

銀行勘定における金利リスク — VaRのフレームワークを用いた定量化 —

木山善直 / 山下 司 / 吉田敏弘 / 吉羽要直

要 旨

本稿では預金や貸出金等を含む銀行勘定の金利リスクを把握するために、トレーディング勘定のリスク評価に用いられているVaRの考え方を拡張した一つの分析フレームワークを提示する。

トレーディング勘定を想定したVaRの概念を銀行勘定に適用するには、①銀行勘定におけるポジション調整の非機動性を勘案したリスク評価期間の長期化、②制度金利（長期・短期プライムレート）の抱えるリスクの評価、③住宅ローン等の抱えるプリペイメントリスクの評価、などの点を考慮する必要がある。このため論文では、市場金利変動過程を表現するタームストラクチャーモデル、制度金利モデル、プリペイメント関数モデル等を含むVaRモデルを構築し、仮想ポートフォリオを用いてシミュレーションを行い、金利リスク量の決定要因等につき考察を行った。

その結果、制度金利は個別商品およびポートフォリオのいずれにおいてもリスク量を増大させることが確認された。また、プリペイメントについては、より有利な金利条件を求める顧客行動を織り込むと、リスク量算出の基となる現在価値そのものが減少するとの結果を得た。また、各モデルにおける設定パラメータ値に対する感応度分析を行い、モデルリスクの大きさを示した。

キーワード：バリュー・アット・リスク (VaR)、モンテカルロ・シミュレーション、保有期間、タームストラクチャー・モデル、ヒース・ジャロー・モートン・モデル、制度金利、プリペイメント

本稿は、日本銀行金融研究所から委託を受けた吉田が山下と共同で開始した研究を吉羽・木山が引継ぎ、1996年6月に日本銀行で開催された「フィナンシャルリスクに関するワークショップ」へ提出した論文に加筆・修正を加えたものである。同ワークショップ参加者の方々から有益なコメントを多数頂戴したことをここに記し感謝したい。

木山善直 日本銀行金融研究所研究第1課
山下 司 バンカース・トラスト銀行東京支店
吉田敏弘 筑波大学大学院経営システム科学
吉羽要直 日本銀行金融研究所研究第1課

1. はじめに

金融取引のリスクをできるだけ正確に把握する作業は、個々の金融取引のプライシング、ヘッジ等によるリスクコントロール、ポートフォリオ全体のリスク量に対するバッファとしての必要総自己資本額の算定、収益性とリスクとのトレードオフを睨んだうえでの最適資源配分決定等を行ううえで必要不可欠である。この意味でリスクの定量的把握手法は、金融機関経営にとって最も重要な技術であるといっても過言ではない。

金融機関が直面するリスクには様々なものがあり、中でもとりわけ重要と考えられているのが市場リスクと信用リスクである。本稿ではこのうち市場リスク、就中邦銀にとってはポートフォリオに占めるウエイトが圧倒的に大きい銀行勘定（あるいは非トレーディング勘定）ポートフォリオ全体の金利リスク定量化手法に焦点をあてて分析を試みる。周知のようにトレーディング・ポートフォリオの金利リスク定量化手法については、少なくとも現時点ではバリュー・アット・リスク（VaR）による現在価値ベースの確率的リスク評価方法が市民権を得ている一方で、貸出や預金を含む銀行勘定の金利リスク評価については、リスクの定義自体について見方が分かれているほか、リスクの定量化作業においても技術的に必ずしも十分に成熟していないのが実情である。まずリスクを損益ベースで捉えるべきか（いわゆる earnings at risk 〈EaR〉の考え方）、現在価値ベース（VaR）でみるべきかという点につきコンセンサスが存在しない。また、銀行勘定の取引特性（ポジション解消の困難さ、プリペイメントの存在、制度金利連動商品の存在等）がトレーディング勘定の場合に比しリスク算出を技術的により困難にしている。

本稿では、金融機関ポートフォリオのリスクを統合的に捉えるためにはできるだけ同一の物差しでリスクを測定することが望ましいとの立場から、トレーディング勘定のリスク把握手法として定着したVaRの枠組みの中で銀行勘定の金利リスクを捉えるために必要な理論的フレームワークについて一つの考え方を提示する。そしてその理論的枠組みと仮想的なポートフォリオを用いて、様々なシミュレーションを行うことによって、銀行勘定の金利リスク量がどのような要因によって変化するかにつき検討する。もちろん現段階で、EaR、VaRの優劣について判断を下すことが困難であることはいうまでもない。もっとも将来的には、①小田・村永 [1996] 等が示すように信用リスクもVaRの枠組みで捉えることができるようになれば、市場リスクと信用リスクの現在価値ベースでの統合管理が可能になると予想されることが、②米国のように債権流動化や支店売却による預金業務の整理が活発に行われるようになれば、銀行勘定とトレーディング勘定との流動性面での差異が漸次縮小すると見込まれること等から、VaRによるリスク定量化手法の拡張につき検討しておくことは極めて意味のあることと考えられる。

本稿の構成は以下のとおりである。まず第2章では、トレーディング勘定と銀行勘定との相異点を概観したうえで、トレーディング勘定のリスク管理手法として発展してきたVaRのフレームワークを銀行勘定に適用する際にどのような工夫が必要

かという点につき論点を整理する。次に第3章ではVaRモデル拡張にあたってのモデル化の方向性と本稿において採用するモデルの概要について説明する。第4章ではこうした拡張されたVaRのフレームワークの下で、仮想的なポートフォリオを用いてシミュレーションを実施し、銀行勘定の金利リスク量を変動させる様々な要因について検討を試みる。最後に第5章では、本稿から得られるリスク管理上のインプリケーションについて考える。

2. VaRモデル拡張の方向性——銀行勘定の特徴を踏まえて

(1) 銀行勘定の特徴について——トレーディング勘定との比較

銀行勘定の金利リスクをVaRの枠組みの下で定量化するにあたっては、銀行勘定とは具体的にどのような金融取引を含み、それがトレーディング勘定と比較してどのような特徴を有しているかという点につき予め整理しておく必要がある。通常「銀行勘定」とは、①非トレーディング勘定全体を示す場合と、②非トレーディング勘定から投資有価証券勘定を除いたより狭義の銀行勘定を意味する場合があるが、本稿では、銀行勘定を②として定義する。投資有価証券としての債券や株式は対象外となるため、結局、資産側が貸出金、負債側が預金や金融債が主な対象となる。スワップ、先物、オプション等のオフバランスポジションのうち主としてヘッジ目的等から銀行勘定で保有されているものや、外貨建て資産・負債の為替リスクもリスク定量化上は検討対象となり得るが、これらの取引は基本的には既に活発に議論されているトレーディング勘定のオフバラ取引・為替リスクと同様の形で考えられるため本稿での検討対象には含めない。

次に、具体的な事例として標準的な都市銀行の銀行勘定の商品を整理したものが別表1である。この表から、代表的な商品である預金及び貸出の特性につき以下のようことがわかる。

- 原則的に流動性のないものがほとんどである。
- ほとんどの貸出金、預金は固定金利商品（契約上の満期までは金利更改が発生しない商品）である。
- 一部の長期貸出及び長期定期預金は変動金利で、金利更改期には予め定められたベース金利に応じて金利が再設定される。ベース金利は市場金利である場合と、短期プライムレートや長期プライムレートといった制度金利（administered interest rate）である場合がある。
- 固定金利の貸出金、預金であっても、満期到来時にロールオーバーされると金利が見直され、その時点の市場金利や短期プライムレート、長期プライムレート等を指標として再設定される。特に、当座貸越や流動性預金は満期が随時到来するので、指標としている金利の変動に応じて金利が再設定される。
- 一般（企業向け）貸出は約定期間中、原則として期限前返済は少ないが、個人向

けローン（特に住宅ローン）については頻繁に期限前返済される。住宅ローンの金利設定は最近では、当初数年間のみ固定金利となるものや短期プライムレートをベースとする変動金利というものが一般的であるが、過去に貸出開始されたものの中には長期プライムレートをベースとする変動金利や満期まで固定金利というものも存在する¹。

- 個人の定期性預金は中途解約が頻繁に起こる。

これらの特性をトレーディング勘定との主たる相異点という切り口で整理すると、以下の3点に集約できよう。

- ①ポジションを即座に解消（クローズ）することが困難である。
- ②住宅ローンや定期預金のように約定した満期以前の期限前返済、中途解約（本稿では以下期限前返済、中途解約を一律「プリペイメント」と呼ぶ）を許容した商品が存在する。
- ③市場金利に連動する商品だけでなく、プライムレートなど制度金利に連動する商品が含まれている。

(2) VaR拡張の方向性

現在価値ベースで確率的にポートフォリオリスクを把握する手法であるVaRのフレームワークが、トレーディング勘定のリスク計測上有効なことは広く認識されているが、上記のような銀行勘定ポートフォリオの特性を考慮した場合、時価評価手法やリスク計測方法はどのような形で修正することが必要であろうか。まず上記①の流動性の問題については、トレーディング勘定の商品は流動性が高く、取引目的からいっても短期保有を前提としている場合が多いため、リスク計測上のポートフォリオ保有期間（流動化までに要する期間）ないしリスク計測期間²は、通常1日、長くても2週間程度というのが一般的である。これに対し、銀行勘定についてはそもそも取引目的が長期保有であり、かつ商品の流動性が乏しい場合が多いため、リスク計測期間もより長期に設定する必要がある。このためリスク計測上、長期にわたる金利変動過程を想定することやリスク計測期間中におけるポジション自体の変動パターンを明示的に盛り込むこと（ダイナミック・シミュレーション）が必要となる。また②については、プリペイメント（金利低下局面における貸出の繰り上げ返済や金利上昇局面における預金の早期解約）を一種のオプションとみなして時価を認識することが不可欠である。さらに③については、トレーディング勘定のVaRにおけるリスクファクターである市場金利と、プライムレート等制度金利との連動関係を明示的に勘案（モデル化）したうえで、ポートフォリオ全体のリスク量を計測することが必要となる。本節では、これらの点を踏まえ銀行勘定の金利リス

1 都市銀行以外の業態を中心に現在も長プラ連動や固定長期の住宅ローン商品が販売されている。

2 本稿では「保有期間（流動化までに要する期間）」と「リスク計測期間」という用語を特に区別せず互換的に用いる。

クを計測する際のVaRモデル拡張の方向性につき検討する。

イ. 流動性の欠如

トレーディング勘定のリスク計測においては、その性格上保有期間を1日、2週間等、比較的短期間であると想定しうるため、分散・共分散法によるVaRモデルにおいては通常以下のような仮定をおいて簡便にリスクを計量している。

- ① 市場金利の変動に伴ってポジションの価値が線形に変化することを仮定（コンベキシティリスクを無視）。
- ② 各満期の市場金利が、一定のドリフト率³、一定のボラティリティ、一定の相関を持って多変量対数正規過程に従って変動することを仮定⁴。

一方、銀行勘定の商品は流動性が劣るため、その保有期間を長期に考えなければならない。その場合、次の4つの問題に対する対応が必要となる。

- ① 保有期間が長ければ、リスクファクターである金利の変動幅は通常大きくなるので、コンベキシティリスクは無視し得ないほどの大きさを持つ可能性が高い。こうした非線形リスクは分散・共分散法では正確に捕捉できず、対応としてはシミュレーション法による把握が考えられる。
- ② VaRモデルは各期間の市場金利が多変量対数正規過程に従う確率変数であると仮定するモデルであるが、この仮定はリスクの計量を容易にするというメリットを持つ反面、長期間にわたるイールドカーブ変動を考える際に裁定に関する議論を無視した現実的でないイールドカーブを構成してしまう可能性が高くなる。このため、シミュレーションにあたっては何らかのタームストラクチャー・モデルを用いることによって、この問題を解決する必要があると考えられる。
- ③ 保有期間中に生じるポジション変動を明示的に盛り込む必要がある。
- ④ 必ずしも保有期間の最後で損失が最大となるとは限らないので、期間中各時点の損失を計測する必要がある。

ロ. プリペイメントについて

銀行勘定の中にはトレーディング勘定と異なり、住宅ローンや定期預金等約定した満期以前の解約を許容した商品が存在する。約定した時点で金利や満期が決められていても、貸出あるいは預入期間中、任意の時点で借入債務者あるいは預金者側からの返済、解約の申し出が可能である。こうしたプリペイメントの権利は銀行側ではなく顧客側が持つオプションである。こうしたプリペイメントの価値を勘案しないと住宅ローンや定期預金の価値は正確には評価できず、そのリスク量も計量できない。したがって、シミュレーションにおいては何らかのプリペイメント価値評

3 ドリフト率を無視することも頻繁に行われる。

4 これを定式化すると次のとおり。

$$dr_i = \mu_i r_i dt + \sigma_i r_i dW_i \quad (i=1,2,\dots,n)$$

$$dW_i dW_j = \rho_{ij} dt$$

ただし、 r_i はリスクファクターに設定された市場金利、 W_i はウィーナー過程。 μ_i 、 σ_i 、 ρ_{ij} はそれぞれ、ドリフト率、ボラティリティ、相関係数を表すパラメータである。

価モデルが必要になる。

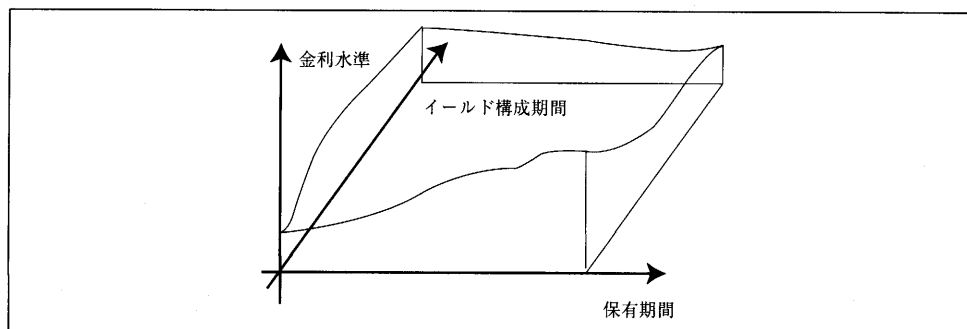
ハ. 制度金利について

トレーディング勘定の金利感応商品は通常、市場金利に依存してその価値が決まる。したがって、リスクファクターとしては全て市場金利を設定する。しかし、銀行勘定の商品の中には市場金利だけでなく、制度金利を指標金利とするものがある。例えば変動金利住宅ローンは、一定期間の間に指標金利である短期プライムレートや長期プライムレートが一定幅以上変動した場合に適用金利を見直すという商品である。また、短期貸出の中には短期プライムレートをベースとした金利を適用するものが多いが、この貸出金はロールオーバー時にその時点の短期プライムレートをベースにして適用金利が設定される。したがって、これらの商品の価値やリスクを計測するためには、市場金利の変動だけではなく、制度金利の変動のモデル化が必要となる。また、市場金利連動商品は将来の金利更改後のキャッシュフローについては金利リスクを負わないが、制度金利連動商品は金利更改後も金利リスクを負うため、引き続き検討対象に含める必要がある。

二. 金利リスクの定義

本稿ではトレーディング勘定のVaRと同様に、銀行勘定の金利リスクを、対象となるポートフォリオの割引現在価値（以下、PV）がある一定の保有期間中にどの程度変動しうるかをもって計量する。その際、イールド構成期間の軸と保有期間（リスク計測期間）の軸の2つの時間軸を考える必要がある。1回のシミュレーションにより保有期間中に発生するイールドカーブ群を概念的にあらわすと図1のようになる⁵。まず、①保有期間中タームストラクチャー・モデルによってイールドカーブ（金利環境）を変化させ、次に②保有期間内における各時点におけるポートフォリオのPVを算出する。各PV算出にあたっては、イールド構成期間の軸に沿って、

図1 タームストラクチャー・モデルによる金利リスク定量化での金利想定



⁵ 技術的には、イールドの変動過程（タームストラクチャー・モデル）としてHeath-Jarrow-Morton（以下、HJM）モデルを採用する場合など、初期時点におけるイールドカーブの構成期間に比べ、時間の経過に伴って、イールド構成期間が短くなることに留意する必要がある。

キャッシュフローの割引期待値を求めることになる。すなわち、タムストラクチャー・モデルを用いたシミュレーションによって保有期間方向に発生した各時点でのイールドカーブをもとに、さらにイールド構成期間の方向にイールドカーブを変動させてゆくシミュレーションが必要となる⁶。このようにして発生する市場金利パスをもとに、将来の制度金利のパスも発生してゆくことになる。こうしたイールドカーブの推移により将来のキャッシュフローが確定し、それを発生した市場金利列で順次割り引くという計算を多数回繰り返す、その期待値をとり当該時点のPVとする。リスク量は、このPVが時間の経過とともにどう変化するかによって計測する⁷。

ホ. ポジション変動について

トレーディング勘定においては、ポジションをクローズすることを前提に、現在保有するポジションのみを対象とし、将来的なポジションの変化は考慮せずに静態的 (static) にリスク計測を行うのが一般的である。一方、銀行勘定の場合は、保有期間が長いので、満期到来分ないしプリペイメントされたものの一部は金利更改を伴いつつロールオーバーされる（残りは市場金利商品に振り替わる）と考えた方がより現実的である。なお、このようなポートフォリオの構成自体の変化を考慮してリスク量を算出する方法は通常ダイナミック・シミュレーションと呼ばれる。

このような既存の資産・負債の満期到来後に新規にどのような資産・負債を受け入れるかといった点は、金融機関の経営戦略に依存する。したがって、金利リスクを計量しようとしている金融機関が自らの戦略に応じてポートフォリオ構成の推移について仮定を設定し、リスクを計量するという考え方もあろう。実際にシミュレーションを行う際には、こうしたポジション推移についての仮定を変化させることが金利リスク量に与える影響を動的に捉えることになる。なお、このようにポジションのダイナミズムを捉える場合、保有期間も実際に時間が経過している期間であり、イールド構成期間の軸での扱いと同様、満期の到来があったものについては一部ロールオーバーし、一部市場金利ベースになると考えていることになる。そしてロールオーバーしたものについては金利の更改も行われると考える。ただし、この考え方では、計測対象としてのポートフォリオ自体も変化することとなるため、「金利環境の変化によるPV変化」と「ポジションの変化によるPV変化」を混在させて計測していることになる⁸。

6 格子法を用いることもできる。

7 この場合、イールドの確率過程は厳密には現実の確率測度で考える。

8 本稿では常に保有期間中の各時点から将来一定期間（7年間）のキャッシュフローのPVを比較する。そのため、保有期間中に発生するネットキャッシュフロー（利息収支）を織り込まずに計測する。これはリスク量の定義とも関係する問題であるが、保有期間中に発生するキャッシュフローも累積的に織り込みつつポートフォリオ時価の変化を捉えた方が、現在のポートフォリオが将来持つであろう価値をより正確に予想できる。

3. シミュレーションに用いる具体的モデル

本章では、前章で検討した銀行勘定の金利リスク定量化の基本的枠組みをモデル化する。まず本稿で考える金利リスク指標を厳密に定義する。さらに、個々のリスクファクターのモデル化、すなわち、本稿のシミュレーションにおいて利用する市場金利、制度金利、プリペイメントの具体的モデルについて解説する。

(1) 金利リスクの定義

第1章にも述べたとおり、本稿では銀行勘定における金利リスクを「銀行勘定をポートフォリオとして把握し、その時価がある保有期間中に金利変動によってどの程度減少する可能性があるか」という立場から計測する。この考え方は、トレーディング勘定におけるリスク指標であるVaRの延長上に銀行勘定のリスクを捉えることを目的としている。具体的には、

- 対象となる資産・負債から発生する、将来一定期間までの金利状況に応じたキャッシュフロー全体を現在時点に割り引くことによって、銀行勘定の現在価値を計算し、
- 一定の保有期間中に起こるある1つの金利の期間構造の変化に対する現在価値の最小値を求め、
- 実現可能性のある金利期間構造変化の多数のパスに対応して求まる、上記の最小値と初期時点PVとの差の分布における α %点を持ってリスク指標とする⁹。

(2) 市場金利の変動過程

市場金利、特にその時系列的な表現モデルについては、理論的にも実証的にも多くの研究がなされてきている。なかでも、Vasicek [1977] モデルやCox, Ingersoll and Ross [1985] モデル等に代表される、1つのリスクファクターを含む形で瞬間的なスポットレートダイナミクスを表現しようとするモデルがよく知られている。

これらの1ファクターモデルは、数学的取り扱いが単純化されるという利点がある反面、金利の期間構造における全ての金利は完全に連動するという前提に立ったモデルとなっている。したがって、金利派生証券の評価を行うなどの目的上は大きな利点と考えられるが、本稿のように、長期間にわたる金利変動のリスクを計測することを目的としているような場合には、このようなモデルでは実際想定されるイールドカーブの多様な変化を表現するには不十分である可能性がある。

したがって、金利の期間構造における多様な変化の表現を可能とし、かつ、実際的にもある程度の整合性のとれた金利の期間構造の表現を可能とする金利モデルを考える必要がある。本稿ではこうした要請を考慮して、市場金利変動過程のモデル

9 このようにして定義した金利リスクの数学的表現については補論1参照。

の一例としてHJMモデルを採用する¹⁰。

イ. HJMモデルの概要

Heath, Jarrow and Morton [1992] は、時点 t からみた将来時点 T における瞬間的なフォワードレート $\{f(t, T), 0 \leq t \leq T\}$ に着目して次のようなマルチ・ファクター・モデルを展開した。すなわち、

$$df(t, T) = \mu_f(t, T)dt + \sum_{i=1}^N \sigma_{fi}(t, T)dW_i(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

を仮定する。ただし、 $\mu_f(t, T)$ はドリフト項、 $\sigma_{fi}(t, T)$ はボラティリティ項を示す。ここで、各 $\{W_i(t), t \geq 0\}$ は独立なウィーナー過程である。この時、割引債の価格は、同値マルチンゲール測度のもとで

$$P(t, T) = \exp\left\{-\int_t^T f(t, s)ds\right\}, \quad (2)$$

で与えられる。このモデルでは、ボラティリティ関数としてどのような形状を想定するかによってモデルにおける表現形式にバラエティを持たせることが可能となるなど、表現上の柔軟性が非常に高い。多くの代表的な1ファクター・モデルもこの枠組みの中で表現することが可能である。さらに、無裁定に関する議論の上に立って、派生証券の価格付けを考える上で問題となるリスクの市場価格を用いない、ボラティリティ構造のみによるモデル表現が可能となるなどの利点もある。しかしながら、特にわが国においては、実際の金利の期間構造に合わせてボラティリティ構造をどう設定すべきか、あるいは、パラメータの推定をどう行うべきか、といった点については十分な実証研究が行われているとは言い難い。

ロ. 本稿におけるHJMモデル

市場金利の変動を表現するモデルとして、2ファクターのHJMモデルを採用することにしたのは、①HJMモデルが現在までのマルチファクター・モデルの中では、完成度において優れていること、②ボラティリティ関数の設定方法に自由度が残されており、使用目的にあわせて柔軟にモデルを設定できること、さらに、③金利の主成分分析等の実証分析によれば、2～3のファクターで全体の90%以上を説明できること¹¹、などによる。

ボラティリティ関数として具体的にどのようなものを考えるかについては様々な議論がある。今回は、実証分析の結果も踏まえて、Heath, Jarrow and Morton [1992] あるいはRitchken and Sankarasubramanian [1995] に従うこととする。すなわち、

10 HJMモデル以外の代表的なマルチファクターモデルである Brennan-Schwartzモデル、Cox-Ingersoll-Rossモデルについては補論2参照。

11 例えば、Litterman and Scheinkman [1991] を参照。

(1)式のボラティリティ項 $\sigma_{fi}(t, T)$ について次のような関数を仮定する。

$$\sigma_{f1}(t, T) = \sigma_1 e^{-\kappa(T-t)}, \quad \sigma_{f2}(t, T) = \sigma_2, \quad (\text{ただし, } \sigma_1, \sigma_2, \kappa \text{ はパラメータ}) \quad (3)$$

すなわち、前者は期先のフォワードレートほど指数関数的に変動率が小さくなること示しており、イールドカーブの傾きの変動を表すボラティリティ項、後者は期近、期先を問わず全てのフォワードレートに均等に影響を及ぼすことを示しており、パラレルシフトを表すボラティリティ項と考えられる。

本稿のシミュレーションではフォワードレートを直接的にモデル化するのではなく、時点 t における満期 T の割引債価格 $P(t, T)$ を以下のようにモデル化する¹²。

$$dP(t, T) = \left[-\frac{\partial \log P(t, T)}{\partial T} \right]_{T=t} P(t, T) dt + \sum_{i=1}^2 \sigma_{pi}(t, T) P(t, T) dW_i(t), \quad (4)$$

このとき、割引債価格のボラティリティ項 $\sigma_{pi}(t, T)$ は、

$$\sigma_{p1}(t, T) = -\frac{\sigma_1}{\kappa} [1 - e^{-\kappa(T-t)}], \quad \sigma_{p2}(t, T) = -\sigma_2(T-t), \quad (5)$$

となる。

(3) 制度金利の変動過程

銀行勘定の金利リスク定量化のためには、市場金利だけではなく短期、長期プライムレート等の制度金利のモデル化についても検討する必要がある。

制度金利のモデル化については、市場金利に関するものほど議論されていないのが現状であろう。その理由としては①使用範囲が限定され、かつ②ある程度市場金利に連動しているため独立したリスクファクターとして認識されてこなかった、という点があげられよう。しかしながら、以下にみるように、制度金利の変動には、市場金利が持つ以上のリスクが存在する可能性があり、その場合、制度金利の変動が銀行勘定に与えるリスクも無視することはできなくなる。

イ. 短期プライムレートモデル

短期プライムレートは流動性預金やインターバンク市場、オープン市場からの市場性調達等の平均調達レートに経費率を上乗せして各行毎に決定することになっている。ただし、市場金利の変動に必ずしも即座には反応しないという特徴がある。本稿では実際の短期プライムレートの改定手順に沿って以下のようにモデル化を行

12 (1)式で示されるフォワードレートの確率過程を (4)式で示される割引債の確率過程に変換する手順については、Heath, Jarrow and Morton [1992] を参照。

う¹³。

- 市場金利モデル（HJMモデル）に従って3ヶ月物金利を発生させる。
- その3ヶ月物金利が前回短期プライムレート変更時より0.25%以上変動したときに、短期プライムレートの改定を決定する。
- ただし、0.25%以上の変動があっても即時には変更せず、あるタイムラグを経て変更するものとする。
- 短プラ変更幅は、変更時点（＝変更決定時点＋タイムラグ）における3ヶ月金利と前回変更時の3ヶ月物市場金利との差と同じ幅（ただし、0.125%刻みの階段状）とする。

ただし、以上のようなモデル化を行うと、制度金利に導入した新たなリスクファクター（タイムラグに関する不確実性）について、どのようなリスクプレミアムが要求されるか、という問題が、議論の必要性を含めて発生するであろう。

ロ. 長期プライムレートモデル

長期プライムレートは、利金債クーポンレートを、毎月利金債流通レートから0.2%以上乖離した場合に0.1%刻みで原則改定し、それに0.9%上乗せして決定される。本稿における具体的なモデル化の手順は以下のとおりである。

- 市場金利（5年スワップレート）と利金債流通レートのスプレッドが正規分布に従うと仮定し、その平均と分散とをヒストリカルデータから推定する。
- 市場金利変動過程モデル（HJMモデル）に従って5年物金利を発生させる。
- 5年物金利に上記正規分布に従う乱数をスプレッドとして上乗せして利金債流通レートを算出する。
- こうして算出した利金債流通レートが現状の利金債クーポンレート（＝現状の長期プライムレート－0.9%）と0.2%以上乖離した場合に、0.1%刻みで利金債クーポンレートを改定する。
- 利金債クーポンレートが改定されたときに、長期プライムレートを利金債クーポンレート＋0.9%に変更する。

(4) プリペイメントの価値評価

オプション性を内包するプリペイメントのモデル化については、従来、モーゲージ証券の分野において議論されてきている。一方、銀行における定期性預金等の期限前解約行動については、公表されたデータがほとんどないため、モーゲージ証券ほど活発な議論がなされていない。そこで、本稿においては、主としてモーゲージ

13 他にも、例えば、①短プラの金利水準を市場金利の水準レンジにあらかじめ対応させておき、②市場金利があるレンジに推移してから、ある確率分布（例えば指数分布）に従うタイムラグの後に短プラが対応する水準に推移する、といったモデル化も考えられる（補論3参照）。

証券の分野でなされてきた研究を踏まえて銀行勘定に関するプリペイメントのモデル化について考える。モデルとしては、合理的モデル、プリペイメント関数モデル、離散近似モデル等が考えられる¹⁴。

銀行勘定においては、貸出金、特に住宅ローンと定期預金の場合にプリペイメントを考える必要がある。住宅ローンについては、モーゲージ証券におけるモデルが直接的に適用でき、定期預金についても資産と負債との差やパラメータの問題はあるものの、モーゲージ証券の分析を援用することができる。例えば合理的モデルを採用した場合には、住宅ローンや定期預金について、各時点において投資家は現在適用されている金利と他の商品を比較しながら、満期までの金利変動を考慮し、最も好ましい商品に乗り換えるというモデルを考えることになる。本稿においては、後に行うモンテカルロ・シミュレーションとの親和性も考慮して、合理的モデルではなく後述するプリペイメント関数モデルを用いることとする。

イ. プリペイメント関数モデルの概要

プリペイメント関数モデルは、プリペイメント率を表現する関数形を仮定し、統計的にパラメータを推定するというアプローチである。このようなモデルでは、モーゲージ設定者は、過去と現在時点までの金利や経済状況等のみを勘案してプリペイメント行動を起こすと仮定するため、例えば合理的モデルのように将来の状況を考慮する必要がない。したがって、価値評価にあたってはモンテカルロ・シミュレーションの枠組みの中で使用することが可能になる。

例えば、Schwartz and Torous [1989] では、次のような関数モデルを提案している。すなわち、プリペイメントに影響を与える説明変数ベクトルを v 、パラメータベクトルを β とすると、

$$\pi(t) = \pi_0(t) \exp(\beta' v), \quad (6)$$

と表される。ここで $\pi_0(t)$ はベースライン関数と呼ばれる金利環境変化等に関係なく発生するプリペイメント率を表し、次のlog-logistic関数を仮定する。

$$\pi_0(t) = \frac{\gamma p (\gamma t)^{p-1}}{1 + (\gamma t)^p}. \quad (7)$$

説明変数としては、現在適用されている金利と借り換えた場合の金利との差などが用いられている。さらに、ダミー変数を用いて季節変動を表現することも可能になる。

また、投資家の属性が関数形やそのパラメータの決定に大きく関与するであろうことは当然考えられることであって、合理的モデルと同様、属性グループごとにモ

14 各モデルの詳細については補論4参照。

デルを設定する方法もあろう。

ロ. 本稿におけるプリペイメント関数モデル

本稿で用いるプリペイメント関数モデルでは、Schwartz and Torous [1989] に従い、説明変数として、

- 金利差
(当該商品の既設定レート) - (その時点での再設定レート)
 - 金利差の3乗
上記の金利差が拡大するにつれてプリペイメント行動が加速する効果
 - 残存金額割合
(プリペイメントがある場合の残存金額) ÷ (プリペイメントがないと仮定した場合の残存金額)
- を用いる。

ただし、パラメータの設定については、推定対象となるデータがないため、本稿においてはパラメータとしていくつかのパターンを設定し、プリペイメントの影響が概略どの程度のものかをみる程度にとどめることにする。

プリペイメントというオプション性のある商品の価格評価についても、第2章(2)ニ、で述べた通り、モンテカルロ法や格子法などにより、厳密に(オプションの時間価値を含めて)価格評価すべきである¹⁵。しかし、ポートフォリオ価値の変動をモンテカルロ法でシミュレーションする中で、さらにこうしたオプション価値評価を行うと計算負担が多大となる。本稿ではこうしたいわゆる「シミュレーションのシミュレーション」を行わない。すなわち、各時点のイールドカーブが与えられると、そのカーブによりインプライされたフォワードレートと想定されたプリペイメント関数モデルに従って将来にわたるプリペイメントスケジュールが決定し、その結果確定したキャッシュフローを割り引いたものを当該商品のPVとみなすこととする。

4. シミュレーションの具体的な方法と結果

本章では以上のようなリスク定量化に関する理論的検討結果を踏まえ、仮想ポートフォリオを用いてシミュレーションを行い、実際に銀行勘定の様々な特性がPVや金利リスク量にどのような影響を与えるかについて検証を試みる。

15 合理的モデルを採用した場合には、アメリカン・オプション価格の算出と同様、格子法などでPVを算出する必要がある。

(1) 仮想ポートフォリオの構成

本節では、まず、シミュレーションの際に用いた仮想ポートフォリオの基本形（別表2参照）の内容について説明する。表中の各数字は各資産・負債種別の総資産・負債に占めるシェアを示す。なお、仮想ポートフォリオ作成にあたっては、95年3月末時点の都市銀行数行の貸借対照表を参考にしており、ポートフォリオの総額は資産、負債ともに30兆円と仮定する。実際のシミュレーションにおいては、この基本となるポートフォリオの商品構成を変化させることによって、PVやリスク量がどのように変化するかを検証する。

まず、ポートフォリオは金利設定方式（市場金利、短期プライムレート、長期プライムレートのいずれに連動するか）、で3種類のものから構成されている。このうち市場金利連動商品には、さらに市場金利と平行に金利水準が変化するもの（完全連動）とある一定の割合で連動するもの（半連動）とがあるので、結局4種類に分類される。

次に、初期設定金利期間およびロールオーバー後の適用金利を特定するために、金利更改間隔別の構成比率を各種別ごとに定める（別表2の横軸）。この際には残存期間ではなく適用金利の更改期で分類することが必要となる。

また、満期情報も重要である。例えば6ヶ月毎金利更改の3年物変動金利証書貸出と、6ヶ月物固定金利手形貸出を比較した場合、6ヶ月経過した時点で前者は単なる金利更改なのに対し、後者は満期を迎え他の商品にシフトする可能性があるからである。別表2では、基本的に期間を適用金利の更改期で分類しているが、適用金利期間と最終満期とが一致しない場合（中途の金利更改がある場合）は備考欄に最終満期を表示している。

このほか、厳密に考えると既述の3種類の指標金利と適用金利の差（スプレッド）の現在価値もイールドカーブの変化に伴って変動する。しかし、本稿では簡単化のため、市場金利、短プラ、長プラを問わずスプレッドは一律なしと仮定する。また、指標金利そのものが途中で顧客の選択により変わりうる商品などが抱えるリスク等についても本稿では捨象する。

(2) シミュレーションの方法

イ. イールド構成期間と保有期間の長さの設定

本稿では、HJMモデルで保有期間中のイールドカーブを発生させる際、初期時点のイールドカーブはLIBORとスワップレートから構成する。わが国では十分に流動性がある指標となりうるスワップレートの期間が10年までであるので、イールド構成期間は10年に限定される。さらに、保有期間を最大3年とすると¹⁶、保有期間の最後にはイールド構成のための金利は7年までしか利用できないこととなる。そこで、PV算出にあたっては保有期間中の各時点を起点として以後7年間に発生する

16 ここで保有期間を3年以内としたのは暫定的な仮定であり、特定の理論的根拠に基づくものではない。

キャッシュフローの割引現在価値を求める¹⁷。

ロ. ポジション変動に関する仮定

まず、満期が明示的に定められていない金融商品のうちでも当座預金、現金・預け金といった無利息商品については、将来にわたって残高を一定と仮定することによって（この場合には金利変動に伴う現在価値変動〈金利リスク〉はなし）、本シミュレーションの対象から外すこととする。また、流動性預金や当座貸越等の有利息商品（前者は市場金利半連動、後者は短プラ連動）については、便宜上金利更改間隔は1ヶ月とするが、残高は変化しないものとする。

ロールオーバー比率については、満期を迎えた場合に全額が同じ商品にロールオーバーされるとする100%を上限にこの比率を変化させることによってPVやリスク量に与える影響を観察する。

プリペイメントについては、イールド構成期間の軸に沿って発生した際は、以降全て市場金利で運用、調達するものと仮定する。なお、便宜上保有期間の軸に沿ってはプリペイメントは発生しないものと仮定する。

ハ. パラメータの設定値

(イ) HJMモデルのパラメータ

HJMの標準パラメータは長短金利差に関するボラティリティ項を規定するパラメータ σ_1 、 κ を各々 4.56×10^{-5} 、 6.32×10^{-2} 、満期までの期間全体に影響を及ぼす（パラレルシフト）ボラティリティ項 σ_2 を 4.04×10^{-5} とした¹⁸。

(ロ) プライムレートの確率変動を規定するパラメータ

短期プライムレート

短期プライムレート変動の市場金利変動からのタイムラグは指数分布¹⁹に従うと仮定する。この指数分布パラメータ λ の推計にあたっては、まず、1989年1月（いわゆる新短期プライムレート導入時）末から1996年2月までの月末データをもとに、計23回あった短期プライムレートの更改が何ヶ月のタイムラグで行われたかを個別に特定した（下表参照）。このヒストグラムから、タイムラグの平均値は1.065とな

17 有限のイールド構成期間（本稿では7年間）に発生するキャッシュフローを割り引いたものをポートフォリオのPVとして認識するため、正確なPVになっていないことに留意する必要がある。また、PV算出にあたっては、ロールオーバーした結果7年を超えてしまうものについてはロールオーバーしないものと仮定した。なお、満期の特定されていない商品（流動性預金等）については、常に7年間のキャッシュフローを評価する。

18 1988年4月から1995年7月までの国債の週次データを用いた推計結果を利用した。推計にあたっては小守林克哉氏（第一生命）にご協力頂いた。

19 タイムラグを表す確率変数 X が指数分布に従うということは、 X の確率密度関数 $f(x)$ がパラメータを λ として以下のように記述できることを指す。

$$f(x) = \lambda \exp(-\lambda x), \text{ ただし } x \geq 0.$$

り、指数分布の期待値 ($1/\lambda$) に合致するパラメータ $\lambda=0.939$ が求まった。

タイムラグ	度数
0ヶ月	14
1ヶ月	6
2ヶ月	2
3ヶ月	1
合計	23

長期プライムレート

長期プライムレートのもととなる利金債流通レートは、5年物市場金利（5年スワップレート）に期待値 μ 、標準偏差 σ の正規分布に従うスプレッドを上乗せする形で決定される。このパラメータ μ 、 σ には1987年10月から1996年2月までの利金債流通レートと5年スワップレートのスプレッドの平均値と標準偏差 ($\mu = -0.360$ 、 $\sigma = 0.161$) を用いる。

(ハ) プリペイメント関数のパラメータ

(6) 式において説明変数として採用した金利差、金利差の3乗、残存金額割合に係るパラメータ β_1 、 β_2 、 β_3 は推計に使用するデータがないため、Schwartz and Torous [1989] の米国モーゲージ市場の分析による結果を代用し、次のように設定する。

$$\beta_1 = 0.39678, \quad \beta_2 = 0.00356, \quad \beta_3 = 3.74351. \quad (8)$$

パラメータ β_1 、 β_2 は金利差に応じてプリペイメント率がベースラインからどの程度変化するかを示し、上記設定の場合、仮に金利差が1%生じていたとすると、プリペイメント率が約1.5倍になることになる。パラメータ β_3 は残存金額割合が減るとプリペイメントされにくくなることを示しており、仮に既に10%プリペイメントされているとすると、当初に比べてプリペイメント率が約30%減となる。なお、ベースライン関数のパラメータは満期に応じて設定する²⁰。

20 ベースライン関数のパラメータ p 、 γ については、下表のように設定した。この場合、満期までにはほぼ全額がプリペイメントされるという非現実的な状況が生じるため、新たなパラメータ a を導入し、 π の代わりに $\bar{\pi}(t) = a\pi(t)$ をプリペイメント関数として用いる。

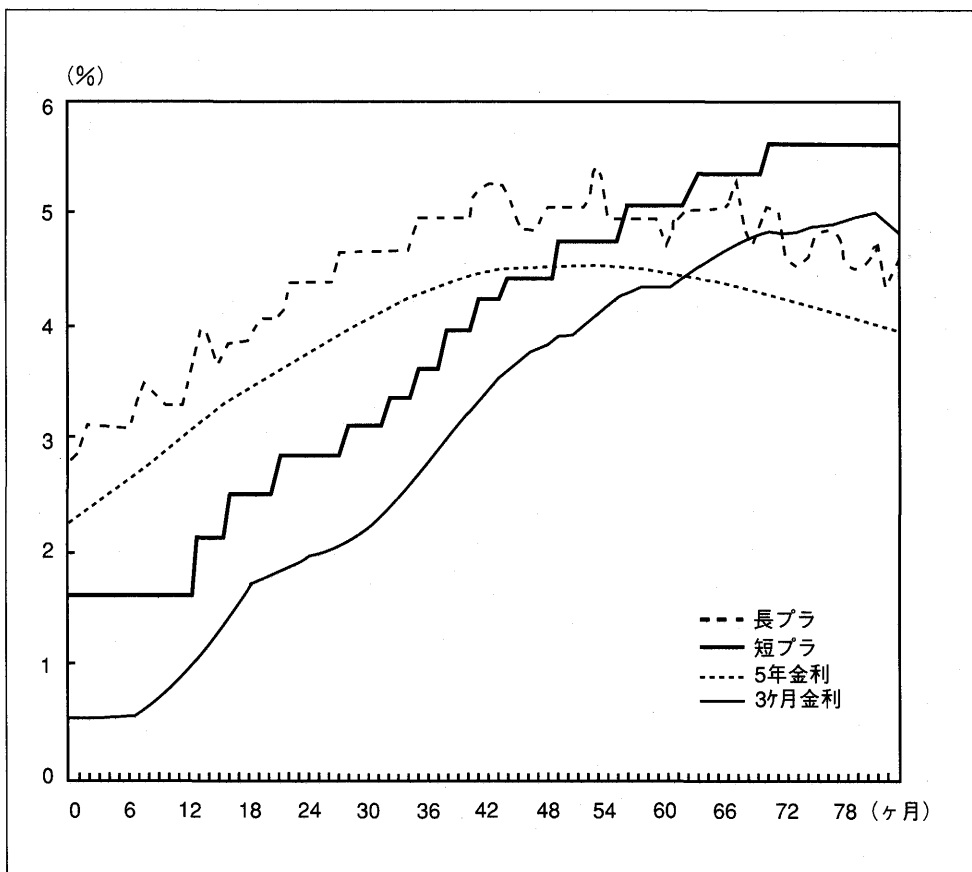
満期	1年	3年	1年	1年
p	3	3	3	3
γ	0.30	0.10	0.05	0.03
a	0.05	0.10	0.15	0.20

(3) シミュレーション結果

イ. イールドカーブ及びリスク量の試算

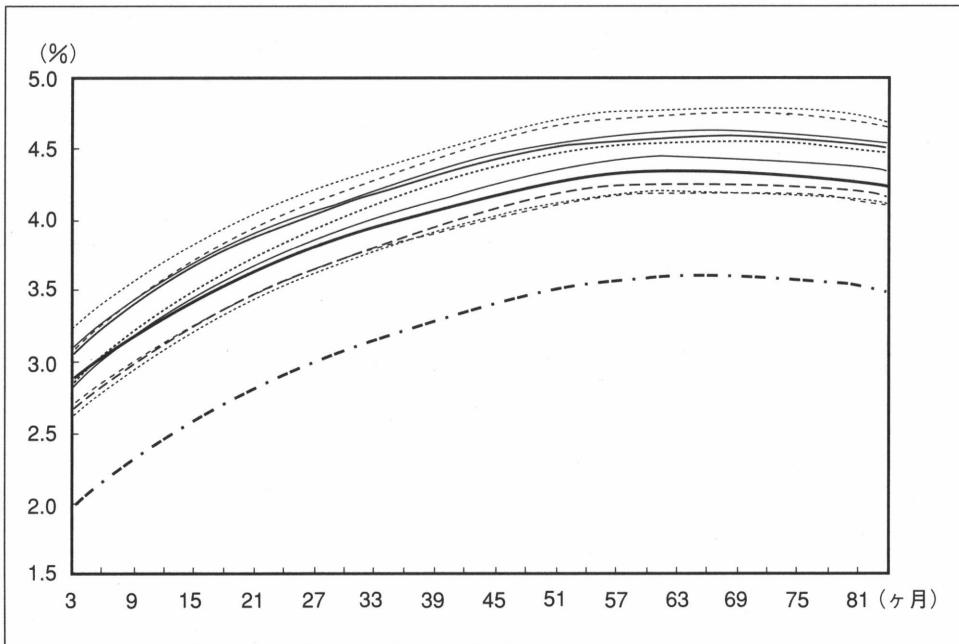
本シミュレーションに用いられる市場金利や制度金利のイールドカーブの形状について確認しておく。例えば、初期時点でのPV（以下、PV0）の評価に用いるフォワードレートのイールドカーブは図2の通りである。第2章(2)ニ、において、正確なPVを求めるためにはいわゆる「シミュレーションのシミュレーション」が必要と述べたが、計算負荷が膨大となるためこれは行わない。すなわち、保有期間方向に発生させた各時点のイールドカーブによりインプライされているフォワード金利をもって、市場金利の（イールド構成期間方向の）将来パスとし、さらに時間差等の要因を加味して同様に制度金利の将来パスとする。

図2 初期時点（95年末）でインプライされる市場金利と制度金利の将来変動



また、モンテカルロ・シミュレーションにより多くのパスを保有期間方向に発生させた場合、最後（＝3年後）にはどのようなイールドが構成されるか確認するべく、10パスを発生させると図3のようになる²¹。

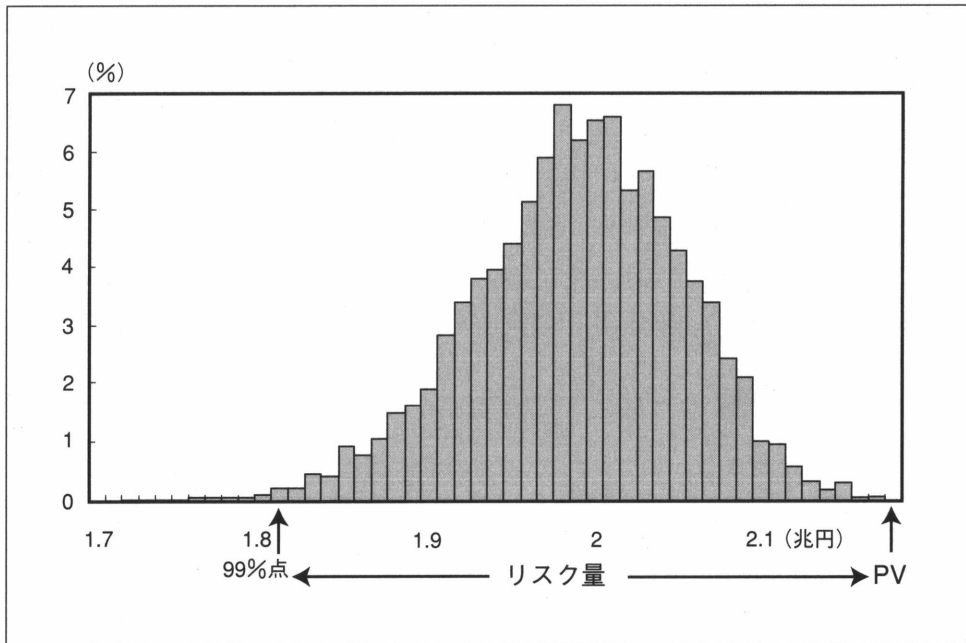
図3 3年後のイールドカーブ変動（10パス）



本シミュレーションでは各パス上の36時点中の最小PV（以下、minPV）を分布させ、その99%タイル点とPV0との差をリスク量として定義する。そこで、minPVがどのような分布をするのか確認したものが図4である。これは、基本ポートフォリオを対象に完全ロールオーバーを仮定して5000回シミュレーションを行い、minPVのヒストグラムを描いたものである。右端にあるPV0を壁に概ね滑らかな分布となっている。

21 図3は当初設定したHJMモデルのパラメータによって得られたイールドカーブであり、このケースではイールドの傾き方の変化が明確には出ていないが、HJMモデルのパラメータを変化させれば、補論5のように様々な形状のイールドカーブが発生する。

図4 minPVの分布（基本ポートフォリオ、完全ロールオーバー、プリペイメントなし）



ロ．銀行勘定の特性が個別商品のPVやリスク量に及ぼす影響

まず、銀行勘定の代表的なリスク要因と考えられる制度金利とプリペイメントの影響を捉えるため、個別商品を対象にシミュレーションを行う。なお、シミュレーション回数（＝パス数）は以下全て500回とする。ただし、1回のシミュレーションで36個のPVが算出されるので、計18,000個のPVをもとにリスク量を算出していることになる。

（イ）制度金利のリスク量への影響

貸出金利として市場金利、短プラ、長プラの3種類を想定し、制度金利がリスク量に与える効果を検証してみる（表1）。対象商品は、元本5兆円、6ヶ月満期の貸出であり、残高一定で先行き7年間ロールオーバーすると仮定する。

表1 制度金利の影響（個別商品のリスク）²²

単位：億円

	市場金利	短プラ連動	長プラ連動
1年保有	13	885	1,605
3年保有	14	970	3,713

22 以下、表中で1年保有等のリスク量のみが示されるが、これは紙面都合によるものであり、実際には、1ヶ月毎に3年までのリスク量を算出している（別表3参照）。

短プラ連動、長プラ連動では、リスク量は市場金利の場合よりも大きく、また保有期間の長期化に伴う変化幅も大幅である。短プラ連動、長プラ連動共通の要因としては、両者とも階段関数になっており市場金利と完全には連動していないことが挙げられ、これがリスク量増加につながると考えられる。このほか短プラ連動特有の要因としては、市場金利の変動に即時に反応して金利改定が行われないことがリスク量に影響を与えると考えられる。一方、長プラ連動についても、改定の指標となる利付き金融債流通レートと市場金利（5年物）との間のベースス変動リスクがあるため、市場金利物に比べてリスク量は増す。さらに一種の5年物金利としての長プラの利息キャッシュフローを6ヶ月物金利ベースで割り引くという計算をしているが、このケースでは初期時点のイールドが順イールドであり、この点から生まれるスプレッド効果が、時間の経過とともに弱まりPVは減少する。このため、1年保有のリスク量と比べて3年保有のリスク量が大幅に増加するものと思われる。

（ロ）プリペイメントのPVへの影響

5年物住宅ローン（元本1.5兆円、市場金利ベース〈2.8%固定〉）を対象にプリペイメントがPV0やリスク量に及ぼす影響を検証してみる（表2）。表2より、ベースライン関数のみのプリペイメント（金利差等に影響されない部分）²³と金利差に基づく顧客の行動を織り込んだプリペイメントを比較すると、顧客の持つオプション等を要因にPVが減少する（85億円⇒47億円）ことが確認された。

表2 プリペイメントの影響（5年住宅ローン）

単位：億円

	プリペイメント			
	ベースラインのみ	金利差付加	全ファクター	なし
PV0	85	47	34	0
1年保有リスク	433	461	460	475
3年保有リスク	641	657	647	645

ハ. 銀行勘定の特性がポートフォリオのPVやリスク量に及ぼす影響

本節では、さらに進んで個別商品を組み合わせたポートフォリオを対象にPV0やリスク量を計量する。

23 この場合、ベースライン関数によるプリペイメントは、初期イールドカーブが順イールドのため、顧客にとって不利な条件下でプリペイメントとなる。したがって、プリペイメントなしの場合に比べてPVが増加している（0⇒85億円）。

(イ) 制度金利のリスク量への影響

制度金利の効果を明確に捉えるため、ここでのみ、基本形ポートフォリオ中の流動性預金の市場金利連動率を20%から100%に高める。この場合、基本形ポートフォリオのリスク量はプリペイメントなし、3年間の保有期間という条件の下で6,666億円となる（表3）。さらに、基本形ポートフォリオ中の制度金利連動商品を全て市場金利連動商品に置き換えてみると（別表4参照）、リスク量は6ヶ月の保有期間で247億円、3年間の保有期間で約1,336億円と大幅に減少する。したがって、制度金利連動商品は個別商品の場合と同様、ポートフォリオのリスク量に対しても影響が大きいことが分かる。

表3 制度金利連動商品のウエイト変化の影響

単位：億円

ポートフォリオ	基本形	市場金利連動のみ
6ヶ月保有	3,380	247
3年保有	6,666	1,336

(ロ) プリペイメントの影響

基本形ポートフォリオにおいてプリペイメントのうち、ベースライン関数によるプリペイメントのみを考慮した場合、PV0は2兆2,157億円である（表4）。これにさらに金利差要因のプリペイメントを加えると、PV0は2兆2,099億円と58億円減少し、3年間保有のリスク量は3,261億円となっている。もっとも、リスク量の水準自体はプリペイメント考慮前（3,591億円）に比し減少している。これは、プリペイメントにより当該ポジションが消滅することにより以降PVが変化する可能性も消滅するという意味でのリスク量削減効果の方が、プリペイメントが発生することによるPVの変動可能性という意味でのリスク量増加効果を上回るためと考えられる。

表4 プリペイメントの影響（保有期間3年）

単位：億円

PV0（ベースライン）	PV0（+金利要因）	リスク量
22,157	22,099	3,261

二. 従来型VaRとの比較

従来トレーディング勘定等で最も一般的に用いられているVaR算出法は、複数の期間金利をリスクファクターとして設定し、それらの間に多変量対数正規過程の仮定をおき、分散・共分散行列を用いてVaRを求めるものであろう。この方法では保有期間 t が長くなるに従ってリスク量が単純に $\sqrt{t}$ 倍で増加する。一方、本シミュレーションで採用したHJM法では3年間のイールドカーブの変動を実際に発生させている。両手法によるリスク量を、市場金利連動商品のみのポートフォリオ（別表3参照）で比較する²⁴と表5の結果を得た。

表5 分散・共分散法との比較

単位：億円

手法	分散・共分散	HJM	HJM
ロールオーバー	—	なし	あり
プリペイメント	なし	なし	なし
1ヶ月保有	291	37	37
6ヶ月保有	726	247	247
3年保有	1,780	1,209	1,336

ホ. モデルのパラメータがリスク量に与える影響

(イ) HJMモデルのパラメータ

本稿で使用したHJMモデルのパラメータ値に対するリスク量の感応度を調べる。基本形ポートフォリオを対象に、 σ_1 、 κ 、 σ_2 の値をそれぞれ5倍に増加させ、変更前とリスク量を比較する（表6）。比較を容易とするためプリペイメントはなく完全ロールオーバーとする。ここで、 σ_1 が主に期近の金利に影響を及ぼすのに止まるのに比べ、 σ_2 は全期間の金利に影響を及ぼす。すなわち、 σ_1 、 σ_2 はイールドカーブの傾きの変動、パラレルな変動をそれぞれ表すため、これらの値の増加に伴い、リスク量は増大する。一方、 κ は期近から期先のフォワードレートに移るに従って、 σ_1 の及ぼす影響が減衰していく度合いを表す。したがって、 κ が増加するに従って期先のフォワードレートは変動しにくくなり、リスク量は減少する。

24 イールド変動過程の相違に基づく比較を行うには、本来、モンテカルロ・シミュレーションによって、イールド変動過程を多変量対数正規過程にした場合とHJMモデルにした場合とを比較すべきであるが、ここでは一般的に最も使用頻度が高いと考えられるものとの比較として、分散・共分散法とHJM法とを比較した。

表6 HJMモデルのパラメータ変化の影響

単位：億円

	標準形	σ_1	κ	σ_2
6ヶ月保有	2,560	3,324	2,559	3,517
1年保有	3,269	3,523	3,037	4,597
3年保有	3,591	4,093	3,427	6,505

(ロ) プリペイメントのパラメータ

前述したように金利差を考慮した場合には、プリペイメントにより、リスクの基準となるPV0そのものが低下する。そこで、基本形ポートフォリオを対象に完全ロールオーバーを仮定して、(8)式で設定された金利差に係わるパラメータ β_1 、 β_2 を2倍にしてみるとPV0は表7のとおりさらに93億円減少する（ベースライン関数は考慮、残存金額割合は非考慮として比較）。

表7 プリペイメントのパラメータ変化がPVに与える影響

単位：億円

	$\beta_1=0$ $\beta_2=0$	$\beta_1=0.39678$ $\beta_2=0.00356$	$\beta_1=0.39678 \times 2$ $\beta_2=0.00356 \times 2$
PV0	22,158	22,099	22,006

5. おわりに — リスク管理上のインプリケーション

本稿では、銀行勘定の金利リスクをVaRで計測するための基本的フレームワークの提示を試みた。そしてこのフレームワークを用いて仮想ポートフォリオのリスク量を計測することにより、銀行勘定の金利リスク量のおおよその規模、銀行勘定の特性である制度金利、プリペイメントとリスク量の関係等について具体的に把握することが可能となった。本稿のシミュレーション結果はあくまで様々な仮定の下でなされた一計算例にすぎないが、銀行勘定の金利リスクが様々なファクターの影響を受けていることを示す一つの証左が得られたというのは事実であろう。

もっとも、本稿で提示した市場金利・プリペイメント・制度金利モデルは一つの例示にすぎず、実際の金融機関におけるリスク管理で用いる場合には様々なタイプのモデルがあり得よう。また、本稿ではシミュレーションを極力単純化するための仮定を数多くおいているにもかかわらず、銀行勘定の様々な特性を組み入れる過程で計算自体が相当重くなるという問題に既に直面している。実務においては、リスク計測の正確さと計算負荷とのトレードオフにも配慮したモデルの選択がなされることとなろう。その際には、制度金利要因、プリペイメント要因といった個々のビルディングブロックについて厳密な議論を積み重ねた上で、各ビルディングブロックの簡便化を進めていくという手順をとるべきである。

なお、本稿のモデルにおいては単純化の観点から考慮にいれなかった、①当座預金等non-maturity商品のリスク量測定、②キャッシュフロー算定時の金利スプレッド、利息キャッシュフローの取り込み、③トレーディング勘定の金利リスク・信用リスクとの統合管理は、今後の重要な検討課題である。また、プリペイメント関数の現実的な推計のためには、期前返済・解約データの整備が不可欠であり、こうした取引データの整備もリスク管理実務の観点からは極めて重要であろう。わが国においてはほとんど行われてこなかった本分野に関する一層の理論的・計量的検討が望まれる。

補論

この補論では、リスク指標、代表的な金利の期間構造におけるマルチファクター・モデル、制度金利のモデル化、プリペイメント・モデルの数学的表現について記述する。

補論1. リスク評価指標

時点 s で評価した将来時点 u の瞬間的なフォワード・レートを $\{f(s,u), 0 \leq s \leq u\}$ とする。また、各資産・負債 i ごとに、時点 s において考えられる将来時点 u で発生するキャッシュフローを $CF_i(s,u,f(s,u))$ と表記する。いま、一定の期間 $[t, \tau]$ を設定する。ある一つの金利の期間構造 $\{f(s,u), s \in [t, \tau], u \in [s, s+T]\}$ の変化のサンプルパス (ω) を考え、パス上における金利の期間構造 $f(s,u), s \in [t, \tau]$ の集合を $R(t, \tau, \omega)$ とする。このとき、各時点 s における金利の期間構造 $f(s,u) \in R(t, \tau, \omega)$ が与えられた時²⁵、 $u \in [s, s+T]$ の範囲で評価した銀行勘定の現在価値を $PV_i(s, T)$ とすれば、 s 時点までの情報を F_s として、

$$PV_i(s, T) = \sum_i \tilde{E} \left[\int_s^{s+T} \exp \left(- \int_s^u r(u) du \right) CF_i(s, u, f(s, u)) du \middle| F_s \right], \quad (\text{A-1})$$

$$t \leq s \leq u \leq s+T, \quad s \in [t, \tau]$$

$$r(t) = f(t, t),$$

となる。ここで、 $\tilde{E}[\cdot]$ はリスク中立確率測度（同値マルチンゲール測度）のもとで期待値をとることを意味している。このとき、金利の期間構造の変化全体に対して、

$$\Pr \left[\min_{f \in R(t, \tau, \omega)} \{PV_i(s, T) - PV_0(t, T)\} \leq -\text{VaR}_\alpha(t) \right] = \alpha, \quad (\text{A-2})$$

として求められる $\text{VaR}_\alpha(t)$ を時点 t での水準 α におけるリスク量として定義する。

25 確定キャッシュフローの商品についてはこの金利の期間構造で割引現在価値を算出できるが、オプション性の商品についてはこの金利の期間構造を初期構造としてパスを発生させることにより期待値を評価する。

補論2. 市場金利のモデル化

(1) Brennan-Schwartzモデル

代表的な2ファクター・モデルの一つにBrennan and Schwartz [1979] によるモデルがある。このモデルは、瞬間的なスポットレートと長期債（コンソル債）の二つの金利に対してモデルを仮定する。すなわち、二つのファクターは短期と長期の金利に直接結び付けられており、直観的にも理解しやすい。しかし、このモデルでは、割引債価格等の金利派生証券の価格については、リスクの市場価格が与えられたもとの価格が満足すべき偏微分方程式の導出ができるにとどまるため、価格を求めるためには、この偏微分方程式を数値計算によって解かなければならない。

瞬間的なスポットレートを $\{r(t), t \geq 0\}$ 、長期債（コンソル債）の金利を $\{l(t), t \geq 0\}$ とし、ある確率空間 $(\Omega, \mathbf{F}, P)$ 上で定義されるウィーナー過程を $\{W_1(t), t \geq 0\}$ 、 $\{W_2(t), t \geq 0\}$ とする。Brennan and Schwartz [1979] モデルでは、各金利の過程は次のように記述できると仮定する。

$$\begin{aligned} dr(t) &= \beta_1(r, l, t)dt + \eta_1(r, l, t)dW_1(t), \\ dl(t) &= \beta_2(r, l, t)dt + \eta_2(r, l, t)dW_2(t), \\ dW_1(t)dW_2(t) &= \rho dt. \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

ここで、 $\beta_i(\bullet)$ 、 $\eta_i(\bullet)$ 、 $i=1, 2$ は各々短期金利、長期金利、時間に関する関数であり、 ρ は二つのウィーナー過程の相関係数を示す定数項である。コンソル債が市場で取り引きされているという仮定のもとに、無裁定条件に関する議論から長期金利におけるリスクの市場価格 $\{\lambda_2(r, l, t), t \geq 0\}$ については、

$$\lambda_2(r, l, t) = -\eta_2(r, l, t) / l + (\beta_2(r, l, t) - l^2 + rl) / \eta_2(r, l, t), \quad (\text{A-4})$$

が成立する。さらに、

$$\begin{aligned} \eta_1(r, l, t) &= r\sigma_1, \\ \eta_2(r, l, t) &= l\sigma_2, \\ \beta_1(r, l, t) &= r[\alpha \ln(\frac{l}{pr}) + \frac{1}{2}\sigma_1^2], \end{aligned} \quad (\text{A-5})$$

と仮定すると、短期金利に関するリスクの市場価格 $\{\lambda_1(r, l, t), t \geq 0\}$ が与えられた時の、割引債価格 $B(r, l, t)$ が従う偏微分方程式は次を満足する。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}B_{rr}r^2\sigma_1^2 + B_{rr}rl\rho\sigma_1\sigma_2 + \frac{1}{2}B_{ll}l^2\sigma_2^2 + B_{lr}[\alpha \ln(l/pr) + \frac{1}{2}\sigma_2^2 - \lambda_1\sigma_1] + B_{ll}[\sigma_2^2 + l - r] - B_t - Br &= 0, \\ B(r, l, 0) &= 1. \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

ここで、 B_x は $B(r, l, t)$ の x に関する偏微分を、 B_{xx} は2階の偏微分を示す。

(2) マルチファクターCIRモデル

Cox, Ingersoll and Ross [1985] のフレームワークのもとでのマルチファクター・モデルもよく知られている。これは、瞬間的なスポットレート $\{r(t), t \geq 0\}$ が K 個の状態変数 $\{y_j(t), t \geq 0, j=1, \dots, K\}$ の和によって記述でき、さらに、各状態変数は平均回帰性を持つ平方根過程に従って変動すると仮定したモデルである。このモデルでは、例えば、時点 t における満期 τ の割引債の価格 $P(t, \tau)$ は、1ファクターのCIRによる価格式の自然な拡張として求められることが知られている。具体的にはスポットレート $\{r(t), t \geq 0\}$ が、

$$r(t) = \sum_{j=1}^K y_j(t), \quad (\text{A-7})$$

と記述でき、さらに、各状態変数の確率過程は以下の平方根過程に従っていると仮定できる。

$$dy_j(t) = \kappa_j(\theta_j - y_j(t))dt + \sigma_j \sqrt{y_j(t)} dW_j(t), \quad j=1, \dots, K. \quad (\text{A-8})$$

ここで、各 $\{W_j(t), t \geq 0\}$ は独立なウィーナー過程である。このモデルでは、時点 t における満期 τ の割引債価格 $P(t, \tau)$ は、1ファクターCIRモデルの自然な拡張として、以下のように求められることが知られている。

$$P(t, \tau) = \prod_{j=1}^K A_j(t, \tau) \exp\left\{-\sum_{j=1}^K B_j(t, \tau) y_j(t)\right\}, \quad (\text{A-9})$$

$$A_j(t, \tau) = \left[\frac{2\gamma_j \exp\{1/2(\kappa_j + \lambda_j + \gamma_j)(\tau - t)\}}{2\gamma_j + (\kappa_j + \lambda_j + \gamma_j)(e^{\gamma_j(\tau-t)} - 1)} \right]^{\frac{2\kappa_j\theta_j}{\sigma_j^2}}, \quad (\text{A-10})$$

$$B_j(t, \tau) = \frac{2(e^{\gamma_j(\tau-t)} - 1)}{2\gamma_j + (\kappa_j + \lambda_j + \gamma_j)(e^{\gamma_j(\tau-t)} - 1)}, \quad (\text{A-11})$$

$$\gamma_j = \sqrt{(\kappa_j + \lambda_j)^2 + 2\sigma_j^2}, \quad (\text{A-12})$$

ここで、 $\lambda_j y_j$ は各状態変数に対するリスクプレミアムであり、 λ_j は定数である。

Longstaff and Schwartz [1992] は、このモデルのフレームワークのもとで、2ファクターの場合瞬間的なスポットレート $\{r(t), t \geq 0\}$ およびそのボラティリティ $\{V(t), t \geq 0\}$ が同じ状態変数の線型モデルの形で記述できることに着目し、GARCH (Generalized Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity) モデルを用いたパラメータ推定方法を提案している。すなわち、

$$dy_j(t) = \kappa_j(\theta_j - y_j(t))dt + \sigma_j \sqrt{y_j(t)} dW_j(t), \quad j=1, 2, \quad (\text{A-13})$$

のときには、瞬間的なスポットレート $\{r(t), t \geq 0\}$ およびそのボラティリティ

$\{V(t), t \geq 0\}$ が、

$$\begin{aligned} r(t) &= \alpha y_1(t) + \beta y_2(t), \\ V^2(t) &= \alpha^2 y_1(t) + \beta^2 y_2(t), \end{aligned} \quad (\text{A-14})$$

と記述できることに着目し、GARCHを用いたパラメータの推定方法についても提案している。

一方、Chen and Scott [1995] は、 $K=2$ あるいは3とした場合を考え、Kalman フィルターを用いたパラメータの推定方法を提案し、その特性を議論している。彼等の結論によれば、実際の金利変動から推定される各状態変数は、主として、①金利全体に影響を及ぼす因子、および、②短期金利に大きな影響を及ぼし、長期金利になるに従って影響が小さくなる因子、であることを確認している。

しかしながら、このモデルのフレームワークでは、いずれも観測、解釈することが難しい状態変数を仮定してモデルを構築する必要があり、金利の変動を直観的に理解しにくくなっている。また、実際に使用するためには、パラメータの推定が複雑になるなどの問題点を持っている。

(3) HJMモデル

時点 t からみた将来時点 T における瞬間的なフォワードレート $\{f(t, T), 0 \leq t \leq T\}$ について以下のプロセスを仮定する。

$$df(t, T) = \alpha(t, T)dt + \sum_{n=1}^N \sigma_n(t, T)dW_n(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (\text{A-15})$$

ここで、各 $\{W_j(t), t \geq 0\}$ は独立なウィーナー過程、 $\{\alpha(t, T), 0 \leq t \leq T\}$ 、 $\{\sigma_n(t, T), 0 \leq t \leq T\}$ 、 $n=1, \dots, N$ は、各々ある条件を満足するドリフト過程とボラティリティ過程である。いま、リスクの市場価格を $\beta_n(t), n=1, \dots, N$ とすると、同値マルチンゲール測度のもとでは、

$$df(t, T) = \alpha(t, T)dt + \sum_{n=1}^N \sigma_n(t, T)d\tilde{W}_n(t) + \sum_{n=1}^N \beta_n(t)\sigma_n(t, T)dt, \quad t \in [0, T], \quad (\text{A-16})$$

と表現される。ただし、無裁定の議論から、

$$\alpha(t, T) = -\sum_{n=1}^N \sigma_n(t, T)(\beta(t) - \int_t^T \sigma_n(t, v)dv), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (\text{A-17})$$

という関係が導かれ、この関係式を用いると、リスクの市場価格を含まない、ボラティリティ関数のみによる同値マルチンゲール測度のもとでの表現が得られる。さらに、割引債価格 $P(t, T)$ は、同値マルチンゲール測度のもとで、

$$P(t, T) = \exp\left\{-\int_t^T f(t, s)ds\right\}, \quad (\text{A-18})$$

で与えられる。したがって、割引債価格の変動過程は、

$$dP(t,T) = r(t)P(t,T)dt - \sum_{n=1}^N \left\{ \int_t^T \sigma_n(t,s)ds \right\} P(t,T) d\tilde{W}_n(t), \quad (\text{A-19})$$

$$r(t) = f(t,t),$$

と記述できる。

補論3. 制度金利のモデル化

(1) 制度金利の水準と基準となる市場金利の水準レンジを固定するモデル

$\{r_s(t), t \geq 0\}$ を短期プライムレートとし、時点 t におけるある固定された満期 τ の市場金利を $\{r(t,\tau), \tau \geq t \geq 0\}$ (実際には、3ヶ月物CD) とすると、

$$r_s(t+\Delta t) = \begin{cases} r_s^1, & 0 \leq r(t,\tau) \leq r^1, \\ \vdots & \\ r_s^i, & r^{i-1} \leq r(t,\tau) \leq r^i, \\ \vdots & \\ r_s^m, & r^{m-1} \leq r(t,\tau), \end{cases} \quad (\text{A-20})$$

Δt : $r(t)$ が境界値を直前に横切った時点からの時間間隔で指数分布 $\text{EXP}(\lambda)$ に従う確率変数。

(2) 短期プライムレートの変更手続きに従うモデル

$r_{3CD}(t)$: 時点 t における3ヶ月物CD

$\bar{t}$: 前回短期プライムレートが変更された時点

$\bar{\bar{t}}$: $\text{abs}(r_{3CD}(t) - r_{3CD}(\bar{t})) \geq 0.25$ となる最初の時点

$\text{abs}(x)$: x の絶対値

とすれば、

$$r_s(\bar{\bar{t}}+\Delta t) = r_s(\bar{t}) + \text{int} \left[\frac{r_{3CD}(\bar{\bar{t}}+\Delta t) - r_{3CD}(\bar{t})}{0.125} + 0.5 \right] * 0.125, \quad (\text{A-21})$$

Δt : $\text{EXP}(\lambda)$ に従う確率変数、

$\text{int}[x]$: x を超えない整数。

(3) 長期プライムレートに関するモデル化

$r_l(t)$: 時点 t における長期プライムレート

$r_c(t)$: 時点 t における5年物利金債クーポンレート

$\bar{r}_c(t)$: 時点 t における5年物利金債流通レート

$\bar{t}$: $\text{abs}(\bar{r}_c(t) - r_c(t)) \geq 0.20$ となる最初の時点

とすれば、

$$r_c(\bar{t}+\Delta t) = r_c(\bar{t}) + \text{int} \left[\frac{\bar{r}_c(\bar{t}+\Delta t) - r_c(\bar{t})}{0.1} + 0.5 \right] * 0.1, \quad (\text{A-22})$$

Δt : EXP(λ) に従う確率変数²⁶、
 $\text{int}[x]$: x を超えない整数。

ここで、利金債流通レートは満期が等しい市場金利（5年物スワップ）にスプレッドを加えることで求まるとすれば、

$$\bar{r}_c(t) = r(t) + r_{\text{spread}}(t), \quad (\text{A-23})$$

$r_{\text{spread}}(t) \sim \text{正規分布 } N(\mu, \sigma^2)$ に従う確率変数を仮定。

補論4. プリペイメント・モデル

(1) 合理的モデル

モーゲージにおけるプリペイメント行動を「合理的」な立場から捉えようとする研究は少なくとも Dunn and McConnel [1981] まで溯ることができる。このクラスのモデルは、モーゲージ設定者は、残存負債の価値を将来の金利動向にわたって勘案し、それが残存元本金額と再調達コストの合計を超えた時点でプリペイメントを行うと仮定するものである。このクラスのモデルとしては、Johnston and Van Druenen [1988]、Stanton [1993a, 1993b]、McConnell and Singh [1994] などが代表的なものとしてあげられる。

ただし、「合理的」といっても、全員が一斉に合理的基準を満たすように行動するのではなく、遅れのパラメータを導入したり (Dunn and Spatt [1986])、モーゲージ設定者を、その借り換え時のコストの高低によっていくつかのグループに分類し、金利の変化に対する借り手の態度の差を表現したり、経済状態とは独立に常時発生しているプリペイメントを組み合わせたりする (Stanton [1993a, 1993b]) といった、様々なモデルが提案されている。

このようなモデル化を行う場合には、アメリカン・オプションの評価と同じく、イールドの構成期間にわたって、上記の価値の比較を満期時点からバックワードに計算しなければならない。したがって、本稿で考えているモンテカルロ・シミュレーションの手法では、このような計算に対処することは難しく、格子法のようなものを考える必要がある。

McConnell and Singh [1994] では、最初に格子法によって、プリペイメントが発生する限界金利を求め、モンテカルロ・シミュレーションでは、その限界金利に達した時点でプリペイメントが加速されるモデルを提案している。いま、モーゲージ設定者の負債価値を $V(r(t), t)$ とし、借り換えコストが、その時点における元本 $F(t)$ に一定の比率 RF をかけた形でかかると仮定する。すると、モーゲージ設定者は、常に $V(r(t), t)$ と $(1+RF)F(t)$ の大小を比較し、負債価値が元本と借り換えコストの合計を超えた瞬間にプリペイメントを起こすと考えられる。連続的な評価を行ってい

26 本稿のシミュレーションでは、長期プライムレートに関してこうしたタイムラグは考慮していない。

るとすれば、プリペイメントを起こす限界金利 $r_c(t)$ は

$$V(r(t), t) = (1+RF)F(t), \quad (\text{A-24})$$

を満足する金利として求められる。さらに、全ての投資家が一斉に解約行動を起こすという仮定も現実的とは考えられないので、遅れのパラメータ α を用いて、プリペイメント率 $\pi(t)$ は、

$$\pi(t) = \begin{cases} \pi_0(t), & r(t) > r_c(t), \\ \pi_0(t) + \alpha, & r(t) < r_c(t), \end{cases} \quad (\text{A-25})$$

と変化すると仮定する。ここで、 $\pi_0(t)$ は金利の動向にかかわらず常に発生しているプリペイメント (background prepayment) 率である。さらに、モーゲージ設定者が「合理性」のレベルによって、いくつかのグループに分かれるとすれば、各グループごとに借り換えコストに差を設け、合理的なプリペイメントの起こりやすさを変化させることも可能である。

(2) プリペイメント関数モデル

Schwartz and Torous [1989] では、次のようなモデルを提案している。プリペイメントに影響を与える変数ベクトルを v 、パラメータベクトルを β とすると、プリペイメント関数は、

$$\pi(t) = \pi_0(t) \exp(\beta' v), \quad (\text{A-26})$$

ただし、 $\pi_0(t)$ は環境変化に関係なく発生しているプリペイメント率で次の log-logistic 関数を仮定する。

$$\pi_0(t) = \frac{\gamma p (\gamma t)^{p-1}}{1 + (\gamma t)^p}, \quad (\text{A-27})$$

変数としては、例えば、モーゲージの契約金利 c と再調達後の金利 (長期金利で代替) $l(t)$ の差、

$$v_1(t) = c - l(t-s), \quad s \geq 0, \quad (\text{A-28})$$

s は意思決定上のラグを表現するパラメータ、などを考えている。この変数以外にも、金利差の拡大による加速を表現する変数、当該時点までの残存金額のプリペイメントを考慮しない場合の残存金額に対する割合を表す変数、季節変動を表現する変数などが組み込まれている。

(3) 離散近似モデル

最も単純なモデルの例として、Zipkin [1993] のモデルがあげられよう。彼は、モーゲージ証券のプリペイメントをモデル化するにあたって、マルコフ連鎖に従っ

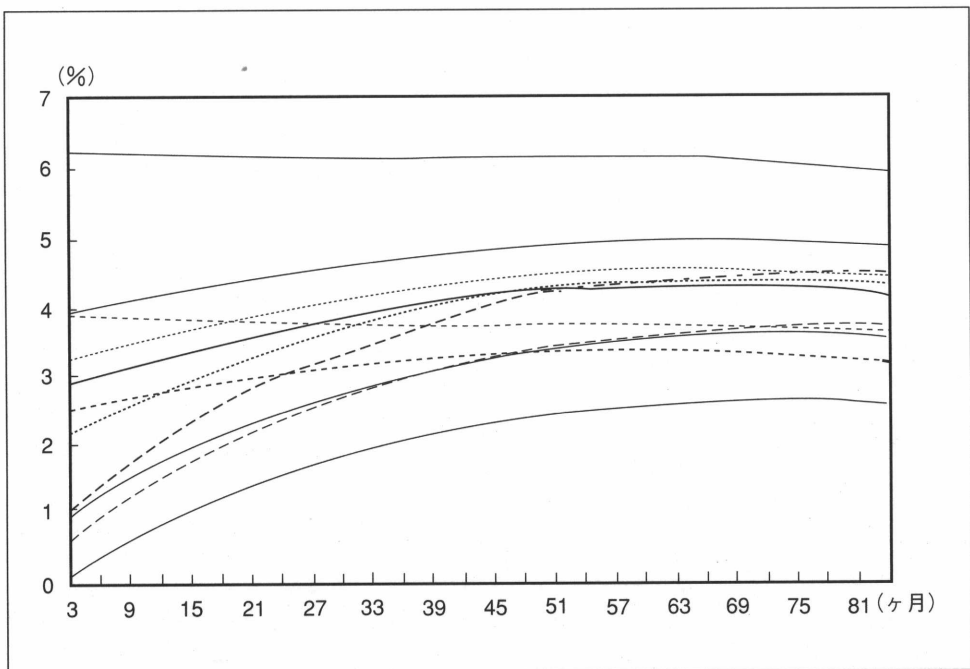
て変動する離散的な金利モデルを考え、プリペイメント率を金利水準の確定的な関数として仮定するモデルを提案している。金利に連続モデルを仮定する場合には、金利水準をいくつかのレンジに分割し、各レンジにおいてプリペイメント率の形状を仮定するモデルが考えられる。

$$\pi(t) = \begin{cases} \pi_1 & r(t) \leq r_1, \\ \vdots & \\ \pi_i & r_{i-1} \leq r(t) \leq r_i, \\ \vdots & \\ \pi_n & r_{n-1} \leq r(t), \end{cases} \quad (\text{A-29})$$

ここで、例えば、定期預金であれば、 $r(t)$ として定期預金金利と預け替えた場合の金利の差をとればよい。

補論5. HJMモデルによるイールドカーブの発生

HJMモデルのパラメータを変えることによって、より多様なイールドカーブ群を発生させることも可能となる。例えば、 $\sigma_1 = 0.000365$ 、 $\kappa = 0.0632$ 、 $\sigma_2 = 0.000202$ とすると、下図のとおりとなる。



別表1 銀行勘定の主な商品の特徴

負債科目	貸出金		
	当座貸越	短期貸出	長期貸出
保有期間	随時返済可能	～満期（数ヶ月）	～満期（中長期）
流動性	なし	なし	なし
金利種類	ベース金利変更に伴い随時変更	満期（数ヶ月後）まで固定	満期（中長期）まで固定あるいは期間中ベース金利変動に応じ変動
中途解約	随時満期が到来し、返済可能	原則なし	原則無しであるが個人向け（特に住宅ローン）で頻繁にあり
キャッシュフロー特性	元本返済随時、利払い定期的	元本及び利息満期一括	期中、利払いあり元本は分割返済又は満期一括

負債科目	預金				
	流動性預金				定期性預金
	当座	普通	貯蓄	通知	定期
保有期間	随時引き出し可能	随時引き出し可能	随時引き出し可能	随時引き出し可能	～満期（数年）
流動性	なし	なし	なし	なし	なし
金利種類	無利息	満期（随時）まで固定	満期（随時）まで固定	満期（数ヶ月）まで固定	固定、一部変動金利定期あり
中途解約	随時満期が到来し、引出可能	随時満期が到来し、引出可能	随時満期が到来し、引出可能	通知により、引出可能	あり
キャッシュフロー特性	元本引出随時	元本引出随時、利払い定期的	元本引出随時、利払い定期的	満期に元利償還	満期に元利償還、途中利払いもあり

注）表中の保有期間とは、銀行が各商品を保有する平均的な期間を指し、本稿中で使われているリスク計測期間としての「保有期間」とは異なる概念。

別表2 銀行勘定仮想ポートフォリオ (基本形)

負債		変動・固定	適用金利	連動	満期なし	1M	3M	6M	12M	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	総計	備考
当座預金		無利息	—		5											5	
その他流動性預金 (普通・貯蓄・通知)		期日なし	市場金利	半連動	—	20										20	
定期預金		固定金利	市場金利	完全連動		—	—	25	35	—	10	—	—	—	—	70	
定期預金		変動金利	市場金利	完全連動			—	5	—							5	満期は3年
																100	
資産		変動・固定	適用金利	連動	満期なし	1M	3M	6M	12M	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	総計	備考
現金・預け金		無利息			5											5	
短期貸出金 (割引手形・手形貸出)		固定金利	短ブラ	完全連動		—	—	20	—							20	
長期貸出金(証書貸出)		固定金利	市場金利	完全連動		—	—	5	—							5	
長期貸出金(証書貸出)		変動金利	短ブラ	完全連動		—	—	25	—							25	満期は3年
長期貸出金(証書貸出)		変動金利	長ブラ	完全連動		—	—	5	—							5	満期は3年
住宅ローン		固定金利	市場金利	完全連動						5	—	—	5	—	—	10	
住宅ローン		変動金利	短ブラ	完全連動		—	—	5	—							5	満期は7年
当座貸越 (企業OD・カードローン等)		固定金利	市場金利	完全連動					—	—	—	—	5	—	—	5	
		期日なし	短ブラ	完全連動	—	20										20	
																100	

注) 負債、資産それぞれの合計を100とした場合の各商品の割合を示したものの。

別表3 シミュレーション結果

対象商品：個別貸出金
ロールオーバー：あり

保有期間 (ヶ月)	市場金利連動 (リスク量、億円)	短プラ連動 (リスク量、億円)	長プラ連動 (リスク量、億円)
1	10	501	272
2	10	511	291
3	10	511	338
4	10	511	338
5	10	511	338
6	10	711	943
7	13	715	949
8	13	715	949
9	13	715	949
10	13	715	949
11	13	715	949
12	13	885	1605
13	14	885	1614
14	14	885	1643
15	14	885	1643
16	14	885	1643
17	14	885	1643
18	14	898	2243
19	14	898	2259
20	14	898	2259
21	14	898	2259
22	14	898	2259
23	14	898	2259
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
33	14	914	3315
34	14	914	3315
35	14	914	3315
36	14	970	3713
PV0	0	2,692	4,675

別表4 銀行勘定仮想ポートフォリオ (制度金利なし、すべて市場金利)

負債																
種別	変動・固定	適用金利	連動	満期なし	1M	3M	6M	12M	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	総計	備考
当座預金	無利息	—		5											5	
その他流動性預金 (普通・貯蓄・通知)	期日なし	市場金利	半連動	—	0										0	
定期預金	固定金利	市場金利	完全連動		—	—	45	35	—	10	—	—	—	—	90	
定期預金	変動金利	市場金利	完全連動			—	5	—							5	満期は3年
															100	

資産																
種別	変動・固定	適用金利	連動	満期なし	1M	3M	6M	12M	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	総計	備考
現金・預け金	無利息	—		5											5	
短期貸出金 (割引手形・手形貸出)	固定金利	短プラ	完全連動		—	—	0	—							0	
長期貸出金(証書貸出)	固定金利	市場金利	完全連動		—	—	80	—							80	
長期貸出金(証書貸出)	変動金利	短プラ	完全連動		—	—	0	—							0	満期は3年
長期貸出金(証書貸出)	変動金利	長プラ	完全連動		—	—	0	—							0	満期は3年
住宅ローン	固定金利	市場金利	完全連動						5	—	—	5	—	—	10	
住宅ローン	変動金利	短プラ	完全連動		—	—	0	—							0	満期は7年
当座貸越 (企業向OD・カードローン等)	固定金利	市場金利	完全連動					—	—	—	—	5	—	—	5	
	期日なし	短プラ	完全連動	—	0										0	
															100	

参考文献

- 小田 信之、村永 淳、「信用リスクの定量化手法について —ポートフォリオのリスクを統合的に計量する枠組みの構築に向けて—」、『金融研究』、第15巻第4号、日本銀行金融研究所、1996年
- 日本銀行金融研究所、「バリュー・アット・リスク (Value at Risk) の算出とリスク／リターン・シミュレーション」、『日本銀行月報』、1995年4月
- Brennan, M. J. and E. S. Schwartz, "A Continuous Time Approach to the Pricing of Bonds," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 3, 1979, pp. 133-155.
- Chen, R. R. and L. O. Scott, "Multi-Factor Cox-Ingersoll-Ross Model of the Term Structure: Estimates and Tests from a Kalman Filter Model," Working Paper of University of Georgia, 1995.
- Cox, J. C., J. E. Ingersoll and S. A. Ross, "An Intertemporal Equilibrium Model of Asset Prices," *Econometrica*, Vol. 53, 1985, pp. 363-384.
- Dunn, K. B. and J. J. McConnell, "Valuation of GNMA Mortgage-Backed Securities," *Journal of Finance*, Vol. 36, 1981, pp. 599-617.
- and C. S. Spatt, "The Effect of Refinancing Costs and Market Imperfections on the Optimal Call Strategy and the Pricing of Debt Contracts," Working Paper of Carnegie-Mellon University, 1986.
- Heath, D., R. A. Jarrow and A. Morton, "Contingent Claim Valuation with a Random Evolution of Interest Rates," *The Review of Futures Markets*, Vol. 9, 1990, pp. 54-76.
- , ——, and ——, "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claim Valuation," *Econometrica*, Vol. 60, 1992, pp. 77-105.
- Litterman, R. and J. Scheinkman, "Common Factors Affecting Bond Returns," *Journal of Fixed Income*, Vol. 1, 1991, pp. 54-61.
- Longstaff, F. A. and E. S. Schwartz, "Interest Rate Volatility and the Term Structure: A Two - Factor General Equilibrium Model," *Journal of Finance*, Vol. 47, 1992, pp. 1259-1282.
- McConnell, J. J. and M. Singh, "Rational Prepayments and the Valuation of Collateralized Mortgage Obligations," *Journal of Finance*, Vol. 59, 1994, pp. 891-921.
- Ritchken, P. and L. Sankarasubramanian, "A Multifactor Model of the Quality Option in Treasury Futures Contracts," *Journal of Financial Research*, Vol. 18, 1995, pp. 261-279.
- Schwartz, E. S. and W. N. Torous, "Prepayment and the Valuation of Mortgage-Backed Securities," *Journal of Finance*, Vol. 55, 1989, pp. 375-392.
- Stanton, R., "Rational Prepayment and The Valuation of Mortgage-Backed Securities," Working Paper of University of California, Berkeley, 1993a.
- , "Pool Heterogeneity and Rational Learning: The Valuation of Mortgage-Backed Securities," Working Paper of University of California, Berkeley, 1993b.
- Vasicek, O. A., "An Equilibrium Characterization of the Term Structure," *Journal Financial Economics*, Vol. 19, 1987, pp. 177-188.

Wright, D. and J. Houpt, "An Analysis of Commercial Bank Exposure to Interest Rate Risk," *Federal Reserve Bulletin*, February 1996.

Zipkin, P., "Mortgages and Markov Chains: A Simplified Evaluation Model," *Management Science*, Vol. 39, 1993, pp. 683-691.