

最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について

木 村 武

1. はじめに—要旨をかねて—
2. 従来型移動平均季節調整法の概念と問題点
3. X-12-ARIMA の特徴
4. X-12-ARIMA のパフォーマンスに関する実証分析
5. 今後の課題

キーワード：季節調整、移動平均型季節調整法、X-11、X-12-ARIMA、
季調済系列の安定性

ジャンル別分類：J

1. はじめに—要旨をかねて—

現在世界各国の統計機関の多くは、米国商務省センサス局が1965年に開発した移動平均型季節調整法 X-11を利用して、経済時系列の季節調整を行っている。わが国でも、経済企画庁や総務庁、日本銀行等で X-11が利用されている。こうした中、センサス局は、季節調整済系列（以下、季調済系列）が新規データの追加に伴い大幅に改定されてしまう問題（季調済系列の不安定性の問題）等、従来から指摘されてきた X-11の問題点を解決する目的で開発した X-12-ARIMA を、1996年上期中に一般公開する予定である。実際わが国では、季調済系列の不安定性に加え、季調済系列が時として不自然な動きを示す問題などが、景気判断に対する攪乱要因として無視できないものとなってきており、今回開発された X-12-ARIMA がそうした問題を解決してくれるものと大きく期待される場所である。

本論文は、X-12-ARIMA について、X-11等従来の季節調整法と比較しながらその概要を紹介するとともに、わが国の経済時系列に実際に適用した実証分析の結果を取りまとめたものである。結論を先取りすれば、X-12-ARIMA による季調済系列の経済指標としての実用性は、X-11や MITI 法（通産省が鉱工業指数の季節調整に利用）比かなり高いことが確認できた。すなわち、X-12-ARIMA を利用すれば、実務者にとって最も重要な

本論文を作成するに当たっては、国友直人教授（東京大学）から有益なコメントを頂いた。ただし、本論文中ありうべき誤りはすべて筆者の責めに帰するものである。

評価基準の一つである「季調済系列の安定性」を大分改善できるようになるほか、景気分析上不要な情報である曜日変動（月々の曜日構成の変化に伴う経済時系列の変動）等を適切に推計・除去することにより、季調済系列から不自然な動きをかなり削減できるようになる。

本論文の構成は次のとおりである。

まず、2. で、季節調整の概念について簡単にふれた後、X-11やX-11-ARIMA等の従来型移動平均調整法の問題点について述べる。次に3. では、X-12-ARIMAの特徴について、とくにREGARIMAと呼ばれる時系列モデルを用いた原系列の事前調整プロセスについて、その構造や推計方法等をやや詳しく述べる。4. では、X-12-ARIMAをわが国の経済時系列に適用した実証分析の結果について、REGARIMAによる予測パフォーマンスや曜日変動の推計パフォーマンス、および季調済系列の安定性を中心に、X-11等との比較も含め述べる。また、X-11やMITI法と比べて、X-12-ARIMAによる季調済系列が景気判断上の材料としてどれだけ実用的なのかについても簡単にふれる。

本論文の要旨を予め記すと次のとおりである。

- ① 季節調整とは、月次および四半期単位の経済時系列の変動を趨勢循環変動、季節変動、不規則変動の3成分に分解したうえで、季節変動を元の系列から除去した季調済系列を推計する手続きをいう。季節調整の目的は、天候や社会慣習等の影響によって毎年季節的に繰り返される変動を経済データから除去することによって、景気の転換点等経済の基調的な動向や経済諸変数間の関係を、よりの確に把握することにある。
- ② 季節調整法の主流である移動平均型季節調整の代表格は、米国商務省センサス局が開発したX-11である。X-11は、発表以来30年を経た今日でもわが国を含む世界各国の統計機関で広く利用されているが、この方法については、かねてより次のような問題点が指摘されている。第1に、時系列の末端部分においては、後方移動平均により季節変動の推計を行っていることなどから、新規データを追加すると直近部分の季調済系列が大幅に改定されてしまうことがある（季調済系列の不安定性）。足元の景気の動きをみる際には、直近部分の季調済系列が重要な判断材料となるだけにこの問題は深刻である。第2に、異常値や曜日変動などが原系列に混入している場合には、移動平均によって季節変動を適切に抽出できない。X-11では、それら異常値の調整や、曜日変動の調整に理論的な問題があり、これは実証的にも確認されている。
- ③ 今般、米国商務省センサス局が開発したX-12-ARIMAは、X-11の問題点を是正した季節調整法であり、移動平均型調整法の最新版である。同法の最大の特徴は、季節調整の事前調整として、REGARIMAと呼ばれる時系列モデルを用いて、原系列か

ら異常値やレベル・シフト（時系列水準のジャンプ）、および曜日変動を推計・除去することにある。また、REGARIMA を用いて原系列の予測値（3～5年分）を推計したうえで、この予測値と実際の原系列をつなげた系列に対して移動平均を行うことにより、系列末端部分においても後方移動平均ではなく中心移動平均によって季節変動の推計を可能にしている点も大きな特徴である。こうしたX-12-ARIMAにおける事前調整は、理論上、季調済系列の安定性を改善するだけでなく、その変動から不自然な動きや歪みを取り除くことができるものと考えられる。

- ④ わが国の主要月次経済時系列（鉱工業生産指数、百貨店売上高、完全失業率、マネーサプライなど）に対して、X-12-ARIMA を適用して、その安定性をX-11等と比較したところ、(1)X-12-ARIMA による季調済系列は他の方法で得られた季調済系列に比べ安定する傾向がある、(2)この傾向は使用する安定性の基準に依存しない、(3)曜日変動調整の巧拙は安定性に大きな影響を及ぼす傾向がある、との結果が得られた。
- ⑤ X-12-ARIMA の実用性をみるために、過去の景気転換局面における季調済系列の動きをみると、(1)MITI 法やX-11で得られた系列は上下動が多いのに対し、X-12-ARIMA の系列はかなり滑らかな動きを示しており景気の転換点が読み取りやすい、(2)鉱工業指数でみると、X-12-ARIMA による季調済系列の前月比(%)とMITI 法のそれとの間には、絶対値でみて平均1%の乖離幅が存在し（最大で4%弱の乖離幅が発生）、季調済系列の滑らかさの違いは顕著である、(3)季調済系列の滑らかさの違いは主に曜日調整の有無によるものと判断される、との結果が得られた。
- ⑥ X-12-ARIMA は季調済系列の安定性や経済指標としての使いやすさの観点からみて、移動平均型調整法の範疇においては、現時点では最良の季節調整法といえる。米国では、商務省が対外公表統計に対して既にX-12-ARIMA による季節調整を実施しているほか、FRB（連邦準備制度理事会）やBLS（労働省労働統計局）等もX-12-ARIMA の導入を検討している。わが国の経済統計の季節調整についても、今後同法への移行を検討していくことが望まれる。

2. 従来型移動平均季節調整法の問題点

(1) 季節調整の目的とその方法

月別・四半期別の経済時系列（原系列）は景気動向に関する情報を多分に含む一方、その系列の変動要因には、天候や社会慣習等の影響によって毎年季節的に繰り返される一年周期の変動（季節変動）が含まれており、原系列のままではそのデータの利用価値は必ずしも高いとはいえない。したがって、われわれが景気の循環やその転換点等を正

しく認識し、またそれに基づいた適切な政策対応を可能にするためには、何らかの方法でこの季節変動を原系列から除去すること、すなわち季節調整が必要となる。実際の季節調整法においては、原系列 (Y_t) は季節変動成分 (S_t) のほか、趨勢循環変動成分 (TC_t)、不規則変動成分 (I_t) の3成分から構成されると仮定する。¹⁾ さらに、原系列 (Y_t) とこれら3成分との関係については、

$$\text{乗法型モデル} : Y_t = TC_t \cdot S_t \cdot I_t$$

$$\text{加法型モデル} : Y_t = TC_t + S_t + I_t$$

のいずれかを通常仮定する。季節調整を上記モデルに沿って解釈すれば、原系列 Y_t から季節変動成分 S_t を除去し、乗法型であれば $TC_t \cdot I_t$ 、加法型であれば $TC_t + I_t$ なる系列 (季調済系列) を作り出すことに他ならない。なお、各変動成分については、次のように定義される。

① 趨勢循環変動 (TC_t)

経済成長等に伴って生じる長期的な上昇または下降傾向を示す趨勢的な変動や、景気循環に伴って拡張と収縮の期間を交互に繰り返す周期的な変動 (一年を越す周期)。

② 季節変動 (S_t)

天候や社会慣習等の影響によって毎年季節的に繰り返される一年周期の変動。

③ 不規則変動 (I_t)

上記2変動以外の変動で、その名のとおり、相互に無関係・不規則な変動であって、突発的な要因やその他原因不明の攪乱要因によって起こる。

時系列によっては、原系列がこれら3つの変動成分に加え、曜日変動成分を加えた4つの成分から構成されると仮定した方が望ましい場合がある。曜日変動とは月中の曜日構成の相違 (例えば日曜日が月に何回あるか) によって引き起こされる変動で、曜日変動を除去していない季調済系列 (の前月比) は月々にかんりの振れを示す。こうした事例は、百貨店売上高や新車登録台数など個人消費関連データのほか、鉱工業生産指数など曜日構成により企業の営業日数が直接影響を受ける系列に顕著にみられる。そこで、季節調整の際には、原系列に曜日変動成分が存在する場合、それを季節変動成分とともに原系列から除去することが望ましい。通常、季節調整 (seasonal adjustment) といった場合、それを広義に解釈して曜日変動の推計・除去、すなわち曜日調整 (trading day adjustment) を含むものと定義さ

1) 趨勢循環変動成分 TC_t を、趨勢変動 T_t と循環変動 C_t の2成分に分離して推計する季節調整法もある。例えば、State Space Model を用いたモデル型調整法がその一例である (詳しくは、木村[1995]参照)。

れる。²⁾なお、曜日変動成分 D_t を考慮した場合、原系列 Y_t は次のように表現でき、

$$\text{乗法型モデル} : Y_t = TC_t \cdot S_t \cdot D_t \cdot I_t$$

$$\text{加法型モデル} : Y_t = TC_t + S_t + D_t + I_t$$

季調済系列はそれぞれ、 $TC_t \cdot I_t$ 、 $TC_t + I_t$ となる。

(2) 移動平均型季節調整法の評価

本節では、X-11 や X-11-ARIMA など従来の移動平均型季節調整の概略³⁾と、その推計手続きにおいて趨勢循環変動におけるレベル・シフト（時系列水準のジャンプ）や不規則変動における異常値、および曜日変動の存在に対してどのような処理が行われているのかを説明する。

イ. 移動平均型季節調整の方法

移動平均型調整法の基礎にある考え方は、一年分の原系列の移動平均を取れば、一年周期の季節変動成分が除去されるとともに、不規則変動成分の影響も抑えられて趨勢循環変動成分の推計値が得られるというものである。こうして得られる趨勢循環変動成分の推計値を原系列から除去すると、季節変動成分と不規則変動成分から成る系列が得られる。これをさらに同じ月だけを抜き出した年次系列に分けて適当な移動平均を取れば、季節変動成分の推計値が得られる。ここでは、原系列が加法型に従うと想定した場合の基本的な計算ステップを示す。⁴⁾

- ① 原系列 Y_t の12か月移動平均をとることにより、 S_t と I_t をならし、暫定的な TC_t を算出。
- ② Y_t から上記の暫定的 TC_t を除去し、暫定的な $S_t + I_t$ を算出。
 $[Y_t - TC_t = S_t + I_t]$
- ③ 上記の暫定的な $S_t + I_t$ を同一月ごとの年次系列に分け、それぞれについて数年間分を加重移動平均して、 I_t をならし、暫定的な S_t を算出。
- ④ Y_t から上記の暫定的な S_t を除去し、暫定的な季調済系列 $TC_t + I_t$ を算出。
 $[Y_t - S_t = TC_t + I_t]$

2) なお、閏年調整（4年に一度の2月の日数調整）も、trading day adjustmentの一環として処理されるのが一般的である。

3) X-11の詳細は黒川[1979]を、X-11-ARIMAの詳細はDagum[1979, 1981]を参照。

4) 原系列が乗法型に従うと想定する場合には、①～⑥の計算ステップにおける足し算を掛け算に、引き算を割り算に変える。

- ⑤ 上記の暫定的な季調済系列 $TC_t + I_t$ に適当な加重移動平均を施して、 I_t をならし、修正された TC_t を算出。
- ⑥ 上記の修正された TC_t を用いて、②～④の過程を再びくり返し、最終的な3成分 (TC_t, S_t, I_t) を算出。

X-11とX-11-ARIMAの相違は、系列末端部分における移動平均の方法にある。すなわち、移動平均は前後数項の平均化 (two-sided-filter) を行うため、そのままでは系列末端部分についての移動平均値は求められない。この点に関して、X-11では、実質的に後方移動平均 (one-sided-filter) が用いられている。しかし、後方移動平均というのは、例えば先行き6か月間のデータが過去6か月間のデータと同じ値になると先験的に仮定して通常の移動平均 (two-sided-filter) をとることに等しく、仮に先行きのデータについてよりリーズナブルな予測ができるのであれば、その予測値を利用して通常の移動平均を行う方が合理的である。その予測をARIMAモデルで行うのがX-11-ARIMAである。同法では、ARIMAモデルを用いて原系列の予測値を推計した後、原系列と予測値をつなげた系列にX-11をかける方法をとっている。X-11-ARIMAは系列末端においてもtwo-sided-filterによる移動平均を可能にすることにより、季調済系列の不安定性 (新規データの追加により季調済系列が過去に遡って大幅に改定されてしまう問題) を緩和しようというものである。

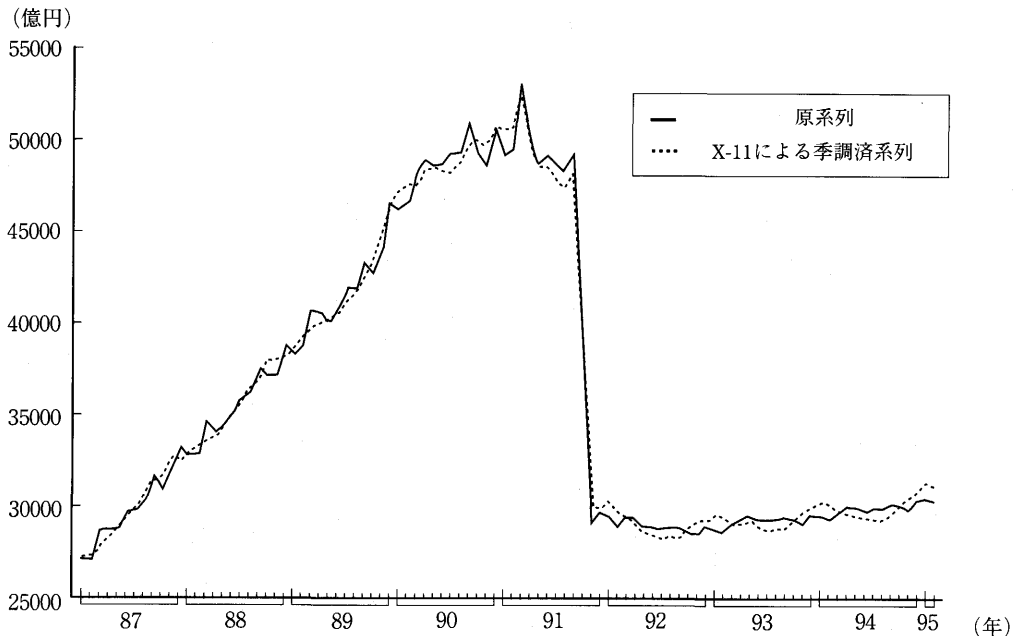
なお、通産省が鉱工業指数の季節調整に用いているMITI法は、X-11における移動平均のオペレーションを簡略化した季節調整法で (例えば、季節調整の対象期間は過去5年間に限定されている)、X-11と同様に系列末端で後方移動平均がとられている。

ロ. 時系列のレベル・シフトが季節調整に及ぼす影響

X-11およびX-11-ARIMAでは、イ.の計算ステップ①～⑥の過程においてレベル・シフトの存在を全く考慮に入れていない (MITI法も同様)。すなわち、両方法とも、時系列にレベル・シフトが存在しても、それを無視して移動平均をかけているため、レベル・シフト発生時期近辺の季調済系列の姿が歪んでしまう。

図表1は、準備預金残高 (平残) をプロットしたものであるが、1991年10月の準備率変更に伴い大きなレベル・シフトが発生している。こうした系列に対してX-11による季節調整を行うと、準備率が変更される以前から季調済系列は原系列を下回り続ける一方 (91年3月から9月まで7ヶ月連続で下回る)、変更後は季調済系列が原系列を暫くの間上回り続ける姿となっている (91年10月から92年3月まで6ヶ月連続で上回る)。しかも、全体として季調済系列が原系列に比べ滑らかになっていると言いがたい。これは、季調済系列は原系列のパスの中心に近いところを滑らかに推移していくだろう

図表1 準備預金残高の最近の推移

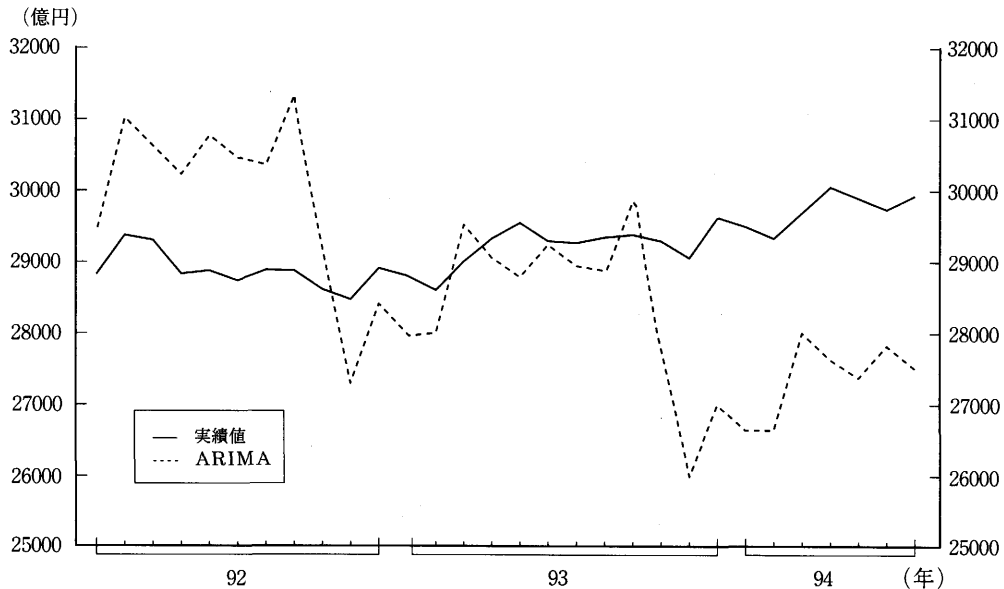


というわれわれの期待と大きくかけ離れた姿になっている。⁵⁾ こうしたことが起きるのは、いうまでもなく、移動平均における two-sided-filter においてレベル・シフト前後の系列をミックスしているためであり、レベル・シフト前の季調済系列はシフト後の系列に引きずられ、レベル・シフト後の季調済系列はシフト前の系列に引きずられ、全体として歪んだ季調済系列となってしまう。

レベル・シフトの存在は、季調済系列の姿に歪みをもたらすだけでなく、季調済系列を不安定化させるという問題もある。すなわち、X-11における系列の末端処理方法は後方移動平均をとっているが、このことは系列末端にレベル・シフトが発生した場合、近く先行きにおいても同様なシフトが発生することをインプリシットに仮定していることにほかならない。その結果、当然のことながら、新規データの追加により季調済系列は大幅に改定されてしまう。また、X-11-ARIMA に関しても、系列末端における季調済系列の不安定性は解消されない。すなわち、レベル・シフトのある系列を ARIMA モデルによって予測しても、その予測値は信頼性を著しく欠いてしまう。図表2は準備預金残高を ARIMA モデルによって予測したものであるが、予測値が実績値とかなり乖離していることがわかる。よって、そのような予測値を原系列に接続して、two-sided-filter による移動平均を行っても季調済系列の安定性が改善しないことは明らかであろう。

5) なお、連銀エコノミスト Anderson [1995] は、米国における準備預金残高に対する季節調整の問題点とその処方箋を紹介している。

図表2 ARIMAモデルを用いた準備預金残高の予測



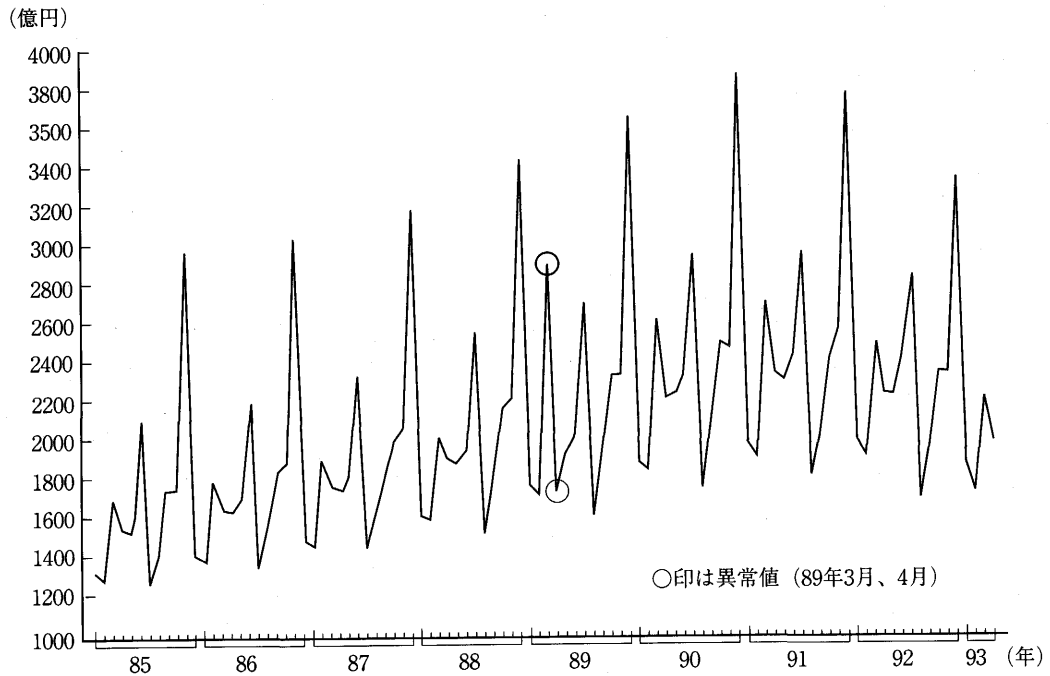
(注) サンプル期間81年4月～92年1月までを用いてARIMAモデルを推計し、92年2月以降を予測。

準備預金残高にみられるようなレベル・シフトは、程度の差こそあれ、他の経済時系列にもしばしば生ずる。法人企業統計季報などによくみられるデータのサンプル替え（調査対象企業の変更）に伴う系列の不連続性や、店舗の増新設等に伴う小売り統計の不連続性、NTT等の民営化に伴う民間資本ストック統計の不連続性などはその例である。また、こうしたサンプリングの変更に起因する不連続性のほか、税制等の変更に伴う時系列のレベル・シフト（例えば、89年4月の消費税導入に伴う消費者物価指数のシフト）も見受けられるところである。

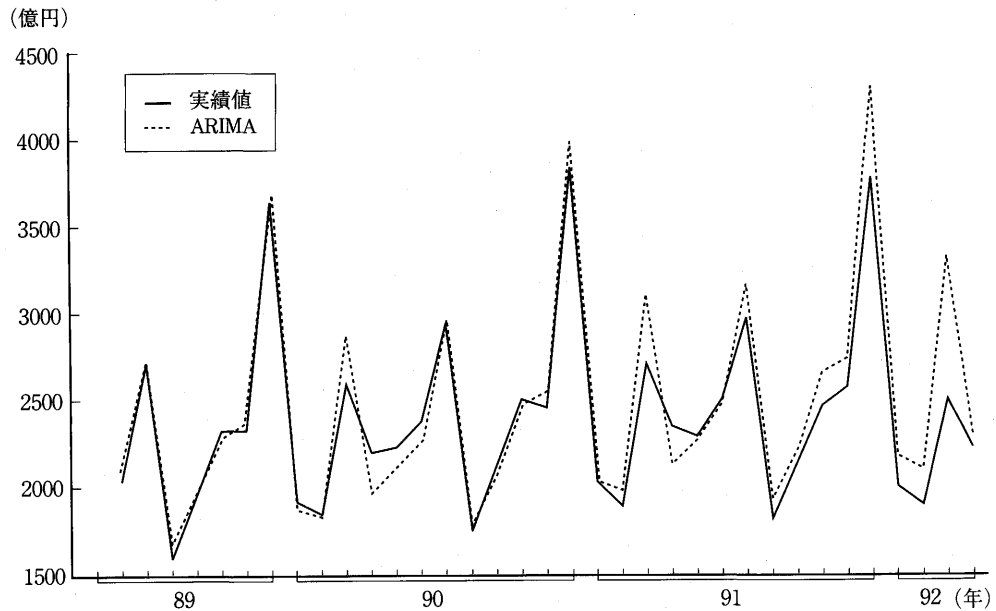
ハ. 異常値の処理方法

異常値が存在する場合にも、季調済系列の安定性が損なわれることがある。例えば、X-11-ARIMAにおいて、異常値のある系列に対してARIMAモデルによる予測を行っても、その予測精度は低くなる。図表3は、東京都内の百貨店売上高をプロットしたものであるが、1989年4月の消費税導入による3月の駆け込み需要と4月の反動減は異常値とみなせる。こうした異常値を調整することなくARIMAモデルで予測すると（図表4）、翌年以降の3月と4月の予測力が悪くなっていることが読みとれる（予測では、3月と4月の季節変動パターンが89年の異常値に引きずられ変化してしまっている）。時系列によっては、X-11-ARIMAによる季調済系列の安定性がX-11のそれに比べても改善しない場合があるのは、こうした異常値の存在に伴う予測力の低下が一つの背景になっている（Hout [1981] 参照）。

図表3 都内百貨店売上高の最近の推移



図表4 ARIMAモデルを用いた都内百貨店売上高の予測



(注) サンプル期間75年1月～89年5月までを用いてARIMAモデルを推計し、89年6月以降を予測。

異常値の存在は、このように ARIMA モデルの予測力を低下させるだけでなく、移動平均のオペレーション自体に対しても大きな影響を及ぼす。すなわち、異常値が存在しない場合には、通常の不規則変動であれば移動平均によりならすことができる（イ. の計算ステップにおける①③⑤）ものの、通常の不規則変動の幅をはるかに越える異常な変動があると、移動平均はその異常な突出を完全に消し去ることはできず、むしろ前後に引き延ばして趨勢循環変動のような山谷を作ってしまうことがある。そこで、そうした見せかけの趨勢循環変動を作り出さないようにするために、X-11や X-11-ARIMA においては、異常値に対して以下のような処理がなされている。

まず、イ. の計算ステップ①～⑤において計算される「暫定的な不規則変動成分 I_t 」の時系列から算定される次式の移動標準偏差 σ_t を計算する（以下、月次系列を対象に説明）。

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{61} \sum_{i=-30}^{30} (I_{t+i} - \bar{I}_t)^2}$$

$$\text{ただし、} \bar{I}_t = \frac{1}{61} \sum_{j=-30}^{30} I_{t+j}$$

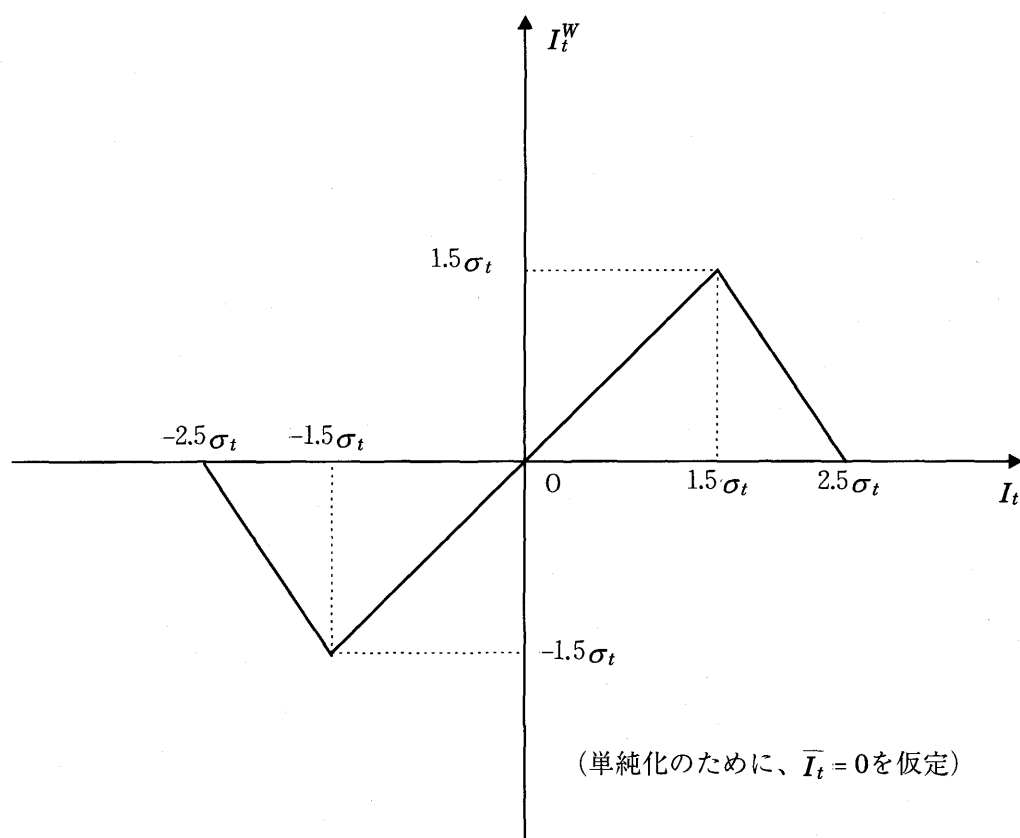
次に、この移動標準偏差 σ_t と「暫定的な不規則変動成分 I_t 」の相対比に応じて、次のような異常値判定基準（管理限界）を設け、異常値と判定された I_t に偏りの大きさに応じた修正ウエイトをかけて「異常値調整済み不規則変動成分 I_t^W 」を計算する（概念図は図表 5 を参照）。

$$I_t^W = \begin{cases} I_t & , \quad -1.5\sigma_t + \bar{I}_t < I_t < 1.5\sigma_t + \bar{I}_t \\ \frac{I_t}{\sigma_t} (\bar{I}_t + 2.5\sigma_t - I_t) & , \quad 1.5\sigma_t + \bar{I}_t < I_t < 2.5\sigma_t + \bar{I}_t \\ \frac{I_t}{\sigma_t} (I_t - \bar{I}_t + 2.5\sigma_t) & , \quad -2.5\sigma_t + \bar{I}_t < I_t < -1.5\sigma_t + \bar{I}_t \\ 0 & , \quad 2.5\sigma_t + \bar{I}_t < I_t \text{ , } I_t < -2.5\sigma_t + \bar{I}_t \end{cases}$$

すなわち、異常値判定基準として、上限 $\pm 2.5\sigma_t$ 、下限 $\pm 1.5\sigma_t$ の幅を設定し、上限を越える不規則変動成分にはゼロウエイト（完全除去）、上限と下限間は 0 から 1 まで直線的に変化するウエイト、下限内の成分にはウエイト 1（無修正）を付けている。こうして得られた I_t^W を I_t と置き換えて、「異常値調整済み原系列 Y_t^W 」を計算し、これを再びイ. の計算ステップ①～⑥に入れ直して最終的な季節変動成分を推計する。なお、上限 $\pm 2.5\sigma_t$ 、下限 $\pm 1.5\sigma_t$ という数値はデフォルト値であり、X-11 および X-11-ARIMA では、オプションの選択により、管理限界を $0.1\sigma_t \sim 9.9\sigma_t$ の範囲内で自由に設定し直すことができる。

この異常値処理方法の問題は、統計理論の根拠のない恣意的なウエイトをつけている

図表5 I_t と I_t^W の関係



点である。ウェイトの設定（および管理限界の設定）次第で「異常値調整済み原系列 Y_t^W 」の姿は変わってしまい、ひいては季調済系列の姿にも影響を及ぼすことになる。また、こうした異常値処理方法は次に述べる曜日変動成分の推計にも深刻な影響を与える。

二. 曜日変動の推計方法

X-11およびX-11-ARIMAにおける曜日調整⁶⁾の方法は、「異常値調整済み不規則変動成分 I_t^W 」を回帰分析によって「曜日変動成分」と「それを除いた不規則変動成分」とに分解しようというものである。すなわち、まず、各月の曜日変動成分はその月に各曜日が何回あったかによって変動すると考えられることから、「異常値調整済み不規則変動

6) X-11およびX-11-ARIMAにおける曜日調整は、オプションによる選択となっている。

成分 I_t^W 」を被説明変数とし、⁷⁾各曜日の数7個を説明変数とした次の回帰式を推計する。

$$I_t^W = B_1 \left(\frac{D_{1t}}{N_t^*} \right) + B_2 \left(\frac{D_{2t}}{N_t^*} \right) + \cdots + B_7 \left(\frac{D_{7t}}{N_t^*} \right) + E_t \quad (1)$$

ただし、

$$\left\{ \begin{array}{l} I_t^W : t \text{ 月の異常値調整済み不規則変動成分} \\ D_{it} : t \text{ 月における } i \text{ 曜日の数} \\ \quad i = 1 \text{ (月曜日)}, \dots, 7 \text{ (日曜日)} \\ N_t = \sum_{i=1}^7 D_{it} : \text{月の長さ} \\ N_t^* = \frac{1}{4} (N_t + N_{t-12} + N_{t-24} + N_{t-36}) \\ \quad = \begin{cases} 28.25, & t = 2 \text{ 月} \\ N_t, & \text{それ以外の月} \end{cases} \\ E_t : t \text{ 月における曜日変動を除いた不規則変動成分} \\ B_i : i \text{ 曜日のウェイト } (B_1 + B_2 + \cdots + B_7 = 0) \end{array} \right.$$

次に、(1)式で推計された曜日ウェイト B_i を用いて各月の曜日構成比率

$\left(\frac{D_{1t}}{N_t^*}, \frac{D_{2t}}{N_t^*}, \dots, \frac{D_{7t}}{N_t^*} \right)$ を加重平均して、次の「曜日変動成分 D_t 」を算出する。⁸⁾

$$D_t = B_1 \left(\frac{D_{1t}}{N_t^*} \right) + B_2 \left(\frac{D_{2t}}{N_t^*} \right) + \cdots + B_7 \left(\frac{D_{7t}}{N_t^*} \right)$$

X-11やX-11-ARIMAでは、こうして得られた「曜日変動成分 D_t 」を最終的に計算された季節変動成分とともに、原系列から除去することにより、季調済系列を推計している。なお、曜日変動の有意性に関する検定としては、通常の回帰分析で用いられるF検定が利用される。

こうして推計された「曜日変動成分 D_t 」や検定結果については、必ずしも信頼できるものではないとの指摘がある (Findley and Monsell [1989], Findley, et al. [1990])。

7) 厳密には、 I_t^W を被説明変数としているのではなく、「異常値調整済み原系列 Y_t^W 」をイ.の計算ステップ①～⑤に入れ直した過程で推計される「異常値調整後の暫定的な不規則変動成分」を被説明変数として。

8) 2月の N_t^* を28.25とすることで閏年の調整を行っている。

これは、被説明変数の「異常値調整済み不規則変動成分 I_t^W 」が、ハ. で述べた異常値の管理限界の設定いかんによって相当変わりうる結果、推計パラメータ B_i の大小や誤差項 E_t の分散に影響がでるためである。すなわち、異常値調整の過程で、曜日変動に関する情報が歪められたり削除されたりする可能性がある。また、 I_t^W は移動平均のオペレーションの過程でスムーズ化されるため、自己相関を有するようになる場合が多い。その結果、 E_t も自己相関を有することになり（つまり、最小二乗法における通常の仮定が満たされない）、検定結果に信頼性を確保することが困難になる。

この点を確認するために、「鉱工業生産指数」、「都内百貨店売上高」、「建設工事受注高」の3つの月次データにおける曜日変動の有無についてF検定を行ってみると、⁹⁾ それぞれの p-value¹⁰⁾ は0.00%、0.00%、2.56%となり、いずれも高い確率で曜日変動の存在を示唆している。この検定結果をチェックするために、別の方法で曜日変動の有無を調べてみた。具体的には、「曜日調整をしなかった場合に X-11から算出される最終的な不規則変動成分」のパワー・スペクトルを計測した（図表6）。パワー・スペクトルとは、「原データの変動は異なる周期を持つ無数の周期的変動の和によって表される」という周波数領域分析に基づいた統計量であり、各周期ごとのパワー・スペクトルとは、時系列データにどのような周期の成分がどれだけ含まれているのかを定量的に示したものである。一般に、月次データに曜日変動が含まれている場合には、同成分の曜日変動周期（とくに0.348サイクル/月）のパワー・スペクトルにピークが発生することが理論的に知られているので、¹¹⁾ これをチェックしてみる。図表6によると、「鉱工業生産指数」と「都内百貨店売上高」の不規則変動成分には、曜日変動周期のパワー・スペクトルにピークがあり、F検定の結果（p-value=0.00%）と整合的である。しかしながら、「建設工事受注高」については、曜日変動周期のパワー・スペクトルにピークはなく、F検定の結果（p-value=2.56%）と矛盾している。この結果は、(1)式を用いた曜日変動成分に関する検定結果は必ずしも信頼できないという Findley らの疑念をデータ面から裏付けるものと解釈できる。¹²⁾

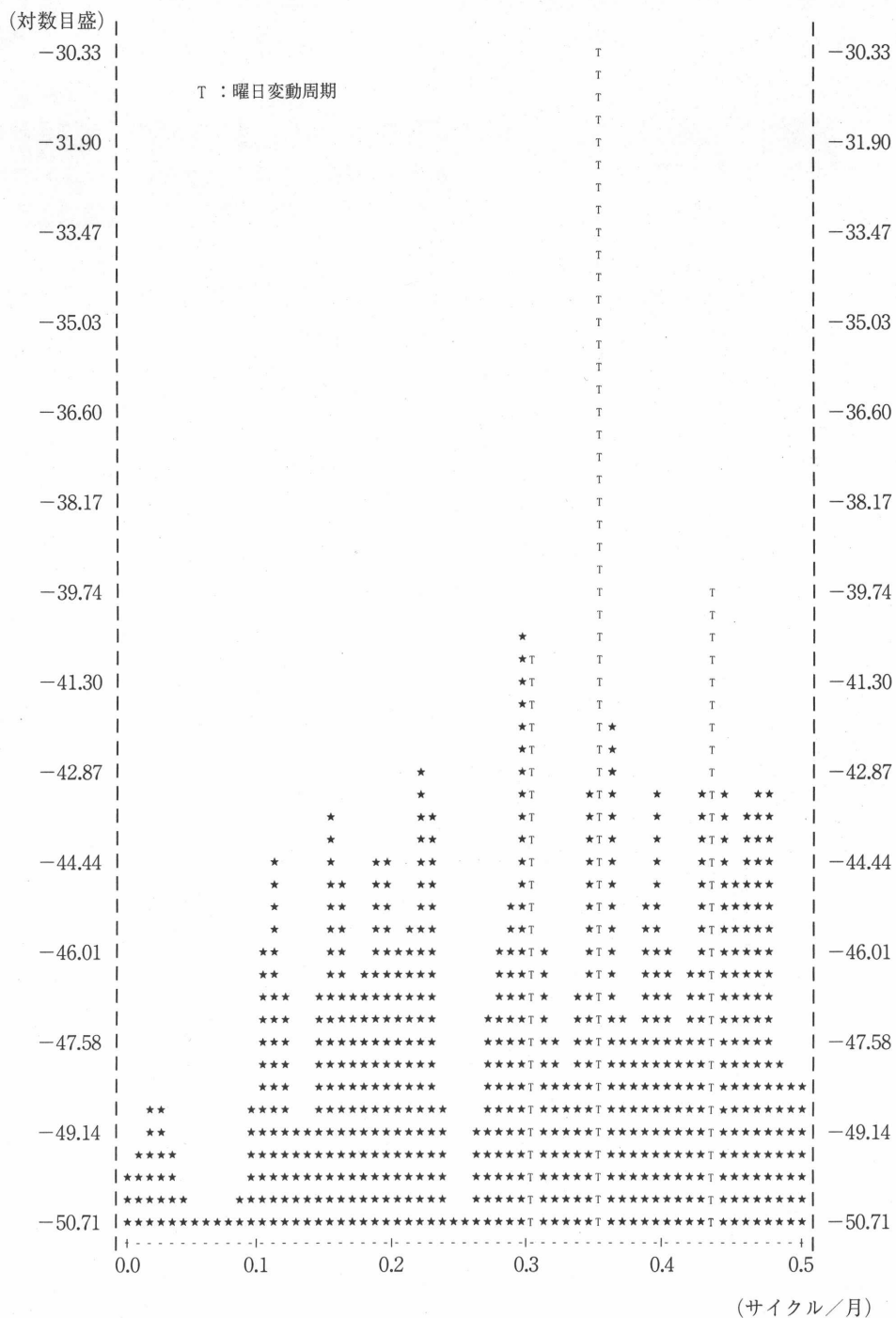
9) X-11の標準型（異常値の管理限界は上限 $\pm 2.5 \sigma_t$ 、下限 $\pm 1.5 \sigma_t$ ）を使用。なお、各時系列のデータ・ソースについては後掲のデータ付録を参照。

10) p-value とは、帰無仮説（この場合、「曜日変動が存在しない」という仮説）が何%の有意水準で棄却できるかを表している。

11) 月次データに曜日変動（7日周期）が存在する場合には、aliasing と呼ばれる効果により、0.304、0.348、0.432サイクル/月などの周期のパワー・スペクトルにピークが発生する（詳しくは、Cleveland and Devlin[1980]、Granger and Newbold[1986]を参照）。

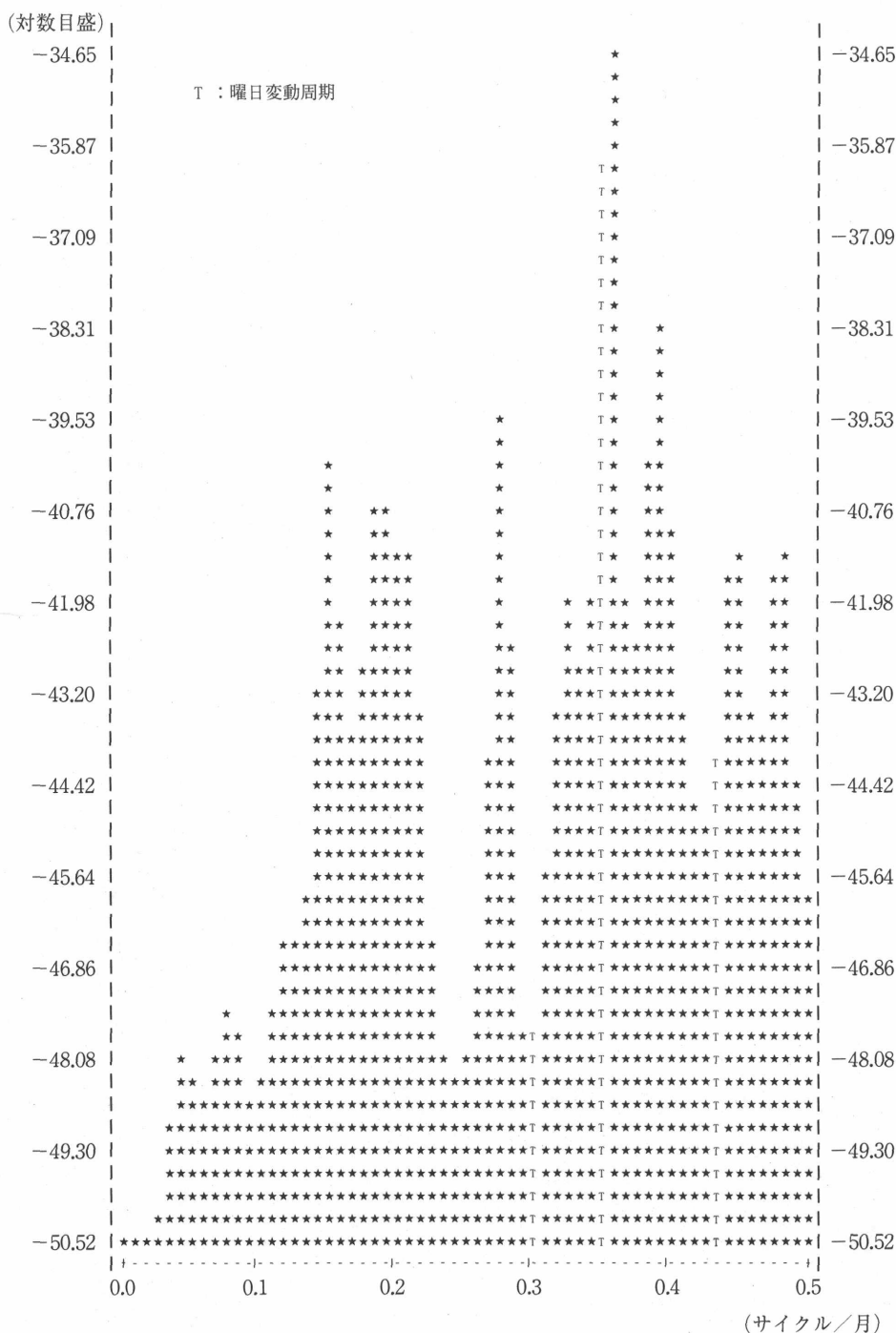
12) 米国の経済時系列に適用した同様な分析は、Findley and Monsell[1989]を参照。

図表6-1 鉱工業生産指数における不規則変動成分のパワー・スペクトル

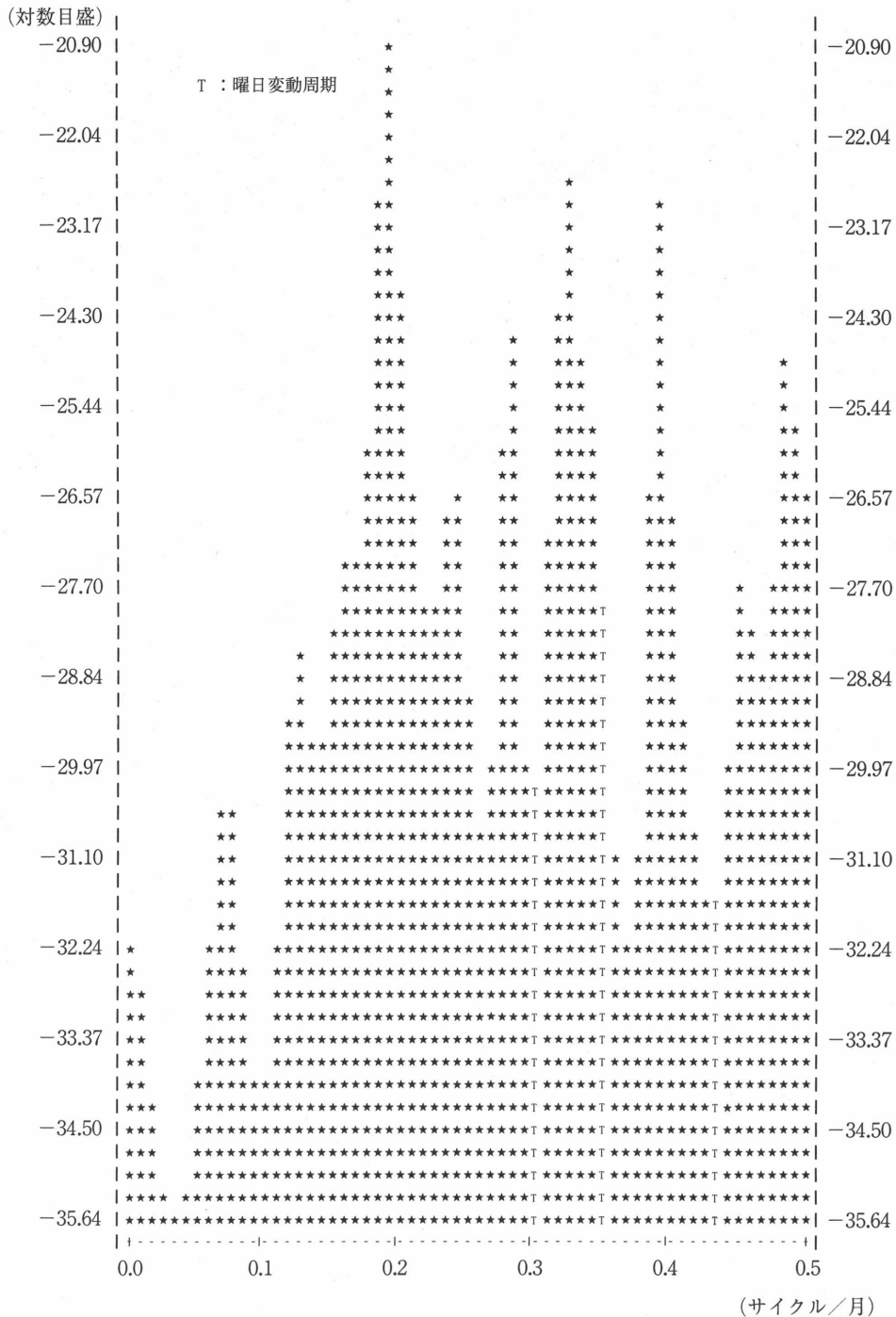


最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について

図表6-2 都内百貨店売上高における不規則変動成分のパワー・スペクトル



図表6-3 建設工事受注高における不規則変動成分のパワー・スペクトル



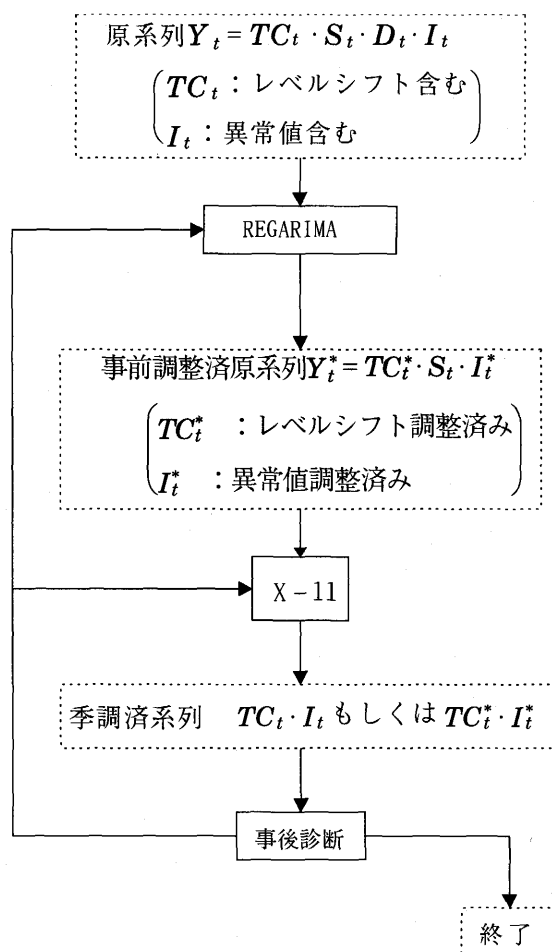
3. X-12-ARIMA の特徴

(1) X-12-ARIMA の全体像¹³⁾

X-12-ARIMA は、2. (2) で述べた X-11等の従来型移動平均調整の問題点を解決した季節調整法である。X-12-ARIMA は、大きく分けると次の3つのパートから構成される(図表7)。

- ① REGARIMA による原系列の事前調整パート
- ② X-11による移動平均パート
- ③ 事後診断パート

図表7 X-12-ARIMA の推計フロー



13) 詳細は、Bureau of the Census[1995a, b]を参照。

REGARIMA¹⁴⁾とは、レベル・シフトや異常値および曜日変動を捉えるための回帰変数をARIMAモデルに組み込んだ時系列モデルである。第1パートでは、まず、このREGARIMAを用いて、原系列をARIMAモデルで表現できる部分と、レベル・シフトや異常値、曜日変動への回帰部分とに分解する。その上で、ARIMAモデルで表現できる部分とそのARIMAモデルを用いて推計した予測値(3~5年分)をつなぎあわせた「事前調整済原系列」を作成する。この事前調整済原系列がその後続くX-11による移動平均パートで用いられる。REGARIMAによる事前調整のメリットは次のようにまとめることができる。

- ① レベル・シフトや異常値、曜日変動を回帰変数で捉えることにより、通常のARIMAモデルに比べ、原系列に対する予測のパフォーマンスが向上する。
- ② (したがって、) 系列末端部分において、より信頼性の高い予測値を利用したtwo-sided-filterによる移動平均が可能になるため、季調済系列の安定性は高まる。
- ③ レベル・シフトや異常値が調整・除去された事前調整済原系列に対して、X-11による移動平均を行うため、レベル・シフト発生時期近辺における季調済系列の歪みを回避できるほか、異常値に対する人為的な修正ウエイトを設定する必要性もある程度回避できるようになる。
- ④ 曜日変動の推計に関しては、原系列全体の情報を利用して行うため、人為的に修正された「異常値調整済み不規則変動成分 I_t^w 」のみを利用したX-11による曜日変動の推計に比べ信頼性が高い。

事後診断パートでは、推計された季調済系列に季節性が残存していないかどうかに関する簡単な診断(時間領域分析や周波数領域分析等)や、季調済系列の安定性に関する診断を行う。この診断テストの結果次第では、REGARIMAにおけるモデル化の方法やX-11における移動平均項数等を変更して、診断テストの結果が妥当になるまでこのプロセスを繰り返すことが望ましい。

ここで、X-12-ARIMAに関する留意点を3つ述べておく。

- ① REGARIMAに標準型(デフォルト)は存在しない。すなわち、曜日変動や異常値、レベル・シフトすべての調整はオプションによる選択である。¹⁵⁾
- ② X-11とX-11-ARIMAは、X-12-ARIMAの完全なサブセットである。したがって、

14) REGARIMAは“REGression and ARIMA”の略で、ダミー変数への回帰とARIMAモデルの組み合わせという意味である。

15) REGARIMAでは、モデルの選択やその妥当性に関する十分な情報や検定方法が揃っているが、モデルの最終的な設定は分析者がそういった情報や検定結果を利用して、自分自身で行うものである。

仮に REGARIMA による事前調整を全く行わなければ（かつ、事後診断を活用しなければ）、X-12-ARIMA は X-11 と定義上等しい。¹⁶⁾ また、REGARIMA で、曜日変動や異常値、レベル・シフトの調整を行わず、ARIMA モデルによる予測のみを利用した場合には、X-12-ARIMA は X-11-ARIMA と定義上等しい。

- ③ X-12-ARIMA では、季調済系列の推計にあたって、異常値とレベル・シフトをそのまま残した系列 ($TC_t \cdot I_t$) とそれらを調整除去した系列 ($TC_t^* \cdot I_t^*$) のいずれも算出可能である。¹⁷⁾

(2) REGARIMA の構造

REGARIMA の一般型は次式で与えられる。

$$\phi_p(B) \Phi_P(B^s) (1-B)^d (1-B^s)^D (y_t - \sum_i \beta_i x_{it}) = \theta_q(B) \Theta_Q(B^s) a_t \quad (2)$$

ただし、

$$\left\{ \begin{array}{l} y_t : \text{原系列} (Y_t \text{ もしくは } \log Y_t) \quad ^{18)} \\ x_{it} : \text{回帰変数} \\ \beta_i : \text{回帰パラメータ} \\ B : \text{バックシフト・オペレータ} (B Z_t = Z_{t-1}) \\ s : \text{季節周期} \left(\begin{array}{l} \text{月次データ} \rightarrow s = 12 \\ \text{四半期データ} \rightarrow s = 4 \end{array} \right) \\ \phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \\ \Phi_P(B^s) = (1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{Ps}) \\ \theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \\ \Theta_Q(B^s) = (1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q B^{Qs}) \\ a_t : \text{ホワイト・ノイズ} \end{array} \right.$$

16) X-11内での曜日調整に問題があることはすでに述べた通りであるが、X-12-ARIMA のプログラム上は、REGARIMA での曜日調整を行わずに、X-11内での曜日調整をオプション選択することも可能である。

17) 異常値やレベル・シフトを季調済系列に残しておくべきか否かは、それらの発生原因や分析者のニーズに依存する。例えば、レベル・シフトが単なるサンプリングの変更に因るのであれば、レベル・シフトは調整除去すべきであるが、急激な経済環境の変化に伴うレベル・シフトと考えられる場合には、レベル・シフトはそのまま残しておくことが望ましいであろう。

18) 平均値の変化もしくは時間の経過などに伴って分散が変化する原系列に対しては、モデルの推計

この REGARIMA モデルは、回帰式

$$y_t = \sum_i \beta_i x_{it} + Z_t \quad (3)$$

と通常の seasonal ARIMA モデル $(p, d, q) (P, D, Q)_s$

$$\phi_p(B) \Phi_P(B^s) (1-B)^d (1-B^s)^D Z_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B^s) a_t \quad (4)$$

との組み合わせと考えることができる。すなわち、原系列 y_t の回帰式 (3) 式の残差項 Z_t は、原系列から回帰変数の影響を取り除いた系列を表しており、REGARIMA では、この Z_t が (4) 式の seasonal ARIMA モデルに従うものとして定式化したものである。X-12-ARIMA では、このように原系列 y_t を回帰パート $\sum_i \beta_i x_{it}$ と seasonal ARIMA パート Z_t に推計・分割した後、後者の Z_t とその予測値をつなげあわせた「事前調整済原系列」に対して X-11 による季節調整を行う。

ここで、回帰変数の設定方法について具体的にみると、まず異常値やレベル・シフトを表すためのダミー変数は以下のように設定される。¹⁹⁾

$$t = t_i \text{ における異常値} : x_{it} = \begin{cases} 1 & , \quad t = t_i \\ 0 & , \quad t \neq t_i \end{cases}$$

$$t = t_i \text{ におけるレベル・シフト}^{20)} : x_{it} = \begin{cases} -1 & , \quad t < t_i \\ 0 & , \quad t_i \leq t \end{cases}$$

曜日変動を表すダミー変数に関しては、曜日数 D_{it} や月の長さを調整する変数を組み合わせた以下の 4 つのモデルの中から、各時系列の特性に応じた選択が可能となっている (変数名は (1) 式を参照)。²¹⁾

において、対数変換を行う方が望ましい ($y_t = \log Y_t$)。REGARIMA では、対数変換はオプションにより選択可能であり、対数変換すべきか否かは AIC (対数変換調整ベース) により判定可能である。

19) ダミー変数の設定時期に関しては、3. (3) で説明。

20) レベル・シフトが $t = t_0$ から $t = t_1$ にかけて徐々に進行するランプ (傾斜路) に関しては、次のように設定される。

$$x_{it} = \begin{cases} -1 & , \quad t < t_0 \\ (t - t_0) / (t_1 - t_0) - 1 & , \quad t_0 < t < t_1 \\ 0 & , \quad t_1 \leq t \end{cases}$$

21) 曜日変動については、 $\sum_{i=1}^7 \beta_i D_{it}$ と仮定したうえで、 $\sum_{i=1}^7 \beta_i = 0$ という制約をつけ加えて推計する。すなわち、 $\beta_7 = -\sum_{i=1}^6 \beta_i$ となるので、曜日効果は実際には、 $\beta_1, \dots, \beta_6$ だけを用いて、 $\sum_{i=1}^7 \beta_i D_{it} = \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t})$ と表現できる。

$$\text{model 1 : } y_t = -\log\left(\frac{\bar{N}}{N_t}\right) + \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) + Z_t$$

$$\text{model 2 : } y_t = \beta_o (LY_t) + \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) + Z_t$$

$$\text{model 3 : } y_t = \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) + Z_t$$

$$\text{model 4 : } y_t = Z_t$$

ただし、

$$\bar{N} = \frac{365 \times 3 + 366}{12 \times 4} = 30.4375$$

$$LY_t = N_t - N_t^*$$

$$= \begin{cases} 0.75 & , t = \text{うるう年の2月} \\ -0.25 & , t = \text{うるう年以外の2月} \\ 0 & , t = \text{上記以外の月} \end{cases}$$

ここで、model 1は、月の長さの調整を行ったフロー系列 $(\frac{\bar{N}}{N_t} Y_t)$ に対して、曜日変動を回帰させたモデルである。²²⁾ model 2は、閏年調整のためのダミー変数 LY_t と曜日変動を回帰変数として取り込んだモデルである。model 3は、閏年等の月の長さの調整は一切行わず、曜日変動のみの回帰を行ったモデル、model 4は、月の長さも曜日変動のいずれの調整も行わないモデルである。月の長さの調整に関しては、通常の seasonal ARIMA モデルにおいて季節階差のみをとっただけでは、閏年の影響を捉えることができないことが多く、その場合には、model 1と model 2のように、その影響を調整するダミー変数 $\frac{\bar{N}}{N_t}$ 、 LY_t をつけ加えてモデル化することが望ましい。^{23)、24)}

このように、REGARIMA では、原系列 y_t そのものを用いて曜日変動を推計しており、X-11における推計方法のように、人為的に修正された「異常値調整済み不規則変動成

22) model 1は、 $\log\left(\frac{\bar{N}}{N_t} Y_t\right) = \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) + Z_t$ を変形したものである。

23) X-11における閏年調整は、(1)式の曜日変動の推計式において、2月の N_t^* を28.25として調整しているにすぎない。もとより、曜日調整と閏年調整は別個に調整されるべきものであり、(1)式のように両者をミックスした推計方法の理論的妥当性は不明である。また、異常値調整のための管理限界の設定いかんで、閏年調整の大きさが変わりうることに注意する必要がある。

24) 曜日変動や閏年の調整のほかに、祝祭日の調整も重要と考えられる。例えば、4月末から5月初めにかけてのゴールデン・ウィークや年末の天皇誕生日(12/23)からクリスマス、冬期休暇へとつながっていく時期において、(飛び石になるか否かも含め)連休の合計日数がその時期の消費や通貨需要に及ぼす影響は無視しえないと思われる。X-12-ARIMAでは、こうした祝祭日の影響を除去するようなダミー変数を設定することも可能である(X-11では不可)。

分 I_t^W 」に対して回帰をとる方法とは異なる。^{25)、26)} なお、個々のダミー変数に関しては t 検定により、曜日変動のパラメータ全体に関しては χ^2 検定 (尤度比検定) によりそれらの有意性を測定することができるほか、モデル全体の評価 (モデル間の選択) に関しては、AIC (Akaike Information Criterion) により行うことができる (AIC が小さいモデル程望ましい)。²⁷⁾

(3) REGARIMA の推計方法

REGARIMA の推計は、「繰り返し一般化最小二乗法 (Iterative Generalized Least Squares, 以下 IGLS)」を用いる。計算ステップは次のとおり。

- ① 与えられた AR パートと MA パートのパラメータ²⁸⁾に対して、REGARIMA モデルの尤度を最大化する回帰パラメータ β_i を GLS (一般化最小二乗法) によって推計する。
- ② 与えられた β_i に対して、 $Z_t = y_t - \sum_i \beta_i x_{it}$ を求め、最尤法を用いて Z_t に対する ARIMA モデルを推計する (AR パートと MA パートのパラメータの推計)。
- ③ 回帰パラメータと ARIMA モデルのパラメータが収束するまで①②の計算ステップを繰り返す。

25) 平残ベースのストック変数に対しては、月の長さの調整を行う必要はなく、model 3か model 4のいずれかを適用する。一方、フロー変数に対しては、model 1~model 4すべてのモデルの中から選択可能である。なお、乗法型を仮定した場合、それぞれのモデルの曜日変動成分 D_t は次の通り計算できる。

$$\text{model 1 : } D_t = \frac{N_t}{N} \exp \left| \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) \right|$$

$$\text{model 2 : } D_t = \exp \left| \beta_0 (LY_t) + \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) \right|$$

$$\text{model 3 : } D_t = \exp \left| \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_{it} - D_{7t}) \right|$$

$$\text{model 4 : } D_t = 1$$

26) 末残ベースのストック変数に対する曜日調整は、次のダミー変数を取り入れることによって可能。

$$DS_{1,t} = \begin{cases} 1: \text{末日が月曜日} \\ -1: \text{末日が日曜日, } \dots \dots \dots \\ 0: \text{その他} \end{cases}, \quad DS_{6,t} = \begin{cases} 1: \text{末日が土曜日} \\ -1: \text{末日が日曜日} \\ 0: \text{その他} \end{cases}$$

ここで、各ダミー変数 $DS_{i,t}$ ($i=1, \dots, 6$) は、月曜日から日曜日までの7つの曜日ダミー $X_{i,t}$ (末日が当該曜日の場合は1、その他は0 [$i=1, \dots, 7$]) を考え、 $DS_{i,t} = X_{i,t} - X_{7,t}$ ($i=1, \dots, 6$) に従って設定してある。

27) なお、REGARIMA は model 1~model 4の中からベストなものを自動選択してくれるのではなく、分析者が4つのモデルをそれぞれ設定してみて AIC 等をもとに自分でモデルを選択する。

28) REGARIMA では、AR パートと MA パートのパラメータはすべて0.1に初期値設定されている。

また、異常値やレベル・シフトの発生時期については、制度変更（消費税導入や準備率の変更等）や経済環境の変化が系列に明白な影響を及している場合等を除くと、分析者にとって判断が困難なケースもある。REGARIMA では、こうしたケースに備えて、異常値とレベル・シフトの自動探索（automatic-detection）が可能となっている。²⁹⁾ 具体的な探索法は次のとおりである。³⁰⁾

時系列のサンプル・サイズを n とする。異常値とレベル・シフトが時系列の全時点において発生しうると考え、ARIMA モデルに異常値かレベル・シフトのいずれかのダミー変数を 1 つだけ加えた REGARIMA のモデルを $2n$ 通り考える。これら $2n$ 通りの REGARIMA を IGLS により推計し、それぞれのダミー変数の推計パラメータの t 値を求める。この内、絶対値ベースでみて最大の t 値が分析者が設定した臨界値 (critical value) を越えている場合には、当該モデルに対して異常値かレベル・シフトのいずれかのダミー変数をさらにもう 1 つだけ加えた $(2n-2)$ 通りの REGARIMA モデルを考える。それら $(2n-2)$ 通りの REGARIMA を IGLS により再推計し、新たに追加したダミー変数の t 値を求める。この内、最大の t 値が臨界値を越えていれば、その REGARIMA にダミー変数をもう一つ追加して、同様の計算ステップを繰り返す。この手続きを、新たに追加したダミー変数の最大の t 値が臨界値を下回るようになるまで繰り返す。

なお、X-12-ARIMA では、分析者が臨界値を任意に設定することができるようになっているが、³¹⁾ 臨界値の設定いかんで REGARIMA の構造は変わりうることに注意を要する。すなわち、臨界値の設定を高くすれば、異常値やレベル・シフトに対する感応度が低くなり (low sensitivity)、それらの検出数が小さくなる一方、低く設定すれば感応度が高くなり (high sensitivity)、異常値やレベル・シフトの検出数が多くなる。X-11における人為的な修正ウエイトを用いた異常値処理をなるべく回避するには、臨界値を低く設定することが望ましいが、³²⁾ ダミー変数を取り入れすぎことはモデル全体の観点からは必ずし

29) REGARIMA による異常値とレベル・シフトの調整はすべてオプション選択によるものである。よって、ここでの「自動」探索が「デフォルト設定されていて自動的に探索が行われる」ことを意味するのではない。分析者が異常値やレベル・シフトの発生時期に関する事前情報を有している場合には、そのダミー変数の「手動設定」のオプションを選択し、事前情報がない時には、「自動探索」のオプションを選択する。もちろん、異常値とレベルシフトを一切調整しないこともできる。

30) ここでは、異常値とレベル・シフトの 2 種類のダミー変数を同時に設定する方法を説明しているが、REGARIMA では、異常値のみの自動探索、レベル・シフトのみの自動探索というように種類を限定した探索も可能である。

31) 分析者が特定の臨界値を設定せずに、異常値やレベル・シフトの自動探索オプションを選択した場合には、臨界値は 3.3 に自動設定される。

32) REGARIMA の異常値調整から漏れた不規則変動成分でも、X-11における異常値調整の管理限界の設定次第では、X-11のパートで異常値処理が施されることもある。

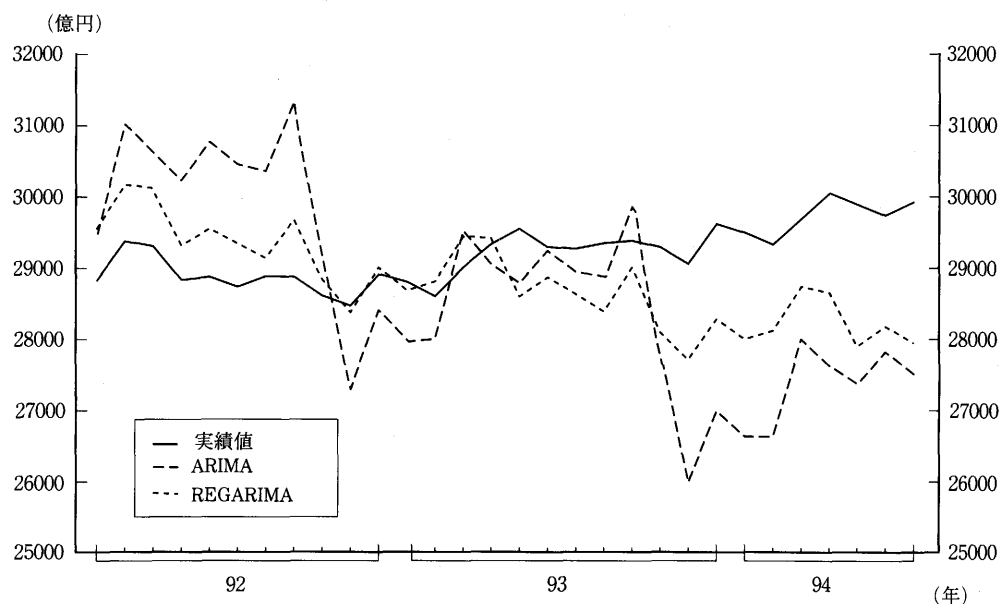
も望ましいこととはいえ、適切な臨界値の設定は意外に困難なものといえよう。ちなみに、Chang, Tiao and Chen[1988]は、シミュレーション分析に基づいて、low sensitivity に対しては臨界値を4に、high sensitivity に対しては3に設定することを勧めている。

4. X-12-ARIMAのパフォーマンスに関する実証分析³³⁾

(1) レベル・シフト処理の妥当性

図表8は、準備預金残高（1991年10月にレベル・シフトあり）をARIMAとREGARIMAによって予測した結果である。これをみると、REGARIMAの予測値の方がARIMAのそれに比べると実績値との乖離が小さいことが分かる。こうしたREGARIMAによる予測パフォーマンスを背景に、X-12-ARIMAでは系列末端においても適切なtwo-sided-filterによる移動平均が可能となる。また、図表9をみると、準備預金残高の季調済系列も準備率変更時期の近辺で歪んでおらず、X-12-ARIMAがレベル・シフトのある系列に対しても望ましい季節調整が可能であることを示唆している（図表1と比較）。

図表8 ARIMA・REGARIMAモデルを用いた準備預金残高の予測

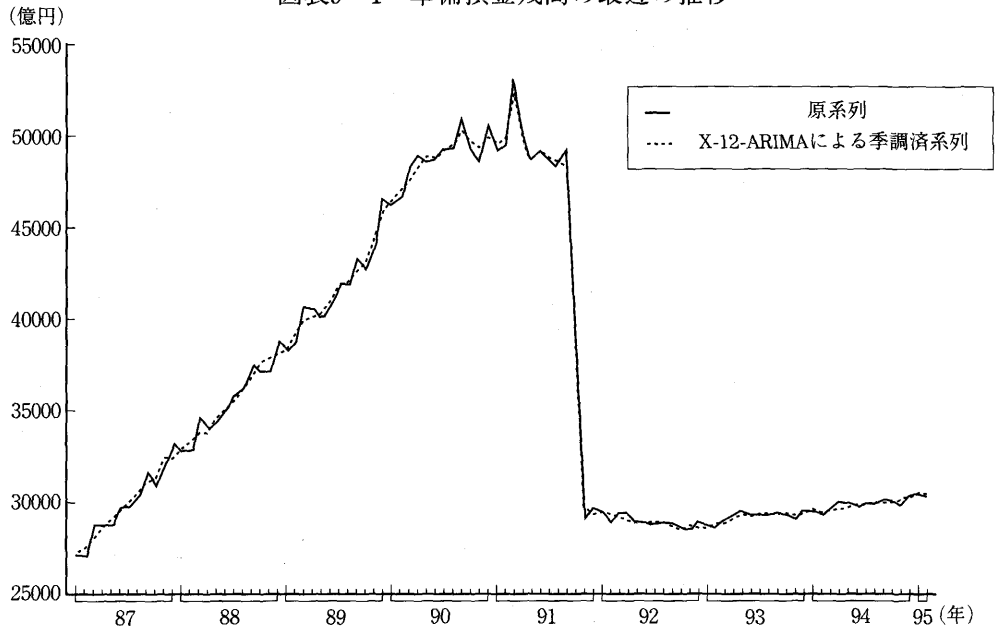


(注) サンプル期間81年4月～92年1月までを用いてモデルを推計し、92年2月以降を予測。

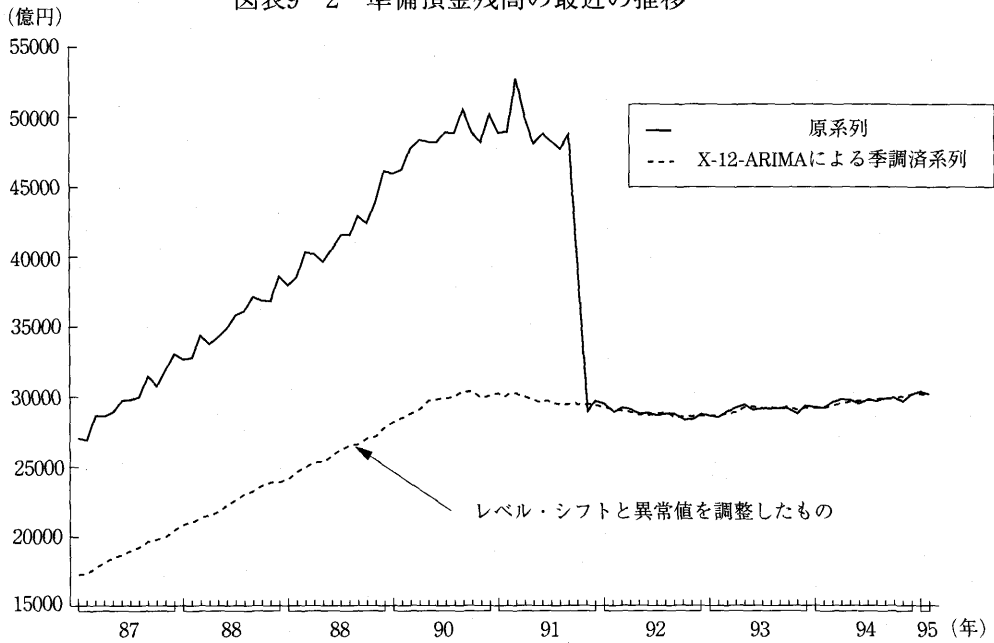
33) 適用時系列のデータソースや、サンプル期間およびREGARIMAの構造の詳細は後掲のデータ付録を参照。なお、本論文の分析で利用したX-12-ARIMAのプログラムは、一般公開前のテスト・バージョンであるが、分析結果はファイナル・バージョンを用いた場合と実質的に相違するものではない。

最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について

図表9-1 準備預金残高の最近の推移



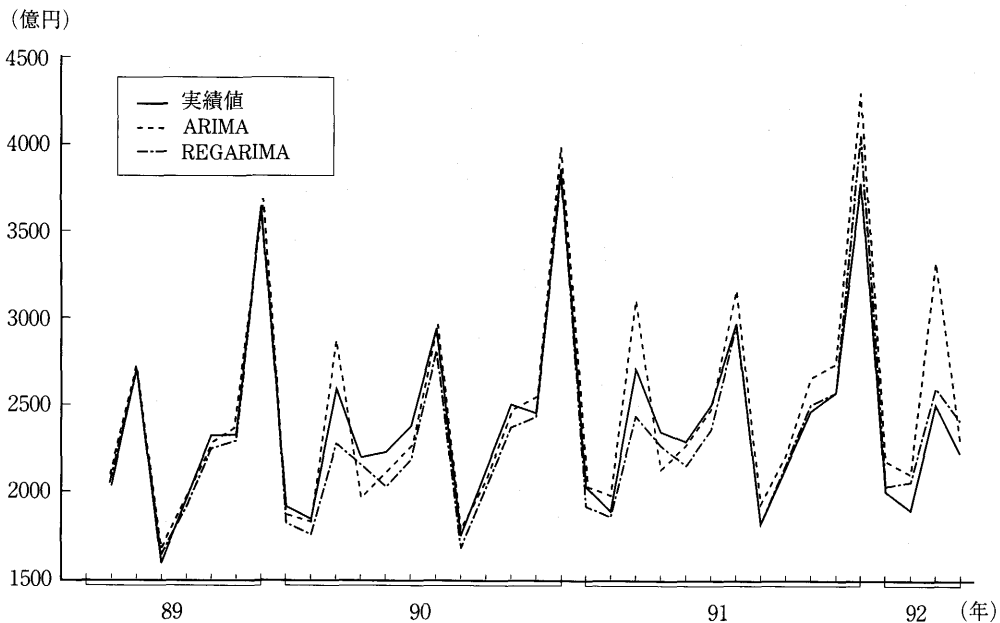
図表9-2 準備預金残高の最近の推移



(2) 異常値処理の妥当性

図表10は、都内百貨店売上高（1989年3月・4月に異常値あり）をARIMAとREGARIMAによって予測した結果である。これを見ると、REGARIMAによる予測では、異常値発生後も季節変動パターンの実績を良く捉えており、ARIMAに比べると信頼性が高いことが分かる。

図表10 ARIMA・REGARIMAモデルを用いた都内百貨店売上高の予測



(注) サンプル期間75年1月～89年5月までを用いてモデルを推計し、89年6月以降を予測。

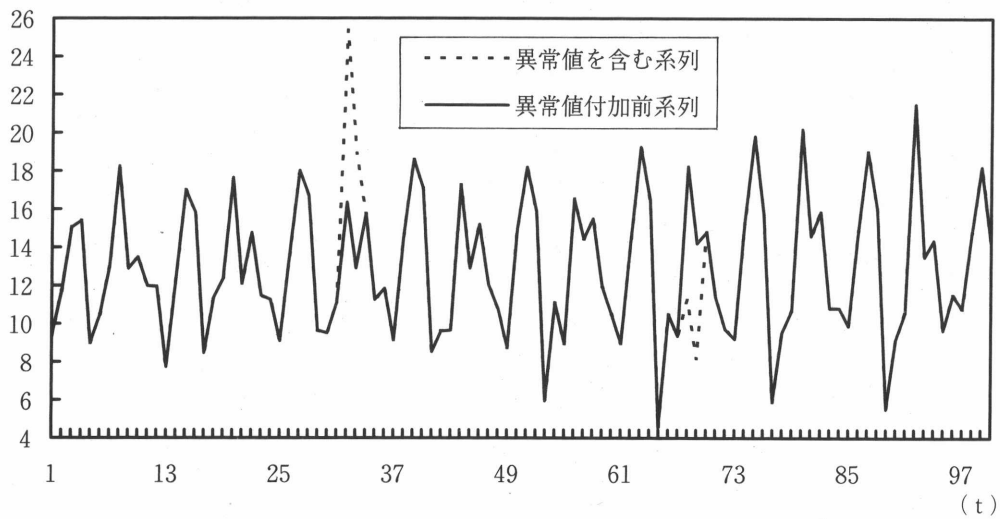
次に、X-12-ARIMAとX-11との比較でみて、異常値の処理に実際どの程度の違いがでるのかを、シミュレーション・データを用いて調べてみた。シミュレーション・データ（サンプル数：100期）は、 $Y_t - Y_{t-12} = a_t$ （ a_t はホワイト・ノイズ）により発生させた季節性の強い系列を採用した。さらに、この系列に次の適当な異常値を付加して、もう一つのシミュレーション・データを作成した（図表11-1）。

$$t=32, +9 \quad t=33, +6 \quad t=68, -7 \quad t=69, -6$$

まず、これらの異常値を含む系列に対して、X-12-ARIMAとX-11でそれぞれ季節調整を行い、4つの異常値発生時期における季調済系列を推計する。次に、これらの季調済系列を、異常値付加前系列に対してX-12-ARIMAで季節調整した系列と比較した場合に、³⁴⁾

34) 異常値付加前系列に対する季節調整は、系列末端を除くとX-12-ARIMAもX-11も等しいので、ここでは比較基準をX-12-ARIMAで季節調整した系列とした。

図表11-1 異常値処理のシミュレーション



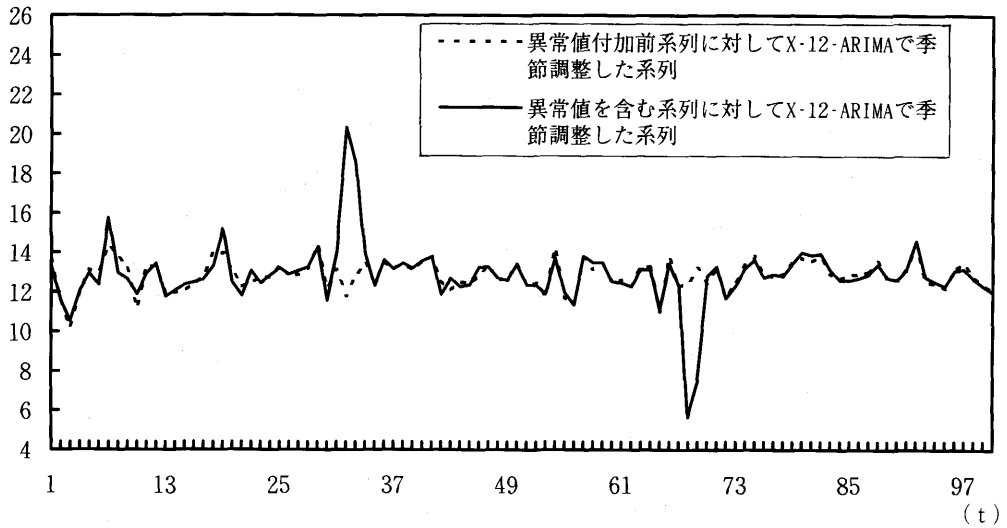
図表 11-2 X-12-ARIMA と X-11 における異常値の処理結果

	t=32	t=33	t=68	t=69
付加した異常値の大きさ	+9	+6	-7	-6
X-12-ARIMA による異常値の推計値	+8.5	+5.7	-6.9	-5.8
X-11 による異常値の推計値	+8.6	+5.7	-5.7	-5.8

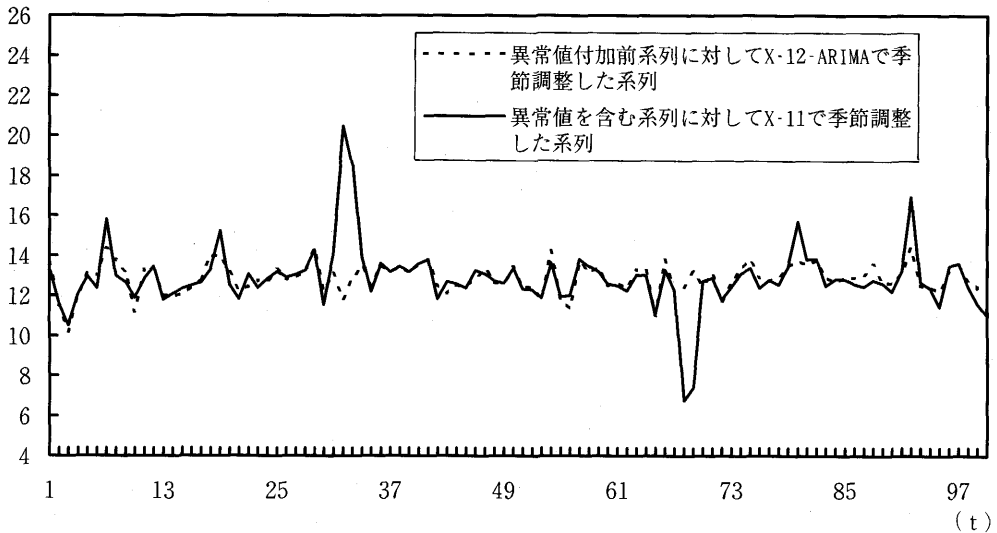
(注) X-12-ARIMA による異常値の推計値＝異常値付加前系列に対して X-12-ARIMA で季節調整した系列と異常値を含む系列に対して X-12-ARIMA で季節調整した系列の乖離幅

X-11による異常値の推計値＝異常値付加前系列に対して X-12-ARIMA で季節調整した系列と異常値を含む系列に対して X-11で季節調整した系列の乖離幅

図表11-3 異常値処理のシュミレーション (X-12-ARIMA による処理)



図表11-4 異常値処理のシミュレーション (X-11による処理)



両者の間にどれだけの乖離が生じているのかを計測する。乖離幅は各季節調整法が推計した異常値の値とみなすことができ、それが実際に付加した異常値の大きさと等しければ、適切な異常値処理と判断できる。

図表11-2, 3, 4によると、X-12-ARIMA は4つのすべての異常値の大きさをほぼ適切に推計している一方、X-11は $t=68$ における異常値の大きさを過大推計している。裏を返せば、X-11はこの時点における季調済系列を過大推計、季節変動成分を過小推計していることになる。 $t=68$ におけるX-11の季節変動成分の過小推計は、この時期の季調済系列だけでなく、その後の季調済系列の推計にも影響が及んでいる。すなわち、X-11の基本は移動平均の繰り返しであり、1つの時点に過大・過小推計が発生すると、その影響が前後に及ぶ(2. (2) イ. の移動平均調整の計算ステップを参照)。このケースでいうと、 $t=68$ における季節変動成分の過小推計は、翌年・翌々年の季節変動成分の過小推計を招き、その結果、季調済系列が過大推計されてしまう(図表11-4)。とくに、こうした問題は、X-11が後方移動平均を行っている系列末端において顕著に現れる。

(3) 曜日調整の妥当性³⁵⁾

図表12は、REGARIMA による曜日変動の推計を、鉱工業生産指数、輸入額(\$)、建設工事受注高、銀行券発行残高、 M_2+CD の5つの系列に対して適用した結果を示したものである。これをみると、鉱工業生産指数および輸入額(\$)に関しては、曜日変動の存在が明確に示唆されている。一方、建設工事受注高に関しては曜日変動の存在が否定されており、図表6-3のパワー・スペクトルの結果と整合的である。このことは、REGARIMA による曜日変動の検定は、X-11による検定よりも信頼性が高いことを示唆している。

なお、鉱工業生産指数および大口電力使用量を例にとり、REGARIMA によって推計した曜日変動成分を季節変動成分の大きさと比較してみると(図表13)、曜日変動(および閏年による影響)は、季節変動に比べても無視できない大きさであることがわかる。

35) REGARIMA による曜日変動の推計を米国経済時系列に適用した例としては、Chen and Findley[1995]を参照。

図表 12 REGARIMA による曜日変動の推計結果

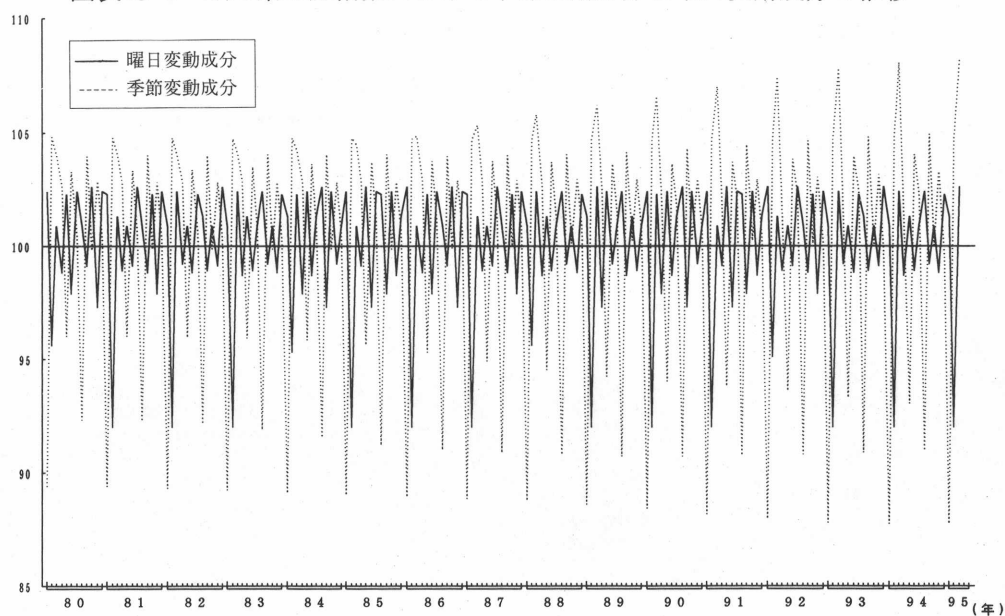
		鉱工業生産指数	輸入額（\$）	建設工事受注高	銀行券発行残高	$M_2 + CD$
model11	AIC	2108	3620	3240	—	—
	曜日変動の有意性	0.00	0.00	0.54	—	—
model12	AIC	2095	3623	3240	—	—
	LY_t の t 値	3.33	1.74	1.80	—	—
	曜日変動の有意性	0.00	0.00	0.66	—	—
model13	AIC	2109	3623	3243	6297	4960
	曜日変動の有意性	0.00	0.00	0.47	0.05	0.53
model14 (曜日調整なし)	AIC	2182	3668	3236	6297	4953
モデルの選択		model12	model11	model14	model13	model14

(注1) 曜日変動の有意性とは、曜日変動のパラメータのゼロ制約を帰無仮説として、 χ^2 検定（尤度比検定）を行った時の p-value を示したものの。

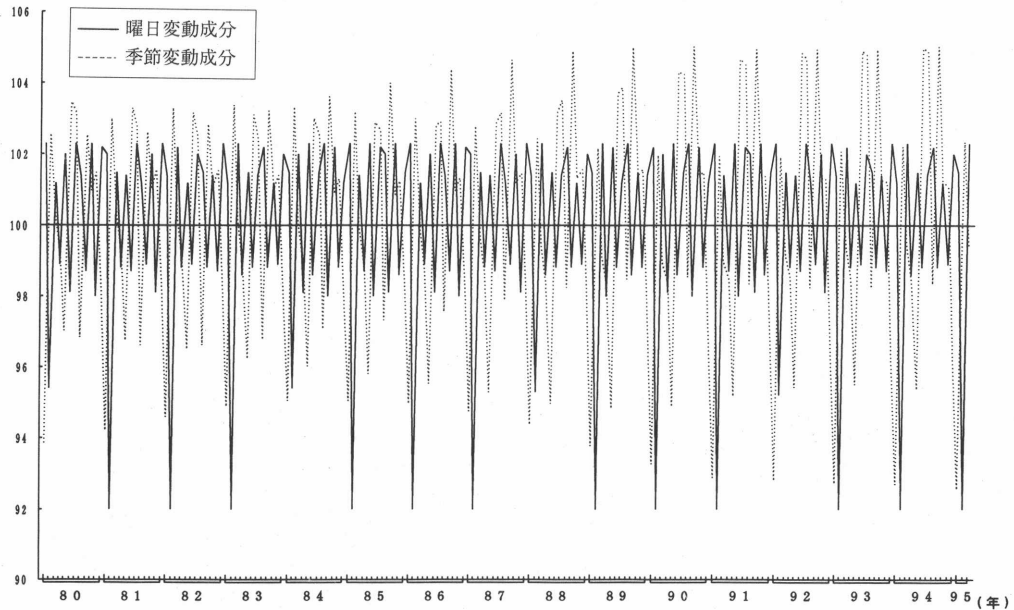
(注2) 各時系列に対して適用した ARIMA モデルの次数はデータ付録に示してある。推計の際には4つのモデルとも同次数が適用してある。

(注3) 銀行券発行残高、 $M_2 + CD$ とも平残ベースであり、月の長さの調整を行う必要はないため、適用可能なモデルは model13 と model14 のみである。

図表13-1 鉱工業生産指数における季節変動成分と曜日変動成分の推移



図表13-2 大口電力使用量における季節変動成分と曜日変動成分の推移



(4) 安定性分析Ⅰ—Mean Absolute Percentage Revision—

本節以降3節では、X-12-ARIMAによる季調済系列がX-11やX-11-ARIMAのそれに比べて、どれだけ安定性が向上しているかを具体的に評価する。³⁶⁾この節では、安定性の基準として、次のMAPR (Mean Absolute Percentage Revision)を取りあげる。³⁷⁾

$$MAPR = \frac{100}{T - t_0} \sum_{t=t_0}^T \left| \frac{A_{t/T} - A_{t/t}}{A_{t/t}} \right|$$

ただし、

$A_{t/t}$: 原系列 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_t\}$ を利用して推計した時点 t における季調済系列

$A_{t/T}$: 原系列 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_t, \dots, Y_T\}$ を利用して推計した時点 t における季調済系列 ($t \leq T$)

すなわち、MAPRは、時点 t の季調済系列が新規データ $\{Y_{t+1}, \dots, Y_T\}$ の追加に伴い改定される度合い $\left| \frac{A_{t/T} - A_{t/t}}{A_{t/t}} \right|$ について、時点 $t_0 \leq t \leq T$ 間の平均をとったものである

36) 本分析では、すべての原系列が乗法型の構成に従うものと仮定して季調済系列を推計した。なお、3調整ともX-11(パート)における移動平均のオペレーションは、すべて標準型(デフォルト)を選択してある。よって、X-11とX-11-ARIMAでは、曜日調整を行っていない。

37) MAPRは、季調済系列の安定性を検討してきた多くの実証分析で、評価基準として取りあげられている(Burman[1980], den Butter and Mourik[1990], Findley et al.[1995]等参照)。

る。いうまでもなく、MAPR が小さい程、安定性の高い季節調整法と評価できる。本分析では、 $t_0=1992$ 年1月、 $T=1995$ 年3月とした。なお、季調済系列の前月比と、趨勢循環変動成分に対しても、上記と同様な MAPR を定義して、季調済系列の MAPR とともに図表14に付した。

この MAPR の計算結果をまとめると次のような評価が可能。

- ① 全体としてみると、X-12-ARIMA は、X-11と X-11-ARIMA のいずれに比べても、安定性の高い季節調整法と評価できる。とくに X-11に比べると、安定性の改善度合いは大きい。
- ② ただし、広義流動性や常用雇用指数など一部の系列では、X-12-ARIMA によってさらに安定性が改善する傾向はみられず、多少悪化する場合もみられる。³⁸⁾
- ③ X-12-ARIMA による季節調整が X-11-ARIMA 比改善している多くのケースにおいて、曜日変動の調整が行われている。例えば、鉱工業生産指数、輸出入額、大口電力使用量、銀行券発行残高、都内百貨店売上高、乗用車新車登録台数では、REGARIMA による曜日調整において model 1, 2, 3のいずれかを採用している（詳しくはデータ付録参照）。一方、X-12-ARIMA において曜日変動の調整を必要としない系列（model 4を採用、 M_1 、 M_2 +CD、広義流動性、常用雇用指数、完全失業率）に関しては、X-11-ARIMA 比安定性が改善する傾向はみられない。

X-12-ARIMA において、MAPR でみた安定性が高いのは、何故であろうか。この点を考えるうえで、上記3番目の結果は示唆的である。すなわち、曜日変動がある系列について、X-12-ARIMA の安定性が X-11-ARIMA 対比改善する傾向があるということは、曜日調整の有無が季調済系列の安定性に関係している可能性を示している。そこで、これを確認するために、REGARIMA において曜日変動の存在を示した系列に対して、あえて曜日調整をしなかった場合に、MAPR がどう変化するかを計算した（図表15）。³⁹⁾ この結果、8系列の内、鉱工業出荷指数と都内百貨店売上高を除く6系列において、曜日調整をしなかった場合に MAPR が増加、すなわち季調済系列は不安定化している（MAPR が逆に減少した鉱工業出荷指数と都内百貨店売上高においても、その減少幅はごく僅か）。こう

38) X-12-ARIMA には、MAPR を算出する事後診断機能がついており、REGARIMA による事前調整が MAPR を悪化させることが判明すれば、その調整は行わなければよい。図表14に示した X-12-ARIMA の MAPR はこうした事後診断機能を活用しなかった場合の数字をそのまま掲載したものである。3. (1)でも指摘したように、X-11と X-11-ARIMA は機能的にみて X-12-ARIMA の完全なサブセットであり、事後診断機能を活用すれば、X-12-ARIMA が X-11や X-11-ARIMA よりも不安定な季節調整を行うことは実質的にありえない。

39) ただし、図表15のいずれのケースにおいても、異常値とレベル・シフトは調整してある。

最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について

図表 14 MAPR に基づく安定性の評価

		X-11 (A)	X-11-ARIMA (B)	X-12-ARIMA		
				(C)	X-11 比 (C-A)/A	X-11-ARIMA 比 (C-B)/B
鉱工業生産指数	季調済系列	0.69	0.51	0.36	-48%	-29%
	前月比	0.85	0.52	0.41	-52%	-21%
	趨勢循環変動	0.73	0.65	0.55	-25%	-15%
鉱工業出荷指数	季調済系列	0.54	0.42	0.45	-17%	7%
	前月比	0.65	0.45	0.49	-25%	9%
	趨勢循環変動	0.81	0.78	0.71	-12%	-9%
輸出額（\$）	季調済系列	1.21	1.05	0.91	-25%	-13%
	前月比	1.42	1.27	0.88	-38%	-31%
	趨勢循環変動	1.66	1.26	0.99	-40%	-21%
輸入額（\$）	季調済系列	1.69	1.23	0.92	-46%	-25%
	前月比	1.90	1.26	1.10	-42%	-13%
	趨勢循環変動	2.36	1.91	1.66	-30%	-13%
機械受注総額 ^{注)}	季調済系列	2.97	—	2.33	-22%	—
	前月比	3.42	—	2.91	-15%	—
	趨勢循環変動	3.34	—	2.41	-28%	—
大口電力使用量	季調済系列	0.41	0.42	0.34	-17%	-19%
	前月比	0.45	0.35	0.25	-44%	-29%
	趨勢循環変動	0.60	0.63	0.43	-28%	-32%
建設工事受注高	季調済系列	4.51	3.46	3.50	-22%	1%
	前月比	4.68	4.33	4.45	-5%	3%
	趨勢循環変動	4.58	3.36	3.21	-30%	-4%
銀行券発行残高	季調済系列	0.31	0.29	0.25	-19%	-14%
	前月比	0.27	0.19	0.22	-19%	-16%
	趨勢循環変動	0.41	0.34	0.29	-29%	-15%
準備預金残高	季調済系列	1.06	0.31	0.23	-78%	-26%
	前月比	0.63	0.34	0.19	-70%	-44%
	趨勢循環変動	2.14	0.65	0.30	-86%	-54%

注) 機械受注総額に関しては、曜日変動および異常値、レベルシフトがREGARIMAにより検出されなかったため、X-11-ARIMAとX-12-ARIMAは定義上等しい。

金 融 研 究

図表14 (つづき) MAPR に基づく安定性の評価

		X-11 (A)	X-11-ARIMA (B)	X-12-ARIMA		
				(C)	X-11比 (C-A)/A	X-11-ARIMA 比 (C-B)/B
M ₁	季調済系列	0.26	0.21	0.21	-19%	0%
	前月比	0.29	0.20	0.15	-48%	-25%
	趨勢循環変動	0.31	0.26	0.26	-16%	0%
M ₂ + C D	季調済系列	0.15	0.15	0.15	0%	0%
	前月比	0.09	0.09	0.09	0%	0%
	趨勢循環変動	0.19	0.19	0.19	0%	0%
広義流動性	季調済系列	0.08	0.09	0.10	25%	11%
	前月比	0.05	0.05	0.06	20%	20%
	趨勢循環変動	0.13	0.11	0.11	-15%	0%
常用雇用指数	季調済系列	0.09	0.12	0.12	33%	0%
	前月比	0.07	0.08	0.07	0%	-12%
	趨勢循環変動	0.16	0.10	0.10	-38%	0%
完全失業率	季調済系列	0.64	0.52	0.54	-16%	4%
	前月比	—	—	—	—	—
	趨勢循環変動	1.26	1.26	1.26	0%	0%
都内百貨店売上高	季調済系列	0.79	0.88	0.76	-4%	-14%
	前月比	1.09	1.02	0.76	-30%	-25%
	趨勢循環変動	1.08	1.29	0.93	-14%	-28%
乗用車新車登録台数	季調済系列	1.93	1.65	1.57	-19%	-5%
	前月比	2.17	1.81	1.45	-33%	-20%
	趨勢循環変動	2.43	1.76	1.48	-39%	-16%
消費者物価指数	季調済系列	0.07	0.07	0.06	-16%	-15%
	前月比	0.06	0.05	0.04	-33%	-11%
	趨勢循環変動	0.15	0.11	0.11	-28%	-2%

最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について

図表15 X-12-ARIMA における
曜日調整の有無が MAPR に与える影響

		曜日調整あり	曜日調整なし
鉱工業生産指数	季調済系列	0.36	0.46
	前月比	0.41	0.47
	趨勢循環変動	0.55	0.61
鉱工業出荷指数	季調済系列	0.45	0.43
	前月比	0.49	0.48
	趨勢循環変動	0.71	0.77
輸出額	季調済系列	0.91	1.05
	前月比	0.88	1.24
	趨勢循環変動	0.99	1.31
輸入額	季調済系列	0.92	1.21
	前月比	1.10	1.12
	趨勢循環変動	1.66	1.93
大口電力使用量	季調済系列	0.34	0.40
	前月比	0.25	0.34
	趨勢循環変動	0.43	0.60
銀行券発行残	季調済系列	0.25	0.26
	前月比	0.22	0.23
	趨勢循環変動	0.29	0.37
都内百貨店売上高	季調済系列	0.76	0.71
	前月比	0.76	0.71
	趨勢循環変動	0.93	0.89
乗用車新車登録台数	季調済系列	1.57	1.67
	前月比	1.45	1.80
	趨勢循環変動	1.48	1.74

した X-12-ARIMA の特徴は、X-11においては曜日調整と安定性が両立しない(曜日調整を X-11で行うと、その季調済系列は不安定になる)とした Findley et al. [1990] の分析結果と対照的である。

次に、X-12-ARIMA におけるレベル・シフトのダミー変数が季調済系列の安定性に与える影響について検討してみる。図表14でみたように、準備預金残高のようなレベル・シフトの明白な系列において、REGARIMA によるレベル・シフト調整は安定性に大きく貢献している。⁴⁰⁾ 一方、目で見える限り原系列にレベル・シフトが存在しないように見える系列に対して、REGARIMA によるレベル・シフトの自動探索 (automatic-detection) を行うと、後掲のデータ付録にみるよう多くの系列においてレベル・シフトの存在が示唆された。そこで、そのようなレベル・シフトのダミー変数(目で見える限りレベル・シフトが発生しているとは思えないが、REGARIMA の自動探索がシフト発生を示すもの)が、季調済系列の安定性の向上に寄与しているのかどうかを検証してみた。図表16はその一例であるが、達観してみれば、そうしたダミー変数の有無は安定性に対して中立的であることがわかる。この点を考えると、REGARIMA によるレベル・シフトの自動探索が示唆したダミー変数のうち、そのレベル・シフトの発生原因があまり明白でないものに関しては、安定性の観点からすれば取り入れる必然性はあまり高いものと考えられる。ただし、このことは安定性の観点のみからいえることであり、実際の季節調整において、そうしたダミー変数の設定を常に否定するものではない。すなわち、データ内の真の変動成分は観測不能であり、であるからこそ統計モデルに基づいた推計に頼らざるをえないわけで、レベル・シフトの発生原因が仮に明白でなくとも、そのモデルがレベル・シフトの発生を示唆する限り、統計学的な観点からはやはり季調済系列にそれを含めるべきだとの考え方もできよう。

40) 準備預金残高には、曜日変動が存在しないため(後掲データ付録参照)、X-12-ARIMA と X-11-ARIMA の違いは主にレベルシフトの調整にある。よって、図表14の「X-11-ARIMA 比」は、REGARIMA のレベル・シフト調整による安定性向上の効果を示している。この点は、消費者物価指数(89年4月の消費税導入に伴うレベル・シフトの発生)についても同様なことがいえる。

図表16 X-12-ARIMA における
レベル・シフトのダミー変数の有無が MAPR に与える影響

		レベル・シフトあり	レベル・シフトなし
鉱工業生産指数	季調済系列	0.36	0.38
	前月比	0.41	0.36
	趨勢循環変動	0.55	0.56
鉱工業出荷指数	季調済系列	0.45	0.42
	前月比	0.49	0.48
	趨勢循環変動	0.71	0.80
輸出額（\$）	季調済系列	0.91	0.90
	前月比	0.88	0.85
	趨勢循環変動	0.99	1.04
大口電力使用量	季調済系列	0.34	0.33
	前月比	0.25	0.25
	趨勢循環変動	0.43	0.43
銀行券発行残高	季調済系列	0.25	0.25
	前月比	0.22	0.21
	趨勢循環変動	0.29	0.29
乗用車新車登録台数	季調済系列	1.57	1.55
	前月比	1.45	1.43
	趨勢循環変動	1.48	1.59

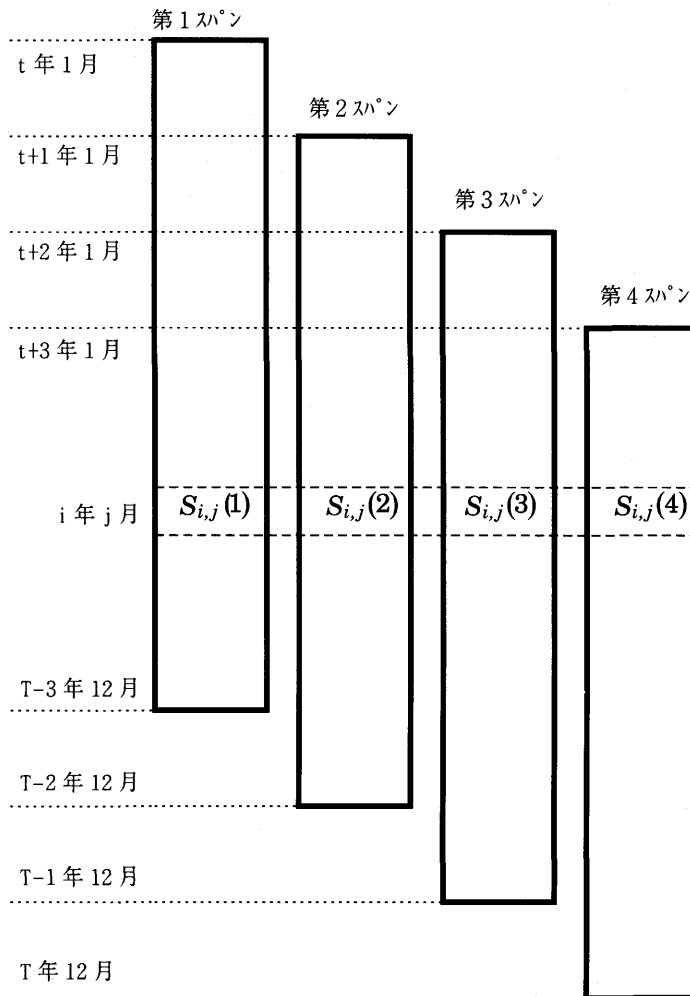
(5) 安定性分析Ⅱ—Sliding Span Analysis—

Sliding Span Analysis は、季節調整の算出期間をずらした（スライドさせた）場合に、同一時点の季節変動成分がどの程度変化するかを分析するもので、あまり変化しない場合には、その季節調整法は安定的であると判断される（詳しくは、Findley, et al. [1990] 参照）。

具体的には、図表17のように、季節調整の算出期間を4つ設け、第1スパンから算出した場合の i 年 j 月の季節変動成分を $S_{i,j}$ (1)、第2スパンから算出した場合の i 年 j 月の季節変動成分を $S_{i,j}$ (2)、同様に第3スパンによる季節変動成分を $S_{i,j}$ (3)、第4スパンによる季節変動成分を $S_{i,j}$ (4)とする。

ここで、各 i 年 j 月の季節変動成分に対して、次の Maximum Percentage Difference (以下、MPD) を定義する。

図表 17 Sliding Span Analysis の方法



$$MPD_{i,j} = \frac{\max_{k \in N_{i,j}} \{S_{i,j}(k)\} - \min_{k \in N_{i,j}} \{S_{i,j}(k)\}}{\min_{k \in N_{i,j}} \{S_{i,j}(k)\}}$$

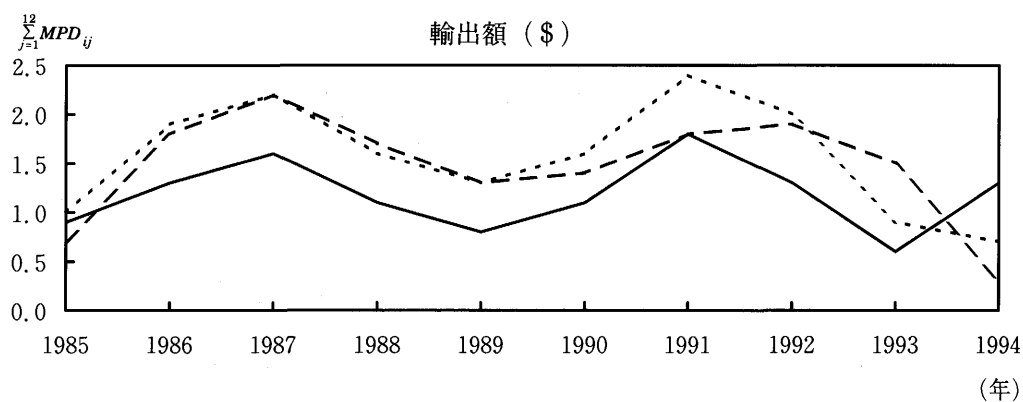
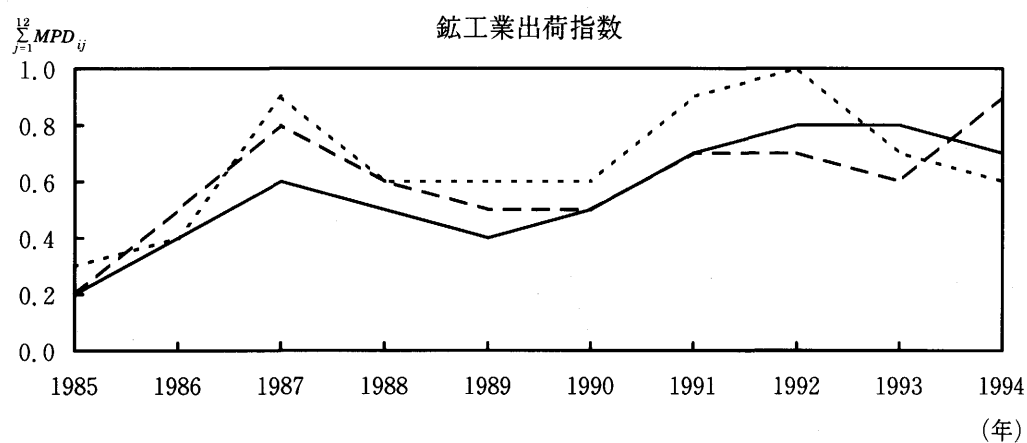
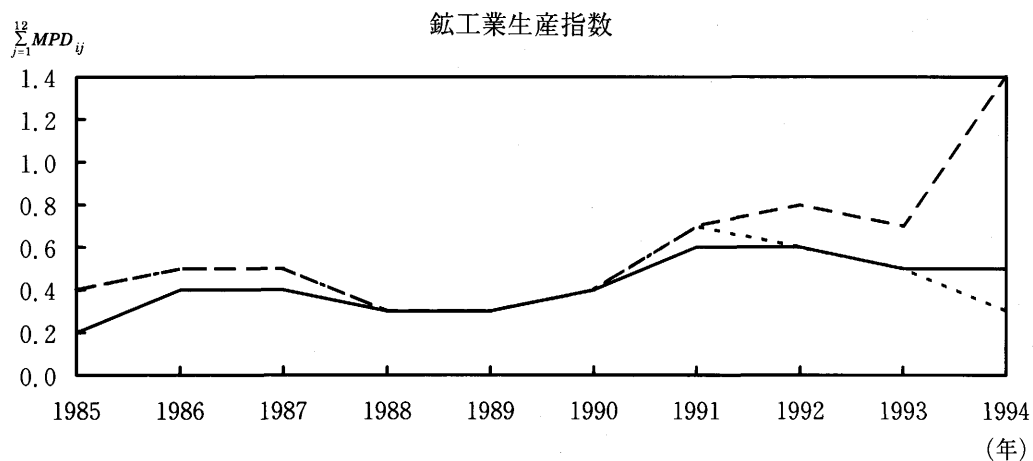
ただし、

$$N_{i,j} = \{k : i \text{ 年 } j \text{ 月の } S_{i,j}(k) \text{ が存在する}\}$$

この $MPD_{i,j}$ は、 i 年 j 月の季節変動成分の中で、最大の値は最小の値より何%大きいことを示すものであり、これが小さい時、安定的な季節調整法と判断できる。図表18は、横軸に年単位の時間、縦軸に $\sum_{j=1}^{12} MPD_{i,j}$ をとり、X-12-ARIMA、X-11-ARIMA、X-11の安定性を比較したものである（適用時系列は、鉱工業生産指数、鉱工業出荷指数、輸出額(\$)、輸入額(\$)、 M_1 、都内百貨店売上高）。これによると、都内百貨店売上高の前半期（1987～1990年）を除くと、X-12-ARIMA が他の調整法に比べ総じて安定的であるといえる。

次に、 $MPD_{i,j}$ の分布におけるメジアン（中央値）、75%値（第3四分位）、最大値をみると（図表19）、メジアンと75%値については、季節調整法間ではあまり差がみられないものの、最大値に関しては、X-12-ARIMA が他の2つの調整法に比べかなり小さくなっている。これは、サンプル期間のスライドによって、X-11やX-11-ARIMA では季節変動成分が突飛な変化をする場合があることに対し、X-12-ARIMA ではそうした異常な変動が抑えられていることを示している。

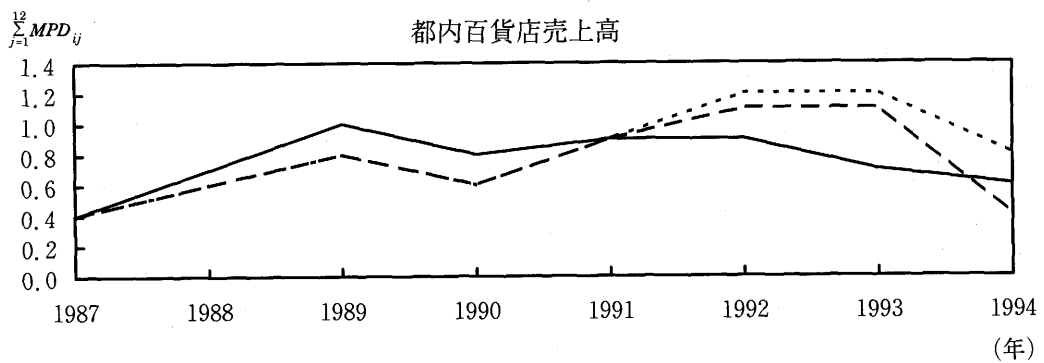
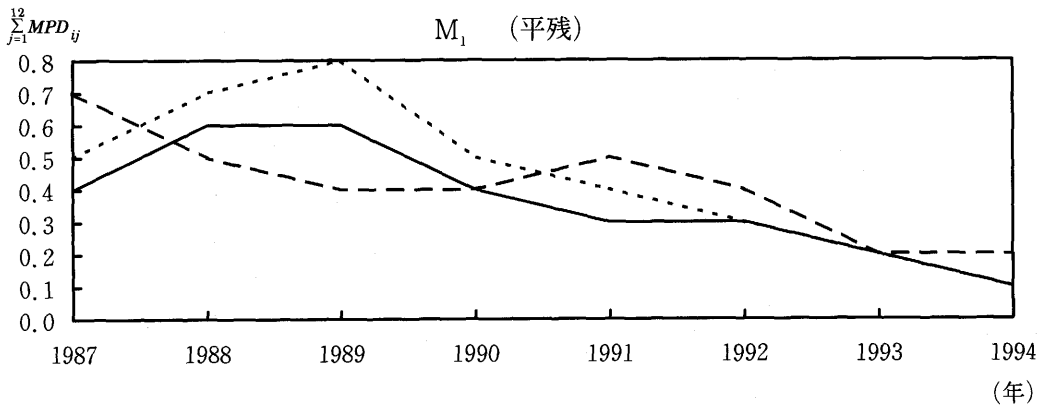
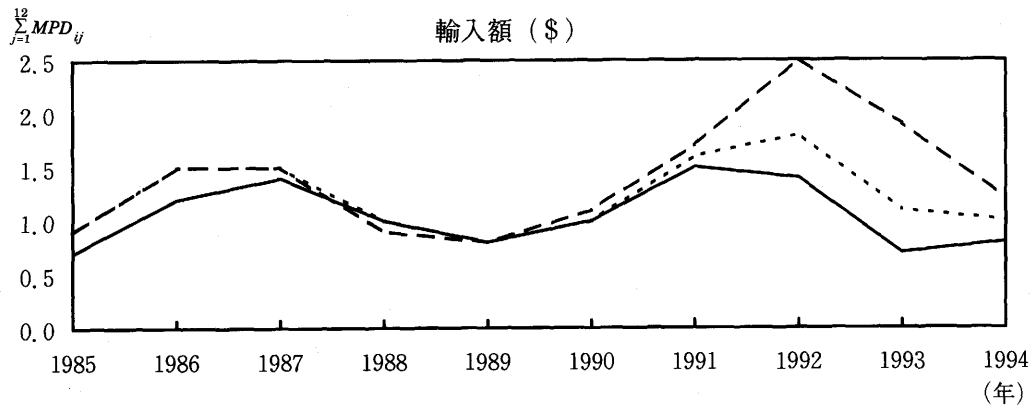
図表18 Sliding Span Analysis



— X-12-ARIMA - - - X-11 ···· X-11-ARIMA

最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について

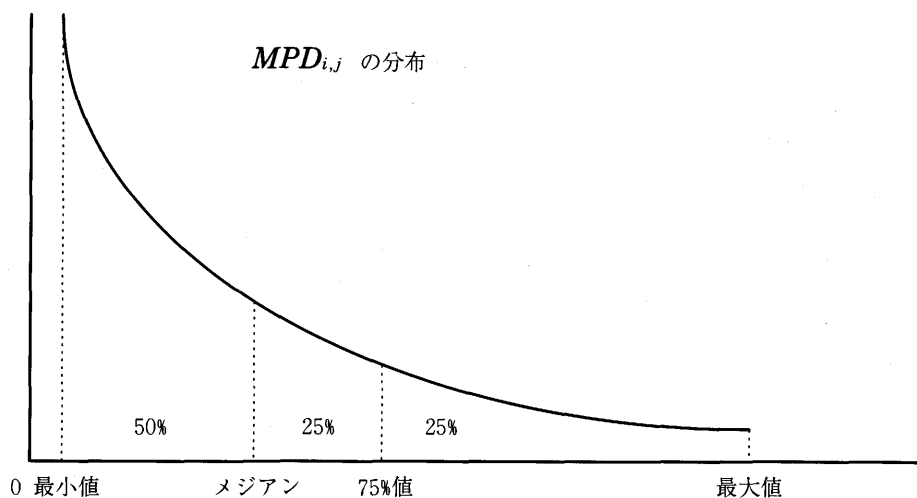
図表18 (つづき) Sliding Span Analysis



— X-12-ARIMA — — X-11 X-11-ARIMA

図表 19 MPD に基づく安定性の評価

	鉱工業生産指数			鉱工業出荷指数		
	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11
メジアン	0.36	0.39	0.33	0.36	0.39	0.33
75%値	0.72	0.85	0.68	0.72	0.85	0.68
最大値	2.73	4.13	3.73	2.73	4.13	3.73
	輸出額 (\$)			輸入額 (\$)		
	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11
メジアン	0.96	1.16	1.05	0.80	1.11	1.15
75%値	1.62	2.19	1.97	1.46	1.70	1.92
最大値	3.46	7.23	7.52	4.00	4.05	4.68
	都内百貨店売上高			M ₁		
	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11	X-12-ARIMA	X-11-ARIMA	X-11
メジアン	0.69	0.62	0.60	0.33	0.36	0.36
75%値	1.11	1.03	0.94	0.49	0.60	0.58
最大値	2.07	3.98	4.51	1.16	1.79	1.42



(6) 安定性分析Ⅲ—予測季節変動成分の信頼性—

図表20は、鉱工業生産指数、大口電力使用量、 M_2 +CDの3系列に関して、X-12-ARIMAにより推計した季節変動成分の動きをプロットしたものである。これによると季節変動パターンは固定的なものではなく、かなり可変的であることが読みとれる。また、紙面の都合上省略してあるが、その他多くの時系列について季節変動パターンの可変性が確認された。この節では、このような季節変動パターンの可変性が季調済系列の安定性に与える問題点について分析する。

(4) (5)節で検討したのは、移動平均に使うサンプルの変更に伴い発生する不安定性に関する分析であった。しかしながら、不安定性の問題はこれだけにとどまらない。すなわち、わが国で公表されている経済統計の季調済系列は、毎月・毎四半期、直近までのデータを用いて移動平均を行って推計されているのではない。最新年の季調済系列は、昨年までの原系列に対して移動平均を行って推計した季節変動成分から「(最新年の)予測季節変動成分」を算出し、その予測季節変動成分を直近の原系列から除去することによって算出したものである。そして、当該年終了後に初めて、当該年までの原系列をフルに用いて移動平均を行って推計した季調済系列に改定される（これを季調替え⁴¹⁾と呼ぶ）。したがって、最新年の季調済系列の安定性は、昨年までの情報を用いて算出した「予測季節変動成分」の信頼性に大きく依存している。

X-11における「予測季節変動成分」は、基本的には、一昨年から昨年にかけて起こったと同方向の季節変動パターンの変化が昨年から今年にかけても生じるであろう（ただし変化の規模は半分）というアドホックな仮定の下に、

$$S_t = S_{t-12} + \frac{(S_{t-12} - S_{t-24})}{2} \quad (5)$$

という式で計算される。また、MITI 法における「予測季節変動成分」は、昨年の季節変動成分と同じ、すなわち、

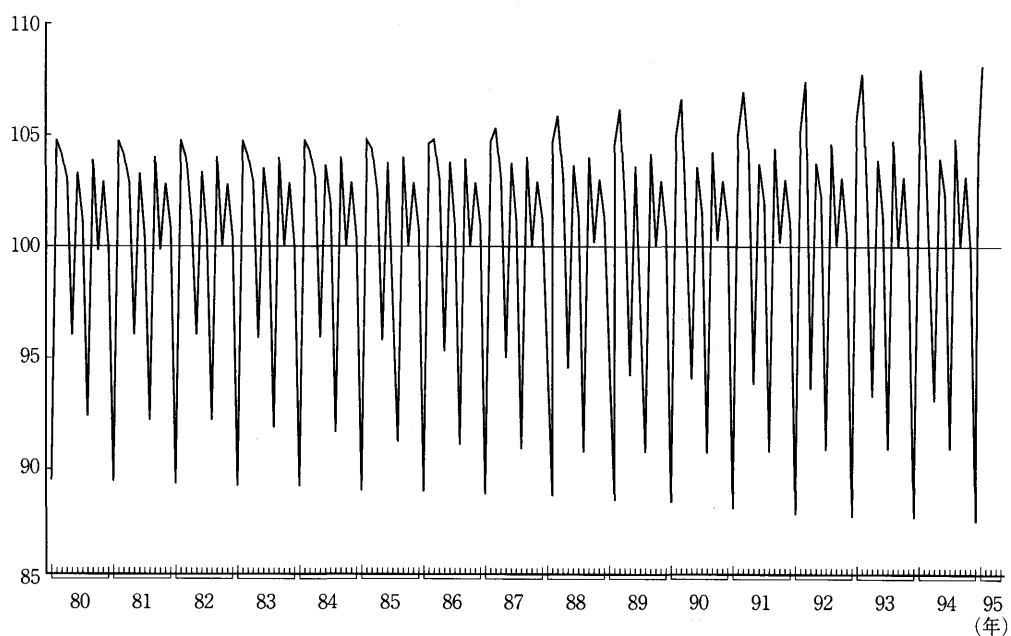
$$S_t = S_{t-12} \quad (6)$$

と仮定している。こうしたアドホックな仮定は、季節変動パターンが固定的である場合にはさほど問題はないが、図表20でみるように季節変動パターンが可変的な場合には妥当な仮定とはいえず、季調替えによる季調済系列の大幅な改定を招く原因となる。

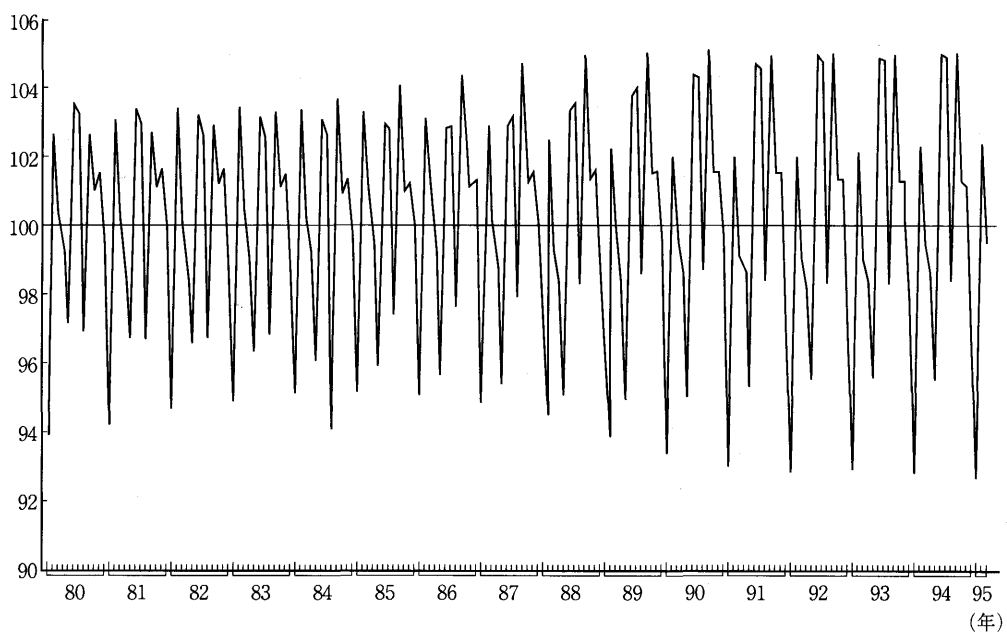
この点を確かめるために、上記の仮定(5)、(6)式がどの程度不適切なものであるかをseasonal ARIMAモデルを用いて分析してみた。すなわち、X-11の(5)式の仮定は、

41) 季調替えの時期は、MITI 法による鉱工業指数が3月に実施されることを除くと、X-11による他の経済統計の季調替えは12月に実施されることが多い。

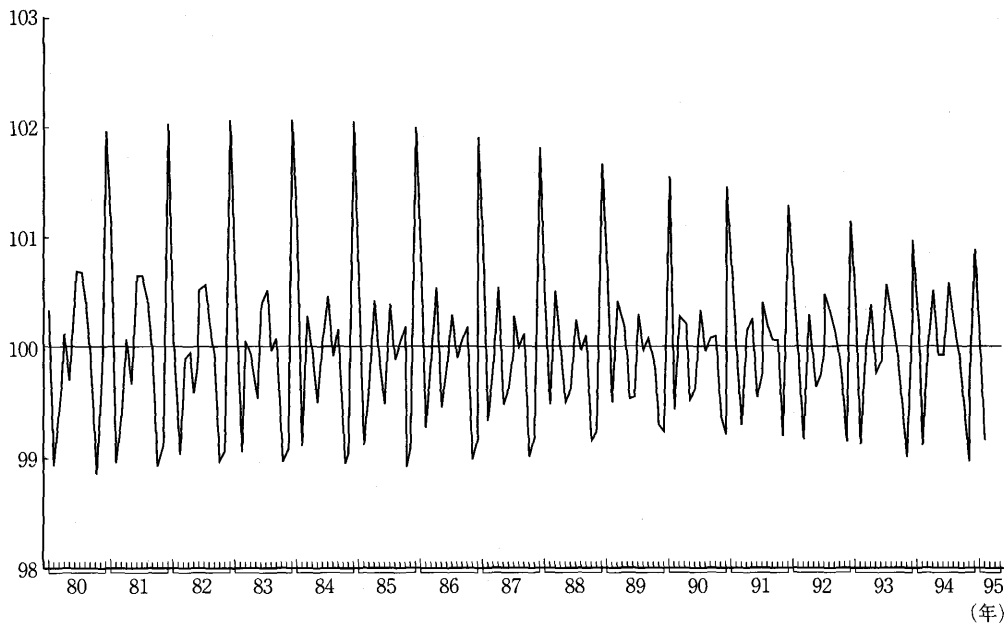
図表20-1 鉱工業生産指数における季節変動成分の推移



図表20-2 大口電力使用量における季節変動成分の推移



図表20-3 M_2+CD (平残) における季節変動成分の推移



seasonal ARIMA モデル

$$(0 \ 0 \ 0) (1 \ 1 \ 0)_{12} \quad (1-0.5B^{12}) (1-B^{12}) S_t = a_t \quad (7)$$

を仮定しているに等しく、同様に、MITI 法では、

$$(0 \ 0 \ 0) (0 \ 1 \ 0)_{12} \quad (1-B^{12}) S_t = a_t \quad (8)$$

を仮定していることにほかならない。そこで、これらのモデルが各時系列の持つ情報をどの程度犠牲にしているかをみるために、次のモデルを実際に推計してモデルの当てはまり具合について比較してみた。

$$(0 \ 0 \ 0) (1 \ 1 \ 0)_{12} \quad (1-\alpha B^{12}) (1-B^{12}) S_t = a_t \quad (9)$$

$$(0 \ 0 \ 0) (1 \ 1 \ 1)_{12} \quad (1-\alpha B^{12}) (1-B^{12}) S_t = (1-\gamma B^{12}) a_t \quad (10)$$

いうまでもなく、X-11やMITI法の仮定したモデル(7),(8)式は、モデル(9),(10)式のパラメータ(α , γ)をアドホックに固定(制約)したものであり、そこにモデル推計上の歪みが発生しているわけである。図表21におけるパラメータの相違やAICから判定して、X-11やMITI法の子測季節変動成分の仮定がいかにも不自然なものであるかが理解できよう。

図表 21 予測季節変動成分の歪み

		パラメータ α	パラメータ γ	AIC
鉱工業生産指数	X-11 (7) 式	0.5 固定	—	-324
	MITI 法 (8) 式	—	—	-131
	(9) 式	0.92	—	-488
	(10) 式	0.89	-0.34	-518
大口電力使用量	X-11 (7) 式	0.5 固定	—	-297
	(9) 式	0.84	—	-387
	(10) 式	0.78	-0.39	-436
M ₂ +CD	X-11 (7) 式	0.5 固定	—	-766
	(9) 式	0.85	—	-856
	(10) 式	0.78	-0.38	-900
乗用車登録台数	X-11 (7) 式	0.5 固定	—	461
	(9) 式	0.91	—	283
	(10) 式	0.88	-0.28	252

季節変動パターンが変化している場合の X-11や MITI 法によるこうした問題は、X-12-ARIMA では緩和される。すなわち、X-12-ARIMA では、季節変動パターンの可変性を織り込みつつ、1年以上の予測値を REGARIMA で推計した上で、この予測値部分に対して X-11を適用して推計した季節変動成分を「予測季節変動成分」として利用することができる。つまり、X-12-ARIMA では、(9)ないし(10)式を用いて予測季節変動成分を算出していることに概念上等しいといえる。⁴²⁾

(7) 景気判断に用いる際の実用性

ここでは、主に鉱工業生産指数を取りあげ、過去の景気転換局面における季調済系列の動きを比較することによって、3つの季節調整法(X-12-ARIMA、X-11、MITI 法)の良し悪しについて分析する。まず、年一回の季調替え(鉱工業指数は3月に実施)という統計慣行に従ってそれぞれの季節調整法により推計した季調済系列の動きを比較する

42) 年一回の季調替えに伴う季調済系列の不安定性の問題を抜本的に解決するには、季調替えを毎月行う(concurrent seasonal adjustment)必要がある。実際、米国商務省センサス局では、貿易統計を除く全統計に対して、concurrent seasonal adjustmentを採用している。これは、季節変動パターンが変化している場合には、毎月季調替えを行った方が、適切な、ひいては安定的な季調済系列を推計することができるという考えに基づくもので、景気判断が微妙な場合などにはとくにその必要性が高いと考えられる(詳しくは、Pierce and McKenzie[1987]を参照)。

ケース・スタディーを行う。したがって、実際の景気判断に利用される4月以降の季調済系列は、いずれの調整法でも(6)節で述べた「予測季節変動成分」を用いて季調済系列が推計される。その後、翌年3月の季調替えによって季調済系列が再推計されることになる。

図表22は、1991年中の景気転換局面における鉱工業生産指数の季調済系列の動きをプロットしたものである。MITI法とX-11のいずれの場合にも、予測季節変動成分を用いて推計した季調済系列には、上下にギクシャクする動きが目立ち、景気判断上攪乱要因となっていたことが窺われる。また、両調整法においては、季調替えに伴う改定も大きいほか、季調替え後も91年6月に不自然な動きが残っている。一方、X-12-ARIMAによる季調済系列に関しては、そうした問題は見あたらず、91年2月をピークにその後下降線を辿っていることが窺える。事後的には、91年4月が景気の山であったことが確認されており、X-12-ARIMAによる季調済系列の動きが実態にかなり近かったといえる。

なお、紙面の都合上省略したが、1993年中の景気転換局面(ボトム:10月)においても同様で、⁴³⁾ MITI法とX-11を用いて推計した季調済系列は上下動が多いのに比べると、X-12-ARIMAによる系列は滑らかであり、X-12-ARIMAの実用性がX-11やMITI法に比べて高いといえる。

さて、MITI法やX-11による季調済系列のこうした不自然な動き(景気判断上の攪乱要因)は、前月比ベースでみると一層増幅される。MITI法およびX-11による季調済系列の前月比とX-12-ARIMAによるそれとを比較すると(図表23)、前者は後者に比べかなり上下にギクシャクした動きをしており、両者の間には絶対値でみて平均1%、最大で4%弱の乖離幅が発生している。⁴⁴⁾ 現在通産省によって公表されている鉱工業指数の季調済系列(MITI法使用)においては、曜日変動の調整は行われておらず、X-12-ARIMAとの差の主たる原因はこの曜日調整の有無にある。⁴⁵⁾ また、X-11に関しては、2.(2)ニ、

43) バック・データが必要な読者は、筆者まで連絡されたい。

44) 計算方法は、次の通りで、各前月比の乖離幅の平均値をとった。

$$\frac{\sum_t |M_t - X_t|}{\text{サンプル数}}$$

ただし、 M_t : MITI法による季調済系列の時点 t における前月比

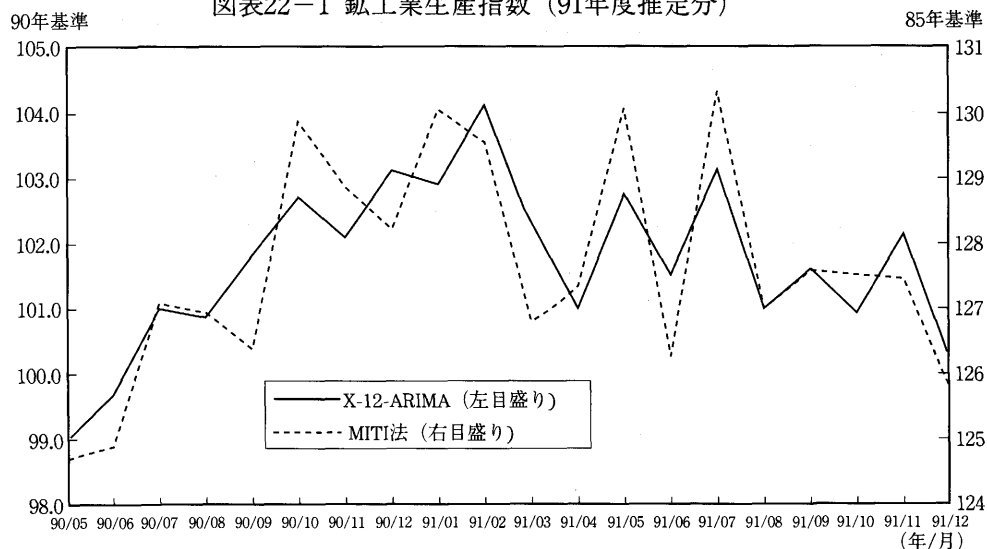
X_t : X-12-ARIMAによる季調済系列の時点 t における前月比

この計算式に従えば、鉱工業生産指数で0.95%、鉱工業出荷指数では1.03%となる。また、乖離幅の最大値は、鉱工業生産指数で3.57%、鉱工業出荷指数で3.96%となる(鉱工業出荷指数の図表は省略)。なお、図表23におけるX-12-ARIMAによる季調済系列の推計においては、レベル・シフトのダミー変数は設定していない。

45) 乗法型の基本式 $Y_t = TC_t \cdot S_t \cdot D_t \cdot I_t$ を対数変換後、階差をとると次式を得る。

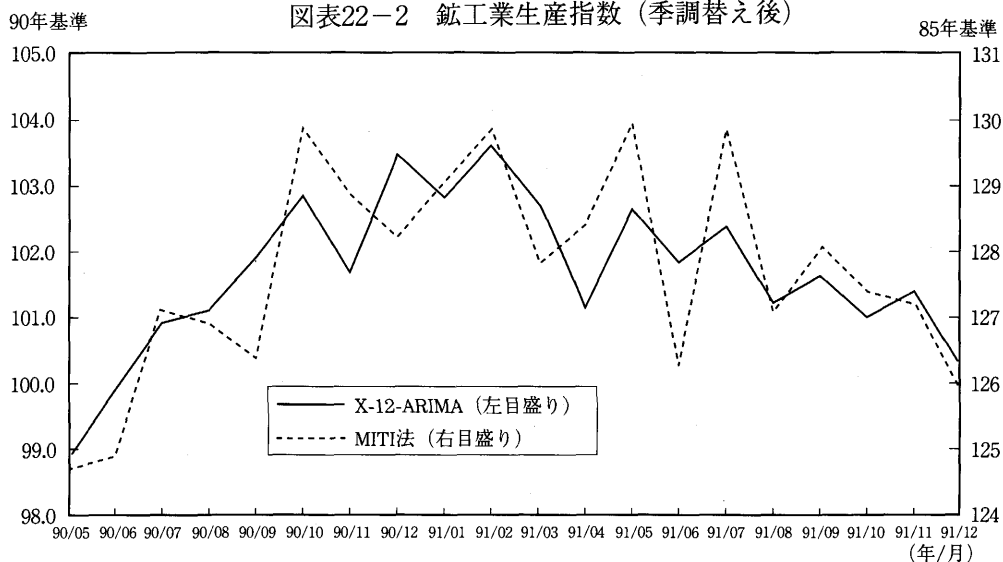
$$\Delta \log(Y_t) = \Delta \log(TC_t) + \Delta \log(S_t) + \Delta \log(D_t) + \Delta \log(I_t)$$

図表22-1 鉱工業生産指数 (91年度推定分)



91年3月までのサンプルを用いて、季節調整を実施。したがって、91年4月以降の季調済系列は「予測季節変動成分」を用いて算出。

図表22-2 鉱工業生産指数 (季調替え後)



92年3月までのサンプルを用いて、季節調整を実施。

(注) 利用できるデータとプログラムの関係上、MITI法による指数は通産省による公表当時の季調済指数(85年基準)をそのまま採用し、X-12-ARIMAによる指数は、90年基準の原系列を季節調整したものを取りあげた。

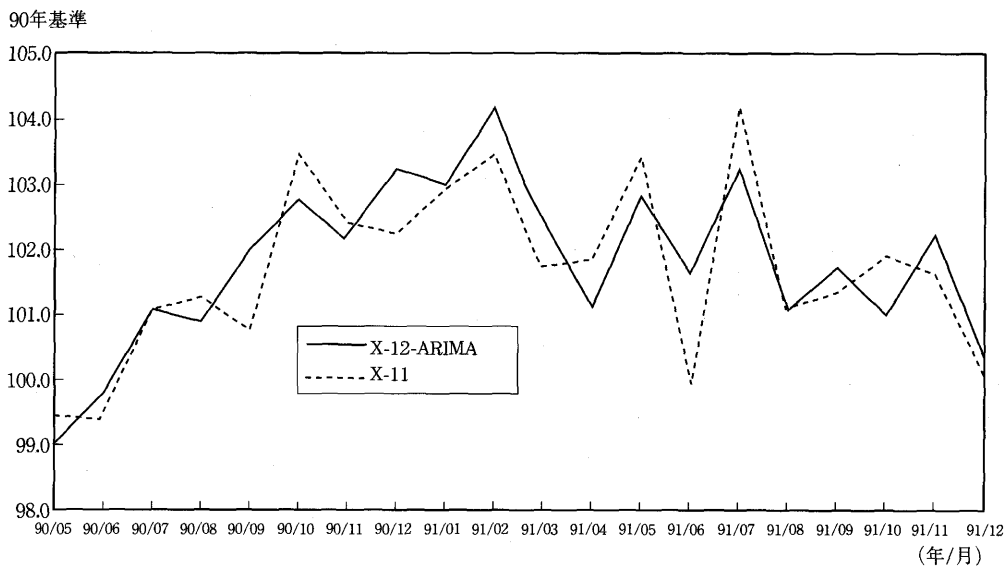
よって、

$$\left(\frac{\text{原系列の}}{\text{前月比}} \right) = \left(\frac{\text{趨勢循環変動成分}}{\text{の前月比}} \right) + \left(\frac{\text{季節変動成分}}{\text{の前月比}} \right) + \left(\frac{\text{曜日変動成分}}{\text{の前月比}} \right) + \left(\frac{\text{不規則変動成分}}{\text{の前月比}} \right)$$

と表すことができる。すなわち、原系列の前月比は、4つの変動成分の前月比の和と近似でき、MITI法(およびX-11)による季調済系列の前月比とX-12-ARIMAによるそれとの差は、主に「曜日変動成分の前月比」となる。

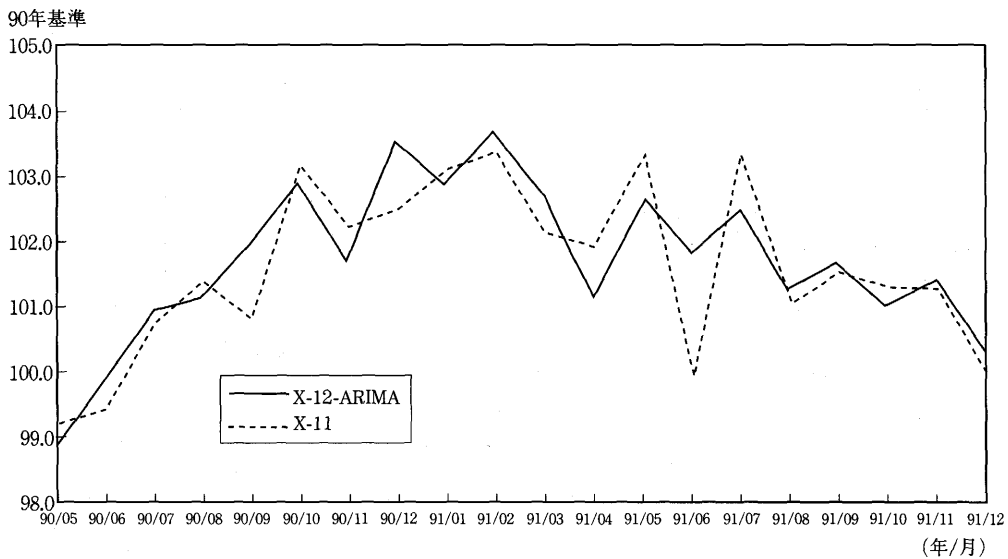
最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について

図表22-3 鉱工業生産指数（91年度推定分）



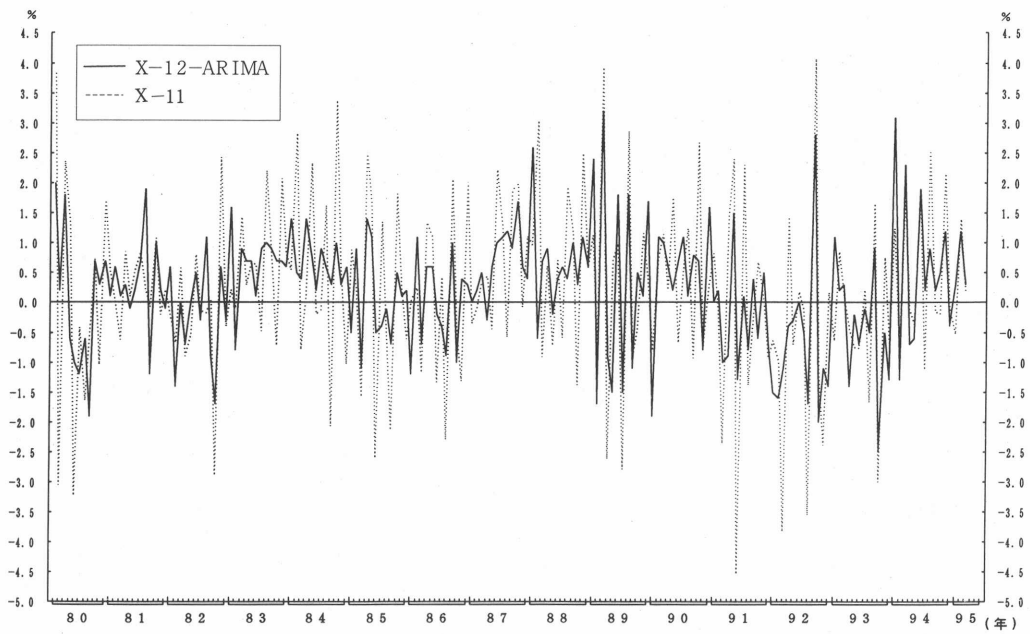
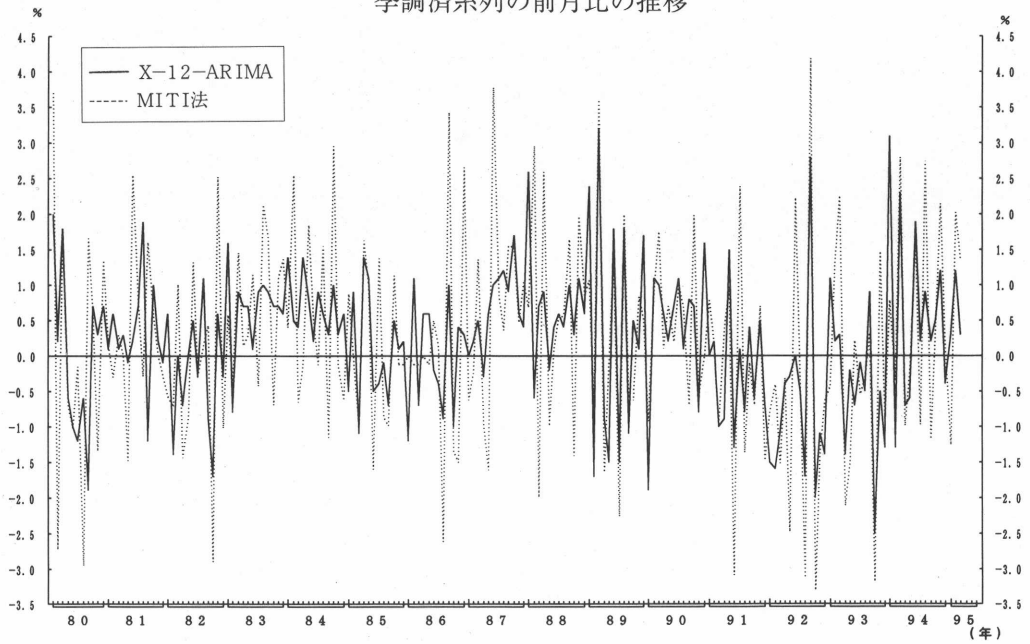
91年3月までのサンプルを用いて、季節調整を実施。したがって、91年4月以降の季調済系列は「予測季節変動成分」を用いて算出。

図表22-4 鉱工業生産指数（季調替え後）



92年3月までのサンプルを用いて、季節調整を実施。

図表23 鋁工業生産指数
季調済系列の前月比の推移



最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について

でみたように曜日変動の調整が可能であるが、その推計の信頼性は高くなく、かつ季調済系列の不安定化を招く（Findley の指摘）といった背景もあって、一般的にはあまり使用されることはない（X-11の標準型では曜日調整は実施されない）。

大口電力使用量や都内百貨店売上高など曜日変動を有する月次系列に対して、X-12-ARIMA と X-11（標準型）を同様に適用してみても、やはり X-11による季調済系列の前月比は X-12-ARIMA のそれに比べると上下動がかなり大きい（紙面の都合上図表は省略）。ちなみに、図表24は、季調済系列の前月比の標準偏差を季節調整法間で比較したものであるが、X-12-ARIMA の標準偏差が他の調整法比かなり小さくなっており、X-12-ARIMA の季調済系列（の前月比）から不要な動きが削減されていることが定量的にも把握できる。

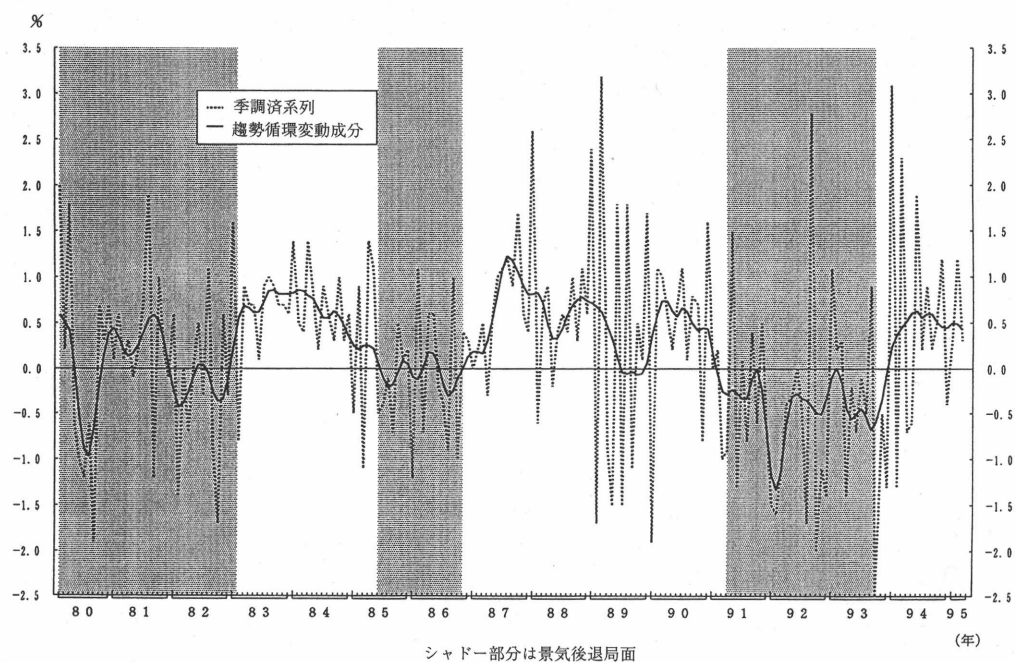
図表 24 季調済系列の前月比の標準偏差

	X-11	MITI 法	X-12-ARIMA		
	(A)	(B)	(C)	X-11 比 (C-A)/A	MITI 法比 (C-B)/B
鉱工業生産指数	1.49	1.47	1.06	-29%	-28%
鉱工業出荷指数	1.78	1.62	1.27	-29%	-22%
輸出額（\$）	3.58	—	2.87	-20%	—
輸入額（\$）	6.15	—	5.08	-17%	—
大口電力使用量	1.23	—	0.95	-23%	—
都内百貨店売上高	1.49	—	1.29	-23%	—
乗用車新車登録台数	6.23	—	5.99	-4%	—

以上の分析から、曜日調整を行うことにより、季調済系列の動きがかなり読み易くなることが明らかになったが、季調済系列には不規則変動成分が含まれており、これが依然として時系列の基調的な変動を読み難くしているケースも少なくない。季節調整を文字通り解釈すれば、原系列から季節変動成分（と曜日変動成分）を抽出することであり、不規則変動成分までも除去するものではない。しかし、季節調整の目的が景気判断にとって不要な情報を取り除き、経済時系列の動きを読み易くすることにあるとの前提にたてば、不規則変動成分も季節変動成分同様不要と判断されるような場合には、季節調整の過程で推計された趨勢循環変動成分を直接景気判断に利用することも許容されよう。図表25は、X-12-ARIMA によって推計した鉱工業生産指数の季調済系列の前月比と趨勢循環変動成分の前月比をプロットしたものであるが、後者の動きは景気の循環局面を比較的よく捉えており、景気判断指標として有用であることが窺われる。なお、これ

をもって、趨勢循環変動成分が季調済系列よりも景気判断指標として常に有益であることを直ちに意味するものではないが、要は、分析ニーズに応じて、季調済系列と趨勢循環変動成分を使い分けていくこと（ないし併用していくこと）が重要といえよう。ちなみに、ドイツ連邦統計局やニュージーランド統計庁では、原系列と季調済系列に加え、趨勢循環変動成分も併せて公表している（Archibald[1995]参照）。

図表25 鉱工業生産指数
季調済系列および趨勢循環変動成分の前月比の推移



5. 今後の課題

季節調整は、われわれが景気判断や経済分析をするための準備作業である。言ってみれば、スポーツ競技において最大の力を発揮するために、適切な準備運動が必要であるのと同様に、最良の景気判断や経済分析を行うためには、適切な季節調整が必要である。しかし、わが国では、利用する季調済系列の品質に無関心のまま、景気判断や経済分析に季調済系列が利用される傾向があるのは否めない。4. の分析から、X-12-ARIMAは季調済系列の安定性や経済指標としての使いやすさの観点からみて、移動平均型調整法の範疇において、現時点では最良の季節調整法といえる。⁴⁶⁾ 米国では、商務省が対外

46) 本論文では、移動平均型調整の範疇に絞り、主に「安定性」の観点から季節調整法を比較してき

最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について

公表統計に対してすでにX-12-ARIMAによる季節調整を実施しているほか、FRB（連邦準備制度理事会）やBLS（労働省労働統計局）等もX-12-ARIMAの導入を検討している。わが国の主要な経済統計についても今後同法への移行を検討していくことが望まれる。なお、X-12-ARIMAはパソコン上で動くソフトで、商務省から無料入手できることから、⁴⁷⁾これまで統計機関の発表する季調済系列をそのまま利用していた者でも、分析用途に応じて自分で簡単に季節調整できるようになるであろう。

以 上

〔日本銀行調査統計局企画調査課〕

たが、季節調整法を評価する際には、「安定性」のほかに、季節調整によって、①季節変動成分が完全に除去されているか、②非季節変動成分が歪められていることがないか、に関しても調べていく必要がある。木村 [1996] は、この点について、モデル型調整法との比較を含め実証分析を行っているが、総じてみれば、X-12-ARIMAのパフォーマンスが最も良いと結論付けている。

47) X-12-ARIMAのファイナル・バージョンのプログラムは、インターネット経由で商務省から直接無料でダウンロードできる予定であるが、アドレス先は、ファイナル・バージョンが一般公開されるまでは対外非公表となっている（公開予定時期は、1996年上半期中）。公開時期や入手方法の詳細については、筆者まで連絡されたい。

金 融 研 究

データ付録

	サンプル期間	データ・ソース	ARIMA モデル	異常値 (A0) ・ レベルシフト (LS)	曜日変動 モデル
鉱工業生産指数	1980.1-1995.3	鉱工業指数 (90 年基準) (通商産業省)	(1 1 1) (1 1 1) ₁₂	LS92. Feb	model2
鉱工業出荷指数	1975.1-1995.3	〃	(1 1 1) (1 1 1) ₁₂	LS76. Mar, LS80. Jul, LS92. Feb	model1
輸出額 (\$)	1975.1-1995.3	国際収支統計 (大蔵省)	(1 1 1) (1 1 1) ₁₂	LS92. Feb	model2
輸入額 (\$)	1975.1-1995.3	〃	(1 1 1) (1 1 1) ₁₂	A078. Oct, A091. Apr	model1
機械受注総額 (280 社・除く船舶)	1987.4-1995.3	機械受注統計調査 (経済企画庁)	(1 1 1) (1 1 1) ₁₂	-	model4
大口電力使用量	1975.1-1995.3	大口電力産業別使用量 (資源エネルギー庁)	(0 1 1) (1 1 1) ₁₂	A075. May, A075. Sep, A080. Mar, LS80. Jul, LS82. Jul, LS86. Jul	model1
建設工事受注高 (総計)	1984.4-1995.3	建設工事受注調査 (建設省)	(1 1 1) (0 1 1) ₁₂	A088. Dec	model4
銀行券発行 (平残)	1975.1-1995.3	経済統計月報 (日本銀行)	(0 1 1) (0 1 1) ₁₂	A090. Apr, LS89. feb	model3
準備預金残高 (平残)	1981.4-1995.3	〃	(0 1 1) (0 1 1) ₁₂	LS83. Jun, LS86. Jul, A087. Nov, LS89. Nov, A091. Mar, A091. Oct, LS91. Nov	model4
M ₁ (平残)	1975.1-1995.3	〃	(0 1 1) (0 1 1) ₁₂	A077. May, A080. Apr, LS78. Jun, LS79. Apr, LS90. May, LS91. Jun	model4
M ₂ + C D (平残)	1975.1-1995.3	〃	(0 1 1) (0 1 1) ₁₂	A078. May A090. Mar, LS90. Nov	model4
広義流動性 (平残)	1980.1-1995.3	〃	(0 1 1) (0 1 1) ₁₂	A087. Dec, A090. Apr, LS81. Jun, LS90. Nov	model4
常用雇用指数 (産業計・ 事業所規模 30 人以上)	1975.1-1995.3	毎月勤労統計 (労働省)	(1 1 1) (1 1 1) ₁₂	A075. Dec, A085. Sep, LS75. Apr, LS76. Apr	model4
完全失業率	1975.1-1995.3	労働力調査 (総務庁)	(2 1 2) (0 1 1) ₁₂	A076. Dec, A077. Apr	model4
都内百貨店売上高	1975.1-1995.3	(百貨店協会調べ)	(1 1 1) (1 1 1) ₁₂	A089. Mar, A089. Apr, A090. Mar, A091. Mar	model1
乗用車新車登録台数 (除く軽)	1975.1-1995.3	(日本自動車販売協会 連合会調べ)	(1 1 1) (1 1 1) ₁₂	A076. May, A081. Apr, A083. Jun, A083. Jul, LS76. Jan, Ls89. Apr	model1
消費者物価指数 (総合・全国)	1980.1-1995.3	(総務庁)	(0 1 1) (0 1 1) ₁₂	LS80. Apr, LS89. Apr	model4

【参考文献】

- 木村 武、「季節調整の方法とその評価について」、『金融研究』、第14巻第4号、日本銀行金融研究所、1995年
- 、「季節調整について」、*IMES Discussion Paper* 96-J-2、日本銀行金融研究所、1996年
- 黒川恒雄、「経済時系列の分析とその季節変動の調整」、『統計』、日本統計協会、1979年
- Anderson, R. G., "Seasonal Analysis of Economic Time Series Subject to Both Known and Unknown Shifts in Data Generating Process : The Case of the St. Louis Monetary Base", *Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment*, Washington, D. C., U. S. Bureau of the Census, March 1995
- Archibald, J., "Experiences of Statistics New Zealand in Trend and Seasonal Adjustment", *Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment*, Washington, D. C., U. S. Bureau of the Census, March 1995
- Bureau of the Census, "REGARIMA Reference Manual (Version 1.0)", March 10, 1995.
- , "X-12-ARIMA Reference Manual (Pre-release Version 0.2)", March 20, 1995.
- Burman, J. P., "Seasonal Adjustment by Signal Extraction", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 143, 1980
- Chang, I., G. C. Tiao, and C. Chen, "Estimation of Time Series Parameters in the Presence of Outliers", *Technometrics*, 30, 1988
- Chen, B. and D. F. Findley, "The Trading Day and Easter Effect Models of X-12-ARIMA", *Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment*, Washington, D. C., U. S. Bureau of the Census, March 1995
- Cleveland, W. S. and S. J. Devlin, "Calendar Effects in Monthly Time Series : Detection by Spectrum Analysis and Graphical Methods", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 75, No. 371, September 1980
- Dagum, E. B., "The X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method", *Statistics Canada Catalogue*, No. 12-564E, September 1979
- , "Diagnostic Checks for the ARIMA Models of the X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method", in *Time Series Analysis*, ed. by Anderson, O. D. and M. R. Perryman, North-Holland Publishing Company, 1981
- den Butter, F. A. G. and T. J. Mourik, "Seasonal Adjustment Using Structural Time Series Model : An Application and a Comparison with the Census X-11 Method", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 8, No. 4, 1990
- Findley, D. F., W. R. Bell, B. Chen, C. Monsell, and M. C. Otto, "The X-12-ARIMA Program", *Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment*, Washington, D. C., U. S. Bureau of the Census, March 1995
- Findley, D. F. and B. C. Monsell, "REG-ARIMA Based Preprocessing for Seasonal Adjustment", *Proceedings of the Statistics Canada Symposium on Analysis of Data in Time*, October 1989
- Findley, D. F., B. C. Monsell, H. B. Shulman, and M. G. Pugh, "Sliding-Spans Diagnostics for Seasonal and Related Adjustments", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 85, No. 410, June 1990
- Granger, C. W. J. and P. Newbold, "*Forecasting Economic Time Series (2nd ed.)*", Academic Press, 1986
- Hout, G., "The Effect of Outliers on ARIMA Models for the X-11-ARIMA", in *Time Series Analysis*, ed. by Anderson, O. D. and M. R. Perryman, North-Holland Publishing Company, 1981

金 融 研 究

Pierce, D.A. and S.K. McKenzie, "On Concurrent Seasonal Adjustment", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 82, No. 399, September 1987