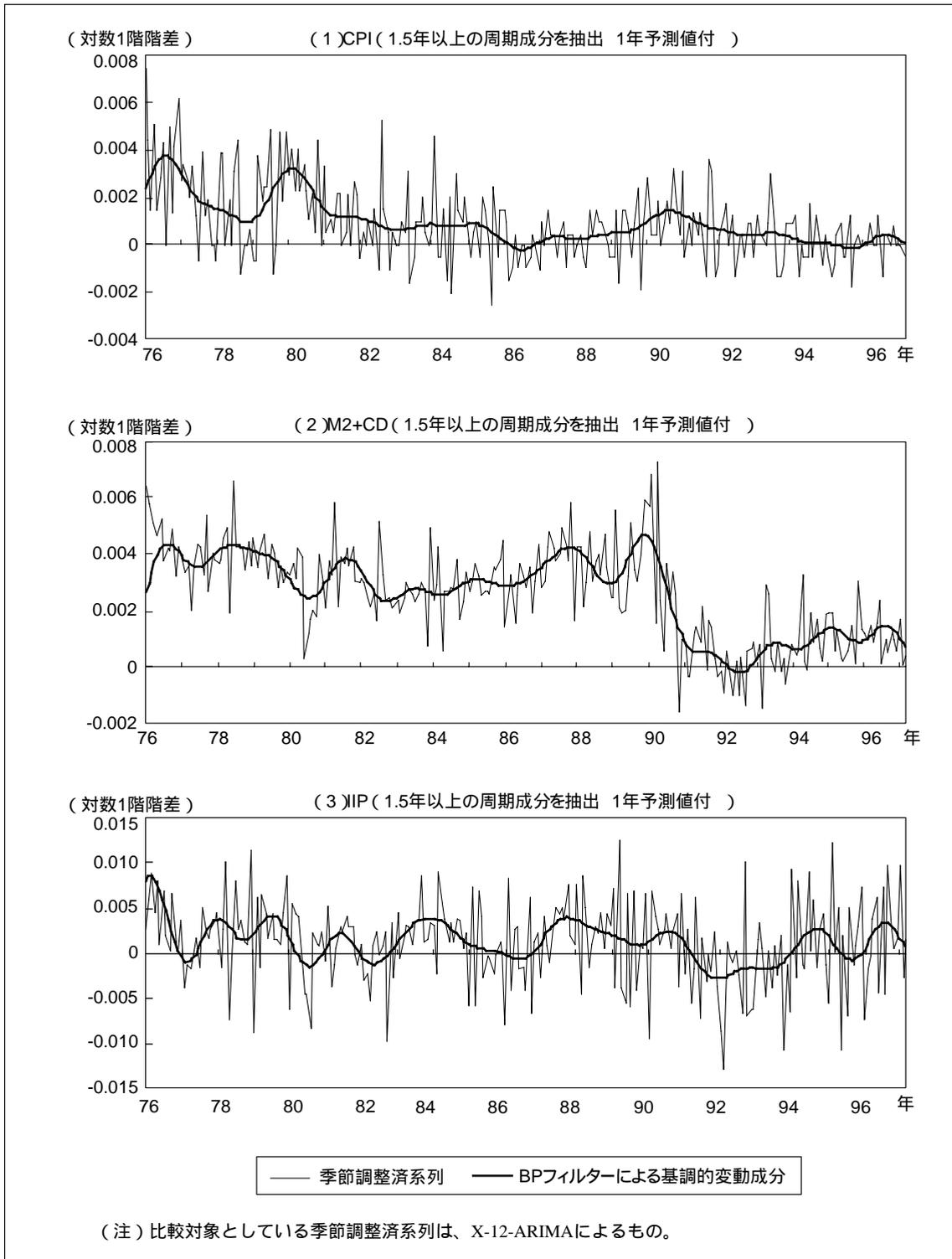
実際、CPIにBand-Passフィルターを適用した場合に、前述のように基調的変動成分と原系列に大幅な乖離が生ずる範囲をグラフから大まかにみると、抽出周期成分が1.5年以上のときには、最初と最後の6か月分、3年以上の場合は同1年分が不適切な推定となっている。なお、この点を補正するために、CPIについて、ヘンダーソン加重移動平均と同様に、先行き1年間のARIMAモデルの予測値を原データに追加したのち、Band-Passフィルターをかけると、原系列の動きに整合的な基調的変動成分を得ることができる²⁴（図表14）。

この結果から判断すると、同フィルターを用いて、長期的トレンド成分のみを抽出するのは、不適切な推定をする期間が長くなることから望ましくない。このフィルターは、1年6か月以上の周期抽出を指定するなどにより、長期的トレンドと景気循環の和に相当する基調的変動成分を抽出するのに適切な手法である。

23 フーリエ変換については補論1参照。

24 同手法をM2+CD、IIPにも適用すると、同様に良好な基調的変動成分を得られる（図表14）。

図表14 Band-Passフィルターによる基調的変動成分（ARIMA予測値を1年分加えた場合）



c. Hodrick and Prescottフィルター（HPフィルター）

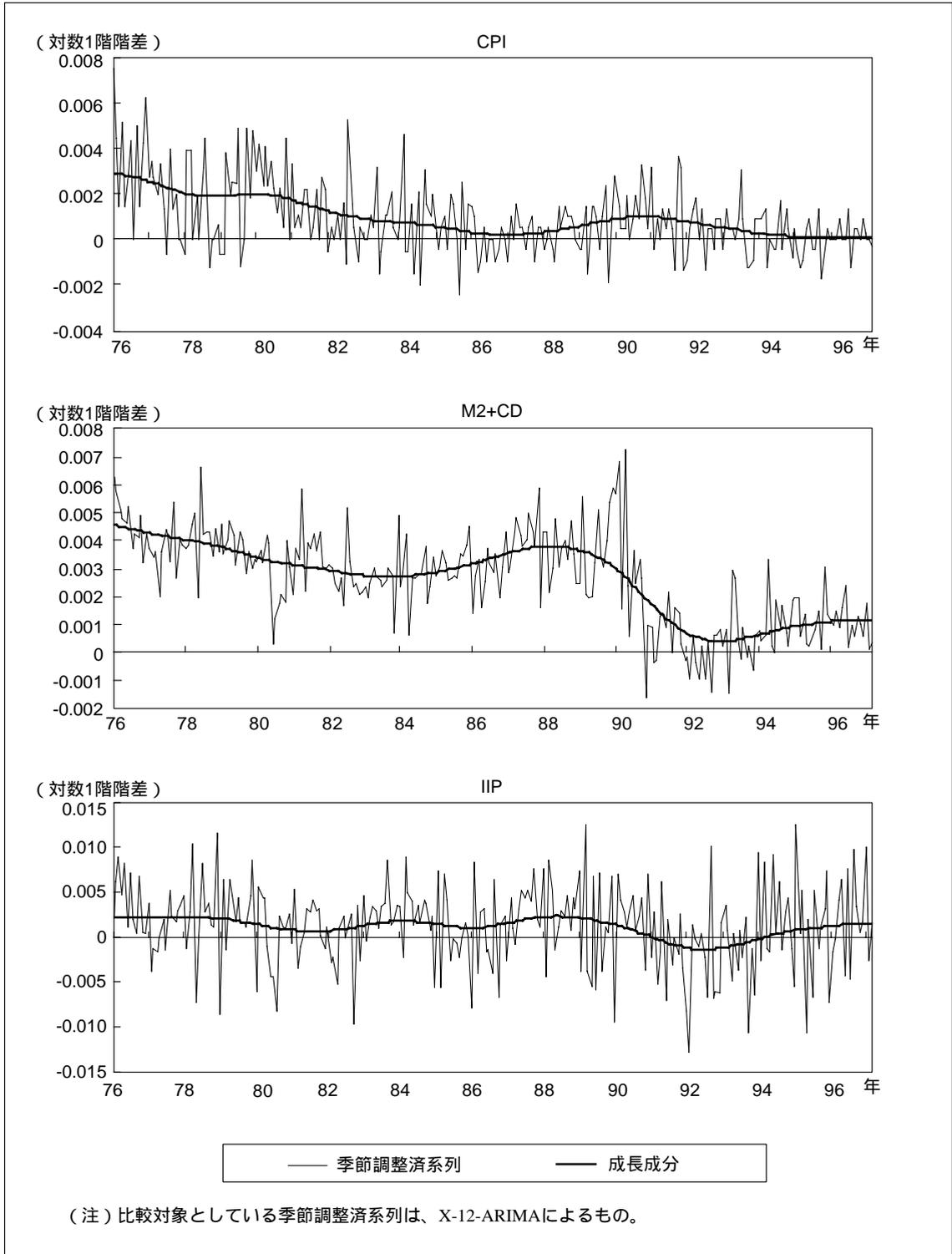
HPフィルターは、一般的に、本稿でいう「長期的トレンド成分」に相当する成分を中心に抽出するフィルターと考えられているが、以下の分析例では、必ずしもそのような振る舞いを示しておらず、成長成分に景気循環に相当するより短期の周期成分が取り込まれている。

月次の時系列に適用したケースをみる（P48の式で $\lambda=14400$ としている、図表15）と、得られる成長成分はCPI、M2+CD、IIPとも、ヘンダーソン加重移動平均（23項）やBand-Passフィルター（周期1年6か月以上の成分を抽出）の結果と比べて、非常に滑らかである。対数階差の周期構成をスペクトル分析でみる（図表16）と、抽出された成長成分には3～5年程度の周期成分（スペクトル番号では4～7）を相当程度含んでいる。この点を詳しくみるために、抽出された成長成分とその残差である短周期の循環成分のスペクトルを比較する（図表17）と、IIPでは周期5年超（スペクトル番号では4以下）については成長成分の方が大きな値となっている一方、M2+CDやCPIでは、周期3年程度以上（同7以上）について、成長成分の方が大きい。このように、M2+CDやCPIにおいては、長期的トレンド成分だけではなく、景気循環に相当するより短い周期の成分まで成長成分に含まれている²⁵。

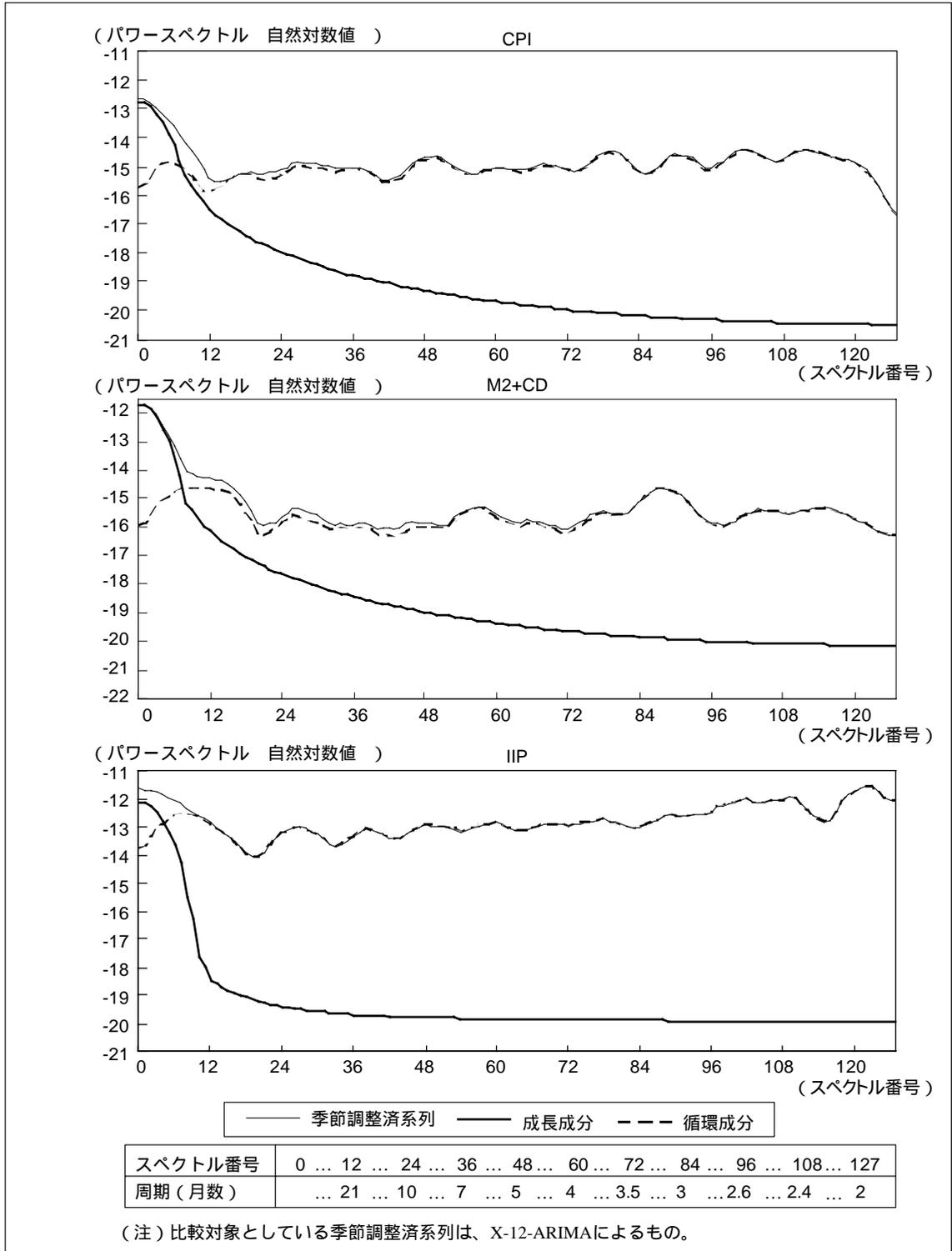
ちなみに、対象とする経済変数により、抽出される周期成分が異なる理由は以下のように考えられる。HPフィルターは、一定の滑らかさを保つと同時に、循環成分が小さくなるように、成長成分を決定する仕組みとなっている。IIPのように、経済変数の変動がよりvolatileになる場合には、循環成分を小さくするように原系列に沿う成長成分を選ぶと、滑らかさが低下することから、残差にあたる循環成分が増加することを許容しつつ、成長成分の滑らかさを維持しようというメカニズムが働く。その結果、他の事例と比べてより長い周期の成分のみが成長成分に取り込まれることになる。変動のvolatilityの大きさが異なる変数にHPフィルターを施す際には、抽出される周期成分の違いに注意する必要がある。

25 なお、四半期データ（CPI、M2+CD 原系列）を用いた分析（ $\lambda=1600$ ）でも、3年以上の周期について、パワースペクトルの値は、成長成分の方が大きくなっており、景気循環に相当する成分まで成長成分に取り込まれていることがわかる（図表17）。

図表15 HPフィルターによる成長成分（基調的変動成分） =14400



図表16 HPフィルターによる抽出成分のスペクトル分布



図表17 HPフィルターにより抽出された成長成分と循環成分の
パワースペクトルが等しくなる周期

	月次		四半期		参考	
	スペクトル番号	期間の切れ目	スペクトル番号	期間の切れ目	月次	四半期
					単位根検定	
CPI(季調前)	7	3年	6	3.5年		
CPI(季調後)	8	2.65年	12	1.8年	I(0)+定	I(0)+定
M2+CD(季調前)	8	2.65年	7	3年		
M2+CD(季調後)	8	2.65年	7	3年	I(2)	I(2)
IIP(季調前)	4	5.3年	-	-		
IIP(季調後)	5	4.25年	-	-	I(0)+定+ト	
実質GDP(季調前)	-	-	N.A.	N.A.		
実質GDP(季調後)	-	-	9	2.4年		I(0)+定+ト

(注) (0)+定...単位根検定の結果、定数項まわりの(0)と判定されたもの。

(0)+定+ト...単位根検定の結果、定数項+トレンドまわりの(0)と判定されたもの。

季節調整は、X-12-ARIMAによるもの。

d. DECOMP

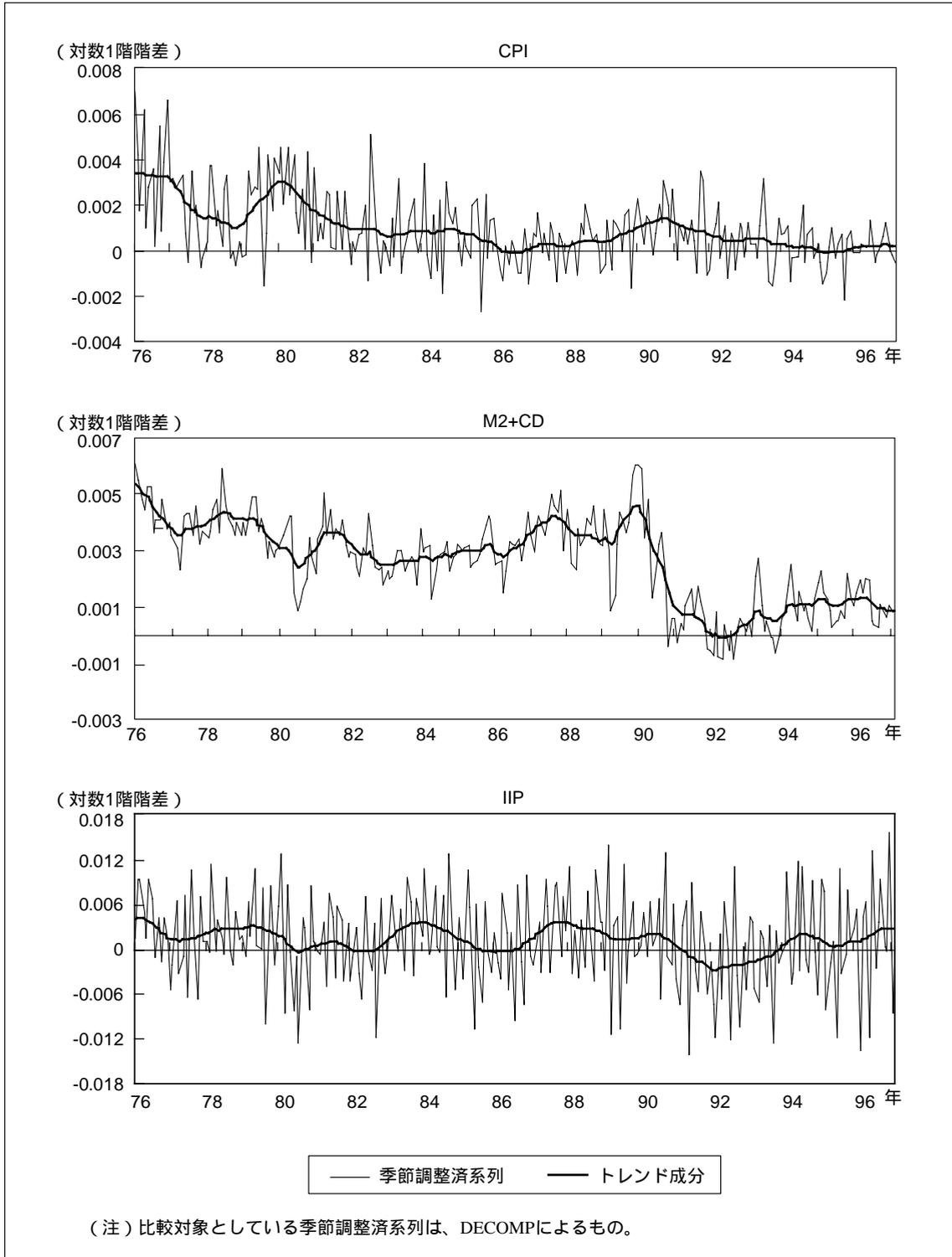
DECOMPを月次の時系列に適用した分析をみってみる。基調的変動成分に相当するトレンド成分の対数階差グラフをみる(図表18)と、CPI、M2+CD、IIPいずれのケースとも、ヘンダーソン移動平均(23項)やBand-Passフィルター(1年6か月以上の成分を抽出)のケースとよく似た滑らかな成分となっている。この点を、対数階差のスペクトル分析から確認する(図表19)と、トレンド成分は周期1.5年以上の成分を抽出し、それより短い周期成分はAR成分およびホワイトノイズ成分により表現されている。この点で、DECOMPは周期からみてクリアカットな分解を行っており、このトレンド成分は、本稿でいう「基調的変動成分」(長期的トレンド成分+景気循環成分)に相当すると考えることができる。これは、2節(3)で述べたように、 $I(m)$ 過程($m \geq 1$)成分は主に長期的トレンドを構成すると考えるのが自然なようにみえる。しかし、DECOMPがAR成分を含む全モデルの当てはまりが最もよくなるように選択されている以上、成分分解の過程でより短期の景気循環成分をトレンド成分により表現する結果になることはあり得ることと思われる。

より細かくみると、トレンド成分とAR成分の境界は対象とする時系列により、幾分異なっている。図表19でトレンド成分とAR成分のパワースペクトルが交差する周期を求めると、CPIの場合は1.5年、M2+CDの場合は1.3年、IIPの場合は1.9年となっている。こうした違いが生じる理由として、以下のことが考えられる。M2+CDは、トレンド成分が強く、短周期の成分が少なく、滑らかとなっている。そのため、DECOMPにおいては、トレンド成分を表現する確率差分方程式により、より短い周期の変動まで表現することが可能である。一方、IIPでは短周期の変動が強いため、トレンド成分を表現する確率差分方程式では、短い周期まで表現することが難しく、その分はAR成分で表現する方がより良好な推定となるため、トレンド成分はより長い成分の表現にとどまると考えることができる²⁶。

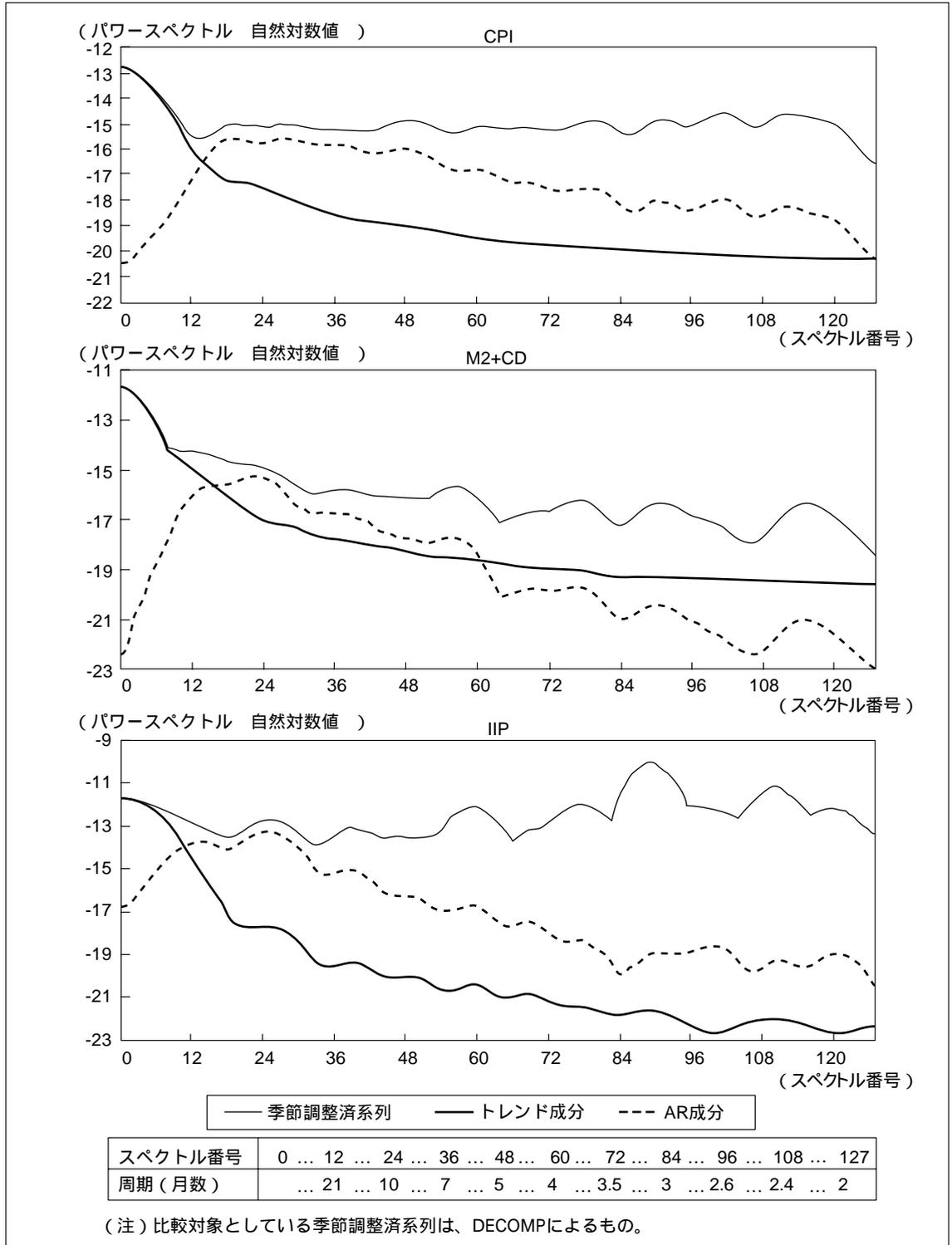
なお、今回の3つの時系列については、いずれにおいても、トレンド成分の次数は2が選ばれ、トレンド成分がI(2)過程で近似できることを示している。これは3節(1)における定常性検定の結果(CPI~ドリフト項付きのI(0)、M2+CD~ドリフト項なしのI(2)、IIP~ドリフト項付きのI(1))と、整合的ではないようにみえる。こうした結果になるのは、DECOMPが想定しているモデルでは、トレンド成分がドリフト項のない過程のみに限定されているため、ドリフト項付きのI(0)、I(1)過程であるCPIやIIPの場合においても、ドリフト項のないI(1)モデルではなく、ドリフト項のないI(2)モデルの方が当てはまりがよい結果になったためと思われる。

26 抽出成分の周期構成が比較的安定的となっているのは、3つの時系列において、DECOMPが同じ次数条件(トレンド成分の確率差分の次数が2、AR成分の次数が2)を選択していることが影響している。実際、北川[1997]などによれば、ほとんどの時系列において、トレンド成分の次数は2が選ばれるようである。しかし、ARの次数は、時系列がどの程度volatileかにより変化する。一般的には、高次のARの次数がAIC規準により選択される場合には、より長周期の成分までAR成分に取り込まれ、トレンド成分の周期はより長周期にずれるほか、季節成分となるべき短周期成分もAR成分に取り込まれてしまう。そうした点を考えると、AR成分の高次(4次以上)を選択するのは適当でない場合が多く、仮にAIC規準で高次のAR成分のモデルが選択される場合も、グラフ等を見比べ、次善的なAICを持つ低次のAR次数を選択した方がよいことが多い。今回の分析においても、M2+CDについては、AIC規準に従うとAR次数は6が選ばれる。しかし、この抽出結果をグラフでみると、AR成分が原系列には存在しない強い短周期変動をつくり出しており、明らかに不適切である。そのため、2番目にAICが小さいAR次数が2の場合を選択している。このように、DECOMPにおいてはARの次数選択にやや難がある。

図表18 DECOMPによるトレンド成分



図表19 DECOMPにより抽出された各成分のスペクトル分布



e. Beveridge and Nelsonによる分解²⁷

CPIに適用した場合の結果²⁸を対数レベル値でみる(図表20)と、一時的成分の値は、恒常的成分の大きさに比べ小さい(このため、グラフでは恒常的成分は原系列と重なる)。第2次石油ショック直後の81年頃までは、一時的成分の値が正で比較的大きいが、その後は小さく、恒常的成分がより大きくなっている。なお、インフレ率がゼロ近傍であった87年前後の数年間および94年以降については、負の一時的成分が継続的にみられる。このように、一時的変動成分は系列相関を有するが、この結果から、各々の時期には、小さいながらもCPIを一時的に押し下げるショックが寄与していることが推測できる。M2+CDについても、一時的な変動が系列相関を持つという類似の結果が得られる。つまり、上昇率が高かった90年頃までは、一貫して一時的成分が正に寄与している。特に、76~78年、90年において一時的成分の寄与が大きい。一方、91年以降は一貫して一時的成分が負となっている。これに対し、IIPは、CPIやM2+CDとはかなり異なる。IIPの一時的成分はランダムな変動を示し、系列相関はあまりみられない。IIPの主たる変動は恒常的なショックから生じていることを窺わせる。

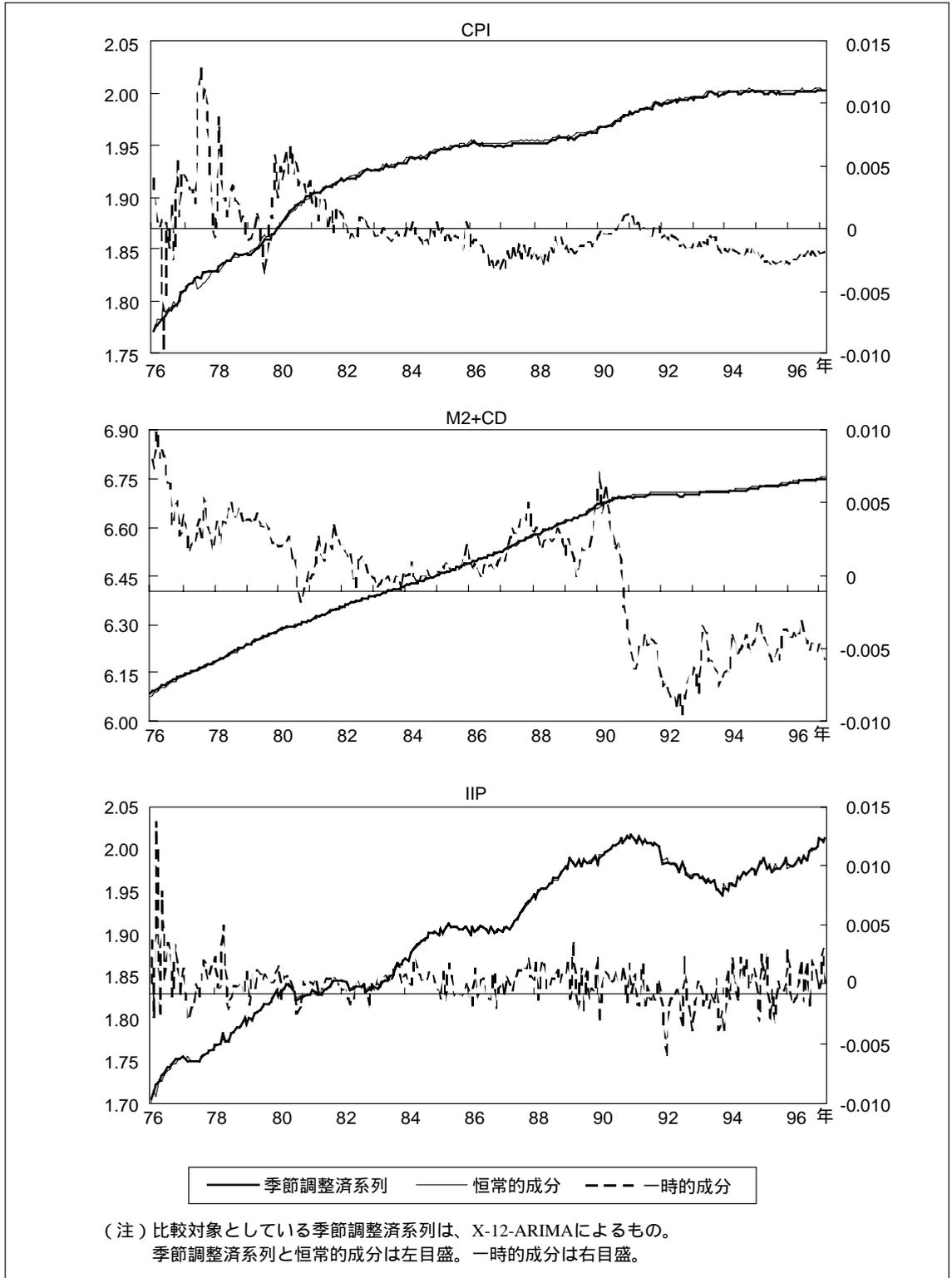
次に、各成分の階差をとって、スペクトル分析を行う(図表21)と、各変数とも周期2年程度より長周期の成分は、ほとんどが恒常的成分に取り込まれているが、短周期の成分は恒常的成分と一時的成分の双方に分解されている。これは、モデルが、 (1) 過程となる成分とそれ以外の成分に分解したためであるが、特定の周期成分を抽出したいという立場の分析では、この分解法の利用は望ましくないと考えることができる。

27 Beveridge and Nelson分解の際に選択されたARIMAモデルは以下の通りである。

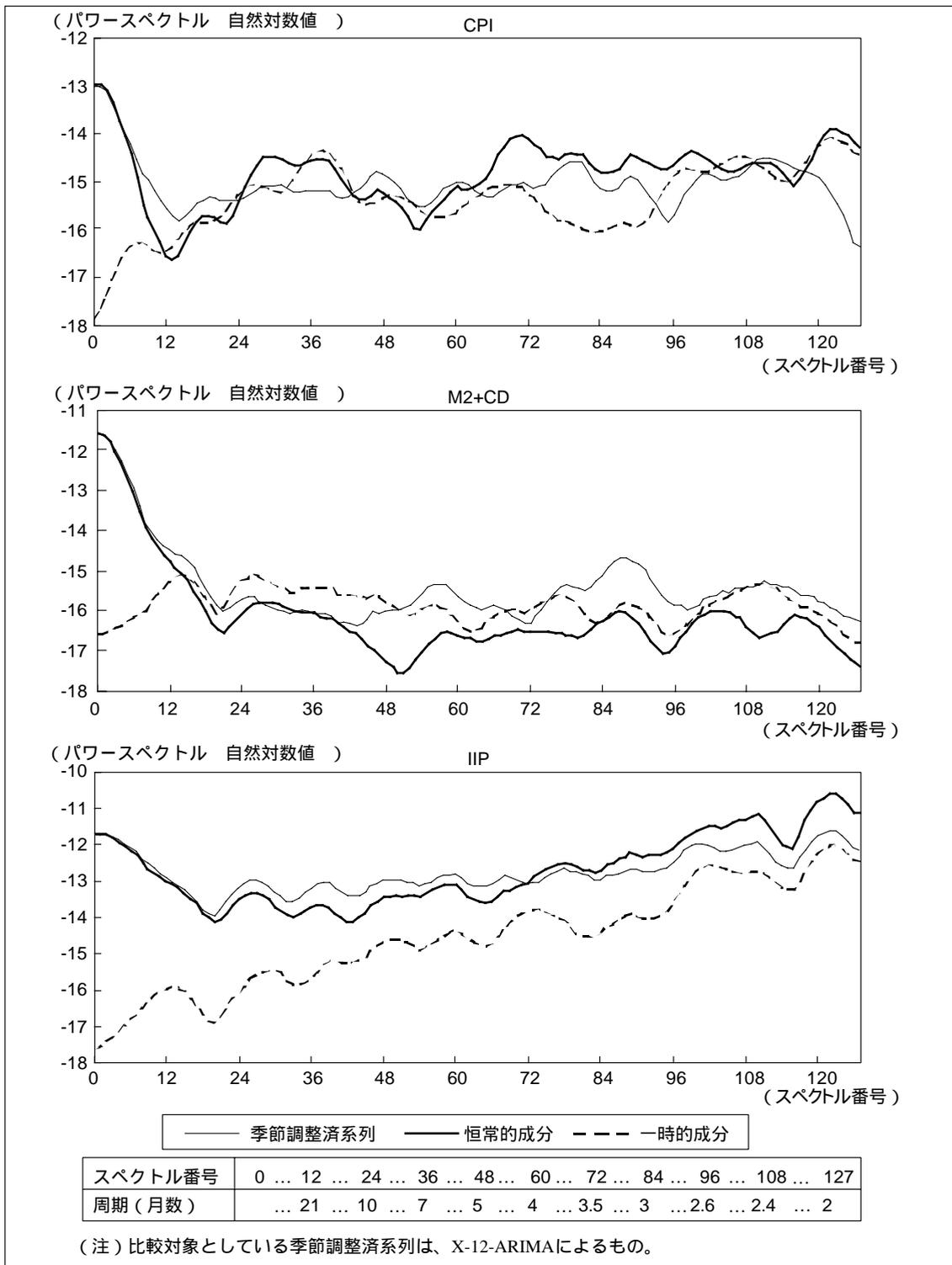
CPI (3,1,3) M2+CD (1,1,2) IIP (2,1,1)

28 この手法は、時系列が確率的トレンドを含む非定常過程であることを前提としている。しかし、前述の定常性検定が示す通り、CPIについては、確定的直線トレンドを含む定常過程であると判断されている。この場合でも、ARIMAモデルを推計することは可能なことから、この手法を適用することは一応可能であるが、その解釈には相当な制約がある点は否定できない。

図表20 Beveridge and Nelson分解による抽出成分（対数1階階差）



図表21 Beveridge and Nelson分解による抽出成分のスペクトル分布



4 . 抽出された基調的変動・長期的トレンド成分の安定性

本節では、分析対象期間を変化させたときに、抽出された基調的変動成分がどの程度安定的であるかを検討する。特に、景気判断を目的とする場合には、直近の成分の動向が最大の関心事となることが多い。そのため、データが追加された場合に、過去の基調的変動成分や長期的トレンド成分ができる限り変化しないことが一般的には望ましい²⁹。しかしながら、時系列的抽出手法では、データが追加されれば抽出される成分がある程度変化することを避けることはできないし、その影響がデータの末端部分でより大きくなる場合が少なくない。こうしたことから、実用的には、どの程度の期間に対して抽出成分が修正される可能性があるか、インパクトがどの程度かを把握しておくことが重要であると考えられる。

以下では、分析期間を変化させた場合に、抽出される基調的変動・長期的トレンド成分が変化するかどうかをグラフを用いて定性的に検討し、抽出成分の安定性について評価する。具体的には、CPIの月次データを用いて、分析期間を76年1月～86年3月としたものをベースに、その後1年分ずつ、97年3月まで分析期間を延ばす毎に、抽出成分がどのように変化するかをみてる。

a . X-12-ARIMA季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法

この手法では中心移動平均を用いるため、先行きの予測値データが必要となることから、移動平均を施す前に、ARIMAモデルにより先行きの予測値を補っている。そのため、予測値が実績値に置き換わると、基調的変動成分（趨勢循環成分）が変化する可能性がある³⁰。

ここでは、加重移動平均の項数を23項として分析を行った。分析結果をみる（図表22）と、各ケースとも、趨勢循環成分が改訂されるのは直近の1年分に限られており、それ以前のデータへの影響はほとんどない。一方、直近部分の改訂度合いは、年毎に異なる。変動が穏やかだった時期については、その後の改訂はほとんどなく信頼性は高い。しかし、CPI上昇率が急速に低下した86年3月ならびに94年3月時点の直近の成分、上昇率が加速傾向にあった90年3月時点の直近の成分について

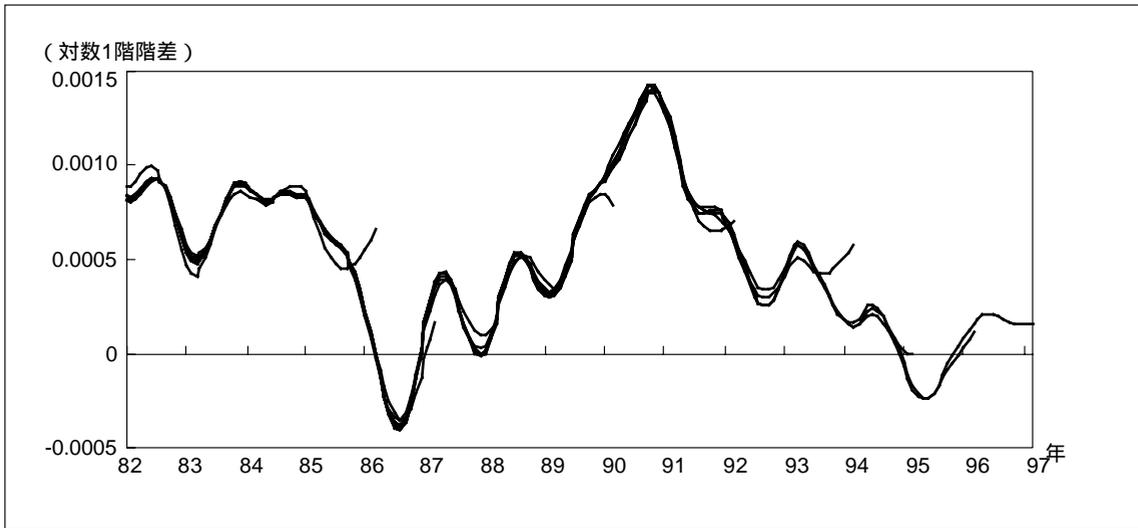
29 この考え方では、追加的にデータ数を増加させれば、抽出成分は真の値にすみやかに収束すると仮定して、安定的な成分は当初から真の成分に近い成分を抽出していると考えていることになる。一方で、真の成分への収束速度が遅い場合には、不適切な成分の方が安定的であるということがあり得る。しかしながら、観測者には真の成分は常にわからないため、観測期間中のデータをすべて用いて得られる推定値が最も真の値に近いとみなすことが、実用上可能な対応である。このうえで、部分的なサンプルを用いて抽出された成分が、こうした「真の値」の近くで収束しているのか、それとも明らかに誤った値の近くで動かないのか、そのどちらのケースに該当するかを、抽出した基調的変動成分をグラフで観察するなどにより見分けることができる可能性がある。もちろん、こうした手法は便宜的なもので、真の値と誤った値の差が大きい場合には、グラフ上では区別できないため、こうした定性的なチェックには限界があるのは確かである。

30 この点は、季節調整系列に対しても同様であるが、季節変動成分は時間が経過しても大きく変化しないことが多いことから、ARIMAモデルの予測値の信頼度は高いと考えられるのに対し、景気循環を反映する趨勢循環成分については、予測精度が高くないと予想される。

は、その後大きな改訂が生じている。特に、86年と94年については変動の方向も修正を余儀なくされており、その時点での抽出結果の信頼性が低かったことを示している³¹。

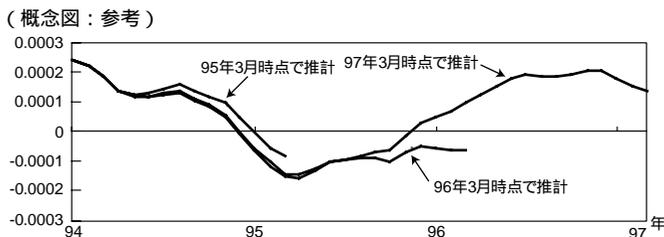
このように、変動が急激に変化する場合には、ARIMAモデルがそうした変化を予測できないため、直近1年間程度の趨勢循環成分の精度はかなり低くなること、それにもかかわらず、直近以前の部分については改訂されることはなく、抽出成分は安定していることがわかる。

図表22 ヘンダーソン加重移動平均の安定性
(CPI、データを86/3から1年ずつ追加したときの趨勢循環成分)



31 こうした趨勢循環成分の信頼性の低さは、ヘンダーソン加重移動平均の移動平均項数(23項)が多く、先行き予測値に依存しすぎるために生じている可能性もある。しかし、仮に移動平均の項数を減少させると、趨勢循環成分に短周期の変動(今回の事例では6か月程度の周期を持つ変動)が入り込むため、数年程度の周期を持つと考えられる景気循環の判定は難しくなる。ちなみに、今回のCPIのデータに対して、項数を13項として分析した結果でも、94年や86年時点では誤った成分を抽出しており、その後大きな改訂を余儀なくされている。

(備考) 図表22~25は、76年1月~86年3月まで、~87年3月まで、…、~97年3月まで、各々推計した結果を1枚のグラフに重ねて図示したものである。本稿では、各々の推計結果が重なり合っているほど、「安定性が高く、逐次改定幅が小さい」と解釈している。



b. フーリエ変換を利用したBand-Passフィルター

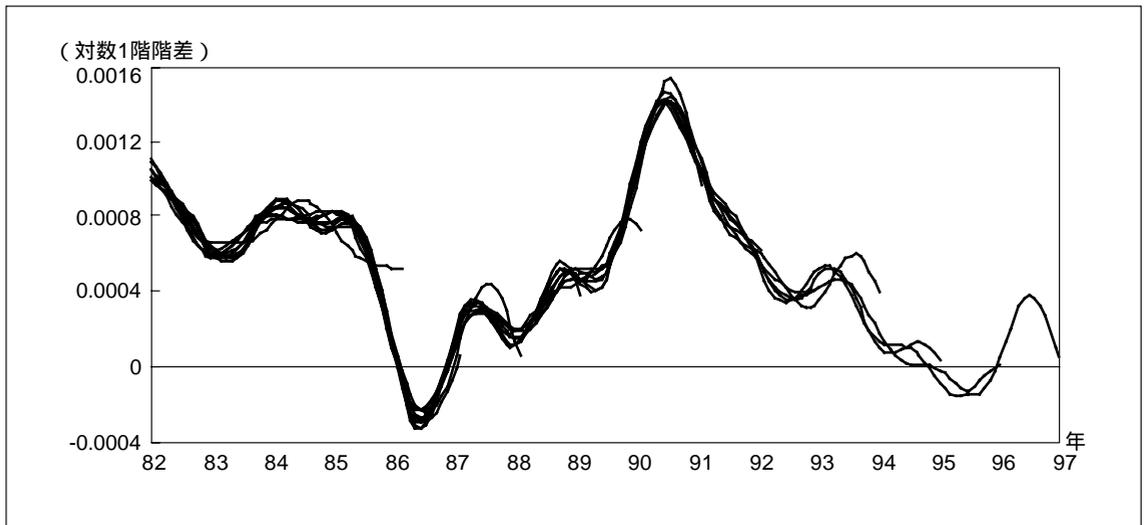
ここでは、抽出周期として1年6か月以上を指定したBand-Passフィルターを用いて、基調的変動成分がどう変化するかをみる。前述したように、Band-Passフィルターは、データの最初と最後の部分（6か月程度）が不適切な抽出成分となるため、a.と同様に、データにARIMAモデルの予測値を1年分追加する。

分析結果をみる（図表23）と、データが延びる毎に、基調的変動成分が改訂される期間はかなりの長期間に及ぶ。これは、フーリエ表現における各係数の推計値が変化したことによるもので、成分の改訂幅はさほど大きくないが、安定性の観点からは多少問題が残る。

一方、直近部分の改訂度合いをみると、どの年もある程度の抽出成分の改訂を余儀なくされているが、変動パターンが大きく変化した時期（86年や94年）の抽出成分の改訂度合いは、ヘンダーソン加重移動平均の場合ほどは小さくなく、かつ変化方向については、86年は横這いを、94年は正しい向きを当初から抽出している。これは、Band-Passフィルターによる成分抽出が、全期間のデータのスペクトル分解に依存しているために、直近部分のARIMA予測値の精度にさほど影響されないためと考えられる。

以上のように、Band-Passフィルターは安定性の観点では、ヘンダーソン加重移動平均法に多少劣っているが、変動パターンが大きく変化する場合の直近の基調的変動成分の方向性は、今回の分析事例では、同移動平均法よりも精度が高くなっている。

図表23 Band-Passフィルターの安定性
（CPI、データを86/3から1年ずつ追加したときの基調的変動成分）

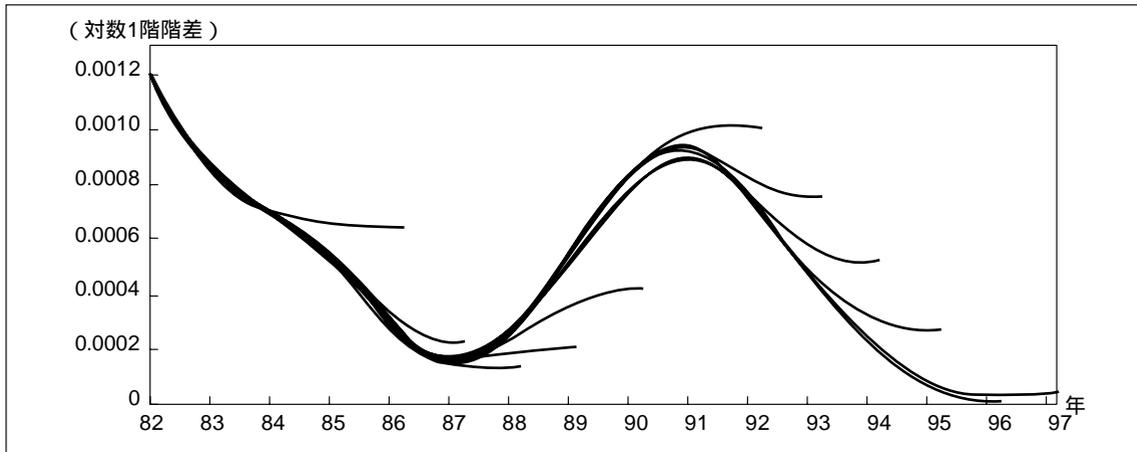


c. Hodrick and Prescottフィルタ（HPフィルタ）

分析期間を変化させた場合に、成長成分（長期的トレンド成分）の変化度合いをみる（図表24）と、直近2年間分の成長成分は、その後改訂される可能性が高いことがわかる。特に、HPフィルタでは、成長成分は、できる限り変化が小さくなるように直近部分の推定を行う傾向があるため、変化率が上昇傾向にあるときは上方修正が、変化率が減少傾向にあるときは下方修正が必要となることが多い。

HPフィルタは、周期3年から5年程度の成分を含んでいることから、成長成分を長期的トレンドと判断することは適切ではない。また、この結果からすると、直近2年間分の成長成分は、常時修正が必要となるなど信頼性に乏しい³²。この点を考えると、HPフィルタを用いてデータ末端部分の変動について議論をするのは望ましくないと思われる。

図表24 HPフィルタの安定性
（CPI、データを86/3から1年ずつ追加したときの成長成分）



d. DECOMP

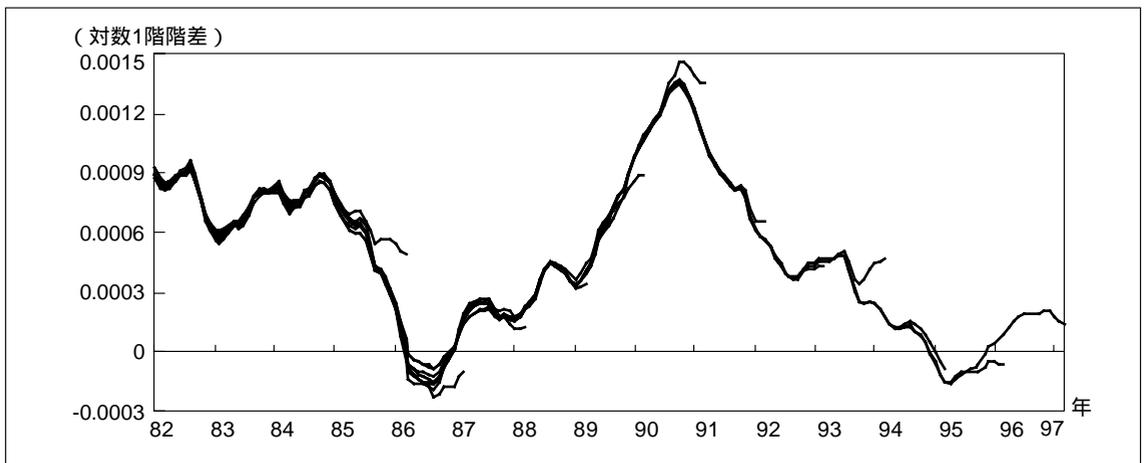
データを1年ずつ延ばす毎に、DECOMPにより抽出されるトレンド成分がどのように変化するかをみている。CPIについての分析結果による（図表25）と、変動のパターンが大きく変化した85～87年と94年付近については、改訂幅が多少大きくなっているが、他の期間は安定的である。また、改訂幅が大きい両期間でも、94年を除けば、変化の方向は当初から合致している。このように、全般的な安定性の面

32 図表24をみると、HPフィルタにより抽出される成長成分（長期的トレンド成分）の末端部分は、変動が最も滑らかになるように、全データの変化率の平均値に回帰するように推定されていることがわかる。これは、HPフィルタの損失関数において、データの末端で、仮に循環成分の値が局所的に大きくなっても、先行きのデータがないことから、末端以外の部分に比べ、「循環成分の2乗」の項の総和が損失関数に与えるインパクトが小さくなるため、むしろ「成長成分の2階階差の2乗」の項の総和ができる限り小さくなるように、各成分が決定されるためである。

では、ヘンダーソン加重移動平均法に比べやや劣るが、変動が大きい時期においても、データ追加による改訂度合いはさほど小さくなく、かつ方向性も当初から信頼できる場合があるなど、同加重移動平均法に比べ良好な結果を示している。

これは、DECOMPではトレンド成分を求める際に、常に全データを利用して最適な平滑化を行っているため、データが追加される毎に抽出成分が最初に遡って修正されるが、新たに追加されるデータの影響力がヘンダーソン加重移動平均法に比べ小さいことを反映したものと考えることができる。こうした特性をみると、景気循環成分の変動を分析するには、DECOMPは有益な手法の一つと考えることができる。

図表25 DECOMPの安定性 (CPI、データを86/3から1年ずつ追加したときのトレンド成分)

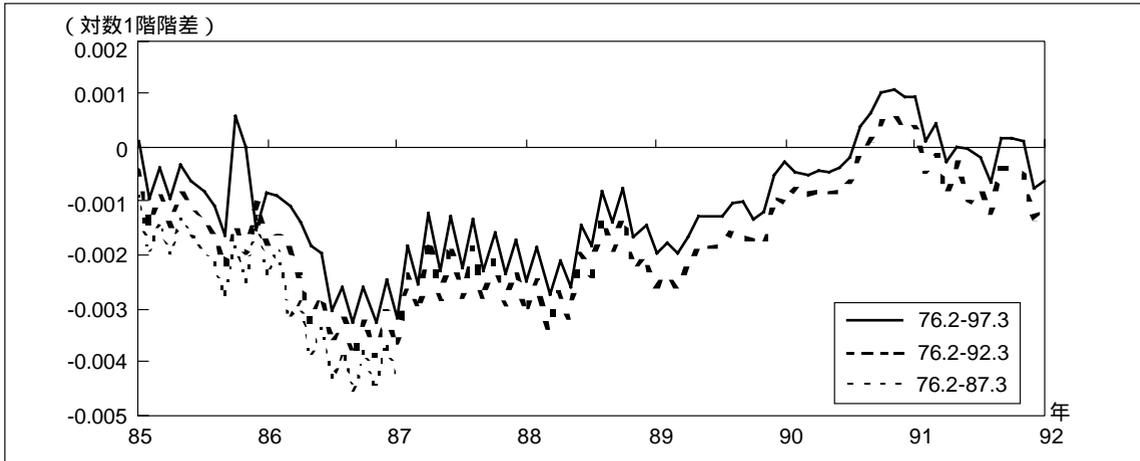


e. Beveridge and Nelsonによる分解

分析期間を延ばす毎に、Beveridge and Nelson分解により得られる各成分がどのように変化するかをみる³³ (図表26) と、CPIの恒常的変動成分が下方修正され、その分、一時的変動成分が上方修正されている。これは、データが最近分まで取り込まれるほど、ARIMAモデルで示されるCPIの将来の上昇期待が小さくなり、その結果として恒常的成分が小さくなることに対応したものと考えられる。これは、ARIMAモデルにより導き出せる将来の変動期待が、実績値データが追加されることにより、徐々に変化していく様子を反映している。

33 データを1年延ばした際の改訂幅が小さく、推定結果が重なり合うため、ここでは5年毎の3回分を图示している。

図表26 Beveridge and Nelson分解の安定性（CPIの一時的成分）



5. 各種変動抽出手法の評価と今後の課題

本稿では、5種類の時系列的変動抽出手法を用いて、時系列データから基調的変動成分および長期的トレンド成分を抽出することを試みた。この5種類の手法は、抽出する成分の周期や変動の滑らかさを分析者が指定する手法と、時系列モデルが最も当てはまりがよいと判断する構成成分に分解する手法の2つに大きく分けることができる。前者の手法として、X-12-ARIMA季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法、フーリエ変換を利用したBand-Passフィルター、HPフィルターの3種類の手法を、後者の手法として、DECOMP、Beveridge and Nelson分解の2種類の手法を試みた。CPI、M2+CD、IIPの月次データを用いた分析結果から得られる評価は、以下の通りである（図表27）。

測定誤差や不規則な変動に起因する短期的な変動成分を除去して、基調的変動成分（長期的トレンド成分+景気循環成分）を抽出するフィルターとしては、周期1年半ないし2年以上の周期を抽出するのが望ましいが、そうした観点から判断すると、X-12-ARIMA季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法（23項移動平均）、Band-Passフィルター、DECOMPの3つの抽出手法の利用が有効であると考えられる。実際、抽出した基調的変動成分を比較する（図表28）と、グラフの形や値のレベルなどはほとんど一致する。事後的な判断では、ピーク・ボトム時期などの判断にはほとんど影響を及ぼさないと考えられる³⁴。

34 もっとも、データ末端部分での基調的変動成分が事後的に改訂される可能性があることから、個々の時点での判断が一致するとは限らない点には留意する必要がある。この点の検討は今後の課題として残される。

一方、基調的変動成分の安定性には、この3手法間でかなりの違いがある。直近以外の期間については、ヘンダーソン加重移動平均法が最も安定している。残りの2つの手法は、常に全期間のデータを利用して推計値の改訂を行うので、理論的には常に基調的変動成分を改訂する可能性がある。実際、CPIの分析事例では、DECOMPではほとんど改訂されないものの、Band-Passフィルターでは多少は改訂されている。この点では、Band-Passフィルターは問題がある。

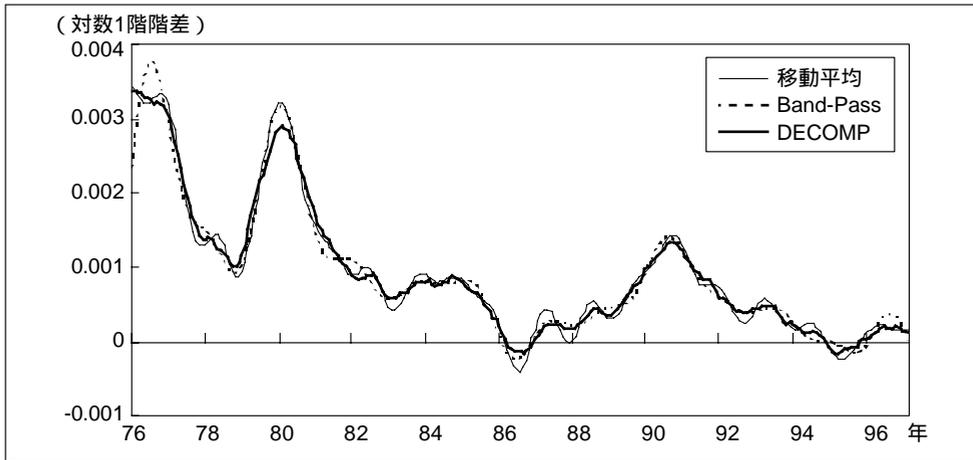
なお、直近については、変動が安定的な時期はさほど問題とはならないが、変動率の変化が大きい場合には、どの手法も信頼性の乏しい結果を得ることが多い。特に、ARIMAモデルの先行き予測値の確からしさに依存するヘンダーソン加重移動平均法では、向き・レベルとも誤った結果が得られることがある。こうした時期でも、DECOMPやBand-Passフィルターではレベルはともかく、方向性は誤っていない事例が得られた。上記の少ない分析事例から、結論を下すことはできないが、複数の変動抽出手法を併用することにより、直近部分の基調的変動の変化方向の見誤りを減らすことはできると思われる。

図表27 各種変動抽出手法の比較

	抽出手法の特性	抽出可能な成分	抽出成分の周期構成	抽出成分の安定性	プログラム利用の容易さ	総合評価
ヘンダーソン加重移動平均 (23項移動平均)	指定された特定の周期成分を抽出	「長期的トレンド成分+景気循環成分」	対象となる時系列により多少異なるが、実用上問題なし	ほぼ安定的だが、直近1年分は逐次改訂される可能性がある	容易 (X-12-ARIMA 季節調整プログラムで利用可能)	景気循環分析に適する。移動平均項数は、23項が望ましい
Band-Passフィルター (1年6か月以上の成分抽出)	指定された特定の周期成分を抽出	「長期的トレンド成分+景気循環成分」	対象時系列によらず安定しており、問題なし	全期間にわたり多少不安定となるが、逐次改訂の幅が小さくてすむ場合もある	やや難しい (計量ソフトでフーリエ変換/逆フーリエ変換コマンドを利用)	景気循環分析に適する。ただ、安定性の面でやや劣る
HPフィルター (月次データ、=14400)	パラメータを指定することにより、成分の滑らかさを指定できる	「長期的トレンド成分(ただし景気循環成分が混在)」	対象となる時系列により異なる	直近2年分のみ不安定。それ以前は安定	容易 (RATS/GAUSS用プログラムを入手可能)	長期的トレンド成分抽出が可能だが、景気循環成分の混入、周期の不安定性等が問題。のチューニングが必要
DECOMP	モデル依存型 (抽出成分は、内生的に決定)	「長期的トレンド成分+景気循環成分」	対象時系列によらずほぼ安定しており、実用上問題なし	ほぼ安定的だが、直近1年分程度は逐次改訂される可能性がある	容易 (ホームページで利用可能)	景気循環分析に適する。AR次数選択に要注意
Beveridge-Nelson分解	モデル依存型 (抽出成分は、内生的に決定)	「恒常的ショック」に対応する部分	特定の周期成分は抽出不可能	全期間にわたり多少不安定	容易 (RATS/GAUSS用プログラムを入手可能)	恒常的ショックと一時的ショックによる変動が抽出可能

(注) 本稿では、「長期的トレンド成分」を周期5年(ないし6年)を超える周期を持つ成分、「景気循環成分」を周期1年~5年(ないし6年)の周期を持つ成分としている。

図表28 ヘンダーソン加重移動平均、Band-Passフィルター、DECOMPによる基調的変動成分の比較 (CPI)



そうした点を考慮すると、パフォーマンスに大きな違いがなく、かつ統計パッケージの利用が容易なヘンダーソン加重移動平均法とDECOMPを併用するのが望ましいと思われる³⁵。なお、ヘンダーソン加重移動平均を利用する際には、X-12-ARIMA季節調整プログラムの同移動平均項数の自動選択を利用すると、通常9項ないし13項が選ばれることが多いが、この場合、基調的変動成分が周期6～8か月程度の短周期変動を含み、景気循環の判断を難しくすることから、同プログラムでは、オプションで移動平均項数を23項に指定するのが望ましい。

図表29 CPI 抽出成分間の相関

(1) X-12-ARIMA

	趨勢循環成分	季節成分	不規則成分
趨勢循環成分	1.00000	-	-
季節成分	-0.01646	1.00000	-
不規則成分	0.04181	-0.05493	1.00000

(2) DECOMP

	TREND成分	AR成分	季節成分	WN成分
TREND成分	1.00000	-	-	-
AR成分	0.01440	1.00000	-	-
季節成分	-0.00416	0.02135	1.00000	-
WN成分	0.00158	0.46649	0.06483	1.00000

35 2節(1)で述べたように、周期に着目して変動を抽出した場合、抽出された各成分が相互に何らかの関連を持つ可能性がある。この点を確かめるために、ヘンダーソン加重移動平均やDECOMPにより抽出された各変動成分の相関係数を求めてみた。この結果による(図表29)と、ヘンダーソン加重移動平均による各成分の相関はほぼゼロとなっている。また、DECOMPのトレンド成分の他の各成分との相関係数はほぼゼロとなっている。よって、これらの基調的変動成分は、他の成分とほぼ独立となっていると判断できる。一方、より短周期の変動を示すDECOMPのAR成分は、White Noise成分との相関がかなり大きく、両成分は独立ではない。これは、DECOMPにおいて、White Noise成分とAR成分の分解が適切とはなっていない可能性があることを示している。

一方、本稿で採用した5つの手法では、長期的トレンド成分のみをクリアカットに抽出することは困難である。HPフィルターが比較的望ましい特性を有しているが、HPフィルターによる成長成分には景気循環に相当する成分も相当量含まれていること、対象とする経済変数の変動の特性により抽出する周期が異なることを考えると問題が多い。もっとも、前者の問題については、パラメータ λ の値をチューニングすることによって変化する可能性もある。実際に、長期トレンド成分を抽出しようとするときは、スペクトル分析を併用して適切な周期成分が抽出できるように λ を選ぶ必要がある。また、データ数が十分ある場合に限定されるが、長周期のみを取り出すBand-Passフィルターの利用も代替手段として一考に値すると思われる。

さらに、対象となる経済変数の時系列的性質が抽出成分の周期構成に与える影響を整理しておく。3節の(1)において、経済変数の変動の滑らかさ(変動の周期構成)や定常性について分析したが、このうち、変動がどの程度滑らかである(短周期の成分をどの程度含んでいる)かは、抽出される成分の周期構成に大きな影響を及ぼしている。特に、この影響は、HPフィルターにおいて顕著であり、実用上問題はないとはいえ、ヘンダーソン加重移動平均やDECOMPにおける周期構成のばらつきもこれが主たる原因と思われる。一方、変数が定常であるか非定常であるかは、今回の分析に関する限り抽出結果に特段の影響を及ぼしていないように思われる。

最後に、残された課題について述べておきたい。本稿で取り上げた時系列的変動抽出手法には、いくつかの欠点がある。その一つは、抽出された基調の変動や長期的トレンド成分にどのような意味があるのか、どのような要因により変動しているのかを判別することが難しいことである。こうした問題点を解決するためには、多変数の時系列分析やクロスセクション方向のマイクロデータによる分析を行うことが不可欠である。この考えに立つと、例えばマクロ変数間の相互関係(因果性など)が、原系列を用いた場合と、基調的変動成分・長期的トレンド成分を用いた場合とでは、どの程度異なるかをチェックすることも有益ではないかと思われる。また、白塚[1997]による異常値修正指標による『基調的変動成分』と時系列方向のデータによる基調的変動成分を、さまざまな観点から比較してみることも考えられよう。

このほか、変動の変化率の変化が著しい時期には、景気循環変動の分析に重要となる直近部分の抽出結果が、データが追加されるにつれ、改訂されてしまう場合が少なくない点が指摘される。こうしたことを勘案すると、景気循環の分析を行う際に、各時点において利用可能なデータで抽出した基調的変動成分で、どの程度正しい判断を下せるかが問題となる。この点を評価するために、ヘンダーソン加重移動平均法およびDECOMPを実際の経済変数に適用して、各時点毎にどのような判断が可能であったか、個々の局面に即して検討してみることも今後の重要な課題であると考えられる。

補論 1 . フーリエ変換によるスペクトル分析

時系列分析には、時間領域 (time domain) における分析の他に、その時系列データの変動を異なった周波数変動の和に分解し、各々構成している周波数を観察することによってその原系列の特性を分析するスペクトル解析 (周波数領域: frequency domain) がある。以下では、スペクトル解析の基礎となるフーリエ変換の概略を説明する³⁶。

フーリエ変換

まず、定常な確率過程 $\{p_t\}$ から、 p_1, p_2, \dots, p_t からなる T 個のデータが与えられたとする。この時、 T 個の独立な説明変数を用いれば、その線形関数としてこのデータの変動は完全に記述できるわけであるが、フーリエ解析においては、その説明変数として、定数項と $[0, \pi]$ の区間を分けた周波数に対応した周期関数で表現する³⁷。まず、 T が偶数か奇数かによって、 n を以下のように定義する。

$$n = (T) / 2 \quad (T \text{ が偶数の時}) \quad (1)$$

$$n = (T-1) / 2 \quad (T \text{ が奇数の時}) \quad (2)$$

さらに、 n 種の周波数を以下のように等間隔に決める。

$$\lambda_j = 2\pi j / T \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

このような各々の周波数 λ_j に対して、一組のサイン関数 $\sin \lambda_j t$ とコサイン関数 $\cos \lambda_j t$ が説明変数となり、それらの総和として p_t は以下のように表現される。

$$p_t = T^{-1/2} \left\{ \alpha_0 + \sqrt{2} \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cos \lambda_j t + \beta_j \sin \lambda_j t) \right\} \quad (T \text{ が奇数の時}) \quad (4)$$

$$p_t = T^{-1/2} \left\{ \alpha_0 + \sqrt{2} \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cos \lambda_j t + \beta_j \sin \lambda_j t) + \alpha_{n+1} (-1)^t \right\} \quad (5)$$

(T が偶数の時)

これらの 2 式を、フーリエ表現 (Fourier representation) と呼ぶ。(4) (5) 式の α_j 及び β_j は、以下の (6) (7) 式のように表現される³⁸。

36 補論 1 の概略説明は、ハーベイ [1985] 山本 [1988] に基づいたものである。

37 すなわち、フーリエ変換は、三角関数の曲線的な形状をうまく組み合わせることによって、原系列を近似的に線形表現することを意図した方法である。

38 α 及び β の導出は、複素数と三角関数との関係 (オイラーの定理) を利用して展開される。スペクトル解析及びフーリエ変換に関する詳細は、ハーベイ [1985] 山本 [1988] を参照。

$$\alpha_j = (2/T)^{1/2} \sum_{t=1}^T p_t \cos \lambda_j t \quad (6)$$

$$\beta_j = (2/T)^{1/2} \sum_{t=1}^T p_t \sin \lambda_j t \quad (7)$$

しかしながら、こうしてフーリエ表現された p_t の推定量は、一致性を持たないことが知られている。従って、ここではラグ・ウィンドウと呼ばれる加重平均をとり、(3)で定義した λ_j の平滑化を図ることによって、推定量に一致性を持たせるとの操作を行う³⁹。

このとき ($\alpha_j^2 + \beta_j^2$) は、以下のように表現することができ、これをパワースペクトル (PS_j) と呼ぶ。

$$PS_j = \alpha_j^2 + \beta_j^2 = (2/T) \left[\left(\sum_{t=1}^T p_t \cos \lambda_j t \right)^2 + \left(\sum_{t=1}^T p_t \sin \lambda_j t \right)^2 \right] \quad (8)$$

スペクトル分析のグラフの見方

本稿で取り扱った推計期間を例に説明する。本稿では、基本的に1976年1月～1997年3月までの月次データ（サンプル数は計255個）を採用した。

この場合、前頁の(2)より、 $n = 127$ ($j=1,2,\dots,n$) となる。次に(3)より、 2π に j を乗じて、これを $T (=255)$ で割ることにより、 λ_j を求める。

ここで、周波数と周期との間には、

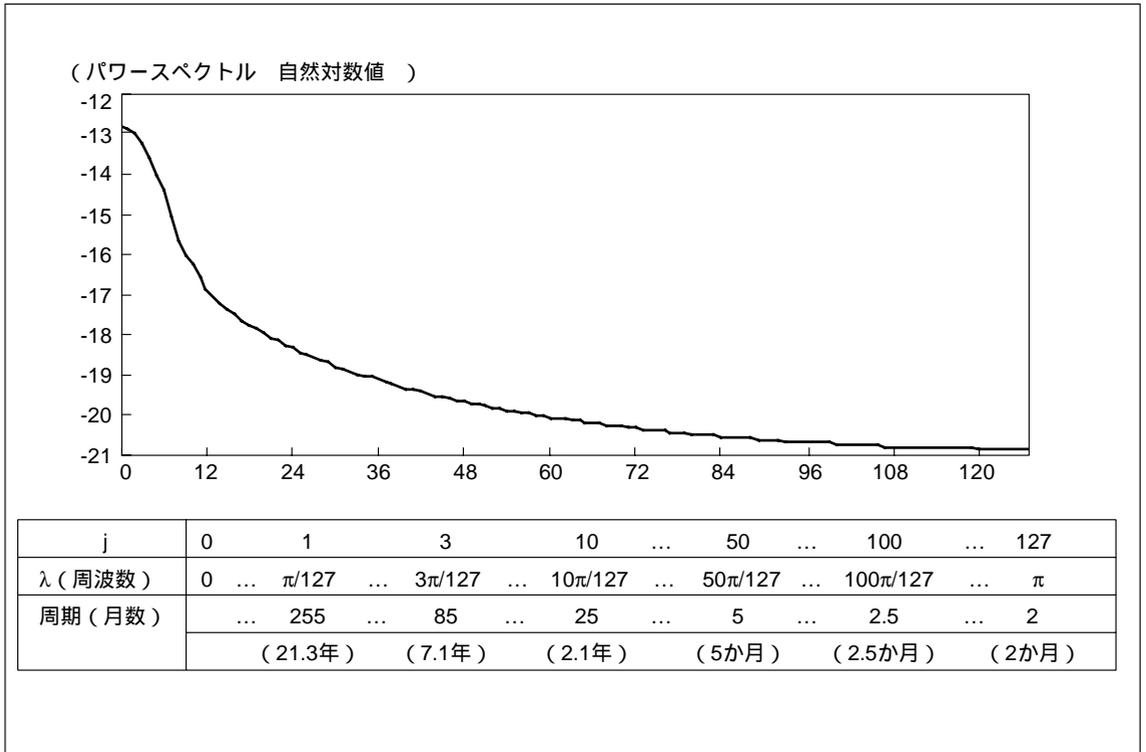
$$(\text{周波数}) \times (\text{周期}) = 2\pi$$

との関係が成立していることを使って周期を求める⁴⁰。これらの概念を表したのが図表1である。グラフは、横軸が0に近くなればなるほど低周波（すなわち長期の周期）、反対に大きくなるほど高周波（超短期の周期）を表している。なお、第1項 ($j=0$) は定数部分で、周期 ∞ のトレンド成分を表している。縦軸はパワースペクトルの対数値である。

39 なお、本稿中のフーリエ変換による分析で使用したラグ・ウィンドウは、すべて0.75 Tで行った（Tは、サンプル数）。また、計測に使用したソフトウェアはRATS Version4.2で、ウィンドウはTent Windowを適用した。

40 四半期データについても、求め方は同様である。同じ推計期間の場合、 $T=85$ となるので、 $n=42$ となり、これらから λ_j 及び周期を計算できる。ちなみに、四半期データの場合は、最短の周期は2四半期、すなわち半年となる。

補論図表1 フーリエ変換によって算出された周期分布



補論 2 . 時系列的変動抽出手法の概要

(1) フーリエ変換を利用したBand-Passフィルター

Band-Passフィルターは、分析者が指定した一定の周期帯 (Band) の成分だけを取り出す手法である。本稿では、フーリエ変換⁴¹を利用し、指定した以外の周波数を取り除き、意図した成分のみで構成されたものをさらに逆フーリエ変換するとの方法を用いた。

Band-Passフィルターの概要

まず、時系列データをフーリエ変換して、周波数毎にスペクトル成分を求める。

次に、必要な周期に相当する周波数のスペクトル成分はそのままとし、それ以外の成分をゼロに置き換える。すなわち、補論 1 (6) (7) 式の α_j と β_j をゼロと置き換えることである (ただし添字「j」は、スペクトル番号に相当する) 。

$$\alpha_j = (2/T)^{1/2} \sum_{t=1}^T p_t \cos \lambda_j t = 0 \quad (6)^*$$

$$\beta_j = (2/T)^{1/2} \sum_{t=1}^T p_t \sin \lambda_j t = 0 \quad (7)^*$$

最後に、新しいスペクトル成分系列を、逆フーリエ変換することにより、意図した周期成分のみを含んだ時系列を復元する。

ここで、注意することは、補論 1 の (3) 式

$$\lambda_j = 2\pi j / T \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

は、本来は、 $[0 \sim 2\pi]$ の区間で表現されており、パワースペクトルは、ちょうど中間の π で線対称になっていることである⁴²。従って、指定区間でスペクトルをゼロと置く際には、ちょうど対称となっている $[\pi, 2\pi]$ の方のスペクトルも同様にゼロにしなくてはならない。図表 2、3 は、本稿の分析に用いた期間 (1976年1月 ~ 1997年3月)、サンプル数255個について、取り出したい周期別にスペクトルを切る箇所を対応させたものである。

41 フーリエ変換の概要は、補論 1 参照。

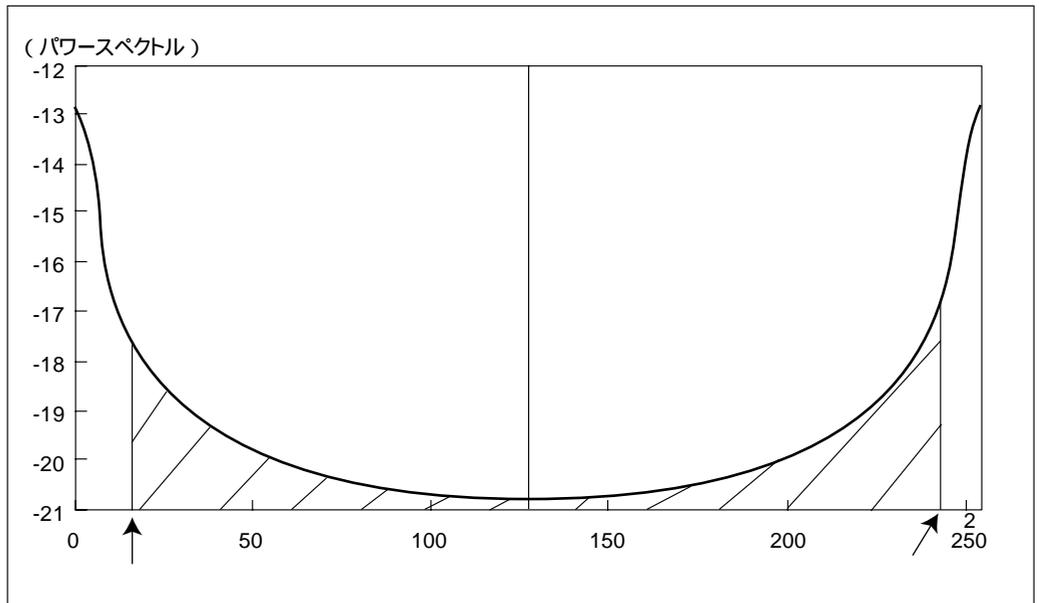
42 スペクトル分析において周期を観察する上で、分析の視点を $[0, \pi]$ の区間に限っても事足りるのは、このように $[\pi, 2\pi]$ 区間は、単に $[0, \pi]$ 区間の折り返しになっているからである。本稿の補論 1 および通

補論図表2 Band-Passフィルターでゼロに置き換えないスペクトル成分

	[0,π]区間	[π,2π]区間
3年以上	$j \leq 7$	$j \geq 249$
2年以上	$j \leq 10$	$j \geq 246$
1.5年以上	$j \leq 14$	$j \geq 242$
1年以上	$j \leq 21$	$j \geq 235$
9か月以上	$j \leq 28$	$j \geq 228$
6か月以上	$j \leq 41$	$j \geq 215$

(注) ただし、 $j=0$ は定数部分。

補論図表3



図表3において、矢印部分が図表2に対応するスペクトルを切る箇所であり、シャドウ部は $\alpha_j=0$ 、 $\beta_j=0$ とおく全区間である。

Band-Passフィルターは、比較的簡便な方法で計算時間も短く、意図した周期成分を取り出せるという意味においては優れた手法である。また、除去する周期を1年超とすれば、季節変動成分も一緒に除外されるため、原系列に事前に季節調整を施す必要がないとの利点もある。

問題点

- (1) スペクトル成分は、原系列に「定常過程」を前提と置いていることから、予め対象となる時系列の階差を取る等の方法を施し定常化を図る必要がある。しかしながら、必要な情報の復元ができなくなることから、その階差の階数

は通常1階が限度となる場合が多い。このため、1階の階差をとった系列が必ずしも定常となっていない可能性は引き続き残る。

(2) 補論1でも言及した通り、推定されるスペクトル成分は必ずしも一致性を持たないことが指摘されている。従って、長周期の成分が短周期の成分よりも大きくなる場合(トレンドがより強い時系列の場合)には、長期の周期成分(スペクトル番号の若い部分)は、真のスペクトルを表現しているとは限らないことから、周期の刻みが大きくなる超長期の周期成分のみを取り出す場合には、結果の解釈に注意が必要である。

(2) DECOMP

DECOMPは、Kitagawa and Gersch [1984]、北川 [1986]などで紹介されている状態空間モデル⁴³を用いた季節調整プログラムである。対象とする時系列を、トレンド成分、定常AR成分、季節変動成分、曜日効果成分とホワイトノイズの各成分に分解したモデルを仮定し、推計するものである⁴⁴。

DECOMPの概要

DECOMPでは、原系列を以下の(1)のように分解する。

$$P_t = T_t + V_t + S_t + D_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

ここで、 P は対象となる時系列、 T はトレンド成分、 V は定常AR成分、 S は季節変動成分、 D は曜日効果成分、 ε はホワイトノイズ、添字は時間を指す。以下では、それぞれの成分において仮定しているモデルを説明する。

1) トレンド成分 (T)

トレンド成分 T_t は、 m 階の確率差分方程式((2)式)

$$(1-B)^m T_t = v_{1t} \quad \text{ただし、} v_{1t} \sim N(0, \tau_1^2) \quad (2)$$

に従っているものとする(このとき B は、 $BT_t = T_{t-1}$ で定義されるラグオペレータである(以下、同))⁴⁵。

43 状態空間モデルに関する詳細は、例えば北川 [1986]、廣松・浪花 [1993] 参照。本稿の説明も、基本的に北川 [1986] に基づいている。

44 プログラム名DECOMPは、DECOMPOSITION(要因分解)に由来して付けられたもの。

45 なお、北川 [1986] によれば、「階差 m は、通常1,2または3が用いられることが多い」とされている。

2) 定常AR成分 (V)

定常AR成分 V_t は、 n 次の自己回帰 (AR) モデル ((3) 式)

$$V_t = \sum_{i=1}^n a_i V_{t-i} + v_{2t} \quad \text{ただし、} v_{2t} \sim N(0, \tau_2^2) \quad (3)$$

に従っているものとする。トレンド成分が長期的な趨勢の変化を示すのに対し、この定常AR成分は、大局的には無視できる局所的な変動成分である。

3) 季節変動成分 (S)

(周期 q の) 季節変動成分 S_t は、

$$(1 - B^q)S_t = 0 \quad (4)$$

が近似的に成り立つ⁴⁶。これから、

$$\sum_{i=0}^{q-1} B^i S_t = 0 \quad (5)$$

が導かれ⁴⁷、時間的変化を許した季節変動成分のモデルとして(6)式を得る。

$$\sum_{i=0}^{q-1} B^i S_t = v_{3t} \quad v_{3t} \sim N(0, \tau_3^2) \quad (6)$$

4) 曜日効果成分 (D)

曜日効果とは、月次データにおいて、ひと月中の各曜日の数の違いによる影響を示すものである。ここで、 t 月の曜日効果成分 D_t については、曜日変動成分 β_{it} ($i=1, \dots, 7$) の週間の総和がゼロであることを仮定して、

$$\sum_{i=1}^7 \beta_{it} = 0 \quad (7)$$

とする。今、 t 月における i 曜日の数を D_{it}^* とすれば、曜日変動 D_t は(8)式になる。

$$D_t = \sum_{i=1}^7 \beta_{it} D_{it}^* = \sum_{i=1}^6 \beta_{it} (D_{it}^* - D_{7t}^*) \equiv \sum_{i=1}^6 \beta_{it} D_{it} \quad (8)^{48}$$

46 周期 q は、四半期であれば $q=4$ 、月次であれば、 $q=12$ である。すなわち(4)式は、例えば今年の1月と昨年
の1月を差し引けば、季節的成分が除去されることを示している。

47 これは、「季節変動成分の1周期分の和は、ゼロに等しい」ことを意味している。

48 DECOMPでは簡単化のために曜日変動要因は時間的に変化しないと仮定しており、ホワイトノイズを無
視している。

DECOMPは、こうした各成分を状態空間モデルに表現し、情報行列平方根フィルタを用いて推計する手法である。

DECOMPの特徴としては、トレンドを確率過程として定式化し、モデルによりトレンドを推定している点、モデルの特定化（各項の次数選択などパラメータの特定化）を、統計的な情報量規準（AIC）で客観的に行うことができるため、分析者の恣意性を排除できる点、トレンド成分以外の成分についても、確率的に定式化している点などが指摘できる。

問題点

- (1) DECOMPでは、すべての成分の誤差項をホワイトノイズと仮定しているが、実際には、MA項となる可能性が考えられる。この場合、DECOMPでホワイトノイズを仮定して分解した各成分には、余計な誤差項が混在する可能性がある⁴⁹。もちろん、こうしたMA項はAR成分の次数を大きく設定することにより、取り込むことが可能であるはずであるが、実際にはAR次数を大きく設定すると推計結果が不安定となる場合が多いため、このモデルでは解決が難しいと思われる。
- (2) DECOMPでは、季節変動成分を求める際の制約条件がきついため、季節調整にseasonal dip（過剰な季節調整）が生じることが指摘されており⁵⁰、この場合、こうしたseasonal dipが他の成分に影響を与える可能性がある。
- (3) モデルの特定化をAICによって客観的に行うことができることを DECOMPの特徴として挙げたが、この特定化には廣松・浪花 [1993] で指摘されているような問題がある。すなわち、AIC規準で大差がない（概ねAICの差の絶対値が1より小さい場合）2つのモデルで推定された各々の成分は著しく異なる場合があり、どちらのモデルがより適切かとの判断がつかない（あるいは双方ともモデルとして適切ではない）との問題が生じる可能性がある。こうした場合には、AIC規準に頼るだけでなく、グラフに図示するなどにより、抽出結果の適切さ度合いを別の手法でみてみる必要がある⁵¹。

49 この点については、例えば吉川 [1992] 参照。

50 詳細は、木村 [1996a,b] 参照。また、この点を含め、川崎・佐藤 [1997] では、X-12-ARIMAとDECOMP双方の季節調整法の優劣を検討している。

51 この点も含め、AICの特性については、坂元・石黒・北川 [1983] 等を参照。

補論3 . 時系列的変動抽出手法のソフトウェアの利用法

本稿で使用した各種の抽出手法を実行する際に用いたソフトウェアについて、参考までに以下にまとめた。

手法	本稿で使用したソフト
X-12-ARIMA	米国商務省センサス局のホームページ (ftp.census.gov/) より、X-12-ARIMAの圧縮プログラムをダウンロード。詳細及び解説は、日本銀行ホームページ (http://www.boj.or.jp/) 中の添付ファイル『「X-12-ARIMA」操作マニュアル』を参照。
Band-Passフィルター	Estima社の計量ソフトRATSのコマンドFFT (フーリエ変換) とIFT (逆フーリエ変換) を使用。 具体的な計算例は、RATS Manualの15-12を参照。
HPフィルター	Estimaの計量ソフトRATSのサブルーチンプログラム「@HPFILTER.SRC」を使用。は、プログラム上で "LAMBDA=1600" のように指定する。
DECOMP	統数研/佐藤整尚氏がWWW上に構築したシステム「Web Decomp」を使用。計算はすべてサーバーサイドで行われるので、ブラウザのみで使用可。具体的には、 http://www.ism.ac.jp/~sato/ にアクセスし、ウィンドウズ画面上の指示に従って操作を行う。
Beveridge-Nelson法	Estima社のホームページで提供されているサブルーチンプログラム「@BNDECOMP.SRC」を使用。具体的には、 http://www.estima.com/ にアクセスし、同プログラムをダウンロードして、RATS上で起動させる。

参考文献

- 石黒真木夫、「ベイズ型季節調整プログラムBAYSEA」、『統計数理』第34巻第2号、1986年
- 川崎能典・佐藤整尚、「季節調整の『最適性』について」、『ISM Research Memorandum』No.640、統計数理研究所、1997年
- 北川源四郎、「時系列分解 - プログラムDECOMPの紹介 - 」、『統計数理』第34巻第2号、1986年
- 、「季節調整プログラムDECOMPとその後の展開」、『第14回応用経済時系列研究会報告資料』、1997年
- 木村 武、「季節調整の方法とその評価について」、『金融研究』第14巻第4号、日本銀行金融研究所、1995年
- 、「季節調整について」、『IMES Discussion Paper』96-J-2、日本銀行金融研究所、1996年a
- 、「最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について」、『金融研究』第15巻第2号、日本銀行金融研究所、1996年b
- 斉藤 誠、『新しいマクロ経済学』、有斐閣、1996年
- 坂元慶行・石黒 真木夫・北川 源四郎、『情報量統計学』、共立出版、1983年
- 白塚重典、「物価の基調的変動を捕捉するための指標の構築とその含意」、『金融研究』第16巻第3号、日本銀行金融研究所、1997年
- 副島 豊、「日本のマクロ変数の単位根検定」、『金融研究』第13巻第4号、日本銀行金融研究所、1994年
- ハーベイ、国友直人・山本 拓(訳)、『時系列モデル入門』、東京大学出版会、1985年(原著、Harvey, A., *Time Series Models*, Philip Allan Publishers Limited, 1981)
- 廣松 毅・浪花貞夫、『経済時系列分析の基礎と実際 - 非定常モデルの応用 - 』、多賀出版、1993年
- 山本 拓、『経済の時系列分析』、創文社、1988年
- 吉川 洋、『日本経済とマクロ経済学』、東洋経済新報社、1992年
- Beveridge, S. and C. Nelson, "A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycles," *Journal of Monetary Economics*, Vol.7, 1981, pp.151-174.
- Blanchard, O. and D. Quah, "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances," *American Economic Review*, 79, 1989, pp.655-673.
- Ghysels, E., "A Study Toward a Dynamic Theory of Seasonality for Economic Time Series," *Journal of the American Statistical Association*, 83, No.401, 1988, pp.168-172.
- 、and Perron, P., "The Effect of Seasonal Adjustment Filters on Tests for a Unit Root," *Journal of Econometrics*, 55, 1993, pp.57-98.
- Haltmaier, J., "Inflation-Adjusted Potential Output," Board of Governors of the Federal Reserve System, *International Finance Discussion Papers*, 561, 1996.

- Hodrick, R. and E., Prescott, "Post-war U.S. Business Cycles: An Investigation," *Working Paper*, Carnegie-Mellon University, 1980.
- Kitagawa, G. and W., Gersch, "A Smoothness Priors State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality," *Journal of the American Statistical Association*, 79, No. 386, 1984, 378-389.
- Kiyotaki, N., and J., Moore, "Credit Cycles," *NBER Working Paper*, 5083, 1995.
- Miron, J., *The Economics of Seasonal Cycles*, MIT Press, 1996.

