

日本のマクロ変数の単位根検定

副 島 豊

1. はじめに——目的、構成、要旨
2. 単位根をめぐる問題
3. 代表的な単位根の検定方法
4. 日米の実証結果の簡単なサーベイと問題点の整理
5. 実証分析
6. 今後の検討課題

1. はじめに——目的、構成、要旨

経済理論の正当性が主張されるとき、以下のような手順を踏むことが一般的であろう。すなわち、最初に、現実の世界のある側面をモデルとして抽象化し、これに数学的に取り扱えるような関数型を与える。それから現実のデータを用いてこの関数型を推計する。当てはまりが良ければ、モデルは現実をよく描写したと評価され、モデルのベースとなった理論が正しいものと考えられる。ところが、こうして推計された関数に新たに得られたデータを当てはめると、非常に精度が落ちることが少なからずある。

こうしたことが起こる理由の1つは「見せかけの相関」である。経済分析において最もよく利用される推計方法は線型モデルによる回帰分析であるが、時系列データを扱うときデータに強いタイムトレンドがあれば、変数間に何の関係がなくても相関があるかのよう

な回帰結果が現れる。このことは直感的にもわかりやすく、注意深い研究者ならこのような見せかけの回帰（相関）が生じるような推計は避けるであろう。

ところが、ランダムウォーク・プロセスに従う変数を互いに何の関係もないよう人工的に作り出した場合にも、変数間に見せかけの相関がしばしば現れることが近年指摘され、マクロ変数の多くがランダムウォークに近い動きをしているとの報告と相まって注目を集めた。変数が、ある一定値の回りを安定的に推移し、そのばらつき具合が期間によらず不変である場合に、この変数は定常であるといい、この条件を満たさない場合に非定常であるという。ランダムウォークは2つの条件をともに満たさない非定常過程である。成長経済における大方の経済変数は上方への趨勢を持つ非定常変数であるが、タイムトレンドを当てはめればその回りに定常となる場合が多いと考えられてきた。ところが、タイムトレ

本論文の作成に当たっては、畠中道雄教授（帝塚山大学）、国友直人教授（東京大学）、山本 拓教授（一橋大学）、竹内恵行教授（大阪大学）から有益なコメントを頂いた。ただし、本論文で示されている意見およびありうべき誤りは筆者に帰属するものである。

ンド回りの変動をみても非定常であるとの研究が多く報告されており、近年の実証分析では、回帰分析における見せかけの相関を避けるため、変数が定常であるか非定常であるか、また非定常であるならばどのようなデータ生成プロセスに従っているのかを事前に見極めることの必要性が強調されるようになってきている。

実際に変数の生成過程を分析するには、変数自身の過去値を説明変数とする自己回帰モデルを推計する。このモデルを特定化する方程式（特性方程式）の解の絶対値が1以下であるとき、モデルは非定常になることがわかっている。解の絶対値が1より小さい場合、変数は一方的に増加（もしくは減少）し急速に発散するため、通常の経済変数を分析する際には対象外となる。解がちょうど1の場合に発散こそしないが非定常性を持つ。この解を単位根（ユニット・ルート）と呼び、発散しない非定常過程は単位根を持つ自己回帰モデルに対応すると考えられる。

株価や為替など資産価格がランダムウォークしている可能性は、「市場は過去の情報をすべて織り込んでいるため新しい情報のみが発動を作り出す」という効率的市場仮説のもとで早くから指摘されていた。ところが1980年代に入り、実質 GNP のようなマクロ変数がランダムウォークないし単位根を持つ非定常過程に従っている可能性が米国を中心に指摘されるようになった。もしこれが本当ならば、マクロ変数を利用した実証分析は見せかけの当てはまりを持って理論の正当さを示している危険性がある。中央銀行の直面している問題を例にとれば、マクロ変数を用いた伝統的な通貨需要関数によってマネーサプライターゲットリングを試みる場合、判断を誤る可

能性が高いということである。このため、ある変数の動きを自己回帰モデルで捉えた場合、単位根が存在するか否かは変数が定常か非定常かを判断するための重要な基準として注目を集めるようになった。

単位根を持つ非定常過程を説明する際には確率トレンドという概念が重要であり、従来のタイムトレンドの考え方と対比することで、変数の動き方を捉えるうえでの両者の世界観の違いが明確に表せる。右上がりの傾向を持つ経済変数にしばしば当てはめられる直線のタイムトレンドは、每期ごとに一定値分だけ変化することから確定的トレンドと呼ばれる（本論文で単にタイムトレンドという場合、確定的タイムトレンドを指す）。直線に限らず時間の関数であれば2次・3次などの曲線も確定的トレンドになる。通常の分析でよく行われるように、ある変数に対し直線であれ2次曲線であれ何らかのタイムトレンドを当てはめ、変数はその回りを変動していると考えられる場合、分析者は暗黙のうちにタイムトレンドを規定する先験的な前提を導入している。例えば、日本の1970年代半ば以降の実質 GNP（対数値）について、直線のタイムトレンドを当てはめ先行きの予想を立てている場合には、予期できないような構造変化が起こらない限り低成長期の均衡成長率は一定であり先行きも不変であるという前提が置かれている。これは、構造変化を伴わない攪乱要因は、短期的な変動をもたらすはするが長期的にはその影響は減衰し、実質 GNP はやがて均衡成長率に落ちつくという考え方をしているものであり、現実の実質 GNP は短期的ショックが連続的に加わるため均衡成長率の回りの変動を続けるとみなしている。言い換えると、現実のデータは、每期ごとに一定の

成長をもたらす確定的トレンドと、その回りを変動する循環部分から構成されていると考えている。一方、確率トレンドの考え方では、トレンドの每期ごとの変化は一定値ではなく確率変数とみなされ、循環変動も確率トレンドの変動そのものとして捉えられる。確率変数である各期のショックが変動を生み出し、そのショックの累積が現在の経済変数の値を決めていると考え、このため、一度生じたショックは恒久的な影響を将来に亘って持つ。また、每期加わるショックに正の自己相関があるならば、ランダムウォークとは異なり波を打つような変動を繰り返す。

この確率トレンドの考え方は、新しい景気循環論の登場を促した。マクロ変数が単位根を持つという指摘とはほぼ同時期に登場した実物的景気循環理論（リアル・ビジネスサイクル理論）では、景気循環の原因を技術進歩による生産性の向上など経済の実体面に影響を与えるショックと考えた。技術進歩のように実体経済に体化されるショックは恒久的に影響を及ぼすと思われ、また一旦発生したらこれに続く技術革新の登場が促されるため正の相関を持っている可能性が高い。このように考えれば、技術進歩のような実体ショックが景気の循環を引き起こすことを説明できる。

また、同理論は、代表的個人が効用の現在価値を最大化するよう今期の消費と将来の生産に必要な投資を決定する最適成長モデルに基づいているが、このモデルをベースとする1980年代以降のマクロ経済学では、ある変数の非定常性の証明が理論の妥当性を示す論拠の1つとして用いられ、そこで単位根の有無が理論の妥当性の重要な判断基準として用いられるようになった。また、単位根という概念をもとに、多変数間の長期的安定的関係を

示す共和分やコモントrendという新しい概念が発展する至っている。これらのさまざまなジャンルへ単位根の応用が進むなか、その検定方法もいろいろなタイプのものが考案され、実際に応用する場合に注意すべき点についての理解が深まってきた。

本論文の目的は、単位根の検定に関わる問題点を整理し、かつ日本の代表的なマクロ変数について単位根の検定を試みることである。従来、さまざまな研究者によって単位根の検定が行われてきたものの、データの実際の動きからどのような自己回帰モデルを仮説として選択するのが妥当かを十分検討せずに行った検定が多い。とくに、時系列変数をタイムトレンド部分と確率トレンド部分との和として捉える場合、タイムトレンド部分の取扱いに関しその屈折の可能性を無視したモデルを用いていた従来の研究に批判が集まり、より現実のデータの動きと整合的なモデルを考えた研究が盛んになった。例えば、途中で屈折・ジャンプするタイムトレンドを持つモデルでの単位根仮説などである。その結果、過去の代表的な検定の結論が覆されつつある。このように以前のナイーブな検定方法が改善される一方で、モデルの立て方が増えたことで検定が細分化していく傾向にある。

データに当てはめるべき自己回帰モデルの設定についての論点を整理すると、以下のようにならめられる。まず、モデルにタイムトレンドを含めるか否かの選択が必要であり、タイムトレンドが存在するとした場合、適用するタイムトレンドに関して、1) 線形トレンドか2次以上の曲線トレンドかの選択、2) タイムトレンドに屈折を導入するか否かの選択を行わねばならない。さらに、タイムトレンドの屈折を導入した場合、2)-a 屈折

のタイプに関して、傾きが変化するタイプ、傾きは不変だがジャンプが存在するタイプ、両者のハイブリッドタイプのいずれを採用するかを考えねばならず、また、2)-b トレンドの変化が生じた時点の決定を外生的に与えるのか、何らかの基準によって検定に内生化させた決定方法をとるのかも選択を要する。加えて、2)-c トレンドの屈折は1回とするか複数回とするかも選ばねばならない。このように選択肢が多岐に亘っているため、検定すべきモデルが非常に多くなってしまふ。さらに面倒なことに、モデルが異なれば検定統計量の分布も異なり、検定のたびにシュミレーションを繰り返し検定統計量の分布表を作成せねばならない。

もっとも、検定するデータのプロットや、期間別の平均値、分散値などから、どの仮説を立てるのが妥当かは判断できる。あるいは、事前に何らかの検定を行って仮説選択を行う方法もある。そもそも、仮説検定は想定したモデル内でパラメータに関する制約が正しいか否かを検定するものであり、想定したモデルの正しさは検定の対象ではない。したがって、検定すべき仮説の選択に注意を払わず、考えるすべてのモデルにやみくもに検定を試みることは効率的ではない。

日本の戦後のマクロ変数では、1970年頃を境に成長スピードが屈折しているものが多い。この点を考慮して仮説を立てるとすれば、マクロ変数はタイムトレンドの傾きに対応するドリフト項の大きさが異なるような2つの単位根過程に従っていると考えるのが自然であろう。つまり、1970年前後の非常に大きいショックは構造変化をもたらす恒久的なショックであると仮定し、それ以外のショックについて一時的なものか恒久的なものかを

検定するのである。屈折したトレンド回りに定常であるならば前者であり、マクロ変数の変動は一定の均衡成長経路をたどる最中の一時的な均衡からの乖離と捉えることができる。逆に非定常ならば、何らかのショックの累積によりマクロ変数が変動していると考えられる。本論文で採用したモデルやデータの限りでは、こうした構造変化を仮定する限り、戦後の実質 GNP や実質民間消費、鉱工業生産指数には単位根が存在しないとの結論が得られた。なお、 M_1 、 M_2+CD 、GNP デフレータについては、実質 GNP などの実質変数と較べ1970年前後をブレイクポイントとするタイムトレンドの屈折が明確でなく、その背景も含め今後さらに検討を深める必要があるとの結果となった。

本論文の構成は以下のとおりである。まず、2.では確率トレンドの考え方と単位根とは何かを解説し、なぜ単位根が重要なトピックであるかを示す。3.では代表的な検定方法を示し、その問題点や発展の流れを追う。4.では時系列分析の発展の中心地である米国での研究の展開を追いかけけるかたちで、最近問題にされているポイントを整理する。また、日本の先行研究について紹介する。5.では実際の検定に用いた手法とその結果を解説する。最後に今後の検討課題を指摘する。

2. 単位根をめぐる問題

(1) 確率トレンドと確定的トレンド

時系列データの傾向を捉えて先行きのおおまかな予測を立てる場合、直線を何らかの手法でデータに当てはめてみるのが最も簡単で一般的な手法である。この背景にあるのは、データは每期ごとに一定の変化分を持つタイムトレンドとその回りを変動する部分から構

成されているという考え方である。このようなデータを生み出す過程 (Data Generating Process、以下 DGP と呼ぶ) は、(1)式のように表せる。

$$y_t = y_0 + at + u_t \quad a: \text{定数} \quad u_t \sim i.i.d(0, \sigma^2) \quad (1)$$

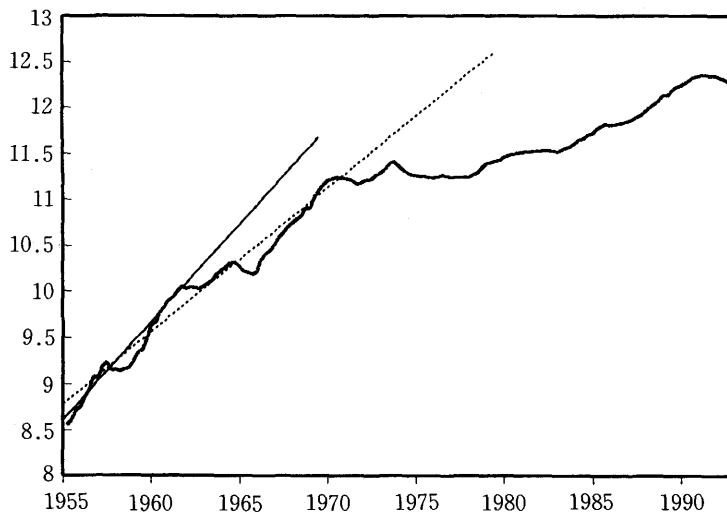
右辺第1項は初期値であり、第2項が傾き a のタイムトレンドを、第3項が攪乱項を表す。データはタイムトレンドの回りを安定的に推移し、タイムトレンドからの乖離分 $y_t - y_0 - at$ ($=u_t$) は、平均値ゼロ回りを一定の幅を持って変動する。

もっとも、このような DGP に対し新規に得られたデータを追加してみると、事前に予想したタイムトレンドから外れていく場合が少なからずある。例えば、第1図は日本の戦後の民間企業設備投資を対数変換したデータのプロットであるが、1955～61年までのサン

プルを用いて予測したタイムトレンドは1962年以降大幅に外れており、また、1971年までのデータで予測し直したものをを用いても1972年以降には再び大幅な外れが生じている。タイムトレンドでトレースできなくなった時点で長期的な成長率を変化させるような構造変化が生じていると考えることも可能だが、頻繁に構造変化を導入せねばならない場合、そもそも確定的トレンドの存在が疑問視される。

上述のタイムトレンドは、時間に関して一定率で増加、もしくは減少していくことを前提としているため確定的トレンド (deterministic trend) と呼ばれる。¹⁾これに対し、近年、確率トレンド (stochastic trend) という概念が注目を集めている。よく知られており、かつ最もシンプルな確率トレンドとしてランダムウォーク過程が挙げられ、これを例に確率ト

第1図 実質民間企業設備投資 (国民経済計算、季調済四半期計数対数値)



1) 時間の関数であるタイムトレンドは、直線に限らず2次・3次のような多項式の場合も確定的トレンドである。

レンドと確定的トレンドの違いを説明する。まず、ランダムウォーク過程を(2)式に示す。今期の y_t は前期の y_{t-1} に攪乱項 ε_t が加わって決定されるというDGPである。初期値 y_0 から順に生成過程を追うと、初期値に第1期の攪乱項 ε_1 が加わって y_1 が決定され、 y_1 に翌期の ε_2 が加わり y_2 を決定するプロセスを繰り返す。したがって、(2)式は(2)'式のように表せ、 y_t はショックの累積和として捉えることができる。

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim i.i.d(0, \sigma^2) \quad (2)$$

$$y_t = y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (2)'$$

ここで、(2)式の確率変数 ε_t を定数 a と置き換えた(3)式を比較のため考える。(2)式と同様にして(3)'式に書き直すことで(3)式は確定的トレンドを持っていることがわかる。これに攪乱項 u_t を加えたケースが(1)式である。

$$y_t = y_{t-1} + a \quad (3)$$

$$y_t = y_0 + at \quad (3)'$$

(3)式のように每期ごとに一定の変化幅を持つ場合、その変化幅 a の累積が確定的トレンド at を形成するのに対し、(2)式のように每期ごとの変化幅が確率変数である場合、確率変数 ε_t の累積が確率トレンドを形成する。

(2)式で示された確率トレンドモデルは、(2)'式でみると y_t の期待値が y_0 (定数)であることがわかり、上方(下方)への趨勢を持つような経済変数を表すのに適しない。そこで(4)式のように定数項 b を含むモデルを考える。每期ごとに定数項 b 分の上方(下方)スライドがあるため、ドリフト付きランダムウォークと呼ばれる。初期値からの生成過程を考えて(4)'式のように変換すると、ドリフト付き

ランダムウォークは確定的トレンド(第1、2項)と確率トレンド(第3項)の両方を含むモデルであることがわかる。

$$y_t = b + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad b \text{ は定数} \quad (4)$$

$$y_t = y_0 + bt + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (4)'$$

次に、確定的トレンドと確率トレンドの性質の違いをみしてみる。(1)式では、各期の y_t は攪乱項 u_t がタイムトレンド線を中心に分布することで決定される。したがって、将来の予想値は攪乱項の分布が一定ならばタイムトレンド回りの一定の幅におさまる。一方、(3)式は過去の攪乱項の累積によって y_t の変動経路が決定される。(1)式では攪乱項の y_t への影響は1期限りだが、(3)式では過去の攪乱項が将来の y_t まで影響を及ぼすため、初期値を離れたらどこに向かうかわからない特徴を持つ(第2図に両者の生成過程の違いを示した)。

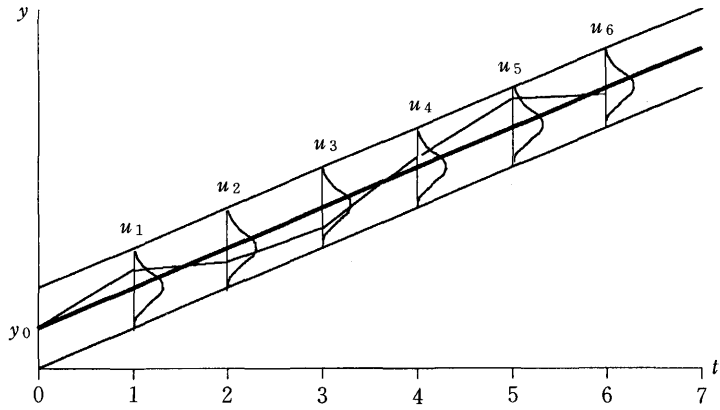
予測を行う場合、両者の差は決定的なものになる。前者では、タイムトレンド回りの誤差項の分散 $\text{var}(u_t)$ が一定値であれば、タイムトレンドの回りに一定幅をとることで予測区間が帯状に描けるのに対し、後者は、平均値 y_0 の回りに分散と時間の積 $\text{var}(\varepsilon_t)t$ として予測区間が描け、時間の経過に比例するためコーン状となる。このため、後者は遠い将来ほど大きい予測誤差を生み、確率トレンドモデルを確定的トレンドモデルと誤って判断したときの予測区間は過小評価される。したがって、経済時系列データがどちらのモデルに属するかの判断は重要である。

(2) 階差定常とトレンド定常

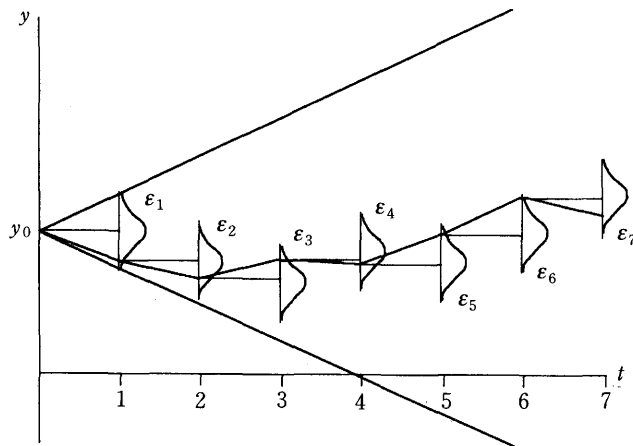
前節では、確率的トレンドと確定的トレンドのいずれを保有しているかという観点から

第2図 確定的トレンドと確率トレンド

1) 確定的トレンド: $y_t = y_0 + a \cdot t + u_t$



2) 確率トレンド: $y_t = y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$



データを分類したが、データの定常化という観点からは階差定常、トレンド定常という概念で分類でき、それぞれが確率トレンド、確定的トレンドに対応する。²⁾ 時系列分析は定常な変数のみを取り扱うため、経済データにみられるような水準が変化する変数は予め定常化を施す必要がある。その手法としては、タイムトレンドを当てはめ、その残差をみる方法と階差を取る方法があるが、どちらを選択するかは、データが確定的トレンドモデル、確率的トレンドモデルのいずれに属するかによって決定される。誤った方法で定常化した場合、推計の当てはまりや予測のパフォーマンスは悪くなることが知られている。

確率トレンドモデル(2)、(4)式と確定的トレンドモデル(1)式を、階差定常モデル、トレンド定常モデルとして表現すると以下のようになる。

階差定常モデル ($\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$)

$$\Delta y_t = \varepsilon_t \quad (2'')$$

$$\Delta y_t = b + \varepsilon_t \quad (4'')$$

トレンド定常モデル

$$(y_t - y_0 - at) = u_t \quad (1')$$

(2)'、(1)'式は平均値ゼロ回りに定常となり、(4)''式は平均値 b 回りに定常となっている。階差定常、トレンド定常はそれぞれ difference stationary、trend stationary と呼ばれる。

(3) 単位根と定常過程、非定常過程

このように異なった特徴を持つ 2 つの DGP は、実は同じ A R(1)型の自己回帰モデルに属するものであり、確率トレンドモデルはその特殊なケースといえる。単変数で DGP を考える場合、自己ラグを説明変数とする自己回帰モデルが基本となるため、以下では、最も簡単な 1 次の自己回帰モデル A R(1)を用いて説明する。³⁾

$$y_t = \theta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5)$$

この A R(1)は、次式のように書き直せる。

$$(1 - \theta L) y_t = \varepsilon_t \quad (6)$$

L はラグオペレータと呼ばれ、時系列変数に掛けると 1 期遡る操作 ($Ly_t = y_{t-1}$) を行うものである。(1 - θL) = 0 を特性方程式と呼ぶ。その解 (根) は $L = 1/\theta$ である。⁴⁾

ここで、 θ に 1.2、1.0、0.8 と値を与え、 y_t がどのような変動をするか観察すると、第 3 図の H_0 、 H_1 、 H_3 のようになる。 $H_0: \theta = 1.2$ の場合には正方向へ一方的に発散し、 $H_3: \theta = 0.8$ の場合ゼロの回りを変動している。自己回帰モデルでは特性方程式の根 L の絶対値が 1 より大きい (ここでは θ が 1 より小さい) ととき定常過程となり、1 以下 (θ が 1 以上) の場合に非定常過程となる。⁵⁾ 非定常

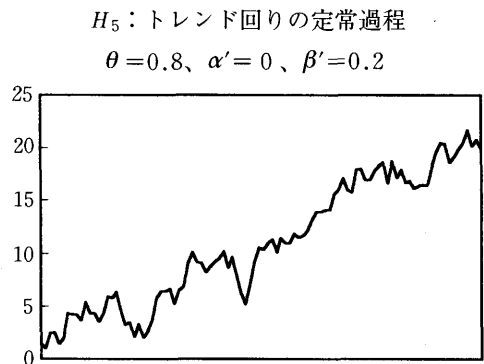
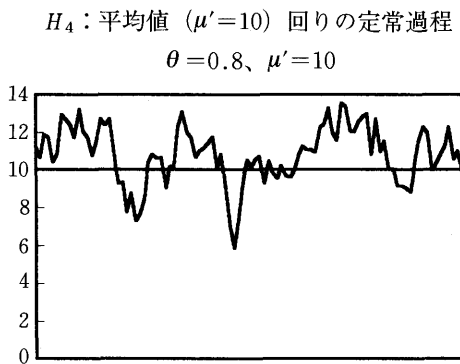
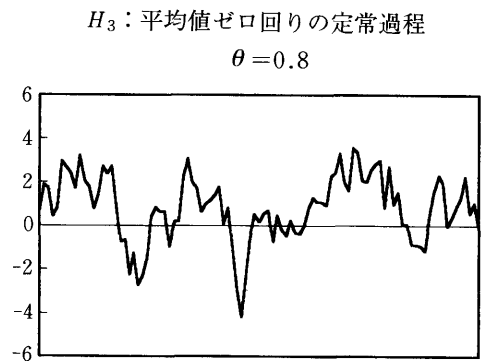
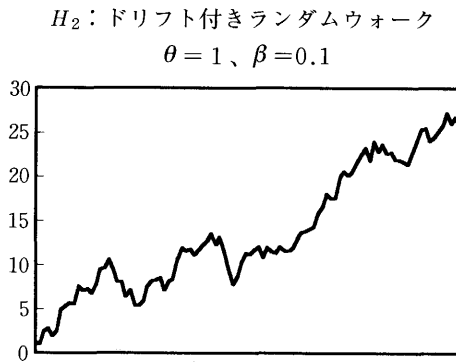
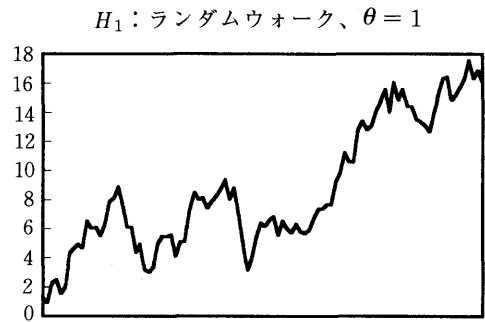
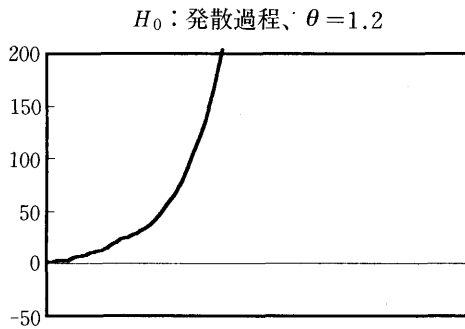
2) 定常化とはデータを定常過程に変換することであり、定常過程とは直感的には、ある平均値の回りを一定の幅で変動する確率過程と説明できる。

3) 経済データのように複雑に絡み合ったシステムの中で生じてくるデータ系列は、データの真の生成過程を調べるという意味では多変量モデルで扱うことが望ましいが、どのような推計を行うにしても推計の前提とするデータ特性の仮定があるため、これらを知ることは推計の事前作業として重要である。ここで問題とする単位根の有無、すなわちデータが定常か非定常かという点もそのひとつである。

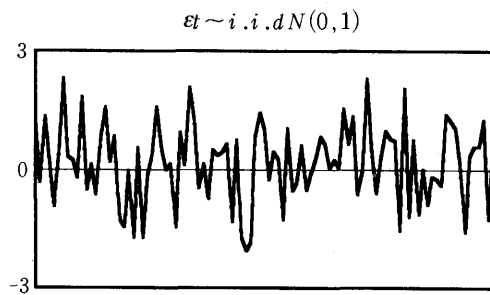
4) p 次の自己回帰モデル A R (p) は、 $(1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_p L^p) y_t = \varepsilon_t$ と表せ、特性方程式 $1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_p L^p = 0$ は p 個の根を持つ。2 次以上の場合虚数解が存在するため、単位根は解 $L = \alpha + \beta i$ が複素平面上的のユニットサークル上にある ($\alpha^2 + \beta^2 = 1$) ことで定義される。

5) 厳密な定常過程の定義は、以下に示す 3 つの条件を満たす確率過程である。

第3図 表1のAR(1)に対応する定常・非定常過程



(*) $H_0 \sim H_5$ は同じ攪乱項 ε_t (下図) から作成したAR(1)過程である。



過程は、根が1未満の場合と1である場合とで発散過程と単位根過程に分けられる。 H_0 は発散過程でありその形状から容易に判別できるし、また、経済データでは発散していくものは珍しいため、分析の対象は発散過程以外のものにほとんど限られる。以下、発散過程は考えず非定常過程を根が1である場合に限る。

根1がちょうど1となるものを単位根(ユニットルート)と呼び、このとき、AR(1)は発散はしないが非定常な過程となるため、単位根を保有するか否かが定常過程と非定常過程を見極めるポイントになる。⁶⁾ AR(1)が単位根を持つとき、前節でみたランダムウォーク過程((2)式)そのものになり、したがって確率トレンドモデルは非定常過程であることがわかる。一方、定常過程である場合を考えよう。(5)式は過去に向かって逐次代入を繰り返すことで、

$$y_t = y_0 + \sum_{i=1}^t \theta^i \varepsilon_i \quad -1 < \theta < 1 \quad (7)$$

を得るが、(3)式との違いは第2項の攪乱項の計数に θ^i が掛かっている点で、このため過去のショックは遠く離れば離れるほど影響

が小さくなる。攪乱項の累積和が非定常過程であるのに対し、(3)式の第2項は定常過程になることが知られている。⁷⁾そこで、(7)式第2項を u'_t とおくと $y_t = y_0 + u'_t$ と表せ、結局、(5)式で示した定常なAR(1)は、確定的トレンドモデル(1)式において $a=0$ の場合に相当することがわかる。⁸⁾

(5)式では y_t の平均値ゼロ回りに変動するモデルであったが、このほかに平均値 μ (定数)回りに y_t が変動するモデルとして時系列 $\{y_t - \mu\}$ がAR(1)に従う過程や、直線の確定的トレンド $(\alpha + \beta t)$ 回りに y_t が変動するモデル、すなわち時系列 $\{y_t - \alpha - \beta t\}$ のAR(1)過程が考えられる。これらを、(6)式のようにラグオペレータを用いて表現した基本モデルを第1表に示した。基本モデルは θ のとり値によって $H_1 \sim H_5$ の定常過程、単位根過程に分類される。

時系列データのプロットを一見しただけでは、どのモデルに属するかを判別することは困難である。第3図に示した上記5タイプの確率過程の例をみてわかるように、上方トレンドがある場合には、 H_1 、 H_2 、 H_5 のいずれかが考えられ、ない場合には、 H_1 、 H_3 、 H_4

$$E(y_t) = \mu$$

$$\text{var}(y_t) = \sigma_0^2$$

$$\text{cov}(y_t, y_{t-s}) = \sigma_s^2$$

最初の2つの式は、 y_t の平均値、分散値が時間に依存せずどの期間をとっても有限値 μ 、 σ_0^2 によって与えられることを表し、最後の式は s 期前との自己共分散は期の離れ具合によってのみ一定の有限値 σ_s^2 として決まることを表している。この条件を満たさない場合が非定常過程である。

- 6) -1 も単位根であるが、係数 θ が負値の場合データが每期ごとに正負を繰り返すジグザクな過程となるため考慮しないのが一般的である。
- 7) 攪乱項の線形結合によって表されるモデルをMA(Moving Average)過程といい、次数が有限である限り必ず定常性を持つ。無限次数の場合でも係数 θ の二乗和が有界であれば定常となる。
- 8) ただし、 u'_t は ε_t のMA過程であり自己相関を持つため、 u_t のように独立で同一な分布(i.i.d.)にはならない。

第1表 AR(1)に対応する定常・非定常過程

基本モデル	定常過程 $ \theta < 1$	単位根過程 $\theta = 1$
平均値ゼロ回りの変動 $(1 - \theta L)y_t = \varepsilon_t$	$H_3 : y_t = \theta y_{t-1} + \varepsilon_t$	$H_1 : y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$
平均値回りの変動 $(1 - \theta L)(y_t - \mu) = \varepsilon_t$	$H_4 : y_t = \mu' + \theta y_{t-1} + \varepsilon_t$	$H_1 : y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$
トレンド回りの変動 $(1 - \theta L)(y_t - \alpha - \beta t) = \varepsilon_t$	$H_5 : y_t = \alpha' + \beta' t + \theta y_{t-1} + \varepsilon_t$	$H_2 : y_t = \beta + y_{t-1} + \varepsilon_t$

(注) ただし、 $\alpha' = (1 - \theta)\alpha + \theta\beta$ 、 $\beta' = (1 - \theta)\beta$ 、 $\mu' = (1 - \theta)\mu$ 。 $H_1 \sim H_5$ は第3図の分類に対応している。

が考えられる。⁹⁾そこで、回帰分析によって $\theta = 1$ 、すなわち単位根が存在するという帰無仮説を仮説検定する方法が考えられるが、通常の t 検定や F 検定では、単位根が存在するときの t 値、 F 値が通常の t 分布、 F 分布に従わないという問題が生じるため、正しい検定ができないことが Fuller [1976] らによって示された。以降、単位根の検定方法の開発が進みさまざまな検定方法が生まれたが、これをみる前に、単位根が従来の標準的計量分析のアプローチ法に投げかけた見せかけの相関というネガティブな問題と、共和分という新しい計量分析の概念を生み出す契機になったポジティブな側面を説明し、また、1980年代以降の景気循環理論に対する貢献を簡単に一部紹介して、単位根の問題が単変数モデルの予測に係わる問題に止まらず重要な経済学上のトピックとなっていることを示す。

(4) 見せかけの相関と共和分

データが定常か非定常かという単位根の問

題は、以前から指摘されていた回帰分析における見せかけの相関という問題を再びクローズアップさせ、計量分析に係わるものに避けては通れない問題として認識されるようになった。

計量分析における従来の標準的なアプローチを簡単に記述すると以下ようになる。まず、経済主体の行動を理論的に説明するモデルを考える。次に、数学的な表現をこれに与えて線形回帰分析に持ち込む。この際、ほとんどの分析で変数は水準のまま扱われ、決定係数は通常相当高く出るか、もしくは高く出るまで変数の追加や入替え、ダミーの導入、計測期間の変更などが繰り返される。こうしたサーチを繰り返す根拠として、決定係数が低いのは被説明変数に対する重要な説明変数が欠けているからだということが主張される。これはもっともな説に聞こえる。ところが、こうして作り出された高い決定係数を持つ推計式は、被説明変数のほとんどの動きを説明しているにもかかわらず、説明に重要で

9) H_1 は、上方下方どちらにでも推移し、場合によっては平均値回りを変動することもありえるので、データが上方トレンドを持つ場合、持たない場合ともに考慮しなければならない。

ない情報の集合体であるはずの誤差項は強い正の相関を持っており、たとえコ克蘭＝オーカット法などでD.W統計量を適正化しても予測は大幅に外れることがある。

Granger and Newbold [1974] は、当時の回帰分析の結果を眺め、1に近い決定係数や t 統計量の有意性にもかかわらず誤差項が強い正の相関を持つことから、自己相関が非常に強い変数を回帰しているのではないかとの疑念を持ち、以下のようなシュミレーションを試みた。¹⁰⁾ すなわち、ランダムウォーク過程に従う変数を独立な正規乱数から2系列作り出し、定数項をつけて一方を他方へ回帰する実験を繰り返した。その結果、両変数は全く独立な生成過程に従っており何の関係も持っていないにもかかわらず、 t 統計量の棄却域を2とした場合、100回のうち77回について有意となった。¹¹⁾ Granger and Newbold はこれを見せかけの回帰と呼び、以後、時系列変数をレベルで推計する場合に危険性が伴うことが認識され始めた。彼らの指摘は実験による経験則的なものであったが、のちにPhillips [1986] は、変数どうしが独立な生成過程に従っている場合、定常性を満たしているならば回帰係数はサンプルが増加するにつれゼロに確率収束し、両者が関係を持っていないと判断できるが、非定常な変数である場合にはゼロに確率収束しないことを確定的トレンドを含まないケースについて理論的に示した。このため、データの生成過程が定常で

あるか否かが重要な問題としてクローズアップされ、予備検定として単位根検定が注目されることとなった。

見せかけの相関の問題は、単位根が回帰分析へ投げかけた警鐘であるが、一方で共和分という新しい計量分析の手法を生んだ。Engle と Granger は、単位根過程にあると推測された経済変数の中に似たような動きをするものがある点に注目し、そのような2変数がある比率で足した線形結合が定常過程になる場合があることを発見した。彼らは、階差を1回とると定常になる非定常過程を $I(1)$ ：1階の和分過程と呼び、 $I(1)$ 変数どうしの線形結合が定常過程（すなわち $I(0)$ ）となる場合に共和分の関係にあると定義した。¹²⁾ $I(1)$ 変数である y_t を x_t に回帰した場合、誤差項が定常であれば両変数は共和分の関係にあり、非定常であれば見せかけの相関が生じているのかもしれないし、あるいは、本来、共和分が3変数間に存在するところを2変数間で検定してしまったのかもしれない。共和分が成立するときの比率を共和分ベクトルと呼び、次の例では $(1, -\gamma)$ である。

$$y_t = \gamma x_t + \varepsilon_t \quad x_t, y_t \sim I(1)$$

共和分関係 $\varepsilon_t \sim I(0)$

見せかけの相関ないし
miss specification $\varepsilon_t \sim I(1)$

共和分は、平均的にみて変数間に一定の比率が保たれるという、長期的な安定的関係が

10) 古く1920年代、英国の統計学者 Yule が Nonsense Regression という言葉を使い同じ問題を指摘しているが、計量経済学では関心が払われてこなかった。

11) 加えて、決定係数は他のランダムウォーク変数を多く説明変数に加えるに従い向上する傾向が強くある点も指摘された。

12) 単位根が d 個ある非定常過程では、 d 回の階差により定常となるため $I(d)$ となり、 $I(d)$ どうしの線形結合が $I(d-1)$ となるととき共和分の関係になる。

存在することを示す。したがって、この安定的な関係を均衡状態を表すものと考え、安定的関係からの一時的な乖離を不均衡とみなせば、経済理論が示す均衡の存在検定に利用できる。例えば、購買力平価仮説は、邦貨建名目為替レート、国内物価、海外物価の対数値の間に、 $(1, 1, -1)$ の共和分ベクトルが成立するか否かで検定することができるし、利子率平価や長短金利の裁定、先物・現物市場間の裁定などの検定にも同様な応用がなされている。また、貨幣需要関数を貨幣市場の均衡式とみなして共和分の推計を用いる試みや、恒常所得仮説を所得と消費の共和分検定を用いて検証する試みなどもある。

(5) 景気循環論への貢献

前節では、単位根問題が従来の計量分析に警鐘を与えた点を指摘したが、マクロ理論の展開上でも重要な役割を果たしている。Nelson and Plosser [1982] らは米国の主要マクロ変数がトレンド回りに定常であるか、単位根を持つ非定常過程であるかを検定し、単位根の存在が棄却されないとの結果を示した。¹³⁾ マクロ変数が確率トレンドに従っているという指摘は、既存のマクロ実証分析に見せかけの回帰の疑問を投げかけただけでなく、新しい景気循環論の展開に実証面からサポートを与えることになった。

従来の循環理論では、マクロ変数にはタイムトレンド回りの定常性があることを前提とし、この場合のタイムトレンドが長期的な成

長経路に、その回りの変動が景気循環部に相当すると考えるのが一般的であった。これはケインジアン的な景気観に立っている。すなわち、循環局面では価格の硬直性など市場の調整能力の欠陥に起因する不均衡が生じており、これがタイムトレンドからの乖離として観察される。これが時間の経過とともに徐々に調整され均衡状態であるトレンドラインへ回帰するというものである。¹⁴⁾ これに対しLucas [1972] らは、合理的期待と連続的市場の均衡を導入し、景気循環の源泉を不完全情報のもとでの予期されない貨幣ショックにおく均衡的景気循環論を主張したが、現実の循環パターンにみられる生産・投資・消費・労働供給等の共変動を説明できなかったし、循環の動きやその程度を貨幣ショックだけでは十分に説明できなかった。

そこで、Long and Plosser [1983] らは、マクロ的な生産性の変化が循環に果たす役割に注目し、技術進歩などの実物的なショックを循環の源泉とした実物的景気循環理論（リアル・ビジネスサイクル理論）を打ち出した。通常、技術進歩は一旦生じたならば永続的な効果を将来にもたらす。また、時代を通じて一定のスピードで起こるものではなく、時期的な片寄りが存在する。そこで同理論では、技術進歩のスピードを確率的なものと捉え、各期に生じたイノベーションの累積が生産性の上方シフトをもたらすと考えて、この生産性パラメータをドリフト付きランダムウォーク過程で与えることでモデル内に組み込み、

13) 第2次大戦前からの長期の年次データ14系列についてテストしたもので、同データはさまざまな単位根の検定手法のベンチマークテストに使われている。

14) 長期的な成長経路が変化した場合、希にしか起こらないマクロ的構造変化が生じたと考える。

景気の循環を表した。¹⁵⁾ マクロ変数が確率トレンドを持つという Nelson and Plosser の指摘は、景気変動をみるうえで長期に亘り影響を及ぼすショックが重要であることを示唆するものであり、これを技術進歩などの実物ショックとみなしたリアル・ビジネスサイクル理論が隆盛するきっかけとなった。また、共和分の登場により、実物ショックが実体経済変数の共変動をもたらす時系列モデルが Stock and Watson [1988] により考案され、実証分析面での進展がみられた。

リアル・ビジネスサイクル理論は、Ramsey 型最適成長モデルを基礎とするが、代表的経済主体の動学的効用最大化を特徴とする同モデルは、1980年代以降のマクロ経済学の主流 (Micro Founded Macroeconomic Theory) を形成し、これを雛形とする消費理論や資産価格決定理論の実証分析が盛んと

なった。ここでも単位根や共和分の検定は重要な役割を果たしている。例えば、マクロ実証分析への応用について先駆的な研究となった Hall [1978] では、消費と資産蓄積の異時点間を通じた最適化から導出されるオイラー方程式に対し、特定の効用関数を与えることで消費がランダムウォークすることを示し、消費の分析を行ってモデルの妥当性を検証している。^{16) 17)} また、恒常所得仮説では消費変動が所得変動に比べ小さい点を消費が安定的な恒常所得に依存することで説明しているが、Deaton は恒常所得がそれまで考えられていた以上に変動している点を指摘し、理論が示す以上に消費が安定化しているという excess smoothness のパラドックスを提示した。¹⁸⁾ この消費の過剰安定性の検証にも単位根の検定が用いられており、その他さまざまなマクロ理論の検証に応用されている。

15) 従来の循環論に比べて、均衡成長経路自身が振幅する性質を持つが、現実の景気変動のすべてを実物ショックに帰着させるものではない。Beveridge and Nelson [1981]、Nelson and Plosser [1982] では、単位根を持つ非定常過程をドリフト付きランダムウォーク部とその回りに定常な変動を繰り返す部分に分け、前者を実物ショックによって牽引される成長コンポーネント、後者を強い正の相関を持つ循環コンポーネントとして捉えた。両者は互いに関係を持っており、技術進歩から循環への影響だけでなく、循環が技術進歩を生み出す点も同時に描写している。

16) Hall が用いた検定方法は、当時単位根の検定を直接行う手法が発展していなかったため、過去の所得が今期の消費の変動に影響しないことを通常の t 検定や F 検定で示し消費がランダムウォークしていることを主張したものである。Mankiw and Shapiro [1985]、Stock and West [1988] は、同じ問題を単位根の検定を用いて再考察しており、近年は共和分を用いた研究が多くなされている。

17) Hansen [1982] は、直接オイラー方程式を推計する GMM (Generalized Method of Moments) を用いて相対的危険回避度や時間選好率を計測した。このような効用関数や生産関数の形状を規定する underlying parameter を推計することは、計量モデルに対するルーカス批判以来重要なテーマとなっている。消費と資産価格の同時決定を行う最適化モデルは Consumption based CAPM と呼ばれており、実証分析では、GMM による直接推計を行う手法と、間接的手法によるものがある。後者の代表例が Mehra and Prescott [1985] の推計で、彼らは現実のデータから理論によって逆算された危険プレミアムを現実のプレミアムと比較することで理論の妥当性を検証している。また、近年、Ogaki and Park [1994] は共和分を用いて Consumption based CAPM を計測する方法を示した。ちなみに、GMM においてもデータの定常性が要求されるため単位根の検定が事前に必要となる。

18) Hall 以来の消費理論の包括的サーベイとして Deaton [1992] 参照。

さらに、もともとランダムウォークは株式などの資産市場の効率性を示す概念として考えられていたことからわかるように、単位根の検定はファイナンス理論へはよりダイレクトに適用しやすい素地がある。また、単位根の検定は大標本検定であるため、サンプル数が十分多く入手可能なファイナンス理論の実証分析に向いていることもあって応用が盛んである。例えば、株価にバブルが存在するかという問題については、Diba and Grossman [1988] が単位根の検定を用いた検証方法を示したほか、共和分を用いた検定方法も考案されている。

3. 代表的な単位根の検定方法

単位根の検定法は、Fuller [1976] の研究を端緒にさまざまなタイプのものが開発され、1990年代に入っても研究は盛んに行われている。ここでは、主な手法を紹介しこれらの問題点について解説する。

(1) A R(1)モデルの検定

Fuller [1976] や Dickey and Fuller [1981] による初期の研究は、まず DGP が A R(1) に従っている単純な場合を考えたものである。

$$y_t = \theta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim i.i.d(0, \sigma^2) \quad (8)$$

このような自己回帰モデルに最小自乗法を適用した θ の推計値を θ_{OLS} とすると、 $|\theta| < 1$ のとき $T^{1/2}(\theta_{OLS} - \theta)$ が漸近的に正規分布 $(0, \sigma^2/(1-\theta^2))$ に近づくため、 $t = (\theta_{OLS} - \theta)$

$/SE(\theta_{OLS})$ は漸近的には正規分布に確率収束し、通常の t 検定が可能である。ところが $\theta = 1$ の場合、 $T(\theta_{OLS} - 1)$ が漸近的にウィナー過程を用いて表現される確率変数の分布に従うことがわかっているが、解析的にこの分布型を求めることが困難なため、シュミレーションによって分布型を求める。¹⁹⁾ いくつかの有限な標本数について、Dickey がモンテカルロ・シュミレーションで求めた $T(\theta_{OLS} - 1)$ と t 値の分布表が、Fuller [1976] に掲載され、これら 2 つの統計量を用いた検定が可能となった。これを Dickey-Fuller テスト（以下 DF テスト）と呼ぶ。最小自乗法を適用するだけの簡便な方法であるため、種々のテストの中で最もよく利用されている。 t 分布に相当する分布は τ 分布と命名されており、ゼロの回りに左右対称な t 分布に比べ負の方向に片寄っている特徴を持つ。また、(8)式が定数項を含む場合には分布はさらに負へ片寄り、定数項とトレンド項を含む場合には一段とその傾向が強まる。 τ 分布と区分するため、それぞれ τ_μ 分布、 τ_τ 分布と呼ばれる。²⁰⁾

どのパラメータの検定を行うかは、対立仮説と帰無仮説をどう選択するかにかかっている。前出第 1 表の分類に従っていえば、(8)式の例は、 H_1 を H_3 に対して検定したものであり、帰無仮説は $\theta = 1$ であるため t 値や $T(\theta_{OLS} - 1)$ による検定が可能である。もっとも、 H_2 を帰無仮説、 H_5 を対立仮説とした検定、すなわちトレンド回りに定常かドリフ

19) この分布は、左右対称な正規分布に比べ負に強く歪んだ形をしており、分布の左裾が厚くなっている。

20) t 分布、 τ 分布、 τ_μ 分布、 τ_τ 分布のサンプル 50 における下側 5% 棄却水準を示すと、-1.68、-1.95、-2.93、-3.50 と順に小さくなる。したがって、相当小さい t 値がでないと単位根が存在するという仮説は棄却できない。

ト付きランダムウォークかを調べる場合については、厳密には $\theta = 1$ 、 $\beta' = 0$ の個別検定でなく複合帰無仮説 $(\beta', \theta) = (0, 1)$ の検定が必要である。Fuller [1976] では、 α' 、 β' 、 θ などの個別パラメータごとに経験分布が与えられ、個別パラメータの検定しかできなかったが、Dickey and Fuller [1981]では、複数のパラメータ制約の同時検定ができる F 検定に類似したタイプの検定法が提案された（以降、前者を t 値タイプのテスト、後者を F 値タイプのテストと呼ぶ）。 t 値タイプのテストと同様、 F 値も通常の F 分布には従わないため、帰無仮説に依り分布を $\Phi_1 \sim \Phi_3$ と表示して区別する。これらの対応を整理すると第2表のようになる。²¹⁾

(2) AR(p)モデルの検定

現実のデータを AR(1) で推計した場合、誤差項に強い正の相関が残る場合が多く、 ε_t に関する独立性の仮定を満たしていない。1 次の自己回帰モデルで説明できる場合は比較的希であるため、前節の手法はより一般的な p 次のモデルへ対応するよう拡張が必要である。 p 次の自己回帰モデル

$$(1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_p L^p) y_t = \varepsilon_t \quad (9)$$

は、以下のようなかたちに変形できる。

$$y_t = \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \rho_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (10)$$

これは、(8)式に階差のラグを加えたかたちであり、(9)式が単位根を持つとき $\rho = 1$ となるため、(10)式を最小自乗法で回帰すれば、 t 値や $T(\theta_{OLS} - \theta)$ について漸近的には DF テストと同じ漸近分布を用いて検定できることが Dickey と Fuller によって示された。²²⁾ これを Augmented Dickey-Fuller テスト (ADF テスト) という。自己回帰モデルに定数項やトレンド項が入った場合も同じように検定でき、DF テスト同様簡単にテストできるため頻繁に利用される。実際の検定では、 θ や ρ を 1 とする t 値・ F 値を求めるより、ゼロとする方が計算が容易であるため、以下のように変形して回帰し $(\rho - 1) = 0$ を検定することが多い。

$$\Delta y_t = (\rho - 1) y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \rho_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

ちなみに AR(1) の場合には、両辺から y_{t-1} を引いた次のような回帰式になる。

第2表 検定統計量と仮説の対応

	帰 無 仮 説	検定統計量の分布	
		F 値タイプ	t 値タイプ
H_1 対 H_3	$\theta = 1$		τ
H_1 対 H_4	$(\mu', \theta) = (0, 1)$	Φ_1	$\tau_\mu, \tau_{\gamma\mu}$
H_1 対 H_5	$(\alpha', \beta', \theta) = (0, 0, 1)$	Φ_2	$\tau_\tau, \tau_{\alpha\tau}, \tau_{\beta\tau}$
H_2 対 H_5	$(\beta', \theta) = (0, 1)$	Φ_3	$\tau_\tau, \tau_{\beta\tau}$

21) 以上の検定の説明は、主に山本[1988]によっている。

22) $T(\theta_{OLS} - \theta)$ は $T\rho_{OLS}/(1 - \Sigma\rho_p)$ に相当し、計算がやや煩雑になるため t 値による検定がしばしば利用される。

$$\Delta y_t = (\theta - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t$$

なお、ARモデルの次数 p は事前にはわからない。ラグを正しい次数より長くとした場合、余分なラグ項の係数はゼロとなるはずであり、推計の効率性がやや落ちるだけで済むが、ラグの次数が短い場合にはモデルのミス・スペシフィケーションが生じていることになり、推計された統計量が経験分布に従わなくなって検定の信頼性が低下する。このため p の決定には、まず十分なラグをとった推計を行い、最も過去のラグが有意でなければ次数を1つ落とすという手順を繰り返す。有意性の判断の基準は、最も過去のラグ項の t 値検定、残差項の自己相関ゼロをみるLjung=Box検定などがある。²³⁾

(3) 誤差項に関する一般化

ADFテストによる実証分析では高いラグを与えても誤差項の自己相関がなくなることが多かったため、誤差項に関してモデルを一般化する試みがなされた。Said and Dickey [1984] は、モデルのパラメータを直接推計するDickey-Fullerタイプのパラメトリックな手法を採り、その拡張として誤差項 ε_t にARMAモデルを当てるモデルを考えた。すなわち、

$$y_t = \theta y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Gamma(L)\varepsilon_t = \psi(L)\eta_t \quad \eta_t \sim i.i.d(0, \sigma^2\eta)$$

$$\Gamma(L), \psi(L) \text{ はラグ多項式}$$

このモデルは、ADFテストと同じ回帰式によって近似的に推計できるため楽に取り扱える。もっとも、ARMA過程に従う ε_t をAR過程で近似推計しようとするため、ラグ項を多く必要とする。²⁴⁾

一方、Phillips [1987] や Phillips and Perron [1988] は別のアプローチによって解決を計った。ADFテストでは、誤差項が独立かつ同一の分布をとる (independently and identically distributed) という強い仮定を用いているが、Phillipsらは分散の不均一性や時間への依存性を認めるよう仮定を一般化した検定方法を考案した (以下PPテストと呼ぶ)。ADFテストのように真のモデルを得るためにラグ項を多く用いる必要がない利点を持っている。もっとも、 t 値が τ 分布に従うよう誤差項の自己相関の影響分を修正する手法を採っており、これが漸近分布に従うため、サンプル数が少ないときは推計精度が落ちる難点を持つ。²⁵⁾

(4) 検定の問題点

開発者のDickey-Fullerによってすでに指摘されているが、これらのテストは特性方程式の真の根 θ が1に近い (near unit root) 場合、検定の検出力 (パワー) が低いという難点を持つ。ここで検出力とは、帰無仮説が誤っているとき正しく棄却する確率であり、単位根の検定の場合、例えば真の θ が0.5であるときに $\theta=1$ という帰無仮説を正しく棄却す

23) Campbell and Perron [1991] はラグ項の t 値による判断を推奨しているが最大ラグ値の設定や t 値の水準をどこにおくかは明示していない。

24) このほか、Said and Dickey [1985] は、(8)式をそのままARMA(p, q)モデルに拡張し、推計に最尤法を用いるBox-Jenkins流のアプローチを採っている。

25) 分布表はDickey and Fullerの経験分布のサンプルが無限大の場合を用いる。

る確率である。²⁶⁾直感的にも、真の θ が 0.99 であるとき $\theta = 1$ を正しく棄却することは難しい。²⁷⁾ また、検定の棄却水準についても、例えば、漸近理論によって有意水準 5% のつもりで作った棄却域の確率が、さまざまな DGP を与えてモンテカルロ・シュミレーションしてみると大幅に大きくなっているケースがあるとの指摘がなされている。²⁸⁾ いずれにせよ、強力な検定法がない以上、1 つの検定結果によって判断するのは危険である。

4. 日米の実証結果の簡単なサーベイと問題点の整理

(1) 米国の先行研究

マクロ変数の単位根検定の端緒となった Nelson and Plosser [1982] では、米国のマクロ変数 (実質 GNP 等 13 時系列) について『単位根が存在する』との帰無仮説が棄却されないことを示し、単位根の存在を主張した。彼らの研究は第 2 次大戦前からの長期年次データを用いたものであったが、戦後の四半期データについても多くの研究者による検定がなされ、同様な結果が得られている。

ところが、上記のように、対立仮説『(タイムトレンド回りに) 定常である』に対して帰無仮説『単位根が存在する』の棄却検定を行うことは、単位根仮説を有利に取り扱って

いるとの批判があがった。すなわち、仮説検定では帰無仮説が棄却されなかったからといって帰無仮説を積極的に採択することはできない。単位根が存在することを示したいならば、『(タイムトレンド回りに) 定常』仮説を帰無仮説とし、これを棄却すべきであるという批判である。

経済理論に基づいたモデルから検定したい仮説が求められた場合、これを対立仮説におき帰無仮説が棄却された場合に採択するのが通常の手法である。単位根検定の場合には、単位根が存在する・しないのどちらを帰無仮説におくかについて、経済理論的裏打ちがしにくく、むしろ理論上の重要な判断基準を単位根が存在するか否かに求める場合が多々ある。したがって、Nelson and Plosser らが用いた ADF テストに代表される、帰無仮説を『単位根が存在する』とした検定では、単位根仮説を帰無仮説におく明確な理由はない。また、ADF テスト等においては、特性方程式の真の根が 1 に近い場合に検定の検出力が低くなることがわかっており、単位根仮説が誤っているときに正しく棄却できる確率が落ちているため、一段と単位根仮説を採択するようバイアスがかかる。そこで、Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin [1992] は、帰無仮説を『(タイムトレンド回りに) 定常である』に、対立仮説を『単位根が存在

26) 帰無仮説が正しいときに間違っただけで棄却してしまうことを第一種の過誤といい、帰無仮説が誤っているときに間違っただけで採用する (棄却しない) ことを第二種の過誤という。したがって検定のパワーは $1 -$ (第二種の過誤の確率) となる。前者は棄却域の大きさを小さくする (棄却水準 10% を 1% にする等) ことによって低めることが可能だが、棄却水準を緩めずに検定のパワーを上げるにはサンプル数を増やすしか方法がない。

27) 真の θ が 0.9 を上回る辺りからパワーは相当落ちてくることが一般的にいられている。

28) Schwert [1989] は、このようなモデルに対する検定のセンシティブさの問題は ADF テストより P P テストがより大きいことを指摘している。Hall [1989] はこの点を改善した操作変数法による推計を考案した。

する』に、と逆転させた検定を考案し、Nelson and Plosser と同じデータセットを用いて検定を行った。その結果、ほとんどの系列について（タイムトレンド回りに）定常であるとの仮説は棄却されなかったと主張した。ところが、彼らの検定法も根が1に近い場合には ADF テストと同様に検定のパワーが低下してしまう問題を抱えている。²⁹⁾したがって、推計された根が Near Unit Root のときは両タイプの検定を組み合わせで判断することが望ましいといえよう。もっとも、この手法を採ると、棄却水準を設定し統計量の大小で判断する方法では、両タイプが相反する回答を示した場合に判断に窮してしまう。Hatanaka and Koto [1993] では、この問題を避けるため、両タイプのテストの P-value を用いその比較により判断を下している。³⁰⁾

また、定常・非定常モデルを考えるうえでタイムトレンドの取扱いに関しても問題提起がなされた。一般に、長時系列のマクロ変数では、タイムトレンドの屈折やジャンプが生じていると考える方が妥当なケースが多い。Perron [1989] は、1920年代の大恐慌や戦後のオイルショックにおけるマクロ経済の構造変化に対し、3タイプのトレンドの屈折を導入した検定方法を考案し、Nelson and Plosser の長期年次データ14系列について検定を行った。結果は、うち11系列について単位根が存在する帰無仮説を棄却するものであり、先行研究の結果はタイムトレンドの変化をもたらすようなビッグショックに左右されたものであると指摘した。実際、Perron [1990] や他の

研究者によって、構造変化を考慮しない検定を構造変化があるモデルで発生させたデータに対し行くと、単位根の存在をサポートするバイアスがあることがシュミレーションで示された。これは、マクロ変数は恒久的な影響を持つ各期のショックによって変動するというリアル・ビジネスサイクル理論に対し、恒久的な影響を持つのは大恐慌やオイルショックのような希に起こる出来事のみであるという反論を提示することになった。その後、Perron [1989] がトレンドの屈折の時期をマクロ経済の構造変化に関する通説に従い外生的に与えた点に対して批判が集まり、Zivot and Andrews [1992] らによって、トレンドの屈折時点を内生化した検定法が考案された。彼らの実証結果は、Perron が単位根がないと推計した Nelson and Plosser の11系列について5系列はやはり単位根があるとの結果を示している。

さらに別の問題として、対立仮説と帰無仮説が同一のモデルではない場合についても配慮すべきとの指摘が Nelson and Kang [1984] らによってなされている。上述の研究の多くは、比較する仮説の選択に関して、同じAR過程について定常・非定常過程を考えている。すなわち、対立仮説に根1を代入すると帰無仮説と同一になるような仮説の設定を行っている。ところが、対立仮説と帰無仮説でモデルの特定化が異なっている検定も存在する。AR(1)での例を示すと、対立仮説『タイムトレンド回りに定常』 H_5 に対し帰無仮説『ドリフト項なしのランダムウォーク』

29) この場合、検定のパワーが低いとは、真の θ が1であるのに帰無仮説 $|\theta| < 1$ を正しく棄却できない確率が高いということ。

30) P-value とは、統計量がある値以上（もしくは以下）の値をとる確率である。

H_1 を考える場合、ベースとなる両者の時系列モデルは一致しない。 H_3 に対応する単位根過程は H_2 である。実際に検定を行う場合、攪乱項の分散に比べドリフト項の値が小さいと、ドリフト付きのランダムウォークとドリフト項なしのランダムウォークのいずれを帰無仮説として採用するかは難しい。この場合には、 H_5 に F 値タイプのテストを施せば H_1 と H_2 両方に対する検定が可能であるため問題はクリアできるが、より複雑なケース、例えばトレンドの屈折を持つものと持たないものの間の検定などを考えると、検定すべき組合せは非常に多くなる。³¹⁾この問題については、Hatanaka and Koto [1993]が Encompassing の概念を用い、多様なモデルの組合せに対応した包括的な検定の手順を示している。³²⁾

(2) 問題点の整理

上にみたように、単位根の検定においてはモデルを設定する際にタイムトレンドに関してさまざまな選択肢があり、このことが同じサンプルを用いた検定から異なる結論が出てくる原因の1つとなっている。タイムトレンドに関する仮説の選択肢は以下のようにまとめられる。³³⁾まず、モデルにタイムトレンドを含めるか否かの選択が必要であり、タイムトレンドが存在するとした場合、適用するタイムトレンドに関して、1) 線形トレンドか

2) 2次以上の曲線トレンドかの選択、2) タイムトレンドに屈折を導入するか否かの選択を行わねばならない(以下タイムトレンドの屈折を単にブレイクと呼ぶ)。さらに、タイムトレンドの屈折を導入した場合、2)-a 変化のタイプに関して、傾きが変化するタイプ、傾きは不変だがジャンプが存在するタイプ、両者のハイブリッドタイプのいずれを採用するかを考えねばならず、また、2)-b トレンドの変化が生じた時点の決定を外生的に与えるのか、何らかの基準によって検定に内生化させた決定方法をとるのかも選択を要する。加えて、2)-c トレンドの屈折は1回とするか複数回とするかも選ばねばならない。タイムトレンドがあるとした場合の選択肢を以下に図示する。

1) タイムトレンドに当てはめる	多項式の選択	直線 2次以上の曲線	
2) タイムトレンド の変化の有無	無し 有り	a 変化の タイプ	傾きの変化 ジャンプ 傾き変化+ ジャンプ
			b 変化の 時期
			c 変化の 回数
			与件とする 検定に内生化 一回のみ 複数

『タイムトレンド回りに定常』という仮説を対立仮説としてモデル化する場合、タイムトレンドに関する選択肢の組合せで多くのモデルができる。したがって、帰無仮説を1つに

31) Zivot and Andrews らはタイムトレンドの屈折時点の選択に自由度は与えたが、屈折の有無に関しては必ず1回あることを前提としている。

32) Encompassing の基本的な考え方は、一方のモデルが他方のモデルを包含するとき、説明要因を多く持つにもかかわらず説明力に差がないならば、その説明要因は不要なものであるというもので、最も一般的なモデルを最初に考え、それに内包されるモデルとの比較でモデルの特定化を行う。

33) ここに挙げた点は、現在までに指摘されている代表的なものだけであり、この他にも当然選択肢はありえる。

限定しても必要な検定の組合せは対立仮説の数だけ存在する。さらに面倒なことに、モデルが異なれば検定統計量の分布も異なってくるため、検定のたびにシュミレーションを繰り返し分布表を作成せねばならない。

もっとも、検定するデータのプロットや、期間別の平均値、分散値などから、どの仮説を立てるのが妥当かは判断できる。あるいは、事前に何らかの検定を行って仮説選択を行う方法もある。そもそも、仮説検定は想定したモデル内でパラメータに関する制約が正しいか否かを検定するものであり、想定したモデルの正しさは検定の対象ではない。したがって、検定すべき仮説の選択に注意を払わず、考えるすべてのモデルにやみくもに検定を試みることは効率的ではない。また、モデルの設定の問題以外にも、根が1に近かった場合には検出力が弱いという問題がある。

(3) 日本の先行研究と本論文で試みた点

本論文では、以下の2つのテストを試みた。1つは Perron [1989] の検定に則ったモデルを採用し、日本のマクロ変数のいくつかについて単位根検定を行ったものである。モデルの設定に関し妥当だと思われる仮定をいくつかおいたうえで分析を試みた。まず、タイムトレンドは線形に限定し、明らかに曲線のタイムトレンドを持つものは分析対象外とした。³⁴⁾ 次に、ブレイクタイプは傾きの変化とジャンプのハイブリッドタイプを用い、ブレイクポイントは外生的に与えた。ブレイクポ

イントを内生化した Zivot and Andrews [1992] らの手法は、対立仮説「ブレイクがあるトレンド回りに定常」に対し帰無仮説「ドリフト項に変化のない単位根過程」を考えたものであり、米国の戦後実質 GNP のようにタイムトレンドの屈折がそれほど明確でなくトレンドの変化があったかどうかを検定しなければならない場合には妥当な仮説設定である。一方、日本のマクロ変数は、その多くがニクソンショックからオイルショックにかけて大きく下方に屈折しており、データの生成過程の変化が明快にみてとれる。したがって、Perron [1989] のように帰無仮説は「構造変化のある非定常過程」と設定する方が望ましい。もっとも、ブレイクポイントの時点の設定によって検定結果が左右されることもありえるので、8年間32期についてブレイクポイントを1期ずつ変化させながら検定を行った。³⁵⁾ また、ブレイクポイントは1回としたが、この点も、恒久的な影響を及ぼしたショックは1970年前後のものだけと考える立場に立ったものである。もう1つ試みたテストは、検出力の弱さを補うため対立仮説と帰無仮説を入れ換えた Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin [1992] の検定を行ったもので、トレンドにブレイクがないと仮定した期間（1975年～93年）について検定を行った。

日本のマクロ変数に関する先行研究と比較すると、Iwamoto and Kobayashi [1992] が、サンプル期間を高度成長期と安定成長期に分割し、各期について実質 GNP と1人当たり

34) 例えば、GNP デフレータの対数値は1960年代までは線形のトレンドに乗っているが、1970年頃より上に凸の曲線となっているため、単純な線形トレンドのキंकモデルを対立仮説として採用できない。

35) より望ましいのは、帰無仮説をこのようにおいたうえでブレイクポイントの内生化をはかった検定法であろう。

実質 GNP の四半期データによる検定を試みている。その際、ブレイクポイントは6年の幅を持たせてローリングさせており、標準誤差を最小化する1971:2Q で分割した結果、両期とも単位根の存在を棄却できないとしている。また、Takeuchi [1991] は、実質 GNP について Stepwise Chow Test によりブレイクポイントの候補を1970～73年前後に絞り、前後期に分けた検定を試みている。その結果は、前後期ともにブレイクポイントに依存し明らかな結論は得られていない。一方、小原 [1994] では、Zivot and Andrews [1992] の手法を発展させ、ブレイクが2回ある場合も検定対象に含め、構造変化の前後を通じた全サンプルによる検定を行っている。その結果は、日本の実質 GNP についてブレイクが1回、2回の場合ともに単位根仮説を棄却しており、米国の実質 GNP についてはともに棄却していない。

5. 実証分析

(1) トレンドにブレイクがあるモデル

最初に用いた検定方法は、Perron [1989] が ADF テストの応用として考案した検定法である。まず、 T_B 期に傾きの変化とジャンプの両方が発生したトレンドについてその回りに定常なモデルを対立仮説として以下のように表現する。

$$y_t = a_1 + (a_2 - a_1)DU_t + b_1t + (b_2 - b_1)DT_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$DU_t = 1 \quad (t > T_B), \quad 0 \quad (t \leq T_B)$$

$$DT_t = t \quad (t > T_B), \quad 0 \quad (t \leq T_B)$$

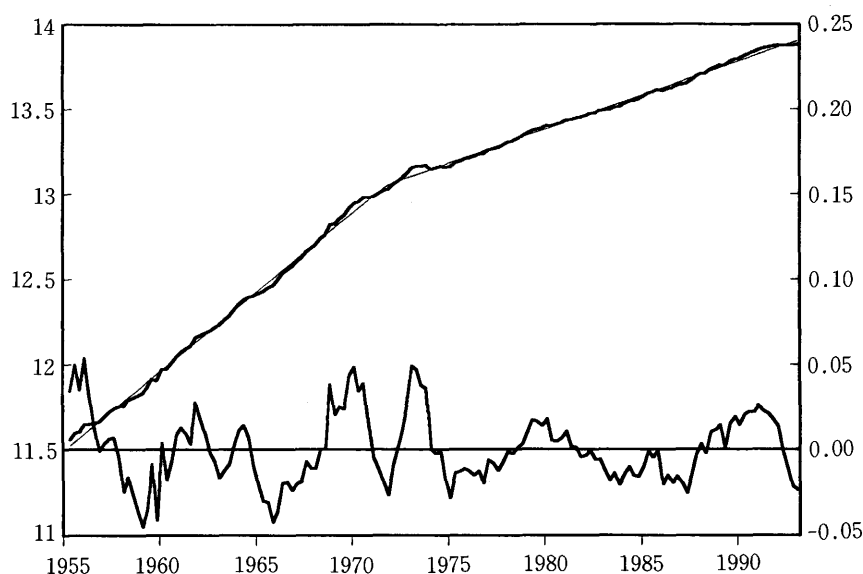
DU_t 、 DT_t はデータの生成過程が変化したことを表すダミーであり、期間別に表現すると、

$$y_t = a_1 + b_1t + \varepsilon_t \quad (t \leq T_B)$$

$$y_t = a_2 + b_2t + \varepsilon_t \quad (t > T_B)$$

となる。第4図は、実質 GNP について T_B

第4図 実質 GNP とタイムトレンド回りの残差
(季調済四半期対数値：左軸、残差：右軸、屈折点は1971：3 Q)



=1971:3Q として(11)式によりタイムトレンドを当てはめたもので、残差 ε_t の変動を下方に示してある。トレンド回りに定常であれば、 ε_t は定常性を満たす時系列過程である。³⁶⁾ タイムトレンドのブレイクを考慮せず全サンプルに1本のトレンドを当てはめた場合、トレンド回りの残差 ε_t は単純な山形になり、これについて定常・非定常を議論することは明らかにおかしい。データの生成過程が変化したと考える方が自然であろう。

一方、単位根が存在するモデルを帰無仮説とし、以下のように表す。

$$y_t = b_1 + (b_2 - b_1)DU_t + b_3D(TB)_t + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (12)$$

$$DU_t = 1 \quad (t > T_B), \quad 0 \quad (t \leq T_B)$$

$$D(TB)_t = 1 \quad (t = T_B + 1), \quad 0 \quad (t \neq T_B + 1)$$

期間別に表すと、

$$y_t = b_1 + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (t < T_B)$$

$$y_t = b_1 + b_3 + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (t = T_B)$$

$$y_t = b_2 + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (t > T_B)$$

となり、ドリフト付きランダムウォークのドリフト項が、 T_B 期以前、 T_B 期、 T_B 期以降で異なるモデルになっている。対数値の階差 ($y_t - y_{t-1}$)、すなわち前期比が高度成長期と低成長期で異なっている点をドリフト項の b_1 から b_2 への変化で捉える。なお、 b_3 はブレイク期のジャンプ分に相当する。

実際の検定では、第4図で示されるように ε_t が強い正の相関を持っているため、ADF

テストを用いる。対立仮説と帰無仮説を包含する回帰式を以下に示す。

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 DU_t + \alpha_3 D(TB)_t + \beta_1 t + \beta_2 DT_t + \theta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (13)$$

単位根が存在する場合、回帰係数は $\theta = 1$ 、 $\beta_1 = \beta_2 = 0$ となり、ドリフト項の大きさが有意に変化していれば $\alpha_2 \neq 0$ 、 $\alpha_3 \neq 0$ である。トレンド回りに定常である場合、 $\theta < 1$ 、 $\beta_1 \neq 0$ 、 $\beta_2 \neq 0$ となり、トレンドに傾きの変化があれば $\alpha_2 \neq 0$ 、ジャンプがあれば $\alpha_3 \neq 0$ となる。

検定統計量は、通常の ADF と同様にモンテカルロ・シミュレーションによって求められているが、経験分布の左裾は Dickey and Fuller の臨界値より絶対値で大きくなっているだけでなく、トレンドのブレイクがサンプル期間中のどの位置で発生したかによって異なっている。ブレイクが起きた時点がサンプルの中心に近ければ近いほどさらに大きくなり、逆にサンプルの両サイドに寄ると Dickey and Fuller の臨界値にほぼ一致する。

(検定結果)

設定したモデルとの整合性という観点から、実質 GNP、実質民間最終消費支出、実質国内総資本形成、鉱工業生産指数、 M_1 、 $M_2 + C D$ の四半期データについて(13)式を用い単位根の検定を行った。データはすべて季節調整済み計数であり、通貨量は四半期末残値、鉱工業生産指数は期中平均値である。³⁷⁾

36) 実際には、トレンドの転換は次第に生じると考えるべきであろう。この点はトレンドの転換の影響が徐々に伝わるような以下のトレンドを用いることで対処できる。

$$a_1 + (a_2 - a_1) \Phi(L) DU_t + b_1 t + (b_2 - b_1) \Phi(L) DT_t$$

$\Phi(L)$ は、係数 Φ の和 $\Phi(0)$ が 1 となる定常過程のラグ多項式であり、 ε_t が定常過程 $\Phi(L) - 1$ に従うという制約を課せば、このトレンドを導入しても回帰式(14)はそのまま利用できる。

37) 季節調整によるデータの平滑化は、検定の結果に影響を及ぼすと思われる。もっとも、計量分析におい

サンプル期間は、始期が1954年もしくは55年で、終期が1993年もしくは94年である。なお、名目金利については、長期的にみれば一貫した低下トレンドを持っており、上記変数のような明快なトレンドの変化が観察されにくい。ためブレイクなしで検定を試みた。まず、トレンドのブレイクポイントは1969年第1四半期から、1976年第4四半期までローリングさせ、8年間32期それぞれについて推計した。その際、ラグ次数の決定には残差項の独立同時分布の条件を用いており、具体的には、最

大値を12期とし、残差項の自己相関、偏自己相関が20期離れたものまですべてゼロである場合に最大値より1つずつ次数を落としていった。³⁸⁾ 第5図は、各期をブレイクポイントとしたときの係数 θ とその t 値を各変数について示したものである。折れ線が各期の t 値であり、Perron[1989]によって求められた有意水準が水平線で示してある。第3表には、各変数について t 値が最大値をとったケースの推計結果を示した。順にみると、実質GNPは、1974年以降にブレイクポイントを

第3表 単位根の検定：テスト1

変 数	期 間	T_B	k	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	θ	s.e
実質 GNP	55:2-93:1	71:3	10	4.824 (5.83)	0.392 (5.63)	-0.017 (-1.54)	0.0099 (5.79)	-0.0057 (-5.79)	0.578 (-5.80)***	0.0097
実質民間消費	55:2-93:1	71:3	3	3.691 (5.85)	0.288 (5.75)	-0.023 (-2.00)	0.0071 (5.82)	-0.0042 (-5.91)	0.669 (-5.82)***	0.0106
実質総資本形成	55:2-93:1	69:1	10	1.239 (3.80)	0.200 (3.19)	-0.003 (-0.09)	0.0045 (3.43)	-0.0033 (-3.29)	0.872 (-3.71)	0.0287
鉱工業生産指数	54:2-94:1	73:1	4	0.215 (4.37)	0.184 (3.58)	-0.010 (-0.60)	0.0038 (3.86)	-0.0028 (-3.82)	0.878 (-3.95)*	0.0163
M_1	55:1-93:4	70:4	12	0.793 (2.39)	0.135 (3.45)	-0.010 (-0.47)	0.0034 (2.52)	-0.0018 (-3.31)	0.919 (-2.78)	0.0180
$M_2 + C D$	55:1-93:4	70:3	12	0.273 (3.21)	0.042 (3.22)	-0.010 (-1.23)	0.0009 (2.47)	-0.0005 (-2.87)	0.976 (-2.92)	0.0075
コールレート	61:1-94:1		12	2.214 (3.77)			-0.0072 (-2.869)		0.750 (-3.96)*	0.6570
利付電々債	56:2-92:4		12	2.485 (3.79)			-0.0077 (-3.483)		0.772 (-3.81)	0.5297

(注) T_B はトレンドのブレイクポイント、 k は推計式に含めたラグ次数、括弧内は t 値を表す。

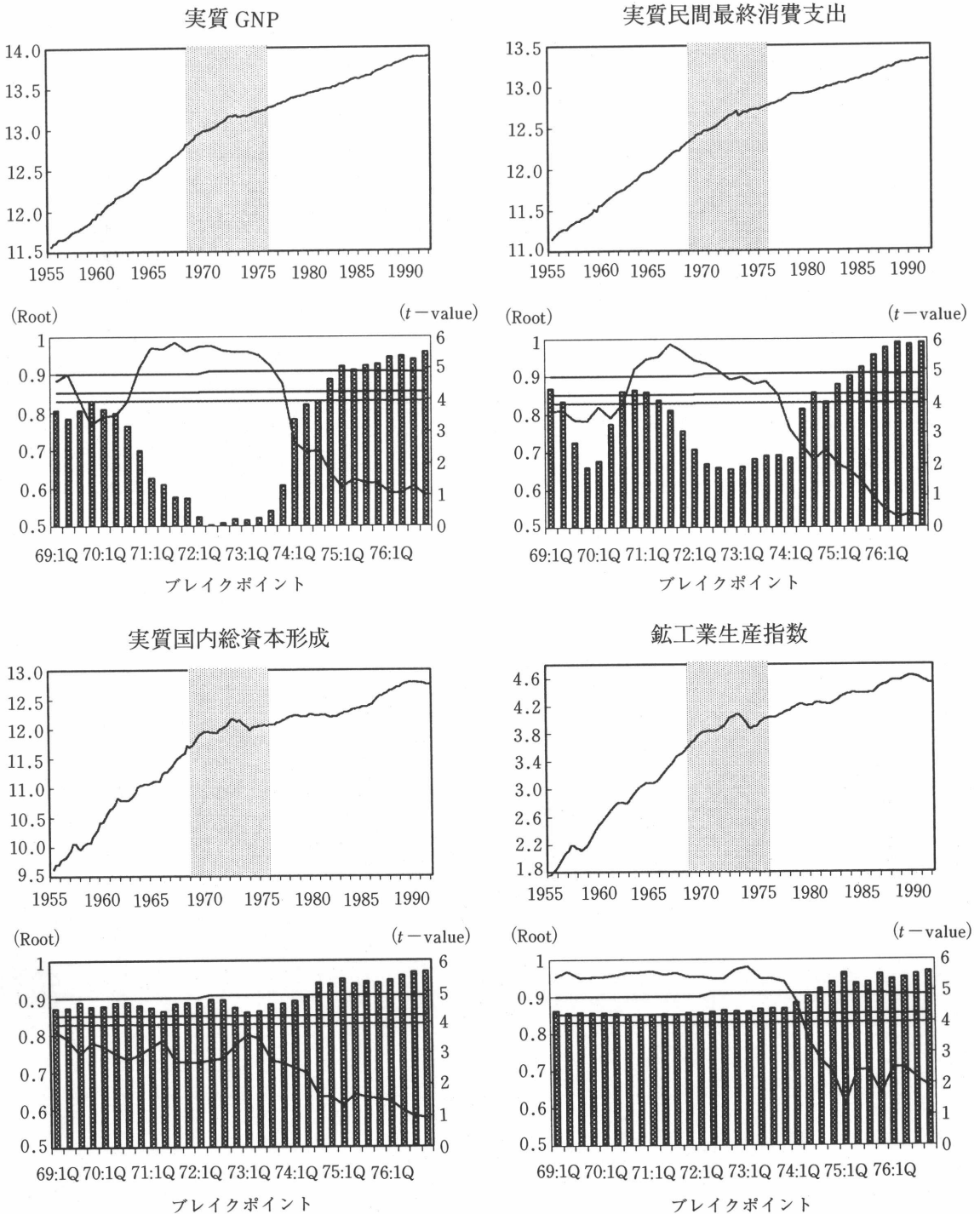
$T_B/T=0.4$ の条件下で $\theta=1$ の有意水準は10%、5%、1%の順に、-3.954, -4.22, -4.81であり、棄却されたものに*, **, *** を付した。

て四半期季節調整済み計数を用いる機会が多く、その場合の事前検定としては季調済みデータを検定することは意味がある。年次データを用いればこの問題は避けられるが、40年程度の小標本では検定の精度が一段と落ちるため採用しなかった。季節性があるデータの単位根の検定については、Hylleberg, Engel, Graner and Yoo[1990]による seasonal unit root test がある。seasonal unit を持つデータを発生させ、これにX11のような移動平均型季節調整を施し ADF テストを試みた場合、検出力が低くなることが Olekalns [1994] などにより報告されている

38) 試みた変数全般について、ラグ項の t 値の有意性による方法より多めのラグが選択された。

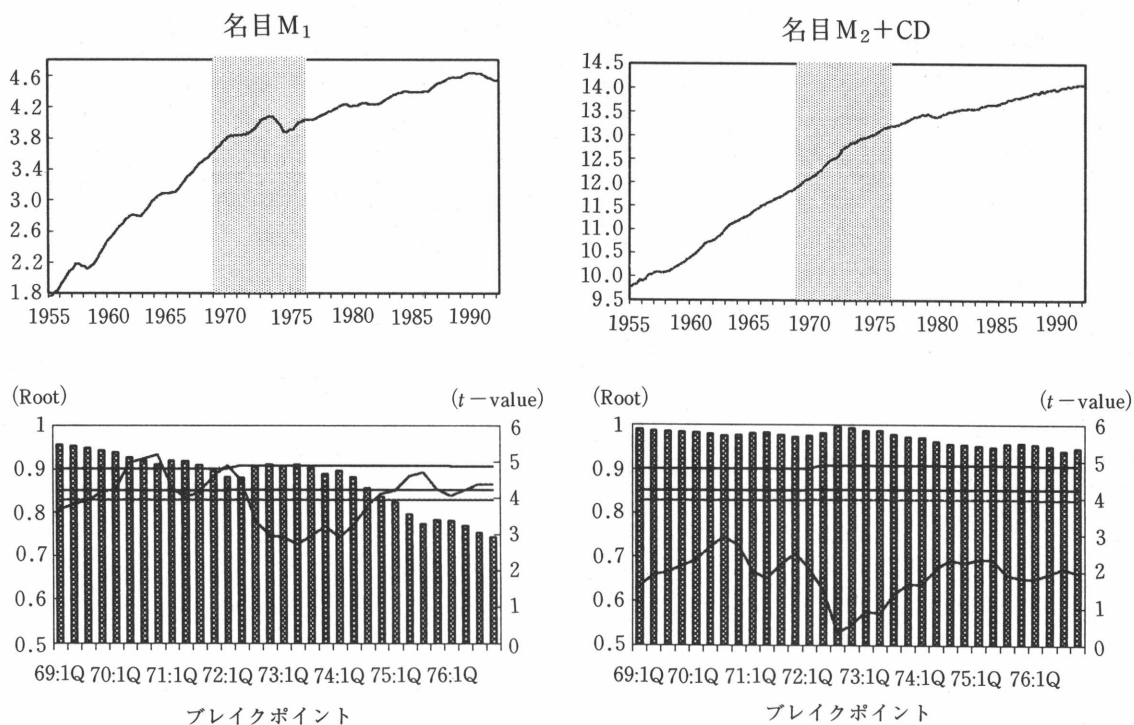
日本のマクロ変数の単位根検定

第5-1図 対数値グラフと各ブレイクポイントごとの t 値、根 θ
(対数値グラフのシャドー部はブレイクポイントとして採用した区間)



(注) 折線グラフは t 値の絶対値(右軸)、棒グラフは特性方程式の根 θ を示す。水平線はPeiron[1989]の分布表による1、5、10%有意水準。

第5-2図 対数値グラフと各ブレイクポイントごとの t 値、根 θ
(対数値グラフのシャドー部はブレイクポイントとして採用した区間)

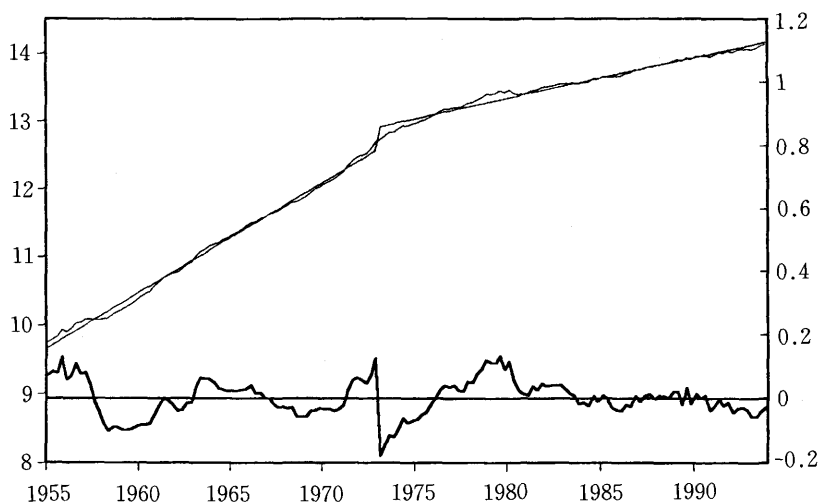


(注) 折線グラフは t 値の絶対値(右軸)、棒グラフは特性方程式の根 θ を示す。水平線はPerron[1989]の分布表による1、5、10%有意水準。

おいた場合には、 t 値が低く θ は 1 に近く出ており、単位根仮説は棄却されないが、ブレイクポイントが 1970 年第 4 四半期から 73 年第 4 四半期にかけてあったとした場合には 5% 水準で単位根仮説が棄却され、この間、根 θ の推計値も 0.5 程度まで低下している。ブレイクポイントを恣意的に採れば残差項は非定常になりやすく、単位根仮説を選択しやすいバイアスがかかる。したがって、タイムトレンド回りに定常である仮説が最も有利になるようなブレイクポイントで判断すべきであり、ここで選択したモデル、データでみる限り、実質 GNP は単位根過程ではなくブレイクがあるタイムトレンド回りに定常な過程であるといえる。同様なことが実質民間最終消費支出、鉱工業生産指数についても当てはまる。鉱工業生産指数は、 θ の推定値が高いにもかかわらず 1969 年第 1 四半期から 73 年第 4 四半期にかけて単位根仮説が 1% 水準で棄却され、その値もブレイクポイントによらず安定的に推移している。また、実質民間最終消

費支出は実質 GNP より若干遅れを伴って似た動きを示しており、ブレイクポイントの選択に上記のような考え方をすれば実質 GNP と同じ結論になる。一方、国内総資本形成はどの期をブレイクポイントとしても単位根仮説は 10% 水準で棄却できない。この理由としては、1987 年以降に急激な上昇があるため低成長期について 1 本の直線のトレンドでは変動を追いきれないことや、高度成長期と低成長期を比較すると高度成長期の方が変動が激しく、モデルの誤差項の分散が異なってしまうことが考えられる。したがって、モデルや推計法を改善する必要がある、ここでの検定法による結論は留保されるべきであろう。また、 M_1 は、1970 年第 2 四半期から 72 年第 2 四半期にかけてブレイクがあったとすると単位根仮説は 10% 水準で棄却されるが、それ以降の期や 1969 年前半だとすると棄却できない。 θ も 0.9 以上ある場合が多く判断が困難である。この原因としては、第 6 図に示したトレンドの当てはまり具合とトレ

第 6 図 M_1 とタイムトレンド回りの残差
(季調済四半期末残対数値：左軸、残差：右軸、屈折点は 1972：4 Q)



ド回りの残差のプロットが示すように、トレンドの変化が徐々に生じているため、採用したモデルが適切でないことが挙げられる。実質国内総資本形成のケースと同じく、仮説の設定に一段の工夫が必要であろう。この点、検定の対象から外した GNP デフレーターについても同様である。第 7 図で GNP デフレータの対数値の変動をみると、1970 年代初頭まではほぼ線形トレンドにそのような動き方をしているが、1973 年から 70 年代終盤にかけて曲線を描いて徐々に上昇し 1980 年代からは以前より勾配が緩やかな線形トレンドに回帰している。このような動きについては、確定的トレンドが曲線をトレースするような仮説を考え対立仮説とし、これに対し確率トレンドが存在するという帰無仮説を考えることが妥当なアプローチであろう。 $M_2 + CD$ も、 t 値が非常に低く出ているが、第 8 図をみる限り M_1 と同様モデルの設定が適切でないと思われる。名目値のマクロ実体経済変数に関しては同様な問題が生じる場合が多く、これは GNP デフレーターのような動きが物価に反映

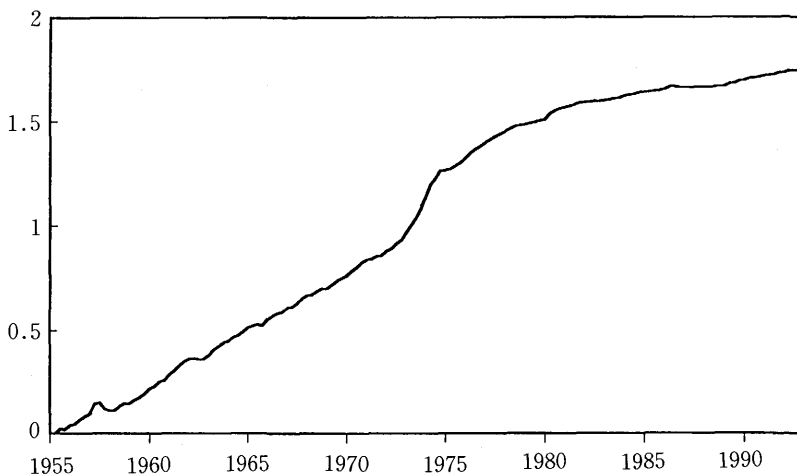
されているためと考えられる。最後に、名目金利について第 3 表をみると、コールレートが 10% 水準で棄却され、利付電々債利回りはわずかに棄却水準にとどいていないが、ラグ次数に対して結果は不安定であり判断が下せなかった。

(2) 定常過程を帰無仮説としたモデル

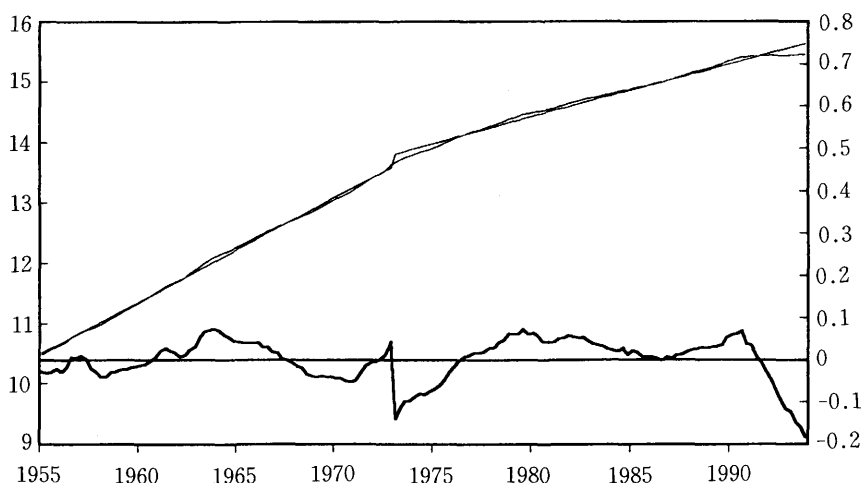
次に、検定のパワーの低さを補うために、帰無仮説、対立仮説を互いに入れ換えた ADF テストと Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin (以下 KPSS テストと呼ぶ) の検定をトレンドのブレイクがないと思われるサンプル期間に対して行う。なお、KPSS テストは PP テストと同様に大標本を前提とした漸近理論によって統計量の分布が求められる検定法である。小サンプルバイアスの発生の有無をみるため ADF テストとの比較用に PP テストも行った。まず KPSS テストを紹介する。

KPSS テストの基本的な考え方は、トレンド項、ランダムウォーク項、定常な誤差項か

第 7 図 GNP デフレーター (期初の対数値をゼロに基準化)



第8図 M_2+CD とタイムトレンド回りの残差
(季調済四半期末残対数値：左軸、残差：右軸、屈折点は1972：4Q)



ら構成されるデータの生成過程を考え、ランダムウォーク項と誤差項から成るトレンド回りの変動について、定常性の条件の1つである『分散が時間に依存しない有限値をとる』点を検定するというものである。分散が一定値であればランダムウォーク項は存在せず、一定値をとらない場合には定常性が棄却される。³⁹⁾

$$\begin{aligned} y_t &= \xi_t + r_t + \varepsilon_t & \varepsilon_t &\sim i.i.d(0, \sigma_\varepsilon^2) \\ r_t &= r_{t-1} + \mu_t & \mu_t &\sim i.i.d(0, \sigma_\mu^2) \end{aligned} \quad (14)$$

(14式において ξ_t がトレンド項、 r_t がランダムウォーク項である。(14式は以下のように変形され、トレンド回りの残差の分散が得られる。

$$\begin{aligned} y_t - \xi_t &= r_0 + \sum_{i=1}^{t-1} \mu_{t-i} + \varepsilon_t \\ \text{var}(y_t - \xi_t - r_0) &= \sigma_{\mu t}^2 + \sigma_\varepsilon^2 \end{aligned}$$

前述したように、定常性の条件の1つは、 y_t の分散値が時間に依存せずどの期間をとっても有限値で与えられることである。もしトレンド回りの残差 $\{y_t - \xi_t - r_0\}$ が定常性を満たすなら、その分散 $\sigma_{\mu t}^2 + \sigma_\varepsilon^2$ は t によらず一定値をとらねばならない。したがって、 $\sigma_\mu^2 = 0$ が定常性への必要条件となる。この条件を検定する統計量 LM は以下のように与えられる。⁴⁰⁾

$$LM = \sum_{t=1}^T S_t^2 / \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad \text{ただし } S_t = \sum_{i=1}^t e_i \quad (t=1, 2, \dots, T)$$

e_i は y_i をトレンドと定数項に回帰した残差である。ここで、 σ_ε^2 の推計値を用いているが、帰無仮説のもとでは $\sigma_\varepsilon^2 = \text{var}(e_t)$ となるため e_t の分散値を利用する。ところが、実際にデータから e_t を求めると正の自己相関が強いため、(14式で仮定した ε_t の条件を満

39) 定常性を帰無仮説として棄却する場合、必要条件を棄却するだけで十分であるが、逆に棄却できなかったことだけでは定常とは判断できない点が留意を要する。

40) 統計量の導出の詳細は、Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin[1992]を参照。

たさない。そこで誤差項の分布に *i.i.d* の強い仮定を課さない P P テストの分散推計方法を利用する。⁴¹⁾ このように L M 統計量を与え、その分布をモンテカルロ・シュミレーションで求めて検定に利用する。

(検定結果)

検定を行った変数は、四半期データが実質 GNP、実質民間最終消費支出、実質国内総資本形成で、月次データが鉱工業生産指数、 M_1 、 $M_2 + C D$ 、 $M_3 + C D$ 、コールレート、5 年ものの利付金融債店頭利回りで、金利以外は季節調整済みデータである。また、通貨量はすべて末残を用いている。トレンドのブレイクがないモデルを用いたため、サンプル期間は

月次・四半期データともに1975年から93年までとした。第4表に示したように、最初に ADF テスト、P P テストを行ったところ、 M_1 が P P テストで、コールレートが ADF テストで単位根仮説を棄却された。⁴²⁾ その他の変数は、単位根があると判断されるため、KPSS テストにより定常性仮説が棄却されるはずである。実際、実質 GNP、実質民間最終消費支出以外の変数では定常性仮説が棄却された。判断がつかない両者については、KPSS テストか ADF テストのいずれかが、帰無仮説が誤っているにもかかわらず正しく棄却していないことになる。おそらく、根が 1 に近く検定のパワーが低下していることが

第4表 単位根の検定：テスト2

変 数	ADFtest		PPtest			KPSStest		
		(lag)	$\ell = 4$	$\ell = 8$	$\ell = 12$	$\ell = 4$	$\ell = 8$	$\ell = 12$
(四半期データ)								
実質 GNP	-1.85	(0)	-2.17	-2.29	-2.23	0.116	0.083	0.076
実質民間消費	-2.96	(3)	-2.18	-2.21	-1.97	0.085	0.065	0.066
実質総資本形成	-1.86	(2)	-1.42	-1.59	-1.66	0.288**	0.176*	0.139*
(月次データ)								
鉱工業生産指数	-2.13	(22)	-0.93	-1.24	-1.50	0.264**	0.161*	0.125*
M ₁	-2.35	(25)	-4.29**	-4.58**	-4.87**	0.310**	0.187*	0.141*
M ₂ +C D	-2.18	(36)	-0.26	-0.53	-0.77	0.478**	0.287**	0.216**
M ₃ +C D	-1.47	(36)	-2.25	-2.14	-2.06	0.832**	0.489**	0.358**
コールレート	-3.54*	(36)	-2.82	-3.02	-3.11	0.149*	0.091	0.071
利付金融債利回り	-2.82	(30)	-2.66	-2.54	-2.72	0.194*	0.117	0.087

(注) サンプル期間は四半期データが1975年第1四半期から93年第1四半期まで、月次データが1975年1月から93年12月まで。

**は1%水準、*は10%水準で棄却されたものに付した。

41) P P テストで用いた分散推計値は漸近的にしか成り立たないため、サンプル数が少ない場合は注意を要する。

42) ラグ次数は、ラグ項の *t* 値が2以上であることを基準に、四半期データについては最大ラグを12期から、月次データについては36期から与えて決定した。

原因であろう。このように、有意水準を定めて帰無仮説が棄却されたか否かで検定する方法では、両者が異なる検定結果を示した場合に判断ができなくなる欠点がある。ここでは、 M_1 、コールレートがこのケースに当たる。解決策としては、Hatanaka and Koto [1993] で用いられた P 値の比較による手法を用いることが考えられるが、ここではシュミレーションによる分布表を作成しなかったため、この手法は適用しなかった。^{43) 44)}

6. おわりに

本論文では、単位根の検定において近年議論が盛んなタイムトレンドの扱いをめぐる問題を整理し、対立仮説や帰無仮説をできるだけ現実のデータの動きに沿うようなかたちに特定化した推計を試みた。日本の戦後のマクロ変数は1970年前後を境に明らかにデータの生成過程が変化しているものが多い。この点に忠実に単位根仮説を立てると、マクロ変数がドリフト項の大きさが異なるような2つの非定常過程に従っていると考えねばならない。これに対する対立仮説を、屈折・ジャンプしたトレンド回りに定常に推移しているとおき、検定を行った。ここで採用したモデルとデータの限りでは、日本の実質 GNP は単

位根過程ではないとの結果が得られた。

もっとも、タイムトレンドのセッティングには多くの先験的な仮定がある。例えば、トレンドは線形に限定したが、通貨量に適用した場合にはゆっくりしたトレンドの変化をトレースできずトレンド回りの変動に異常な動きを作り出したため、推計結果の妥当性には疑問が残る。これに対しては、例えば、確率トレンドのドリフト項が時間とともに減少していくような帰無仮説を立て、対立仮説に曲線のタイムトレンドを導入することなどが考えられる。

なお、今回は詳しく触れなかったが、単位根の応用として多変数間の長期的安定関係を検定する共和分分析がある。例えば、通貨需要関数を共和分の関係で捉える研究があるが、本論文で扱った確率トレンドのドリフト項がサンプル期間中で変化することや、戦後の通貨量や GNP デフレーターのようにサンプル期間の途中で曲線部を含む可能性は考慮されていない。とくに、通貨量のトレンドの扱いは通貨需要関数の推定の前提となる作業であり、今後の研究課題となろう。

以 上

[日本銀行金融研究所研究第1課]

43) 経験分布表は、ADF テスト、KPSS テストともに、考案者の論文中のものを利用した。両者とも、棄却水準が1%、2.5%、5%、10%の場合の検定統計量が与えられてある。

44) Hatanaka and Koto [1993] では、定常過程を帰無仮説におくテストとして Saikkonen and Luukkonen [1993] の方法を改良したものをを用いている。KPSS テストが誤差項の分散推計に PP テストの手法を利用したノンパラメトリックな推計であるのに対し、Saikkonen and Luukkonen は ε_t に MA モデルを与え ARMA モデルとして推計している。

【参考文献】

- 小原英隆、「Unit Root Test with Unknown Trend Breaks」、manuscript、1994年
- 川崎能典、「計量経済モデルと見せかけの回帰」、『統計数理』第41巻第1号、1993年、pp.33-46
- 畠中道雄、「長期経済関係のエコノメトリクス」、manuscript、1994年
- 吉田知生、「通貨需要関数の安定性をめぐって -ECM (Error Correction Model) による計測」、『金融研究』第8巻第3号、日本銀行金融研究所、1989年、pp.99-147
- 山本 拓、『経済の時系列分析』、創文者、1988年
- 脇田 成、『景気循環のモデル分析』、三菱経済研究所、1993年
- Beveridge, Stephen and Charles R. Nelson, "New Approach to Decomposition of Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the 'Business Cycle'", *Journal of Monetary Economics* 7, 1981, pp.151-174.
- Campbell J.Y. and P. Perron, "Pitfalls and Opportunities: What Macro Economists Should Know about Unit Root", *NBER Macroeconomic Annual*, 1991, pp.141-201.
- Deaton, Angus, *Understanding Consumption*, Oxford University Press, 1992.
- Diba, Behzad T. and Herschel I. Grossman, "Explosive Rational Bubbles in Stock Prices ?", *American Economic Review*, Vol.78, June 1988, pp.520-530.
- Dickey, David, A., "Likelihood Ratio Statistics for Autogressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, Vol.74, No.4, 1981, pp.1057-1072.
- Fuller, Wayne A., *Introduction to Statistical Time Series*, 1976.
- Granger, Clive WJ. and Paul Newbold, "Spurious Regressions in Econometrics", *Journal of Econometrics*, Vol.2, No.2, 1974, pp.111-120.
- Hall, A.D., "Testing for a Unit Root in the Presence of Moving Average Errors", *Biometrika* 79, 1989, pp.49-56.
- Hall, R.E., "Stochastic Implications of the Life Cycle Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence", *Journal of Political Economy*, Vol.86, 1978, pp.971-987.
- Hansen, L.P., "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators", *Econometrica* 50, 1982, pp.1029-1054.
- Hatanaka M. and Y. Koto, "The Encompassing and the 'General to Specific' Model Selection Approach to the Unit Root Problem", manuscript, 1993.
- Hylleberg S., R.F Engle, C.WJ Granger, and B.S. Yoo, "Seasonal Integration and Cointegration", *Journal of Econometrics* 44, 1993, pp.215-238.
- Iwamoto, Y. and H. Kobayashi, "Testing for a Unit Root in Japanese GNP", *Japan and the World Economy*, Vol.4, No.1, 1992, pp.17-38.
- Kwiatkowski D., C.B. Philips, P. Schmidt and Y. Shin, "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root", *Journal of Econometrics* 54, 1992, pp.159-178.
- Long J.B. and C. Plosser, "Real Business Cycle" *Journal of Political Economy*, Vol.91, 1983, pp.39-69.
- Lucas, R.E.Jr., "Expectations and the Neutrality of Money", *Journal of Economic Theory*, Vol.4, 1972, pp.103-124.
- Mankiw, N.G. and D.M. Shapiro, "Trends, Random Walk, and Tests of the Permanent Income Hypothesis", *Journal of Monetary Economics* 16, 1985, pp.165-174.
- Nelson, Charles R. and Heejoon Kang, "Pitfalls in the Use of Time as Explanatory Variables in Regression", *Journal of Business and Economics*, Vol.2, No.1, 1984, pp.73-82.
- and C.I. Plosser "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series", *Journal of Monetary Economics*, Vol.10, 1982, pp.139-162.
- Ogaki, Masao and Joon Y. Park, "A Cointegration Approach to Estimating Preference Parameters", manuscript, 1994.

- Olekalns, Nilss, "Testing for Unit Roots in Seasonally Adjusted Data", *Economic Letters* 45, 1994, pp.273-279.
- Perron, Pierre, "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, Vol.57, No.6, 1989, pp.1361-1401.
- , "Testing for Unit Root in a Time Series with a Changing Means", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.8, No.2, 1990, pp.153-162.
- Phillips, Peter C.B., "Understanding Spurious Regressions in Econometrics" *Journal of Econometrics*, Vol.33, No.3, 1986, pp.311-340.
- , "Time Series Regressions with a Unit Root", *Econometrica*, Vol.55, No.2, 1987, pp.277-301.
- Said, E.S. and David, A. Dickey, "Hypothesis Testing in ARIMA(p,1,q) Models", *Journal of the American Statistical Association* 80, 1985, pp.369-374.
- Saikkonen, P. and R. Luukkonen, "Testing for a Moving Average Unit Root in Autoregressive Integrated Moving Average Models", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.88, 1993, pp.596-601.
- Schwert, G.W., "Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation", *Journal of Business and Economic Statistics* 7, 1989, pp.147-159.
- Stock, H.J. and W.M. Watson, "Testing for Common Trends", *Journal of the American Statistical Association* 83, 1988, pp.1097-1107.
- and West, D.K. "Integrated Regressors and Tests of the Permanent Income Hypothesis", *Journal of Monetary Economics* 21, 1988, pp.85-95.
- Takeuchi, Y., "Trends and Structural Changes in Macroeconomic Time Series", *Journal of Japan Statistical Society*, Vol.21, 1991, pp.13-25.
- Zivot E. and W.K.D. Andrews "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Journal of Business Statistics*, Vol.10, No.3, 1992, pp.251-270.