

信用リスクの定量化手法について

— ポートフォリオのリスクを統合的に 計量する枠組みの構築に向けて —

小田信之 / 村永 淳

要 旨

本稿は、市場リスクの評価を目的とする従来のバリュエーション・アット・リスクの考え方を拡張することにより、信用リスクを定量的に評価する1つの枠組みを提示する。具体的には、評価するポートフォリオの中の各取引につき個別にリスク評価期間を設定し、その間におけるデフォルト確率、金利、担保資産価格の変動とデフォルトの成否に関してシミュレーションを行う。これにより、経時的なキャッシュフローを導出し、その総現在価値を算出する。この操作を多数回繰り返して得た確率密度分布に基づき、ポートフォリオの時価とリスク量を評価する。以上の枠組みを利用すると、信用リスクの評価に特有の問題である分散・集中効果や担保の効果などを論理的・定量的に分析できるほか、信用リスクと市場リスクの相関を考慮した総合的なリスク評価を実現し得る。また、各種の仮想ポートフォリオを設定し、そのリスク量を試算することによって、例えば不動産価格の低下リスクに対するストレステストや効果的な貸出基準金利の設定方法といった実務的課題への応用可能性を探る。

キーワード：バリュエーション・アット・リスク、信用リスク、統合リスク、デフォルト確率、与信分散・集中効果、担保評価、貸出基準金利

本稿は、1996年6月に日本銀行で開催された「フィナンシャル・リスクに関するワークショップ」への提出論文に加筆・修正を加えたものである。同ワークショップ参加者から貴重なコメントを多数頂戴したことを記して感謝する。なお、本稿で示された見解はすべて筆者に帰するものであり、日本銀行あるいは金融研究所の公式見解ではない。

小田信之 日本銀行金融研究所研究第1課
村永 淳 日本銀行金融研究所研究第1課

1. はじめに

本稿は、ポートフォリオの信用リスクの大きさを正確に定量化するための1つの枠組みを提案する。具体的には、バリュー・アット・リスク（以下、VaR〈Value at Risk〉）の考え方を拡張することにより信用リスクの取込みを可能とした上で、有担保商品やデリバティブ商品等多様な商品を含むポートフォリオのリスク量をモンテカルロ・シミュレーションによって計測するモデルを示す。このモデルは、現段階では概念的な枠組みを提示したプロトタイプに過ぎず、実用化を進める上での検討課題も少なくないが、将来的にリスク管理実務へ応用可能なものに発展させていくことが期待される。

本稿の構成は、次のとおりである。第2章では、信用リスクの定量的分析について議論する上での基本的項目を整理する。具体的には、近年こうした分析の必要性が高まった背景等を整理した後、本稿における信用リスクの定義を明らかにする。また、信用リスクの定量的分析の方向性として、本稿が主要テーマとしているポートフォリオのリスク量算出のほかに、個別与信先の信用度に関する定量的分析というテーマがあることを示す。後者の問題は本稿の主題ではないが、前者の問題と技術的な関連性を持つため、その方法論について第3章でサーベイしておく。第4章では、本稿が提案するリスク量算出モデル（ExVaRモデル）の概念・内容を詳細に説明する。第5章では、多数の仮想的なポートフォリオを設定し、本モデルによって算出したリスク量を比較・検討する。この結果に基づき、本モデルが定義するリスク量の性質を確認すると同時に、第6章では実務への応用可能性と問題点について考察する。ここでは、近年における不動産価格の下落に伴う信用リスク管理の問題等を例示的に取り扱う。最後に第7章では、本モデルの成果を簡単にまとめるとともに、今後の検討課題を整理する。

2. 信用リスクの定量的分析の基本的枠組み

(1) 信用リスクに関する定量的分析の必要性

信用リスク定量化の具体的な議論に入る前に、本節では、近年の金融業界においてどのような形で信用リスク分析の重要性が高まってきたのか、その背景について整理しておく。

まず、近年における自由化・国際化の進展は、金融市場を一段と競争的なものに変革してきた。この結果、金融機関は、金融仲介業務とはリスクを取る見返りに利益を得るビジネスであることを明確に意識する必要に迫られた。また、デリバティブ取引の拡大に代表される金融革新は、積極的にリスクを取ったり逆に回避したりするリスク・コントロールの機動性・柔軟性を飛躍的に増加させた。こうした環境変化が、金融機関にとって各種のフィナンシャル・リスクを迅速かつ正確に把握する必要性を高めた大きな要因である。

次に、定量的なリスク管理手法の発展の経緯を振り返ると、出発点はまず、トレーディング勘定におけるマーケット・リスクの算出であった。特にポートフォリオのリスク量を概算する上では、VaR¹の考え方の有効性について市場参加者の間で概ねコンセンサスが得られているようである。一方、バンキング勘定におけるマーケット・リスク（特に金利リスク）については、VaRのような確立された概念はないものの、従来型のギャップ分析から脱皮してより正確な計算方法を模索する動きがみられている。信用リスクの分析・管理についても、近年多彩な角度からの方法論が検討されつつある²ものの、ことポートフォリオの信用リスク定量化手法に関しては、現時点で特定の有効な枠組みが確立されるには至っていないようである。こうした信用リスクの定量化については、一定の枠組みに収束しない可能性も念頭に置いて、将来的な姿を見据えることが重要であろう。

このような状況の下、金融機関のリスク管理やデリバティブ取引周辺で今後最も注力して行くべき課題は何かという問いかけに対しては、市中金融機関からは信用リスクの管理であるという反応が目立ってきている。この傾向は、わが国に限ったものではなく、米英の先進的金融機関においても同様である。例えば米国では、本年3月の議会下院銀行委員会において、リーチ（Leach）委員長が金融機関代表者4人に今後金融界で最も起こりうる可能性が高い問題は何かと質したのに対し、全員が一律に信用リスクの顕現化であると回答した。英国では、リスク・マガジンが昨年末に実施した著名実務家へのインタビューの中で、本年のデリバティブ取引を巡る動きの中で特に注目すべき分野は何かとの問いかけに対し、信用リスクの取扱い（信用補完措置やクレジット・デリバティブを含む）であるという反応がみられた。また、わが国を顧みても、不良債権処理の問題がまだ完全に終わったとは言えないものの、これを将来の糧として建設的に活用するには、信用リスクを確実に管理できる体制を整備することが不可欠であるというのが共通の認識であろう。これらは、各国において信用リスク管理の重要性に対する認識が高まっていることを示す代表的な例である。

(2) 信用リスクの定義

信用リスクという言葉は、局面によって様々な意味に解釈され得る。本節では、本稿における信用リスクの定義を明らかにしておく。また、この他の代表的な定義との関連性についても簡単に整理する。

1 VaRについては、例えば、日本銀行金融研究所 [1995] を参照。

2 信用リスクの分析・管理方法について包括的に論じた参考文献としては、西田 [1995]、関野・杉本 [1993]、Backman et al. [1995] 等を挙げることができる。

イ. 第1種信用リスクと第2種信用リスク

本稿では、信用リスクを

「取引相手³がデフォルトを起こすことまたは将来デフォルトに陥る可能性が高まることを原因として、金融商品から得られるキャッシュフローの現在価値が低下するリスク」

と定義する。ここでデフォルトとは、取引相手が金融契約を約定通りに履行しなくなることである。さらに、理解を容易にするために、便宜的にこれを次の2つの部分に分離した概念を導入しておく。すなわち、

「取引相手がデフォルトを起こすことにより、金融商品から得られるキャッシュフローの現在価値が低下するリスク」

を第1種信用リスクと呼ぶ。このリスクは、デフォルト確率が将来的に変動する効果を勘案せず、現時点のデフォルト確率が続くことを前提として、実際にデフォルトが発生するかどうかのみに着目したリスク量である。仮にリスク評価期間内にデフォルトが発生しなかったならば、第1種信用リスクは顕現化しなかったと解釈される。こうした視点に立てば、例えば、一定のデフォルト確率の取引相手と金融契約を結んでいるとき、一定期間後に当該取引を清算すると仮定した場合のキャッシュフローに関する確率分布は、デフォルト・ノンデフォルトの2つの状態のみから成る離散的な分布である。単独の商品でなく、より多数の取引相手・商品から成るポートフォリオについてキャッシュフローの確率分布を考えると、離散的な分布から連続的な分布に近づく。この場合、市場リスクのVaRと同様に、一定の信頼度における最大ロスを算出することが可能である。また、仮にポートフォリオを構成する個別の金融商品のデフォルト特性が全く独立であるとする、構成商品数が多くなり分散化が進むにつれて、キャッシュフローの確率分布は正規分布に近づく（中心極限定理）。さらに、極限的な完全分散ポートフォリオについては、正規分布の標準偏差が無限小となるため第1種信用リスクはゼロである。この意味で、第1種信用リスクは、完全分散によって除去可能なリスクであると言える。ただし、現実には、個別商品の間には有意な相関が存在するうえ、通常のポートフォリオにはある程度与信の集中がみられるため、はじめから完全分散を想定してリスク算出を行うべきではない。

これに対し、第2種信用リスクとして、

「全体の信用リスクから第1種信用リスクを差し引いたリスク量」

を定義する。換言すれば、これは、将来デフォルト確率が高くなる可能性があることに伴うリスクである。デフォルト確率が高くなれば、実際に満期前にデフ

3 本稿では、取引相手のデフォルト可能性のみを信用リスクの発生源として扱うが、デリバティブ商品の中には、取引相手以外の主体のデフォルト可能性も商品価値に影響を及ぼすものがある。例えば、社債を原資産とするオプションを購入する場合、取引相手（オプションの売却者）のデフォルト可能性とともに当該社債の発行者のデフォルト可能性もこのオプションの価値を決定する要素である。本稿ではこの点には立ち入らない。

フォルトが実現することによって被るロスの期待値が増大するばかりでなく、デフォルトが発生しなくても満期以前に債権を流動化する場合に信用リスクプレミアムの増加から時価が減少するため、この商品から得られるキャッシュフローの現在価値は低下することになる。

一般に、実務界における多様な信用リスクの定義の中には、ここで言う第1種信用リスク、第2種信用リスクのいずれか一方のみに着目したものが見られなくもない。しかし、対象とするポートフォリオの性質によってはいずれも看過できないリスクであるため、本稿では両者を取り込んだ定量化を行う。

ロ. 信用リスクに関する他の考え方

イで述べた考え方では、金融商品の将来の価値（実現キャッシュフローの価値）を比較・評価する基準として、現時点での時価を出発点としている。この時価には、現時点でみた取引相手のデフォルト確率が織り込まれている。これに対し、無リスク（デフォルト確率がゼロ）を仮定した場合の現時点の時価を基準として、デフォルト確率を取り入れた実際の時価との差（換言すれば、ロスの期待値）を信用リスクと認識する立場もある。この一例としては、1988年のバーゼル合意に基づく現行BIS自己資本比率規制において信用リスクを評価する上でのリスク・アセットの概念を挙げることができる。このリスク・アセットは、資産額に対して与信先の分類に応じた掛け目を乗じたものであり、おおむね将来のロスの期待値に対応していると考えられるからである。こうした考え方は、イで述べた本稿の定義とは相異なる点に注意しておきたい。

また、特にデリバティブの信用リスクを評価する際に、BIS自己資本比率規制における枠組みをはじめとして、信用リスク・エクスポージャー（便宜的に、これをカレント・エクスポージャー〈再構築コスト〉とポテンシャル・フューチャー・エクスポージャー〈再構築コストの潜在的増加額〉に分離する場合も多い）という考え方が頻繁に用いられている。これは、文字どおり、信用リスクに晒されている金融資産の価値と解釈可能である。従って、ここには与信先のデフォルト確率の大きさに関する情報は含まれていない。議論を単純化すれば、信用リスク・エクスポージャーにデフォルト確率を乗じた値がロスの期待値であるとみることもできる。本稿では、信用リスク・エクスポージャーを単独で推定・評価することは行わず、これとデフォルト確率の変動およびデフォルトの実現・非実現に関する推計をシミュレーションにより同時に行う。

(3) 信用リスクの定量的分析の方向性

信用リスクの定量的分析には、大別して2つの分野がある。本節では、それぞれの分野の概要と目的を簡単に説明することにより、本研究の位置付けを明確にしておく。

第1の分野は、個別取引先の信用度の客観的・定量的な分析手法の確立である。前節までは、信用リスクを定義する上でデフォルト確率という情報の存在を前提

として話を進めてきたが、実はこれを推定することが信用リスク分析の出発点である。また、デフォルト確率の正確な推定は、リスク量の算出だけでなく、金融商品のプライシング（例えば、ローンの貸出金利の設定）を行う上でも基本となる重要なステップである。従来、個別取引先の信用度分析は、いわゆる審査をベースとして行われてきた。そこでは、デフォルト確率という具体的な数字を算出するのではなく、信用度の高低に応じて個別取引先を分類するという分析に止まることが多かった。これを前進させる1つの方法は、各分類（ないし格付け）に対応するデフォルト確率を推定することである。このほか、審査等の比較的主観的・定性的なプロセスと並行して、より客観的・定量的な信用度判定プロセスを活用することもデフォルト確率を推定する上で有効である。こうした分析が第1の研究分野である。ただ、これらの問題は実務的な色彩が強い上に多彩なアプローチが利用可能であり、従って、統一的な枠組みで議論を進めるよりも、各金融機関が局面に応じて適切な方法論を選択していくべき問題であると思われる。このため、本稿ではこの分野を主題としては扱わず、次章で各種方法論をサーベイするにとどめる。

第2の分野は、個別取引先のデフォルト確率（およびその将来の変動過程）を所与とした場合に、ポートフォリオの信用リスクを算出する枠組みを構築することである。これは、金利リスクとのアナロジーでは、金利の期間構造の変動過程を所与としてVaRを算出する作業に対応する。ただし、信用リスクを扱う場合には特有の問題が発生するため、4章で述べるように、従来のVaRの概念を拡張する必要がある。本稿は、この第2の分野に主眼を置く。

3. 定量的な信用度判定方法

個別与信先の信用度を判定する上では、伝統的な審査をはじめとして様々なアプローチがあり得る。最近では、統計的な技術を利用して客観的かつ定量的に信用度を判定する試みが注目を浴びつつある。この背景としては、各種市場の発達に伴い市場価格データにインプライされた信用度情報が質・量ともに向上してきたこと、計算技術等の進歩によってハード、ソフト両面で分析ツールが向上してきたことなどを指摘できる。ただ、いくら定量分析の質が向上したとはいえ、これだけに基づき確実な信用分析を達成するような状況にはないという点に十分注意したい。企業活動の将来性に関して正確な判断を下すには、必ずしも公開情報だけでは十分でなく、より立ち入った調査を要すると考えられる。ただ、従来型の主観的な判断に重きを置いた審査に定量的な分析結果を合わせて利用すれば、両者が相互補完的に機能し、より有効な分析が期待できる。

こうした観点から、以下では、定量分析に基づく信用度分析の各種方法論についてサーベイを行う。

(1) 格付け情報の活用

S&PやMoody's等外部格付け機関が公表している過去の格付けデータ⁴に基づき、各格付けに分類された企業の将来のデフォルト確率を推定することが可能である。この方法のメリットは、過去のデータの蓄積が多いことにある。このため、例えば単に1年後までのデフォルト確率を得るに止まらず、10年程度先まで累積倒産確率を期間構造として推定することも可能である。一方、個別企業の諸属性（例えば、業種、規模等）を考慮することなく、単に現時点の信用度（格付け）という情報だけにに基づき将来のデフォルト確率を説明できることを暗に仮定している点が現実的でないことも指摘できる。

現在のデフォルト確率だけでなく、将来のデフォルト確率の変動について情報を得たい場合には、格付け間の遷移行列（transition matrix）を過去のデータから推定し、これに基づいて将来の格付け変更の確率を推定するアプローチが可能である。

なお、外部格付け機関の情報に頼るほかに、十分な蓄積があれば金融機関内部の格付け情報を利用することも有効であろう。

(2) 財務諸表情報に基づく倒産予測モデル

公表されている財務データを利用して個別企業の倒産確率を予測しようという研究は、古くから盛んに行われている。技術的な観点から各種の方法を3つに分類し、簡単な説明を加えると以下のとおりである。

①線形判別分析による多変量解析⁵

企業の信用度に関連した複数の財務計数の加重平均値を算出して得点としたうえ、一定のカットオフ得点からの大小によりデフォルト可能性を判定する。加重平均のウェイトとしては、最も判定力が高くなるように統計的に決定した数字を使う。カットオフ得点は、デフォルト可能性が高い集団と低い集団を分割する最適な境界値を統計的に決定したものである。

②PROBITモデル等による回帰分析⁶

①と同様に複数の財務計数を説明変数とし、倒産・非倒産を被説明変数とする線形回帰モデルの一種である。モデルの誤差が正規分布等特定の確率分布に従うと仮定することにより、推定された倒産・非倒産情報の誤差に関して確率分布が得られるため、これに基づきシステマティックに倒産確率を算出可能である点が特徴。本稿では補論で、PROBITを利用して倒産予測モデルを構築する手順および試算例等を取りまとめたので参照されたい。

4 スタンダード・アンド・プアーズ [1994]、ムーディーズ・インベスターズ・サービス [1994/3, 1994/5] を参照。

5 この手法については、後藤 [1989]、アルトマン [1975, 1992] などをはじめとして、多数の論文・著作が発表されている。

6 先行研究としては、米国企業を分析対象としたものとしてBoyes, Hoffman and Low [1989]、Johnsen and Melicher [1994]、日本企業を分析対象としたものとして森平 [1994] 等がある。

③ニューラル・ネットワークによる分析

ニューラル・ネットワークとは、人間の脳神経細胞（ニューロン）の働き方にヒントを得て開発されたコンピュータによる学習アルゴリズムである。多数の企業情報（財務計数等）を入力すると、非線形変換を経て最終的に倒産予測に有効な情報を出力する。①や②が線形モデルであるという限界をもつのに対し、ニューラル・ネットワークは非線形性を許容することにより一段と高い説明力を実現可能である。一方、入力情報が出力情報に変換されていく過程が極めて複雑となるため、モデルの直観的理解が困難であり、ブラックボックスに近くなってしまう等の点がデメリットである。

上記①～③の方法に共通した問題点として、第1に、倒産とデフォルトは必ずしも同義ではないという点を指摘可能である。一般に、デフォルトが起こったかどうかを第三者が公表データから検証することは困難であるから、デフォルト予測モデルではなく、観測可能な倒産という現象を予測するモデルを構築する場合が多い⁷。しかし、取引先が倒産には至らなくとも、金利延滞等の形でデフォルトを起こしたり、元利減免等の救済措置を避けることができずにロスが発生するケースは少なくない。このような倒産とデフォルトとのギャップを如何に調整するかという課題がある。第2の問題点としては、倒産直前期の財務データが入手可能な企業の数に限りがあるということである。例えば、上場企業あるいは店頭公開企業で近年倒産に至った企業のうち、倒産直前期の財務データを入手可能な先はかなり少数であるため、これを基に行った推計結果から将来を予測することの有効性について疑問なしとはいえない。第3の問題点としては、これらの方法では1年先までの倒産確率を推計するのが限界であり、それより長期の倒産確率あるいはその期間構造を推定することは困難である。以上のような難点を改善するための1つの方法は、客観的な財務データのほかに主観的な項目を説明変数として加えた予測モデルを構築することである。実務家の間では、例えば、規模が小さい企業に対しては、経営者の信頼性といった項目が有効であるとの指摘もある。

(3) 債券の金利スプレッドに関するデータからの分析

流動性が高い債券（社債等）については、流通市場の利回りに無リスク金利対比でどの程度のスプレッドが加わっているかを観測することにより、市場参加者のデフォルト確率に関する予想や市場参加者のリスク選好度に関する情報を抽出することが理論的には可能である。

実際、米国市場やユーロ市場では社債の流通市場が比較的発達していることから、スプレッドとデフォルト確率等の関係を過去の時系列データから統計的に分析す

⁷ もっとも、倒産情報を利用する代わりに、マスメディアから金利減免等の情報を収集することにより実質的なデフォルトを探す方法（奥代 他 [1995]）や財務諸表に着目し経常赤字が3期連続であることをもってデフォルトと見なすアプローチ（若杉・佐々木 [1995]）なども存在する。

ることによって有意な結果を得たとの実証研究が報告されている⁸。この場合、過去のスプレッドの変動に関する性質を分析することにより、将来のスプレッドの変動性について有意な情報を得られる可能性がある。

ただし、わが国の社債市場をみた場合には、流通市場が十分に発達しているとは言えない面もあり、スプレッドとデフォルト確率に安定的な関係が見出せないとか、そもそも分析対象となるデータ数が少ないといった限界があると考えられる。

(4) 企業価値に関するオプション価格理論を応用したデフォルト確率推定モデル

対象企業の総資産価値（時価）、同価値の予想ボラティリティ、同価値の確率過程（典型的にはブラック-ショールズ型の対数正規過程）、対象企業の総負債価値等が得られれば、Merton [1974] に示されたオプション価格理論を応用すると、一定の期間内に当該企業がデフォルト⁹に陥る確率を推定することが可能である。ただし、この入力情報の中には、正確な計数を容易には把握できないものが含まれている。例えば、わが国では、個別株に関するオプション市場が（CB、ワラントを除き）存在しないため、総資産価値のボラティリティに関する情報を市場から抽出することが困難である。

4. 信用リスクを含む統合的リスク量（ExVaR）算出モデル

ポートフォリオの信用リスクを定量的に算出するには、様々な計算スキームを考へることが出来る。また、算出結果の利用目的等に応じて最適な方法は異なり得る。我々は、ポートフォリオ全体のリスク量（信用リスクと市場リスク）を概算することを主たる目的として、1つのパイロットモデルを構築した。本章では、このモデルがどのようなコンセプト・設定に基づいているかを概説した後、具体的な仕様を示す。

(1) ExVaRの定義

トレーディング勘定の市場リスクを定量化する従来のVaRは、通常、一定の保有期間において一定の信頼度（例えば99%）のもとでポートフォリオの時価が低下しうる最大幅と定義される。この枠組みに沿って、いわゆるマトリクス法、ヒストリカル・シミュレーション、モンテカルロ・シミュレーションなどの手法によりVaRを算出することができる。これに対し、各種金融商品の信用リスクを評価する場合には、上記のVaRの定義をそのまま適用することはできない。何故なら、トレー

⁸ 最近の報告例としては、Wu and Yu [1996] 等がある。

⁹ 本章（4）で取り上げる理論では、デフォルトについて、企業価値が一定の限界値を下回った状態と定義しており、本稿におけるデフォルトの定義とは異なる。

ディング勘定以外の金融商品のリスクを評価するタイム・ホライズンは、その流動性を勘案すると年単位にまで長くなり得るため、この間発生する資金の受渡しを無視することができないからである。こうした問題に対処するには、リスク評価期間終了時点における時価の不確実性に着目してリスクを認識する代わりに、リスク評価期間内に発生するキャッシュフロー価値の不確実性をリスクの源泉として認識すればよい。ここでいうキャッシュフローとは、金利等の市場レートや取引先の信用状況などの要素を現時点から将来にわたり所与としたとき、リスク評価期間内に発生する全てのキャッシュフローを合算したものである。従ってここには、

- ①利息収支、
- ②リスク評価期間内にデフォルトが発生した場合に期限の利益損失事由に基づき回収される債権、
- ③リスク評価期間終了時点までデフォルトが発生しなかった場合には同時点で当該ポジションを清算すると想定した場合のキャッシュフロー（すなわち同時点における商品時価）

が含まれる。従来トレーディング勘定に用いられてきたVaRは、このうち③だけに着目してその不確実性をリスクと認識するに過ぎないが、本稿では、リスク評価期間中のキャッシュフローおよびデフォルトの実現可能性の効果も直接取り込む枠組みとなっている。なお、キャッシュフロー発生時点の違いに応じた時間価値を正確に捉えるために、リスク評価期間内（本稿の計算例では最長5年）に発生した各キャッシュフローを全て一定時点先（本稿では5年後）まで短期無リスク資産に再投資（すなわち、短期金利によるロール・オーバー運用）するとした上、この最終金額を現在価値ベースに割り引くことによってキャッシュフローを評価する。

実際の計算では、モンテカルロ・シミュレーションを用いてシミュレーション1回毎に市場条件・デフォルト事象を確定させ、それに応じたキャッシュフローを生成する。多数回のシミュレーションを繰り返せば、キャッシュフローの割引価値の計算結果を数多く得る。これらの期待値（以下、期待PVと呼ぶことにする）を取れば、近似的に現時点におけるポートフォリオの時価を得る¹⁰。また、リスク量

10 この期待PVは、現実の確率に基づくキャッシュフロー（現在価値ベース）の期待値である。一方、理論的に厳密な現在価値を算出するには、無裁定条件を課した上で現実の確率を測度変換することにより得る確率測度（相対価格をマルチンゲールとする測度〈しばしば単にマルチンゲール測度と呼ばれる〉）の下においてキャッシュフローの割引現在価値の期待値を計算する必要がある。マルチンゲール測度は、経済学的には現実の確率測度に市場参加者のリスク選好度を反映させることによって修正を加えたものである。仮に市場参加者がリスク中立的であるとすれば、両者の確率測度は完全に一致するから、本稿で算出する期待価格と理論価格が完全に一致する。

市場参加者のリスク選好度を織り込んだプライシングを行おうとする理論研究は数多く進められている（例えば、Madan and Unal [1993], Duffie and Singleton [1994], Duffie, Schroder and Skiadas [1993], Duffie and Huang [1994], Jarrow and Turnbull [1995] 等）。しかし現在のところ、実務界において正確かつ安定的な計算方法は確立されていないように思われる。従って、本稿の計算では、現実の世界での確率に基づく期待値をもって近似的にポートフォリオの時価と見なす。

は、例えばキャッシュフローの割引価値の99パーセンタイル値（一般的には x パーセンタイル値）が期待PVを下回った幅によって定義可能である。本稿では、これをExVaR（拡張されたVaR〈Extended Value at Risk〉の意）と呼称する。繰り返しになるが、ExVaRの考え方は、ポートフォリオの将来のPV（時価）の不確実性をリスクと解釈する従来型VaRの考え方を拡張し、ポートフォリオから将来発生する全キャッシュフローの現在価値の不確実性をリスクと解釈するものである。

(2) ExVaRモデルにおける諸設定

本節では、以下ExVaRを算出する上で設定した種々の仮定等について個別に説明する。

イ. デフォルト確率

信用リスクを評価する上では、まず、現時点における個別取引先のデフォルト確率を与える必要がある。その方法論については第3章で扱ったので詳細は繰り返さないが、要は、定性的・主観的な企業情報と定量的・客観的な企業情報を組み合わせて的確に信用度を判定する体制を整備することが重要である。本稿では以下、このような内部格付け制度が既に確立されており、その情報をリスク算出に援用できると想定する。また、各格付けに対応したデフォルト確率の大きさについても、過去のデータから情報が得られているものとする。

次に、現時点のデフォルト確率が将来どのように変化していくのかというダイナミクスについて情報が必要である。この問題に対しては様々な方法があり得るが、本稿では、デフォルト確率が対数正規過程に従うことを先験的に仮定して¹¹ 試算を行う。具体的には、時点 t から $t+dt$ までの微小期間に取引先 i の単位時間当たりデフォルト確率 $h_i(t)$ が変動する幅 $dh_i(t)$ が次式で表される対数正規過程に従うとする¹²。

$$\begin{aligned} dh_i(t) &= h_i(t+dt) - h_i(t) \\ &= h_i(t)\mu_j(t)dt + h_i(t)\sigma_j(t)dz_j(t) \end{aligned}$$

上式において、 i は企業、 j は当該企業が所属する業種を表示するインデックスである。従って、デフォルト確率の変動率に関するトレンドおよびボラティリティを表すパラメータ $\mu_j(t)$ および $\sigma_j(t)$ は、ともに業種毎に決まるというモデルである。また、 $dz_j(t)$ は、業種 j に所属する企業の状態を決めるための標準ブラウン運動を表

11 同様の確率過程を仮定した上でデフォルト可能性を勘案したプライシングを指向した研究の一例としては、Grenadier and Hall [1995]を参照されたい。

12 デフォルト確率は区間 $[0,1]$ において定義されるから、厳密には、 $h_i(t)$ に対数正規過程をそのまま適用するのは適当でない。例えば、 $h_i(t) \leq 1$ という境界条件を付すことによりこの欠陥を除去することは可能である。本研究で用意した計算アルゴリズムでは、 $h_i(t) > 1$ となった場合には $h_i(t) = 1$ と解釈した上で当該期間に必ずデフォルトが発生するという扱いとすることにより、実質的に上記の境界条件と同等の効果をj得ている。

す（従って、 $dz_j(t) = \varepsilon_j(t)\sqrt{dt}$ くだし、 $\varepsilon_j(t)$ は標準正規乱数¹³⁾と表現可能）。これは、業種という企業属性に基づいて取引先企業群を分類することにより、デフォルト確率の変動過程の特徴に関して同質的なグルーピングが達成されるという考え方によるものである。このとき、パラメータの設定や標準正規乱数の発生は、業種毎に実行すれば足りることとなり、膨大な数の個別企業毎の取扱いを避けることができる。ここで注意しておきたいのは、デフォルト確率の変動過程の特徴を捉えるためには、業種という1つの企業属性では不十分である可能性がある点である。業種の他に、例えば企業の規模・地域・信用度等の項目も効果的な企業属性となり得よう。実務的には、この問題に答えを用意する必要があるが、本稿では取りあえず業種のみに着目した形でモデルの枠組みを示すこととする。また、 $\mu_j(t)$ および $\sigma_j(t)$ には、過去のデータに基づく推定結果を適用する。具体的には、トレンド $\mu_j(t)$ はゼロと仮定した上、 $\sigma_j(t)$ を時間に依存しない定数として統計的に算出する（結果は後掲図表5）。ただし、実務上は、ビジネス・サイクルの循環効果等が $\mu_j(t)$ に有意な影響を及ぼし得ることから、過去のデータからの推定値を基準としつつマクロ経済要因等の調整を加えることも一案であろう。なお、以下の試算では、確率過程の最小期間 dt を1カ月とし、 t は1ヶ月から60ヶ月（5年）までを対象とする。

ロ．信用補完措置（特に担保の扱い）

わが国では与信を実行するに当たって担保や保証などにより信用補完を付す場合が少なくない。信用補完機能は、当該取引のリスク量に大きな影響を及ぼすため、その効果を的確に推定することが望まれる。一般に信用補完の手段は多様であるが、本稿では特に担保の扱いに焦点を当てる。主として、不動産および株式が担保となっている取引を想定する。

有担保取引では、取引相手のデフォルト時に、①当該取引の資産時価、②担保資産の時価（先行抵当が付いている場合にはそれを差し引いたベース）、③極度額の3つの中で最小の金額を回収できると考える（担保資産回収率100%の場合）。従って、将来のキャッシュフローを試算するには、取引時価を決定する変数（金利、デフォルト確率）の変動過程をモデル化するだけでなく、担保資産価格の変動に関する確率過程をモデル化する必要もある。本稿では、どのようなモデルが現実的であるかという論点には踏み込まず、不動産価格、株価ともにそれぞれの対数正規過程に従うことをあらかじめ仮定する。実際、株価についてこの仮定は一般的であるが、不動産価格については適切かどうか疑問無しとしないので今後の検討課題である。なお、不動産価格、株価ともに個別の物件、銘柄によって価格の変化率は当然異なるが、ここでは、計算を簡便にするために全ての物件、銘柄の変化率がベンチマークの変化率に一致すると仮定した。ベンチマークは、不動産価格

13 標準ブラウン運動 $dz(t)$ を構成する標準正規乱数 $\varepsilon(t)$ には、各ファクター間の相関が取り入れられている。具体的には、後掲図表5に示した異業種デフォルト確率間の相関や、さらに金利、株価、不動産価格との相関も考慮されている。

として全国市街地価格指数を、株価として日経平均株価を採用した。また、不動産、株式のほかに、第3の担保資産としてその他資産という区分を形式的に設けた。今回の計算では、その他資産の内容については預金を念頭に置き、外生的にボラティリティをゼロ（他の変数との相関もゼロ）と与えた。

ハ. 回収率

回収率の扱いは、信用補完措置の扱いと並び、信用リスクの推定に大きな影響を与える重要な項目である。対処方法としては、「平均的な回収率」を定数値として与えるタイプの簡便な方法から、個別の資産毎に回収率を推定したり、さらには将来の回収率の変動を表す確率過程を仮定する方法まで、多様な扱いがあり得る。

本稿では、2種類の回収率を入力する。具体的には、デフォルト時に（第1優先順位の）担保資産の時価の何割を実際に回収可能であるかという比率（**担保資産回収率**と呼ぶ）と、無担保資産の何割を実際に回収できるかという比率（**無担保資産回収率**と呼ぶ）である。担保資産回収率は理想的なケースでは1に近いが、現実には劣位抵当権設定者との調整コストや資産流動化までの減価コストなどが無視できない場合もあるから、実務においては1より幾らか小さい比率を採用すべきと考えられる。もっとも、参照できる統計が存在しないこともあり、以下の試算では、便宜的にこの比率を0.9と設定する。一方、無担保資産回収率は、デフォルト債権に全く担保が付されていない場合や優先順位が低い担保のみしか設定されていない場合であっても、何割かの資産を回収可能な実例が存在するという現実を織り込むための比率である。ただ、以下の試算では、保守性を重視してこれをゼロと設定する。

二. 金利¹⁴

本稿では、過去約8年間のイールドカーブの月次変動データに対して主成分分析を行い、このうち主要3成分¹⁵を因子ベクトルとするファクター・モデル（因子分析）に従って、将来のイールドカーブの動きをシミュレートする。

この方法の他にも、イールドカーブ上に幾つかのグリッド・ポイントを設定し、これらに対応する各期間の金利が多変量正規分布に従うと仮定してシミュレーションを行うこと等のバリエーションがあり得るが、計算精度についてはいずれも大差ないと考えられる。ここでは、イールドカーブ変動の解釈のしやすさを重視して、ファクター・モデルを採用する。

14 本稿では円金利のみを想定しているが、必要に応じこれを他通貨に拡張することは容易である。

15 イールドカーブ変動の主要3成分は、それぞれ、イールドカーブの①パラレルシフト、②傾きの変化、③キルク（曲率の変化）と解釈することが可能である。また、経験的にはこれら3成分により、トータルのイールドカーブ変動の99%以上を説明可能である。

ホ. 信用リスクと市場リスクの統合(ディフォルト確率と市場レートとの相関の考慮)

企業のディフォルト確率の変動と市場レート（金利等）の変動は互いに独立ではなく、何らかの相関を持つ。一般には、ディフォルト確率が上昇傾向を示す景気後退期には金融緩和政策を反映して金利水準が低下する傾向にある。このため、両者には負の相関が発生する¹⁶。信用リスクと市場リスクを同時に推定する場合には、この相関の効果を取り入れることにより推定の正確性を期することができる。

本稿では、過去のデータに基づき、業種別ディフォルト確率の変動とイールドカーブ変動の主要3成分に対応したランダム・ファクターとの間の相関を統計的に算出し、この結果を将来の推定に適用する。

ヘ. リスク評価のタイム・ホライズン

信用リスクを計量する上では、将来のキャッシュフローの不確実性を評価する期間をどのように設定するか判断する必要がある。市場リスクをVaRにより評価する場合には、保有期間（holding period）という考え方を採用し、分析目的や対象商品等に応じて1日、2週間等の期間が適宜設定される場合が多い。信用リスクを評価する上でもこの延長線上で議論を進めることが可能であるが、当該商品を「保有」する期間というより、リスクを評価するタイム・ホライズンという意味合いが強いので、本稿ではこの期間を**リスク評価期間**と呼称する。

リスク評価期間の設定方法には多様な選択がありうる。本稿では、当該商品を清算・流動化したいと判断してからその実行・完了に要する期間と定義する。例えば、流通市場が極めて厚い債券が対象であれば、リスク評価期間を1日としてもよかろう。逆に、ほとんど流動化不可能な仕組みのローンであれば、リスク評価期間は満期までと考えるべきである。この定義は、リスクの意味を忠実に解釈すれば自然な発想であると思われる¹⁷。ただし、商品毎に相異なるリスク評価期間を設定することとなるので、実務的にはシステム設計上の手当て等が必要である。以下、仮想ポートフォリオのExVaRを試算する際には、ローンとスワップについてはリスク評価期間をそれぞれの満期までとし、社債については一律1年間とする。

ト. 分散・集中効果

与信の分散・集中が信用リスク量に与える効果は重要である。本稿では、個別の取引に関する情報を逐一入力するため、自ずから分散・集中効果を的確に定量化可能である。この点については、第5章（2）節で検証を行う。

16 こうした相関に関する実証研究の例（ただし、米国のデータを利用）としてはDuffee [1994, 1995] を参照可能。

17 各商品の流動性に依拠してリスク評価期間を設定するという考え方とは別に、全商品に同一のリスク評価期間を採用し、流動性が高い商品についてはロールオーバーを想定してリスク量を計測する考え方もある。

(3) ExVaRモデルの具体的仕様

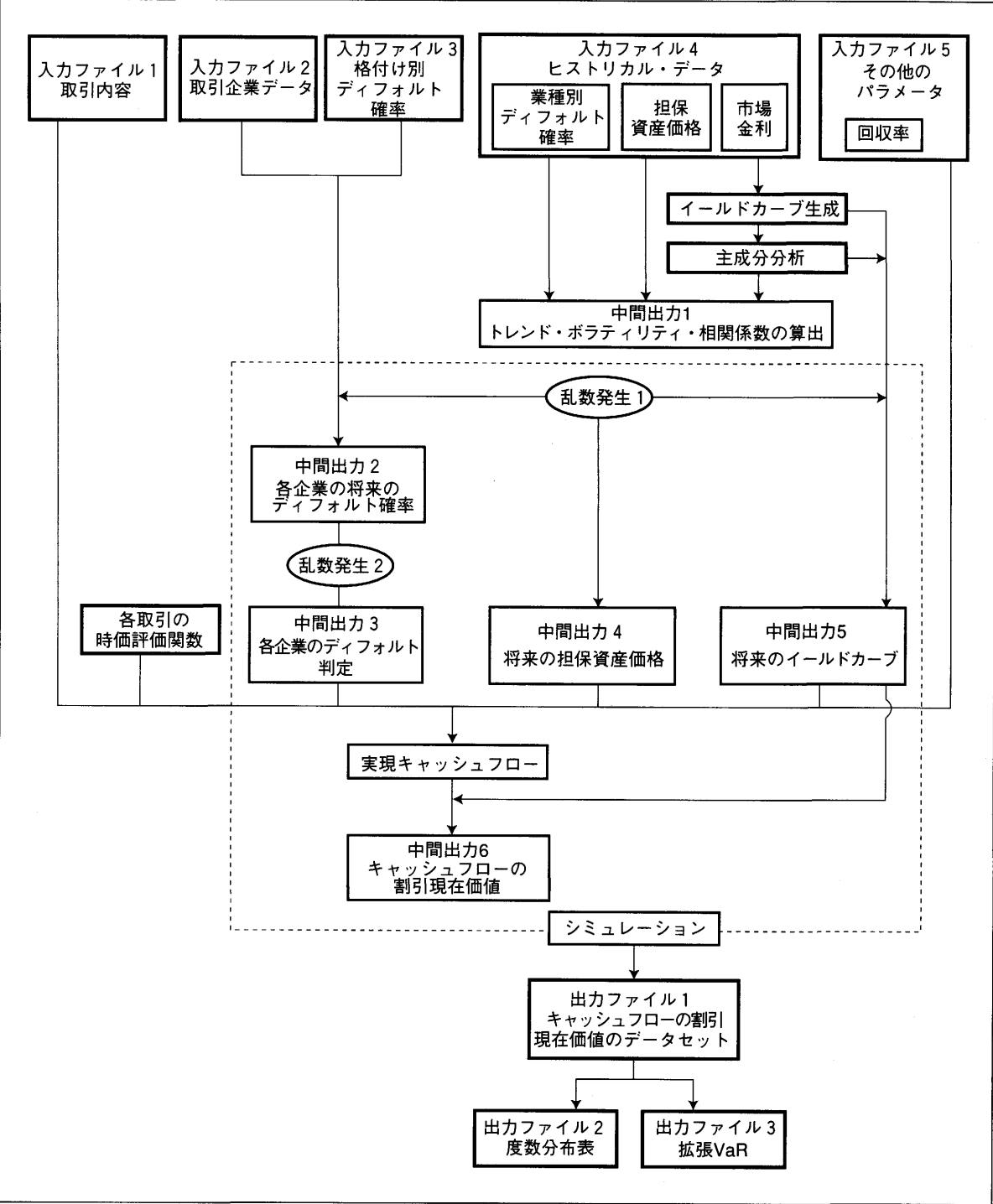
ExVaR算出モデルの構造は、図表1に示した通りである。5種類の入力ファイルを用意してプログラムを実行すると、チャートの流れに従って計算が進む。1回のシミュレーションを行うと、点線内の計算が1回実行され、ポートフォリオから事後的に発生するキャッシュフローの割引現在価値を得る。これを多数回繰り返すことにより、キャッシュフローの割引現在価値のデータ・セットの度数分布表を得る。データ・セットにおいて、まず期待値（期待PV）を算出し、これから例えば99パーセンタイル値を差し引いた潜在的ロスがExVaR（この場合、信頼度99パーセンタイル）である。以下では、プログラム中の各ファイルの内容を簡単に説明する。

入力ファイル1

個別の金融取引の約定内容に関するデータを入力する。具体的には、図表2の概念図が示すように、取引先企業（番号）、取引種類（番号）、元本、金利、残存期間、担保の有無・種類（番号）、担保時価、極度額、先行抵当権といった情報が必要不可欠である。取引種類が伝統的なローンではなく、例えば金利スワップ（プレーン型）の場合には、元本は想定元本、金利は固定金利¹⁸といった読み換えを行えばよい。また、取引の流動性を反映させたリスク評価期間も合わせて入力しておく。

18 金利スワップに関する固定金利の情報は、変動金利側にLIBOR上乘セスプレッドがある場合には、同スプレッドを約定ベースの固定金利から差し引いて調整したベースで入力する。

図表1 ExVaR算出モデルの構造



図表2 取引約定内容に関するデータ概念図

取引番号	取引先企業 (番号)	取引種類 (番号*)	(名目)元本 (億円)	金利 (年率%)	残存期間 (年)	リスク評価期間 (年)	担保種類 (番号**)	担保資産時価 (億円)	極度額 (億円)	先行抵当 (億円)
1	1	1	5	4.0	3.0	3.0	0	0	0	0
2	1	2	10	3.7	5.0	1.0	0	0	0	0
3	2	1	12	6.0	3.0	3.0	1	20	12	5
4	2	3	12	5.0	3.0	3.0	0	0	0	0
5	3	1	10	4.5	2.0	2.0	1	13	10	0
6	3	4	20	5.1	3.0	3.0	0	0	0	0
7	4	1	15	5.0	4.0	4.0	1	15	15	0
8	4	3	15	4.9	4.0	4.0	0	0	0	0
9	5	1	5	6.0	2.0	2.0	2	6	5	0
10	5	4	10	5.0	5.0	5.0	0	0	0	0
11	6	1	15	3.5	5.0	5.0	0	0	0	0
12	6	2	10	3.4	3.0	1.0	0	0	0	0
13	7	1	8	4.5	2.0	2.0	1	7	8	0
14	7	3	8	4.8	2.0	2.0	0	0	0	0
15	8	1	6	6.5	3.0	3.0	2	7	6	0
16	8	4	10	5.3	2.0	2.0	0	0	0	0
17	9	1	14	5.0	5.0	5.0	1	20	14	5
18	9	3	14	5.0	5.0	5.0	0	0	0	0
19	10	1	10	5.0	4.0	4.0	1	12	10	0
20	10	4	15	5.0	3.0	3.0	0	0	0	0
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

*1=ローン（元本一括償還、利息後取り）、2=社債（固定利付債）、
 3=金利スワップ（Pay-Fix、ブレーン）、4=金利スワップ（Receive-Fix、ブレーン）。
 **0=無担保、1=不動産担保、2=株式担保、3=その他（預金等）担保。

入力ファイル2

取引先企業に関するデータを入力する（図表3が概念図）。これには、各企業の現在の信用度（行内格付け等に基づく信用度ランク）情報が含まれる。また、将来の信用度の変化を検討する上では各企業を同質的企業群に分類すると効果的であるが、その分類基準として機能する各種企業属性情報もこのファイルに収めておく。（2）節で述べたように、今回は企業属性として業種のみを利用する。

図表3 取引先企業に関するデータ概念図

取引先番号	取引先名	信用度 (格付け)	業 種 (番号)	規 模 (番号)	地 域 (番号)
1	〇〇会社	3	1	—	—
2	××会社	6	1	—	—
3	△△会社	4	2	—	—
4	……会社	5	3	—	—
5	……会社	6	3	—	—
6	……会社	2	3	—	—
7	……会社	4	4	—	—
8	……会社	7	6	—	—
9	……会社	5	6	—	—
10	……会社	5	8	—	—

入力ファイル3

各格付けに対応するデフォルト確率（年率）の推定値を入力する。過去の格付けデータを分析すれば、各格付け毎に集約したデフォルト確率の平均値を得る。これを将来の予想デフォルト確率と考える。ここでは、その結果を入力しておく（概念図は、図表4）。

図表4 デフォルト確率に関するデータ概念図

格付け	デフォルト確率(年率%)
1	0.01
2	0.10
3	0.50
4	1.00
5	2.00
6	3.00
7	4.00
8	5.00
9	10.00
10	30.00

入力ファイル4

業種別企業群の平均的デフォルト確率、担保資産価格および市場金利に関するヒストリカル・データを入力する。

本稿では、業種別企業群の平均的デフォルト確率としては、手形交換停止件数（全国銀行協会連合会）を法人企業統計季報（大蔵省）の推定法人数で除した比率を利用した。

入力ファイル5

ここには、入力節ファイル1から4までに入らなかった各種の所要パラメータを収める。今回は、(2)節で述べた担保資産回収率（0.9）および無担保資産回収率（0.0）の設定だけに止まっているが、モデル修正時等に追加的なパラメータが必要であればこのファイルが利用可能である。

中間出力1

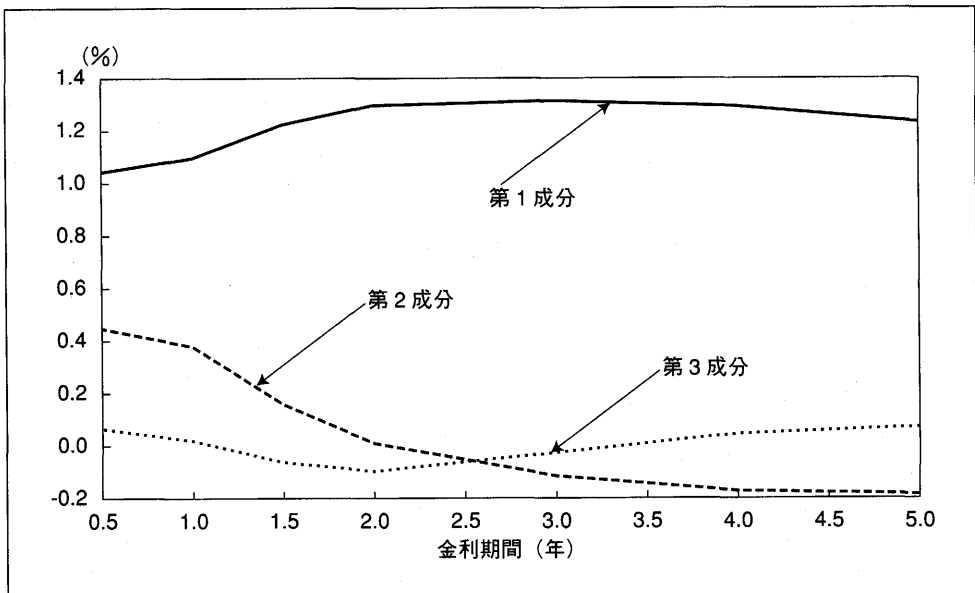
入力ファイル4における各時系列変数について、トレンド、ボラティリティ（標準偏差）、相関係数を算出した結果である（図表5）。(2)節で述べたように、業種別デフォルト確率と担保資産価格についてはそれぞれ対数正規過程に従うと仮定して分析する一方、市場金利については主成分分析結果の主要3成分（これを図示すると、図表6）を因子ベクトルとするファクター・モデルに従って分析した。以下第5・6章におけるExVaRの計算は、原則的に、図表5に示したデータに基づいて行う。

図表5 各時系列変数のトレンド、標準偏差および相関係数

	建設業 デフォルト	卸売業 デフォルト	製造業 デフォルト	運輸通信 デフォルト	不動産業 デフォルト	サービス デフォルト	小売業 デフォルト	その他 デフォルト	地価 変動率	日経平均 変動率	金利変動 第1成分	金利変動 第2成分	金利変動 第3成分
トレンド	—	—	—	—	—	—	—	—	0.050	0.086	—	—	—
標準偏差	0.386	0.312	0.323	0.442	0.498	0.386	0.332	0.550	0.039	0.211	—	—	—

相関係数	建設業	卸売業	製造業	運輸通信	不動産業	サービス	小売業	その他	地価	日経平均	第1成分	第2成分	第3成分
建設業	1.000	0.767	0.812	0.569	0.713	0.773	0.807	0.508	-0.048	-0.137	-0.271	-0.018	0.241
卸売業	0.767	1.000	0.669	0.588	0.597	0.743	0.694	0.533	-0.122	-0.242	-0.452	0.012	0.159
製造業	0.812	0.669	1.000	0.603	0.758	0.684	0.764	0.382	-0.128	-0.283	-0.065	0.133	-0.036
運輸・通信業	0.569	0.588	0.603	1.000	0.572	0.547	0.509	0.396	-0.138	-0.175	-0.077	-0.284	0.062
不動産業	0.713	0.597	0.758	0.572	1.000	0.625	0.708	0.388	0.019	-0.147	-0.247	0.006	0.044
サービス業	0.773	0.743	0.684	0.547	0.625	1.000	0.726	0.508	-0.045	-0.216	-0.305	-0.030	0.324
小売業	0.807	0.694	0.764	0.509	0.708	0.726	1.000	0.490	-0.035	-0.189	-0.126	0.039	0.081
その他	0.508	0.533	0.382	0.396	0.388	0.508	0.490	1.000	-0.062	0.098	-0.416	-0.006	-0.054
地価	-0.048	-0.122	-0.128	-0.138	0.019	-0.045	-0.035	-0.062	1.000	0.251	-0.070	-0.025	0.512
日経平均	-0.137	-0.242	-0.283	-0.175	-0.147	-0.216	-0.189	0.098	0.251	1.000	-0.095	-0.185	0.188
金利第1成分	-0.271	-0.452	-0.065	-0.077	-0.247	-0.305	-0.126	-0.416	-0.070	-0.095	1.000	-0.152	-0.153
金利第2成分	-0.018	0.012	0.133	-0.284	0.006	-0.030	0.039	-0.006	-0.025	-0.185	-0.152	1.000	0.065
金利第3成分	0.241	0.159	-0.036	0.062	0.044	0.324	0.081	-0.054	0.512	0.188	-0.153	0.065	1.000

図表6 金利の期間構造の変動に関する主成分分析結果



中間出力2・4・5および乱数発生1

中間出力1で得た相関係数データに基づき多変量正規乱数¹⁹を生成し、これを各変数の確率過程に適用して将来の時系列データを生成する。各企業の将来のデフォルト確率を決めるには、入力ファイル2・3から当該企業の現時点のデフォルト確率を認識し、これを出発点として当該企業の業種に応じた確率過程に従い将来の変動を決定する（計算例として図表7を参照）。

各担保資産価格（計算例、図表8）とイールドカーブ（計算例、図表9）についても、初期時点のデータを出発点として各確率過程により将来のパスを決定していく点は同様である。

図表7 デフォルト確率の変動過程に関する計算例

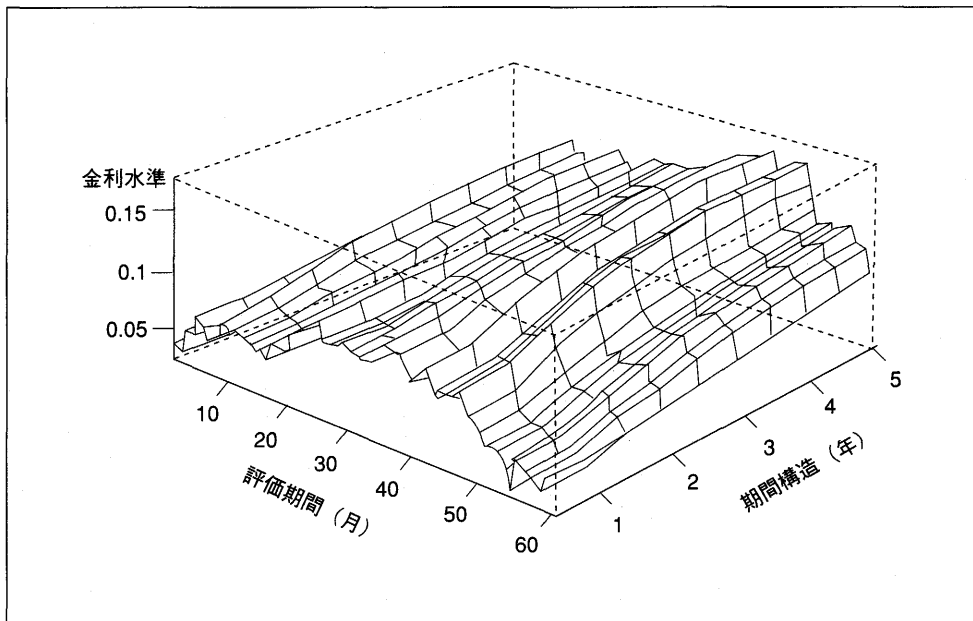
取引先(番号)	1ヶ月	2ヶ月	3ヶ月	……	58ヶ月	59ヶ月	60ヶ月
1	3.00	3.08	3.15	……	4.62	4.51	4.55
2	2.00	1.88	1.75	……	2.13	2.30	2.28
3	0.10	0.11	0.10	……	0.15	0.17	0.17
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮
98	0.50	0.52	0.51	……	0.42	0.40	0.38
99	5.00	5.12	5.30	……	4.87	4.75	4.82
100	0.10	0.09	0.11	……	0.10	0.11	0.12

図表8 担保資産価格の変動過程に関する計算例

担保資産種類	1ヶ月	2ヶ月	3ヶ月	……	58ヶ月	59ヶ月	60ヶ月
不動産(市街地価格指数)	93.15	92.91	92.67	……	95.12	95.24	95.37
株式(日経平均株価)	19723	19688	19756	……	21020	21154	21254

19 本研究における多変量正規乱数の発生は、相関行列をコレスキー分解し、これに対し、一様乱数にボックス＝ミュラー（Box=Müller）法を適用して生成した標準正規乱数ベクトルを乗ずることによって得た。なお、一般に、より効率的なモンテカルロ・シミュレーションを行う方法としては、①一様乱数の代わりにSobol、Faure等の準乱数を利用すること、②対称変数法（antithetic variable method）等の分散削減法（variance reduction procedure）を採用することなどが挙げられる。

図表9 イールドカーブの変動過程に関する計算例



中間出力3および乱数発生2

デフォルト確率を特定した後は、当該企業が実際にデフォルトを起こすかどうかを判定する。デフォルト確率の大小とデフォルトの実現・非実現の間には、間接的な関連はあるものの一意的な対応はない。仮にデフォルト確率が非常に小さくてもデフォルトが実現する可能性はあるし、また逆にデフォルト確率が非常に大きくてもデフォルトが実現しない可能性もあるからである。

手順としては、0から1までの区間で一様乱数を発生させ、それと中間出力2で得た各企業の将来時点（1ヶ月毎）におけるデフォルト確率を比較し、前者が後者を下回った場合に当該企業が同期間にデフォルトを起こしたと考える（計算例、図表10）。なお、一度デフォルトが発生した後の情報は捨象する。

図表10 デフォルトの成否判定の計算例

(0は非デフォルト、1はデフォルトを表示)

取引先(番号)	1ヶ月	2ヶ月	3ヶ月		58ヶ月	59ヶ月	60ヶ月
1	0	0	0		0	0	0
2	0	0	0		0	0	0
3	0	0	0		1	—	—
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮
98	0	0	0		0	0	0
99	0	0	1		—	—	—
100	0	0	0		0	0	0

中間出力6

入力ファイル1に含まれる各取引について、取引先のデフォルトの有無・時期が中間出力3により決まり、デフォルト時点での担保時価が中間出力4により決まり、さらに必要に応じて（例えば金利派生商品の場合）中間出力5により各時点での約定キャッシュフローが決まる。これらを全て勘案し、デフォルト可能性を考慮した実現キャッシュフロー（概念図、図表11）を求める。これらについて短期金利での再運用および現在価値ベースへの割引を施すことにより、最終的なキャッシュフローの割引現在価値を得る。

図表11 実現キャッシュフローの概念図

単位：億円

取引(番号)*	0.5年	1.0年	1.5年	……	4.0年	4.5年	5.0年
1 (loan, non-def)	0.25	0.25	0.25	……	0.25	0.25	10.25
2 (swap, non-def)	-0.02	-0.02	-0.01	……	0.02	0.01	0.02
3 (loan, def, sec)	0.30	0.30	9.27	……	0.00	0.00	0.00
4 (loan, def, uns)	0.30	0.30	0.30	……	0.00	0.00	0.00
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
Portfolio全体	30.57	30.41	29.68	……	25.54	25.44	985.21

割引現在価値合計 1067.33

*non-def：非デフォルト事例、def：デフォルト事例
sec：担保付き、uns：担保無し

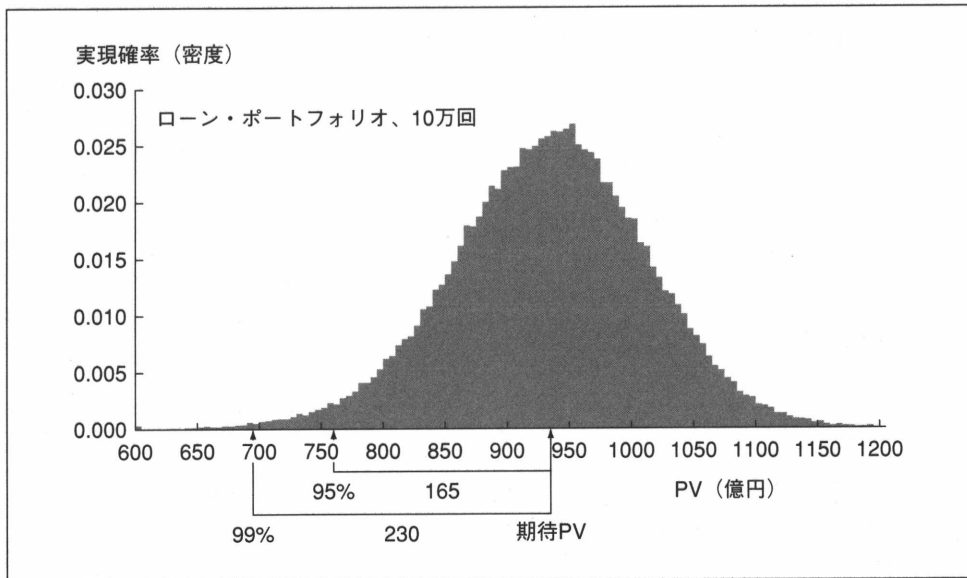
出力ファイル1

シミュレーションを多数回（本稿では最低1万回）繰り返すことにより、中間出力6のデータを多数個蓄積する。

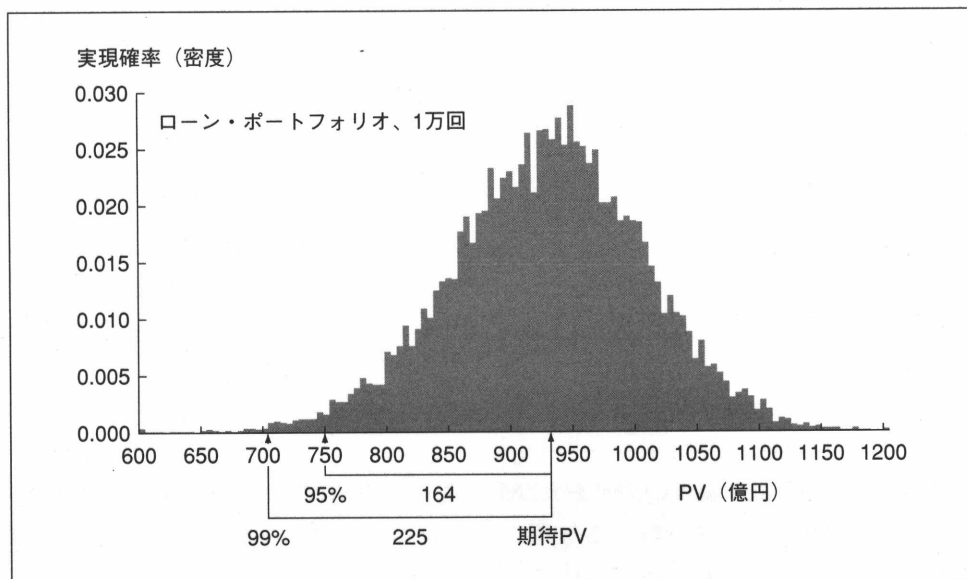
出力ファイル2

出力ファイル1のデータから作成した度数分布表（ヒストグラム）が出力ファイル2である。以下の3つの計算例では、図表12-1は、100本のローンから構成されたあるポートフォリオを対象として10万回のシミュレーションを行った結果、図表12-2は、同じポートフォリオに対し1万回のシミュレーションを行った結果、図表12-3は、100本の金利スワップ（全てpay fix）から構成されたポートフォリオを対象として1万回のシミュレーションを行った結果である。これらを見ると、①10万回のシミュレーションからはかなり滑らかな形状の分布を得られること、②1万回のシミュレーションで得られる分布もリスク量の分析を行うのに十分滑らかとみられること、③分布の形状が左右非対称となり得ること等が看取される。

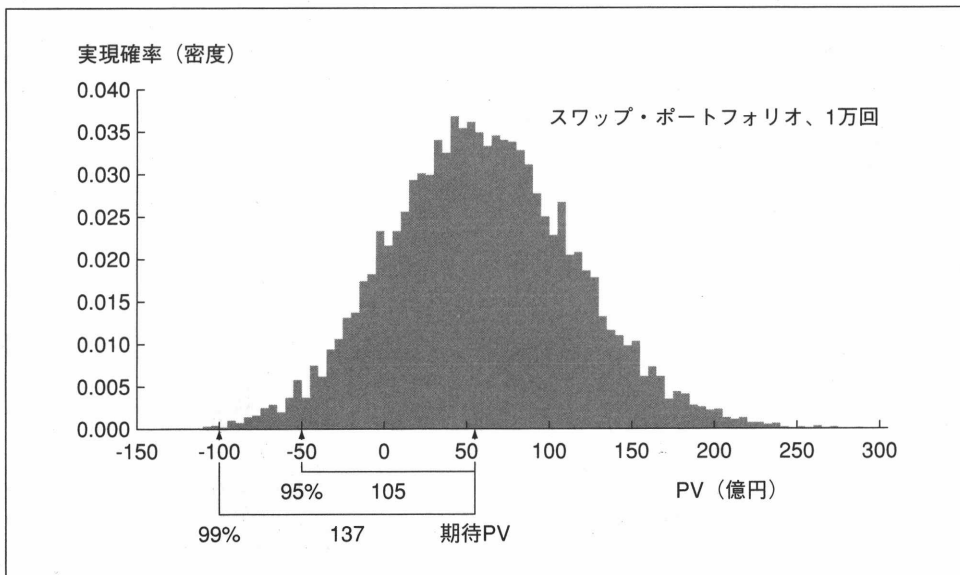
図表12-1 ポートフォリオPVのヒストグラム計算例（1）



図表12-2 ポートフォリオPVのヒストグラム計算例（2）



図表12-3 ポートフォリオPVのヒストグラム計算例 (3)



出力ファイル3

出力ファイル1のデータから期待値（期待PV）を算出する（(1) 節で述べたように、これをポートフォリオ時価と解釈）。また、期待PVから一定の信頼度（本稿では以下、99または95パーセンタイルを採用）でみた最小価値を差し引くことによりExVaRを得る（図表12-1～3参照）。

5. 各種ポートフォリオのリスク量試算

ExVaRモデルでは、信用リスクを適切に把握する上で考慮すべき様々な要素のうち、重要性が高い次の4点を的確に扱うことが企図されている。

- (1) オンバランス取引とオフバランス取引の統合評価、商品の流動性に応じたリスク評価期間の設定
- (2) 取引先の分散・集中の効果および取引先の属性別カテゴリー（本稿では業種）の分散・集中効果の取り込み
- (3) 信用リスクと市場リスクの統合評価（例えば、金利とデフォルト確率との相関の考慮など）
- (4) 担保の効果の取り込み

本章では、種々の仮想ポートフォリオを設定し、それぞれのExVaRを計算・比較することによって、上記4点がExVaRという数値情報の中にどのように反映されているかを調べる。この分析は、ExVaRのリスク評価機能の有効性を確認するばかりでなく、異なるモデルを構築していく上でも(1)～(4)の諸点を適切に評価することが

極めて重要であることを示唆するものである。

なお、本章・次章でシミュレーションに用いた各種仮想ポートフォリオの設定内容は、付．に一覧表としてまとめている。シミュレーションの実行回数は、原則的には1万回、特に高い精度を要する場合には10万回とした。

(1) オン・オフバランス取引を統合したリスク評価および流動性の効果

本節では、6種類の仮想ポートフォリオ（番号#1-1～#1-6）を設定し、そのリスク量を算出・比較する。これにより、ExVaRの簡単な算出例が示されるとともに、オン・オフバランス取引の統合的リスク評価の効果や流動性の勘案の方法に応じた効果についても調べる事が出来る。

イ. オン・オフバランス取引を統合したリスク評価

まず、各ポートフォリオの内容を概観する。いずれのポートフォリオも、100社の企業と1本または2本ずつ取引を有している。ここではポートフォリオを構成する取引の種類に応じたリスク量の差異等に焦点を当てるために、取引種類以外の諸条件を極力同一に設定した。すなわち、各取引先企業は、全て同一の業種（ここでは業種²⁰）に所属し、同一のデフォルト確率（年率3%〈本稿で想定した格付け6に対応〉）を有している。個別にポートフォリオをみると、#1-1は各取引先に対し1本ずつのローンに有するポートフォリオである。このローンは、いずれも元本10億円（一括償還型）、金利5%（半年毎後払い）、残存期間5年（従ってリスク評価期間も5年）、無担保である。#1-2は、各取引先に対し1本ずつの社債に有するポートフォリオである。この社債は、いずれも元本10億円（一括償還型）、金利5%（半年毎後払い）、残存期間5年（ただし、流通市場の存在を考慮してリスク評価期間は1年）、無担保である。#1-3は、各取引先に対し1本ずつのプレーン金利スワップ（固定金利支払い型）に有するポートフォリオである。スワップは、いずれも想定元本10億円（元本交換はなし）、固定金利5%（半年毎払い）、残存期間5年（従ってリスク評価期間も5年）、無担保である。また、#1-4は各取引先に対しローン・社債を1本ずつ、#1-5は各取引先に対しローン・スワップを1本ずつ、#1-6は各取引先に対し社債・スワップを1本ずつ有するポートフォリオである。なお、#1-4～#1-6までに含まれるローン・社債・スワップの取引条件は、#1-1～#1-3までに含まれる各取引と同様である。

これら6種類のポートフォリオのExVaRを算出した結果を図表13に示す。

20 前章では、8種類の業種分類を具体的な業種名によって提示したが、本章では、取扱上の簡便性から各業種に業種番号（1～8）を付し、この番号を引用して議論を進める。

図表13 期待PVおよびExVaR算出結果

ポート フォリオ	構 成			期待PV (億円)	95%リスク (億円)	99%リスク (億円)
	ローン (100本)	社 債 (100本)	スワップ (100本)			
#1-1	○			930	164	225
#1-2		○		886	117	158
#1-3			○	53	105	137
#1-4	○	○		1816	252	348
#1-5	○		○	980	231	300
#1-6		○	○	937	187	241

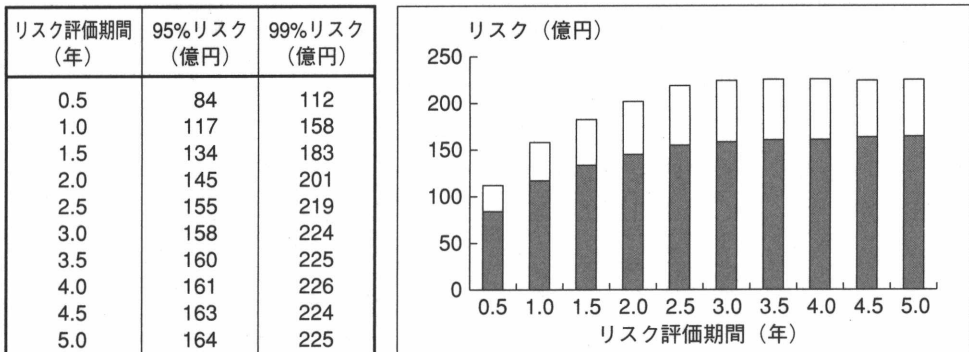
この結果から得られる第1のインプリケーションとしては、オンバランス資産とオフバランス資産のリスクを正確に評価するには各リスク量を単独に計算した上合算するのではなく、両資産を統合したベースで計算することが望ましいという点である。例えば、ローンとスワップから成るポートフォリオ#1-5のリスク量を99パーセントイルのExVaRとして計測すると300億円であるが、ローンのみから成るポートフォリオ#1-1のリスク量（225億円）とスワップのみから成るポートフォリオ#1-3のリスク量（137億円）の合算値は362億円であり、後者は前者を約2割上回る。この傾向はローンと社債あるいは社債とスワップの組み合わせでも同様であり、いずれも単独評価の合算値でみるとリスクの過大評価に繋がる。

ロ. 流動性を反映したリスク評価期間の効果

上の計算結果から得られる第2のインプリケーションは、リスク評価期間の設定の違いがリスク量に大きな影響を与えるという点である。例えば、ポートフォリオ#1-1と#1-2の差異は、リスク評価期間が5年であるか1年であるかという点だけであり、他の条件は全て同一である。しかし、99パーセントイルのExVaRはそれぞれ225億円、158億円と大きな開きがある。こうした傾向はある程度ははじめから予想できるものではあるが、インパクトの大きさは計算を行って初めて分かるものである。特に流動的な資産を評価対象とする場合には、リスク評価期間の設定に恣意性が入るため、如何にこの期間を適切に与えるかが重要な課題である。因みに、ポートフォリオ#1-2においてリスク評価期間を変化させてExVaRを計算すると、図表14の結果を得た。これをみると、従来型のVaRでしばしば議論される $\sqrt{T}$ ルール²¹との対比において、リスク評価期間の長期化に伴うリスク量の増加が相対的に緩やかであることなどを看取できる。

21 トレーディング勘定の市場リスクを計測する従来のVaRでは、価格変動がリスク・ファクターの変動に対して線形な資産を扱う場合、リスク評価期間（保有期間）を T としてリスク量（VaR）が $\sqrt{T}$ に比例するという関係がある。

図表14 リスク評価期間に対するExVaR



(2) 与信先の分散・集中の効果

与信の分散・集中の程度を把握・管理することは、信用リスクをコントロールする上で大変重要な項目である。これは、市場リスクが原理的にはヘッジ取引によって自在にヘッジ可能であるのに対し、信用リスクは少なくとも現状では直接的なヘッジ手段がほとんど存在しない²² ことによる。このため、ポートフォリオの信用リスクを最も効果的に削減するには分散投資を進めるべきであるとの指摘が多い。しかしながら、一方で金融機関にとって集中投資を行うことにメリットがない訳ではない。例えば、特定の業種や地域に強みをもつことは調査・モニタリングの点で効率的であろう。こうしたトレードオフは一般に与信のパラドックスと呼ばれ広く認知されている。これを念頭に置きつつ最適ナリスク・プロファイルを選択するには、分散・集中の効果を適切に反映させたリスク量を計測することが有効である。本節では、ExVaRが実際にこうした要件を満足していることを確認するために、幾つかの仮想ポートフォリオを設定し、そのExVaRを算出・比較する。

分散・集中の効果を検討する場合、便宜的に次の2つを区分して考えることができる。

①取引先の分散・集中

②対象業種の分散・集中

①は、例えばすべての取引先（同一信用度を仮定）を同一業種内に限定したとしても、多数の企業に小規模の貸出を行うことと少数の企業に大規模な貸出を行うことを比較すると、両者の総与信額が同一であってもリスク量は前者の方が小さいという効果である。一方、②は、同数の企業（同一信用度を仮定）に同一規模の貸出を行う場合、少数の業種に属する企業に限って貸出を行うことと多数の業種に属する

²² 例えば、ある企業に対するローンのデフォルト・リスクをヘッジするために当該企業の株式をショートするといった措置はある程度有効な場合もあるが、意図するヘッジ比率を正確に達成することはできないという意味でかなり粗いクロス・ヘッジのようなものでしかない。また、最近徐々に目立ってきたクレジット・デリバティブを利用すれば、原理的には信用リスクを完全にヘッジすることも可能ではあるが、現状ではこのマーケットはヘッジ効果に見合う程度のコストで取引可能なほどには成熟していないと言えよう。

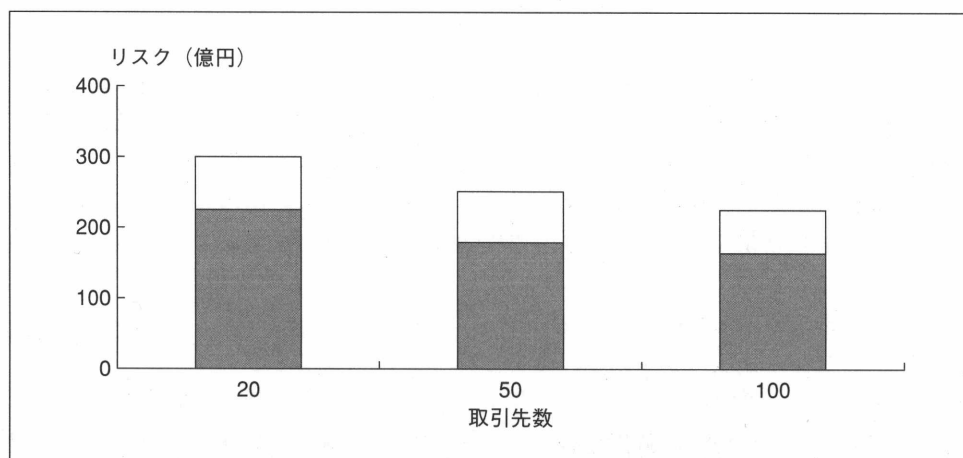
企業にわたって貸出を行うことを比較すると、両者の総与信額が同一であってもリスク量は後者の方が小さいという効果である。以下、順にこの2種類の分散・集中効果を扱い、最後に参考としてデフォルト確率のボラティリティがリスク量に与える影響を確認する。

イ. 取引先企業の分散・集中

ここで利用する3つのポートフォリオは、同一業種（業種2）に属し同一のデフォルト確率を有する取引先企業それぞれ100社、50社、20社に対し、各社当たり1本ずつのローン（元本はそれぞれ10億円、20億円、50億円）を供与しているものである（従って、総与信額は一定）。図表15に示す計算結果をみると、ExVaRは取引先数が増加するにつれて減少していることがわかるが、これは、取引先企業の分散・集中の効果が反映されたものである。

図表15 取引先企業数（分散・集中）とリスク量

ポートフォリオ	取引先数 (同一業種)	ローン元本 (億円)	期待PV (億円)	95%リスク (億円)	99%リスク (億円)
#2-1	100	10	930	164	225
#2-2	50	20	930	179	251
#2-3	20	50	934	225	300

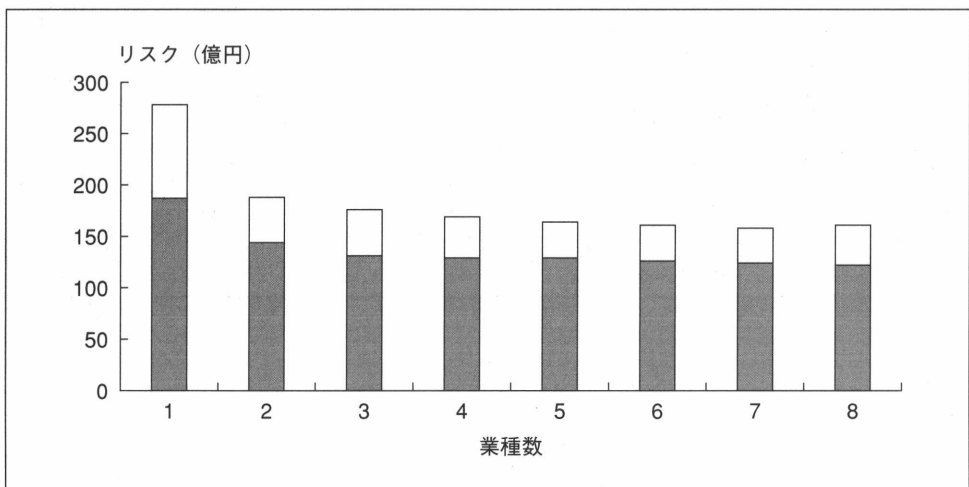


ロ. 取引先業種の分散・集中

ここで利用する8種類のポートフォリオは、いずれも100社の取引先（同一のデフォルト確率）に対し元本10億円のローンを1本ずつ有するものであるが、ポートフォリオにより取引先の業種が1種類、2種類、…、8種類と異なっている。図表16に示す計算結果をみると、ExVaRは取引先の業種の数が増加するにつれて減少していることがわかるが、これは、取引先業種の分散・集中の効果が反映されたものである。

図表16 取引先業種数（分散・集中）とリスク量

ポート フォリオ	業種数	各業種内 取引先数	ローン元本 (億円)	期待PV (億円)	95%リスク (億円)	99%リスク (億円)
#2-4	1	100	10	933	187	278
#2-5	2	50	10	929	144	188
#2-6	3	33, 34	10	927	131	176
#2-7	4	25	10	928	129	169
#2-8	5	20	10	929	129	164
#2-9	6	16, 17	10	928	126	161
#2-10	7	14, 15	10	927	124	158
#2-11	8	12, 13	10	929	122	161



ハ. 業種別デフォルト確率のボラティリティとリスク量の関係

ここでは、業種別デフォルト確率のボラティリティとしてヒストリカル・データに基づき算出した値を採用する従来通りの計算とこの2倍のボラティリティを与えた場合の計算を比較する。図表17の結果から看取されるのは、①ボラティリティが増加するとExVaRも増大すること、②その増加幅は業種分散が進んでいるほど小さく抑えられることの2点である。

図表17 ボラティリティとリスク量

ポート フォリオ	業種数	各業種内 取引先数	ローン元本 (億円)	95%リスク (億円)		99%リスク (億円)	
				ボラティリティ1倍	ボラティリティ2倍	ボラティリティ1倍	ボラティリティ2倍
#2-1	1	100	10	164	301	225	497
#2-5	2	50	10	144	232	188	338
#2-7	4	25	10	129	177	169	239
#2-11	8	12, 13	10	122	147	161	195

(3) 信用リスクと市場リスクの統合・分離

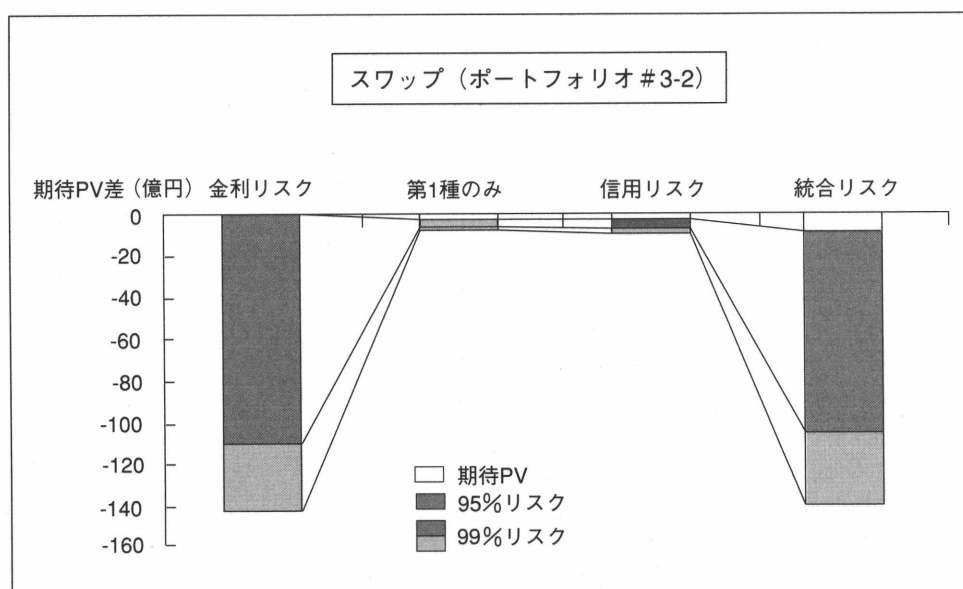
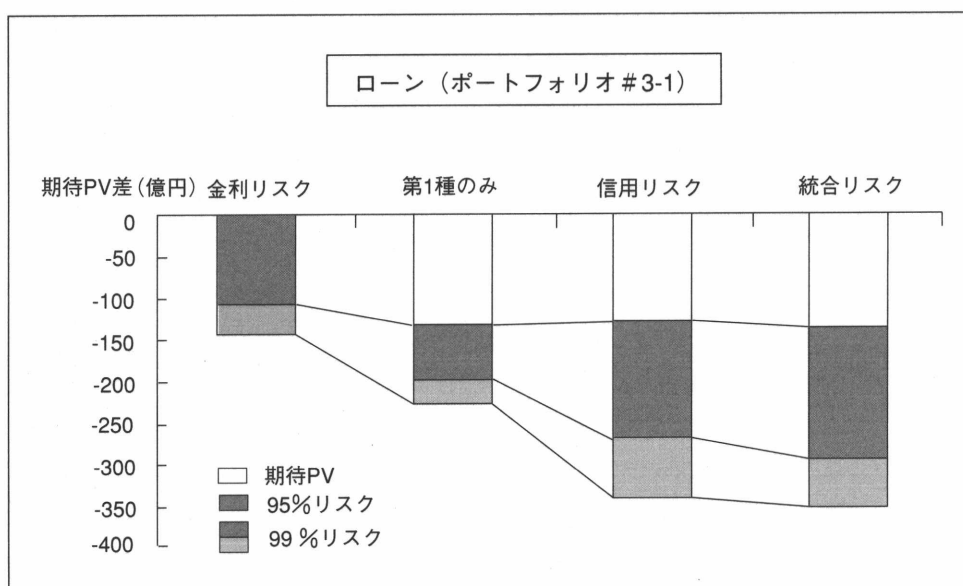
これまで計算したExVaRは、市場リスクと信用リスク（第1種および第2種信用リスク〈定義は本稿2章参照〉）を同時に取り込んだ情報であった。ポートフォリオのリスクを統合的に捉えるにはこうした扱いが望ましいと考えられるが、場合によっては市場リスクと信用リスクを分離し個別に評価するニーズもあろう。そこで、本節では、ローン・ポートフォリオおよびスワップ・ポートフォリオを対象として、これらリスクの分離計算を行った。具体的な計算方法としては、信用リスクを算出する場合には、イールドカーブの変動を表す主成分ベクトルがいずれもゼロ・ベクトルであるとの条件を置いた上でシミュレーションを行う。一方、金利リスクを算出する場合には、取引先のデフォルト確率が全てゼロであるとの条件とデフォルト確率のボラティリティもすべてゼロであるとの条件を置いた上で計算を行う（図表18）。計算結果は、図表19のとおりである。

図表18 各種リスクとリスクファクターの関係

考慮する リスクファクター	信用リスクのみ		金利リスクのみ	統合リスク
	第1種のみ			
デフォルト確率	○	○	×	○
同ボラティリティ	×	○	×	○
イールドカーブ	○	○	○	○
同ボラティリティ	×	×	○	○

図表19 信用リスクと金利リスクの分離計算

ポートフォリオ	取引内容	考慮するリスク	期待PV (億円)	95%リスク (億円)	99%リスク (億円)
#3-1	ローン	金利リスクのみ	1058	112	143
		信用リスクのみ	934	149	213
		うち第1種のみ	927	71	94
		統合リスク	930	164	225
#3-2	スワップ	金利リスクのみ	58	112	143
		信用リスクのみ	54	4	6
		うち第1種のみ	54	3	4
		統合リスク	53	105	137



4章(1)で示したExVaRの定義に従うと、ローン・ポートフォリオおよびスワップ・ポートフォリオの各種リスク量を上記グラフのように図示することが可能である。

はじめにローン・ポートフォリオのリスク・プロファイルを見ると、第1種信用リスクのみを評価する場合と第1種・2種両方の信用リスクを評価する場合に有意な差が観測される。2章(2)で示したように、第1種信用リスクとはポートフォリオが完全には分散投資されていないことに起因するリスクである。換言すれば、理想的な分散ポートフォリオについては、第1種信用リスクは限りなく小さくなり得る。

従って、ここで観測される第1種信用リスクは、ポートフォリオ中のポジション数が100にとどまっていることに伴うものであり、与信集中リスクの一例として解釈することもできる。これに対し、第2種信用リスクとは、ポートフォリオの分散・非分散とは無関係に、将来のデフォルト確率が不確実に変動する効果から発生するリスクである。これを第1種信用リスクに上乗せしたものがトータルの信用リスク量である。統合リスクは、トータルの信用リスクと金利リスクの効果を同時に取り入れて評価したリスク量である。これは、信用リスクと金利リスクを個別に算出した結果の和とは、一般には一致しない。

一方、スワップ・ポートフォリオ（名目元本がローン・ポートフォリオと同一）をみると、信用リスクの大きさがローン・ポートフォリオと比べ極めて小さいことを確認することができる。この理由は、スワップのポジションが取引主体にとって将来どの程度の資産価値（ただし場合によって負の資産〈負債〉ともなりうる）を持つかは確率的な現象であり、その期待値が名目元本に比べて遥かに小さいことによる。また、統合リスクの大きさは、金利リスクを単独で計測した結果よりも僅かながら小さい。これは、あらゆるスワップ・ポートフォリオに対する一般的な性質ではない。ただ、本例のようなケースが発生しうるのは事実であり、その事情を直観的に解釈するには、取引相手が倒産しない場合には満期時点で非常に大きなロスが引き起こされるような金利パスに対して、取引相手の倒産によりこのパスが満期以前に清算されてしまうことによりロスが比較的小さく収まるという可能性などを考えればよい。

(4) 担保の効果

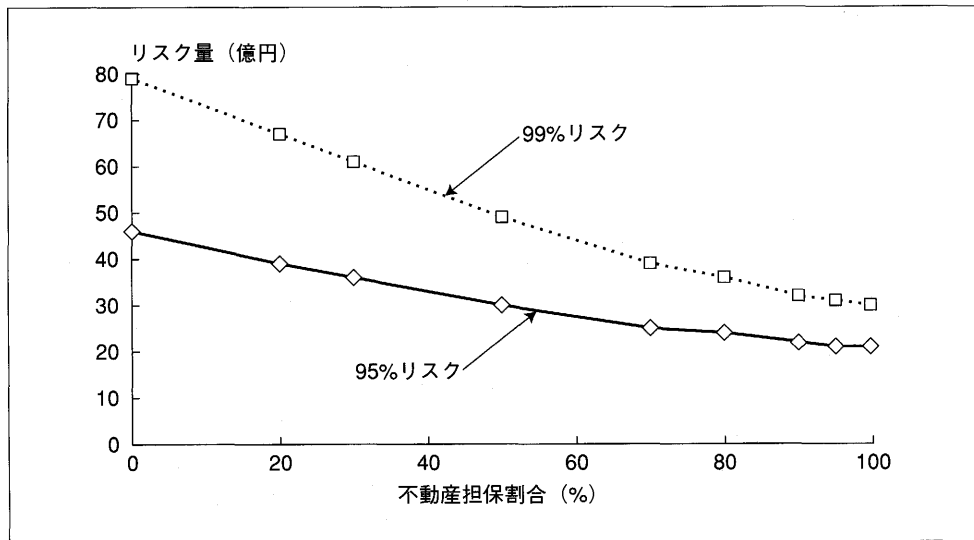
本章ではここまで、無担保資産のみから構成したポートフォリオを取り上げてきた。本節では、担保が付くことに伴い、時価やリスク量にどのような効果が現れるかについて調べる。なお、本節では終始、担保の効果を明瞭に評価するために、金利リスクを除外し信用リスクだけに絞った計算を行う。

イ. 担保資産の種類別によるリスク評価

担保資産の種類としては、ここでは不動産、株式の2種類だけを想定し、それぞれが対数正規過程に従って変動するモデルを考えた（2者間には相関あり）。各ポートフォリオはそれぞれ100本の有担保ローンから構成されているが、担保資産の組み合わせがポートフォリオにより異なる。具体的には、不動産担保ローンのみから成るポートフォリオ、株式担保のみから成るポートフォリオ、両者を組み合わせた複合ポートフォリオ、そして無担保ローンのそれぞれにつき、信用リスク量等を算出した（図表20）。

図表20 担保資産の構成別にみたリスク量

ポート フォリオ	無担保ローン (本)	不動産担保ローン (本)	株式担保ローン (本)	期待PV (億円)	95%リスク (億円)	99%リスク (億円)
#4-1	100	—	—	930	149	213
#4-2	—	—	100	1037	46	79
#4-3	—	20	80	1037	39	67
#4-4	—	30	70	1038	36	61
#4-5	—	50	50	1038	30	49
#4-6	—	70	30	1039	25	39
#4-7	—	80	20	1039	24	36
#4-8	—	90	10	1040	22	32
#4-9	—	95	5	1040	21	31
#4-10	—	100	—	1040	21	30



計算結果をみると、期待PVは、無担保ローンより有担保ローンの方が大きい。これは、担保の信用補完効果がローンの価値を増大させる（信用リスク・プレミアムを減少させるとも言える）という極めて自然な結果である。また、ExVaRによるリスク量をみると、無担保ローンと有担保ローンの比較ではやはり後者の方が格段に小さい。担保資産の種類に着目してリスク量を比較すると、担保資産価格のボラティリティ（図表5参照）が相対的に大きい株式を担保とするローンの方が不動産担保ローンよりリスクが大きい。さらに、図表20のグラフをみると、2種類の担保資産ローンからなるポートフォリオについては、その組み合わせ比率に応じてリスク量をプロットした曲線が下に凸の形状（コンベキシティ）を持つ。これは、担保資産の分散効果によるものと考えられる。

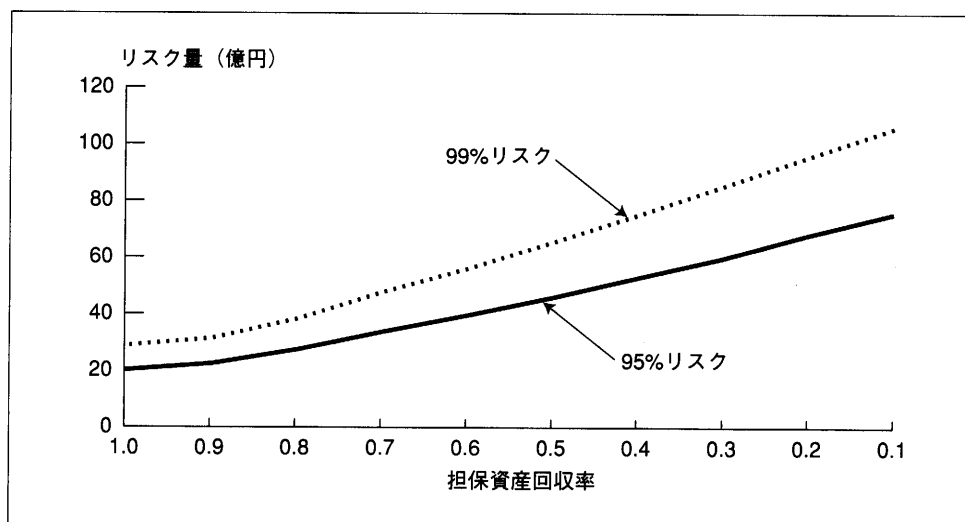
ロ. 回収率の影響

ここまでリスク量算出に当たっては、取引相手がデフォルトした場合に問題となる無担保資産回収率をゼロ、担保資産回収率を0.9と設定してきた。現実には、

個別の与信案件の性質によってこれらの回収率は異なり得る。正確なリスク量を算出する要請が非常に強い場合には、個別取引毎に回収率を推定・入力する枠組みを採用する選択もあろうが、リスク量を概算する上では本稿のように平均的な回収率を設定する方法も十分に意味を持つ。ただ、この回収率が変化した場合にリスク量がどの程度変化するかテストしておくことが望ましい。本節では、特に担保資産回収率を変化させた場合のリスク量を試算した（図表21）。例えば99パーセンタイルのExVaRをみると、回収率が0.9から0.7へ低下することに伴い、リスク量は約5割増大する（31億円→48億円）。このように、回収率の設定はリスク量に大きな影響を与えることが確認される。

図表21 担保資産回収率とリスク量

回収率	期待PV (億円)	95%リスク (億円)	99%リスク (億円)
1.0	514	20	29
0.9	506	22	31
0.8	501	27	38
0.7	495	34	48
0.6	490	40	56
0.5	484	46	65
0.4	479	53	75
0.3	474	60	85
0.2	469	68	96
0.1	465	76	106



6. 実務上の応用に向けて

前章では、対象ポートフォリオや算出条件を変化させてリスクの計算を行うことにより、ExVaRの基本的な性質を確認した。本章では、ExVaRを実務的にどのよう

なかたちで応用可能であるかについて検討する。

(1) 不動産価格の動向に対するシナリオ分析・ストレステスト

本節では、仮にExVaRのような計算に基づく信用リスクの把握が定着していたとしたら、わが国でいわゆるバブル崩壊後に起きた金融機関の資産悪化に一定の歯止めがかかったかどうかという点について、簡単な試算を通して技術的観点からその成否を推測する。この命題は、ExVaRがバブル期において将来の資産悪化の可能性をどこまで予測し得たかという問題としても解釈できる。議論を簡単にするため、以下ではバブルの中でも不動産に焦点を当てる。すなわち、不動産価格の下落が不動産担保ローンおよび不動産業種向けローンのリスクに与える影響を評価する。

まず、仮想的な4種類のポートフォリオを設定する。各ポートフォリオはいずれも100本ずつの不動産担保ローンから成る。相違点は、①融資先業種が不動産業のみに集中しているか逆に業種間分散が行われているか、また②担保割れ²³が起きているか否かにある（具体的にはP.144-145のポートフォリオの内容一覧を参照）。次に、図表22に示したように、担保不動産価格の変動過程（ドリフト、ボラティリティ）および不動産業の倒産確率の変動過程（ドリフト、ボラティリティ）に関して合計5通りのシナリオを設定する。このうち、シナリオ#2は、全てのパラメータがヒストリカルなデータに基づいて設定されたものである。従って、通常のリスク計算のコンセプト、すなわち過去のデータの延長線上で将来を予測するという考え方に従えば、シナリオ#2に沿って算出したExVaRが予想リスク量と言える。一方、他のシナリオに基づくExVaRの算出は、いわゆるシナリオ分析の一種である。

以上の4種類のポートフォリオに対して5通りのシナリオに基づく期待PVと99パーセンタイルExVaR（ただし信用リスクのみ）を算出した結果が図表23である。グラフは、期待PVと99パーセンタイル最低PVの差を縦棒により表示しており、棒の長さがExVaRに相当する。まず、シナリオ#2に基づく計算結果をみると、担保ルールを遵守している場合²⁴（ポートフォリオ#5-3、#5-4）には、融資先業種の分散・非分散とは無関係に比較的小さいリスク量（19億円）となっている。一方、担保割れを容認したポートフォリオ（#5-1、#5-2）については、前者との比較では相対的に大きなリスク量（約50億円）となっているものの、その絶対的な水準が期待PV（約1000億円）の約5%程度に止まっているという意味において²⁵、特に大きなリスクを取っている訳ではない。ヒストリカルなデータに基づく分析ではこのようにやや楽観的な結果が得られる。

そこで、次に、ヒストリカルなデータを前提とはせず、主観的な複数のシナリオ

23 実際、いわゆるバブル期には、一部の金融機関は、不動産価格の将来の値上がりを想定して担保不動産価格を上回る規模の融資を行うケースが見受けられたと言われる。

24 いわゆる担保掛け目を0.8と想定し、これをおおむね満足する融資姿勢を維持している場合。

25 例えば、現行のBIS自己資本比率規制における所要最低比率が8%であることを基準に考えた場合、ExVaRの対資産比率が5%であれば、リスク量対比でみた自己資本は十分であるとみることが可能。

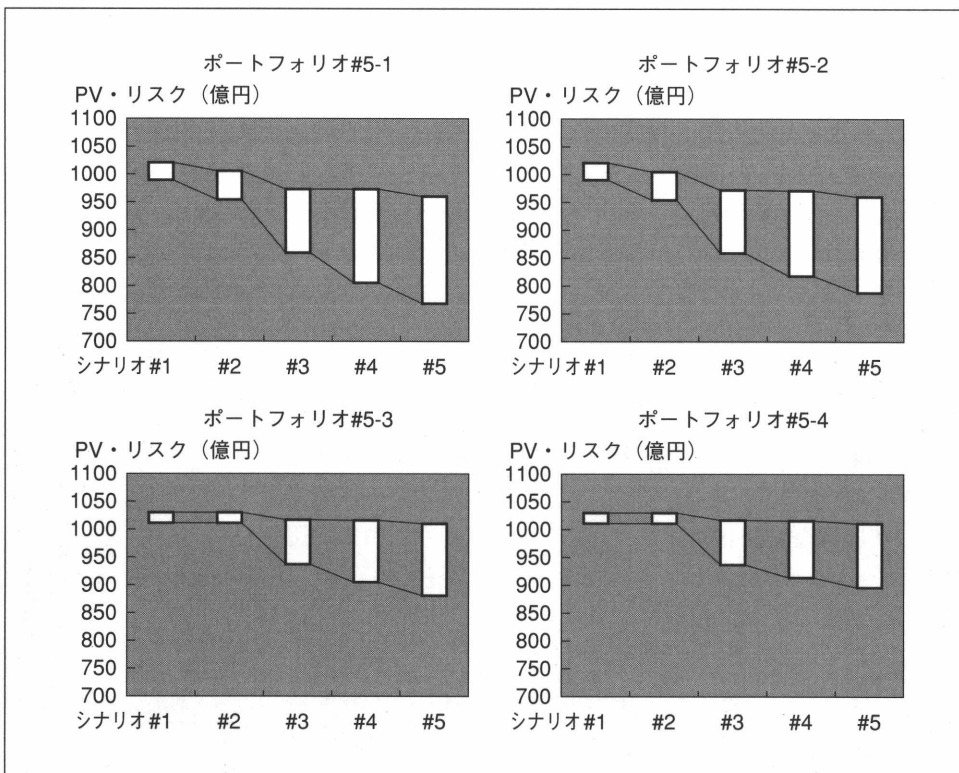
図表22 設定シナリオの内容

	特徴点	不動産価格		不動産業倒産確率	
		ドリフト (年率)	ボラティリティ (年率)	ドリフト (年率)	ボラティリティ (年率)
シナリオ#1	地価右上がり	0.20	0.04*	—	0.50*
シナリオ#2	地価ヒストリカル	0.05*	0.04*	—	0.50*
シナリオ#3	地価下落	-0.10	0.20	—	0.50*
シナリオ#4	地価下落・不動産業不況	-0.10	0.20	0.20	1.00
シナリオ#5	地価下落・不動産業大不況	-0.10	0.20	0.50	1.00

—*印は、ヒストリカル・データから算出した計数を採用した場合。

図表23 シナリオ分析の結果

ポート フォリオ	ポートフォリオ 特徴点	シナリオ1		シナリオ2		シナリオ3		シナリオ4		シナリオ5	
		期待PV	99%リスク	期待PV	99%リスク	期待PV	99%リスク	期待PV	99%リスク	期待PV	99%リスク
#5-1	不動産業集中・地価上昇想定	1021	32	1006	52	973	114	973	168	960	192
#5-2	業種分散融資・地価上昇想定	1021	31	1005	51	972	113	971	153	960	172
#5-3	不動産業集中・担保ルール遵守	1030	19	1030	19	1017	80	1016	111	1010	129
#5-4	業種分散融資・担保ルール遵守	1030	19	1030	19	1017	80	1016	102	1011	115



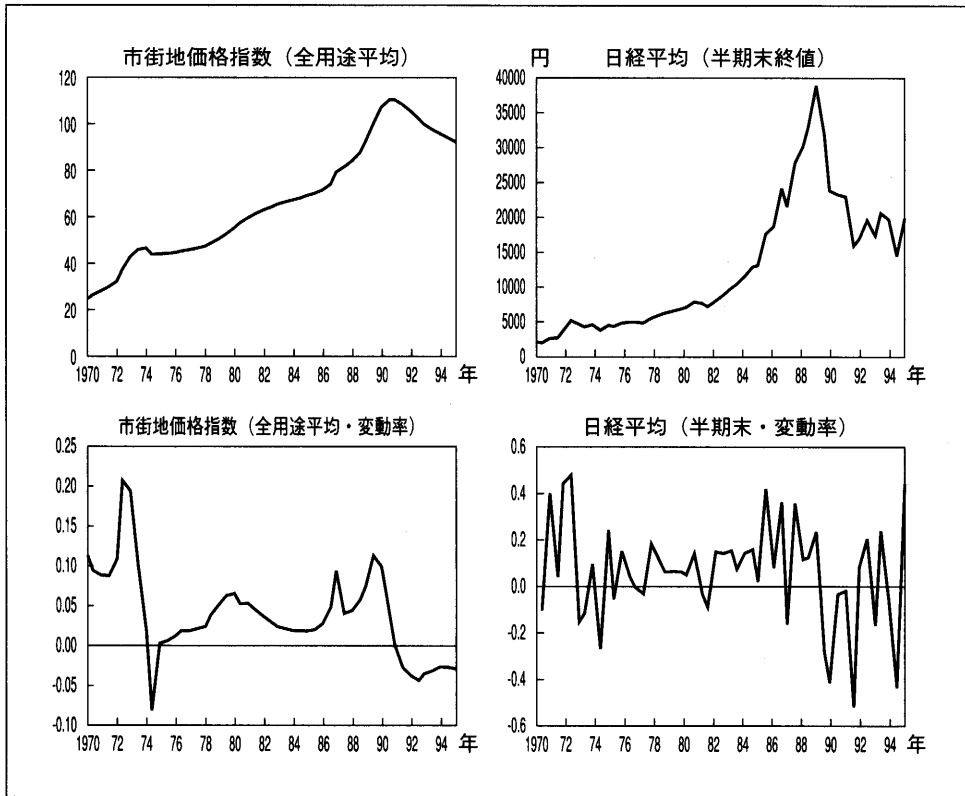
(#1、#3～5)に基づいてExVaRを算出する。シナリオ#3は、不動産価格に負のトレンドを与えると同時に同ボラティリティを増加させたシナリオである。このとき、ポートフォリオ#5-1、#5-2のリスク量は約2倍に、#5-3、#5-4のリスク量は約4倍に増加する。この結果は、不動産担保に過度に依存した融資体質の弱点を露呈させた形である。さらに、シナリオ#4、#5は、不動産価格の下落に加えて、不動産業界が不況に陥ったと想定し、同企業の倒産確率が上昇するというシナリオを与えたものである。このとき、各ポートフォリオのExVaRは一段と増大する。リスクの絶対的水準も極めて高く、担保ルールを遵守していたポートフォリオ#5-3、#5-4でさえ期待PVの1割を超えるリスク量となる。

以上の試算結果をみる限り、不動産価格が右肩上がりで上昇した期間を長く含んだ過去の価格データに基づいて機械的にExVaRを算出するだけでは、バブル崩壊に伴う影響を事前に警告することはできなかったと思われる。こうした結果を得た原因としては、不動産価格の変動過程として対数正規過程を採用したことが不適切であった可能性を指摘できる。実際、過去の不動産価格の推移は、トレンドに沿って比較的スムーズな変化を示している点とバブル崩壊時に構造变化的な現象（トレンドの急変）が観察される点において、通常の対数正規過程（例えば、株価）とは異なった動きを示している（図表24）。このため、不動産価格のデータを対数正規過程に当てはめても、潜在的な構造変化発生リスクを取り込めない上、不動産価格のボラティリティが比較的小さく推定される²⁶こともあって、不動産価格の動きに感応的なポートフォリオのリスク量が過小評価されるおそれがある。この点を克服するには、例えばバブルの発生メカニズムを内包するモデル等によって²⁷、より正確に不動産価格の動きを捉える必要がある。この点は今後の課題として残されており、その改善によってバブル崩壊のリスクを過去のデータだけから客観的に予測することが可能となるかどうかについて興味を持たれる。ただ、本研究の範囲内でも指摘可能な点として、シナリオ分析の一環で不動産マーケットにストレスが発生する場合の効果を調べておこうという姿勢があれば、ExVaRを利用することにより、その影響の重大さを知り得ることに注意したい。この結果は、従来型の市場リスク向けVaRと同様に信用リスク（または統合リスク）向けExVaRについても、基本的な機能は平常時のリスクを予測することであり、それを補完するためにいわゆるストレステストなどを併用することが有効であることを示唆する。

26 本分析では、株価（日経平均株価）のボラティリティが21.1%と推定されたのに対し、不動産価格（全国市街地価格指数）のボラティリティについては3.9%と相対的に小さい推定値を得た。

27 わが国の地価を分析対象としてバブルの発生メカニズムを検討した研究としては、例えば、西村 [1990]、加納・村瀬 [1996] 等を挙げることができる。

図表24 不動産価格・株価指数の推移および同変動率の推移



（2）取引レート設定時の所要スプレッドの理論的算出

本節では、新規ローンに対する基準貸出金利を理論的に設定する1つの手順を提示する。ここでは、ExVaRによって評価されたリスク量に見合う所要プレミアムを算出し、基準貸出金利に盛り込むことを考える。

はじめに注意したいのは、信用リスクは分散投資効果の影響を大きく受ける点である。従って、ある新規ローンの期待PVやExVaRを測定する上では、当該ローンを単独で評価するのではなく、既存ポートフォリオに対する限界的な効果を評価すべきである。特にExVaRをみる上ではこの点に留意する必要がある。

さて、基準貸出金利を設定する例として、99本のローンから成る既存ポートフォリオに100本目の新規ローンを加える場合を考える。問題は、新規ローン（元本10億円）の貸出金利をいくりに設定すればよいかということである。貸出実行時点での支払金額は10億円であるから、限界的な期待PV増加額がちょうど10億円になるような貸出金利を探せばよい。3%から10%までの区間で1%毎に貸出金利を変化させて期待PVを算出・プロットすることにより解を見出した結果が、図表25における基準貸出金利（リスク調整前）である。この金利は、金融機関がリスク中立的である場合にはこのまま適用可能である。

しかし現実には金融機関はリスク回避的であるから、上で求めた基準貸出金利に

リスクプレミアムを上乗せすべきである。本稿ではリスクプレミアムを算出する1つの方法として次のような考え方を採用した。金融機関は、リスク選好度に応じて各自が最適と考える信頼度の下でのExVaRにより、リスク量を認識する（リスク回避的であるほど、高い信頼度を採用する）。金融機関は、経営の健全性を維持するために、新規ローン追加に伴うExVaRの限界的増加額相当の自己資本を必要とする²⁸と考える。自己資本は、一般的な負債に比べて割高な資金である。資本コストの推計方法には様々な考え方があるが、ここではその詳細には立ち入らず、1つの方法として、CAPMの理論式に従い当該金融機関の株式ベータに市場リスクプレミアムを乗じた値が当該金融機関の資本コスト（無リスク金利からのスプレッドとして定義）である²⁹と考える。市場リスクプレミアムを6%、株式ベータを1と仮定すると、単位金額当たりの資本コストは年率6%であるから、リスクに見合った自己資本を維持することに伴う年間コストは、ExVaRに6%を乗じた金額である。従って、新規ローンの単位元本当たりExVaRに6%を乗じた利率がリスクプレミアムとして要求すべきスプレッドである。この効果を調整した基準貸出金利を求めると、図表25におけるリスク調整後の数値を得る。この金利は、新規ローンの期待損失額とリスクを埋めるために必要な最低の金利であると解釈できるから、例えば、金融機関はこれを従来の本支店レートの代わりに利用することも可能である。

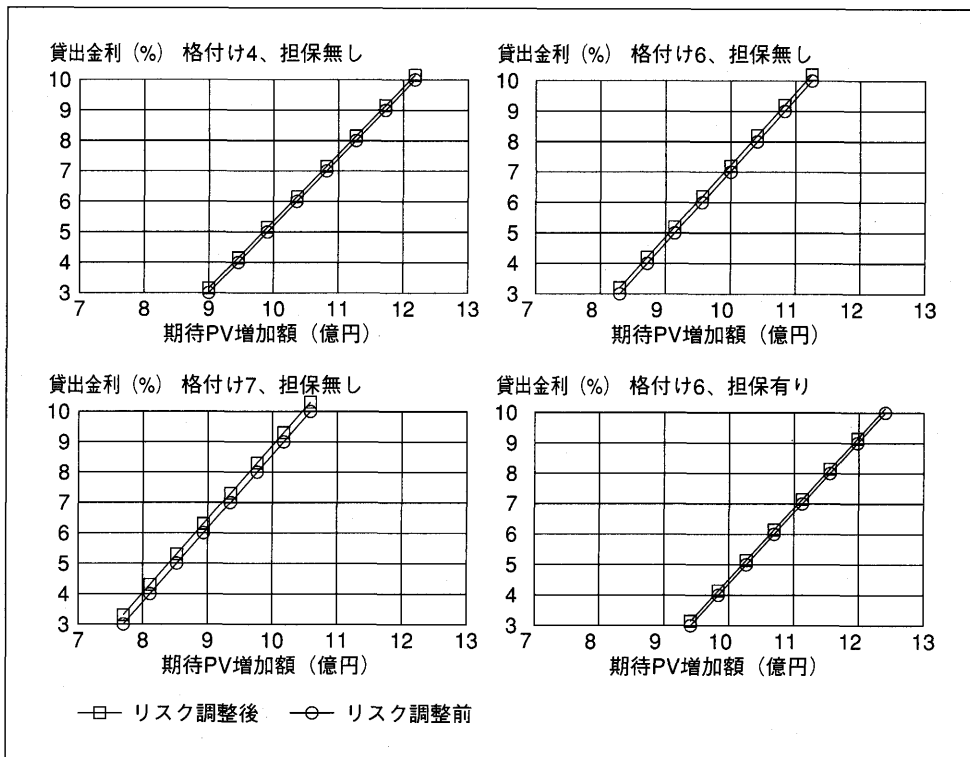
図表25では、格付けや担保の有無が異なる4種類のローンを想定し、それぞれを新規に加える場合の基準貸出金利を算出した。結果をみると、有担保ローンは同質の無担保ローンより低い基準貸出金利となっている。また、格付けが悪化するほど基準貸出金利が高くなる傾向も明らかである。こうした傾向は、試算を待たずとも定性的に当然かもしれないが、ここで述べたように論理的かつ定量的な枠組みに基づいてこれらの性質を実務上活用している例はわが国ではまだ数多くないようである。このような枠組みを硬直的に適用できるほど実務は単純ではないとの指摘もあるだろうが、少なくとも実務のインフラとして何らかのロジックを持つ意味は大きいと言えよう。

28 資本コストの推定方法については、例えばCopeland, Koller and Murrin [1990] を参照。

図表25 基準貸出金利の算出例

既存ポートフォリオ		新規ローン(1本のみ)			期待PVの 限界的増加額	99%リスク量		基準貸出金利(%)	
番号	内容	格付け (倒産確率%)	担保	貸出 金利%		限界的 増加額	同左資本コスト 換算額*	リスク 調整前	リスク 調整後
#6-1	ローン99本 全て業種2向け 全て格付け6 (倒産確率3%) 貸出金利5%	格付け4 (倒産確率1%)	無	3	9.0	1.3	0.08	5.18	5.26
				4	9.5	1.3	0.08		
				5	9.9	1.3	0.08		
				6	10.4	1.3	0.08		
				7	10.8	1.3	0.08		
				8	11.3	1.3	0.08		
				9	11.7	1.3	0.08		
				10	12.2	1.3	0.08		
		格付け6 (倒産確率3%)	無	3	8.3	1.7	0.10	7.13	7.27
				4	8.7	1.8	0.11		
				5	9.1	1.9	0.11		
				6	9.5	2.1	0.12		
				7	9.9	2.3	0.14		
				8	10.4	2.3	0.14		
				9	10.8	2.3	0.14		
				10	11.2	2.4	0.14		
		格付け7 (倒産確率5%)	無	3	7.7	4.1	0.24	8.66	8.94
				4	8.1	4.3	0.26		
				5	8.5	4.4	0.26		
				6	8.9	4.4	0.26		
				7	9.3	4.5	0.27		
				8	9.7	4.6	0.28		
				9	10.1	4.7	0.28		
				10	10.5	4.8	0.29		
		格付け6 (倒産確率3%)	有	3	9.4	1.7	0.10	4.34	4.43
				4	9.8	1.6	0.10		
				5	10.3	1.6	0.10		
				6	10.7	1.5	0.09		
				7	11.1	1.5	0.09		
				8	11.6	1.5	0.09		
				9	12.0	1.5	0.09		
				10	12.4	1.4	0.09		

* 資本コスト換算額は、リスク量の限界的増加額に自己資本のリスクプレミアム（ここでは0.06）を乗じて算出。なお、自己資本のリスクプレミアムは、CAPMの理論式において市場リスクプレミアムを0.06、ベータ値を1と仮定し算出。この資本コスト換算額を所要リスクプレミアムと解釈することにより、グラフ1・2における期待PVの曲線に対しリスク調整を施す。



(3) 金融機関経営における資源配分戦略策定への応用可能性

金融機関が経営戦略の一環として資源配分（キャピタル・アロケーション）を行う上では、リスク量対比でみた実現収益または予想収益が1つの有効な指標になる。いわゆるRAROCの考え方はこの典型である。投資銀行業務から商業銀行業務まで幅広い分野に亘って営業を行っている金融機関がこうした指標を利用するには、異なる業務のリスクを同一の尺度によって評価する必要がある。この点、本稿で示したExVaRは、信用リスク（与信集中リスクを含む）とマーケットリスクを同一の尺度によって計量・比較し、所要自己資本と対比させることができるため、従来のVaR（トレーディング勘定の市場リスクに特化）より適用可能領域が格段に拡く、資源配分上より有効に機能し得る。例えば、ExVaRは、商業銀行業務の効率性と投資銀行業務の効率性の比較を通して、より良い経営バランスを探る材料を提供し得る。

また、同一尺度の実現は、別個の部門のパフォーマンスの相互比較を可能にするだけでなく、金融機関全体のリスク量の合計値をより正確に把握する役割も果たす。これにより、金融機関の経営者は、経営の健全性をより明確に意識しつつ適切にビジネスチャンスを追求（換言すれば適切にリスクをテイク）することが可能になる。また、株主や投資家にとっても、ディスクロージャー機能の強化が期待される。

7. 終わりに

本稿では、信用リスクと市場リスクを統合的に評価する枠組みとしてExVaRという考え方を導入した。さらに、諸条件の下で試算を行い、ExVaRの機能度を調べるとともに、実務的な応用可能性を探った。

本章では、本研究の成果と今後の課題として積み残した諸問題についてまとめておく。

(本研究の成果)

- (1) 信用リスクとマーケット・リスクを同一の尺度により、しかも商品毎の流動性を勘案しつつ評価する枠組みを提示したこと。この結果、従来のVaRの利用目的を拡大することができること（例えば、第6章）。
- (2) 信用リスクを考える際に不可避な問題点のうち、担保の効果、取引先の分散・集中の効果（企業レベル・業種レベル等）を定量的・整合的に取り込んだこと。
- (3) デリバティブ取引を含め、原則的にはあらゆる金融取引に対応可能な枠組みを提示したこと。
- (4) VaR・ExVaRの限界について検討し、ストレステスト（シナリオ分析）による補完の必要性等を議論したこと。

(今後の研究課題)

- (1) 現実の大規模なポートフォリオを対象とするための実用化方法を検討すること。例えば、個別取引を1件1件処理する代わりに何らかの有効なグルーピングやサンプリングが可能であるか²⁹、また、計算負担を軽減するためにシミュレーション法以外の適当な計算手法があるかについて調べることが望まれる。
- (2) デフォルト確率の変動過程を設定する上で、同質的企業毎の対数正規過程という比較的単純な仮定を越え、例えばマクロ経済変数などを取り入れた因子分析を活用したり、ARIMA等によりラグを取り入れた分析を活用することなどにより、モデルの精緻化を図ること。
- (3) 同質的企業群を定義するために有効な企業属性は何であるかについて、過去のデータ等から調べること。
- (4) 不動産価格の変動過程として、単純な対数正規過程ではなく、より現実的なモデルを採用すること。

29 実務への応用を展望すると、大規模なポートフォリオに対して全てのポジションを1つ1つデータ処理しようとする多大な労力を要するため、何らかの方法でグルーピングやサンプリングを行った上でExVaRを算出できれば効果的であろう。一例としては、与信規模が上位のポジションについては個別のデータを入力する一方、小規模なポジションについては適当な分類基準に従ってグルーピングを行うことによりデータ処理負担を軽減することが考えられよう。あるいは、小規模なポジションについてはランダム・サンプリングにより対象を絞った上でExVaRを算出し、トータルのExVaRを統計的に推定するという方法も一案である。

- (5) 保証の効果の取込み、資産の劣後性等の効果の取込み、回収率の実証的推定など、個別的な問題に取り組むこと。
- (6) 信用リスクを勘案したプライシングを行う上で、リスク中立性を仮定せず、厳密な理論モデルを実用化することによる対応を検討すること。

本稿で示したExVaRは、比較的柔軟で汎用的なリスク算出ツールである。これは、裏を返せば、実用化に当たっては細かい条件をどのように設定すべきか個々に慎重な検討を要することを意味する。一方で、これまでも述べたように、リスク管理の方法は個別の金融機関の経営姿勢や目的に応じて異なる点があつて自然であり、あらゆる場面で最適な特定のリスク算出方法が存在する訳ではない。従つて、ExVaRの考え方をリスク算出の1つの枠組みと解釈し、この柔軟性を活用して利用者に適した設定が行われることが重要である。さらに、この枠組みを発展させ、より優れたリスク評価の仕組みが提案されていくことが望まれる。

付. ExVaR試算に利用した各種ポートフォリオの設定

5-(1) オン・オフバランス取引を統合したリスク評価および流動性の評価

ポートフォリオ #1-1

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	100	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #1-2

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
社債	100	100	3	10	5	5	1	無			

ポートフォリオ #1-3

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
スワップ(Payful)	100	100	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #1-4

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	100	3	10	5	5	5	無			
社債	100	100	3	10	5	5	1	無			

ポートフォリオ #1-5

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	100	3	10	5	5	5	無			
スワップ(Payful)	100	100	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #1-6

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
社債	100	100	3	10	5	5	1	無			
スワップ(Payful)	100	100	3	10	5	5	5	無			

5-(2) 与信先の分散・集中の効果

ポートフォリオ #2-1

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	100	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #2-2

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	50	50	3	20	5	5	5	無			

ポートフォリオ #2-3

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	20	20	3	50	5	5	5	無			

ポートフォリオ #2-4

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	100	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #2-5

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	50 50	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #2-6

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	33 33 34	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #2-7

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	25 25 25 25	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #2-8

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	20 20 20 20 20	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #2-9

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	16 16 17 17 17 17	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #2-10

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	14 14 14 14 14 15 15	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #2-11

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	12 12 12 12 13 13 13 13	3	10	5	5	5	無			

5-(3) 信用リスクと市場リスクの統合・分離

ポートフォリオ #3-1

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	100	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #3-2

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
スワップ(PayFix)	100	100	3	10	5	5	5	無			

5-(4) 担保の効果

ポートフォリオ #4-1

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	100	3	10	5	5	5	無			

ポートフォリオ #4-2

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	100	3	10	5	5	5	不動産	10	10	0

ポートフォリオ #4-3

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	100	3	10	5	5	5	株式	10	10	0

ポートフォリオ #4-4

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	50	50	3	10	5	5	5	不動産	10	10	0
ローン	50	50	3	10	5	5	5	株式	10	10	0

ポートフォリオ #4-5

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	80	80	3	10	5	5	5	不動産	10	10	0
ローン	20	20	3	10	5	5	5	株式	10	10	0

ポートフォリオ #4-6

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	50	50	3	10	5	5	5	不動産	10	10	0

6-(1) 不動産価格の動向に対するシナリオ分析・ストレステスト

ポートフォリオ #5-1

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	50	50	3	10	5	5	5	不動産	8	10	0
ローン	50	50	3	10	5	5	5	不動産	10	10	5

ポートフォリオ #5-2

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	50	10 10 10 10 10	3	10	5	5	5	不動産	8	10	0
ローン	50	10 10 10 10 10	3	10	5	5	5	不動産	10	10	5

ポートフォリオ #5-3

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	100	3	10	5	5	5	不動産	12	10	0

ポートフォリオ #5-4

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	100	20 20 20 20 20	3	10	5	5	5	不動産	12	10	0

6-(2) 取引レート設定時の所要スプレッドの理論的算出

ポートフォリオ #6-1

取引内容	取引先数	業種1 業種2 業種3 業種4 業種5 業種6 業種7 業種8	倒産確率 (%)	(名目)元本 (億円)	金利 (%)	残存期間 (年)	保有期間 (年)	担保	時価	極度額	先行抵当
ローン	99	99	3	10	3~8	5	5	無			

補論. PROBITを利用した倒産予測モデルの構築手順

(1) PROBITモデルの概要

PROBITモデルとは、質的選択モデルと呼ばれる回帰分析の一種であり、ある事象が起こったか否かを示すダミー変数を、この事象と関連のある変数に回帰する。こうして得られた回帰式を用いることにより、これらの変数が既知のとき、どの程度の確率でその事象が起こるかを予測することができる。

具体的に倒産予測問題として取り上げると、説明変数として自己資本比率、経常利益等各種財務比率などの数値、さらに場合によっては対象企業の属性（業種等）に関するダミー変数を用いることができる。ここまでは通常の変量線形回帰と同じであるが、被説明変数は、倒産する・しないという2種類の離散的な状態だけである。この状態はそれぞれ1と0というインデックスにより表現することができる。PROBITモデルでは、こうした離散的な最終出力を得る前のステップとして、中間変数を設定する。具体的には、上記の説明変数の線形結合として中間変数（連続的な数値をとりうる）を定義し、これが例えば負の値であれば存続、ゼロまたは正の値であれば倒産を予測するものと解釈する。

このモデルを数式を用いて表すと、次のとおりである。ある企業*i*の倒産という最終結果を y_i 、その確からしさを表す中間変数を y_i^* とおく。 y_i^* の説明変数を x_{ij} ($j=1, 2, \dots, k$) としたとき、 y_i^* 、 y_i はそれぞれ、

$$y_i^* = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + u_i$$
$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{if } y_i^* > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

と表せる。このとき、 β_0 および β_j ($j=1, 2, \dots, k$) は係数であり、 u_i は誤差項を表す。 u_i の分布形が分かっている場合には、 β_0 および β_j が推定できていれば逆に $y_i = 1$ すなわち倒産が発生する確率を以下の形で算出することが可能となる。

$$\begin{aligned} \Pr(y_i = 1) &= \Pr(y_i^* > 0) \\ &= \Pr \left[u_i > - \left(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} \right) \right] \\ &= 1 - F \left[- \left(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} \right) \right] \end{aligned}$$

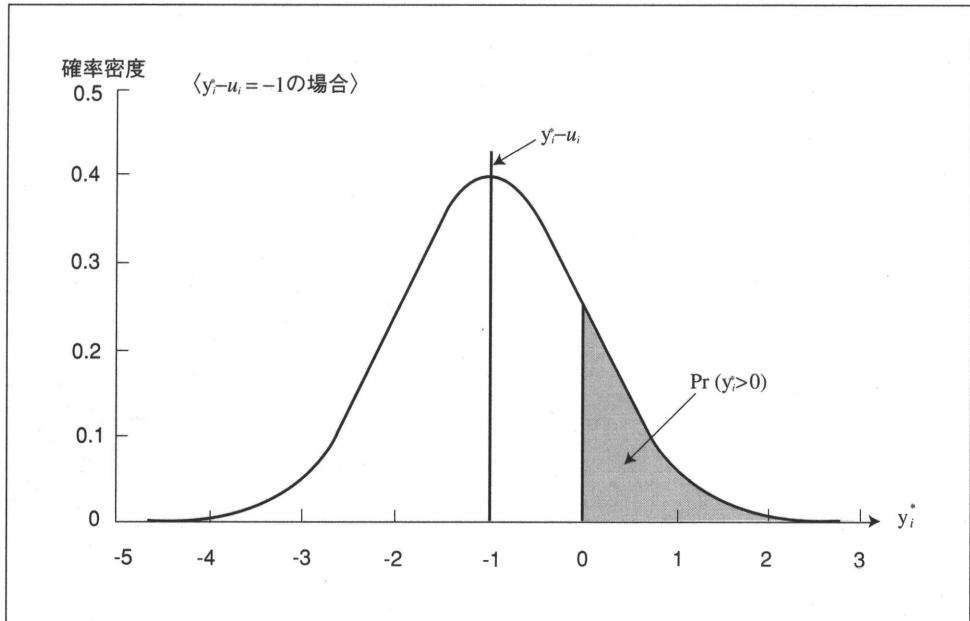
ここで、 $F(x)$ は x の累積密度関数を表す。PROBITでは、 u_i に標準正規分布を仮定するため、 F は次に示されるような標準正規累積密度関数になる。

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x/\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{t^2}{2} \right) dt$$

以上の倒産確率算出手順を図示すると、図表A-1のように表される。図中のシャ

ドー部分が $y_i^* > 0$ すなわち $y_i = 1$ となる場合を示しているの、この部分の面積が倒産確率を表していることになる。

図表A-1 倒産確率の導出に関する概念図



ここでPROBITと類似した分析手法であるLOGITおよびTOBITについて簡単に触れておく。LOGITは誤差項 u_i に標準正規分布ではなくロジスティック分布を仮定したものである。ロジスティック分布の特徴としては、累積密度関数 F が次式に示されるように標準正規分布に比べ扱いやすいことが挙げられる。

$$F(x) = \frac{\exp(x)}{1 + \exp(x)}$$

$$x = \log \frac{F(x)}{1 - F(x)}$$

また、PROBITが被説明変数が0か1かを推定するモデルであるのに対し、TOBITは、0か否かを推定したうえで、0でない場合にはその水準についても推定するというモデルである。

(2) 財務データによる簡単な分析

実際に倒産予測モデルを構築するには、入手可能な企業財務データおよび実際に倒産が発生したか・しなかったかという情報を用い、PROBITモデルによる回帰分析を行う。説明変数としてどのような組み合わせを選ぶべきかを決定する方法の1つは、試行錯誤により最も説明力を高めることが可能な変数セットを探すことであ

る。実務的にはこの作業は非常に重要かつ労力を要する部分であるが、ここでは完成度の高いモデルを構築するためではなく、一応の手順を示すことだけを狙いとして、以下のような試行的な計算を行った。

利用したデータは、1965～93年の全国上場企業の財務データ（有価証券報告書ベース）であり、

①この間に倒産した企業の直前決算期の財務データ（入手可能先39社）

②倒産企業と比較する上で適当な³⁰ 存続企業に関する同時期の財務データ（対象先116社）

である。下表に示した各種財務指標の中から幾つかを選んでPROBITによる倒産予測モデルの説明変数とする場合にどのような組み合わせが優れているか計算を行った。

各試行において用いた説明変数とその説明力³¹ は以下の通り。

試行番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
売上高総利益率	×	×	×	○	○	○	×	○	○	○
売上高経常利益率	○	○	○	×	×	×	○	×	×	×
流動比率	○	○	×	○	×	×	×	×	×	×
運転資本／総資産	×	×	○	×	×	○	○	○	×	○
経常収支比率	○	○	○	○	○	×	×	×	×	×
自己資本比率	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
売上高／総資産	○	×	○	○	×	○	○	○	○	○
log総資産	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Cashflow／総資産	○	×	×	×	○	○	○	○	○	×
Interest Cov.	○	×	×	○	×	○	○	×	×	×
説明力 (%)	77	79	80	84	83	82	83	82	84	79

上表をみる限り、試行4～9はいずれも82～84%と比較的高い説明力を有している。しかし、各モデルを再テストするためにモデル構築時の回帰分析とは別の企業財務データ（東証一部上場企業12社〈次章で扱うデータと同一〉）を入力して倒産確率を計算したところ、各試行とも多かれ少なかれ、一部企業について実感よりかなり大きい倒産確率を得るなどやや非現実的な結果を得た。この中で、比較的問題が少なかったのは試行6であったため、以下ではこれを採用して議論を進める。

30 存続企業のサンプリングは、業種、業務内容、企業規模等について各倒産企業と類似した企業を選び出すことによって行った。

31 ここでは、各試行のモデルの説明力を評価するメジャーを「財務データから計算される倒産確率が50%未満 ($y_i^* - u_i < 0$) である会社 i がその後1年間存続し、倒産確率が50%以上 ($y_i^* - u_i \geq 0$) である会社 i が1年以内に倒産する確からしさ」と定義し、この割合をパーセント表示する。

試行6のPROBITモデルによる回帰分析から得た倒産予測式は、次のとおりである。

$$\begin{aligned}
 y_i^* = & 1.84192 \\
 & + 0.014979 \times (\text{売上高総利益率})_i \\
 & + 0.00127368 \times (\text{運転資本／総資産})_i \\
 & - 0.014555 \times (\text{自己資本比率})_i \\
 & - 0.00286246 \times (\text{売上高／総資産})_i \\
 & - 0.259841 \times (\text{総資産対数値})_i \\
 & - 0.013156 \times (\text{Cashflow／総資産})_i \\
 & - 0.342960 \times (\text{Interest Coverage Ratio})_i \\
 & + u_i
 \end{aligned}$$

例えば、ある企業 i の財務データを入力して導出された数値が0.5であった場合、前節で述べたように、

$$\begin{aligned}
 \Pr(y_i = 1) &= 1 - \int_{-\infty}^{0.5} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \\
 &= 1 - 0.69146 \\
 &= 0.30854
 \end{aligned}$$

であるから、同企業の倒産確率が約31%と推定される。

(3) サンプル企業の倒産確率に関する時系列と分散・共分散行列の算出例

実際にローン・ポートフォリオのリスク量を評価する際には、融資先の倒産確率のほかに、倒産確率の変動しやすさ（ボラティリティ）や企業間の倒産確率の相関関係を考慮する必要がある。

例として、東証一部上場企業の中から任意に抽出した大企業12社（4業種〈電機、建設、化学、小売〉につき各3企業）について、有価証券報告書の財務データを用いて1978～94年度の17年間にわたるヒストリカルな倒産確率を算出した（図表A-2）。さらに、これを基に各企業の倒産確率の相関および分散・共分散を表す行列を作成した（図表A-3）。

図表A-2 各企業の倒産確率（年率％）推定値の時系列データ

決算年	電機A	電機B	電機C	建設A	建設B	建設C	化学A	化学B	化学C	小売A	小売B	小売C
78	5.01	18.31	0.45	27.27	18.15	11.34	36.42	31.57	0.00	0.15	0.16	13.17
79	2.89	7.22	0.21	25.65	17.71	10.47	27.09	23.85	0.00	0.02	0.34	9.75
80	2.92	9.23	0.17	24.33	21.02	21.37	32.35	14.99	0.00	2.10	1.98	12.14
81	1.78	6.54	0.02	17.42	14.41	21.98	36.85	27.91	0.00	1.54	1.55	11.29
82	0.67	6.40	0.05	12.14	10.73	22.70	31.73	30.43	0.01	1.11	3.16	14.05
83	0.12	4.24	0.07	13.81	12.26	35.79	25.53	14.90	0.24	0.97	6.38	12.35
84	0.00	0.87	0.03	16.05	18.94	31.73	21.90	0.96	0.58	3.34	5.10	10.67
85	0.13	3.85	0.02	21.12	19.60	27.11	17.35	0.43	1.07	2.70	1.55	8.37
86	1.02	8.91	0.51	17.04	20.31	20.52	8.67	0.32	0.67	1.82	0.11	5.34
87	0.12	3.56	0.72	13.08	13.55	8.97	0.06	0.02	4.21	0.50	0.01	3.00
88	0.00	0.57	0.03	5.18	6.90	2.96	2.15	0.01	1.22	0.01	0.00	4.43
89	0.03	0.31	0.03	2.92	6.03	0.70	2.21	0.09	0.52	1.62	0.00	6.93
90	0.12	0.74	0.14	4.01	3.12	1.12	0.93	0.26	0.59	7.02	0.03	10.82
91	1.37	7.17	0.69	4.33	2.49	1.75	0.03	0.17	0.07	14.95	0.62	10.07
92	3.53	10.53	7.04	6.14	11.18	4.10	7.31	0.38	0.00	24.47	4.02	13.35
93	3.40	7.56	15.16	15.72	30.08	3.79	10.96	0.26	0.00	21.51	5.96	11.54
94	1.18	4.07	12.10	23.71	30.27	2.95	12.39	0.01	0.00	24.60	8.81	13.51

図表A-3 倒産確率に関する相関および分散・共分散

各企業の推定倒産確率（年率％）に関する相関係数行列（1985年度から1994年度までのデータを利用）

	電機A	電機B	電機C	建設A	建設B	建設C	化学A	化学B	化学C	小売A	小売B	小売C
電機A		0.81	0.75	0.08	0.39	-0.20	0.29	0.40	-0.49	0.82	0.61	0.65
電機B			0.41	0.24	0.35	0.23	0.32	0.54	-0.30	0.56	0.34	0.37
電機C				0.45	0.75	-0.28	0.47	0.00	-0.41	0.84	0.93	0.67
建設A					0.89	0.61	0.82	0.13	0.06	0.19	0.58	0.12
建設B						0.34	0.79	0.10	-0.12	0.42	0.76	0.28
建設C							0.62	0.56	0.23	-0.39	-0.18	-0.32
化学A								0.51	-0.33	0.31	0.59	0.38
化学B									-0.36	0.14	-0.03	0.33
化学C										-0.60	-0.44	-0.75
小売A											0.85	0.90
小売B												0.74
小売C												

各企業の推定倒産確率（年率％）に関する分散・共分散行列

	電機A	電機B	電機C	建設A	建設B	建設C	化学A	化学B	化学C	小売A	小売B	小売C
電機A		3.61	5.25	0.79	4.99	-2.17	2.14	0.08	-0.76	10.41	2.30	2.93
電機B			0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
電機C				17.81	40.10	-12.86	14.65	0.00	-2.69	44.72	14.89	12.79
建設A					64.76	38.60	34.45	0.15	0.50	14.05	12.57	3.15
建設B						28.96	44.38	0.14	-1.47	40.70	22.23	9.58
建設C							30.68	0.72	2.35	-32.91	-4.56	-9.68
化学A								0.44	-2.29	17.70	10.07	7.62
化学B									-0.06	0.21	-0.01	0.17
化学C										-7.06	-1.58	-3.17
小売A											24.78	31.22
小売B												7.72
小売C												

(4) 若干の考察

最後に、これまでに示した倒産予測モデル作成のフレームワークについて、①説明力の限界と②倒産確率の期間構造という2つの問題点を指摘しておく。

説明力の限界

前述のように、東証一部企業の財務データによるテストの結果をみると、倒産確率が異常に高いケースがあるなどの問題点が観測された。これは、今回の分析モデルのフレームワークがかなり単純であることも影響していると考えられる。業種分類等に関するダミー変数の設定や時系列データも用いるパネル分析への拡張により、モデルの説明力のある程度向上させることは可能と考えられる。ただ、本分析では、利用可能な倒産企業データに量的な制約があったため、このように説明変数を増やすことができなかった。例えば分析対象とする倒産企業を非上場企業等にまで拡大して入力データ数を増やすことができれば、より精緻なモデルを作ることができると思われる。もっとも、あらゆる企業の特性を公平かつ完全に評価するモデルを構築することは、ほぼ不可能であろう。すなわち、説明変数となる財務データが、企業活動およびその健全性に関する情報を完全に網羅しているとは考えにくい。経営者の資質等の定性的な要素が企業の健全性に及ぼす影響も大きいと考えられることから、現実的な信用度評価としては従来の審査手法に基づく評価が加味される必要がある。

ただし、市中金融機関においてこうした定量的・客観的な信用度推定モデルが有効となる場面も当然ながら存在し得る。すなわち、エクスポージャーが大きい融資先に対しては、厳密な信用度評価（倒産予測）が必要であろうが、例えば、エクスポージャーがさほど大きくない融資先（すなわちリテールの分野）については、個別にみてある程度の誤差があったとしても、集団でみてほぼ正しい倒産予測ができていれば十分という判断もあり得る。この場合、審査事務の一部の合理化としてこうしたモデルの導入を検討することも考えられる。

倒産確率の期間構造

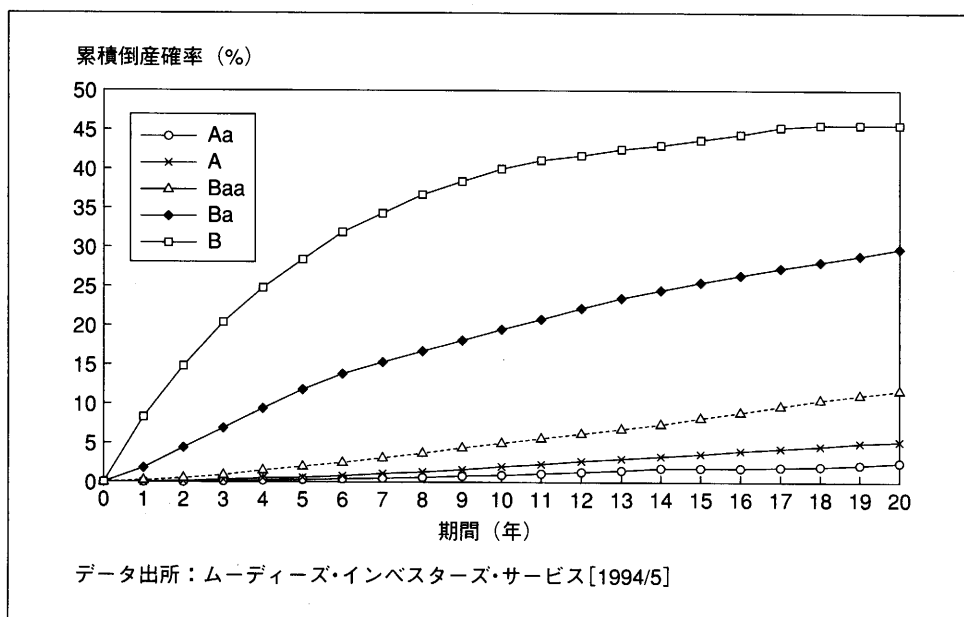
倒産予測モデルから推測できるのは決算後1年以内の倒産確率であるが、貸出のように長期に亘る信用リスクを考える場合、数年先までの倒産確率（金利で言えばスポットレートの間接構造に対応）またはフォワード倒産確率（同フォワードレート）を考える必要がある。このために考えられる方法は、

- ①モデルによって将来の倒産確率の変動過程を確率的に記述すること、
- ②独自の情報や格付け機関の公表データを基に、ヒストリカルな期間構造を算出して将来の予測に適用すること、

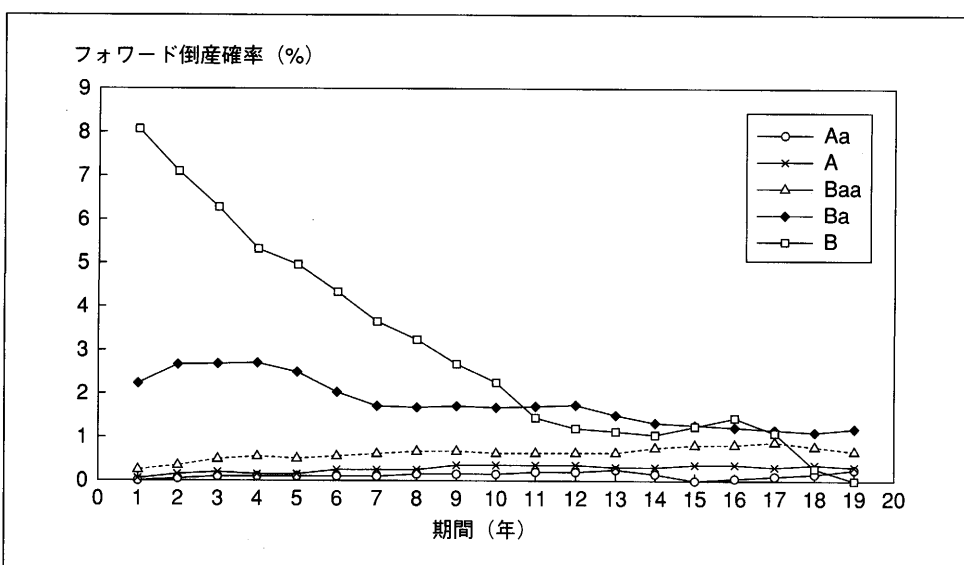
などを挙げることが出来る。①の方法の一例は、本論におけるモデル分析にみることが出来る。一方、②の方法の例としては、Moody'sやS&P等が発表した過去の債券デフォルト率に関するデータを基に、格付け別の累積倒産確率の期間構造（計算例、図表A-4）やフォワード倒産確率の期間構造（計算例、図表A-5）を導くこ

とが可能である。ただこの場合には、米国を中心とするデータとわが国における実状との間の有りうべき乖離を何らかの方法により調整する必要があるという指摘もある。さらに、長期的な予測を行う場合には、マクロ経済要因（ビジネスサイクル等）の影響を取り込むことによって一段と正確な結果を得ることが可能になると思われる。

図表A-4 格付け別にみた累積倒産確率の期間構造



図表A-5 格付け別にみたフォワード倒産確率の期間構造



参考文献

- アルトマン, E. I., 『企業倒産』、文雅堂銀行研究社、1975年
- 、『現代大企業の倒産——その原因と予知モデルの包括的研究——』、文眞堂、1992年
- 奥代 英樹 他、「公開企業の信用力分析」、『財界観測』、野村総合研究所、1995年7月
- 加納 悟・村瀬 英彰、「地価形成に関する一考察——バブルとオプション——」、『一橋大学経済研究』第47巻第1号、1996年1月
- 後藤 実男、『企業倒産と会計情報』、千倉書房、1989年
- スタンダード・アンド・プアーズ、「格付けとデフォルトの関係」、1994年5月
- 関野 勝弘・杉本 浩一、『リスクマネジメント; 派生商品で変貌するALM手法』、金融財政事情研究会、1995年
- 西田 真二、『ALM手法の新展開; 信用リスクの定量的手法による再構築』、日本経済新聞社、1995年
- 西村清彦、「日本の地価決定メカニズム」、西村清彦・三輪芳朗（編）『日本の株価・地価』、東京大学出版会、1990年
- 日本銀行金融研究所、「バリュー・アット・リスク (Value at Risk) の算出とリスク／リターン・シミュレーション』、『日本銀行月報』、1995年4月
- ムーディーズ・インベスターズ・サービス、「企業の信用力の変化を測定する」、『ムーディーズ・スペシャル・レポート』、1994年3月
- 、「債券のデフォルトとデフォルト率」、『ムーディーズ・スペシャル・レポート』、1994年5月
- 森平 爽一郎、「倒産確率の推定と信用リスク管理モデル」、未定稿、1994年
- 若杉 敬明・佐々木 正信、「来たるべき信用リスクマネジメントのビジョン」、『地銀協月報』、1995年11月
- Backman, A. C., et al., *Derivative Credit Risk; Advances in Measurement and Management*, 1995, Risk Publications.
- Boyes, W. J., D. L. Hoffman and S. A. Low, "An Econometric Analysis of the Bank Credit Scoring Problem," *Journal of Econometrics*, July, 1989, pp. 3-14.
- Copeland, T., T. Koller and J. Murrin, *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*, John Wiley & Sons, 1990.
- Duffee, G. R., "On Measuring Credit Risks of Derivative Instruments," *Finance and Economic Discussion Series* 94-27, Federal Reserve Board, 1994.
- , "The Variation of Default Risk with Treasury Yields," *mimeo*, Federal Reserve Board, 1995.
- Duffie, D. and M. Huang, "Swap Rates and Credit Quality," Working Paper, Graduate School of Business, Stanford University, 1994.
- , M. Schroder and C. Skiadas, "Two Models of Price Dependence on the Timing of Resolution of Uncertainty," Working Paper No. 177, Kellogg Graduate School of Management,

- Northwestern University, 1993.
- and K. Singleton, "Econometric Modeling of Term Structure of Defaultable Bonds," Working Paper, Graduate School of Business, Stanford University, 1994.
- Grenadier, S. R. and B. J. Hall, "Risk-based Capital Standards and the Riskiness of Bank Portfolios: Credit and Factor Risks," NBER Working Paper No. 5178, 1995.
- Jarrow, R. A. and S. M. Turnbull, "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk," *Journal of Finance*, No. 1, 1995, pp. 53-85.
- Johnsen, T. and R. W. Melicher, "Predicting Corporate Bankruptcy and Financial Distress: Information Value Added by Multinomial Logit Models," *Journal of Economics and Business*, 46, 1994, pp. 269-286.
- Madan, D. B. and H. Unal, "Pricing the Risks of Default," Working Paper, College of Business, University of Maryland, 1993.
- Merton, R. C., "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates," *Journal of Finance*, 29, 1974, pp. 449-470.
- Wu, C. and C. Yu, "Risk Aversion and the Yield of Corporate Debt," *Journal of Banking and Finance* 20, 1996, pp. 267-281.