

季節調整の方法とその評価について ——各種手法の紹介と理論・実証分析のサーベイ——

木 村 武

1. はじめに—要旨をかねて
2. 季節調整の概念とその必要性
3. 移動平均型調整法の概要と問題点
4. モデル型調整法について
5. 各種季節調整法の評価基準
6. おわりに—今後の課題

補論

1. はじめに—要旨をかねて

経済諸指標により景気動向等进行分析するにあたっては、原系列から季節性を除去した季節調整済系列（以下、季調済系列）を利用することが多い。しかしながら、最近わが国では、季調替え時に季調済系列が大幅に改定されてしまう問題や、季調済系列が時として不自然な動きを示す（例えば、季調済系列であるにもかかわらず季節性が残存している）問題等が、景気判断に対する攪乱要因として無視できなくなってきた。的確な景気判断や経済分析を行うためには、その事前準備として適切な季節調整が必要であり、季調済系列の利用者およびそれを作成する統計機関にとって、季節調整の最新手法や季節調整の正しい利用法、さらにはその限界等について理解を深めておくことは重要なテーマである。¹⁾

本論文の作成に当たっては、北川源四郎教授（統計数理研究所）、国友直人教授（東京大学）、竹内恵行教授（大阪大学）から有益なコメントを頂いた。ただし、本論文で示されている意見およびありうべき誤りは、すべて筆者に帰するものである。

- 1) 最近では、米国商務省センサス局が1995年3月に主催した「季節調整に関するワークショップ」で、各国の経済・統計学者らが、季節調整の最新手法や現行の季節調整法の問題点などについて、様々な論点から報告を行っている。また、学界では季節調整法のみならず、“Seasonal Unit Root”など経済時系列の季節変動に関する理論的・実証的な分析についても関心が高まっており、例えば、Journal of Econometrics (Vol. 55, No. 1-2, 1993) では、“Seasonality and Econometric Models”として特集を組んでいる。

本論文は、こうした問題意識の下、季節調整に関してこれまで統計学界や経済学界において研究されてきた議論のサーベイを通じ、主な季節調整法の特徴点や、季節調整のパフォーマンスの評価法等について取り纏めたものである。

本論文の構成は次のとおりである。まず、2.では、季節調整の目的とその方法について述べた後、原系列との対比でみて季調済系列を利用することのメリットと利用上の留意点について述べる。3.では、これまでの季節調整の主流となってきた移動平均型調整法の概要と問題点について整理した後、その最新手法である X-12-ARIMA について紹介する。4.では、移動平均型調整とは全く異なるアプローチで、時系列の変動を確率モデルで捉えることによって季節調整を行うモデル型調整法を紹介する。最後に 5.では、移動平均型調整法やモデル型調整法など様々な季節調整法のパフォーマンスを評価する際の基準について整理を行う。

本論文の要旨を予め記すと次のとおりである。

季節調整とは、経済時系列（月次データ・四半期データ）の動きを趨勢変動、循環変動、季節変動、不規則変動の4成分に分解・推計し、季節変動成分を元の系列から除去した季調済系列（趨勢・循環・不規則変動の推計値）を求める手続きをいう。この季節調整の目的は、天候や社会慣習等の影響によって毎年季節的に繰り返される変動を経済データから除去することによって、景気の転換点等経済の基調的な動向や経済諸変数間の関係を、よりの確に把握することにある。また、季節調整の意義は、原系列の前年同月比を用いた景気判断がミスリーディングな結果を導きやすいことなどを考えると、より一層明らかになる。

しかし、季節変動はその存在自体が明らかでも、「真の季節変動」は観測不能であり、実際の季節調整においては、その変動に関して何らかの先験的な仮定をおいて推計せざるをえない。したがって、季節調整における仮定が、現実の経済状況に照らしてみても妥当なものでないならば、原系列に含まれる情報が季節調整により歪められる可能性が高くなり、得られた季調済系列の利用価値も損なわれる。例えば、単一変数を対象とした通常の季節調整法（一変量季節調整）では、その方法を統計的に正当化するために、①季節調整の対象となる時系列の変動を説明するうえで他の時系列の情報は影響しないこと、②原系列を構成する4成分は互いに独立であること、を仮定する必要があるが、これまでの研究により、こうした仮定が満たされない場合の理論的な問題点（季節調整がもたらしうる情報の歪み）が明らかになっている。ただし、そうした理論的な問題の解決に正面から取り組んでいくことがどうしても必要なのか（つまり現実問題としてどれだけ深刻なのか）、または実務的にみてその対応が可能なのかという点については、必ずしも肯定的な回答を見い出せないのも事実である。そのため、これまで実用化され、また今後実用化されると見込まれる季節調整法は、こうした理

論的な問題をはらみながらも、先の①②を仮定した一変量季節調整法の範疇の中で研究が進められ、改善されてきた。(以上2.の要旨)

米国商務省センサス局（以下、センサス局）が開発した移動平均型調整法 X-11は、そうした一変量季節調整法の代表格で、発表以来30年を経た今日でも世界各国の統計機関で利用されており、わが国では日本銀行や経済企画庁、総務庁などで公表統計の季節調整に用いられている。しかし、X-11はこうした実用面での重みがある一方で、同法に対する批判もまた少なくない。第1に、X-11は時系列の各変動成分に対して明確な確率モデルを仮定することなく、単に移動平均を繰り返しているに過ぎないため、得られた季調済系列の統計理論的な性質が不明瞭であるとの批判がある。このことは、移動平均項数等に関して、統計的にみて客観性のある選択を行うことが困難なため、そこに統計作成者の恣意が入り込む余地があることを意味している（「統計理論的な客観性²⁾の欠如」に関する問題）。第2に、系列末端部分における移動平均値が、その時系列の特性にかかわらず一律に後方移動平均で求められていることや、構造変化や異常値の処理が十分に行われていないことなどから、景気判断において最も重要な直近部分の季調済系列が推計期間の変更等により大幅に改定されることが多い。これは、季調済系列の「不安定性」と呼ばれるもので、景気判断や政策対応を攪乱し、ひいては季節調整に対する信頼を失わせる重大な問題である。実際わが国でも、季調済系列が改定されたことによって、1991年の景気動向指数が大きく変化し、景気後退が当初考えていたよりも実はかなり早くから始まっていたことが明らかになったという事例がある。

上記の第2の問題、すなわち「不安定性」の問題を、系列末端部分の処理の向上を通じて改善しようとしたのが、カナダ統計局開発の X-11-ARIMA であり、現在ではカナダ統計局のほか米国労働省（失業統計）や FRB（マネーサプライ統計）等で実際に利用されている。同法では、ARIMA モデルを用いて原系列の予測値を1～2年分推計した後、原系列と予測値をつなげた系列に X-11 をかけるという方法をとっている。すなわち、系列末端部分を一律に後方移動平均で処理するのではなく、各々の時系列の持つ情報をなるべく利用して処理しようとしている点がポイントである。しかし、X-11-ARIMA のパフォーマンスに関する実証分析では、これによって季調済系列の安定性が高まったとの報告が見られる一方で、時系列によってはその安定性がさほど改善しないとの分析もある。このことは、季調済系列の不安定性の問題を十分に

2) 厳密にいうと、真の季節変動の構造が観測不能である以上、如何なるモデルも、いくら客観性を装っても、程度の差こそあれ恣意的なものからは逃れられないといえる。本論文でいう「統計理論的な客観性」とは、そうした恣意的なものを、モデルとパラメータに分離し、それぞれの中で data driven 推定という条件の下で、「ある基準に基づいて最適なものを選択する」ことを意味している。

小さくするためには、系列末端処理の改善のみならず、異常値や構造変化の処理の改善が不可欠であることを示唆している。

こうした問題に対処するために開発されたのが X-12-ARIMA で、センサス局によって 1996 年初に一般公開の予定となっている。同法では、REGARIMA と呼ばれる事前調整パートにおいて、まず原系列を ARIMA モデルで表現できる部分と、構造変化や異常値で説明される部分に分解する（構造変化や異常値を抽出するための工夫としてダミー変数が使われており、その具体的な設定等に関しては、統計理論的に客観的な選択が可能）。このように原系列がまず 2 つに分解され、次に ARIMA モデルで表現できる部分（事前調整済系列）のみについて X-11 による移動平均をかける。すなわち、X-12-ARIMA は、構造変化や異常値を事前に除去した系列に対して季節調整を行う手法である。米国の経済時系列に対して X-12-ARIMA を適用した実証分析では、同法が X-11 や X-11-ARIMA よりも安定性の高い季調済系列を生み出すことが確認されている。（以上 3. の要旨）

一変量季節調整法には、X-11 に代表される移動平均型調整法の他に、モデル型調整法と呼ばれるものがある。モデル型調整法とは、現実の経済時系列がどのような確率モデルから生成されているのかを明確に仮定することにより、季節調整の手続きを透明にし、かつ得られた季調済系列の特性を明らかにしようとしたものである。こうした方法には、regression approach、signal extraction approach、ベイズ型調整法、state space model (SSM) による調整がある。

regression approach とは、各変動成分に対し適当な関数を設定し（例えば趨勢・循環変動に対しては、時間に関する多項式）、その関数のパラメータの推定を最小二乗法で行おうというものである。ただし、その関数型選択は、多分に経験的かつ恣意的であり、その妥当性は、主として回帰式のフィットのみによって判断されるため、季調済系列の信頼性は保証されない。

signal extraction approach とは、原系列、非季節変動成分（＝趨勢・循環・不規則変動成分）、季節変動成分のそれぞれに対して ARIMA モデルをあてはめ、後 2 者の ARIMA モデルの和が原系列の ARIMA モデルと一致するという制約を満たす非季節変動成分の推計値（つまり季調済系列）を、工学的手法を用いて導き出す。signal extraction による季節調整では、ARIMA モデルという柔軟なモデルを系列に仮定している点で優れているが、そのノイズ分布の分散の設定が恣意的であるという問題が指摘されている。

したがって、regression approach, signal extraction approach とともに、データの背後に存在するモデルを明確に仮定したとはいえ、それぞれ関数型選択やノイズ分布の分散の決定に関して、統計理論的な客観性がなく、分析者の恣意が入り込む余地があ

る点で、X-11と同様な問題をはらんでいる。ベイズ型調整法とSSMはこうした問題をクリアした方法で、これら調整法の最大の特徴は、モデルを特定化するうえで必要となる種々の仮定（ラグ次数や非季節変動成分の滑らかさ等）について、AIC（Akaike Information Criterion）と呼ばれる指標等を用いて、統計理論的にみて客観性のある選択ができるようになっていることである。特にSSMは、時系列の各変動成分を確率差分方程式で捉えることによってモデル全体を状態空間表現で規定し、各変動成分の形状やノイズ分布等に関する仮定に、汎用性を持たせた季節調整法である。例えば、ノイズ分布に非ガウス分布（正規分布に比べ分布の裾が重いコーシー分布等）を仮定することにより、時系列に異常値や構造変化が存在する場合でも、適切な季節調整系列を推計することができるようになっている。（以上4.の要旨）

ベイズ型調整法やSSMは、統計理論的にみた客観性という意味で、他のモデル型調整法やX-11等の移動平均型調整法に比べ優れているといえる。しかし、「統計理論的にみた客観性」とは、①データの背後にどのような確率モデルを仮定しているのかが明確であること、②ラグ多項式の次数など確率モデルの特定化に必要な先験情報の選択を統計理論に則した基準で行っていること、の2点のみを意味しているのであって、①で仮定したモデルが季節調整モデルとして最善であることまでも意味している訳ではない。したがって、ここでいう「統計理論的にみた客観性」を備えた方法だからといって、例えばSSMがX-12-ARIMAに比べてパフォーマンスとしても優れているとは先験的には断定できない。そこで、様々な評価基準を設け、各季節調整法のパフォーマンスについて比較・検証していくことが必要となる。

パフォーマンスに関する具体的な評価基準としては、まず第1に、季節調整系列の「安定性」が挙げられる。安定性とは、季節調整の算出期間の変更に伴う季節調整系列の改定幅が小さいということであり、季節調整に対する信頼性の観点から極めて重要な評価基準である。これまでの実証分析によると、モデル型調整法が移動平均型調整法に比べ安定的な季節調整系列を作り出すとは、一概にいえないようである。第2に、季節調整が原系列から季節変動を完全に除去し、また、その調整の過程で非季節変動を歪めないという意味での季節調整の「適切さ」を挙げることができる。このような適切さは時間領域分析や周波数領域分析など、時系列分析の基礎的な手法を用いて検証することができる。これまでの実証分析によると、ベイズ型調整法やSSMが移動平均型調整法に比べ、この面では概して優れているようである。第3に、うるう年や休祝日のずれなどの「営業日数要因」によって生じる季節変動パターンの変化が、正しく捉えられているかどうかとも重要である。さらに第4に、実務的には「季節調整作業の効率性」も重要な評価基準である。季節調整プログラムの使い勝手が悪かったり、一系列当たりの処理時間がかかり過ぎたりする季節調整法は、統計機関にとって大量の

季調済系列を迅速に作成する点で障害になりうる。

今後は、こうした評価基準をもとに、わが国の統計機関が現在使用している X-11 に比べて、最新手法の X-12-ARIMA や非ガウス型 SSM がどの程度のパフォーマンスの向上をもたらしうるのかについて、早急に実証分析を進める必要がある。また、もう少し長い目でみると、季調済系列の対外公表方法のあり方（趨勢・循環変動成分の推計値や季調済系列に関する分散の追加公表・利用、季調替えの頻度に関する見直し等）についても、随時検討を加えていくことが望ましい。（以上 5.、6. の要旨）

2. 季節調整の概念とその必要性

(1) 季節調整の目的とその方法

経済政策との関連で経済統計を作成する者の重要な責務の一つは、短期的な景気動向を的確に把握しうる統計資料を提供することである。月別・四半期別の経済時系列（原系列）は景気動向に関する情報を多分に含む一方、その系列の変動要因には、天候や社会習慣等の影響によって毎年季節的に繰り返される一年周期の変動、すなわち季節変動が含まれており、原系列のままではそのデータの利用価値は必ずしも高いとはいえない。したがって、われわれが経済時系列の重要な基調的変動（景気の循環やその転換点等）を認識し、またそれに基づいた適切な政策対応を可能にするためには、何らかの方法でこの季節変動を原系列から除去することが必要である。これが、季節調整の目的である。

季節変動について、もう少し具体的にみておくと、まずこうした一年周期の変動が生ずる背景としては、次のような自然的あるいは社会的な要因を挙げることができる（田原[1983]参照）。

①自然条件

天候や気温など自然条件の変化は経済活動に直接影響を与える。例えば、寒冷地では冬期になると、農産物をはじめ種々の生産活動が停滞する。

②月間営業日数の違い

年末・年始の休暇、ゴールデン・ウィーク、盆休みを含む月や 2 月³⁾などは、他の月に比べて営業（稼働）日数が少ない。

③経営環境に関わる制度・習慣

例えば、決算期になると、経営成績上の観点から売上高や受注高が嵩上げされたり、資金需要が増加したりする。

3) なお、うるう年（4 年周期）は季節変動とはいえないが、その効果（4 年周期の 2 月の営業日数の変化）も季節調整の際には除去することが望ましい。

④需要面からの影響

例えば、7・12月は中元、クリスマス、歳暮といった国民生活に関わる習慣に、ボーナスが重なる結果、個人消費が急増し、これに対応して消費財の生産・売上・在庫が季節的に変動する。

⑤供給面からの影響

原料、資材、動力などの季節的な制約によって、これらを使用する生産活動が変動する。例えば、電力多消費型の鉄鋼業などでは、夏期減産が行なわれる。

さらに、季節変動について留意しておくべき点は、その変動パターンが長期にわたって不変・固定的なものであるとは限らず、経済成長に伴う社会的・経済的条件の変化や景気循環の局面によって、毎年少しずつ変化しうることである。季節調整とは、こうした特徴を持つ季節変動⁴⁾を統計的に推計し、原系列からそれを除去する手続きである。

実際の季節調整法においては、原系列(Y_t)は季節変動成分(S_t)のほか、趨勢変動成分(T_t)、循環変動成分(C_t)、不規則変動成分(I_t)から構成されると考える。さらに、原系列(Y_t)とこれら4成分との関係については、

$$\text{加法型モデル：} Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t$$

または、

$$\text{乗法型モデル：} Y_t = T_t \cdot C_t \cdot S_t \cdot I_t$$

のいずれかを通常仮定する。季節調整を上記モデルに沿って解釈すれば、原系列 Y_t から季節変動成分 S_t を除去し、加法型モデルであれば $T_t + C_t + I_t$ 、乗法型モデルであれば $T_t \cdot C_t \cdot I_t$ なる系列（季調済系列）を作り出すことにほかならない。なお、各変動成分については、次のように定義される。

①趨勢変動(T_t)

経済成長等に伴って生じる長期的な上昇または下降傾向を示す変動。

②循環変動(C_t)

景気循環に伴って拡張と収縮の期間を交互に繰り返す周期的な変動（一年を越す周期）。

③季節変動(S_t)

一年を周期とする変動。

4) Hylleberg [1992] は、①～⑤の季節変動の諸要因および季節変動パターンの可変性を考慮し、季節性を次のように定義している。

Seasonality is the systematic, although not necessarily regular, intra-year movement caused by the change of the weather, the calendar, and timing of decisions, directly or indirectly through the production and consumption decisions made by the agents of the economy. These decisions are influenced by endowments, the expectations and preferences of the agents, and the production techniques available in the economy.

④不規則変動 (I_t)

上記3変動以外の変動で、その名の通り、相互に無関係・不規則な変動であって突発的な要因やその他原因不明の攪乱要因によって起こる（ストライキや台風、地震などの自然災害もこれに含まれる）。

以下(2)および(3)においては、季節調整の意義や必要性をより明確にするため、原系列の前年同月（期）比を用いた景気判断の問題点、および原系列を用いた回帰分析の問題点について述べる。

(2) 前年同月（期）比を景気判断に用いることの問題点

原系列 Y_t （月次データ）が乗法型モデルに従うと仮定すると、その前年同月比は、次式で表される。

$$\frac{Y_t}{Y_{t-12}} = \frac{T_t}{T_{t-12}} \cdot \frac{C_t}{C_{t-12}} \cdot \frac{S_t}{S_{t-12}} \cdot \frac{I_t}{I_{t-12}}$$

ここで、季節変動が一年周期の概ね安定的なパターンに従っていると仮定すれば ($S_t \doteq S_{t-12}$)、前年同月比は、

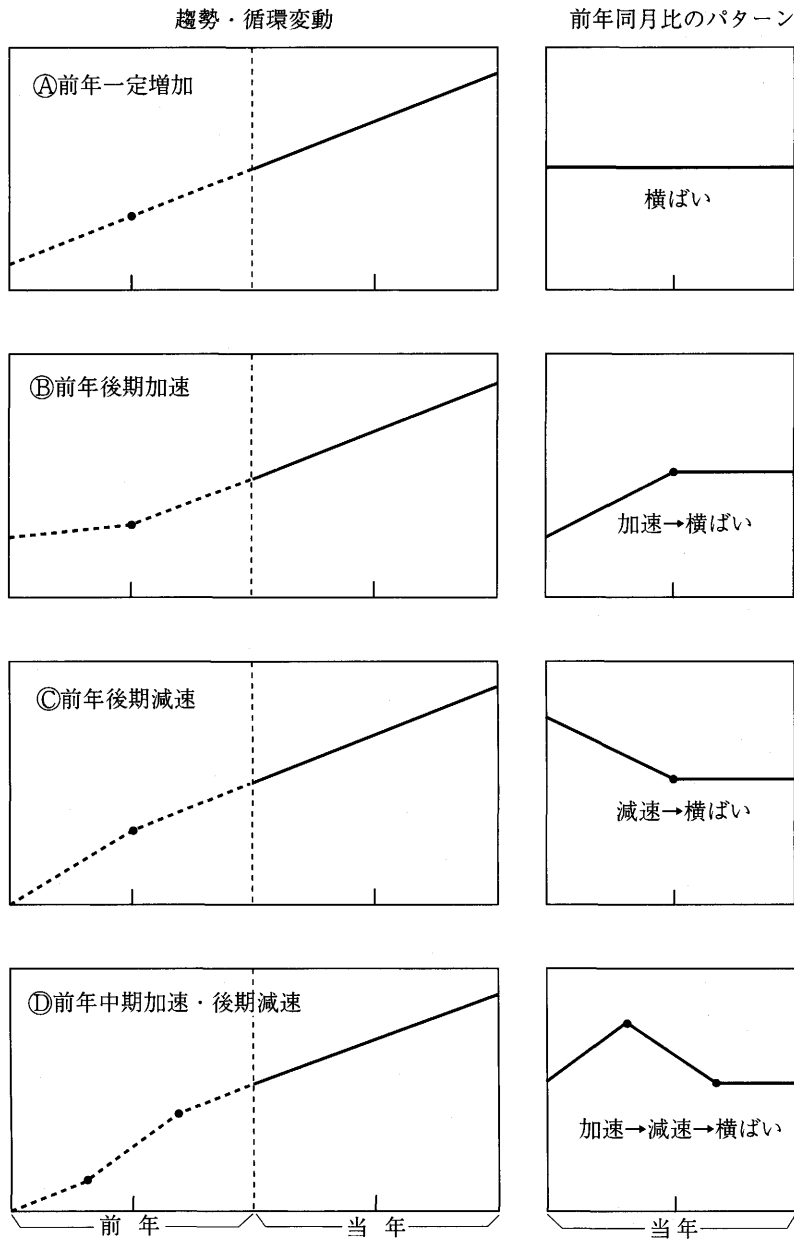
$$\frac{Y_t}{Y_{t-12}} \doteq \frac{T_t}{T_{t-12}} \cdot \frac{C_t}{C_{t-12}} \cdot \frac{I_t}{I_{t-12}}$$

となる。したがって、前年同月比は、季節変動成分を除去する簡便な方法といえる。しかし、この方法は、対象とする時系列が乗法型よりもむしろ加法型に従っていると考えられる場合や、季節変動のパターンが一定ではない場合 ($S_t \neq S_{t-12}$) には適当ではない。さらに、仮に時系列が乗法型に従い、かつ季節変動パターンが一定であったとしても、前年同月比は景気判断上、次にみるような問題点を含んでいる（田原[1983]、溝口・刈屋[1992]、Bundesbank[1987]等参照）。

第1に、前年の「サカ」（ないし「ウラ」）が攪乱要因となることである。図1は、当年の趨勢・循環変動 (T_t, C_t) が全く同じ動きをしており、前年がそれぞれ異なった動きをしている4つの仮設例について、前年同月比のパターンを比較したものである（なお、ここでは、単純化のために不規則変動については無視している）。これによると、当年の趨勢・循環変動が同一（すなわち景気の実勢が同一）であっても、前年の趨勢・循環変動のパターンによって前年同月比の動きは全く異なりうる。したがって、前年同月比から直ちに景気の基調を判断することは危険であり、前年同月比の使用に当たっては、その指標の前年の動きに十分留意しなければならない。

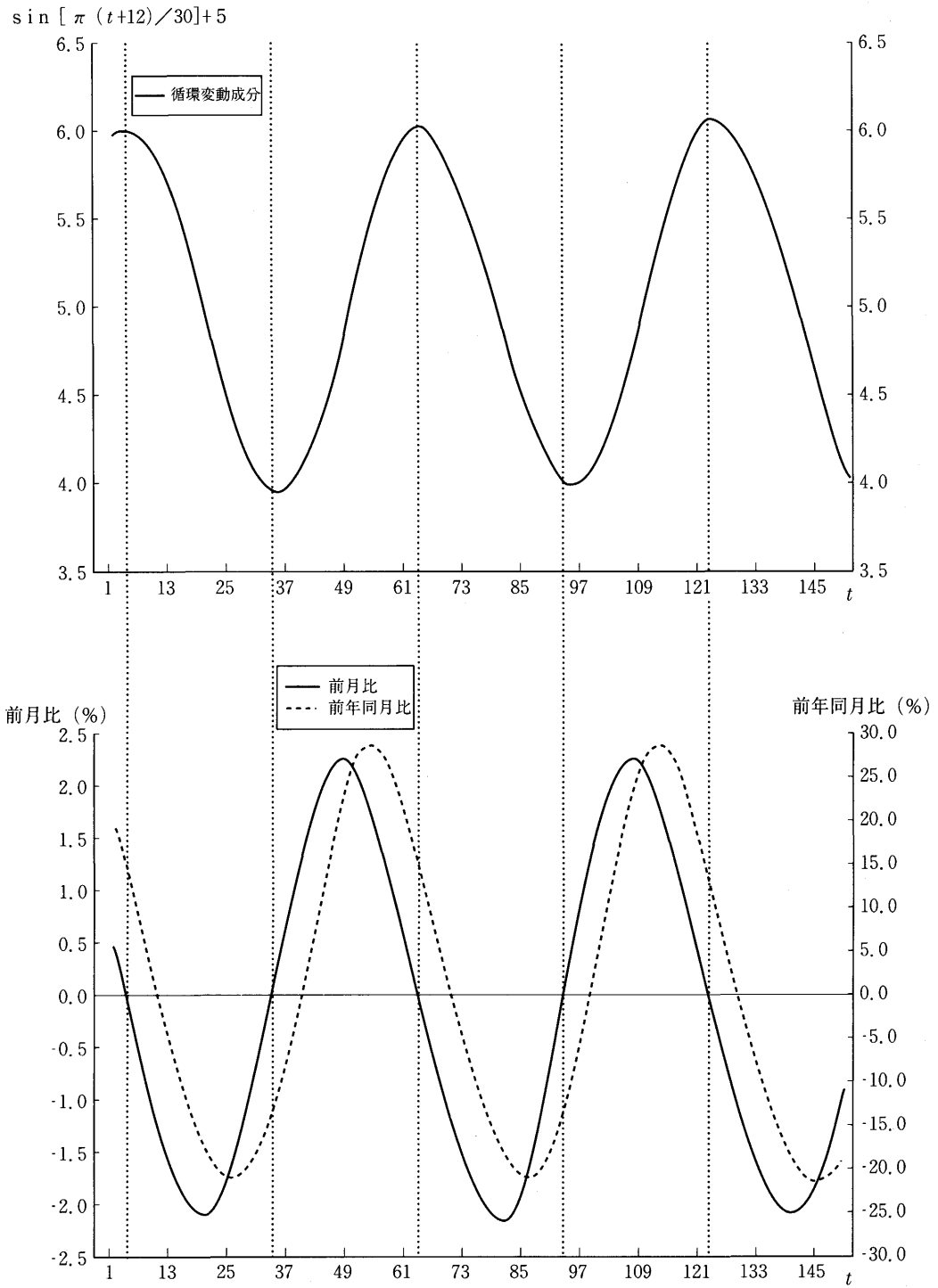
第2に、上記の点と関連するが、前年同月比は景気転換のタイミングについて誤った情報を与える可能性が高い。図2は、5年周期のサイン・カーブ型の循環変動成分 (C_t) とその前年同月比 (C_t/C_{t-12})、前月比 (C_t/C_{t-1}) を示したものである（なお、単純

図1 趨勢・循環変動と前年同月比との関係



(出所) 田原 [1983]

図2 原系列、前月比、前年同月比の動き



化のため趨勢変動は一定と仮定)。前月比は、循環変動がボトムからピークまでの間は符号がプラスとなり、ピークからボトムまでの間はマイナスとなるので（景気の転換点ではゼロ）、循環変動の転換点について必要な情報を提供する。しかし、前年同月比の場合は、その符号や動きが循環変動とどのように対応しているのかは、循環変動の周期や振幅に依存しているため、循環変動のピークとボトムに対応する前年同月比の数値（図2の例でいうと、それぞれ13%、-15%近辺）は系列毎に異なる。また、前年同月比は、前月比に対しては遅行指標である。したがって、前年同月比をあたかも前月比のようなイメージで利用すると、景気の転換点の判定が遅れてしまう（図2の例で言う、景気がボトムから脱し、前月比が既にプラスになっても、前年同月比は半年間マイナスの状況が続く）。

以上をまとめると、時系列データが加法型に従う場合や季節変動パターンが一定でない場合には、前年同月比はそもそも季節変動が適切に除去された指標であるとはいえない。時系列データが乗法型に従い、かつ季節変動パターンが一定の場合には、前年同月比は季節調整の1つの便法とはなりうるが、その場合でも景気の実勢や転換点を読み取るうえでは、ミスリーディングとなりやすい。結局のところ、経済時系列の持つ季節性を適切に除去し、かつ景気判断をミスリードしないような指標を得るためには、時系列の各変動成分を抽出・推計する季節調整が必要となる。

(3) 原系列を用いた回帰分析の問題点⁵⁾

ここでは、季節変動を伴う2つの原系列を用いて回帰分析を行なった場合、各々の非季節変動の間に存在する真の関係が正しく推計されないことを述べる。観測される時系列 x_t と y_t は、それぞれ季節変動成分と非季節変動成分（＝趨勢・循環・不規則変動成分）から構成されているとする。

$$x_t = x_t^N + x_t^S \quad (1)$$

$$y_t = y_t^N + y_t^S \quad (2)$$

$$\left[\begin{array}{l} x_t^N, y_t^N \sim \text{非季節変動成分 (趨勢・循環・不規則)} \\ x_t^S, y_t^S \sim \text{季節変動成分} \end{array} \right]$$

また、両変数間の真の関係は、次式によって表されるものとする。

$$y_t^N = \alpha x_t^N + \epsilon_t \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (3)$$

$$y_t^S = \beta x_t^S + \mu_t \quad \mu_t \sim N(0, \sigma_\mu^2) \quad (4)$$

5) 季節変動を伴う時系列を用いた回帰分析の問題、いわゆる“Seasonality in Regression”について最初に指摘したのは、Sims[1974]とWallis[1974]である。その後、Gersovitz and MacKinnon[1978]やHylleberg[1986]が同問題に関して詳細かつ包括的な分析を行っている。

ただし、 x_t^N と x_t^S は確率変数であり、また、任意の時間 t と s に対して、

$$\text{COV} [x_t^N, \epsilon_s] = \text{COV} [x_t^S, \mu_s] = \text{COV} [x_t^N, \mu_s] = \text{COV} [x_t^S, \epsilon_s] = 0$$

が成立しているものとする。

分析者は変数間の基調的な関係を表す(3)式に興味を持っているが、現実には x_t^N と y_t^N は観測不能である。そこで、原系列 x_t 、 y_t を使って両者の関係を推計するとしよう。この時、(1)～(4)式を整理すると、分析者が計測するのは次の(5)式になることがわかる。

$$y_t = \alpha x_t + \xi_t \quad (5)$$

$$\text{ただし } \xi_t = (\beta - \alpha) x_t^S + \mu_t + \epsilon_t \quad (6)$$

ここで、(1)と(6)式より次式が成立する。

$$\begin{aligned} \text{COV} [x_t, \xi_t] &= \text{COV} [x_t^N + x_t^S, (\beta - \alpha) x_t^S + \mu_t + \epsilon_t] \\ &= (\beta - \alpha) \cdot \{\text{COV} [x_t^N, x_t^S] + V [x_t^S]\} \end{aligned} \quad (7)$$

よって、 $\alpha = \beta$ 、もしくは $\text{COV} [x_t^N, x_t^S] = -V [x_t^S]$ が成立しない限り、一般には $\text{COV} [x_t, \xi_t] \neq 0$ である。このように計測式の説明変数と誤差項との間に相関があると、いわゆる “errors in variable” の問題 (Greene[1993], Maddala[1992] 等参照)、すなわち(5)式の推計パラメータ $\hat{\alpha}$ がバイアスを持つという問題が生じてしまう。⁶⁾ こうした原系列による回帰分析の問題点は、季節ダミーを説明変数として加えることによって、完全には解決できない。すなわち、(5)式に季節ダミーを加えることによって $\text{COV} [x_t, \xi_t] = 0$ とすることができるのは、(6)式に混入している季節変動成分 x_t^S が季節ダミーで完全に説明できる場合、言い換えれば x_t^S が毎年同一の季節変動パターンを繰り返す場合に限られる (月次データの場合、 $\forall t, x_t^S = x_{t-12}^S$)。しかしながら、実際の季節変動パターンは年々変化している場合が多く、季節ダミーを加えても “errors in variable” の問題が残る場合が多い (Canova and Ghysels[1994] 等参照)。⁷⁾ したがって、回帰分析に先立って、季節調整によって変数の “error” である季節変動⁸⁾

6) なお、被説明変数が季節変動を含んでいても、説明変数が季節変動を一切含まず ($x_t = x_t^N$)、かつ被説明変数の季節変動と説明変数とが独立である ($\text{COV} [y_t^S, x_t] = 0$) ならば、

$$y_t = \alpha x_t + \xi_t, \quad \xi_t = y_t^S + \epsilon_t$$

$$\text{COV} [x_t, \xi_t] = 0$$

となる。したがって、この場合には一般化最小二乗法によってパラメータ α を推計することができる。

7) したがって、原系列と季節ダミーを用いた回帰分析を正当化するためには、まず季節変動パターンが一定である (毎年ほぼ同一の季節変動パターンを繰り返す) ことを分散分析 (ANOVA) 等によって確認しておくことが望ましい (分散分析の具体的方法については、Sutradhar, Dagum and Solomon[1991] を参照)。

8) ただし、季節変動が “error” であるとの見方は、経済学的には適切でないとの立場をとる者

を予め除去しておくことが、“errors in variable”に関する問題の解決策の一つとして考えられる。

(4) 季節調整の限界と現実的な妥協点

(2)と(3)では、季節変動を伴う時系列について、前年同月比を用いた景気判断や原系列を用いた回帰分析には問題があることを指摘し、季節調整の必要性を述べた。しかし、季節調整を利用する場合にも留意すべき点がある。すなわち、季節変動はその存在自体が明らかでも、「真の季節変動」は観測不能であり、季節調整においては、その変動に関して何らかの先験的な仮定をおいて推計せざるをえない。このため、そうした仮定が現実の経済状況に照らしてみても妥当なものでないならば、原系列に含まれる情報が季節調整により歪められたり損なわれたりすることがある。逆に言えば、季節調整とは、その過程で“a significant loss of information”が発生しない限りにおいて、正当化されるものである (Bell and Hillmer [1984])。

実は、現在広く利用され、また今後利用される可能性の高い多くの季節調整法においては、“loss of information”が少なくともある程度は生じていると考えるべきである。すなわち、経済時系列 (Y_t) は、2.(1)で述べたとおり、趨勢変動 (T_t)、循環変動 (C_t)、季節変動 (S_t)、不規則変動 (I_t) の4成分から構成されていると考えることができるが、単一変数を対象とした通常の季節調整においては、①当該時系列 Y_t の変動を説明するうえで他の時系列の情報は影響しないこと、⁹⁾②当該時系列 Y_t を構成する4つの成分が相互に独立であること、の2つが (インプリシットに) 仮定されている。¹⁰⁾したがって、他の時系列が Y_t の季節調整を行うための有益な情報を有していたり、趨勢変動 T_t や循環変動 C_t が季節変動 S_t に関する重要な情報を有していたとしても、それらの情報は通常の季節調整法の下では利用されない。季節調整における上記2つの仮定に対応する問題点、すなわち、一変量季節調整の限界と、季節変動と趨勢・循環変動の相互関係がもたらす問題の詳細については、補論にゆずることとするが、ポイントは次の通りである。

もいる。例えば、Barsky and Miron [1989] や Miron [1994] は、景気循環と季節変動が基本的には同じ原理で発生していると主張し、季節変動の分析により経済メカニズムの解明が可能であるとしている。

9) 厳密には、条件付確率

$$p(Y_t | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_1, \text{他の時系列の情報}) = p(Y_t | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_1)$$

が成立していること。

- 10) これは3.以降で紹介する最新の季節調整法 X-12-ARIMA や非ガウス型 SSM 等においても基本的には同様である。したがって以下で述べる「一変量季節調整の限界」と「季節変動と趨勢・循環変動の相互関係がもたらす問題」は、現在実用化されている、あるいは実用化されつつあるいかなる (一変量) 季節調整法を用いる場合でも、念頭に置いておくべき留意事項である。

[一変量季節調整の限界 (補論1. 参照)]

季節変動を適切に除去した季調済系列を用いた回帰分析では、原系列による回帰分析の問題“errors in variable”はかなりの程度解消される。しかし、今度は、季調済系列を利用すると回帰モデルの定式化の誤りを招くことになり、それに伴う新たなバイアスが発生するという別の問題が生じる。

この問題は、本質的には、通常行われている季節調整が一変量季節調整 (Univariate Seasonal Adjustment) であることに起因する。一変量季節調整とは、時系列 y_t の季節調整を行う際に、当該時系列 y_t の有する情報のみを利用する方法である。この一変量季節調整が正当化されるのは、時系列 y_t の変動を説明するうえで他の時系列 x_t の情報が影響しない場合に限られ、そうでない場合には、一変量季節調整は、Bell and Hillmer [1984] のいう “a significant loss of information” をもたらししてしまう可能性がある。そこで、 y_t の季節調整プロセスに、 y_t 自身だけではなく、 y_t と x_t との関係を明示的に考慮する多変量季節調整 (Multivariate Seasonal Adjustment) が本来は望ましい。多変量季節調整においては、複数の経済時系列 (例えば実質 GDP とマネーサプライ) の非季節変動成分間の相関、季節変動成分間の相関、および各時系列の季調済系列が同時に推計される。

[季節変動と趨勢循環変動の相互関係がもたらす問題 (補論2. 参照)]

政策当局が、ある経済時系列の趨勢循環変動を、自らの政策手段を用いてコントロールしようとする場合 (例えば中央銀行によるマネーサプライ・コントロール)、真の趨勢循環変動が観測不能であるため、季調済系列を代理変数として利用しよう。ここで、動学モデルから導かれる最適解に基づいて当局が政策を実行すると、真の趨勢循環変動は季節変動と相関を有するようになり、コントロールしようとした趨勢循環変動を却って意図せざる方向に動かすことになる。さらに、通常の季節調整では、趨勢循環変動と季節変動間が独立であると仮定しているため、推計した季調済系列は益々真の趨勢循環変動から乖離するようになり、そうした季調済系列を用いた政策からは当局の意図するような効果を導くことができない (いわゆる “Policy Seasonal” の問題)。

また、企業の生産量や個人消費関連の時系列に関して、経済理論 (動学的最適化の理論モデル) の観点からみて意味のある季節変動成分は、通常の季節調整において趨勢循環変動として捉えられる成分を含んでおり、季節調整と経済理論は整合的でない。

このように、季節調整には種々の問題点や限界があるため、学者の中には、季調済系列が原系列に比べ利用価値があるとの見方に対して、強い疑問を呈する向きもみら

れる。¹¹⁾確かに、上記の指摘は、季節調整がどのような情報のロスや歪みをもたらしているかについて、理論的には重要な論点を提供している。ただ、これらの問題に正面から取り組んでいくことがどうしても必要なのか、または現実的にみて対応が可能なのかという点については、疑問があるといわざるをえないことも事実である。

まず第1に、上記の諸点が理論的には問題であったとしても、実際の季節調整にどの程度深刻な影響を及ぼすものなのかについて、必ずしも十分な評価がなされていない。例えば、そもそも各国の中央銀行が、每期每期（あるいは毎月毎月）の季調済みマネーサプライに対応して金利を動かすというような政策反応をとっていないとすると、Policy Seasonal に関して指摘されている諸問題は現実にはさほど深刻なものではないかもしれない。同様に、企業や消費者の動学的最適化の問題についても、動学的最適化の理論そのものが現実には当てはまらないならば、季節調整上の問題はほとんど無いともいえる。¹²⁾

第2に、多変量季節調整が理論的には理想的な調整法であるとしても、実務上は困難であり、むしろ却って不適切な季調済系列を作り出してしまう危険性もある。すなわち、多変量季節調整においては、具体的にどの時系列をモデルに組み込むかに関する客観的な判断が難しく、¹³⁾そこに統計作成者の恣意が入り込む余地がかなりある。例えば、マネーサプライの季節調整を行うに際して、実体経済変数、物価、金利等いくつの変数をモデルに取り入れるか、また、「物価」と言っても WPI、CPI 等具体的にどの指標を採用すべきか等について、客観的に判断することは困難である。言い換えれば、動学的な相互作用も含め時系列間の相互関係を適切なモデルとして identify できるほど、われわれは先験的な情報を有していない場合が多く、モデルの定式化が適切でない場合には、得られる季調済系列に却って歪みを与えてしまう惧れがある。

第3に、Policy Seasonal や企業等の動学的最適化に関連した季節調整の問題点は、つまるところ季節変動はどう定義されるべきかという「哲学」に帰着するともいえる。すなわち、こうした問題を指摘する学者には、季節変動は経済理論的にみて意味のあ

11) 例えば、Harvey [1989, p.309] は次のように述べている。

While adjusted series may be marginally easier for the casual user to interpret, it has to be recognized that original series has been distorted in what is often a rather arbitrary way. …… [中略] …… Certainly the idea that a seasonally adjusted series should be published instead of the original series is open to very serious criticism.

12) ちなみに、Blinder [1986] は、動学的最適化の理論から導かれる production smoothing（生産量変動の抑制）の傾向は、米国経済においてはみられないとしている。

13) 理論的には、変数やラグ次数の選択（モデルの選択）は、AIC により可能ではある。しかし、多数の時系列を迅速に季節調整しそれらを対外公表しなければならない統計機関にとって、無数のモデル候補の中から、1つのモデルを選び出すことは実務上困難といえる（多変量季節調整の場合、作成者が異なれば季調済系列も異なるというケースが十分発生しうる）。

る形で定義されるべきだ、という「哲学」があると理解することができ、統計学的にみて特定の周期に対応しているかどうかという観点は二の次にされている。これに対し、通常の季節調整法では、季節変動が生じる理由は何でもよく、要は統計学的にみて一年という特定の周期に対応する変動が季節変動であるとの考え方を基本としている。簡単にいえば、通常の季節調整法はいわば「(経済)理論なき計測」であるので、経済理論を重視する立場からは好まれない場合がある、ということである。これは、ちょうどマクロ計量モデルと時系列モデルの論争のような、先験的には決着のつけようがない対立であり、結局のところ望ましい季節調整法は、実践的に模索していかなければならないといえよう。

こうしたことを背景に、これまで実用化され、また今後実用化されると見込まれる季節調整法は、先に述べた種々の理論的な問題をはらみながらも、本節冒頭に記した2つの仮定、すなわち、

- ①当該時系列 Y_t の変動を説明するうえで他の時系列の情報は影響しないこと、
- ②当該時系列 Y_t を構成する4つの成分が相互に独立であること、

を仮定した一変量季節調整法の範疇の中で研究が進められ、改善されてきた。3.と4.で、それらの研究成果についてサーベイするが、まず3.では移動平均型調整法について述べる。具体的には、現在世界各国の統計機関が利用しているX-11の概要とその問題点を指摘したうえで、最新手法として1996年初に一般公開予定のX-12-ARIMAを紹介する。

3. 移動平均型調整法の概要と問題点

(1) 移動平均型調整法の概要

移動平均型調整法の基礎にある考え方は、その名の通り前後数項の移動平均を取れば、一年周期の季節変動成分が除去されるとともに、不規則変動成分の影響も抑えられて趨勢・循環変動成分の推定値を得ることができるというものである。こうして得られる趨勢・循環変動成分の推定値を原系列から除去すると、季節変動成分と不規則変動成分からなる系列が得られる。これをさらに同じ月毎の系列に分けて適当な移動平均を取れば、季節変動成分の推定値が得られる。以下では、原系列が加法型に従うと想定した場合の基本的な計算ステップを示す。¹⁴⁾

- ① Y_t の12か月（4期）移動平均をとることにより、 S_t と I_t をならし、暫定的な

14) 原系列が乗法型に従うと想定する場合には、①～⑥の計算ステップにおける足し算を掛け算に、引き算を割り算に替える。例えば、②において、暫定的な $S_t \cdot I_t$ は Y_t を $T_t \cdot C_t$ で割ることにより算出する。

$T_t + C_t$ を算出。

- ② Y_t から上記の暫定的な $T_t + C_t$ を除去し、暫定的な $S_t + I_t$ を算出 [$Y_t - (T_t + C_t) = S_t + I_t$]。
- ③ 上記の暫定的な $S_t + I_t$ を同一月（期）毎に数年間分を加重移動平均して、 I_t をならし、暫定的な S_t を算出。
- ④ Y_t から上記の暫定的な S_t を除去し、暫定的な季調済系列 $T_t + C_t + I_t$ を算出 [$Y_t - S_t = T_t + C_t + I_t$]。
- ⑤ 上記の暫定的な季調済系列 $T_t + C_t + I_t$ に適当な加重移動平均を施して、 I_t をならし、修正された $T_t + C_t$ を算出。
- ⑥ 上記の修正された $T_t + C_t$ を用いて、②～④の過程を再び繰り返し、最終的な3成分（ $T_t + C_t$ 、 S_t 、 I_t ）を算出。

こうした移動平均型調整法の代表格として、米国商務省の開発したセンサス局法を挙げることができる。センサス局法は、J.Shiskin らによって開発され、最初のバージョンは1957年に X-1として公表された（X は Experimental を、1 はモデル番号を示している）。その後、コンピュータの処理能力の向上とともに、次々とセンサス局法の改良型が発表されていった。そこでの基本的な考え方は、あらゆる経済時系列に適用可能な共通の方式を発見しようとするものであり、1960年代初期に発表された X-10 までの改良型がこの線上にある。わが国では、1960年代に入って、センサス局法の導入の必要性が認識されるようになったものの、当時の国産電子計算機的能力では、センサス局法をこなすには不十分であった。このため、センサス局法を簡易化した方法として EPA 法(1963年)が経済企画庁によって、また MITI 法(1962年)が通産省によって、それぞれ独自開発された。

こうした中、1965年に発表されたセンサス局法 X-11は、従来の発想を転換した画期的なものであった（詳細は、黒川[1979]を参照）。すなわち、あらゆる経済時系列に当てはまる共通な方式を目指すというそれまでの基本方針を断念し、各時系列固有の性格に対応するため移動平均項数などに関する多くのオプションを設けた（ただし、利用者が特別の判断材料を有しない場合に適用される標準型〔デフォルト〕も設定されている）。この X-11は、世界各国の多くの統計機関で利用されるようになり、わが国でも、1979年に統計審議会経済指標部会において、季節調整法を X-11に統一するように提案され、通産省¹⁵⁾を除く各官庁の季節調整法は逐次 X-11に切り替えられた。

15) 通産省では、鉱工業生産指数を作成するにあたり、所管の各地方通産局作成指数に関する大量系列を迅速処理する必要があるという特殊性から、データの計算期間を5年に固定し、かつ X-11に比べ計算手順を単純化した MITI 法を継続使用している。なお、機能的には、MITI 法は X-11の完全なサブセットであり、3.(2)で指摘する X-11の問題点は、MITI 法にも同様に当てはまる。

(2) X-11を巡る問題点

センサス局法 X-11は、発表以来30年を経た今日でも世界各国の統計機関で利用されているが、同法に対する批判も少なくない。批判は、統計理論面からの批判とパフォーマンス面からの批判に大別される。

まず、統計理論面からの批判は、同法が時系列の各変動成分に関して明確(explicit)な確率モデルを仮定することなく、単に移動平均を繰り返しているに過ぎないため、得られた季調済系列の統計理論的な性質が不明瞭だということである。¹⁶⁾例えば、石黒[1981]は、センサス局法のバージョン・アップが専ら経験則によって重ねられてきたことについて、「手順が複雑化するにつれ、結局何をしているのかがはっきりしなくなり、あるデータがうまく処理できない時に、手順を改善しようにも手のつけようがない」と厳しく批判している。このように X-11の統計理論的な意味づけが曖昧であることによって、同法が有している折角の幅広いオプションも、客観的な正当性を保ちつつ利用することは困難である。例えば、先の計算プロセスにおける③と⑤の移動平均項数次第で、季調済系列の滑らかさ等が異なってくるが、その項数の選択に客観的な基準がないため、やや極端な言い方をすれば、利用者の好みに応じた季調済系列を作成することもできてしまう。

次に、パフォーマンス面からの批判としては、季調済系列の不安定性の問題がある。新規データの追加により季調済系列が過去に遡って大幅に改定されることが多い場合、その季調済系列は不安定であると言うが、季調済系列の不安定性は景気判断や政策対応を攪乱し、ひいては季節調整の信頼性を失わせる極めて重大な問題である。この点に関する比較的最近の事例として、1991年における景気動向指数（経済企画庁作

16) こうした批判に応えるために、Cleveland and Tiao[1976]は、X-11による季節調整がどういった統計モデルをインプリシットに仮定したものであるかを、後述する signal extraction というアプローチを用いて明らかにした。彼らによると、X-11（標準型）における一連の移動平均の手続きは、すべての原系列（月次系列の場合）に対して下記(8)式で表わされる ARIMAモデルを一律に仮定したうえで、季調済系列が(9)式の x_t^N になるように推計したものである。すなわち、X-11は、データの特性如何にかかわらず同一の ARIMA モデルを先験的に仮定してしまっているわけであり、この点が理論面からの批判であると言い換えることもできる。

$$x_t = x_t^N + x_t^S \quad (x_t: \text{原系列}, x_t^N: \text{非季節変動成分}, x_t^S: \text{季節変動成分})$$

$$(1-L)(1-L^{12})x_t = (1-0.34L+0.14L^2+\cdots+0.04L^{24}-0.02L^{25})a_t \quad (8)$$

$$(1-L)^2 x_t^N = (1-1.25L+0.44L^2)b_t \quad (9)$$

$$(1-L^{12})x_t^S = (1+0.64L^{12}+0.83L^{24})c_t$$

$$\sigma_a^2 / \sigma_c^2 = 43.1 \quad \sigma_b^2 / \sigma_c^2 = 24.5$$

ただし、 a_t 、 b_t 、 c_t はいずれもホワイトノイズ。

なお、X-11の“implicit-model”に関しては、上記 Cleveland らの研究の他、Burridge and Wallis[1984]や Ozaki and Thomson[1995]等がある。

成、一致指数を構成する11系列のうち9系列が季調済系列¹⁷⁾の遡及改定がある。すなわち、1991年は景気が後退し始めているか否かの判断が微妙な時期であったが、当初公表された段階では、一致指数は年初来10月頃まで景気判断の分かれ目となる50を境に行き来する姿が続いていた。しかし、翌年の季調替えにより、実は1991年4月から既に50を連続して割り込んでいたことが明らかになり、景気後退がかなり早くから始まっていたことを示す結果となった(Fukuda[1992])。¹⁸⁾

このような季節調整の不安定性の主な原因としては、①季調替えが年1回しか行なわれないこと、②移動平均における末端処理が適切でないこと、③構造変化や異常値等があると移動平均では適切に処理できないこと、の3つが挙げられる。

本節では、①の季調替えの頻度についてやや説明を加えておく。わが国で公表されている経済統計の季節変動成分は、通常1年に1回だけしか計算されない。このため、最新年のデータの季節変動成分(S_t)は直近までの情報を最初から取り込んで計算されるのではなく、取り敢えずは前年までの情報を用いた「推定季節変動成分」として計算され、当該年終了後に初めて当該年の情報を用いた季調済系列に改定される(季調替え)。X-11の「推定季節変動成分」は、一昨年から昨年にかけて起こったのと同方向の季節パターンの変化が、昨年から今年にかけても生じるであろう(ただし変化の規模は半分)というアドホックな仮定の下に

$$S_t = S_{t-p} + (S_{t-p} - S_{t-2p})/2 \quad (10)$$

という形で計算されている(月次データの場合、 $p=12$ 、四半期データの場合 $p=4$)。しかし、実際には昨年の季節変動成分(S_{t-p})が1年限りの異常なものであり、今年の季節変動はむしろ一昨年のそれに近くなるという場合も十分に考えられ、その場合は「推定季節変動成分」は、現実とは全く逆方向への変動パターンの変化を想定していることになる。こうした想定への誤りは、当該年のデータが蓄積されるにつれて次第に明らかになっていく場合もあると思われるが、誤りの修正は当該年終了後の季調替え時点まで行なわれないため、結果として季調済系列の修正幅が大きくなってしまう。

この問題への解決方法は、季調替えを毎月(每期)行うこと(concurrent seasonal adjustment、Pierce and McKenzie[1987]参照)である。¹⁹⁾ 実際センサス局などでは、

17) 9系列のうち、4系列がX-11、5系列がMITI法による季調済系列。

18) 米国における事例としては、カーター元大統領が大統領当選直後に失業率の季調済系列が、季調替えにより悪化修正されたのをみて、「ジェリー(フォード元大統領)め、統計を都合のいいように操作していたな」と周囲に漏らしたとの逸話がある。このように、季調済系列の改定は、統計が政治的な意図によって歪められているのではないかとの無用の誤解を招く可能性さえもある。

19) あるいは、年1回の季調替えの下で、より精緻で確かな「推定季節変動成分」を採用するこ

建設統計、卸小売り統計、製造業出荷・在庫・受注統計などの季調替えを毎月行なっている。ただし、concurrent seasonal adjustmentを行なえば、確かに季調済系列の1回当たりの改定幅は小さくなるが、毎月改定されること自体がユーザーの使い勝手の観点からは好ましくないという考え方もできよう。

なお、以上の統計理論およびパフォーマンス面からの批判の他に、X-11のやや技術的な問題点として、乗法型モデルの取扱いに関する非整合性が指摘されている（溝口・刈屋[1992]参照）。すなわち、X-11の標準型は乗法型モデルを前提としてプログラムされているが（脚注14参照）、乗法型であれば本来は移動平均のオペレーションに幾何平均（または対数変換後算術平均）を用いるべきところを、実際には算術平均をそのまま用いている点で、取扱いが非整合的である。この問題については、「多くの場合、原系列に乗法型モデルを直接適用するのと、対数変換後加法型モデルを適用した場合とで、実務上問題となる程のギャップは生じていない」（黒川[1979]）との報告もあり、一般的にはさほど問題にされていないようである。しかし、オーダーに比べて変動幅の大きい時系列データ等（例えば企業収益）については、幾何平均と算術平均とでかなり異なるイメージになる可能性があることに注意が必要である。²⁰⁾なお、後述するX-12-ARIMAの標準型では、X-11と同様に乗法型モデルを直接適用することになっているが、オプションの選択により、通常の加法型モデルの他に、対数変換後加法型モデルも適用できるようになっている。

(3) X-11-ARIMA の概要

(2)で述べた季調済系列の不安定性の原因のうち、②の末端処理に関して改良を加えたのがX-11-ARIMAであり、②に加え③の構造変化や異常値等に対しても対応力を高めた季節調整法がX-12-ARIMAである。まず本節では、X-11-ARIMAについて述べる。

一般に、移動平均では、前後数項の平均化(two-sided-filter)を行うため、そのままでは系列の末端部分についての移動平均値は求められない。そこで、どのようにして末端部分の移動平均値を求めるかという「末端処理」の問題が生じるが、時系列の末端部分は直近の景気判断に直接関わってくる部分であるため、これは非常に重要な問題である。この点に関して、X-11では、実質的に後方移動平均(one-sided-filter)が用いられている。しかし、後方移動平均というのは、例えば先行き6ヶ月間のデータ

とも一つの解決方法になりうるが、先に指摘したとおり、X-11では季調済系列や季節変動に対して明確な統計モデルを仮定していないため、適切な「推定季節変動成分」を定義しようがなく、この方法では実際上対応できない。

20) このためイングランド銀行では、X-11のプログラムに独自に手を加え、対数変換してから算術移動平均をとるようにしている（いわゆるBOE法）。

が過去6ヶ月間のデータと同じ値になると先験的に仮定して通常の移動平均(two-sided-filter)をとることに等しく、仮に先行きのデータについてよりリーズナブルな予測ができるのであれば、その予測値を利用して通常の移動平均を行なう方が合理的である。その予測をARIMAモデルで行なうのがX-11-ARIMAであり、1975年にカナダ統計局のE. B. Dagumにより開発された(Dagum[1979,1981]参照)。同法では、ARIMAモデルを用いて原系列の予測値を1～2年分推計した後、原系列と予測値をつなげた系列にX-11を適用するため、系列末端部分においても中心移動平均により季調済系列が算出できる。²¹⁾ 現在では開発者であるカナダ統計局の他、米国労働省(失業統計)、FRB(マネーサプライ統計)等でこの方法が実際に利用されている。

なお、X-11-ARIMAのパフォーマンスに関する実証分析²²⁾によれば、これによって季調済系列の安定性が高まったとの報告が見られる一方、時系列によってはその安定性がさほど改善しないとの分析もある。X-11-ARIMAによっても季調済系列の安定性がさほど高まらない場合があるという分析結果は、先に示した不安定性の原因のうち、②の末端処理の改善に加え、③の構造変化や異常値等の処理の改善が不可欠であることを示唆している。構造変化や異常値を伴う系列については、そもそもARIMAモデル自体が適切に推計できないからである。(4)で紹介するX-12-ARIMAは、まさにこうした構造変化や異常値の問題への対応を最大の特徴とするものである。

(4) X-12-ARIMAの概要

上述の通り、X-11-ARIMAは、基本的には移動平均とARIMAモデルによって構成されているが、移動平均とARIMAモデルのいずれもが、構造変化や異常値を適切に処理することができないという限界を持つ。例えば、通常の不規則変動であれば移動平均でならすことができるが、仮に通常の不規則変動の幅をはるかに超える「異常な」変動があると、移動平均はその異常な突出を完全に消し去ることはできず、むしろ前後に引き延ばして循環変動のような山や谷を作ってしまう。また、ARIMAモデルは、適当な階差を取れば定常となる時系列に適用されることが前提となっているが、構造変化や異常値があるとその前提が通常満たされないため、パラメータひいては予測値が正しく推計されない。この結果、X-11-ARIMAによる季調済系列は、構造変化や異常値の攪乱を受けて不安定となってしまう。

そこで、構造変化や異常値を原系列から予め除去することができれば、季調済系列

21) この方法を利用すれば、実績部分の末端処理のみならず、次回季調替えまでの推定季節変動成分も改善可能である。すなわち、X-11は推定季節変動成分を算出する際に(10)式をアドホックに用いているが、X-11-ARIMAでは、ARIMAモデルによる予測値部分にX-11を適用して推計した季節変動成分を翌年の推定季節変動成分として利用できる。

22) Hout[1981]、Krueger[1981]、Kuiper[1981]、Mckenzie and Stith[1981]、清水[1988]等を参照。

の安定性が高まると考えられる。こうした問題意識に立って開発されたのが X-12-ARIMA である (同法はセンサス局によって1988年頃から開発が進められ、1996年初に一般公開される予定)。X-12-ARIMA は、REGARIMA と呼ばれる事前調整部分 (pre-processing)、X-11による移動平均部分、診断テスト部分 (post-processing) の3パートから構成される。まず、REGARIMA のパート²³⁾では、原系列について ARIMA モデルを推計するが、その際に構造変化 (サンプル替えに伴う系列の不連続性も含む) や異常値等を捉えるためのダミー変数を取り込む (Findley and Monsell [1989], Bureau of the Census [1995a, b] 参照)。言い換えれば、REGARIMA は、原系列を① ARIMA モデルで正しく表現できる部分と、②ダミー変数への回帰部分 (=構造変化や異常値等) に分解する手続きであり、このうち①の部分だけがその後に続く移動平均パートで用いられることになる。具体的には、REGARIMA は次式のように表せる。

$$\Phi(L)(x_t - \beta z_t) = \theta(L)a_t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_t: \text{原系列} \\ z_t: \text{構造変化や異常値等を捉えるためのダミー変数} (\beta \text{ はそのパラメータ}) \\ a_t: \text{ホワイトノイズ} \\ \Phi(L), \theta(L): \text{ラグ多項式} (L \text{ はラグ・オペレータ}) \end{array} \right.$$

例えば、 $t=t_0$ の異常値を表すためには、 z_t は次のようにおける。

$$z_t = \begin{cases} 1, & t=t_0 \\ 0, & t \neq t_0 \end{cases}$$

また、 $t=t_0$ のレベル・シフト (構造変化) に対しては、 z_t は次のようにおける。

$$z_t = \begin{cases} -1, & t < t_0 \\ 0, & t_0 \leq t \end{cases}$$

さらに、レベル・シフトが t_0 から t_1 にかけて徐々に進行するランプ (傾斜路) に対しては、 z_t は次のようにおける。

$$z_t = \begin{cases} -1, & t \leq t_0 \\ (t-t_0)/(t_1-t_0)-1, & t_0 < t < t_1 \\ 0, & t_1 \leq t \end{cases}$$

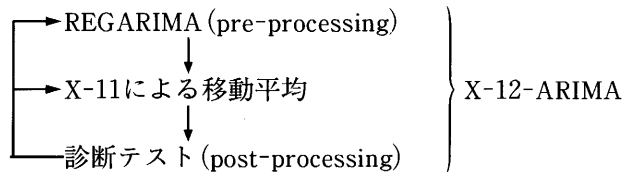
具体的なダミー変数の設定方法 (上に挙げたのは一例で、そのほか様々な設定が可能) の選択や ARIMA モデルの次数選択は、AIC 等によって客観的に行えるようになっていいる。このようにして、REGARIMA では、構造変化や異常値の発生時期およびその

23) REGARIMA は “REGression and ARIMA” の略であり、ダミー変数への回帰と、ARIMA モデルの組み合わせという意味である。

季節調整の方法とその評価について

大きさ（ β の大きさ）が自動検索・推計され、それらを原系列から除去した事前調整後の系列が作られる。X-12-ARIMA では、こうして推計された事前調整済系列に対して X-11 を適用するため、季調済系列の安定性は向上する。Findley, et al. [1995] は、X-12-ARIMA を実際に米国の主要経済時系列に適用した結果を紹介しており、季調済系列の安定性が X-11 に比べて格段に改善したことを示している。

なお、X-12-ARIMA のベースはあくまで X-11 であり、3.(2) の冒頭で挙げた統計理論面からの批判、すなわち移動平均項数等の選択に統計的な客観性が無いという批判は依然として当てはまる。そこで、この弱点を補うために、第 3 のステップで事後診断テストを行なう。ここでは、周波数領域（スペクトル）分析や時間領域分析による各種の検定（後述 5. を参照）を通じて、季節変動成分除去の妥当性等に関する統計理論的な観点からの診断を行う。この診断テストの結果次第では、REGARIMA におけるモデル化の方法や X-11 における移動平均項数等を変更して、診断テストの結果が妥当になるまでこのプロセスが繰り返される。



4. モデル型調整法について

一変量季節調整法には、X-11 に代表される移動平均型調整法の他に、モデル型調整法と呼ばれるものがある。モデル型調整法とは、現実の経済時系列がどのようなモデルから生成されているのかを明確に仮定することにより、季節調整の手続きを透明にし、かつ得られた季調済系列の特性を明らかにしようとしたものである。以下では、モデル型調整法に関して簡単なサーベイを行ない、統計数理研究所の北川氏らによる最新手法、非ガウス型 SSM (State Space Model) 等を紹介する。

(1) Regression Approach

原系列 Y_t が、趨勢循環変動成分 TC_t 、季節変動成分 S_t 、不規則変動成分 I_t からなる加法型モデルに従うと仮定する。

$$Y_t = TC_t + S_t + I_t$$

ここで、 TC_t 、 S_t は各々幾つかの趨勢循環要素 A_{jt} ($j=1, \dots, J$)、季節要素 B_{kt} ($k=1, \dots, K$) で表されるとすると、上式は、

$$Y_t = \sum_{j=1}^J \alpha_j A_{jt} + \sum_{k=1}^K \beta_k B_{kt} + I_t$$

と書き換えられる。regression approach は、パラメータ α_j, β_k を最小二乗法によって推定する方法である。ここで、 A_{jt} には時間に関する多項式 $(t, t^2, \dots, t^j)$ が一般的に用いられ、 B_{kt} には三角関数の合成関数等が用られる。しかし、この関数型の妥当性は、主として回帰式のフィットのみによって判断されるほか、誤差項（不規則変動成分 I_t ）が通常の回帰分析の仮定（系列相関なし、説明変数との相関なし）を満たしていない時には、推計値の信頼性は保証されない。なお、regression approach のサーベイについては、Bell and Hillmer [1984]、den Butter and Fase [1991]、Pierce [1980a] が詳しい。

(2) Signal Extraction Approach

signal extraction とは、もともと通信工学の分野で発展してきた理論である。



一般に、送信シグナル S_t に通信の過程でノイズ N_t が混入した場合、受信者は受信信号 $Z_t = S_t + N_t$ からノイズ N_t を除去し、真の送信シグナル S_t を抽出・推計しなければならない。signal extraction はそのための工学的手法であるが、Burman [1980] や Hillmer and Tiao [1982] らは、これと季節調整の考え方の類似性に着目し、経済時系列データに signal extraction を適用した季節調整法を開発した (Burman [1995]、Maravall and Gomez [1995]、Maravall and Pierce [1987] 等も参照)。すなわち、上の例に則していうと、シグナル S_t (= 非季節変動成分) にノイズ N_t (= 季節変動成分) が混入した受信信号 Z_t (= 原系列データ) から、ノイズを除去することが季節調整にほかならない。なお、signal extraction の理論については、Harvey [1989, 1993] を参照。signal extraction を適用した季節調整法のサーベイは、Bell and Hillmer [1984]、Mills [1990] が詳しい。

signal extraction による季節調整では、まず、経済時系列が次のような ARIMA モデルで描写できると仮定する。

- ・ $X_t = X_t^N + X_t^S$ (X_t : 原系列、 X_t^N : 非季節変動成分、 X_t^S : 季節変動成分)
- ・ X_t^N と X_t^S は互いに独立である。
- ・ X_t^N は、ARIMA モデル $\Phi(L)X_t^N = \theta(L)a_t$ に従う。
- ・ X_t^S は、ARIMA モデル $\Phi^N(L)X_t^N = \theta^N(L)b_t$ に従う。
- ・ X_t^S は、ARIMA モデル $\Phi^S(L)X_t^S = \theta^S(L)c_t$ に従う。

なお、 L はラグオペレータ。また、 a_t, b_t, c_t は相互に独立なホワイト

季節調整の方法とその評価について

ノイズで、 $a_t \sim iid N(0, \sigma_a^2)$ $b_t \sim iid N(0, \sigma_b^2)$ $c_t \sim iid N(0, \sigma_c^2)$ 。

まず、上記の仮定から、ラグ多項式間における以下の関係式を導くことができる。

$$\Phi(L) = \Phi^N(L) \Phi^S(L) \quad (11)$$

$$\sigma_a^2 \frac{\theta(L) \theta(L^{-1})}{\Phi(L) \Phi(L^{-1})} = \sigma_b^2 \frac{\theta^N(L) \theta^N(L^{-1})}{\Phi^N(L) \Phi^N(L^{-1})} + \sigma_c^2 \frac{\theta^S(L) \theta^S(L^{-1})}{\Phi^S(L) \Phi^S(L^{-1})} \quad (12)$$

この時、signal extraction の理論より、各コンポーネントは次のように推定 (Minimum Mean Squared Estimator : MMSE²⁴⁾) できる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{X}_t^N &= \pi^N(L) X_t, & \hat{X}_t^S &= \pi^S(L) X_t \\ \pi^N(L) &= \frac{\sigma_b^2 \theta^N(L) \theta^N(L^{-1})}{\sigma_a^2 \theta(L) \theta(L^{-1})} \Phi^S(L) \Phi^S(L^{-1}) \\ \pi^S(L) &= \frac{\sigma_c^2 \theta^S(L) \theta^S(L^{-1})}{\sigma_a^2 \theta(L) \theta(L^{-1})} \Phi^N(L) \Phi^N(L^{-1}) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

したがって、 $\hat{X}_t^N$ および $\hat{X}_t^S$ を求めるためには、 X_t 、 X_t^N 、 X_t^S の各々に関する 3 つの ARIMA モデルとホワイト・ノイズの分散 (σ_a^2 、 σ_b^2 、 σ_c^2) を推計しなければならない。このうち、 $\Phi(L)X_t = \theta(L)a_t$ および σ_a^2 は、原系列 X_t から推計可能であるため、問題は、 X_t^N 、 X_t^S という観測不能な時系列についての 2 つの ARIMA モデルおよびホワイト・ノイズの分散の推計である。Hillmer and Tiao [1982] は、この問題を解くために、まず、 X_t^S に関する ARIMA モデルの AR パート $\Phi^S(L)$ に関して次の仮定を設けた。

$$\left. \begin{aligned} \Phi^S(L) &= (1+L+L^2+\dots+L^{S-1}) \\ \text{ただし四半期系列の時 } S=4, \text{ 月次系列の時 } S=12 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

これは、季節変動成分 X_t^S の一年分の合計値は定常過程になるという仮定である。次に、原系列の ARIMA モデルのラグ多項式 $\Phi(L)$ が、

$$\Phi(L) = \Phi^*(L) (1-L)^d (1-L^S) \quad (15)$$

のように推計されたとすると (原系列 X_t は季節周期に対応する階差を取った後、さらに d 次の階差を取ると定常過程になる)、(11)(15)式より $\Phi^N(L)$ は次のように表すことができる。

24) $E[(X_t^N - \hat{X}_t^N)^2]$ と $E[(X_t^S - \hat{X}_t^S)^2]$ をそれぞれ最小にするような推計量 $\hat{X}_t^N$ 、 $\hat{X}_t^S$ を MMSE (Minimum Mean Squared Estimator) という。

$$\begin{aligned}
 \Phi^N(L) &= \Phi(L) / \Phi^S(L) \\
 &= \Phi^*(L) (1-L)^d (1-L^S) / (1+L+L^2+\cdots L^{S-1}) \\
 &= \Phi^*(L) (1-L)^{d+1}
 \end{aligned} \tag{16}$$

ここまでで、(13式)における $\Phi^S(L)$ 、 $\Phi^N(L)$ が決まり、 $\Phi(L)$ 、 $\theta(L)$ 、 σ_a^2 は観測データ X_t から求められるので、依然として未知なのは σ_b^2 、 σ_c^2 、 $\theta^N(L)$ 、 $\theta^S(L)$ である。²⁵⁾ ここで、Hillmer and Tiao[1982] は、 σ_c^2 をある既知の範囲 $[\sigma_{\min}^2, \sigma_{\max}^2]$ 内で決めさえすれば、(12式)を満足する σ_b^2 、 $\theta^N(L)$ 、 $\theta^S(L)$ が一意的に決定されることを証明した。したがって、問題は σ_c^2 をどのように決めるかに帰着する。Hillmer and Tiao[1982] と Bell and Hillmer[1984] は、 $\sigma_c^2 = \sigma_{\min}^2$ と決めた場合の季節変動パターンが最も安定的との分析を示し、これを canonical decomposition と呼んで、望ましい季節調整法として紹介している。しかし、技術的には σ_c^2 を $[\sigma_{\min}^2, \sigma_{\max}^2]$ の範囲内のどこに決めても季節調整は可能であるにもかかわらず、 $\sigma_c^2 = \sigma_{\min}^2$ を先験的に設定することは分析者の好みであって統計的な客観性に欠けるという批判がある(Akaike[1984])。さらに、原系列に関する ARIMA モデル $\Phi(L)X_t = \theta(L)a_t$ の形態次第では、(13式)による MMSE の推定が不可能な場合がある。その場合、次善の策として(13式)の推定値が求まることが予めわかっている適当な ARIMA モデル (airline model 等) で原系列を近似する方法が通常とられるが、これは原系列の有する情報の一部を先験的な仮定に基づいて無視することにはかならないため、得られた季調済系列の統計理論的性格が不透明になってしまう(Stier and Schips[1995] 参照)。このため、Bank of England[1992] や Harvey[1989] は、signal extraction による季節調整よりも、こうした欠点がない SSM((4)で後述) による季節調整のほうが望ましいとしている。²⁶⁾

(3) ベイズ型季節調整モデル

regression approach や signal extraction approach では、それぞれ関数型の選択や、ノイズ分布の分散等の決定に関して、統計理論的な客観性が無い点で問題があること

25) ただし、 $\theta^S(L)$ のラグ次数については、 $S-1$ 以下と仮定している。これは、次数が S 以上である場合には、 X_t^S は季節変動というよりは、趨勢・循環変動成分とみなすべきとの考え方に基づくものである。

26) なお、Findley[1981] は、原系列がどういった ARIMA モデルに従う時に、signal extraction による季調済系列とベイズ型調整法によるそれとが同じになるかを明らかにしている。また、Maravall[1985] と Harvey[1989] は、signal extraction と SSM との関係について同様な研究を行っている。

を述べた。このため、両アプローチとも、データの背後に存在する確率モデルを明確に仮定したとはいえ、分析者の嗜好によって結果が左右される点で、X-11と同様な問題をはらんでいるといえる。

以下に述べるベイズ型調整法およびSSMは、こうした問題点をクリアした方法である。これらの調整法の最大の特徴点は、モデルを特定化するうえで必要となる種々の仮定（ARパートの次数、季節変動のなめらかさ等）について、統計理論的な基準で客観的に選択できるようになっている点である。

Akaike[1980]は、経済時系列の各変動成分を次のようなモデルで表現している。

$$Y_t = TC_t + S_t + I_t \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} (1-L)^m TC_t &\doteq 0 && (m \text{ 次階差が概ねゼロ}) \\ (1+L+L^2+\cdots+L^{11}) S_t &\doteq 0 && (1 \text{ 年分の合計が概ねゼロ}) \\ I_t = (Y_t - TC_t - S_t) &\doteq 0 && (各期とも概ねゼロ) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(18式の特徴は、各左辺が丁度ゼロになるのではなく、概ねゼロになるという柔軟な仮定となっている点である。この制約のもとで $\{TC_t\}$ 、 $\{S_t\}$ を推計する具体的な方法は、適当な p^2 、 $q^2 > 0$ を与えた時の

$$\sum_{t=1}^T (Y_t - TC_t - S_t)^2 + p^2 \sum_{t=1}^T \{(1-L)^m TC_t\}^2 + q^2 \sum_{t=1}^T \{(1+L+\cdots+L^{11}) S_t\}^2 \quad (19)$$

の最小化問題である。ここで、 m は趨勢循環変動 TC_t が局所的に $m-1$ 次の多項式で近似できることを表すパラメータ、 p^2 と q^2 は各変動成分の滑らかさを規定するパラメータである（ p^2 が大きいほど滑らかな趨勢循環変動成分が、また、 q^2 が大きいほど固定的な季節変動パターンが、各々推計される）。もちろん、これらのパラメータを分析者が勝手に決めたのでは、X-11や signal extraction 等これまで述べてきた調整法と同様に、統計理論的にみて客観性のない季調済系列が作られてしまう。そこで次に m 、 p^2 、 q^2 を客観的に決める手続きを考える。

まず(19式の最小化問題を、

$$\begin{aligned} &\exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - TC_t - S_t)^2 \right] \\ &\times \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T [p^2 \{(1-L)^m TC_t\}^2 + q^2 \{(1+L+\cdots+L^{11}) S_t\}^2] \right] \end{aligned} \quad (20)$$

の最大化問題に置き換える（ σ^2 は適当な正の定数）。さらに、次のような2つの関数 f 、 g を定義する。

$$f(Y|\theta, \sigma^2) = \prod_{i=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (Y_i - TC_i - S_i)^2 \right] \quad (21)$$

$$g(\theta|m, p^2, q^2, \sigma^2) = \delta \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^T [p^2 \{(1-L)^m TC_i\}^2 + q^2 \{(1+L \cdots + L^{11}) S_i\}^2] \right] \quad (22)$$

ただし、 Y および θ は、それぞれベクトル $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_T)$

および $\theta = (TC_1, TC_2, \dots, TC_T, S_1, S_2, \dots, S_T)$ を表す。

(21)式は $\{I_i\}$ に互いに独立な平均 0、分散 σ^2 の正規分布を仮定した時のモデル(17)の尤度関数になっており、これはパラメータ θ に依存する。一方、(22)式は、 δ を適当にとれば θ の分布の密度関数（すなわちベイズ理論でいう θ の事前分布）と見做すことができ、これはパラメータ m, p^2, q^2 に依存している。

以上のように(20)式の最大化問題を整理すると、 m, p^2, q^2 は、パラメータ θ の事前分布のパラメータ（超パラメータ）ということになり、(20)式が関数 f と g の積に比例することに注意すると、「ベイズモデルの尤度」

$$\int f(Y|\theta, \sigma^2) \cdot g(\theta|m, p^2, q^2, \sigma^2) d\theta \quad (23)$$

を最大化するように m, p^2, q^2 の値を選択すればよいことがわかる。したがって、AIC²⁷⁾ との形式上の類似性を考えて、ABIC (A Bayesian Information Criterion) を、

$$ABIC = -2 \times \ln[(23) \text{式の値}] + 2 \times (\text{超パラメータ数})$$

と定義しておけば、ABIC が最も小さくなるように m, p^2, q^2 を決めるのが良いという客観的な基準を得ることができる。

なお、(17)式においては、加法型モデルを想定しているが、原系列が乗法型に従うと想定される場合には対数変換すればよい。移動平均型調整法や signal extraction では、加法型および乗法型の選択に関する統計的な基準がないが、このベイズ型調整では、その選択に関して ABIC を利用することができるというメリットもある（詳しくは、Akaike[1980]、Ishiguro[1994]参照）。

(4) State Space Model による季節調整法

State Space Model (以下、SSM) は、(3)のベイズ型季節調整法と基本的には同じ考え方に基づくものであるが、時系列の各変動成分を確率差分方程式で表わしモデル全体を状態空間表現で規定することによって、各変動成分の形状やノイズ分布等に関し

27) AIC（および尤度）はモデルが定める予測分布の良さをはかる客観的な基準（正確には基準の推定値）である。

て、より汎用性を持たせた季節調整法である（ベイズ型季節調整法は SSM 調整法の特殊ケースと考えることができる）。また、循環変動成分を AR モデルで表わして趨勢変動とは別に導入しており、趨勢変動と循環変動を一纏めにしていたベイズ型調整モデルよりも中短期的な変動をより捉えやすくしてある。さらに、モデルを状態空間で表現することによって、逐次計算アルゴリズム（カルマン・フィルター）の適用が可能となり、ベイズ型調整法の実務上の欠点であった計算の非効率性が大幅に改善された点も、大きな特色である。

具体的には、各変動成分が次の(25)式の確率差分方程式に従うものと仮定する (Gersch and Kitagawa [1983, 1988], Kitagawa and Gersch [1984])。²⁸⁾

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= T_t + C_t + S_t + I_t \\ (1-L)^m T_t &= \epsilon_t^T, \quad \epsilon_t^T \sim iid N(0, \tau_T^2) \\ \Phi_n(L) C_t &= \epsilon_t^C, \quad \epsilon_t^C \sim iid N(0, \tau_C^2) \\ \text{ただし、} \Phi_n(L) &= 1 + a_1 L + a_2 L^2 + \dots + a_n L^n \\ (1+L+L^2+\dots+L^{11}) S_t &= \epsilon_t^S, \quad \epsilon_t^S \sim iid N(0, \tau_S^2) \\ I_t &\sim iid N(0, \sigma^2) \end{aligned} \right\} \quad (25)^{29)}$$

ここで、縦ベクトル X_t, ϵ_t を次式で表すと、

$$\begin{aligned} X_t &= (T_t, T_{t-1}, \dots, T_{t-m+1}, C_t, C_{t-1}, \dots, C_{t-n+1}, S_t, S_{t-1}, \dots, S_{t-s+2})' \\ \epsilon_t &= (\epsilon_t^T, \epsilon_t^C, \epsilon_t^S)' \end{aligned}$$

(24)(25)式は、次のような状態空間モデルで表現できる（状態空間モデルについては、北川 [1993] を参照）。

$$X_t = F X_{t-1} + G \epsilon_t \quad (26)$$

$$Y_t = H X_t + I_t \quad (27)$$

ただし、 F は $(m+n+s-1) \times (m+n+s-1)$ 行列、 G は $(m+n+s-1) \times 3$ 行列、 H は

28) SSM による季節調整法に関しては、ほかに Burrige and Wallis [1990], Dagum and Quenneville [1993], Engle [1976], Harvey [1989], Harvey and Todd [1983] らの研究がある。これらの研究では、各変動成分の確率差分方程式に関する仮定やカルマン・フィルターにおける初期条件設定、超パラメータの推計方法等において違いがある。例えば、Harvey and Todd [1983] では、趨勢変動成分 (T_t) と循環変動成分 (C_t) を一纏めにして (TC_t)、以下のモデルを仮定している。

$$\begin{aligned} TC_t &= TC_{t-1} + d_{t-1} + \epsilon_t & \epsilon_t: \text{ホワイト・ノイズ} \\ d_t &= d_{t-1} + \xi_t & \xi_t: \text{ホワイト・ノイズ} \end{aligned}$$

つまり、 TC_t はドリフト付きランダム・ウォークに従い、ドリフト d_t はランダム・ウォークに従うと仮定している。

29) 季節変動成分に傾向的变化が認められる場合には、高次のモデル

$$(1+L+L^2+\dots+L^{11})^k S_t = \epsilon_t^S$$

を当てはめるほうが良いこともある ($k=1, 2, \dots$)。

$1 \times (m+n+s-1)$ 行列である。

ちなみに、この関係を $m=2$, $n=2$, $s=4$ の簡単な例で示すと、次のような行列表現になる。

$$\begin{pmatrix} T_t \\ T_{t-1} \\ C_t \\ C_{t-1} \\ S_t \\ S_{t-1} \\ S_{t-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_1 & -a_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{t-1} \\ T_{t-2} \\ C_{t-1} \\ C_{t-2} \\ S_{t-1} \\ S_{t-2} \\ S_{t-3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_t^T \\ \epsilon_t^C \\ \epsilon_t^S \end{pmatrix}$$

$$Y_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_t \\ T_{t-1} \\ C_t \\ C_{t-1} \\ S_t \\ S_{t-1} \\ S_{t-2} \end{pmatrix} + I_t$$

この状態空間表現においては、未知のパラメータ $\theta = (\tau_T^2, \tau_C^2, \tau_S^2, \sigma^2, a_1, a_2, \dots, a_n)$ が含まれているため、Gersch and Kitagawa は、数値的最適化（準ニュートン法）の方法により、まずパラメータ θ の最尤推定値を計算している。パラメータ θ が決まれば、(26)・(27)式の状態空間モデルにカルマン・フィルターを適用することにより、 X_t が推定される（推定された X_t は MMSE になっている）。また、趨勢変動成分の階差次数 m や、循環変動成分の AR モデルの次数 n は、AIC により決定される。³⁰⁾

なお、(26)(27)式の状態空間モデルでは、 ϵ_t 、 I_t に正規分布（ガウス分布）を仮定しているが、こうした仮定の下では、異常値や構造変化はうまく処理できない。この問題を解決するために、北川 [1989]、Kitagawa [1987, 1989, 1993, 1994]、Kitagawa and Nagahara [1995] は、 ϵ_t 、 I_t に非ガウス分布（正規分布に比べ、分布の裾が重いコーシー分布等）を仮定し、高い確率で生じる滑らかな変化と、小さな確率で生じる急激な変化の両方を、1つの分布でより適切に捉えることを可能にした。例えば、時系列中の異常値を処理するには、異常値がある確率 ρ ($0 < \rho \ll 1$) で現れるものと考え、 I_t

30) 北川 [1986] は、SSM による季節調整プログラム『DECOMP』を一般公開している。

の分布として混合分布

$$p(I) = (1 - \rho) \nu(I; \xi^2) + \rho \nu(I; \delta^2) \quad (28)$$

を用いればよい。ただし、 $\nu(I; \xi^2)$ 、 $\nu(I; \delta^2)$ はそれぞれ分散 ξ^2 、 δ^2 の正規分布の密度関数を表す（ $\xi^2 \ll \delta^2$ 、また平均は両分布ともゼロ）。(28)式の右辺第一項が正常な観測値、第2項が異常値に対応するための分布である。コーシー分布はこうした混合分布を近似したものである。

Kitagawa は、一連の研究において、石油ショック前後を含む日本のマクロ経済時系列（構造変化あり）にこの非ガウス型 SSM を適用したところ、ガウス型 SSM に比べ適切な季調済系列が得られたとしている。

5. 各種季節調整法の評価基準

4.では、ベイズ型調整法や SSM による調整法が、統計理論的にみた客観性という意味で、他のモデル型調整法(regression approach, signal extraction approach)やX-11等の移動平均型調整法に比べて優れていることを述べた。しかし、ここでの客観性とは、①データの背後にどのような確率モデルを仮定しているのかが明確であること、②ラグ多項式の次数などモデルの特定化に必要な先験情報の選択を統計理論に即した基準で行っていること、の2点のみを意味しているのであって、①で仮定したモデルが季節調整モデルとして最善であることまで意味しているわけではない。すなわち、当然のことではあるが、「仮定が明確である」ということと「仮定が現実の経済変動を適切に捉えている」ということは違う。例えば、ベイズ型調整法は signal extraction に比べ、統計的客観性の面で優れていても、ベイズ型調整法で仮定されている単純な AR タイプの非季節変動成分が、signal extraction で仮定されている ARIMA タイプの非季節変動成分に比べ、実際の時系列をうまく捉えることができるか否かはすぐれて実証的な問題である。また、ガウス型 SSM が優れているといえるのは、経済時系列の各変動成分が状態空間(25)の枠組みで記述されることが適切である場合においてのみ正当化されるのであって、経済時系列すべてがそうした状態空間で記述できるとは限らない。例えば、原系列に異常値や構造変化が存在する場合がその例である。この場合、ガウス型 SSM は、統計的客観性の面では、移動平均型調整のX-12-ARIMA に比べ優れていても、ガウス型 SSM から得られた季調済系列が、異常値や構造変化に対してきめ細かな対応が練られたX-12-ARIMA のそれに比べて良いとはアприオリにはいえないであろう。また、異常値や構造変化に対しては、非ガウス型 SSM のようにノイズ分布の非ガウス化で対応するのが望ましいのか、あるいはX-12-ARIMA のように回帰変数と ARIMA モデルの組み合わせ(REGARIMA)で対応

するのが望ましいのかということについても、実証的な問題といえる。要するに、季節変動が観測不能である以上、どの季節調整モデルが最善であるかは先験的には断定することはできず、特に統計の作成や利用に携わる実務家の立場で考えた場合、何らかの意味で「実際のパフォーマンスが良い」と考えられる季節調整法が望ましい季節調整法なのである。いくら明確なモデルを仮定してもそれが現実の経済時系列に妥当しなければパフォーマンスは良くなるまいであろうし、仮に明確なモデルを仮定してなくても色々な工夫により良いパフォーマンスが得られるかもしれない。

それでは、季節調整の「パフォーマンス」とはいったい何であり、それをどのような基準でチェックすることが妥当なのであるか。本章では、季節調整法のパフォーマンスに関する実証分析でよく用いられる評価基準について述べる。

(1) 季調済系列の安定性

季節変動パターンが固定的であれば、ある時点 t の季節性というのは、 t 期までの時系列の情報だけで十分推測可能である。一方、季節変動パターンが年々徐々に変化する場合には（現実の経済時系列もこのケースが多い）、時点 t の季節性は t 期以降の情報も考慮しないと正確に推計することができない。このため、足許の季調済系列とは常に暫定的なものであり、新たな情報が追加されればその変更がある程度生じるのはやむをえない。しかしながら、景気の方向性を判断する分析者にとっては、足許の季調済系列の動向が重要な情報源であり、季調済系列の安定性が低い場合（追加的な情報による季調済系列の変更幅が大きい場合）、同系列に基づく景気判断の信頼性が揺らいでしまう。このため、季調済系列の安定性は実務者にとっては重要な評価基準と見做されている（清水[1988]、Battipaglia and Focarelli [1995]、Findley, et al. [1990]、Fukuda[1992]等を参照）。

季調済系列の安定性の具体的な評価基準としては、様々なものが考えられるが、代表的なものとしては、平均絶対誤差、平均自乗誤差、³¹⁾ Sliding Span Analysis³²⁾、季調

31) k 期分のデータを追加した場合の平均絶対誤差と平均自乗誤差は次のように定義できる。

A_t : 原系列 $\{X_1, X_2, \dots, X_t, \dots, X_T\}$ を用いて推計した時点 t の季調済系列

A_t^k : 原系列 $\{X_1, X_2, \dots, X_t, \dots, X_T, \dots, X_{T+k}\}$ を用いて推計した時点 t の季調済系列

$$\text{平均絶対誤差} = \frac{1}{T-t'+1} \sum_{i=t'}^T |A_i^k - A_i|$$

$$\text{平均自乗誤差} = \frac{1}{T-t'+1} \sum_{i=t'}^T (A_i^k - A_i)^2$$

ただし、 $1 \leq t' \leq T$ で、足許の季調済系列の安定性を重視するならば、 t' を T に近く設定する。逆に、サンプル期間全体の安定性を重視するならば、 $t' = 1$ に設定する。

32) Sliding Span Analysis は、季節調整の算出期間の長さを固定したうえで、それを数期ずつスライドさせて季調済系列を推計し、各期の季調済系列の変動幅（最大値と最小値の差）を安定性の評価基準とするもの（詳しくは、Findley, et al. [1990]を参照）。

済系列が安定するまでの改定回数等があげられる。これらを用いたこれまでの実証分析によれば、³³⁾モデル型調整法が移動平均型調整法よりも安定的な季調済系列を作り出すとは、一概にはいえないようである。

また、一口に季調済系列の安定性といっても、足許数年間とサンプル期間全体のどちらの安定性を重視するのかという問題もある。一般に、移動平均型調整法の場合は、移動平均項数を超えて季調済系列が遡及改定されることはないが（通常3～5年分の遡及改定で済む）、モデル型調整法では、モデルの再推計に伴って全サンプル期間の季調整済系列が遡及改定される。このため、signal extraction や SSM による季節調整は、足許数年分については X-11 よりも安定的であるが、全サンプル期間でみればむしろ不安定という実証分析もある (Burman [1980]、den Butter and Mourik [1990])。³⁴⁾

(2) 季節調整の適切さ

(1)では、後日大幅に改定されるような季調済系列（＝不安定な系列）は、景気判断を行なううえで信頼が置けないということを指摘したが、そもそも誤った季調済系列が推定されるのであれば、それがそのまま改定されずに固定化されることにも問題があると言えよう (Hylleberg [1986]、Bell and Hillmer [1984])。例えば、すべての時点において、後方移動平均 (one-sided-filter) による調整を行うことは、完全に安定的な季節調整といえるが、この調整が中心移動平均 (two-sided-filter) に比べ適切であるとはいえないであろう。したがって、安定性以前の問題として、季節調整が「適切」であるかどうかを、可能な限り客観的にチェックしなければならない。季節調整が「適切」であるといえるためには、(i)季節変動成分が原系列から完全に除去されていること、(ii)非季節変動成分が季節調整の過程で歪められていないこと、の2点が満たされる必要があるという考え方が一般的である。³⁵⁾ これらを具体的にチェックする代表的

33) Akaike and Ishiguro [1981]、McKenzie and Stith [1981]、Findley [1981]、den Butter and Mourik [1990]、den Butter and Fase [1991]、Bank of England [1992]、Bruce and Jurke [1992] 等を参照。

34) また、Burman [1980] は、季節調整の対象となる系列のサンプル期間が長い場合には、signal extraction による季調済系列の安定性は高いが、短い場合は逆に不安定になる場合があると指摘している。

35) この他にも、季節調整が適切になされているか否かをみる基準として実証分析にしばしば登場するものに、滑らかさ (smoothness) や idempotency 等がある。滑らかさをみる (例えば、Bank of England [1992]、den Butter and Mourik [1990]、Bruce and Jurke [1992] 等) のは、変動の大きい季節変動成分を原系列から除去すれば滑らかになるはずであるとの直感によるものであるが、季調済系列がどの程度滑らかであるべきかは先験的にはわからないので客観的な評価基準とはいえない (例えば、不規則変動成分が大きな系列からいくら季節変動成分を除去しても、滑らかな系列にはならないはず)。また、idempotency とは、季調済系列をもう一度季節調整しても変化しないことを意味しており (Lovell [1963])、実証分析でもしばしば登場するが (den Butter and Mourik [1990]、Bell [1992] 等)、(i)と(ii)の意味で季節調整が「適切」であれば

な手法として、①Orthogonality Test、②時間領域分析、③周波数領域分析（スペクトル解析）の3つを紹介する。

① Orthogonality Test

この検定では、推計した季調済系列と季節変動成分間の直交性(Orthogonality)を検定する。具体的には、季調済系列と季節変動成分のサンプル期間全体における相関係数を評価基準とし、相関係数が低いほど季節変動成分が適切に除去されていると判断する（季節変動成分の除去が完全であれば無相関）。den Butter and Mourik[1990]は、X-11とガウス型SSMにこの検定を適用したところ、結果にはあまり違いがみられなかったとしている。一方、Bruce and Jurke[1992]がX-12-ARIMAと非ガウス型SSMとの間で行なった比較では、非ガウス型SSMの方がやや直交性が高い（相関が低い）という結果が得られている。

② 時間領域分析

時間領域分析においては、通常コレログラムと呼ばれるグラフが用いられる。コレログラムとは、時系列データの自己相関係数を各ラグ毎にみたグラフであり、特定のラグの自己相関が特に高くなっているかどうかを見ることにより、当該時系列の特性を判断することができる。例えば、季節性を有する時系列のコレログラムを取ると、四半期データならば4期、8期、…というように、4の倍数のラグのところに自己相関係数の山が現れる。したがって、季調済系列（あるいは一階差後の季調済系列）のコレログラムを取り、こうした周期的な山が消えているかどうかをチェックすれば、当該季調済系列から季節性が除去されているかどうかを知ることができる。さらに、コレログラムによる視覚的な検定をより厳密に行う方法として、Box-Ljung検定等の自己相関係数に関する統計的検定手法がある。³⁶⁾ また、季節調整によって原系列の非季節変動成分が歪められることがないかどうかは、ホワイト・ノイズの季調済系列が

idempotencyを満たすが、その逆は成立しないので、季節調整法の評価に関して追加的な情報を提供するとはいえない。

（季節調整の「適切性」とidempotencyの関係）

時系列 $X_t = X_t^N + X_t^S$ に対して、季節調整が(i)と(ii)の意味で「適切」である時、次の2式が成立する。

季節変動成分の除去が完全 $[X_t]^a = X_t^N$

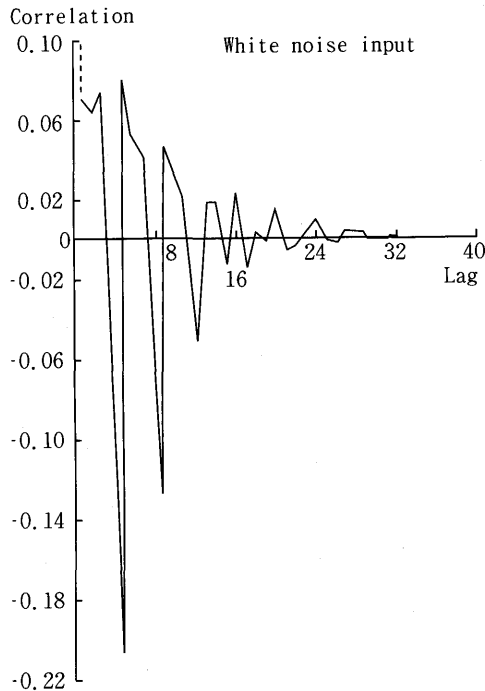
非季節変動成分を歪めない $[X_t^N]^a = X_t^N$

ただし、 X_t ：原系列、 X_t^N ：非季節変動成分、 X_t^S ：季節変動成分を表す。また、上付き文字 a は季節調整を表し、例えば $[X_t]^a$ は X_t の季調済系列を表す。

これら2式により、 $[[X_t]^a]^a = [X_t]^a$ が成立するが、これがidempotencyの条件に他ならない。

36) 季調済系列の自己相関係数に関して直接検定を行うほかに、季調済系列を non-seasonal ARIMA（季節階差なしのARIMA）モデルにより推計し、その残差の自己相関を検定する方法もある。時間領域分析による季節調整の検定については、Pierce[1980a]、Burman[1980]等を参照。

図3 “Slutzky-Yule-Effect”



(出所) Wallis[1974]

やはりホワイト・ノイズになっているかどうかを、コレログラムや Box-Ljung 検定でチェックできる（ホワイト・ノイズの場合、すべてのラグ期間において自己相関係数はゼロ）。

一般に、X-11等の移動型平均型調整によるホワイト・ノイズの季調済系列は、ホワイト・ノイズにならないことが知られている。これは Slutzky-Yule effect と呼ばれており、図3の通りホワイト・ノイズを X-11で季節調整した系列のコレログラムには周期的な山谷が発生する。一方、Akaike and Ishiguro[1981]は、ベイズ型調整法はホワイト・ノイズを歪めていないことを示しており（SSM も同様）、この点においては一般にベイズ型調整法や SSMの方が、移動平均型調整法に比べて優れているといえる。

③ 周波数領域分析（スペクトル解析）

季節性を有する経済時系列（原系列）のパワー・スペクトル³⁷⁾は、一般に季節周

37) パワー・スペクトル（Power Spectrum）とは、周波数領域分析（スペクトル解析）に基づいた統計量である。周波数領域分析（Hamilton[1994]、Granger and Newbold[1986]等参照）は、時系列データを適当に変換すると、原データの変動は異なる周期を持つ無数の周期的変動の和によって表されるとの考えに基づく。経済時系列でいえば、趨勢変動成分は長期周期（低周波数）

期において著しく大きくなる（パワー・スペクトルに“seasonal peak”が存在する）。したがって、季節調整によって原系列から季節変動成分が完全に除去されているかどうかを判断するためには、季調済系列のパワー・スペクトルに“seasonal peak”がみられないことを確認すればよい（Nerlove[1964]）。

また、季節調整が原系列の非季節変動成分を歪めていないかどうかをみるには、原系列と季調済系列との間のクロス・スペクトルを計測すればよい。すなわち、多変量（2変量）のスペクトル解析においては、一変量の場合のパワー・スペクトルに対応したクロス・スペクトル(Cross Spectrum)を定義することができ、これをさらに、コヒーレンス(Coherence)、ゲイン(Gain)、フェイズ(Phase)という3つの統計量に変換することができる。「コヒーレンス」とは2つの時系列の変動がどの程度の相関を持っているか各周期毎にみたもの（周波数成分間の相関係数の2乗）、「ゲイン」とは X が何倍に拡大されて Y に現わされているかを周期毎にみたもの、「フェイズ」とは2つの時系列間のタイム・ラグ（あるいはタイム・リード）を周期毎にみたものである。季調済系列と原系列との間においては、①コヒーレンスは季節周期を除き1に近いこと、②ゲインも季節周期を除き1に近いこと、③フェイズがゼロに近いこと（季節調整によってフェイズ・シフトが発生しないこと）、が望ましい。

例えば Nerlove[1964]は、米国の雇用・失業統計の季調済系列に関してスペクトル解析を行ない、当該季調済系列の作成に用いられている BLS 法（米国労働省法）の問題点を指摘した（BLS 法は移動平均型調整法の一つである）。まず、パワー・スペクトルについては、“seasonal peak”は消えたが、逆に隣接する周期に比べてへこみ過ぎていること（“seasonal dip”の発生）を明らかにし、BLS 法が必要以上に季節変動成分を除去している（overadjustment）と指摘した。また、原系列と季調済系列との間のクロス・スペクトルについては、ゲインが季節周期以外でも著しく低下する場合があることや、フェイズが長期周期（趨勢循環変動成分）において最大10か月以上シフトしていることなどを示し、BLS 法がエコノミストが最も関心のある趨勢循環変動に関する情報を歪めている点で、深刻な欠陥を持つとしている。³⁸⁾

変動によって、循環変動成分は中期周期（中周波数）変動によって、不規則変動は短期周期（高周波数）変動によって表される。時系列データがどのような周期の成分をどの程度含んでいるのかを定量的に示すものが、各周期毎のパワー・スペクトルである。

- 38) 原系列と季調済系列との間で長期周期のフェイズ・シフトが生じると、例えば2つの原系列間に存在する先行・遅行関係が、季節調整によって歪められることになる。この場合、季調済系列を用いた分布ラグ・モデル等による分析は、ミス・リーディングな結論を導く可能性がある。Feige and Pearce[1979]、パーキン[1984]、翁[1985]らは、分布ラグ・モデルに基づいた Granger の因果性検定は、原系列を用いた場合と季調済系列を用いた場合とで、結果が異なる事例を紹介している。

季調済系列の“seasonal dip”に関しては、移動平均型調整法のみならず signal extraction の場合にもみられることが、Grether and Nerlove [1970]、Burman [1980]らによって指摘されており、その理論的根拠も明らかになっている (Hylleberg [1986]、Granger [1984]等を参照)。³⁹⁾ また、Akaike and Ishiguro [1981]は、米国の一部時系列にX-11とベイズ型調整法を適用し、推計された趨勢循環変動成分のパワー・スペクトルを見比べると、ベイズ型調整の方がX-11に比べて滑らかで歪みが少ないと報告している。

なお、スペクトル解析を行なう場合には、時系列のサンプル期間が十分長くないと信頼の置ける結果が得られない場合が多い (特に長期周期のパワー・スペクトル)。このため、実際の経済時系列よりも、人工系列 (simulated series) を利用して季節調整法の評価を行なうことが適当との考え方もある。例えば、Granger and Newbold [1986]は、非季節変動成分 (N_t) と季節変動成分 (S_t) から構成される人工系列 ($X_t = N_t + S_t$) を作成し、同系列の季調済系列 ($A[X_t]$) と非季節変動成分 (N_t) について、① $A[X_t]$ のパワー・スペクトルの形状が N_t のそれと似ているかどうか、② $A[X_t]$ と N_t 間のコヒーレンスが1に近いかどうか、などをチェックすべきとしている。

このような人工系列を利用した分析例としては Godfrey and Karreman [1967]がある。彼らは、AR モデルから生成された人工的な非季節変動成分と、それにX-11をかけた系列との間でコヒーレンスを計測している。その結果、短期周期のコヒーレンスは著しく低下しているが、長期周期 (趨勢循環変動) のコヒーレンスは1に近いことを示し、既出 Nerlove [1964]とは異なって、移動平均型調整法が趨勢循環変動を歪めるとはいえないという結論を導いている。

(3) 営業日数要因の調整

各年の季節変動パターンには、うるう年や休祝日数、曜日構成等によって生じる月間営業日数の変動も大きな影響を与えているため、営業日数要因が季節調整において適切に考慮されていることが望ましい。例えば、欧米では、イースター・デーはキリスト教徒にとってクリスマスと共に重要な祝日であり、商業活動に大きな影響を及ぼすが、その日付は3月21日以降の満月の後の最初の日曜日と決まっているため、具体的な日付は毎年変わりうる (早くて3月22日、遅くて4月25日)。このため、季節調整に際してこの影響を適切に調整しないと、3月・4月 (および第1四半期・第2四半期) の季調済系列が歪んでしまうことが、米国センサス局やカナダ統計局によって指

39) なお、Ansley and Wecker [1984]は、“seasonal dip”を発生させないという制約のもとでMMSEであるような、signal extractionに基づく季節調整フィルターの導出が理論上可能であることを証明している (ただし、現在のところ実用には至っていない)。

摘されている。⁴⁰⁾

このような営業日数要因に関しては、X-12-ARIMA ではかなりきめ細かい対応が可能になっているなど、概して移動平均調整法の方がモデル型調整法よりも優れているように見受けられる。ただし、これは移動平均調整法が長年にわたって利用されてきた過程で、実務的な観点から少しずつ改良されてきたためであり、原理的にはモデル型調整法でも対応は可能である。

(4) 季節調整作業の効率性

実務的には、実際の季節調整作業における効率性も重要な評価基準の1つであり、理論的にいくら優れた季節調整法であっても、非効率的なものは実用的とはいえない。すなわち、季節調整プログラムの使い勝手や計算時間等についても、多量の季調済系列を作成する統計機関の立場からは十分に吟味する必要がある。この点 X-12-ARIMA では、事後診断からのフィードバック・プロセスの作業が効率良くできるのかどうか1つの鍵であるといえよう。また、非ガウス型 SSM は、ガウス型 SSM や signal extraction よりも計算時間がかかり、これが実務作業にどの程度の障害となりうるのか検討していく必要があろう。

6. おわりに—今後の課題

冒頭でも述べたように、わが国の統計機関が X-11 や MITI 法等を利用して現在作成している季調済系列は、季調替えによって大幅な遡及改定が行なわれたり、時として不自然な変動を示すなど、景気判断にかなりのノイズを与えている。このため、X-11 等従来型移動平均調整の問題点に対処する目的で30年振りに大幅にバージョン・アップされたセンサス局法 X-12-ARIMA や、モデル型調整法の系統で種々の改良が加えられてきた非ガウス型 SSM など、最新型季節調整法の利用価値はかなり高いといえよう。

これら最新の手法が X-11 に比べて優れていることは、米国等いくつかの先進国では実証済みである。そうした実証結果はわが国の時系列データについても当てはまると予想されるが、これまでのところわが国のデータを用いた分析はほとんど行われて

40) 日本でも、ゴールデン・ウィークにおいて連休が何日続くかは年によって異なり、これが4月と5月の消費や生産統計にどの程度の影響を及ぼしているのか、今後検討すべき課題といえよう。なお、営業日数要因の調整に関する詳細は、北川[1986]、Chen and Findley[1995]、Cleveland and Devlin[1980]、Dagum, Hout and Morry[1988]、Dagum, Quenneville and Sutradhar[1992]、Ishiguro and Akaike[1981]、McIntire[1992]、Morry and Cholette[1995]等を参照。

いない。⁴¹⁾このため、まずは X-12-ARIMA と現行 X-11 との比較に関する実証分析を積み重ねていくことが必要である。さらに、X-12-ARIMA と非ガウス型 SSM との比較も、実証的に、また実務的な観点から検討していく必要があろう。そうした実証分析の際には、5. で述べた評価基準で、各季節調整法の優劣を判断していくことが適当である。

最後に、季調済系列の利用・作成に関して、より中長期的に検討していくべき課題のいくつかを、簡単に述べておく。

① 趨勢循環変動成分の利用・公表

季節調整の目的が経済時系列を景気の基調判断にとってより読み易いものに加工することにあるとすれば、季節変動成分 S_t だけでなく不規則変動成分 I_t をも除去した趨勢循環変動成分 ($T_t + C_t$) についても、利用価値があると考えられる。実際、ドイツ連邦統計局やニュージーランド統計庁では、原系列 (Y_t) と季調済系列 ($T_t + C_t + I_t$) に加え、趨勢循環変動成分 ($T_t + C_t$) も併せて公表している (Archibald [1995] 参照)。⁴²⁾

② 季調済系列の分散の公表

X-12-ARIMA 等最新手法の導入により、季調済系列の安定性が現行に比べて高まることが期待されるが、それでもなおある程度の不安定性が残ると考えておくべきであろう。すなわち、季調済系列は所詮統計的な推定値である以上、推定誤差は必ず存在する。そこで、季調済系列の対外公表にあたっては、その分散⁴³⁾等も併せて公表し、後日どの程度の改定がありうるかを予め示しておく方が、むしろユーザーの信頼を得られるとの考え方もある (Pierce [1983] 参照)。

③ Concurrent Seasonal Adjustment の検討

3.(2)でも述べたように、季節変動パターンが変化している場合や景気判断が微妙な場合においては、年に一回だけ季調替えを行う現行方式よりも、直近月までの情報をフルに活用して行なう concurrent seasonal adjustment の方が、適切な、ひいてはより安定的な季調済系列を得ることができると考えられる (Pierce and McKenzie [1987])

41) わが国の経済時系列を用いて、X-12-ARIMA と X-11、X-11-ARIMA との比較に関する実証分析を行った唯一の研究として木村 [1995] がある。

42) なお、季調済系列については、系列内に異常値や構造変化 (レベル・シフト) をそのまま残して公表すべきか、それとも調整・除去すべきかという問題もある。ちなみに、この点に関しては、季節調整法によって取扱いが異なっており、非ガウス型 SSM では、異常値や構造変化は季調済系列に常に含まれているのに対し、X-12-ARIMA ではオプションの選択によって、それらを季調済系列に含めることも調整・除去することも可能である。

43) Pierce [1980b] は、signal extraction と X-11 に関して、データ追加による季調済系列の改定幅がどのような確率分布に従うか理論的な検討を行っている。Kramer and Bell [1995] や Scott and Pfeffermann [1995] らは、X-11 による季調済系列の分散の推計方法に関して研究を行っている。

参照)。実際、米国センサス局では、建設統計、卸小売り統計、製造業出荷・在庫・受注統計などに同法を採用しており、わが国においても季調替えの頻度について検討の余地がある。

④ Balancing Constraint

例えば、国民所得統計の GDP 系列のように、消費や設備投資等のコンポーネントを合計して作られている系列においては、各コンポーネントの季調済系列の合計値と、GDP 自体の季調済系列とは、一致する必然性はない。しかし、マクロ経済分析においてしばしば各種の寄与度分解が行われることなどを考えると、統計指標間の定義関係 (Balancing Constraint) は季調済系列についても概ね満たされていることが望ましい (Lovell [1963] 等参照)。この点に関しては、各コンポーネント系列に同一の線型フィルターをかけることにすれば、Balancing Constraint は満たされるが、各コンポーネント系列にとっては適切な季節調整とはならない可能性があり、今後検討すべき課題の 1 つといえよう。⁴⁴⁾

補論 1. 一変量季節調整の限界

(1) 季調済系列を用いた回帰分析の留意点

2.(3)では、原系列を用いた回帰分析における“errors in variable”の問題を述べた。しかし、以下にみるように、季調済系列を用いた回帰分析にも問題がありうる。再び、2.(3)における(1)~(4)式の関係を考え、さらに、原系列 x_t 、 y_t に季節調整フィルター $A_x(L)$ 、 $A_y(L)$ をかけて、次式で表わすことができるような季調済系列 x_t^a 、 y_t^a を作る (L はラグオペレータ)⁴⁵⁾。

$$x_t^a = A_x(L)x_t, \quad y_t^a = A_y(L)y_t \quad (\text{A-1})$$

これを(5)(6)式に代入して整理すると、次の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} y_t^a &= \alpha \frac{A_y(L)}{A_x(L)} x_t^a + \eta_t \\ \eta_t &= A_y(L) \xi_t = A_y(L) [(\beta - \alpha)x_t^s + \mu_t + \varepsilon_t] \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-2})$$

この時、季節調整によって季節変動 x_t^s は予め除去されているため、 x_t^a と η_t との相関は、原系列の場合の x_t と ξ_t との相関に比べて一般に小さくなることが推察でき、

44) Balancing Constraint に関する分析については、Bank of England [1992] を参照。

45) ラグオペレータ L は、 $L^m x_t = x_{t-m}$ を表している。例えば、ラグオペレータを用いて、5 項中心移動平均フィルターを表すと、次式のようなになる。

$$A_x(L) = (1/5)L^2 + (1/5)L^1 + (1/5)L^0 + (1/5)L^{-1} + (1/5)L^{-2}$$

その限りでは、“errors in variable”の問題は改善する。しかし、季節調整フィルターが $A_x(L)=A_y(L)$ を満たしていないとすると、 y_t^a を x_t^a に単回帰することはそもそも適切な定式化とはいえない（説明変数の欠落等が発生）。単純かつ極端な例でいうと、仮にフィルターがそれぞれ $A_x(L)=1$ 、 $A_y(L)=1/(1-\lambda L)$ で表わされる時、本来、回帰式は

$$y_t^a = \alpha x_t^a + \lambda y_{t-1}^a + \text{誤差項}$$

と定式化されるべきであるが、これを

$$y_t^a = \alpha x_t^a + \text{誤差項}$$

の形で推計した場合には、推計パラメータ $\hat{\alpha}$ は説明変数 y_{t-1}^a の欠落に伴うバイアスを持つ。すなわち、季調済系列を用いて回帰分析を行う場合は、先にみた原系列の場合の“errors in variable”の問題はかなりの程度解消できるが、一方で x_t と y_t の季節調整フィルターが一般には異なることに伴い、別の推計バイアスが発生してしまう訳である。

以上のような季調済系列の利用に伴う問題を回避するため、Wallis [1974] と Sims [1974] は、被説明変数、説明変数ともに同じ季節調整フィルターを用いることを奨めている。これに従えば、例えば、MITI 法による季調済系列と X-11 による季調済系列とで回帰分析を行うことや、同じ X-11 であってもオプションを用いた季調済系列と標準型を用いた季調済系列とを混在して回帰分析を行うことは、避けた方が望ましいということになる⁴⁶⁾。しかし、回帰式内の全変数に同一の季節調整フィルターをかけた場合 $[A_x(L)=A_y(L)]$ 、今度は当該フィルターが個々の変数について季節変動成分を適切に除去したもの $[A_x(L)x_t=x_t^N, A_y(L)y_t=y_t^N]$ である保証は失われてしまう。すなわち、個々の系列にとって最適な季節調整フィルターを選択することと、回帰分析の定式化の観点から共通フィルターを用いることとは、トレード・オフの関係にあり、いずれを優先させるかによってその原因は異なるにせよ、回帰分析に何らかのバイアスを発生させてしまうことには変わりはない⁴⁷⁾。

46) 厳密に言えば、標準型の X-11 を全変数に適用しても、それぞれの季節調整フィルターが異なる場合がある。これは、X-11 では暫定的な趨勢・循環変動成分を算出する際に、ヘンダーソン移動平均を用いるが、その移動平均項数は推計された不規則変動成分の大きさによって、プログラム内で自動的に選択されるためである。

47) 季調済系列による回帰モデルが原系列による回帰モデルよりも一概に優れているとはいえないことを示す一例として、Ericsson, Hendry and Tran [1992] の研究がある。彼らは、英国の貨幣需要関数に関して、原系列を用いて計測したモデルと季調済系列を用いたモデルに関して包含検定 (Encompassing Test) を行い、後者は前者を包含しない、つまり後者は前者と同等以上の説明力を持たないことを示している。なお、原系列に季節ダミーを用いたモデルと季調済系列を用いたモデルとの優劣に関して比較検討した、Courchesne, de Fontenay and Pourier [1981] の研究も参照。

(2) 多変量季節調整

季調済系列を用いても適切な回帰分析ができないという(1)の問題は、本質的には、通常行われている季節調整が一変量季節調整 (Univariate Seasonal Adjustment) であることに起因する。一変量季節調整とは、時系列 y_t の季節調整フィルター $A_y(L)$ を求める時に、当該時系列 y_t の有する情報のみを利用する方法である。この一変量季節調整が正当化されるのは、時系列 y_t の変動を説明するのに他の時系列 x_t の情報が影響しない場合に限られ、そうでない場合には、 x_t の情報を無視して y_t の情報のみから季節調整を行う一変量季節調整は、Bell and Hillmer [1984] のいう “a significant loss of information” をもたらしてしまう可能性がある。

そこで、 y_t の季節調整プロセスに、 y_t 自身だけではなく、 y_t と x_t との関係を示的に考慮する多変量季節調整 (Multivariate Seasonal Adjustment) が本来は望ましい (Pierce [1980a] 参照)。多変量季節調整においては、複数の経済時系列 (例えば実質 GDP とマネーサプライ) の非季節変動成分間の相関、季節変動成分間の相関、および各時系列の季調済系列が同時に推計される。先の回帰分析の例でいうと、(1)~(4)式および非季節変動成分 x_t^N と季節変動成分 x_t^S の確率差分方程式をすべて一緒に取り込んだ状態空間モデルを構築することなどにより、パラメータ α 、 β と各変動成分が同時に推計される。

多変量季節調整法に関する研究としては、Bartelsman and Cleveland [1993]、Ishiguro [1994]、Ishiguro, et al. [1993]、Kato and Ishiguro [1994]、Kato, et al. [1995]、Porter [1974] 等がある。Ishiguro [1994]、Ishiguro, et al. [1993] は、多変量経済時系列の解析に当たって、個々の時系列に一変量季節調整を施した系列を用いた場合と、多変量季節調整を施した場合とを実際に比較してみると、後者の場合には明確に検出される季調済系列間の相互関係が、前者の場合には見落とされてしまう可能性があることを指摘している。

補論 2. 季節変動と趨勢循環変動の相互関係がもたらす問題

Canova and Ghysels [1994] や Ghysels [1994] は、季節変動パターンは景気拡大期と後退期では異なりうること、季節変動に加わったランダムなショックがその後の循環変動に影響を与える場合があることなどを示し、季節変動と循環変動 (business cycle) との間に相互関係 (interaction) が存在していると指摘している⁴⁸⁾。こうした立場に立てば、季節変動と循環変動が互いに独立であるとの仮定を置いて行う通常の季節調

48) 近年、季節変動とビジネス・サイクルの関係に関する研究は注目を集めている。Canova and Ghysels [1994] や Ghysels [1994] のほか、Barsky and Miron [1989]、Miron [1994] 等も参照。

整では、Bell and Hillmer [1984] のいう “a significant loss of information” が生じてしまう可能性があるといえる。⁴⁹⁾ 以下では、季節変動に加わったショックが趨勢変動や循環変動に影響を与える例として、比較的良く知られている理論モデルを2つ紹介する。

(1) Policy Seasonal

“Policy Seasonal” とは、政策当局がコントロールしようとする経済時系列の季節調整に関する問題である (Ghysels [1987, 1994]、Farley and O'Brien [1987] 参照)。政策当局が、ある経済時系列の趨勢・循環変動成分を、当該指標の季調済系列を用いてコントロールしようとする、2つの問題が発生する。すなわち、①政策によって趨勢・循環変動成分を却って意図せざる方向に変動させてしまい、②さらに当該季調済系列が真の趨勢・循環変動を正しく反映しなくなってしまう可能性がある。ここでは、中央銀行によるマネーサプライ・コントロールを例にとり説明する (ただし念のために断わっておけば、以下の議論は季調済系列のコントロールよりも原系列のコントロールや全くコントロールしない政策の方がよい、ということを直ちに主張するものではない)。

マネーサプライ m_t は、非季節変動成分 m_t^N と季節変動成分 m_t^S から構成されるとする (この内、観測可能な変数は m_t のみ)。また、非季節変動成分 m_t^N はいわゆる部分調整型の貨幣需要関数で表われ、中央銀行によりコントロール可能な金利 i_t に依存するとする。

$$\left. \begin{aligned} m_t &= m_t^N + m_t^S \\ m_t^N &= a_1(m_{t-1}^N) + a_2(i_t) + \epsilon_t^N \\ m_t^S &= a_3(m_{t-4}^S) + \epsilon_t^S \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-3})$$

ただし、 $0 < a_1, a_3 < 1$ $a_2 < 0$
 $\epsilon_t^N \sim iid N(0, \sigma_N^2)$, $\epsilon_t^S \sim iid N(0, \sigma_S^2)$

季節変動成分 m_t^S は中央銀行のコントロール外にあり、中央銀行の目的は非季節変動成分 m_t^N をターゲットからの乖離が小さくなるようにコントロールすることで、具体的な目的関数は次のように表わせるとする。

49) Canova and Ghysels [1994] は、次のように述べ、季節変動と循環変動の相互関係を無視した季調済系列による景気分析に対して、疑問を投げかけている。

Cataloging business cycle facts with seasonally adjusted data is improper unless the seasonal adjustment takes into account the particular form of interaction existing among the components of the series (and this is seldom the case).

$$\min_{\{i_t\}} E_1 \left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \{\tilde{m}_t^N - m_t^N\}^2 \right] \quad (\text{A-4})$$

$\tilde{m}_t^N$: 中央銀行の t 期におけるターゲット

β : time discount factor, $0 < \beta < 1$

E_1 : 第1期における利用可能な情報を基にした条件付き期待値

単純化のために、 $\forall_t, \tilde{m}_t^N = 0$ とすると（この仮定によって一般性が失われることはない）、中央銀行は次の政策反応関数に従って、金利をコントロールすることになる。

$$i_t = -(a_1/a_2) E_{t-1} [m_{t-1}^N] \quad (\text{A-5})$$

E_{t-1} : $t-1$ 期における利用可能な情報を基にした条件付き期待値

ここで、 $E_{t-1} [m_{t-1}^N]$ としてマネーサプライの季調済系列を用いるとすると、(A-5) 式は (A-6) 式のように書き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} i_t &= -(a_1/a_2) A(L) (m_{t-1}) \\ &= -(a_1/a_2) A(L) (m_{t-1}^N + m_{t-1}^S) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-6})$$

ただし、 $A(L)$ は季節調整フィルターを表す。

まず、ここから直ちにいえることは、(A-6) 式における季節調整フィルター $A(L)$ が每期ランダムに加わる季節ショック ϵ_t^S ((A-3) 式参照) を除去しきれていない限り、⁵⁰⁾ ϵ_t^S は季調済系列に反映され、それに従って政策が「不必要」に変更されてしまうということである。すなわち、例えば何らかの季節変動に関するショックによってマネーサプライが偶々増加しても ($\epsilon_t^S > 0$)、中央銀行が関心を持っている非季節変動成分が予期せぬ変動を示したわけではないので、本来政策は不変のままでよいはずである。しかし、政策当局は季調済系列の上昇をみて直ちに金利を引き上げてしまうため、金利は翌期以降のマネーサプライの非季節変動成分 m_t^N を抑制する方向に働くが、これはもともと当該中央銀行の意図ではない。これが本節冒頭で指摘した2つの問題のうちの①である。

次に②の問題、すなわち上記①の問題が一旦発生すると、その後の季調済系列が歪んでしまうという問題をみておこう。(A-6) 式を (A-3) のモデルに代入して整理すると、次式を得る。

50) X-11等による実際の季節調整では、金利 i_t がマネーサプライに及ぼす影響を無視した一変量季節調整によるフィルター $A(L)$ を利用するため、季節済系列 $A(L) (m_{t-1})$ が、真の成分 m_{t-1}^N と一致することはそもそも困難である。よって、その推定誤差 $[(m_{t-1}^N) - A(L) (m_{t-1})]$ には季節性が残存し、これがシステム内にフィードバックすることにより、真の趨勢・循環変動成分 m_t^N に季節性が混入することになる ((A-7) 式参照)。

$$m_t^N = \frac{1}{[1-a_1L(1-A(L))]} \epsilon_t^N - \frac{a_1A(L)L}{[1-a_1L(1-A(L))][1-a_3L^4]} \epsilon_t^S \quad (\text{A-7})$$

(A-7) 式は、真の非季節変動成分 (m_t^N) が、非季節変動ショック (ϵ_t^N) と季節変動ショック (ϵ_t^S) とのラグ多項式によって表わされることを示しており、一旦季節変動ショック (ϵ_t^S) が生じると、それが中央銀行の政策を通じてその後の真の非季節変動 (趨勢・循環変動) に影響を与えるということを意味している。しかし、通常の季節調整法は、季節変動成分が非季節調整成分に与える影響等を考慮していないため、季調済系列 $A(L)(m_t)$ は (A-7) 式で表わされているような真の非季節変動成分 m_t^N からどんどん乖離してしまう可能性がある。これが②の季調済系列の歪みの問題である。

(2) 企業行動の動学的最適化

また、Ghysels [1988, 1994] は、民間企業のビヘイビアについても、上記 Policy Seasonal と類似の季節調整に関する問題があることを指摘している。すなわち、企業の生産量等に関して、動学的最適化の理論モデルから導かれる季節変動成分は、通常の季節調整法において趨勢・循環変動として捉えられる成分を含んでいるため、通常の季調済系列は経済理論的にみて適切ではない、という指摘である。

まず、 t 期の需要 D_t は趨勢・循環変動成分 D_t^N と季節変動成分 D_t^S からなり、 D_t^N は価格 P_t に依存するとしている (ここでは、月次データを想定)。

$$\left. \begin{aligned} D_t &= D_t^N + D_t^S \\ D_t^N &= a - bP_t + \epsilon_t^N & \epsilon_t^N &\sim N(0, \sigma_N^2) \\ D_t^S &= cD_{t-12}^S + \epsilon_t^S & \epsilon_t^S &\sim N(0, \sigma_S^2) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-8})$$

一方、企業は、利潤の期待現在価値を最大にするように生産量の系列 $\{Q_{t+j}\}$ を決める。

$$\text{MAX}_{\{Q_{t+j}\}} E \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \pi_{t+j}(P_{t+j}, Q_{t+j}, Q_{t+j-1}; d) \right] \quad (\text{A-9})$$

ただし、 β は time discount factor、 $\pi_{t+j}(\cdot)$ は、 $t+j$ 期の利潤関数である。なお、 $\pi_{t+j}(\cdot)$ が、 Q_{t+j} だけでなく Q_{t+j-1} にも依存する理由は、生産量を急激に変化させると (つまり、 $Q_{t+j} - Q_{t+j-1}$ の絶対値を大きくすると)、調整コスト (パラメータ d で規定) がかかり、これが収益の圧迫要因として作用することを仮定しているためである。

ここで、市場均衡式 $\forall t, D_t = Q_t$ が成り立つことを考慮すると（ただし、在庫は存在しないと仮定）、生産量の系列 Q_t は、次のようなラグ多項式で表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} Q_t &= Q_t^N + Q_t^S \\ Q_t^N &= A(L; \phi) \epsilon_t^N \\ Q_t^S &= B(L; \phi) \epsilon_t^S \\ \phi &= (a, b, c, d, \beta) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-10})$$

ただし、 L はラグオペレータで、 $A(L; \phi)$ と $B(L; \phi)$ はラグ多項式を表す（ ϕ はラグ多項式を規定するパラメータ）。なお、 P_t に関しても、(A-10) 式と同様な関係式を導くことができる。

すなわち、生産量系列のうち趨勢・循環変動成分 Q_t^N は、需要の趨勢・循環変動ショック ϵ_t^N のラグ多項式で表せる。一方、季節変動成分 Q_t^S は需要の季節変動ショック ϵ_t^S のラグ多項式で表せる。

Ghysels は、上記モデルにおける季節変動成分 $Q_t^S = B(L; \phi) \epsilon_t^S$ がどのような性質を有しているのかをみるため、シミュレーション・データを用いてパワー・スペクトルを計測した。それによると、 $Q_t^S = B(L; \phi) \epsilon_t^S$ のパワー・スペクトルは、季節周期だけではなく、長期（低周波数）周期においても、高くなっていることが確かめられた。これは、上記の動学的最適化モデルにおいては、ある期において強い季節変動ショック ϵ_t^S が発生すると、それに伴って一旦変化した生産水準が、調整コストの影響から翌期以降の生産水準にも長期的に影響を与えていくためである。この場合、調整コストが大きい程、企業が生産量を変化させない傾向（“production smoothing”）を強めるため、季節変動ショックが生産量に与える長期的な影響も強まると考えられる。実際、Ghysels は調整コストのパラメータ d を大きくすると、長期周期における Q_t^S のパワー・スペクトルが一段と高まることを確かめている。

パワー・スペクトルでみた Q_t^S のこのような性質は、通常の季節調整が前提としている季節変動成分 S_t の性質とは整合的ではない。すなわち、通常の季節調整法では、

$$(1 + L + L^2 + L^3 + \dots + L^{11}) S_t = \zeta_t, \quad \zeta_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (\text{A-11})$$

が仮定される（＝季節変動成分の一年分の総和はホワイトノイズになる）ことが多く、その場合、 S_t のパワー・スペクトルは季節周期においてのみ高く、その他の周期では十分に低くなることが知られている（Granger [1984] 参照）。以上のことから、Ghysels は、経済主体が動学経路の最適化を行っている点を無視した通常の季節調整は、Bell and Hillmer [1984] のいう “a significant loss of information” をもたらししていると批判している。なお、通常の季節調整が Ghysels の理論モデルと唯一整合的にな

るのは、調整コスト d が十分小さい場合に限られる。この時、企業の最適生産量は当期の需要のみによって決まり、前期の生産量には全く依存しなくなる。したがって、季節変動ショックに対応する形である期に生産量が増加しても、それが翌期以降の企業行動に影響を与えることはなく、(A-10) 式の Q_t^s と (A-11) 式の S_t のパワー・スペクトルの形状は同様になる。

以 上

[日本銀行調査統計局 企画調査課]

【参考文献】

- 石黒真木夫、「ベイズ型季節調整モデル」、『数理科学』、No.213、1981年3月号
- 翁 邦雄、「Granger の因果関係を用いた実証分析の再検討」、『金融研究』、第4巻第4号、日本銀行金融研究所、1985年
- 北川源四郎、「時系列の分解—プログラム DECOMP の紹介」、『統計数理』、Vol.34、No. 2、1986年
- 、「非ガウス型時系列モデリング」、『オペレーションズ・リサーチ』、1989年10月号
- 、「時系列解析プログラミング」、岩波コンピュータサイエンス、1993年
- 木村 武、「最新移動平均型季節調整法 X-12-ARIMA について」、未定稿、1995年
- 黒川恒雄、「経済時系列の分析とその季節変動の調整」、『統計』、日本統計協会、1979年
- 清水 誠、「季節調整法センサス局法Ⅱ、X-11-ARIMA の適用」、『統計局研究彙報』、第47号、総務庁、1988年12月
- 田原昭四、『景気変動と日本経済』、東洋経済新報社、1983年
- マイケル・パーキン、「日本経済とケインジアン、古典派の景気変動論」、『金融研究』、第3巻第2号、日本銀行金融研究所、1984年
- 溝口敏行・刈屋武昭、『経済時系列入門』、日本経済新聞社、1992年
- Akaike, H., "Seasonal Adjustment by a Bayesian Modeling", *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 1, No. 1, 1980.
- , "Comment on 'Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series'", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 2, 1984.
- , and M.Ishiguro, "Comparative Study of the X-11 and Baysea Procedure of Seasonal Adjustment", to be presented at the ASA-CENSUS-NBER Conference on Applied Time Series Analysis of Economic Data, Washington, D.C., October 1981.
- Ansley, C. F., and W. E. Wecker, "Comment on 'Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series'", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 2, 1984.
- Archibald, J., "Experiences of Statistics New Zealand in Trend and Seasonal Adjustment", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U.S. Bureau of the Census, March 1995.

- Bank of England, *Report of the Seasonal Adjustment Working Party*, October 1992.
- Barsky, R. B., and J. A. Miron, "The Seasonal Cycle and Business Cycle", *Journal of Political Economy*, Vol. 97, No. 3, 1989.
- Bartelsman, E. J., and W. P. Cleveland, "Joint Seasonal Adjustment of Economic Time Series", Finance and Economics Discussion Series, Federal Reserve Board, 93-28, 1993.
- Battipaglia, P., and D. Focarelli, "A Comparison of Indicators Evaluating X-11-ARIMA Seasonal Adjustments", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, March 1995.
- Bell, W. R., "On Some Properties of X-11 Symmetric Linear Filters", U. S. Bureau of the Census, mimeo, 1992.
- , and S. C. Hillmer, "Issues involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 2, 1984.
- Blinder, A., "Can the Production Smoothing Model of Inventory Behavior be Saved ?", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, 1986.
- Bruce, A. G., and S. R. Jurke, "Empirical Comparison of Two Methods for Non-Gaussian Seasonal Adjustment", Institute of Statistics and Operations Research, Victoria University, May 1992.
- Bundesbank, "Seasonal Adjustment as a Tool for Analysing Economic Activity", *Monthly Report of the Deutsche Bundesbank*, October 1987.
- Bureau of the Census, "REGARIMA Reference Manual (Version 1.0)", March 10, 1995a.
- , "X12-ARIMA Reference Manual (Pre-release Version 0.2)", March 20, 1995b.
- Burman, J. P., "Seasonal Adjustment by Signal Extraction", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 143, 1980.
- , "Automatic Selection of Seasonal ARIMA Models", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U.S. Bureau of the Census, March 1995.
- Burridge, P., and K. F. Wallis, "Unobserved-components Models for Seasonal Adjustment Filters", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 2, 1984
- , and ———, "Seasonal Adjustment and Kalman Filtering: Extension to Periodic Variances", *Journal of Forecasting*, Vol. 9, 1990.
- Canova, F., and E. Ghysels, "Changes in Seasonal Patterns—Are They Cyclical ?", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 18, 1994.
- Chen, B., and D. F. Findley, "The Trading Day and Easter Effect Models of X12-ARIMA", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, March 1995.
- Cleveland, W. S., and S. J. Devlin, "Calendar Effects in Monthly Time Series: Detection by Spectrum Analysis and Graphical Methods", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 75, No. 371, September 1980.
- Cleveland, W. P., and G. C. Tiao, "Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the Census X-11 Program", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 71, 1976.
- Courchesne, C. A. de Fontenay, and J. Pourier, "An Empirical Study of Seasonality in Econometric Modelling", in *Time Series Analysis*, O. D. Anderson and M. R. Perryman, eds., North-Holland Publishing Company, 1981.
- Dagum, E. B., "The X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method", *Statistics Canada Catalogue*, No. 12-564E, Sep. 1979.

- , "Diagnostic Checks for the ARIMA Models of the X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method", in *Time Series Analysis*, O. D. Anderson and M. R. Perryman, eds., North-Holland Publishing Company, 1981.
- , G. Hout and M. Morry, "Seasonal Adjustment in the Eighties: Some Problems and Solutions", *The Canadian Journal of Statistics*, Vol. 16, Supplement, 1988.
- , and B. Quenneville, "Dynamic Linear Models for Time Series Components", *Journal of Econometrics*, Vol. 53, 1993.
- , B. Quenneville, and B. Sutradhar, "Trading-day Variations Multiple Regression Models with Random Parameters", *International Statistical Review*, Vol. 60, No. 1, 1992.
- den Butter, F. A. G., and M. M. G. Fase, *Seasonal Adjustment as a Practical Problem*, North-Holland, 1991.
- , and T. J. Mourik, "Seasonal Adjustment Using Structural Time Series Model: An Application and a Comparison with the Census X-11 Method", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 8, No. 4, 1990.
- Engle, R. F., "Estimating Structural Models of Seasonality", in *Seasonal Analysis of Economic Time Series*, Proceedings of the Conference on the Seasonal Analysis of Economic Time Series, Washington, D.C., A. Zellner, ed., US Department of Commerce, September 1976.
- Ericsson, N. R., D. F. Hendry, and H. A. Tran, "Cointegration, Seasonality, Encompassing, and The Demand for Money in the United Kingdom", mimeo, 1992.
- Farley, D. E., and Y. C. O'Brien, "Seasonal Adjustment of the Moeny Stock in the United States", *Journal of Official Statistics*, Vol. 3, No. 3, 1987.
- Feige, E. L., and D. K. Pearce, "The Casual Causal Relationship between Money and Income : Some Caveats for Time Series Analysis", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 61, 1979.
- Findley, D. F., "Comments on 'Comparative Study of the X-11 and Baysea Procedure of Seasonal Adjustment' by H. Akaike and M. Ishiguro", presented at the ASA-CENSUS-NBER Conference on Applied Time Series Analysis of Economic Data, Washington, D. C., October 1981.
- , W.R.Bell, B.Chen, C.Monsell, and M. C. Otto., "The X-12-ARIMA Program", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, March 1995.
- , and B. C. Monsell, "REG-ARIMA Based Preprocessing for Seasonal Adjustment", Proceedings of the Statistics Canada Symposium on Analysis of Data in Time, October 1989.
- , B. C. Monsell, H. B. Shulman, and M. G. Pugh, "Sliding-Spans Diagnostics for Seasonal and Related Adjustments", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 85, No. 410, June 1990.
- Fukuda, K., "The Most Important Seasonal Adjustment Problem in Japanese Economic Time Series", Proceedings of the International Workshop on Seasonae Adjustment Methods and Diagnostics, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, June 1992.
- Gersch, W., and G. Kitagawa, "The Prediction of Time Series with Trends and Seasonalities", *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 1, No. 3, July 1983.
- , and G. Kitagawa, "Smoothness Priors in Time Series", in *Bayesian Analysis of Time Series and Dynamic Model*, J. C. Spall, ed., Marcel Dekker Inc., 1988.
- Gersovitz, M., and J. M. MacKinnon, "Seasonality in Regression: An Application of Smoothness Priors", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 73, No. 362, June 1978.

- Ghysels, E., "Seasonal Extraction in the Presence of Feedback", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 5, No. 2, 1987.
- , "A Study Towards A Dynamic Theory of Seasonality for Economic Time Series", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.83, 1988.
- , "On the Economics and Econometrics of Seasonality", in *Advances in Econometrics Sixth World Congress*, C. A. Sims, ed., Cambridge University Press, 1994.
- Godfrey, M. D., and H.Karreman, "A Spectrum Analysis of Seasonal Adjustment", in *Essays in Mathematical Economics in Honor of Oscar Morgenstern*, M.Shubik, ed., Princeton University Press, 1967.
- Granger, C. W. J., "Comment on 'Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series'", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 2, 1984.
- , and P. Newbold, *Forecasting Economic Time Series (2nd ed.)*, Academic Press, 1986.
- Greene, W. H., *Econometric Analysis (2nd. ed.)*, Macmillan Publishing Company, 1993.
- Grether, D. M., and M. Nerlove, "Some Properties of Optimal Seasonal Adjustment", *Econometrica*, Vol. 38, No. 5, 1970.
- Hamilton, J. D., *Time Series Analysis*, Princeton University Press, 1994.
- Harvey, A. C., *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, 1989.
- , *Time Series Models*, Harvester Wheatsheaf, 1993.
- , and P. H. J. Todd, "Forecasting Economic Time Series with Structural and Box-Jenkins Models: A Case Study", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 1, 1983.
- Hillmer, S. C., and G. C. Tiao, "An ARIMA-Model-Based Approach to Seasonal Adjustment", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 77, No. 377, March 1982.
- Hout, G., "The Effect of Outliers on ARIMA Models for the X-11-ARIMA", in *Time Series Analysis*, O. D. Anderson & M. R. Perryman, ed., North-Holland Publishing Company, 1981.
- Hylleberg, S., *Seasonality in Regression*, Academic Press, 1986.
- , *Modelling Seasonality*, Oxford University Press, 1992.
- Ishiguro, M., "System Analysis and Seasonal Adjustment through Model Fitting", Proceedings of the First US/Japan Conference on the Frontiers of Statistical Modeling: An Informational Approach, 1994.
- , and H. Akaike, "A Bayesian Approach to the Trading-Day Adjustment of Monthly Data", in *Time Series Analysis*, O. D. Anderson and M. R. Perryman, ed., North-Holland Publishing Company, 1981.
- , H. Kato and S. Naniwa, "VSA/VAR MODEL, vector seasonal adjustment/vector autoregressive model", paper presented at U. S. /Japan Seminar on Statistical Time Series Analysis, Januauy.25-29, 1993.
- Kato, H., and M. Ishiguro, "A Multivariate Stochastic Model with Common Factor for Estimating Mutual Relationships", mimeo, Institute of Statistical Mathematics, 1994.
- , S. Naniwa and M. Ishiguro, "A Multivariate Stochastic Model with Non-Stationary Trend Component", *Applied Stochastic Models and Data Analysis*, Vol. 11, 1995.
- Kitagawa, G., "Non-Gaussian State Space Modeling of Nonstationary Time Series", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 82, No. 400, December 1987.
- , "Non-Gaussian Seasonal Adjustment", *Computers Math. Applic.*, Vol. 18, No. 6/7, 1989.

季節調整の方法とその評価について

- , “A Monte Carlo Filtering and Smoothing Method for Non-Gaussian Nonlinear State Space Models”, The Institute of Statistical Mathematics, Research Memorandum No. 462, 1993.
- , “The Two-Filter-Formula for Smoothing and an Implementation of the Gaussian-Sum Smoother”, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Vol. 46, No. 4, 1994.
- , and W. Gersch, “A Smoothness Priors—State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 79, No. 386, June 1984.
- , and Y. Nagahara, “Monte Carlo Smoothing Method for Seasonal Adjustment”, Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, March 1995.
- Kramer, M., and W. R. Bell, “Variances of X-11 Seasonal Adjustments that Account for Sampling Error and Forecast Extension”, Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, March 1995.
- Krueger, R., “Seasonal Adjustment of Irregular Time Series: U. S. Merchandise Trade”, in *Time Series Analysis*, O. D. Anderson and M. R. Perryman, ed., North-Holland Publishing Company, 1981.
- Kuiper, J., “The Treatment of Extreme Values in the X-11-ARIMA Program”, in *Time Series Analysis*, O. D. Anderson and M. R. Perryman, ed., North-Holland Publishing Company, 1981.
- Lovell, M. C., “Seasonal Adjustment of Economic Time Series and Multiple Regression Analysis”, *Journal of the American Statistical Association*, December 1963.
- Maddala, G. S., *Introduction to Econometrics (2nd. ed.)*, Macmillan Publishing Company, 1992.
- Maravall, A., “On Structural Time Series Models and the Characterization of Components”, *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 3, 1985.
- , and V. Gomez, “The TRAMO/SEATS Model-Based Seasonal Adjustment Program”, Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, March 1995.
- , and D. A. Pierce, “A Prototype Seasonal Adjustment Model”, *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 8, 1987.
- McIntire, R. J., “Seasonal Adjustment of Weekly Data and the Treatment of Holidays”, International Workshop on Seasonal Adjustment Methods and Diagnostics, U. S. Bureau of the Census, June 1992.
- McKenzie, S., and J. Stith, “A Preliminary Comparison of Several Seasonal Adjustment Techniques”, in *Time Series Analysis*, O. D. Anderson and M. R. Perryman, ed., North-Holland Publishing Company, 1981.
- Mills, T. C., *Time Series Techniques for Economists*, Cambridge University Press, 1990.
- Miron, J. A., “The Economics of Seasonal Cycles”, in *Advances in Econometrics Sixth World Congress*, C. A. Sims, ed., Cambridge University Press, 1994.
- Morry, M., and P. A. Cholette, “Estimation of Moving Trading Day Variations with Application to the Canadian Retail Trade Series”, Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, March 1995.
- Nerlove, M., “Spectral Analysis of Seasonal Adjustment Procedures”, *Econometrica*, Vol. 32, No. 3, 1964.
- Ozaki, T., and P. J. Thomson, “Seasonal Adjustment through Dynamical Systems”, Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, March 1995.

- Pierce, D. A., "A Survey of Recent Developments in Seasonal Adjustment", *The American Statistician*, Vol. 34, 1980a.
- , "Data Revisions with Moving Average Seasonal Adjustment Procedures", *Journal of Econometrics*, Vol. 14, 1980b.
- , "Seasonal Adjustment of the Monetary Aggregates: Summary of the Federal Reserve's Committee Report", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 1, No. 1, 1983.
- , and S. K. McKenzie, "On Concurrent Seasonal Adjustment", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 82, No. 399, September 1987.
- Porter, R. D., "Multiple Time Series Containing Unobserved Components", Special Studies Paper, Federal Reserve Board, No. 65, 1974.
- Scott, S., and D. Pfeiffermann, "Empirical Evaluation of Variance Estimation for X-11 Seasonally Adjusted Series", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, March 1995.
- Sims, C. A., "Seasonality in Regression", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 69, 1974.
- Stier, W., and B. Schips, "Can SEATS Replace Census ?", Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment, Washington, D.C., U. S. Bureau of the Census, March 1995.
- Sutradhar, B. C., E. B. Dagum, and B. Solomon, "An Exact Test for the Presence of Stable Seasonality with Applications", *Survey Methodology*, Vol. 17, No. 2, December 1991.
- Wallis, K. F., "Seasonal Adjustment and Relation Between Variables", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 69, No. 3, March 1974.