

IMES DISCUSSION PAPER SERIES

経済変数から基調的変動を抽出する
時系列的手法について

肥後雅博・中田（黒田）祥子

Discussion Paper No. 98-J-4

IMES

INSTITUTE FOR MONETARY AND ECONOMIC STUDIES

BANK OF JAPAN

日本銀行金融研究所

〒100-8630 東京中央郵便局私書箱 203 号

備考：日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズは、金融研究所スタッフおよび外部研究者による研究成果をとりまとめたもので、学界、研究機関等、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図している。ただし、論文の内容や意見は、執筆者個人に属し、日本銀行あるいは金融研究所の公式見解を示すものではない。

経済変数から基調的変動を抽出する 時系列的手法について

肥後雅博・中田（黒田）祥子*

要 旨

本稿では、5種類の時系列的手法を用いて、各種の経済変数から、景気循環に相当する成分やさらに長い周期を持つ長期トレンド成分に相当する「基調的変動成分」を抽出する。この抽出法では、原系列の変動から、景気循環やトレンドを覆い隠してしまう季節変動成分や短周期の不規則成分を、除去することを目的としている。

分析結果によると、X-12-ARIMA 季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法、フーリエ変換を利用した Band-Pass フィルター、DECOMP の3つの手法では、周期1年半ないし2年以上の成分を抽出することにより、景気循環の変動を把握することが可能である。一方、景気循環より長い長期的トレンド成分だけを適切に抽出することは難しく、この機能を完全に持つ手法は今回は見いだせなかった。HP フィルターが比較的これに近い機能を有しているが、景気循環に相当する3年程度以上の周期の成分を含んでいる。

また、時系列的抽出手法は、抽出される基調的変動成分の時系列的性質が明らかになるため、先行き予測に役立つ、汎用性に富み、殆どの経済変数の時系列に適用可能である、統計パッケージにより簡単に計算が可能である、などの利点をもつ。一方で、抽出成分の実体経済における意味づけが難しいこと、データ系列が追加され、推定期間を変更すると、抽出される基調的変動成分・長期的トレンド成分が変化するという欠点がある。特に直近部分の抽出結果は、事後的に改訂される可能性が高いため、変動の変化率が急激に変化している場合には、結果の解釈に留保が必要である。この際、改訂の可能性を判断する目安として、複数の時系列的手法による結果を比較することが有用である。

キーワード：基調的変動、時系列分析、X-12-ARIMA、DECOMP、
HPフィルター、フーリエ変換、Beveridge and Nelson 分解
JEL classification: C22、C52、E32

* 日本銀行金融研究所研究第1課 (E-mail: masahiro.higo@boj.or.jp,
sachiko.kuroda@boj.or.jp (新アドレス))

本論文を作成するに当たっては、北川源四郎教授(統計数理研究所)、照山博司助教授(京都大学経済研究所)、木村武(日本銀行調査統計局)の各氏から有益なコメントを頂戴した。また、本稿でのDECOMPの計算に際しては、佐藤整尚氏(統計数理研究所)のホームページを利用させて頂いたほか、使用方法について有益なアドバイスを頂いた。

目 次

1 . はじめに.....	1
2 . 基調的変動・長期的トレンド成分抽出の目的とその手法.....	4
(1) 基調的変動・長期的トレンド成分の概念と抽出の目的.....	4
(2) 時系列的手法とクロスセクション的手法.....	7
(3) 時系列的変動抽出手法の概要.....	9
3 . 抽出された基調的変動・長期的トレンド成分の特性.....	14
(1) 各種経済変数の変動特性.....	14
(2) 抽出された基調的変動・長期的トレンド成分の特性.....	17
4 . 抽出された基調的変動・長期的トレンド成分の安定性.....	23
5 . 各種変動抽出手法の評価と今後の課題.....	27
補論 1 . フーリエ変換によるスペクトル分析.....	30
補論 2 . 時系列的変動抽出手法の概要.....	33
(1) X-12-ARIMA 季節調整法を利用したヘンダーソン加重移動平均法 ...	33
(2) フーリエ変換を利用した Band-Pass フィルター.....	35
(3) Hodrick and Prescott フィルター.....	38
(4) DECOMP	40
(5) Beveridge and Nelson による分解	43
補論 3 . 時系列的変動抽出手法のソフトウェアの利用法	46
参考文献.....	47
図表.....	49

1. はじめに

経済変数の時系列データには、通常、景気循環に相当する成分や、より周期が長い長期的なトレンド成分、季節変動や短周期の不規則変動に相当する成分等が含まれている。経済分析において関心の対象となるのは、多くの場合景気循環や長期的トレンド成分であるが、経済データをそのまま直接利用した場合、分析者が必要としない成分のために、抽出したい変動成分やその特性が隠されてしまいやすい。

このような困難を回避するために、これまで様々な工夫が凝らされてきた。その代表的なものが、季節調整であり、経済時系列の変動から季節変動成分を除去することにより、経済変数の基調的な変動の傾向の把握を容易にすることを目的としている。しかしながら、原系列に季節調整を施しただけでは、観測誤差や短周期の不規則な変動を除去することができないため、経済変数の変動の傾向を正確に理解することは、依然困難である場合が多い。例えば、様々な一時的ショックが作用しているために、各観測時点ごとの不規則な変動が著しい物価指数や鉱工業生産指数などでは、季節調整済データから算出した前月比（前期比）の計数に基づいて景気循環の判断を下すことは、容易ではない¹。このため、景気変動を的確に把握するためには、何らかの手法により短周期の変動を除去して、景気循環に相当する成分を抽出することが有益であると考えられる。

一方、より長期的な経済変数間の関係を把握することを目的とする分析者にとって、必要となるのは、景気循環を超える周期をもつ「長期的トレンド成分」であり²、景気循環変動を含む短周期の成分は不要である。逆に、時系列の定常

¹ 代替策として、より変動がなだらかな前年同月（同期）比が用いられることも多いが、前年比には変動の転換点を見極めるのが難しいといった問題がある。例えば、木村[1995]では、前年比の問題点として、 当年の趨勢的変動が全く同じでも、前年の変動パターンにより前年同月比（同期比）の動きは全く異なったものとなりうること、 趨勢的変動の転換点について誤った情報を与えること、等が指摘されている。

² 経済変数の長期的トレンドの中には、後述のように「確定的な直線トレンド」や「非定常な確率的トレンド」のように、本来周期性を有さない成分も含まれているが、以下本稿では、これらの成分も「無限の周期を有する」ものと考えて、一括して「周期の長い成分」という呼び方をすることとした。なお、与えられたデータより長い周期の成分は、そもそもデータからその周期性を正しく識別出来ない可能性があることにも注意が必要であろう。

化の一手法として、この「長期的トレンド成分」を除去することにより、景気循環変動を定常な変動成分として抽出したいというニーズもある。しかし、こうした成分を原系列や季節調整済系列から直感的に得ることは不可能であるほか、長期的トレンドとして直線ないし特定の曲線を仮定することも適当ではない場合が多い。そのため、何らかの客観的な手法で、長期的トレンド成分を適切に抽出する手法が必要となっている。

こうした問題意識に応えるため、従来から、様々な統計的方法を用いて、経済時系列データから、景気循環に相当する成分や、より長期的なトレンド成分を抽出する手法が多数考案・実用化されてきた。その手法を類別すると、時系列データ自体の特性を用いて変動を抽出する手法と、対象となる経済変数をより細かい構成成分にブレイクダウンしたクロスセクション方向のデータを利用して、その構成成分から「景気循環」ないし「長期的トレンド」に相当する成分のみを取り出す手法の2つが考えられる。

実際の分析においては、このうち時系列データ自体の特性を用いる抽出手法が数多く考案され、利用されている。これは、以下のようなメリットがあるためである。その一つは、抽出の際に追加的にデータが不要なことである。クロスセクション方向のデータを利用する抽出手法では、データの各構成成分（物価指数の例で言えば、指数構成品目）のデータを収集し、処理することが必要である。これは実務上負担が大きいうえ、必要な構成成分のデータを得ることができない場合も少なくない。第二に、時系列的抽出手法の場合、各構成成分の変動の性質に一定の仮定を設ける必要はないことである。例えば、クロスセクション方向のデータを用いた分析では、各構成成分の変動パターンを明示する必要はあるが、このためには、追加的な分析が必要となる場合が多い。

無論、時系列的手法にも、いくつかのデメリットが存在する。その一つは、抽出期間を変えた場合に、抽出された成分が変化する可能性が少なくないことである。時系列的手法が、データの特性を把握して変動を「ならず」という操作をするものである以上、新たなデータが追加されることにより、特に直近部分の抽出成分が変化するのを避けることはできない。また、変動の時系列的性質に着目する分析であるため、抽出成分に何ら経済理論上の裏付けが存在しないことも確かである。

本稿は、こうした問題意識の下に、一般に用いられることの多い5種類の時

系列的手法（X-12-ARIMA を利用したヘンダーソン移動平均法、フーリエ変換を利用した Band-Pass フィルター、Hodrick and Prescott[1980]が提案したフィルター〈HP フィルター〉、DECOMP、Beveridge and Nelson の分解法）を用いて、代表的な経済変数である、物価（消費者物価指数）、マネー（M2+CD）、実質生産（鉱工業生産指数）の変動から、「基調的変動成分」や「長期的トレンド成分」を抽出し、その特性や安定性の比較を試みたものである。ここで、「基調的変動成分」とは、景気循環に相当する変動成分と長期的トレンド成分を併せたものと定義する。これは通常、原系列から季節変動や短周期の不規則な変動、測定誤差を除いた成分で、経済の基調的、ないし趨勢的な動きを示すものと理解される。これからさらに、景気循環に相当する成分を除去し、より長周期の成分のみを抽出したものが「長期的トレンド成分」である。言うまでもなく、概念的には、両成分の差が「景気循環成分」に相当するが、景気循環成分のみを明確に分離して抽出し得る手法は見当たらなかったため、こうした定義を採用することとした。

本稿の分析から得られた主な結果を要約すると、以下の通りである。X-12-ARIMA を利用したヘンダーソン移動平均法、フーリエ変換を利用した Band-Pass フィルター、DECOMP は、各々周期 1 年半程度以上の成分を比較的明確に取り出すことができるため、上述の「基調的変動成分(長期的トレンド+景気循環)」を抽出し、経済の基調的・趨勢的な動向を分析するための手法として有用と考えられる。但し、これらの手法を用いて、基調的変動成分をさらに長期的トレンドと景気循環に分解することは困難である。一方、長期的トレンド成分のみを抽出する手法としては、HP フィルターが最もこれに近い特性を有しているが、景気循環に相当する短周期の成分もある程度混入するという欠点もある。

さらに、データ系列が追加され、推定期間が変化すると、抽出される成分が変化するという時系列的抽出手法の問題点をチェックするため、上記の分析では「基調的変動」を抽出するのに適していると考えられた、ヘンダーソン加重移動平均、Band-Pass フィルター、DECOMP の 3 つの手法について、抽出成分の安定性分析を行った。その結果によると、変動パターンが急激に変化している場合には、どの手法を用いても、直近の 1 年程度についてはデータが追加されると事後的に抽出成分が改訂される可能性が高くなっており、結果の解釈に注意が必要である。ただ、こうした場合、複数の時系列的手法を適用して抽出結果を比較すると、直近部分の抽出結果に大きな違いが存在する場合が多いことから、こうした違いを見ることにより、データが追加されることによる将来の

改訂リスクの大小をある程度予測できると考えられる。

これらを纏めると、次のような結論が導かれる。即ち、時系列的変動抽出手法は、客観的かつ平易な取り扱いが可能であるという利点がある一方、抽出成分にどのような意味があるか解明することが困難であるほか、抽出結果の安定性に問題がある場合がある。このため、複数変数相互間やクロスセクション方向の分析、ないしは理論面のサポートを通じて、その抽出成分の特性を把握することが必要となることもある。このように、一定の限界があることを理解しつつ、時系列変動抽出手法を活用していけば、経済分析に相当の有用性をもたらすものと考えられる。

本稿の構成は、概要以下のとおりである。まず、第2節では、抽出手法について整理する。基調的変動成分・長期的トレンド成分を抽出する手法は、時系列データを用いる手法のほか、クロスセクションデータを用いる手法があるが、その両者の特性を説明したのち、今回用いる時系列的変動抽出法について概要を述べる。次いで、第3節では、分析対象とする経済変数の性質について分析した後、抽出された変動成分について、グラフやスペクトル分析を用いて検討を行う。第4節では、抽出する期間を変えた場合の抽出結果の安定性について、特に直近部分の変動の信頼性について分析する。第5節では、各種変動抽出手法の特性や安定性について評価を行う。第6節では、以上の分析結果を総括し、今後の課題について述べる。

2. 基調的変動・長期的トレンド成分抽出の目的と手法

(1) 基調的変動・長期的トレンド成分の概念と抽出の目的

経済変数は、様々な要因により変動する。外部から与えられるショックによる場合もあれば、経済変数相互間の作用により内生的に変動が生じている場合もある。また、これらが絡み合って複雑な変動を形成していると考えられる場合も少なくない。経済変動が生じるメカニズムを分析するには、変動全体を一括して捉えるのではなく、変動をいくつかに分けて、それぞれに特定の変動要因を考えることが有益な場合が多い。本稿では、変動を構成する成分の周期

の長さの大小に着目して、変動を分解することとする。

周期の大小に着目した変動の分解にはいくつかの利点がある。その一つは、一定の前提の下で、経済変数の変動から、季節変動や測定誤差等の短周期の不規則変動を容易に分離・除去できることである。経済分析上は、こうした変動を分離・除去して、景気循環や長期トレンド等、本来関心の対象となる主要な変動を捉えることが極めて重要であるが、この種の不規則変動は、変動の周期に着目しない限り、抽出・除去が通常困難である。また、周期に着目することにより、変動のタイムスケールを把握できることも利点である。経済変動がどのようなインパクトをもつかは、その変動の大きさのほかに、どの程度の期間、持続するかという点に大きく左右されている。周期に着目する分析は、こうした面で有益な知見をもたらす。

無論、一方で周期に着目した変動抽出には、一定の限界が存在するのも確かである。例えば、単発の一時的なショックが比較的長期間にわたり効果をもつ場合が、現実の経済変動ではしばしば生じている。70年代に2回にわたり生じた石油ショックは、変化率としては単発のショックであったが、期待インフレ率を大きく高め、その後、かなりの期間にわたって、各国のインフレ率の高止まりを招いた。また、設備投資モデルの中には、単発の技術ショックが、企業のキャッシュフローの改善を通じて、かなり長期にわたって、投資と生産を押し上げる効果をもつという知見を得られているものがある³。このように、短周期の変動とより長い周期の変動が相互に関連しあっている場合⁴には、周期に着目した抽出を行うと、原因と結果のいずれかに相当する変動成分を見逃してしまう可能性があることには、注意が必要である。

本稿では、経済変数の変動をその周期により、「長期的トレンド成分」、「景気循環成分」、「短周期成分」の3つに大きく分解して、議論を進める。

$$\text{（変数の変動）} = \text{（長期的トレンド成分）} + \text{（景気循環成分）} + \text{（短周期成分）}$$

このうち、「景気循環成分」とは、数年程度を周期とする景気循環に従う成分

³ こうしたモデルの例としては、Kiyotaki and Moore[1995]などがある。また、斉藤[1996]の第4章が設備投資に関する論点を簡潔にまとめている。

⁴ 多くの分析において除去されることの多い季節変動が、景気循環変動などと相互関連をもっている可能性があるとの指摘もある。例えば、GhyseIs[1988]、Miron[1996]を参照。

を、「短周期成分」は、景気循環成分よりも短い周期成分をもつ変動で、季節変動成分や測定誤差などの一時的な不規則成分を指すものと定義する。また、「長期的トレンド成分」には、こうした景気循環成分や短周期成分では説明できない、より長い周期をもつ成分や、周期性を有さない確定的トレンド、非定常の確率的トレンド成分が含まれるものとする。日本の過去の景気循環変動をみると、その周期はかなりの幅があるため、各々の成分を区分するしきい値となる周期を指定することは容易ではないが、本稿では、周期1年ないし1年6ヶ月以下の周期の成分を「短周期成分」、周期5年ないし6年以上の周期成分を「長期的トレンド成分」とみなし、その両者に挟まれた周期をもつ成分を「景気循環成分」と考える。

尤も、第1節でも述べたように、現実に行われる各種の経済分析においては、経済時系列を上記3つの成分に完全に分解するよりも、以下の2つのカテゴリーのいずれかが用いられる場合が多い。

- ・測定誤差や小規模なショック、季節変動に起因するごく短期間の変動を除去して、趨勢的な変動を抽出するもの。1節の定義に従うと「基調的変動成分」（上式で言えば、長期的トレンド成分+景気循環成分）を取り出すことに相当。
- ・短周期の不規則成分に加え、景気循環成分も除去して、より長期にわたって安定的なトレンドを得ようとするもの。上記の分類では「長期的トレンド成分」のみを抽出することに相当。

具体的には、例えば、一時的な成分を除去して景気変動成分をより明瞭な形で捉えることで、景気変動の把握や短期の経済予測に役立てようとする場合や、測定誤差等の不規則変動や季節変動を除いた変動成分を利用して、中期的な経済変数間の相互関係を把握することを目的とする場合には、前者が用いられることが多い。この場合、本来は景気循環成分のみを独立に（長期的トレンドから分離して）抽出することがより望ましいとみられるが、以下でみるように、こうした明確な分離を行う手法が必ずしも見出し難いことから、両者を一括して抽出した上で、便宜的に階差を取って循環成分を得ることが、しばしば行われるものとみられる。

一方、景気循環に左右されない経済の長期的変動パスや、変数間の長期的な

相互関係を分析することが主たる関心事の場合には、後者が用いられることが多い。例えば、GDP データから得られる長期的トレンドを均衡 GDP（潜在的 GDP）と考え、長期的トレンドと GDP の実績値との乖離を GDP ギャップとみなすという手法は広く用いられている⁵。また、逆に時系列から景気循環成分など短周期の成分のみを抽出して、定常な時系列を得るために、長期的トレンドを求めて時系列から除去する操作も考えられるが、実際にこうした形で用い得るような安定的な長期的トレンド成分を抽出する手法は、必ずしも得られていない。このほか、経済変動が生じる原因を解明するため、変動を長期的なトレンドとその他の成分とに分離することにより、経済変数に加えられる様々な種類のショックを識別しようとするアプローチも存在する⁶。

（２）時系列的手法とクロスセクション的手法

経済時系列から基調的変動成分や長期的トレンド成分を抽出する手法は、大きく分類して、クロスセクションデータに適用する手法と時系列データに適用する手法の２つに分けることができる。

このうち、クロスセクションデータに適用する手法は、経済変数をいくつかの構成成分に分解し、各構成成分の変動の違いに着目することにより、基調的変動か一時的変動か区別する手法である。例えば、白塚[1997]による異常値修正指標では、消費者物価指数（CPI）に対して、各構成品目ごとの変動率を求め、各時点において価格変動が著しく大きい品目の影響を控除した変動率を算出している。ここでは、CPI 全体の変動とは著しく異なる変動をもつ品目の変動は、時系列的にみても一時的なものであり、『基調的な物価変動』⁷を示していない

⁵ こうした分析事例としては、例えば、Haltmaier[1996]参照。

⁶ これらのアプローチでは、変動を生じさせるショックを恒常的なショックと一時的なショックとに識別するのが一般的である。いわゆるリアル・ビジネスサイクルの議論では、恒常的なショックを技術進歩等による供給面のショック、一時的なショックを財政金融政策等に起因する需要面のショックと仮定して、経済変動の要因を分析することが広く行われている。こうしたショックの識別手法としては、単変数の時系列に適用する手法と複数の時系列に同時に適用する手法があるが、今回の分析では、単変数に適用する手法（後述、Beveridge and Nelson[1981]の分解）のみを取り上げている。なお、複数の時系列に適用する手法としては、例えば、Blanchard and Quah[1989]の手法がある。

⁷ 白塚[1997]による基調的変動は、周期成分について何らの制約を課していないので、本稿における基調的変動成分（長期的トレンド成分＋景気循環成分）とは、必ずしも一致しない成分である点に注意。

と仮定していることになる。

一方、時系列データに適用する手法は、経済変数の時系列データ自体の特性から、基調的変動や長期的トレンドとその他の変動に関する情報を引き出し、分解する手法であり、抽出する際に用いる基本的な考え方の違いにより、以下の2つの種類に大きく分けることが可能である。

一つは、時系列変動の周期成分や変動の滑らかさに着目し、分析者が一定の周期成分を指定して、除去・抽出を行うことにより、基調的変動成分と一時的変動成分を分解する手法である。見方を変えると、変動から滑らかな成分を取り出してこれを基調的変動（ないしは長期的トレンド）成分とみなし、残りを一時的な変動とすることに相当する。この考え方をを用いたものに、時系列に移動平均を施して変動をならし、長周期の成分のみを残す移動平均型フィルターや、周期別のパワースペクトルを利用して、一定の周期成分のみを抽出する Band Pass フィルター⁸が存在する。また、トレンドの滑らかさを示すパラメータを分析者が指定することにより、トレンドを算出する Hodrick and Prescott[1980]が提案したフィルター（HP フィルター）も、これに分類することができる。

一方、抽出成分の構成を決める周期などパラメータを分析者が指定するのではなく、基調的変動成分と一時的変動成分を明示的に含む時系列モデルを仮定して、AIC など客観的な基準に従って、最も当てはまりのよい基調的変動成分を内生的に求めるモデル依存型の抽出法がある。その最も簡単な手法は、基調的な変動として、直線ないし曲線の確定的トレンドを仮定し、そのトレンドに沿った成分を基調的な変動、残差を一時的な変動とするものである⁹。このほか、変動を基調的変動成分を表現する確率的トレンド成分とそれ以外の一時的変動成分に分解する Beveridge and Nelson[1981]による手法や、確率的トレンド成分、定常 AR 成分、季節変動成分、ホワイトノイズ成分などを明示的に取り込んだモデルを仮定し、状態空間モデルを用いて最適な推定値を求める DECOMP などがある。

⁸ 一定の周期のスペクトル成分だけを抽出して利用することは、工学関係の分析ではごく一般的に行われているが、こうした分析法には特別の名称があるわけではない。本稿では、他の手法と区別する目的で、この手法を Band-Pass フィルターと呼ぶこととする。

⁹ この手法の難点は、確定的トレンドの選択が恣意的となり、その選択によって、分解される成分の結果が大きく異なることである。特に、時系列に確率的トレンドを含む場合には、確率的トレンドを短期の循環変動として分解してしまう点が問題点として指摘されている。

(3) 時系列的変動抽出手法の概要

本稿の分析では、以下の5つの時系列的手法を用いて基調的な変動を抽出する。これらは、いずれも分析用のソフトウェアが比較的容易に利用出来ること等から、実際の経済分析においてしばしば用いられているものである。上述のように、これらのうち、X-12-ARIMA 季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法、フーリエ変換¹⁰を利用した Band-Pass フィルター、HP フィルターの3つの手法が、分析者が抽出する周期成分(変動の滑らかさ)を指定する抽出法であり、DECOMP および Beveridge and Nelson 分解法が、モデルが抽出する成分の構成を内生的に決定するモデル依存型の抽出法である。これらの手法について、簡潔に説明する(詳細については、補論2を参照)。

a. X-12-ARIMA 季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法

X-12-ARIMA 季節調整プログラムは、移動平均を用いた季節調整プログラムであり、季節調整の過程で、短期間の周期をもつ不規則変動成分を原系列から除去し、趨勢循環成分を得ることができる。具体的には、原系列が、趨勢循環変動成分(TC_t)、季節変動成分(S_t)、曜日変動成分(D_t)、不規則変動成分(I_t)の4成分に分解できると仮定する(添字の t は時間を示す、以下同じ)。このうち、この趨勢循環成分(TC_t)が、本稿で定義した「基調的な変動成分」に対応するものと考えられる(「長期的トレンド成分」のみを抽出することは出来ない)。各構成成分は、以下のプロセスを繰り返すことにより算出する。

- 1) 原系列の12ヶ月移動平均をとり、 S_t と I_t を均し、暫定的な TC_t を算出。
- 2) 原系列から暫定的な TC_t を除去し、暫定的な S_t+I_t を算出。
- 3) 暫定的な S_t+I_t を、数年間分加重平均して I_t を均し、暫定的な S_t を算出。
- 4) 原系列から暫定的な S_t を控除し、 TC_t+I_t を算出。
- 5) 4)の系列を、ヘンダーソン加重移動平均法により、移動平均をとって、 I_t を均し、修正された TC_t を算出。
- 6) 2)~5)を繰り返し、最終的な3成分(TC_t 、 S_t 、 I_t)を算出。

¹⁰ フーリエ変換については補論1参照。

ヘンダーソン加重移動平均の項数により、取り出される趨勢循環成分の周期が異なるが、月次データでは、9 項、13 項、23 項のいずれかが用いられることが多い。また、直近のデータに対して中心移動平均を施すために、ARIMA モデルによる予測値を時系列に追加している。このため、直近部分の趨勢循環成分の確からしさは、この予測値の精度に依存している。

b. フーリエ変換を利用した Band-Pass フィルター

Band-Pass フィルターは、分析者が指定した一定の周期帯の成分だけを取り出すフィルターの総称であり、様々な手法のフィルターが考えられるが、ここでは、フーリエ変換を利用した手法を用いる。具体的には以下の手順により行う。

- 1) フーリエ変換により周波数ごとのスペクトル成分を求める
- 2) 必要な周期に相当するスペクトル成分はそのままとし、それ以外の成分をゼロに置き換える。
- 3) 新しいスペクトル成分系列に逆フーリエ変換を施して、時系列を復元する。

1 年以下の周期を除去すれば、季節変動成分も一緒に除去されるので、事前に季節調整を施す必要がないのが利点である。本稿では、一定周期以下の短周期成分を除去することにより、「基調的変動成分（長期的トレンド成分 + 景気循環成分）」を抽出する。なお、本手法では、分解の対象となる時系列が定常であることが前提となるため、データは予め階差をとった後にフーリエ変換を施すこととした¹¹。

¹¹ フーリエ表現は定常性を前提としていることから、非定常な時系列に対しては適用できないと考えられる。もし、非定常な系列にフーリエ変換を施すと、実際には非定常な成分が長周期のスペクトル成分として推定され、これらの成分のパワースペクトルは非常に大きな値となる。しかも、フーリエ変換で推定されるスペクトルは一致推定量ではないため、この長周期の成分の誤差は、データ数を増加させても必ずしも縮小しない。そのため、スペクトル分布がなだらかになるように、定常になるまで繰り返し階差をとることが望ましい。一方、2 階以上の階差をとると、Band-Pass フィルターをかけた後、各時系列の変化率（1 階階差）を復元することができなくなる。今回、対象とする時系列には、M2+CD のように 2 階の階差をとらないと定常とならないものもあるが、こうした得失を考慮し、本稿では、階差を 1 階としている。なお、階差をとることによりトレンドに相当する成分の情報が失われていることを考えると、非常に長い周期をもつ長期のトレンド成分のみを抽出するのは避けた方がよいと思われる。

c. Hodrick and Prescott フィルター (HP フィルター)

時系列データから、「一定の滑らかさ」を保ちながら実績値を追うようなトレンド成分を取り出すことを意図したフィルターである。具体的には、時系列が成長成分 (g_t) と循環成分 (c_t) の2つの成分から構成されると仮定し、以下の式のように、全期間を通して、「循環成分 (時系列と成長成分の差) の2乗の総和」と「成長成分の2階階差の2乗の総和」との加重和が、最小とするような g_t を算出する。

$$\text{MIN}_{\{g_t\}_{t=1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\}$$

↑ 「循環成分の2乗の総和」
↑ 「成長成分2階階差の2乗の総和」

λ は調整パラメータであり、トレードオフの関係にある2つの項に重みをつけている。 λ が大きいほどより滑らかになり直線に近づいていき、逆に λ が小さいほど、実際の変動に近いトレンドを描くので、その値により、分離されたそれぞれの成分に含まれる周期が異なる。抽出の際には、このパラメータを分析者が指定することが必要となるが、一般的には、景気循環よりも長周期の「長期的トレンド成分」を取り出すことを意図して、四半期データに対しては $\lambda = 1600$ が、月次データには $\lambda = 14400$ が使われる。

d. DECOMP

DECOMP は、Kitagawa and Gersch[1984]、北川[1986]などで紹介されている状態空間モデルを用いる季節調整プログラムである。具体的には、時系列を5つの成分、トレンド成分 (T_t)、定常 AR 成分 (V_t)、季節変動成分 (S_t)、曜日効果成分 (D_t)、ホワイトノイズ (ε_t) に分解できると仮定する。ここで、トレンド成分 (T_t) は、以下の m 階の確率差分方程式

$$(1 - B)^m T_t = v_{1t} \quad \text{ただし、} v_{1t} \sim N(0, \tau_1^2)$$

(B は、 $BT_t = T_{t-1}$ で定義されるラグオペレータ)

に従っているものとする。DECOMPでは、以上の確率的関係式を状態空間モデルに表現し、情報行列平方根フィルター¹²を用いて、成分を推計する。この際、トレンド成分が滑らかであるという事前情報は生かしているが、その滑らかさの度合いを示すパラメータ(具体的には、確率差分方程式の階差の階数など)を分析者が恣意的に与えずに、確率モデルの仮定に沿って推計し、モデルの当てはまりの良さを示す情報量規準(AIC)が最も小さくなるように各種のパラメータを決定し、その推計結果を採用することに特徴がある¹³。

推計されたトレンド成分は、ドリフト項のない $I(m)$ (ただし $m \geq 1$ なる整数)であることから、理論的には、本稿で定義する「長期的トレンド成分」に該当すると考えられる。しかし、DECOMPは、AR成分などを含むモデル全体の当てはまりのよさをAICで評価することにより、最適なモデルを選択することから、結果的にトレンド成分が、より短周期の景気循環に相当する変動も含む「基調的変動成分」になる可能性もあり、そのいずれかは事前には明らかではない。

e. Beveridge and Nelson[1981]による分解

この手法は、時系列が確定的トレンドと確率的トレンドの両方を含む場合に、両者のトレンドによって説明できる部分(現時点で将来の予測に影響を与える部分)を恒常的変動成分、残差部分を一時的変動部分と考えて、原系列を分解する手法である。具体的には、まず時系列をARIMAモデルで表現し、このARIMA表現をMA()表現に書き換える。次に、このMA()表現を用いて、 t 期における $t+s$ 期の期待値(将来の予測)を表すと、以下のようになる。

¹² 情報行列平方根フィルターは、時系列の平滑化分布を求めるカルマンフィルターのアルゴリズムにおいて、分散共分散行列の代わりに、その逆行列の平方根分解を利用するものである。これは、季節調整モデルのように非定常成分を含む場合に生じうる数値的不安定性を解消することを目的としている。この点について、詳しくは北川[1997]参照。

¹³ DECOMPにおいて選択されたモデルの当てはまりのよさを、AICで評価する考え方自体は、HPフィルターにおいて損失関数を最小化する考え方と同一である。この両者の違いは、モデルに必要なパラメータを内生的に決めているかどうかにかかっている。すなわち、DECOMPではAICの大小によりパラメータの選択を客観的に決めることができるのに対し、HPフィルターでは、分析者が恣意的に決定する必要がある点が異なる。詳しくは、石黒[1986]参照。

$$E_t p_{t+s} = a_0 s + p_t + \left(\sum_{i=1}^s \beta_i \right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{s+1} \beta_i \right) \varepsilon_{t-1} + \left(\sum_{i=3}^{s+2} \beta_i \right) \varepsilon_{t-2} + \dots$$

(p は対象となる時系列、 a_0 は定数項、 ε は確率項、添字は時間を示す。)

この時、 $p_t + \left(\sum_{i=1}^s \beta_i \right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{s+1} \beta_i \right) \varepsilon_{t-1} + \left(\sum_{i=3}^{s+2} \beta_i \right) \varepsilon_{t-2} + \dots$ (ただし s) は、 t 期

までに生じた変動部分のうち、将来の予測値に影響を与える項であることから、これを t 期における「恒常的変動部分」(μ_t) と考える。「一時的変動成分」は、現在時点の値から「恒常的変動成分」を差し引いた残りの値となる。概念的には、この恒常的変動成分が $I(1)$ 過程となることから、本稿で定義する「長期的トレンド成分」に対応することとなる。

3. 抽出された基調的変動・長期的トレンド成分の特性

(1) 各種経済変数の変動特性

本稿では、消費者物価指数（全国・総合<以下 CPI>）、マネーサプライ（以下 M2+CD）、鉱工業生産指数（同 IIP）の3つの月次データを分析対象とする¹⁴。なお、分析期間は、第1次石油ショックに伴う大きな変動が収束した1976年1月から97年3月までとした。まず、グラフや自己相関、スペクトル分析、定常性検定を用いて、3つの時系列の変動特性を把握する¹⁵。

a. グラフ・自己相関

最初に、グラフにより変動の様子を比較する。対数値グラフをみると、いずれも上方トレンドをもった変動である（図表1）。これらの変数は確定的ないしは確率的トレンドをもっていると考えることができる。次に、このトレンドを控除するために、対数階差をとったグラフをみる（図表2）と、どの変数も短い周期の変動を多く含んでいるのが目立つ。階差の標準偏差（図表3）は、IIPがかなり大きく、変動はvolatileであるが、CPI、M2+CDのそれは小さい¹⁶。また、CPIとIIPの階差については、明確なトレンドを見出すことはできないが、M2+CDの階差は、90年前後に大きなトレンドの下方シフトが生じている。

さらに、自己相関を計算して変動の滑らかさをみってみる。まず、対数レベルの自己相関（図表4）は、ラグが大きくなっても大きな値を維持している。これは、各変数が（平均値回りの）定常ではないことを示す。さらに、対数階差の

¹⁴ IIPは製造業のみの生産指数であり、カバレッジの点で問題があるうえ、日本においては、GDPに占める製造業比率の趨勢的な低下傾向から、その変動は経済全体の生産動向を示す代表性に乏しいとも考えられる。しかしながら、今回の分析では、データを月次系列に揃えるため、IIPを採用することとした。ちなみに、本稿の分析をGDPの四半期データに適用したところ、スペクトル分布の特徴、定常性検定の結果（I(1)）ともIIPと同一の性質を示した。そうした点から判断すると、両者の違いは大局的には伸び率の水準の違いにとどまると考えられる。

¹⁵ 3節(1)に限り、変動の特性を捉えやすくするため、X-12-ARIMA季節調整プログラムで季節変動を除去した系列に対して分析を行う。

¹⁶ 本稿の結果では、M2+CDについては変化率にトレンドがある可能性を否定できない。このようなケースでは、平均値周りの分散により変動の激しさを比較するのは適切ではない。ここでは、一定の目安として、分散を算出したものであり、変動度合いを判断するためには、他の手段によるチェックが必要である。

自己相関をみると、IIP と CPI はラグが大きくなると、早いペースで相関係数が小さくなる一方で、M2+CD はラグが大きくなっても、相関係数が比較的大きな値を保っている（図表 5）。これは、CPI と IIP は短周期の変動を多く含んでいる一方、M2+CD は比較的滑らかであるためと解釈できる。

b. スペクトル分析（手法の詳細については補論 1 参照）

変動の周期構成をみるために、時系列の対数 1 階階差にフーリエ変換を施して、パワースペクトルの分布を求める。ここで、1 階階差をとるのは、スペクトルを求めるには定常化することが必要であるためである。2 階以上の階差をとらないと定常化しない変数も存在する可能性があるが、仮に 2 階階差をとった場合、関心の対象である経済変数の変化率の情報が失われてしまうという問題がある。こうした得失を勘案して、以下、本稿では 1 階階差の周期構成に着目する。その結果による（図表 6）と、M2+CD については、周期が長い（周波数が小さい）長期的トレンド成分の寄与が大きく、周期が短い（周波数が長い）成分の寄与が小さい。IIP は、長周期の成分だけでなく短周期の寄与も大きくなっており、volatile な変動であることを裏付ける。一方、CPI は、トレンドに相当する長周期の成分は他の 2 変数に比べてやや小さく、短周期の成分は、IIP ほどではないが比較的大きくなっている。

以上の結果を総合すると、CPI、M2+CD、IIP の 3 つの変数ともトレンドをもつ変数であり、そのうち M2+CD については 1 階階差値がさらにトレンドを有する可能性が示唆される。また volatile な短周期変動の寄与は、IIP が大きく、次いで CPI が大きく、M2+CD は、他の 2 変数と比べると比較的長周期成分が強くなっている。

c. 定常性検定

データを用いて経済分析を行う場合には、対象となる時系列が、定常か、非定常かとの判断は、得られた結果の解釈にも影響を及ぼす可能性があるため、定常性の検定を行う。具体的には、単位根検定の一種である ADF (Augmented Dickey-Fuller) テストを用いることとする。

$$\Delta P_t = \gamma P_{t-1} + \sum_{i=2}^n \beta_i \Delta P_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\Delta P_t = \alpha_0 + \gamma P_{t-1} + \sum_{i=2}^n \beta_i \Delta P_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$\Delta P_t = \alpha_0 + \gamma P_{t-1} + \alpha_1 t + \sum_{i=2}^n \beta_i \Delta P_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

ここで、(1)式は純粋なランダムウォークモデル、(2)式はドリフト項(α_0)を加えたもの、(3)式は、(2)式にさらに線形のタイムトレンド($\alpha_1 t$)を加えたものである(但し、 P は原系列、 Δ はその1階階差、添字 t は時間、 ε は誤差項を示す)。ADFテストは、以上の(1)~(3)式を推計し、各式の「 γ 」が有意にゼロと異ならないと判断された場合には、その式においてその原系列は、単位根を有していると考え、反対に「 γ 」が有意にゼロと異なれば(すなわち、「 $\gamma < 0$ 」)、その原系列は定常過程に従っているとみなす検定法である¹⁷。図表7は、本稿の分析で使用する月次時系列(CPI、M2+CD、IIP<季節調整済系列を用いた¹⁸>)について、それぞれADFテストを行った結果である。それによると、CPIはトレンド定常であること、M2+CDは、I(2)(ドリフト項、トレンドともになし)、IIPはドリフト項付きの単位根過程に従いI(1)となった¹⁹。

¹⁷ ADFテストは、上記3式に最小自乗法を適用するだけの簡便な方法であるため、単位根検定では、最も利用されている手法の一つである。しかしながら、同手法は、真の根が1に近い(near unit root)場合、検定の検出力(すなわち、帰無仮説が誤っているときに正しく棄却する確率)が低い、との問題点がある。

¹⁸ 今回の定常性検定では、(1)~(3)のモデルの同定が容易になるように、X-12-ARIMAによる季節調整済データを用いて検定を行った。しかし、Ghysels and Perron[1993]では、季節調整済データを用いた検定では、係数の推定値にバイアスが生じるため、検定の検出力が低下する(単位根がない場合に、誤って単位根があると結論してしまうケースが増加する)可能性があることが指摘されており、本稿での検定結果は一定の幅をもってみるべきであろう。

¹⁹ この検定では、ドリフト項およびトレンドに変化がないことを前提に検定を行っている。そのため、推定期間中に構造変化がある場合は、得られる結果が変わる可能性が考えられる(我が国のデータを使った分析事例は、副島[1995]参照)。この点を考慮して、M2+CDについて数カ所のブレイクポイントを想定し、期間を分割して再検定を試みた。その結果によると、1990年までのデータでの検定ではI(1)過程と、第2次石油ショック以降の1982年~1997年のデータではI(0)過程と、判断される。このように、時系列の性質は一定の幅を持って解釈する必要がある。

(2) 抽出された各種基調的変動・長期的トレンド成分の特性

次に、2 節の (3) で紹介した 5 種類の変動抽出手法を各変数に適用して、その抽出結果を比較する。同時に、(1) で得られた各変数の時系列的特性が抽出結果に影響を与えるかどうかについても検討する。なお、以下の分析では、特に断らない限り季節調整を施していない原系列を用いている。なお、周期構成の比較の際には、3 節 (1) に述べた事情から、1 階階差をとった値に対してスペクトル分析を行う。

a. X-12-ARIMA 季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法

X-12-ARIMA 季節調整プログラムにおいては、基調的変動成分 (趨勢循環成分) を求める際に用いるヘンダーソン加重移動平均の項数は、月次データの場合、9 項、13 項、23 項から自動選択される。しかし、以下で示すように、各々の項数の移動平均から抽出される成分の性質は、かなり異なる。

CPI についてグラフでみると、23 項移動平均の場合にはかなり滑らかな変動となっているが、9 項、13 項移動平均のケースでは、周期数ヶ月から 1 年弱程度の短周期の循環変動が残存している (図表 8)。この点を、対数階差のスペクトル分析によりみってみる (図表 9(2)) と、23 項移動平均が周期 1 年程度を境界にして、それより長周期の成分をほぼ全部残す一方、短周期の成分をほぼ完全に除去している様子が見える。このように、基調的変動を抽出するには、23 項移動平均が優れている。他方、9 項、13 項移動平均については、クリアカットな周期の抽出はできないほか、各々、6 ないし 8 ヶ月程度の短周期成分が残存している。この傾向は、M2+CD、IIP でも同様であり、23 項移動平均が、1 年以上の周期を抽出して、滑らかな変動となっている一方で、9、13 項移動平均は、より短期の変動の影響を強く受けている (図表 10、11)。

さらに、各変数の周期成分の抽出度合いについて、透過率²⁰により比較する (図

²⁰ 透過率とは、フィルターをかけた場合に抽出される成分の大きさと、フィルターをかける前の成分の大きさを、各周期ごとに比較した指標である。ヘンダーソン加重移動平均のケースでは、X-12-ARIMA で季節調整した系列にさらに加重移動平均をかけて趨勢循環成分を求めているため、透過率を (趨勢循環成分のパワースペクトル) / (季節調整系列のパワースペクトル) の平方根で算出する。

表 12)。趨勢循環成分の透過率が 50%を下回る周期は、23 項移動平均の場合では、CPI と M2+CD では 12 ヶ月であるが、IIP ではやや長めの 14 ヶ月となっている。9 項、13 項移動平均の場合でも同様であり、IIP については、9 項の場合で 7 ヶ月、13 項で 12 ヶ月と、CPI や M2+CD よりも長い。このように、対象とする時系列により周期成分の構成には若干の違いが生じている。もっとも、グラフでみる限り、今回の事例では、実用上は特段支障がないと考えられる。必要としている周期がどの程度かにより評価は異なるが、1 年以上の周期成分に関心が強い景気循環の分析においては、23 項移動平均が適切であると考えられる²¹。

b. フーリエ変換を利用した Band-Pass フィルター

Band-Pass フィルターは、フーリエ、逆フーリエ変換を利用することにより、指定した周期成分を抽出する手法であり、特定の周期成分を取り出すという観点からは、優れたフィルターである。CPI の対数値階差データに施した場合をみとみる（図表 13-1）。周期 6 ヶ月や 1 年以上の成分を抽出した場合は、季節成分が残っていることもあって、短周期の変動成分が目立つ。1 年 6 ヶ月以上の成分のみを抽出した場合は、季節変動が消え、基調的変動に相当する滑らかな変動を抽出できる²²。このように、同手法は時系列に季節調整を施すことなく、基調的変動を直接取り出すことができる。さらに、分析する時系列データの長さやスペクトルの推計誤差に制約されるが、一定の範囲で長周期の成分のみを抽出することも可能である。

しかしながら、抽出された基調的変動のグラフをみると、データ始期と直近部分においては、抽出前の系列（ここでは季節調整済系列と比較）と抽出された基調的変動が大きく乖離する傾向がみられ、変動を「ならず」機能を果たしていない。これは以下の理由によると考えられる。Band-Pass フィルターにおいては、抽出対象となる時系列は、以下の式に示すフーリエ表現²³で表現されている。フーリエ表現は、時系列を抽出期間を周期とする周期関数で表現するため、

²¹ 本稿では、自動選択で選択される可能性がある 9、13、23 項の 3 つのケースの比較にとどめ、その範囲では、23 項移動平均が景気循環の判断には相対的に優位であると結論づけている。しかし、X-12-ARIMA ではオプションにより、あらゆる奇数の項数が指定可能であることから、23 項よりもさらにパフォーマンスに優れた移動平均項数が存在する可能性もある。

²² Band-Pass フィルターを M2+CD、IIP に適用した場合でも同様である（前掲図表 13-2、3）。

²³ フーリエ変換については補論 1 参照。

時系列の始期と終期では、フーリエ表現の値は必ず一致する必要がある（式で見ると、これらの両点では、サイン関数 $\sin \lambda_j t$ がゼロ、コサイン関数 $\cos \lambda_j t$ が 1 となるため、コサイン関数 $\cos \lambda_j t$ の係数（ β_j ）の和のみで構成される。その結果、フーリエ表現の値は一致する）。しかし、図表 13 でもわかるとおり、抽出対象となる時系列の始期と終期の値（対数階差の値）は一般的には異なるため、フーリエ表現では、始期と終期の原系列の値の中間の値になるように各係数が決定されることになる。そのため、時系列の始期と終期の部分では、抽出された時系列は、原系列と大きく乖離してしまうことになる。

$$p_t = T^{-1/2} \left\{ \alpha_0 + \sqrt{2} \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cos \lambda_j t + \beta_j \sin \lambda_j t) \right\} \quad (\text{T が奇数の時})$$

$$p_t = T^{-1/2} \left\{ \alpha_0 + \sqrt{2} \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cos \lambda_j t + \beta_j \sin \lambda_j t) + \alpha_{n+1} (-1)^t \right\} \quad (\text{T が偶数の時})$$

実際、CPI に Band-Pass フィルターを適用した場合に、前述の様に基調的変動成分と原系列に大幅な乖離が生ずる範囲をグラフから大まかにみると、抽出周期成分が 1.5 年以上のときには、最初と最後の 6 ヶ月分、3 年以上の場合は同 1 年分が不適切な推定となっている。なお、この点を補正するために、CPI について、ヘンダーソン加重移動平均と同様に、先行き 1 年間の ARIMA モデルの予測値を原データに追加したのち、Band-Pass フィルターをかけると、原系列の動きに整合的な基調的変動成分を得ることができる²⁴（図表 14）。

この結果から判断すると、同フィルターを用いて、長期的トレンド成分のみを抽出するのは、不適切な推定をする期間が長くなることから、望ましくない。このフィルターは、1 年 6 ヶ月以上の周期抽出を指定するなどにより、長期的トレンドと景気循環の和に相当する基調的変動成分を、抽出するのに適切な手法である。

c. Hodrick and Prescott フィルター（HP フィルター）

HP フィルターは、一般的に、本稿でいう「長期的トレンド成分」に相当する成分を中心に抽出するフィルターと考えられているが、以下の分析例では、必

²⁴ 同手法を M2+CD、IIP にも適用すると、同様に良好な基調的変動成分を得られる（前掲図表 14）。

ずしもそのような振る舞いを示しておらず、成長成分に、景気循環に相当するより短期の周期成分が取り込まれている。

月次の時系列に適用したケースをみる（P10 の式で $\lambda=14400$ としている、図表 15）と、得られる成長成分は CPI、M2+CD、IIP とも、ヘンダーソン加重移動平均（23 項）や Band-Pass フィルター（周期 1 年 6 ヶ月以上の成分を抽出）の結果と比べて、非常に滑らかである。対数階差の周期構成をスペクトル分析でみる（図表 16）と、抽出された成長成分には 3 ~ 5 年程度の周期成分（スペクトル番号では 4 ~ 7）を相当程度含んでいる。この点を詳しくみるために、抽出された成長成分とその残差である短周期の循環成分のスペクトルを比較する（図表 17）と、IIP では周期 5 年超（スペクトル番号では 4 以下）については成長成分の方が大きな値となっている一方、M2+CD や CPI では、周期 3 年程度以上（同 7 以上）について、成長成分の方が大きい。このように、M2+CD や CPI においては、長期的トレンド成分だけではなく、景気循環に相当するより短い周期の成分まで成長成分に含まれている²⁵。

ちなみに、対象とする経済変数により、抽出される周期成分が異なる理由は以下のように考えられる。HP フィルターは、一定の滑らかさを保つと同時に、循環成分が小さくなるように、成長成分を決定する仕組みとなっている。IIP のように、経済変数の変動がより volatile になる場合には、循環成分を小さくするように原系列に沿う成長成分を選ぶと、滑らかさが低下することから、残差にあたる循環成分が増加することを許容しつつ、成長成分の滑らかさを維持しようというメカニズムが働く。その結果、他の事例と比べてより長い周期の成分のみが成長成分に取り込まれることになる。変動の volatility の大きさが異なる変数に HP フィルターを施す際には、抽出される周期成分の違いに注意する必要がある。

d. DECOMP

DECOMP を月次の時系列に適用した分析をみても。基調的変動成分に相当するトレンド成分の対数階差グラフをみる（図表 18）と、CPI、M2+CD、IIP いずれのケースとも、ヘンダーソン移動平均（23 項）や Band-Pass フィルター（1

²⁵ なお、四半期データ（CPI、M2+CD < 原系列 >）を用いた分析（ $\lambda=1600$ ）でも、3 年以上の周期について、パワースペクトルの値は、成長成分の方が大きくなっており、景気循環に相当する成分まで成長成分に取り込まれていることがわかる（前掲図表 17）。

年6ヶ月以上の成分を抽出)のケースとよく似た滑らかな成分となっている。この点を、対数階差のスペクトル分析から確認する(図表19)と、トレンド成分は周期1.5年以上の成分を抽出し、それより短い周期成分はAR成分およびホワイトノイズ成分により表現されている。この点で、DECOMPは周期からみてクリアカットな分解を行っており、このトレンド成分は、本稿でいう「基調的変動成分」(長期的トレンド成分+景気循環成分)に相当すると考えることができる。これは、2節(3)で述べたように、 $I(m)$ 過程($m-1$)成分は主に長期的トレンドを構成すると考えるのが自然なように見える。しかし、DECOMPがAR成分を含む全モデルの当てはまりが最もよくなるように選択されている以上、成分分解の過程でより短期の景気循環成分をトレンド成分により表現する結果になることはあり得ることと思われる。

より細かくみると、トレンド成分とAR成分の境界は対象とする時系列により、幾分異なっている。図表19でトレンド成分とAR成分のパワースペクトルが交差する周期を求めると、CPIの場合は1.5年、M2+CDの場合は1.3年、IIPの場合は1.9年となっている。こうした違いが生じる理由として、以下のことが考えられる。M2+CDは、トレンド成分が強く、短周期の成分が少なく、滑らかとなっている。そのため、DECOMPにおいては、トレンド成分を表現する確率差分方程式により、より短い周期の変動まで表現することが可能である。一方、IIPでは短周期の変動が強いため、トレンド成分を表現する確率差分方程式では、短い周期まで表現することが難しく、その分はAR成分で表現する方がより良好な推定となるため、トレンド成分はより長い成分の表現に止まると考えることができる²⁶。

²⁶ 抽出成分の周期構成が比較的安定的となっているのは、3つの時系列において、DECOMPが同じ次数条件(トレンド成分の確率差分の次数が2、AR成分の次数が2)を選択していることが影響している。実際、北川[1997]などによれば、殆どの時系列において、トレンド成分の次数は2が選ばれるようである。しかし、ARの次数は、時系列がどの程度 volatile かにより変化する。一般的には、高次のARの次数がAIC規準により選択される場合には、より長周期の成分までAR成分に取り込まれ、トレンド成分の周期はより長周期にずれるほか、季節成分となるべき短周期成分もAR成分に取り込まれてしまう。そうした点を考えると、AR成分の高次(4次以上)を選択するのは適当でない場合が多く、仮にAIC規準で高次のAR成分のモデルが選択される場合も、グラフ等を見比べ、次善的なAICをもつ低次のAR次数を選択した方がよいことが多い。今回の分析においても、M2+CDについては、AIC規準に従うとAR次数が6が選ばれる。しかし、この抽出結果をグラフでみると、AR成分が原系列には存在しない強い短周期変動をつくり出しており、明らかに不適切である。そのため、2番目にAICが小さいAR次数が2の場合を選択している。このように、DECOMPにおいてはARの次数選択にやや難がある。

なお、今回の3つの時系列については、いずれにおいても、トレンド成分の次数は2が選ばれ、トレンド成分がI(2)過程で近似できることを示している。これは3節の(1)における定常性検定の結果(CPI~ドリフト項付きのI(0)、M2+CD~ドリフト項なしのI(2)、IIP~ドリフト項付きのI(1))と、整合的ではないようにみえる。こうした結果になるのは、DECOMPが想定しているモデルでは、トレンド成分がドリフト項のない過程のみに限定されているため、ドリフト項付きのI(0)、I(1)過程であるCPIやIIPの場合においても、ドリフト項のないI(1)モデルではなく、ドリフト項のないI(2)モデルの方が当てはまりがよい結果になったためと思われる。

e. Beveridge and Nelson による分解²⁷

CPIに適用した場合の結果²⁸を対数レベル値でみる(図表20)と、一時的成分の値は、恒常的成分の大きさに比べ小さい(このため、グラフでは恒常的成分は原系列と重なる)。第2次石油ショック直後の81年頃までは、一時的成分の値が正で比較的大きいが、その後は小さく、恒常的成分がより大きくなっている。なお、インフレ率がゼロ近傍であった87年前後の数年間および94年以降については、負の一時的成分が継続的にみられる。このように、一時的変動成分は系列相関を有するが、この結果から、各々の時期には、小さいながらもCPIを一時的に押し下げるショックが寄与していることが推測できる。M2+CDについても、一時的な変動が系列相関をもつという類似の結果が得られる。つまり、上昇率が高かった90年頃までは、一貫して一時的成分が正に寄与している。特に、76~78年、90年において一時的成分の寄与が大きい。一方、91年以降は一貫して一時的成分が負となっている。これに対し、IIPは、CPIやM2+CDとはかなり異なる。IIPの一時的成分はランダムな変動を示し、系列相関はあまりみられない。IIPの主たる変動は恒常的なショックから生じていることを窺わせる。

次に、各成分の階差をとって、スペクトル分析を行う(図表21)と、各変数とも周期2年程度より長周期の成分は、殆どが恒常的成分に取り込まれている

²⁷ Beveridge and Nelson 分解の際に選択されたARIMAモデルは以下のとおりである。

CPI (3,1,3) M2+CD (1,1,2) IIP (2,1,1)

²⁸ この手法は、時系列が確率的トレンドを含む非定常過程であることを前提としている。しかし、前述の定常性検定が示すとおり、CPIについては、確定的直線トレンドを含む定常過程であると判断されている。この場合でも、ARIMAモデルを推計することは可能なことから、この手法を適用することは一応可能であるが、その解釈には相当な制約がある点は否定できない。

が、短周期の成分は恒常的成分と一時的成分の双方に分解されている。これは、モデルが、 $I(1)$ 過程となる成分とそれ以外の成分に分解したためであるが、特定の周期成分を抽出したいという立場の分析では、この分解法の利用は望ましくないと考えることができる。

4 抽出された基調的変動・長期的トレンド成分の安定性

本節では、分析対象期間を変化させたときに、抽出された基調的変動成分がどの程度安定的であるかを検討する。特に、景気判断を目的とする場合には、直近の成分の動向が最大の関心事となることが多い。そのため、データが追加された場合に、過去の基調的変動成分や長期的トレンド成分ができる限り変化しないことが一般的には望ましい²⁹。しかしながら、時系列的抽出手法では、データが追加されれば抽出される成分がある程度変化することを避けることはできないし、その影響がデータの末端部分でより大きくなる場合が少なくない。こうしたことから、実用的には、どの程度の期間に対して、抽出成分が修正される可能性があるか、インパクトがどの程度かを把握しておくことが重要であると考えられる。

以下では、分析期間を変化させた場合に、抽出される基調的変動・長期的トレンド成分が変化するかどうかをグラフを用いて定性的に検討し、抽出成分の安定性について評価する。具体的には、CPIの月次データを用いて、分析期間を76年1月～86年3月としたものをベースに、その後1年分ずつ、97年3月まで分析期間を延ばすごとに、抽出成分がどのように変化するかをみしてみる。

²⁹ この考え方では、追加的にデータ数を増加させれば、抽出成分は真の値にすみやかに収束すると仮定して、安定的な成分は当初から真の成分に近い成分を抽出していると考えていることになる。一方で、真の成分への収束速度が遅い場合には、不適切な成分の方が安定的であるということがあり得る。しかしながら、観測者には真の成分は常にわからないため、観測期間中のデータをすべて用いて得られる推定値が最も真の値に近いとみなすことが、実用上可能な対応である。この上で、部分的なサンプルを用いて抽出された成分が、こうした「真の値」の近くで収束しているのか、それとも明らかに誤った値の近くで動かないのか、そのどちらのケースに該当するかを、抽出した基調的変動成分をグラフで観察するなどにより、見分けることができる可能性がある。もちろん、こうした手法は便宜的なもので、真の値と誤った値の差が大きい場合には、グラフ上では区別できないため、こうした定性的なチェックには限界があるのは確かである。

a. X-12-ARIMA 季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法

この手法では中心移動平均を用いるため、先行きの予測値データが必要となることから、移動平均を施す前に、ARIMA モデルにより先行きの予測値を補っている。そのため、予測値が実績値に置き換わると、基調的変動成分（趨勢循環成分）が変化する可能性がある³⁰。

ここでは、加重移動平均の項数を 23 項として分析を行った。分析結果をみる（図表 22）と、各ケースとも、趨勢循環成分が改訂されるのは直近の 1 年分に限られており、それ以前のデータへの影響は殆どない。一方、直近部分の改訂度合いは、年ごとに異なる。変動が穏やかだった時期については、その後の改訂は殆どなく信頼性は高い。しかし、CPI 上昇率が急速に低下した 86 年 3 月ならびに 94 年 3 月時点の直近の成分、上昇率が加速傾向にあった 90 年 3 月時点の直近の成分については、その後大きな改訂が生じている。特に、86 年と 94 年については変動の方向も修正を余儀なくされており、その時点での抽出結果の信頼性が低かったことを示している³¹。

このように、変動が急激に変化する場合には、ARIMA モデルがそうした変化を予測できないため、直近 1 年間程度の趨勢循環成分の精度はかなり低くなること、それにもかかわらず、直近以前の部分については、改訂されることはなく、抽出成分は安定していることがわかる。

b. フーリエ変換を利用した Band-Pass フィルター

ここでは、抽出周期として 1 年 6 ヶ月以上を指定した Band-Pass フィルターを用いて、基調的変動成分がどう変化するかをみる。前述したように、Band-Pass

³⁰ この点は、季節調整系列に対しても同様であるが、季節変動成分は時間が経過しても大きく変化しないことが多いことから、ARIMA モデルの予測値の信頼度は高いと考えられるのに対し、景気循環を反映する趨勢循環成分については、予測精度が高くないと予想される。

³¹ こうした趨勢循環成分の信頼性の低さは、ヘンダーソン加重移動平均の移動平均項数（23 項）が多く、先行き予測値に依存しすぎるために生じている可能性もある。しかし、仮に移動平均の項数を減少させると、趨勢循環成分に短周期の変動（今回の事例では 6 ヶ月程度の周期を持つ変動）が入り込むため、数年程度の周期を持つと考えられる景気循環の判定は難しくなる。ちなみに、今回の CPI のデータに対して、項数を 13 項として分析した結果でも、94 年や 86 年時点では誤った成分を抽出しており、その後大きな改訂を余儀なくされている。

フィルターは、データの最初と最後の部分（6ヶ月程度）が不適切な抽出成分となるため、a.と同様に、データにARIMAモデルの予測値を1年分追加する。

分析結果をみる（図表23）と、データが延びることに、基調的変動成分が改訂される期間はかなりの長期間に及ぶ。これは、フーリエ表現における各係数の推計値が変化したことによるもので、成分の改訂幅はさほど大きくないが、安定性の観点からは多少問題が残る。

一方、直近部分の改訂度合いをみると、どの年もある程度の抽出成分の改訂を余儀なくされているが、変動パターンが大きく変化した時期（86年や94年）の抽出成分の改訂度合いは、ヘンダーソン加重移動平均の場合ほどは小さくなく、かつ変化方向については、86年は横這いを、94年は正しい向きを、当初から抽出している。これは、Band-Passフィルターによる成分抽出が、全期間のデータのスペクトル分解に依存しているために、直近部分のARIMA予測値の精度にさほど影響されないためと考えられる。

以上のように、Band-Passフィルターは安定性の観点では、ヘンダーソン加重移動平均法に多少劣っているが、変動パターンが大きく変化する場合の直近の基調的変動成分の方向性は、今回の分析事例では、同移動平均法よりも精度が高くなっている。

c. Hodrick and Prescott フィルター（HP フィルター）

分析期間を変化させた場合に、成長成分（長期的トレンド成分）の変化度合いをみる（図表24）と、直近2年間分の成長成分は、その後改訂される可能性が高いことがわかる。特に、HPフィルターでは、成長成分は、できる限り変化が小さくなるように直近部分の推定を行う傾向があるため、変化率が上昇傾向にあるときは上方修正が、変化率が減少傾向にあるときは下方修正が必要となることが多い。

HPフィルターは、周期3年から5年程度の成分を含んでいることから、成長成分を長期的トレンドと判断することは適切ではない。また、この結果からすると、直近2年間分の成長成分は、常時修正が必要となるなど、信頼性に乏しい³²。この点を考えると、HPフィルターを用いて、データ末端部分の変動につ

³² 図表24をみると、HPフィルターにより抽出される成長成分（長期的トレンド成分）の末端部分は、変動が最も滑らかになるように、全データの変化率の平均値に回帰するように推定されていることがわかる。これは、HPフィルターの損失関数において、データの末端で、仮に循

いて議論をするのは望ましくないとされる。

d. DECOMP

データを1年ずつ延ばすごとに、DECOMPにより抽出されるトレンド成分がどのように変化するかをみる。CPIについての分析結果による(図表25)と、変動のパターンが大きく変化した85~87年と94年付近については、改訂幅が多少大きくなっているが、他の期間は安定的である。また、改訂幅が大きい両期間でも、94年を除けば、変化の方向は当初から合致している。このように、全般的な安定性の面では、ヘンダーソン加重移動平均法に比べやや劣るが、変動が大きい時期においても、データ追加による改訂度合いはさほど小さくなく、かつ方向性も当初から信頼できる場合があるなど、同加重移動平均法に比べ良好な結果を示している。

これは、DECOMPではトレンド成分を求める際に、常に全データを利用して最適な平滑化を行っているため、データが追加されるごとに抽出成分が、最初に遡って修正されるが、新たに追加されるデータの影響力が、ヘンダーソン加重移動平均法に比べ小さいことを反映したものと考えることができる。こうした特性をみると、景気循環成分の変動を分析するには、DECOMPは有益な手法の一つと考えることができる。

e. Beveridge and Nelson による分解

分析期間を延ばすごとに、Beveridge and Nelson分解により得られる各成分がどのように変化するかをみる³³(図表26)と、CPIの恒常的変動成分が下方修正され、その分、一時的変動成分が上方修正されている。これは、データが最近分まで取り込まれるほど、ARIMAモデルで示されるCPIの将来の上昇期待が小さくなり、その結果として恒常的成分が小さくなることに対応したものと考えられる。これは、ARIMAモデルにより導き出せる将来の変動期待が、実績

循環成分の値が局所的に大きくなっても、先行きのデータがないことから、末端以外の部分に比べ、「循環成分の2乗」の項の総和が損失関数に与えるインパクトが小さくなるため、むしろ「成長成分の2階階差の2乗」の項の総和ができる限り小さくなるように、各成分が決定されるためである。

³³ データを1年延ばした際の改訂幅が小さく、推定結果が重なり合うため、ここでは5年ごとの3回分を図示している。

値データが追加されることにより、徐々に変化していく様子を反映している。

5. 各種変動抽出手法の評価と今後の課題

本稿では、5種類の時系列的変動抽出手法を用いて、時系列データから基調的変動成分および長期的トレンド成分を抽出することを試みた。この5種類の手法は、抽出する成分の周期や変動の滑らかさを分析者が指定する手法と、時系列モデルが最も当てはまりがよいと判断する構成成分に分解する手法の2つに大きく分けることができる。前者の手法として、X-12-ARIMA 季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法、フーリエ変換を利用したBand-Pass フィルター、HP フィルターの3種類の手法を、後者の手法として、DECOMP、Beveridge and Nelson 分解、の2種類の手法を試みた。CPI、M2+CD、IIP の月次データを用いた分析結果から得られる評価は、以下のとおりである(図表 27)。

測定誤差や不規則な変動に起因する短期的な変動成分を除去して、基調的変動成分(長期的トレンド成分+景気循環成分)を抽出するフィルターとしては、周期1年半ないし2年以上の周期を抽出するのが望ましいが、そうした観点から判断すると、X-12-ARIMA 季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法(23項移動平均)、Band-Pass フィルター、DECOMP、の3つの抽出手法の利用が有効であると考えられる。実際、抽出した基調的変動成分を比較する(図表 28)と、グラフの形や値のレベルなどは殆ど一致する。事後的な判断では、ピーク・ボトム時期などの判断には、殆ど影響を及ぼさないと考えられる³⁴。

一方、基調的変動成分の安定性には、この3手法間で、かなりの違いがある。直近以外の期間については、ヘンダーソン加重移動平均法が最も安定している。残りの2つの手法は、常に全期間のデータを利用して推計値の改訂を行うので、理論的には常に基調的変動成分を改訂する可能性がある。実際、CPI の分析事例では、DECOMP では殆ど改訂されないものの、Band-Pass フィルターでは、多少

³⁴ もっとも、データ末端部分での基調的変動成分が事後的に改訂される可能性があることから、個々の時点での判断が一致するとは限らない点には留意する必要がある。この点の検討は今後の課題として残される。

は改訂されている。この点では、Band-Pass フィルターは問題がある。

なお、直近については、変動が安定的な時期はさほど問題とはならないが、変動率の変化が大きい場合には、どの手法も信頼性の乏しい結果を得ることが多い。特に、ARIMA モデルの先行き予測値の確からしさに依存するヘンダーソン加重移動平均法では、向き・レベルとも誤った結果が得られることがある。こうした時期でも、DECOMP や Band-Pass フィルターでは、レベルはともかく、方向性は誤っていない事例が得られた。上記の少ない分析事例から、結論を下すことはできないが、複数の変動抽出手法を併用することにより、直近部分の基調的変動の変化方向の見誤りを減らすことはできると思われる。

そうした点を考慮すると、パフォーマンスに大きな違いがなく、かつ統計パッケージの利用が容易なヘンダーソン加重移動平均法と DECOMP を併用するのが望ましいと思われる³⁵。なお、ヘンダーソン加重移動平均を利用する際には、X-12-ARIMA 季節調整プログラムの同移動平均項数の自動選択を利用すると、通常 9 項ないし 13 項が選ばれることが多いが、この場合、基調的変動成分が周期 6~8 ヶ月程度の短周期変動を含み、景気循環の判断を難しくすることから、同プログラムでは、オプションで移動平均項数を 23 項に指定するのが望ましい。

一方、本稿で採用した 5 つの手法では、長期的トレンド成分のみをクリアカットに抽出することは困難である。HP フィルターが比較的望ましい特性を有しているが、HP フィルターによる成長成分には景気循環に相当する成分も相当量含まれていること、対象とする経済変数の変動の特性により、抽出する周期が異なることを考えると、問題が多い。もっとも、前者の問題については、パラメータの値をチューニングすることにより、変化する可能性もある。実際に、長期トレンド成分を抽出しようとするときは、スペクトル分析を併用して、適切な周期成分が抽出できるように選ぶ必要がある。また、データ数が十分

³⁵ 2 節(1)で述べたように、周期に着目して変動を抽出した場合、抽出された各成分が相互に何らかの関連をもつ可能性がある。この点を確認するために、ヘンダーソン加重移動平均や DECOMP により抽出された各変動成分の相関係数を求めてみた。この結果による(図表 29)と、ヘンダーソン加重移動平均による各成分の相関はほぼゼロとなっている。また、DECOMP のトレンド成分の他の各成分との相関係数はほぼゼロとなっている。よって、これらの基調的変動成分は、他の成分とほぼ独立となっていると判断できる。一方、より短周期の変動を示す DECOMP の AR 成分は、White Noise 成分との相関がかなり大きく、両成分は独立ではない。これは、DECOMP において、White Noise 成分と AR 成分の分解が適切とはなっていない可能性があることを示している。

ある場合に限定されるが、長周期のみを取り出す Band-Pass フィルターの利用も代替手段として一考に値すると思われる。

さらに、対象となる経済変数の時系列的性質が抽出成分の周期構成に与える影響を整理しておく。3節の(1)において、経済変数の変動の滑らかさ(変動の周期構成)や定常性について分析したが、このうち、変動がどの程度滑らかである(短周期の成分をどの程度含んでいる)かは、抽出される成分の周期構成に大きな影響を及ぼしている。特に、この影響は、HP フィルターにおいて顕著であり、実用上問題はないとはいえ、ヘンダーソン加重移動平均や DECOMP における周期構成のばらつきもこれが主たる原因と思われる。一方、変数が定常であるか非定常であるかは、今回の分析に関する限り、抽出結果に特段の影響を及ぼしていないように思われる。

最後に、残された課題について述べておきたい。本稿で取り上げた時系列的変動抽出手法には、いくつかの欠点がある。その一つは、抽出された基調的変動や長期的トレンド成分がどのような意味があるのか、どのような要因により変動しているのかを判別することが難しいことである。こうした問題点を解決するためには、多変数の時系列分析やクロスセクション方向のマイクロデータによる分析を行うことが不可欠である。この考えに立つと、白塚[1997]による異常値修正指標による『基調的変動成分』と時系列方向のデータによる基調的変動成分を、様々な観点から比較してみることが有益ではないかと思われる。

このほか、変動の変化率の変化が著しい時期には、景気循環変動の分析に重要となる直近部分の抽出結果が、データが追加されるにつれ、改訂されてしまう場合が少なくない点が指摘される。こうしたことを勘案すると、景気循環の分析を行う際に、各時点において利用可能なデータで抽出した基調的変動成分で、どの程度正しい判断を下せるかが問題となる。この点を評価するために、ヘンダーソン加重移動平均法および DECOMP を、実際の経済変数に適用して、各時点ごとにどのような判断が可能であったか、個々の局面に即して検討してみることも今後の重要な課題であると考えられる。

以 上

補論 1 . フーリエ変換によるスペクトル分析

時系列分析には、時間領域 (time domain) における分析の他に、その時系列データの変動を異なった周波数変動の和に分解し、各々構成している周波数を観察することによってその原系列の特性を分析するスペクトル解析 (周波数領域: frequency domain) がある。以下では、スペクトル解析の基礎となるフーリエ変換の概略を説明する³⁶。

< フーリエ変換 >

まず、定常な確率過程 $\{ p_t \}$ から、 p_1, p_2, \dots, p_t からなる T 個のデータが与えられたとする。この時、 T 個の独立な説明変数を用いれば、その線形関数としてこのデータの変動は完全に記述できる訳であるが、フーリエ解析においては、その説明変数として、定数項と $[0, \pi]$ の区間を分けた周波数に対応した周期関数で表現する³⁷。まず、 T が偶数か奇数かによって、 n を以下のように定義する。

$$n = (T) / 2 \quad (T \text{ が偶数の時}) \quad (1)$$

$$n = (T - 1) / 2 \quad (T \text{ が奇数の時}) \quad (2)$$

さらに、 n 種の周波数を以下のように等間隔に決める。

$$\lambda_j = 2\pi j / T \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

このような各々の周波数 λ_j に対して、一組のサイン関数 $\sin \lambda_j t$ とコサイン関数 $\cos \lambda_j t$ が説明変数となり、それらの総和として p_t は以下のように表現される。

$$p_t = T^{-1/2} \left\{ \alpha_0 + \sqrt{2} \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cos \lambda_j t + \beta_j \sin \lambda_j t) \right\} \quad (T \text{ が奇数の時}) \quad (4)$$

$$p_t = T^{-1/2} \left\{ \alpha_0 + \sqrt{2} \sum_{j=1}^n (\alpha_j \cos \lambda_j t + \beta_j \sin \lambda_j t) + \alpha_{n+1} (-1)^t \right\} \quad (T \text{ が偶数の時}) \quad (5)$$

³⁶ 補論 1 の概略説明は、ハーベイ [1985]、山本 [1988] に基づいたものである。

³⁷ すなわち、フーリエ変換は、三角関数の曲線的な形状をうまく組み合わせることによって、原形列を近似的に線形表現することを意図した方法である。

これらの2式を、フーリエ表現 (Fourier representation) と呼ぶ。 (4)、(5)式の α_j 及び β_j は、以下の(6)、(7)式のように表現される³⁸。

$$\alpha_j = (2/T)^{1/2} \sum_{t=1}^T p_t \cos \lambda_j t \quad (6)$$

$$\beta_j = (2/T)^{1/2} \sum_{t=1}^T p_t \sin \lambda_j t \quad (7)$$

しかしながら、こうしてフーリエ表現された p_t の推定量は、一致性をもたないことが知られている。従って、ここではラグ・ウィンドーと呼ばれる加重平均を取り、(3)で定義した λ_j の平滑化を図ることによって、推定量に一致性を持たせるとの操作を行う³⁹。

このとき ($\alpha_j^2 + \beta_j^2$) は、以下のように表現することができ、これをパワースペクトル (PS_j) と呼ぶ。

$$PS_j = \alpha_j^2 + \beta_j^2 = (2/T) \left[\left(\sum_{t=1}^T p_t \cos \lambda_j t \right)^2 + \left(\sum_{t=1}^T p_t \sin \lambda_j t \right)^2 \right] \quad (8)$$

< スペクトル分析のグラフの見方 >

本稿で取り扱った推計期間を例に、説明する。本稿では、基本的に 1976 年 1 月 ~ 1997 年 3 月までの月次データ (サンプル数は、計 255 個) を採用した。この場合、前頁の(2)より、 $n = 127$ ($j = 1, 2, \dots, n$) となる。次に(3)より、 2π に j を乗じて、これを $T (= 255)$ で割ることにより、 λ_j を求める。

ここで、周波数と周期との間には、

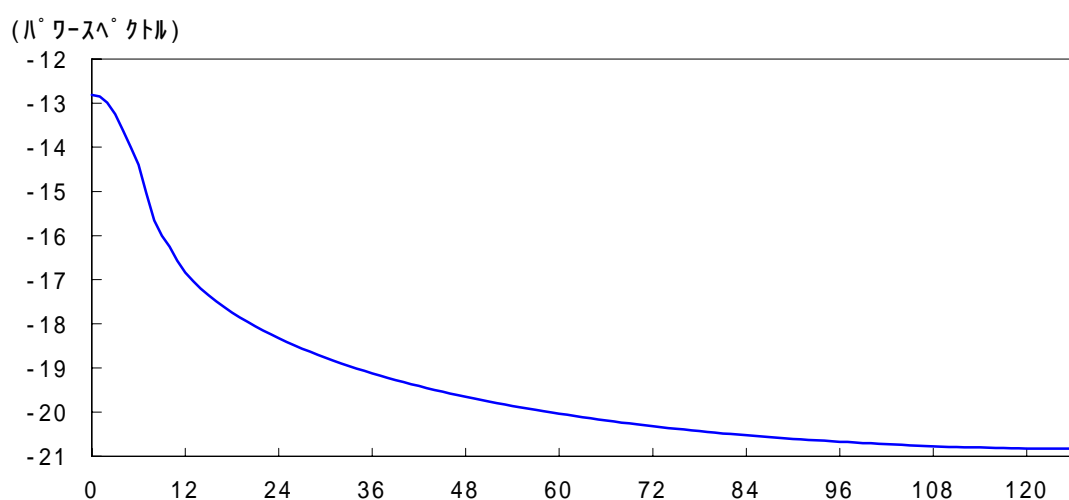
$$(\text{周波数}) \times (\text{周期}) = 2\pi$$

³⁸ α 及び β の導出は、複素数と三角関数との関係 (オイラーの定理) を利用して展開される。スペクトル解析及びフーリエ変換に関する詳細は、ハーベイ [1985]、山本 [1995] を参照。

³⁹ なお、本稿中のフーリエ変換による分析で使用したラグ・ウィンドーは、全て $0.75\sqrt{T}$ で行った (T は、サンプル数)。また、計測に使用したソフトウェアは RATS Version 4.2 で、ウィンドーは Tent Window を適用した。

との関係が成立していることを使って、周期を求める⁴⁰。これらの概念を表したのが、図表 30 である。グラフは、横軸が 0 に近くなればなるほど低周波（すなわち長期の周期）、反対に大きくなるほど高周波（超短期の周期）を表している。なお、第 1 項（ $j=0$ ）は定数部分で、周期 ∞ のトレンド成分を表している。縦軸は、パワースペクトルの対数値である。

図表 30：フーリエ変換



j	0	1	3	10	...	50	...	100	...	127			
(周波数)	0	..	/127	..	3 /127	..	10 /127	...	50 /127	...	100 /127	...	
周期(月数)		..	255	..	85	..	25	...	5	...	2.5	...	2
			(21.3年)		(7.1年)		(2.1年)		(5ヶ月)		(2.5ヶ月)		(2ヶ月)

⁴⁰ 四半期データについても、求め方は同様である。同じ推計期間の場合、 $T=85$ となるので、 $n=42$ となり、これらから λ_j 及び周期を計算できる。因みに、四半期データの場合は、最短の周期は四半期、すなわち半年となる。

補論 2 . 時系列の変動抽出手法の概要

(1) X-12-ARIMA 季節調整プログラムを利用したヘンダーソン加重移動平均法

X-12-ARIMA は、米国商務省センサス局が開発した季節調整プログラムであり、移動平均を用いて、季節調整を行う手法である。その過程で、季節調整済系列より短周期の周期をもつ不規則変動成分を除くことにより、基調的変動に相当する趨勢循環成分も得ることができる。

< X-12-ARIMA の概要 >

以下では、X-12-ARIMA による抽出手続きを簡単に述べる⁴¹。まず原系列を、

$$p_t = TC_t + S_t + D_t + I_t$$

によって構成されていると考え（但し、 TC_t は趨勢循環変動成分、 S_t は季節変動成分、 D_t は曜日変動成分、 I_t は不規則変動成分）、各々の成分について推定を何度か繰り返し、最終的に得られた S_t を原系列から取り除く。基本的な作業手順は、X-11 と同じである⁴²。

具体的には、X-12-ARIMA は、大きく分けると 3 パートから構成されており、REGARIMA による原系列の事前調整パート、X-11 による移動平均パート、事後診断パートに分けることができる。すなわち、X-12-ARIMA は、および の点で、X-11 や X-11-ARIMA と異なる。

⁴¹ X-12-ARIMA に関する詳細及び X-11 との比較等に関しては、木村[1995]、[1996a]、[1996b] 参照のこと。本稿で用いた X-12-ARIMA の説明も、基本的に木村[1996b]に沿っている。

⁴² X-11 の大きな問題点は、中心移動平均を用いた手法であるにも拘わらず、直近部分の季節調整を行う際に、先行きのデータが入手できないために、直近分だけ後方移動平均に成らざる得なかった点である。この問題を克服するため、X-12-ARIMA では、ARIMA モデルにより先行きの予測を行い、その予測値を用いて直近部分についても中心移動平均を適用している。

REGARIMA⁴³による事前調整

原系列を ARIMA モデルで表現できる部分と、レベルシフトや異常値、曜日変動への回帰部分とに分解し、こうした成分を除去する事前的な調整を行う。

X-11 による移動平均パート

X-11 による調整法と基本的に同じである。簡単にまとめると、まず

- 1) 原系列の 12 ヶ月移動平均をとり、 S_t と I_t を均し、暫定的な TC_t を算出。
- 2) その後、原系列から暫定的な TC_t を除去し、暫定的な $S_t + I_t$ を算出。
- 3) 暫定的な $S_t + I_t$ を、同一期毎に数年間分加重平均し、 I_t を均し、暫定的な S_t を算出。
- 4) 原系列から、暫定的な S_t を控除し、 $TC_t + I_t$ を算出（暫定的な季調済み系列）。
- 5) 4) の暫定的な季調済み系列を、ヘンダーソン加重移動平均法により、移動平均をとって、 I_t を均し、修正された TC_t を算出。
- 6) 2) ~ 5) を繰り返し、最終的な 3 成分（ TC_t 、 S_t 、 I_t ）を算出。

事後診断パート

推計された季調済み系列に季節性が残存していないかどうかに関する簡単な診断（時間領域分析、周波数領域分析）や、季調済み系列の安定性に関する診断を行う。この診断テストの結果如何によっては、や の作業をやり直し、結果が妥当になるまでこのプロセスを繰り返す。

<ヘンダーソン加重移動平均法>

X-12-ARIMA では、趨勢循環成分について、月次データでは 3 種類の項数（9、13、23 のいずれか）を選択・使用できるようになっている⁴⁴。通常、13 項加重移動平均が採用されることが多い。

<問題点>

このように、ヘンダーソン加重移動平均法では、採用する項数によって、除

⁴³ REGARIMA とは、“REGression and ARIMA” の略で、レベルシフトや異常値、曜日変動を捉えるための回帰変数を ARIMA モデルに組み込んだ時系列モデルである。具体的には、ダミー変数への回帰で後者の成分を表現する方法である。

⁴⁴ ヘンダーソン加重移動平均法に関する詳細は、国友[1997]も参照。

去される変動の周期構成が異なるため、項数の設定は適切な成分を抽出するに当たって、crucial な要因となる。自動選択機能では、9 項ないし 13 項が選択されるのが普通である。しかしながら、景気変動成分を取り出す場合には、1 年以上の周期をもつ成分をクリアカットに抽出する 23 項移動平均の方が優れている場合が多い。そうしたことを考えると、ヘンダーソン加重移動平均の項数は、オプションで 23 項を指定した方がよいと考えられる。

(2) フーリエ変換を利用した Band-Pass フィルター

Band-Pass フィルターは、分析者が指定した一定の周期帯 (Band) の成分だけを取り出す手法である。本稿では、フーリエ変換⁴⁵を利用し、指定した以外の周波数を取り除き、意図した成分のみで構成されたものをさらに逆フーリエ変換する、この方法を用いた。

< Band-Pass フィルターの概要 >

まず、時系列データをフーリエ変換して、周波数ごとにスペクトル成分を求める。

次に、必要な周期に相当する周波数のスペクトル成分はそのままとし、それ以外の成分をゼロに置き換える。すなわち、補論 1 (6)、(7) 式の α_j と β_j をゼロと置き換えることである (ただし添字「j」は、スペクトル番号に相当する)。

$$\alpha_j = (2/T)^{1/2} \sum_{t=1}^T p_t \cos \lambda_j t = 0 \quad (6)^*$$

$$\beta_j = (2/T)^{1/2} \sum_{t=1}^T p_t \sin \lambda_j t = 0 \quad (7)^*$$

最後に、新しいスペクトル成分系列を、逆フーリエ変換することにより、意図した周期成分のみを含んだ時系列を復元する。

ここで、注意することは、補論 1 の(3)式

$$\lambda_j = 2\pi j / T \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

⁴⁵ フーリエ変換の概要は、補論 1 参照。

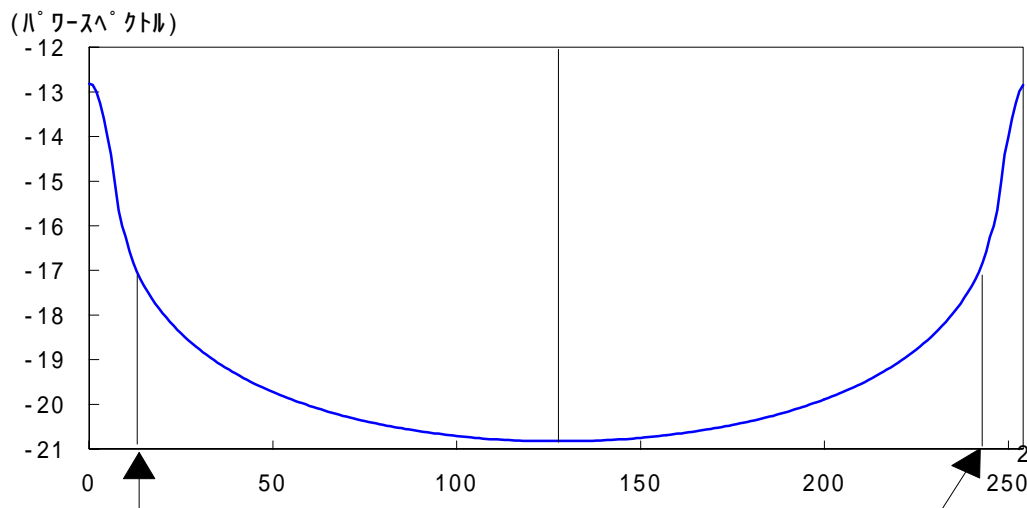
は、本来は、 $[0 \sim 2\pi]$ の区間で表現されており、パワースペクトルは、ちょうど中間の π で線対称になっていることである⁴⁶。従って、指定区間でスペクトルをゼロと置く際には、ちょうど対称となっている $[\pi, 2\pi]$ の方のスペクトルも同様にゼロにしなくてはならない。図表 31、32 は、本稿の分析に用いた期間（1976 年 1 月～1997 年 3 月）、サンプル数 255 個について、取り出したい周期別にスペクトルを切る箇所を対応させたものである。

図表 31：Band-Pass フィルターでゼロに置き換えないスペクトル成分

	[0,]区間	[, 2]区間
3年以上	j 7	j 249
2年以上	j 10	j 246
1.5年以上	j 14	j 242
1年以上	j 21	j 235
9ヶ月以上	j 28	j 228
6ヶ月以上	j 41	j 215

(注) ただし、j=0 は定数部分。

図表 32



図表 32 において、矢印部分が、図表 31 に対応するスペクトルを切る箇所で

⁴⁶ スペクトル分析において周期を観察する上で、分析の視点を $[0, \pi]$ の区間に限っても事足りるのは、このように $[\pi, 2\pi]$ 区間は、単に $[0, \pi]$ 区間の折り返しになっているからである。本稿の補論 1、および通常教科書で見られるフーリエ変換の説明が、 $[0, \pi]$ 区間に説明を止めているのも、このためである。

あり、シャドウ部は $\alpha_j=0$ 、 $\beta_j=0$ とおく全区間である。

Band-Pass フィルターは、比較的簡便な方法で計算時間も短く、意図した周期成分を取り出せるという意味においては、優れた手法である。また、除去する周期を1年超とすれば、季節変動成分も一緒に除外されるため、原系列に事前に季節調整を施す必要がないとの利点もある。

<問題点>

- (1) スペクトル成分は、原系列に「定常過程」を前提と置いていることから、予め対象となる時系列の階差を取る等の方法を施し定常化を図る必要がある。しかしながら、必要な情報の復元ができなくなることから、その階差の階数は通常1階が限度となる場合が多い。このため、1階の階差をとった系列が必ずしも定常となっていない可能性は、引き続き残る。
- (2) 補論1でも言及したとおり、推定されるスペクトル成分は、必ずしも一貫性をもたないことが指摘されている。従って、長周期の成分が短周期の成分よりも大きくなる場合（トレンドがより強い時系列の場合）には、長期の周期成分（スペクトル番号の若い部分）は、真のスペクトルを表現しているとは限らないことから、周期の刻みが大きくなる超長期の周期成分のみを取り出す場合には、結果の解釈に注意が必要である。

(3) Hodrick and Prescott[1980]フィルター

Hodrick and Prescott[1980]により提案されたフィルター（HP フィルター）は、時系列データから、「一定の滑らかさ」を保ちながら実績値を追うようなトレンド部分（‘ a smoothly varying trend component ’）を抽出することを意図した手法である。

< HP フィルターの概要 >

まず、時系列データ（ p_t ）は、成長成分（ g_t ）と循環成分（ c_t ）の和によって構成されると考える。

$$p_t = g_t + c_t \quad (1)$$

次に、(1)の制約の下で、「循環成分の2乗の総和」と「成長成分の2階階差の2乗の総和」に一定のパラメータ λ を掛けた値との合計が、最小となるような g_t を算出する。この結果得られる g_t は「『一定の滑らかさ』を保ちながら実績値を追うようなトレンド部分」となる。

$$\text{MIN}_{\{g_t\}_{t=1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{l=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\} \quad (2)$$

↑ 「循環成分の2乗の総和」
↑ 「成長成分の2階階差の2乗の総和」

ここで、 λ は、成長成分の滑らかさの程度を決定するパラメータ（“ smoothness parameter ”）である（ λ の決定法は、以下参照）。

< λ の決定法 >

HP フィルターにより、抽出される成分の性質は λ の値に依存している。 λ は、分析者が任意に決定することができ、 λ が大きくなるほど滑らかになり、無限大に近づくにつれ、直線トレンドに近くなる。一方、 λ を小さくすると、成長成分は原データに沿うものとなる。

Hodrick and Prescott[1980]では、四半期データの分析における「 λ 」を以下

のような考察から決定している。まず、循環成分と成長成分の2階階差が互いに独立して正規分布に従っていると仮定する(それぞれ、 $c_t \sim \text{NID}(0, \sigma_1^2)$ 、 $G_t \sim \text{NID}(0, \sigma_2^2)$ 、但し G_t は、成長成分の2階階差)。このとき、 g_t の条件付き期待値は、 $\sqrt{\lambda} = \sigma_1 / \sigma_2$ のときに(2)式を解くことで求められる。さらに、

四半期ベースの原系列では、循環成分の分散がだいたい5%程度が、それに対して成長成分は1/8%程度であると想定し、

$$\sqrt{\lambda} = \sigma_1 / \sigma_2 = 5 / (1/8) = 40、従って、\lambda = 1600$$

を λ の値として採用した⁴⁷(因みに、Hodrick and Prescott[1980]以降、同手法を用いた月次データの分析では、 $\lambda = 14400$ を用いている場合が多い⁴⁸)。

<問題点>

- (1)上記からも分かるように、 λ の値を変えると抽出する成分が変化する⁴⁹。このように抽出成分の性質は分析者の恣意性に依存している。適切な λ をいかにして決定するかが重要な問題である。
- (2)Hodrick and Prescott[1980]は、一旦決定した λ の値は、期間を通して一定にするべき、としている。しかしながら、 λ を「長期間にわたって」固定することが、必ずしも適切な成分を抽出することに繋がるとは限らないことが、Razzak and Dennis[1996]で指摘されている⁵⁰。
- (3)HP フィルターは、取り扱う時系列データが「定常」であることを前提としている。このため、非定常データに、HP フィルターをかけ、成分分解した場合、得られる成分は意図しているものとは異なるものになる可能性がある。例えば、トレンド定常の場合は、HP フィルターにより抽出される成分は適

⁴⁷ 以上の説明から明らかなように、Hodrick and Prescott[1980]で用いられ、それ以降 HP フィルターの定石となっている「 $\lambda = 1600$ 」の概念は、直観的な発想が原点となっている点には、注意が必要である。

⁴⁸ これは、おそらく成長コンポーネントの分散は、月次データでは1/24% (1/8%の1/3)であると仮定し、 λ を計算して得た値であろうと思われる。

⁴⁹ λ の変化に対する抽出成分の変化度合いは大きくない。そのため、抽出成分の性質を大きく変化させるためには、 λ の値を相当程度(少なくとも2倍程度)増減させる必要がある。

⁵⁰ すなわち、Razzak and Dennis[1996]は、 λ は、「総需要ショックの分散と総供給ショックの分散との比率の関数に従っている」(Harvey and Jaeger[1991]より)と解釈すると、 λ は長期においては、時間によって異なる値をとるはずだとしている。彼らは、ニュージーランドのデータについて、抜本的な経済改革が行われた1985年を境に期間を分割して、 λ を変えた実証分析を行い、 λ が両方の期間において1600とした場合と、変えた場合とでは、後者の方が適切な成分を抽出することができたとの結果を導出している。

切であるが、階差定常の場合には、「みせかけの」成分を抽出してしまう可能性があることが指摘されている⁵¹。

(4) DECOMP

DECOMP は、Kitagawa and Gersch[1984]、北川[1986]などで紹介されている状態空間モデル⁵²を用いた季節調整プログラムである。対象とする時系列を、トレンド成分、定常 AR 成分、季節変動成分、曜日効果成分とホワイトノイズの各成分に分解したモデルを仮定し、推計するものである⁵³。

< DECOMP の概要 >

DECOMP では、原系列を以下の(1)のように分解する。

$$p_t = T_t + V_t + S_t + D_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

ここで、 p は対象となる時系列、 T はトレンド成分、 V は定常 AR 成分、 S は季節変動成分、 D は曜日効果成分、 ε はホワイトノイズ、添字は時間を指す。以下では、それぞれの成分において仮定しているモデルを説明する。

1)トレンド成分 (T)

トレンド成分 T_t は、 m 階の確率差分方程式 ((2)式)

$$(1-B)^m T_t = v_{1t} \quad \text{ただし、} v_{1t} \sim N(0, \tau_1^2) \quad (2)$$

⁵¹ 例えば、Cogley and Nason[1995]は、HP フィルターが Nelson-Kang 批判 (ランダムウォークを定常化すると、「みせかけ (Spurious) 」の循環成分が新たに生まれてしまう可能性がある) の影響を受けやすい、と言及している。つまり、これは、階差定常データに HP フィルターをかけると、原系列にはもともと存在しなかったはずの循環成分を拾ってしまう可能性を示唆するものである。

⁵² 状態空間モデルに関する詳細は、例えば北川[1986]、廣松・浪花[1993]参照。本稿の説明も、基本的に北川[1986]に基づいている。

⁵³ プログラム名 DECOMP は、DECOMPOSITION (要因分解) に由来して付けられたもの。

に従っているものとする（このとき B は、 $BT_t = T_{t-1}$ で定義されるラグオペレータである（以下、同））⁵⁴。

2) 定常 AR 成分 (V)

定常 AR 成分 V_t は、 n 次の自己回帰 (AR) モデル (3) 式)

$$V_t = \sum_{i=1}^n a_i V_{t-i} + v_{2t} \quad \text{ただし、} v_{2t} \sim N(0, \tau_2^2) \quad (3)$$

トレンド成分が長期的な趨勢の変化を示すのに対し、この定常 AR 成分は、大局的には無視できる局所的な変動成分である。

3) 季節変動成分 (S)

(周期 q の) 季節変動成分 S_t は、

$$(1 - B^q)S_t = 0 \quad (4)$$

が近似的に成り立つ⁵⁵。これから、

$$\sum_{i=0}^{q-1} B^i S_t = 0 \quad (5)$$

が導かれ⁵⁶、時間的变化を許した季節変動成分のモデルとして(6)式を得る。

$$\sum_{i=0}^{q-1} B^i S_t = v_{3t} \quad v_{3t} \sim N(0, \tau_3^2) \quad (6)$$

⁵⁴ なお、北川[1986]によれば、「階差 m は、通常 1,2 または 3 が用いられることが多い」とされている。

⁵⁵ 周期 q は、四半期であれば $q=4$ 、月次であれば、 $q=12$ である。すなわち(4)式は、例えば今年の1月と昨年の1月を差し引けば、季節的成分が除去されることを示している。

⁵⁶ これは、「季節変動成分の1周期分の和は、ゼロに等しい」ことを意味している。

4) 曜日効果成分 (D)

曜日効果とは、月次データにおいて、ひと月中の各曜日の数の違いによる影響を示すものである。ここで、t月の曜日効果成分 D_t については、曜日変動成分 β_{it} ($i=1, \dots, 7$)の週間の総和がゼロであることを仮定して、

$$\sum_{i=1}^7 \beta_{it} = 0 \quad (7)$$

とする。今、t月のi曜日の数を D_{it}^* とすれば、曜日変動 D_t は(8)式になる。

$$D_t = \sum_{i=1}^7 \beta_{it} D_{it}^* = \sum_{i=1}^6 \beta_{it} (D_{it}^* - D_{7t}^*) \equiv \sum_{i=1}^6 \beta_{it} D_{it} \quad (8)^{57}$$

DECOMP は、こうした各成分を状態空間モデルに表現し、情報行列平方根フィルターを用いて推計する手法である。

DECOMP の特徴としては、トレンドを確率過程として定式化し、モデルによりトレンドを推定している点、モデルの特定化(各項の次数選択などパラメータの特定化)を、統計的な情報量規準(AIC)で客観的に行うことができるため、分析者の恣意性を排除できる点、トレンド成分以外の成分についても、確率的に定式化している点、等が指摘できる。

< 問題点 >

(1)DECOMP では、全ての成分の誤差項をホワイトノイズと仮定しているが、実際には、MA 項となる可能性が考えられる。この場合、DECOMP でホワイトノイズを仮定して分解した各成分には、余計な誤差項が混在する可能性がある⁵⁸。もちろん、こうした MA 項は AR 成分の次数を大きく設定することにより、取り込むことが可能であるはずであるが、実際には AR 次数を大きく設定すると推計結果が不安定となる場合が多いため、このモデルでは解決が難しいと思われる。

⁵⁷ DECOMP では簡単化のために曜日変動要因は時間的に変化しないと仮定しており、ホワイトノイズを無視している。

⁵⁸ この点については、例えば吉川[1992]参照。

(2)DECOMP では、季節変動成分を求める際の制約条件がきついため、季節調整に seasonal dip (過剰な季節調整) が生じることが指摘されており⁵⁹、この場合、こうした seasonal dip が他の成分に影響を与える可能性がある。

(3)モデルの特定化を AIC によって客観的に行うことができることを DECOMP の特徴として挙げたが、この特定化には、廣松・浪花[1993]で指摘されているような問題がある。すなわち、AIC 規準で大差がない(概ね AIC の差の絶対値が 1 より小さい場合) 2 つのモデルで推定された各々の成分は、著しく異なる場合があり、どちらのモデルがより適切かとの判断がつかない(あるいは双方ともモデルとして適切ではない)、との問題が生じる可能性がある。こうした場合には、AIC 規準に頼るだけでなく、グラフに図示するなどにより、抽出結果の適切さ度合いを別の手法でみてみる必要がある⁶⁰。

(5) Beveridge and Nelson[1981]による分解

Beveridge and Nelson[1981]による分解は、時系列データを確定的トレンドと確率的トレンドの両方を含むものとの前提に立って、両者のトレンドによって説明できる部分(現時点で将来の予測に影響を与える部分)を恒常的な変動部分、残りの部分を一時的な変動部分とし、原系列を分解する手法である。

< Beveridge and Nelson[1981]分解の概要 >

まず、時系列データを 1 階階差 ARIMA モデルで表現する。さらに、この ARIMA 表現を、以下のように MA () 表現で、書き換える(同法では、基本的に I(1)を仮定しているため、(1)式の右辺は、定常になる)。

$$p_t - p_{t-1} = a_0 + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \quad (1)$$

(p は対象となる時系列、 a₀ は定数項、 ε は確率項、添字は時間を示す。)

⁵⁹ 詳細は、木村[1996a,b]参照。また、この点を含め、川崎・佐藤[1997]では、X-12-ARIMA と DECOMP、双方の季節調整法の優劣を検討している。

⁶⁰ この点も含め、AIC の特性については、坂元・石黒・北川[1983]等を参照。

ここで、 $e_t = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots$ 、と定義し、時間を s 期まで伸ばすと、(2)のようになる。

$$p_{t+s} = p_t + a_0 s + \sum_{i=1}^s e_{t+i} \quad (2)$$

(2)を使い、 t 期における $t+s$ 期の期待値（将来の予測）を表すと、以下のようになる（すなわち、 $t+s$ 期の期待値は、 t 期までに入手可能な情報によって表現できる）。

$$E_t p_{t+s} = a_0 s + p_t + \left(\sum_{i=1}^s \beta_i \right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{s+1} \beta_i \right) \varepsilon_{t-1} + \left(\sum_{i=3}^{s+2} \beta_i \right) \varepsilon_{t-2} + \dots \quad (3)$$

この時、 $p_t + \left(\sum_{i=1}^s \beta_i \right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{s+1} \beta_i \right) \varepsilon_{t-1} + \left(\sum_{i=3}^{s+2} \beta_i \right) \varepsilon_{t-2} + \dots$ は確率項となり、これを μ_t （すなわち、これが「恒常的な変動部分」と考える。ただし無限の将来に影響を与える部分を計算するため、 s とする）とする。ここでは、一旦生じたショック（確率変数で表される）が生み出した変動は、それ以降の将来の経済変数に、恒久的に影響を与える、との考えに基づいている。従って、Beveridge and Nelson 分解における「恒常的部分」とは、過去に生じた確率変数の総和によって表されるものと考えることができる。また、「一時的な変動部分」は、現在時点の値から恒常的な変動部分を差し引いた値となる。すなわち、

$$p_t - \mu_t = - \underbrace{\left(\left(\sum_{i=1}^s \beta_i \right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{s+1} \beta_i \right) \varepsilon_{t-1} + \left(\sum_{i=3}^{s+2} \beta_i \right) \varepsilon_{t-2} + \dots \right)} \quad (4)$$

(原データ) (恒常的な変動部分) (一時的な変動部分)

従って、(4)をみると明らかのように、恒常的な変動部分と一時的な変動部分との相関係数は、-1 となる。

< 問題点 >

(1)同手法は、非定常データを前提しているため、定常データを同手法を用い

て分解した場合は、必ずしも適切な成分を抽出できない可能性がある。

(2)同手法では、恒常的変動部分と一時的変動部分とが同一のイノベーションにより変動しており、その相関係数が-1 に制約されている。これは、本来独立に変動しうる両変動成分に対する強い制約条件となっている。因みに、2つの変動部分の相関係数を任意の値に仮定することも可能であるが、仮定した相関係数の値により、分解された成分の値が異なるとの問題が指摘されている⁶¹。分析者が真の相関関係を考慮に入れず⁶²、単純に同手法を用いた場合、不適切な成分を抽出してしまう可能性がある。

⁶¹ 詳細は、例えば Enders[1995]参照。Enders は、GNP データについて、両成分に相関がある場合と無相関な場合の2通りを想定した比較分析において、抽出された成分間に相違が生じたとの結果を導出した Watson[1986]を引用し、サンプルデータを使って'true'モデルを推定することの難しさを述べている。

⁶² 分析者は適切な成分を事前には把握し得ないのが通常であるので、「背後にある相関関係」は、当然の事ながら認識不可能である。この点で、得られたデータの解釈には注意が必要である。

補論 3 . 時系列的変動抽出手法のソフトウェアの利用法

本稿で使用した各種の抽出手法を実行する際に用いたソフトウェアについて、参考までに以下にまとめた。

手法	本稿で使用したソフト
X-12-ARIMA	米国商務省センサ局のホームページ (ftp.census.gov) より、X-12-ARIMAの圧縮プログラムをダウンロード。詳細及び解説は、日本銀行ホームページ (http://www.boj.or.jp/) 中の添付ファイル『「X-12-ARIMA」操作マニュアル』を参照。
Band-Passフィルター	Estima社の計量ソフトRATSのコマンド FFT (フーリエ変換) と IFT (逆フーリエ変換) を使用。 具体的な計算例は、RATS Manualの15-12を参照。
HPフィルター	Estima社の計量ソフトRATSのサブルーチンプログラム「@HPFILTER.SRC」を使用。は、プログラム上で "LAMBDA=1600" のように指定する。
DECOMP	統数研/佐藤整尚氏がWWW上に構築したシステム「Web Decomp」を使用。計算は全てサーバサイドで行われるので、ブラウザのみで使用可。 具体的には、http://www.ism.ac.jp/~sato/ にアクセスし、ウインドウ画面上の指示に従って操作を行う。
Beveridge-Nelson法	Estima社のホームページで提供されているサブルーチンプログラム「@BNDECOMP.SRC」を使用。 具体的には、http://www.estima.com/ にアクセスし、同プログラムをダウンロードし、RATS上で起動させる。

以 上

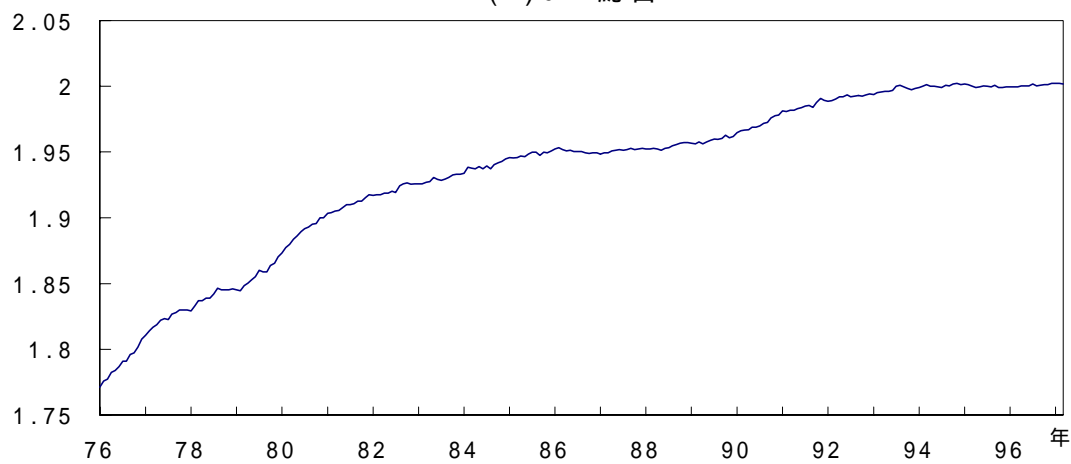
参考文献

- 石黒真木夫、「ベイズ型季節調整プログラム BAYSEA」、『統計数理』第 34 巻第 2 号、1986 年
- 川崎能典・佐藤整尚、「季節調整の「最適性」について」、『ISM Research Memorandum』No.640、統計数理研究所、1997 年
- 北川源四郎、「時系列分解 - プログラム DECOMP の紹介 - 」、『統計数理』第 34 巻第 2 号、1986 年
- 、「季節調整プログラム DECOMP とその後の展開」、『第 14 回応用経済時系列研究会報告資料』、1997 年
- 木村武、「季節調整の方法とその評価について」、『金融研究』第 14 巻第 4 号、日本銀行金融研究所、1995 年
- 、「季節調整について」、『IMES Discussion Paper』96-J-2、日本銀行金融研究所、1996 年 a
- 、「最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について」、『金融研究』第 15 巻第 2 号、日本銀行金融研究所、1996 年 b
- 国友直人、「季節調整法 X-12-ARIMA の特長と問題点」、『Discussion Paper』97-J-5、東京大学経済学部日本産業経済施設、1997 年
- 斉藤誠、『新しいマクロ経済学』、有斐閣、1996 年
- 坂元慶行・石黒真木夫・北川源四郎、『情報量統計学』、共立出版、1983 年
- 白塚重典、「物価の基調的変動を捕捉するための指標の構築とその含意」、『金融研究』第 16 巻第 3 号、日本銀行金融研究所、1997 年
- 副島豊、「日本のマクロ変数の単位根検定」、『金融研究』第 13 巻第 4 号、日本銀行金融研究所、1994 年
- 、「実質 GDP、通貨残高、物価の長期的関係 - 共和分検定の批判的再検討 - 」、『金融研究』第 14 巻第 4 号、日本銀行金融研究所、1995 年
- ハーベイ、国友直人・山本拓（訳）、『時系列モデル入門』、東京大学出版会、1985 年、（原著、Harvey, A., *Time Series Models*, Philip Allan Publishers Limited, 1981）
- 広松毅・浪花貞夫、『経済時系列分析の基礎と実際 - 非定常モデルの応用 - 』、多賀出版、1993 年
- 山本拓、『経済の時系列分析』、創文社、1988 年
- 吉川洋、『日本経済とマクロ経済学』、東洋経済新報社、1992 年

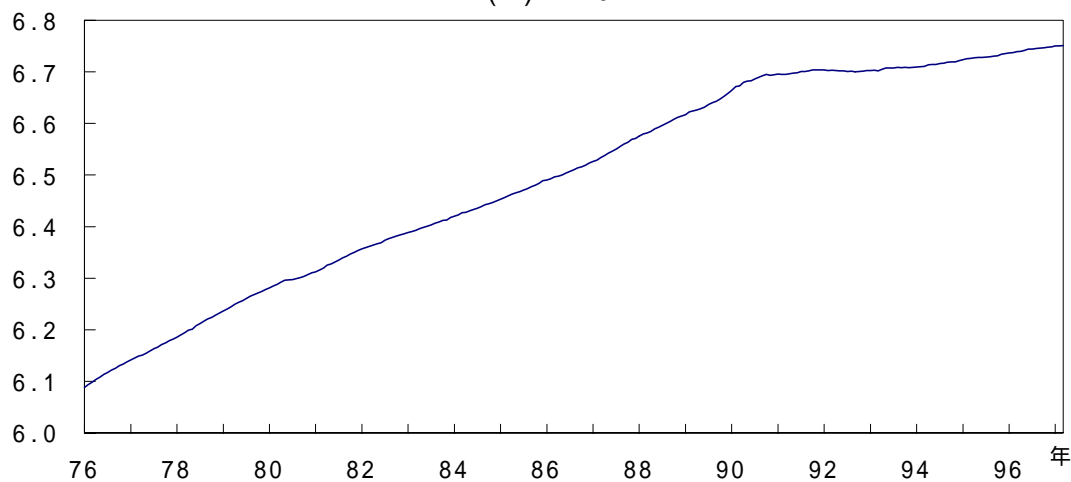
- Beveridge, S. and C. Nelson, "A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycles", *Journal of Monetary Economics* Vol.7, 1981, pp.151-174,
- Blanchard, O. and D. Quah, "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances" *American Economic Review* 79, 1989, pp.655-673
- Cogley, T. and J. Nason, "Effects of the Hodrick and Prescott Filter on Trend and Differences Stationary Time Series Implications for Business Cycle Research", *Journal of Economic Dynamics and Control* 19, 1995, pp.253-278
- Enders, W., *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, Inc., 1995
- Ghysels, E., "A Study Toward a Dynamic Theory of Seasonality for Economic Time Series", *Journal of the American Statistical Association* 83 No.401, 1988, pp.168-172
- and Perron, P., "The Effect of Seasonal Adjustment Filters on Tests for a Unit Root", *Journal of Econometrics* 55, 1993, pp.57-98
- Haltmaier, J., "Inflation-Adjusted Potential Output", Board of Governors of the Federal Reserve System, *International Finance Discussion Papers* 561, 1996
- Harvey, A. and A. Jaeger, "Detrending, Stylized Facts, and the Business Cycle", *Mimeo*, London School of Economics, 1991
- Hodrick, R. and E., Prescott, "Post-war U.S. Business Cycles: An Investigation", *Working Paper*, Carnegie-Mellon University, 1980
- Kitagawa, G. and W., Gersch, "A Smoothness Priors State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality, *Journal of the American Statistical Association* 79 No. 386, 1984, 378-389
- Kiyotaki, N., and J., Moore, "Credit Cycles", *NBER Working Paper* 5083, 1995
- Miron, J., *The Economics of Seasonal Cycles*, MIT Press, 1996
- Razzak, W. and R. Dennis, "The Output Gap Using the Hodrick-Prescott Filter with a Non-Constant Smoothing Parameter: An Application to New Zealand", Reserve Bank of New Zealand, *Discussion Paper* G95/8, 1996
- Watson, M., "Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends", *Journal of Monetary Economics*, 1986, pp.49-75

(図表1) 各経済変数の変動(対数レベル 季節調整済)

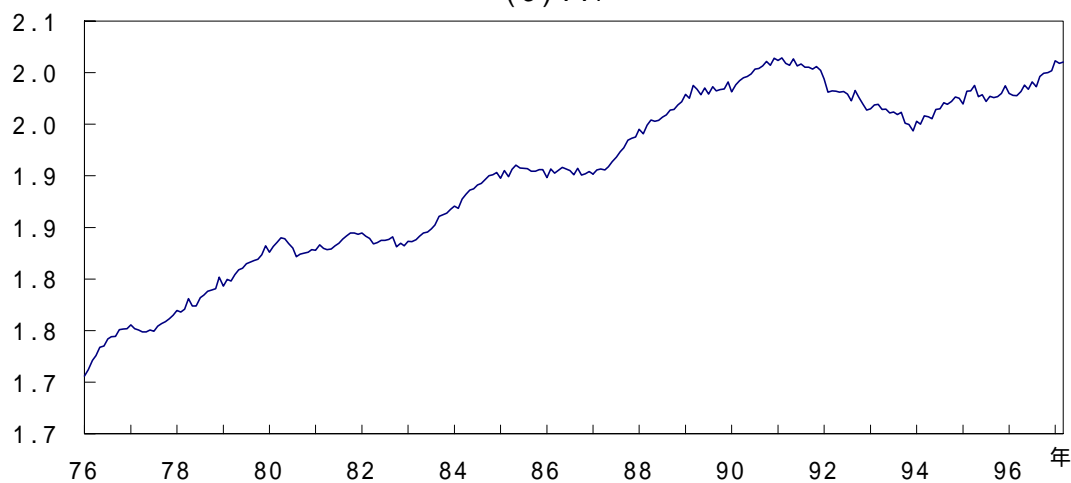
(1) CPI総合



(2) M2+CD

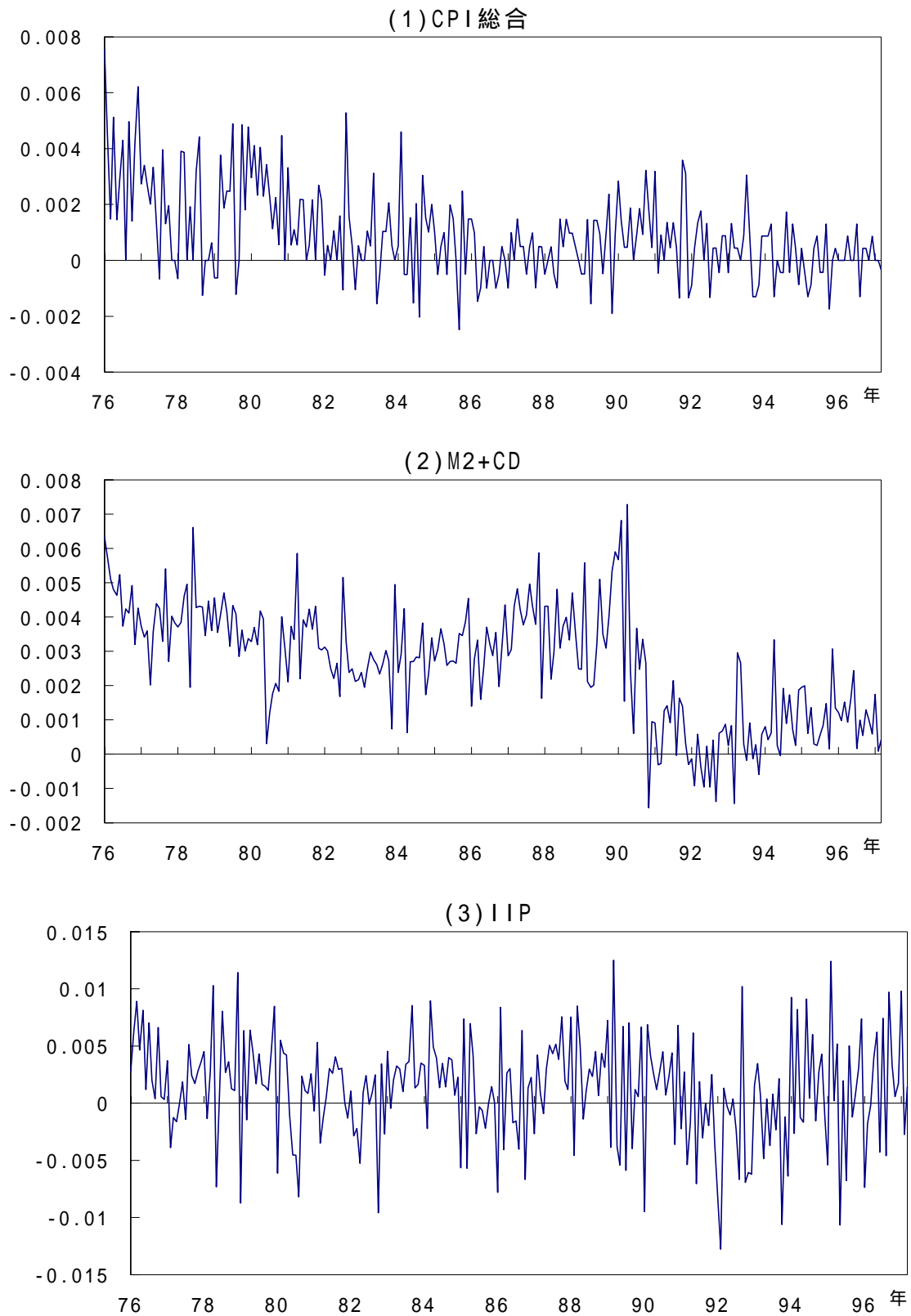


(3) IIP



(注) 季節調整は、X-12-ARIMAによるもの。

(図表2) 各経済変数の変動(対数階差 季節調整済)

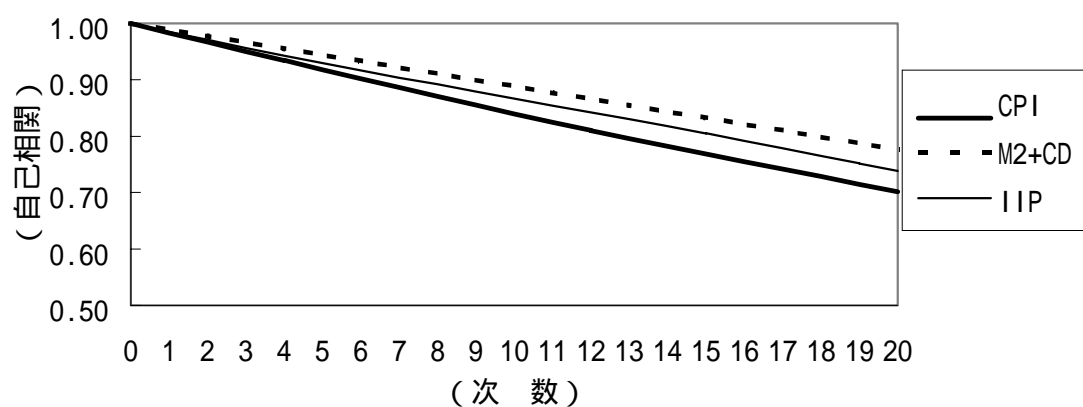


(注) 季節調整は、X-12-ARIMA によるもの。

(図表 3) 各変数の対数階差の平均値と標準偏差 (1975 年 1 月 ~ 1997 年 3 月)

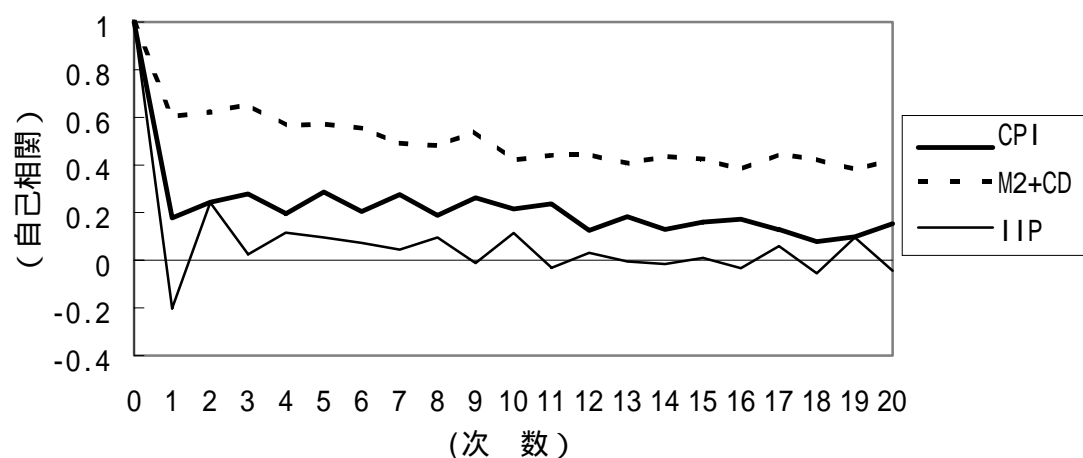
	平均値	標準偏差
CPI	0.000934	0.001630
M2+CD	0.002626	0.001695
IIP	0.001205	0.004572

(図表 4) 各変数の自己相関 (対数レベル値 季節調整済)

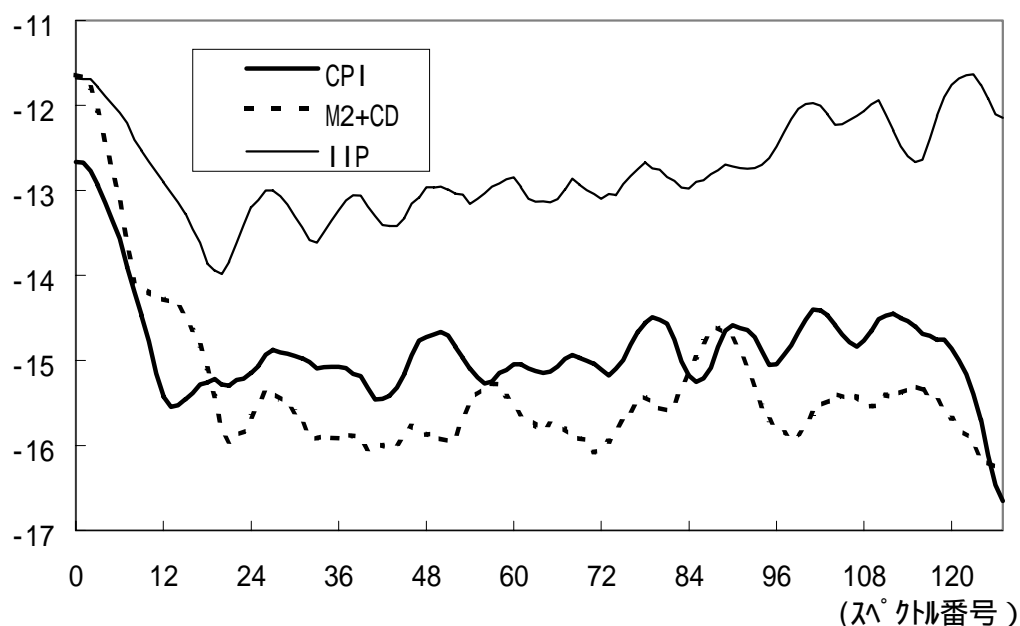


(注) 季節調整は、X-12-ARIMA によるもの。

(図表 5) 各変数の自己相関 (対数 1 階階差 季節調整済)



(図表 6) 各経済変数のスペクトル分布 (対数 1 階階差 季節調整済)
 (縦軸は、パワースペクトル(自然対数値))



スペクトル番号	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	127
周期(月数)	21	10	7	5	4	3.5	3	2.6	2.4	2	

(注) ・スペクトルの見方は、補論 1 を参照。
 ・季節調整は、X-12-ARIMA によるもの。

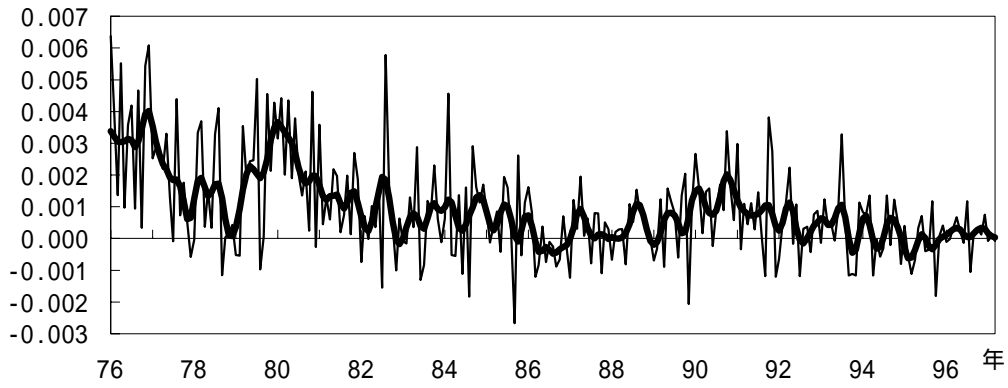
(図表 7) 単位根検定 (ADF テスト) (期間 : 1975 年 1 月 ~ 1997 年 3 月)

月次	(1)ドリフト項・トレンドなし	(2)ドリフト項のみ	(3)ドリフト項及びトレンド
CPI ~ I(0)	×		
M2+CD ~ I(0)	×	×	×
M2+CD ~ I(1)	×	×	×
M2+CD ~ I(2)			
IIP ~ I(0)	×	×	×
IIP ~ I(1)			

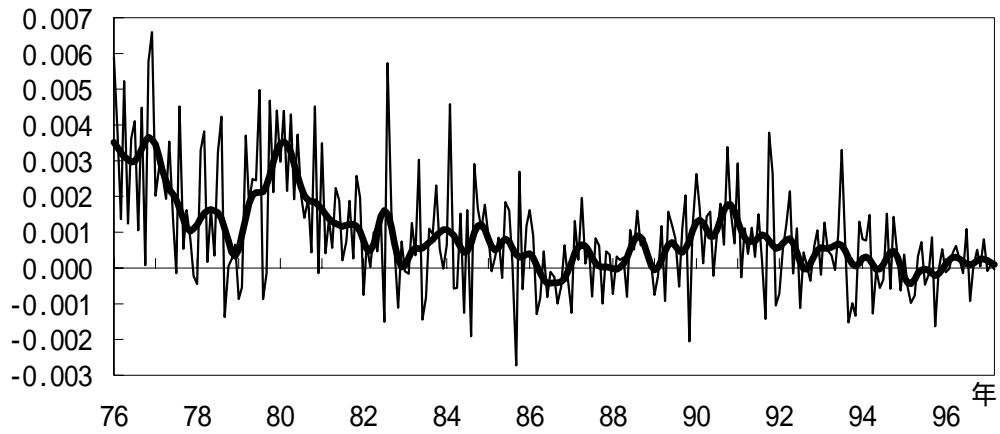
注) I()は、()内が階差の次数を示す。すなわち、I(1)であれば、原系列に、一階階差をとった式で推定を行った結果を表している。
 × : $H_0 : \gamma = 0$ の帰無仮説が採択された場合。
 : $H_0 : \gamma = 0$ の帰無仮説が棄却され、対立仮説 $H_1 : \gamma = 1$ が採択された場合。
 * : $H_1 : \gamma = 1$ が採択され、さらに(2)式のドリフト項、もしくは(3)式のドリフト項及びトレンドが、ともに 1%水準で有意であるとき。

(図表 8)ヘンダーソン加重移動平均による CPI の趨勢循環成分(対数 1 階階差)

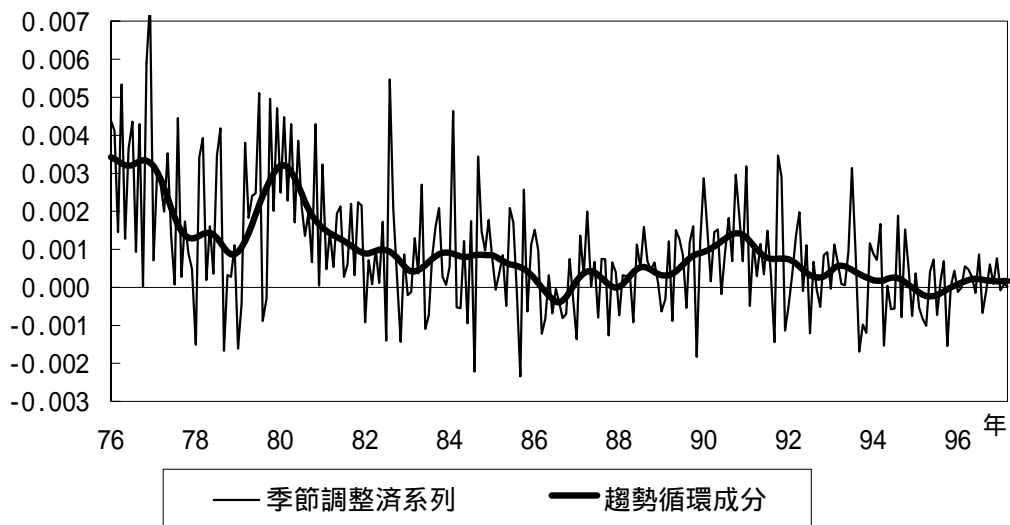
(1)加重移動平均 9 項



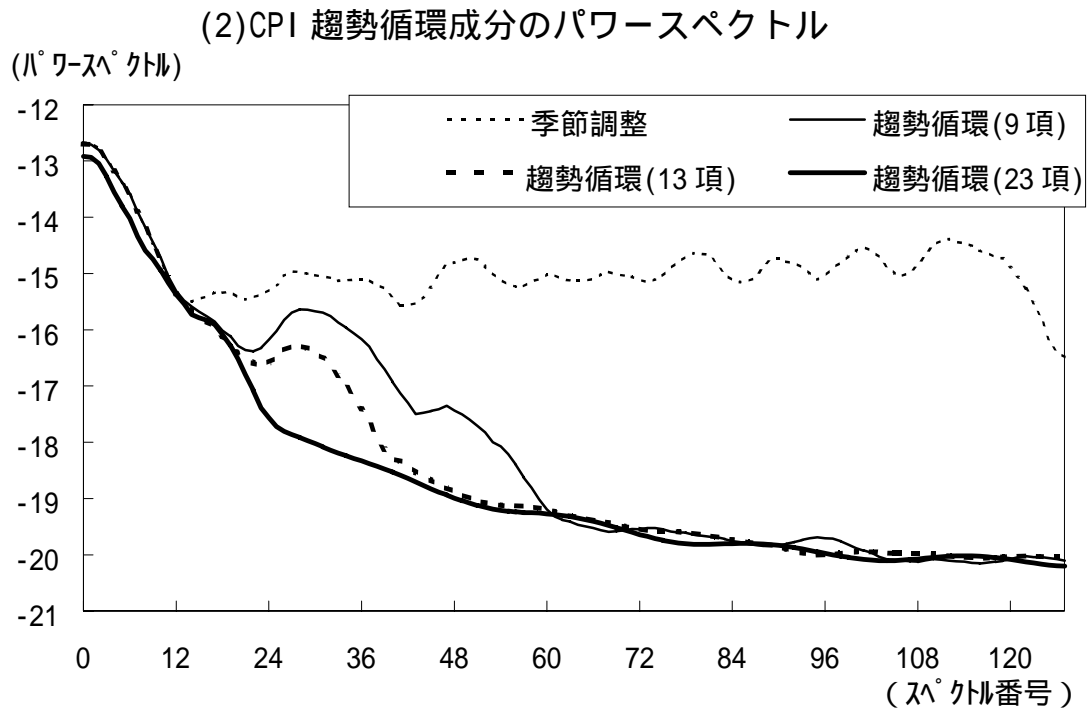
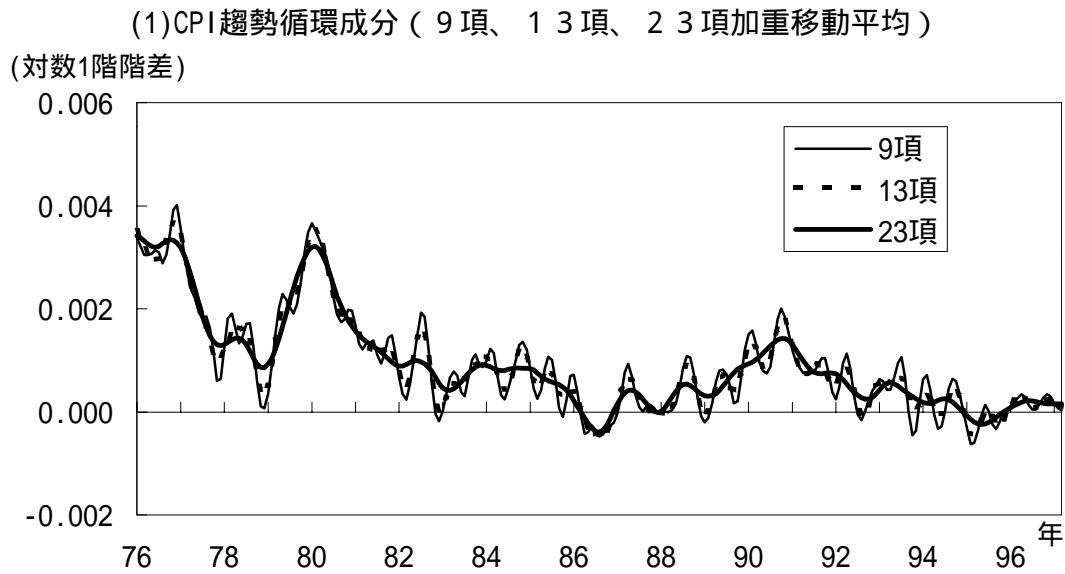
(2)加重移動平均 13 項



(3)加重移動平均 23 項



(図表 9) ヘンダーソン加重移動平均による CPI の趨勢循環成分

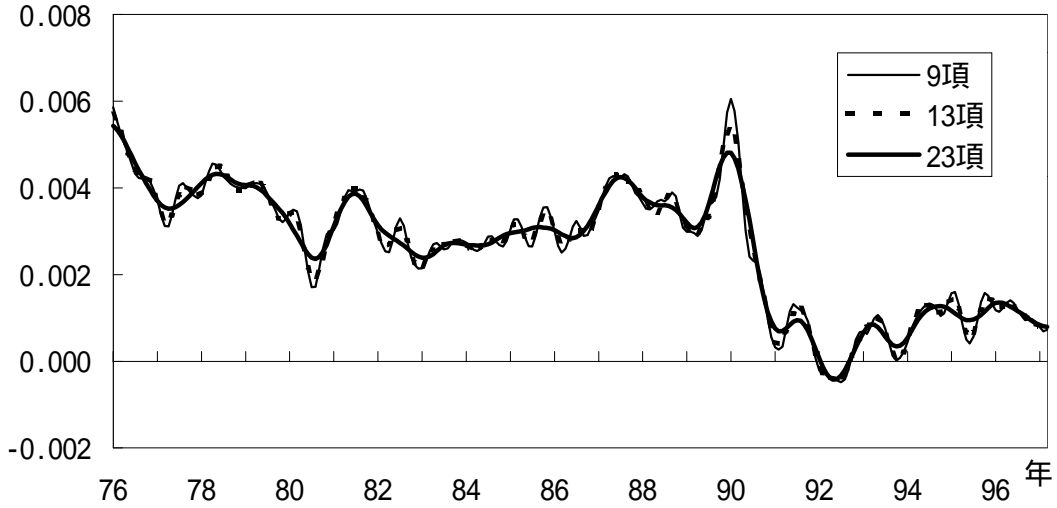


スペクトル番号	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	127
周期(月数)		21	10	7	5	4	3.5	3	2.6	2.4	2

(図表 10) ヘンダーソン加重移動平均による M2+CD の趨勢循環成分

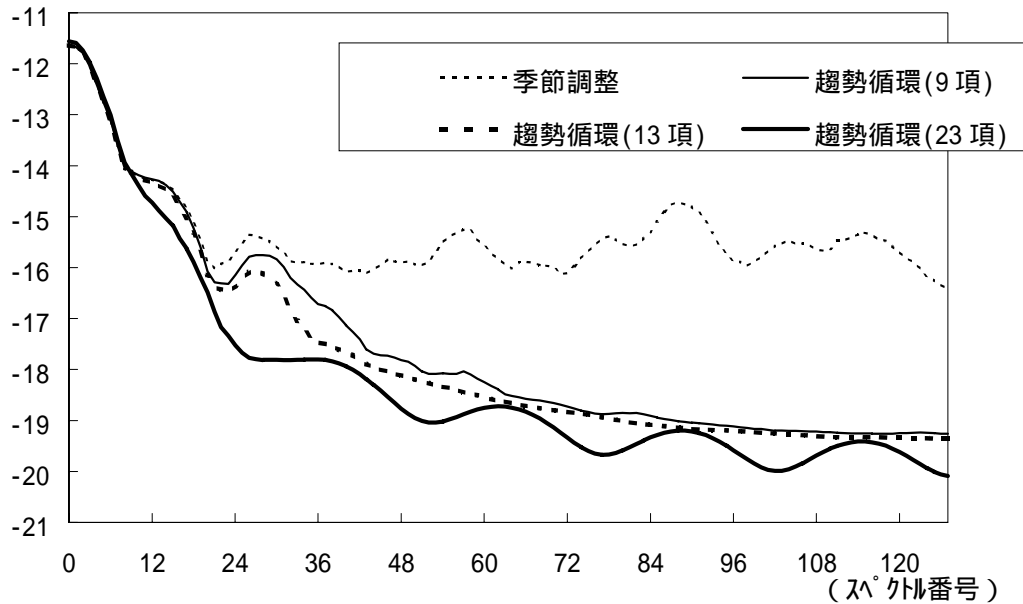
(1) M2+CD 趨勢循環成分 (9 項、13 項、23 項加重移動平均)

(対数1階階差)



(2) M2+CD 趨勢循環成分のパワースペクトル分布

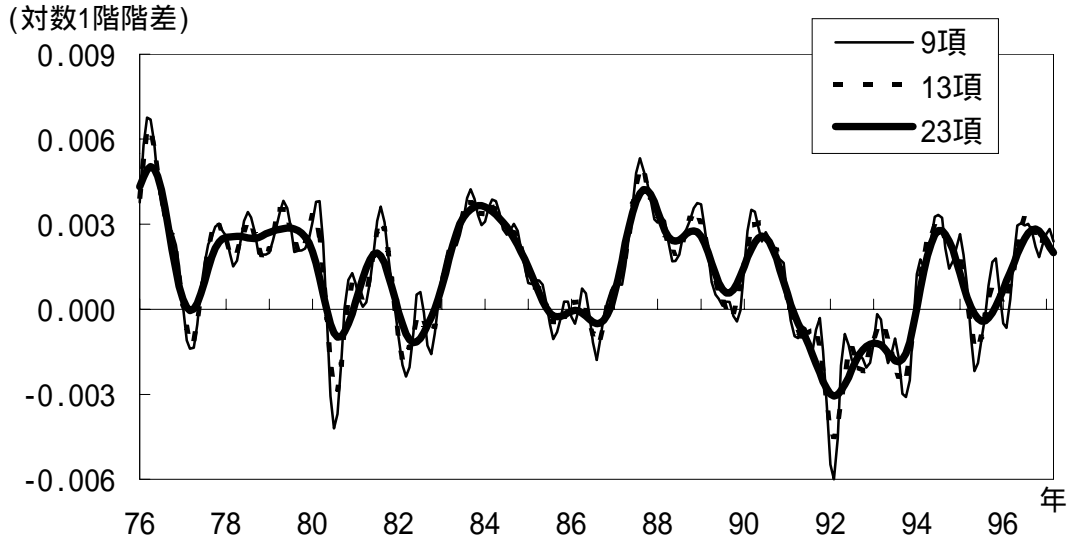
(パワースペクトル)



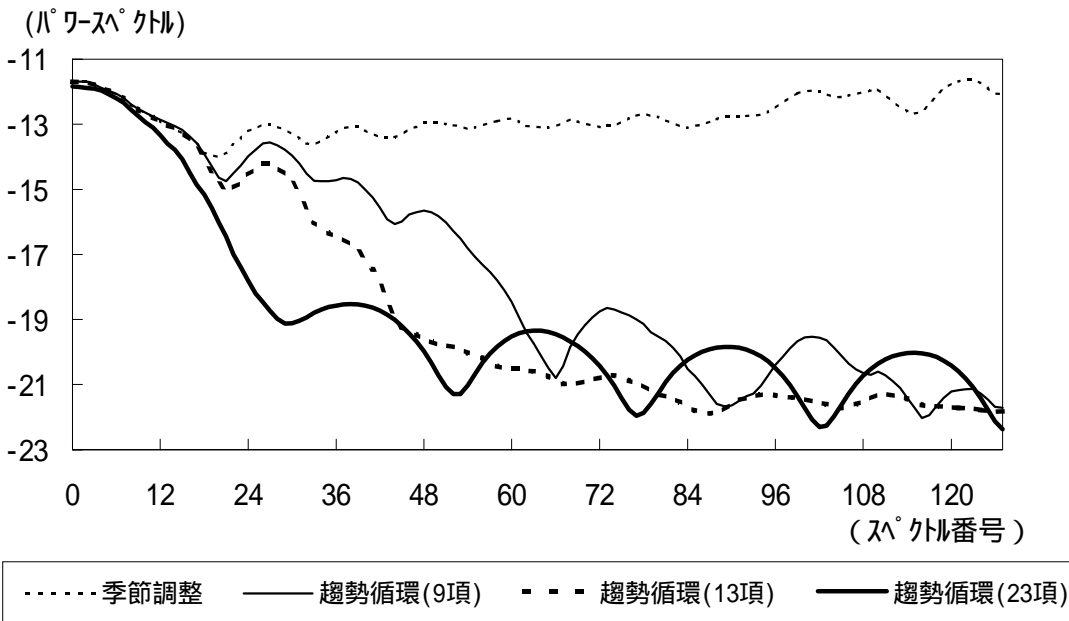
スペクトル番号	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	127
周期(月数)		21	10	7	5	4	3.5	3	2.6	2.4	2

(図表 11) ヘンダーソン加重移動平均による IIP の趨勢循環成分

(1) IIP 趨勢循環成分 (9 項、13 項、23 項加重移動平均)



(2) IIP 趨勢循環成分のパワースペクトル分布



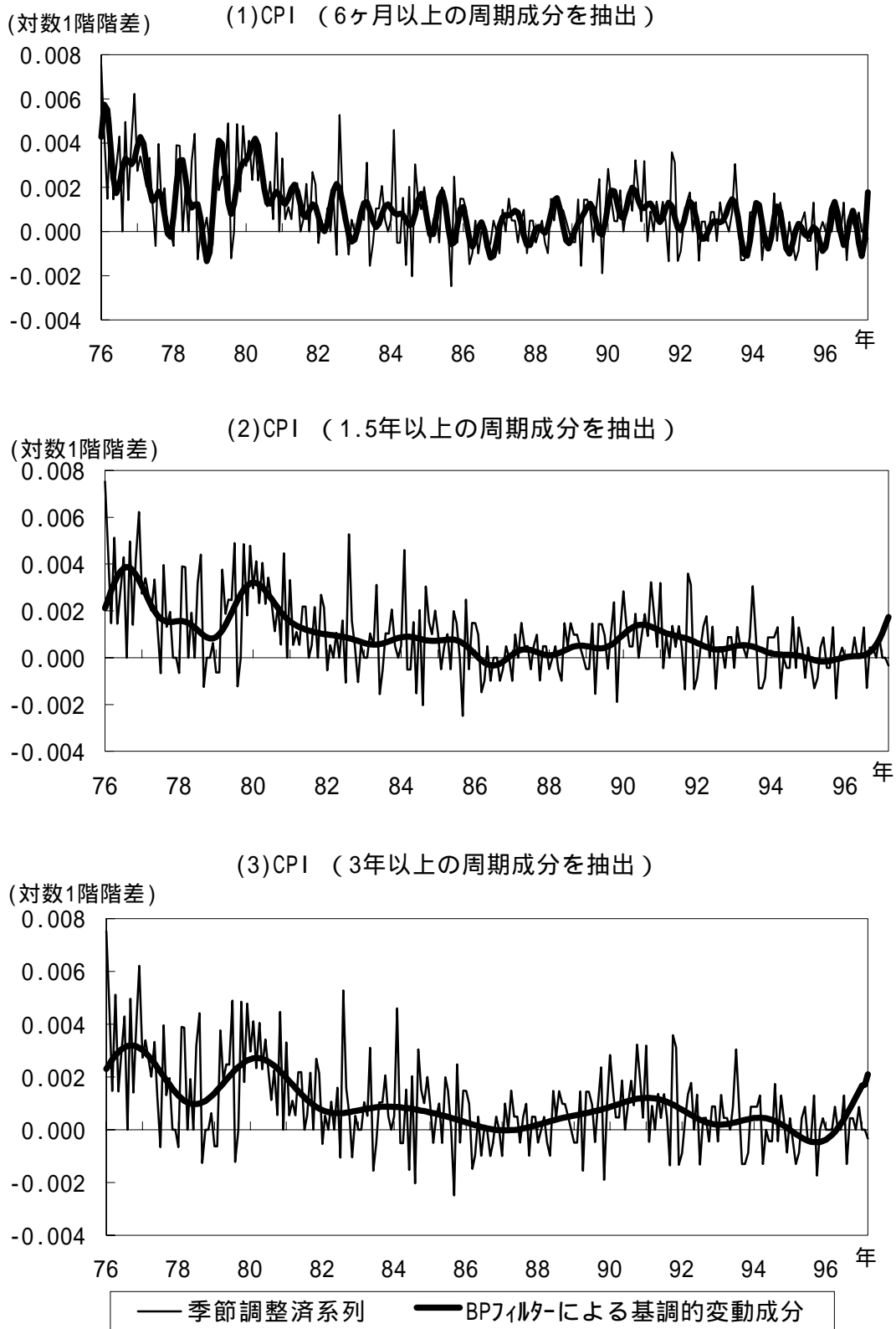
スペクトル番号	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	127
周期(月数)		21	10	7	5	4	3.5	3	2.6	2.4	2

(図表 12) ヘンダーソン加重移動平均による趨勢循環成分の透過率が 50%
となる周期

	9 項平均	13 項平均	23 項平均
CPI	7 ヶ月	9 ヶ月	12 ヶ月
M2+CD	6 ヶ月	8 ヶ月	12 ヶ月
IIP	7 ヶ月	12 ヶ月	14 ヶ月

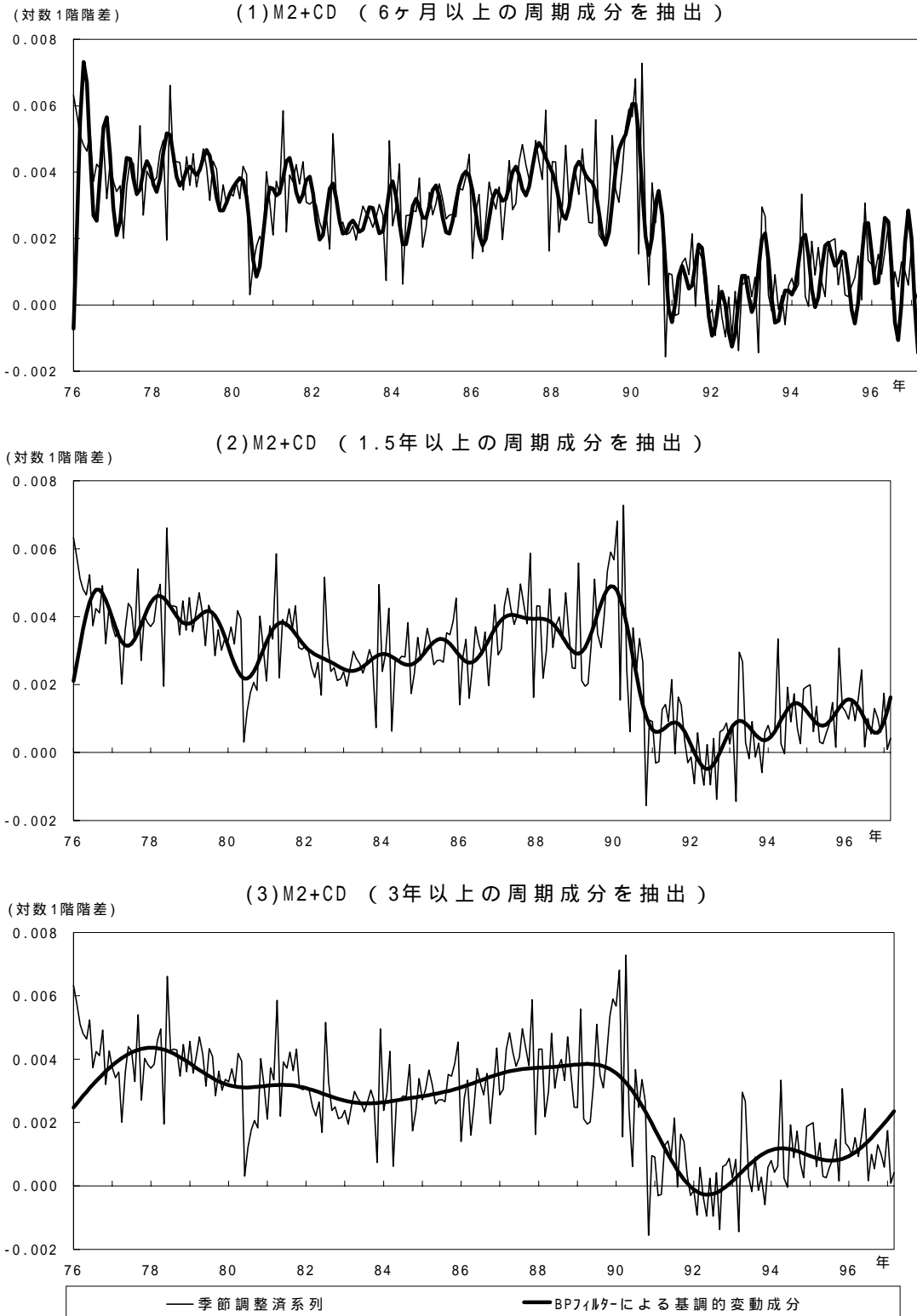
(注) 透過率は (趨勢循環成分のパワースペクトル / 季節調整系列のパワースペクトル) の平方根で算出する。

(図表 13-1) Band-Pass フィルターによる CPI の基調的変動成分



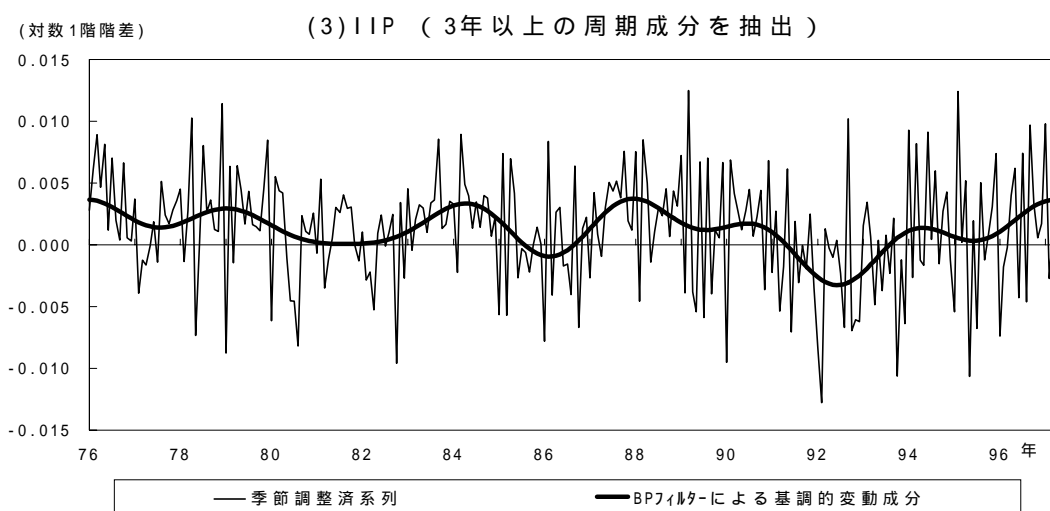
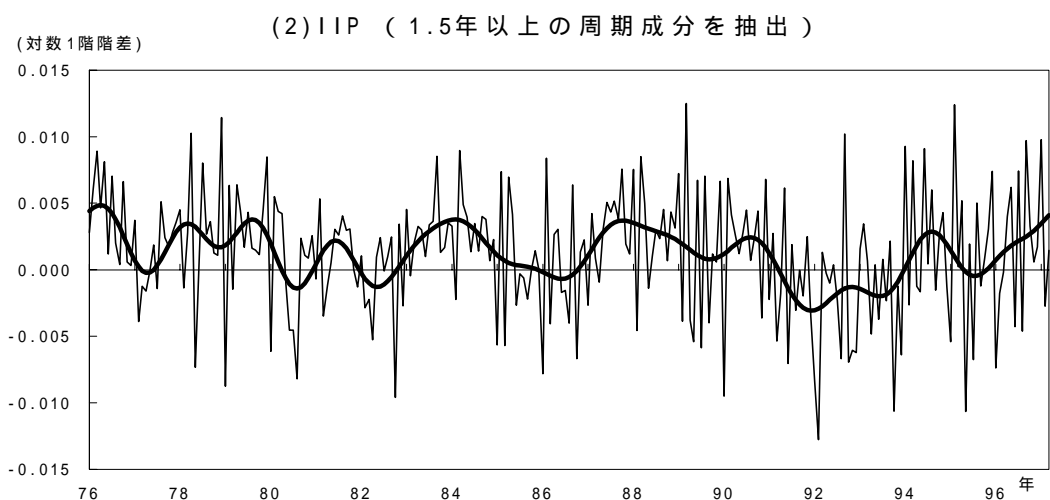
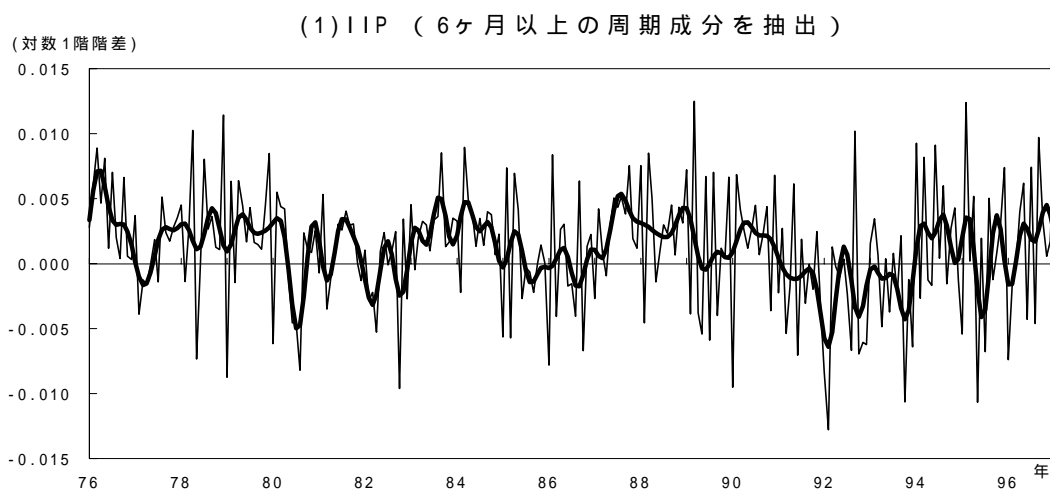
(注) 比較対象としている季節調整済系列は、X-12-ARIMA によるもの。

(図表 13-2) Band-Pass フィルターによる M2+CD の基調的変動成分



(注) 比較対象としている季節調整済系列は、X-12-ARIMA によるもの。

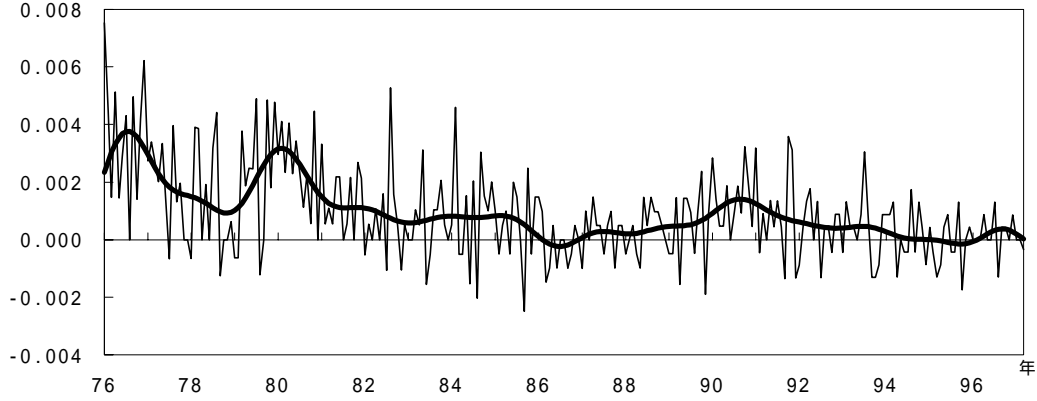
(図表 13-3) Band-Pass フィルターによる IIP の基調的変動成分



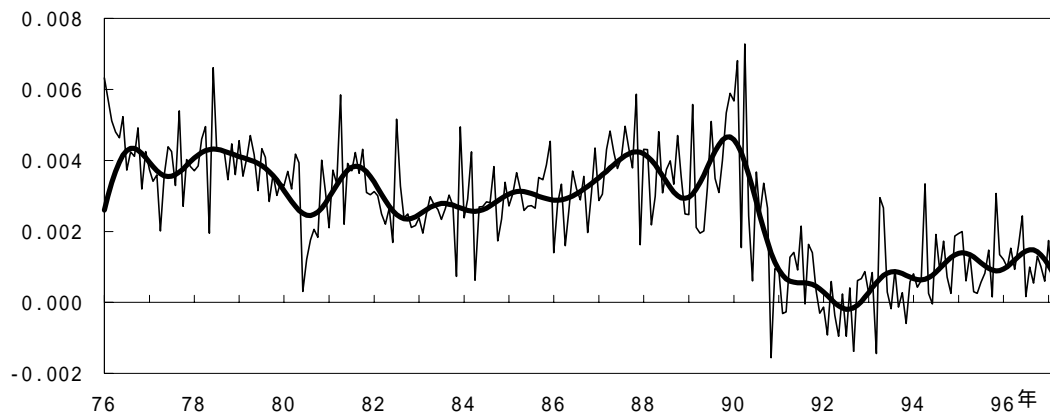
(注) 比較対象としている季節調整済系列は、X-12-ARIMA によるもの。

(図表 14) Band-Pass フィルターによる基調的変動成分
 (ARIMA 予測値を1年分加えた場合)

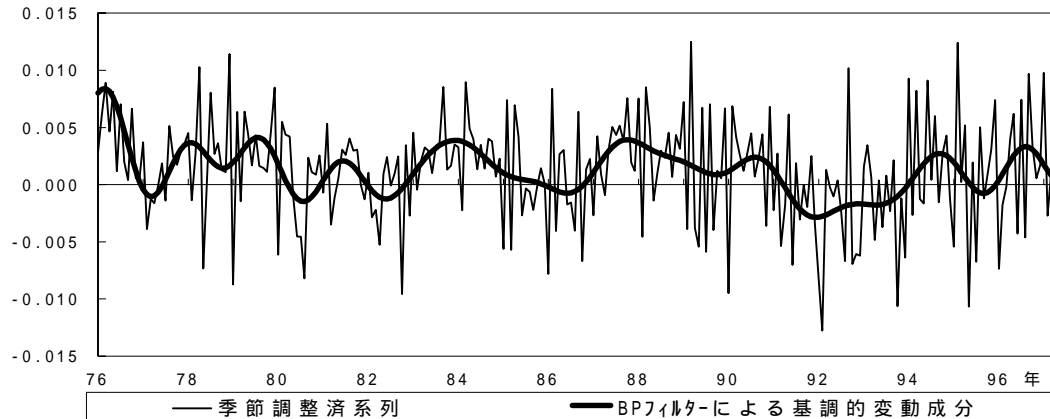
(対数1階階差) (1)CPI (1.5年以上の周期成分に抽出<1年予測値付>)



(対数1階階差) (2)M2+CD (1.5年以上の周期成分を抽出<1年予測値付>)

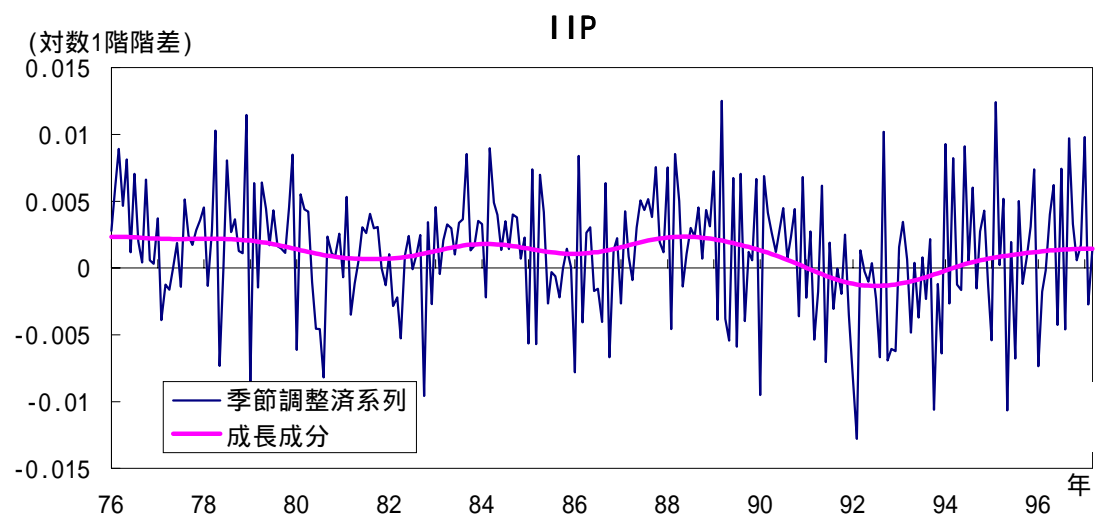
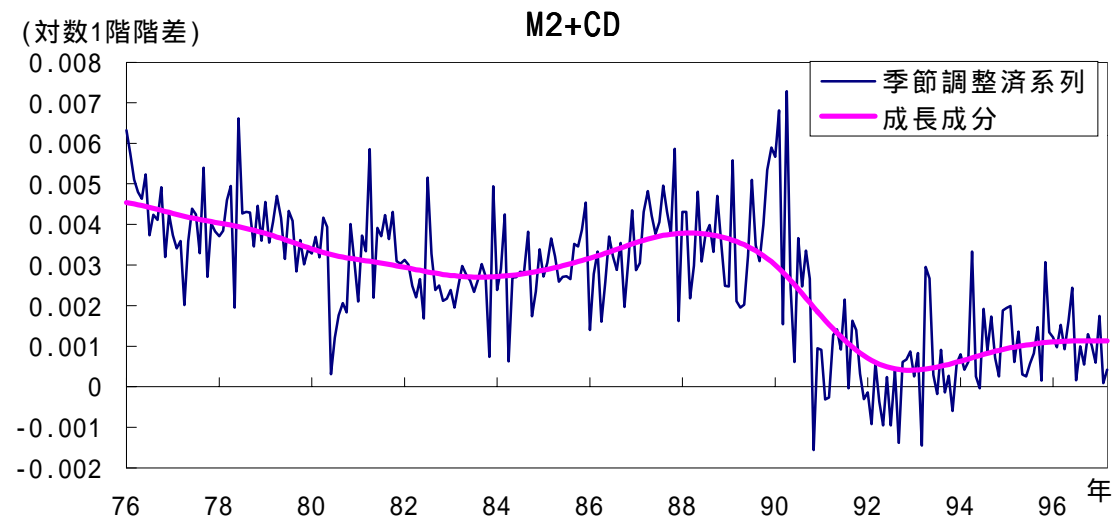
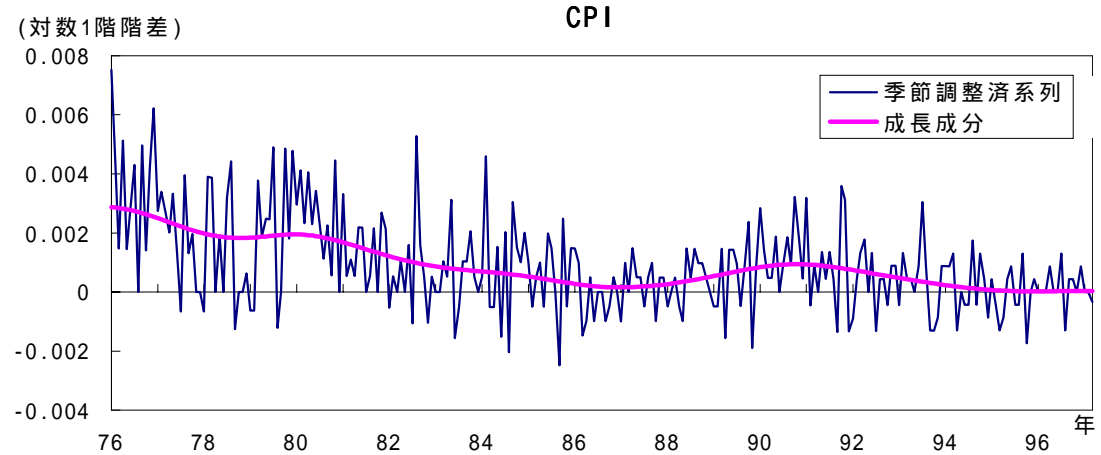


(対数1階階差) (3)IIP (1.5年以上の周期成分を抽出<1年予測値付>)



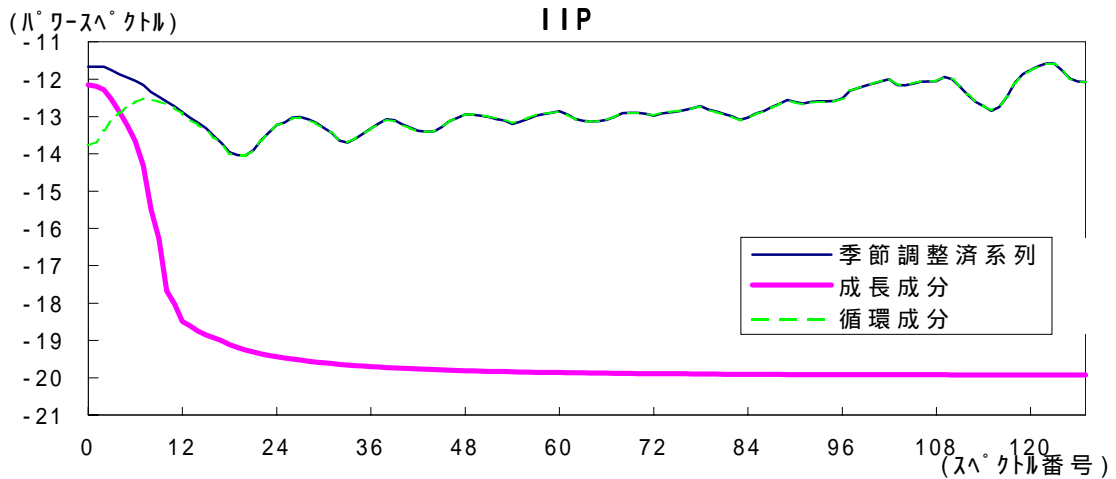
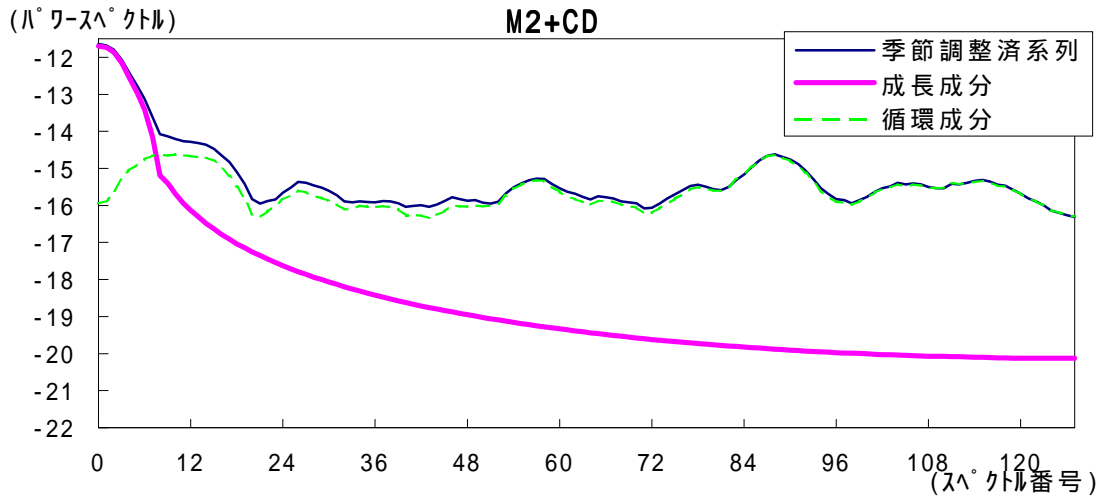
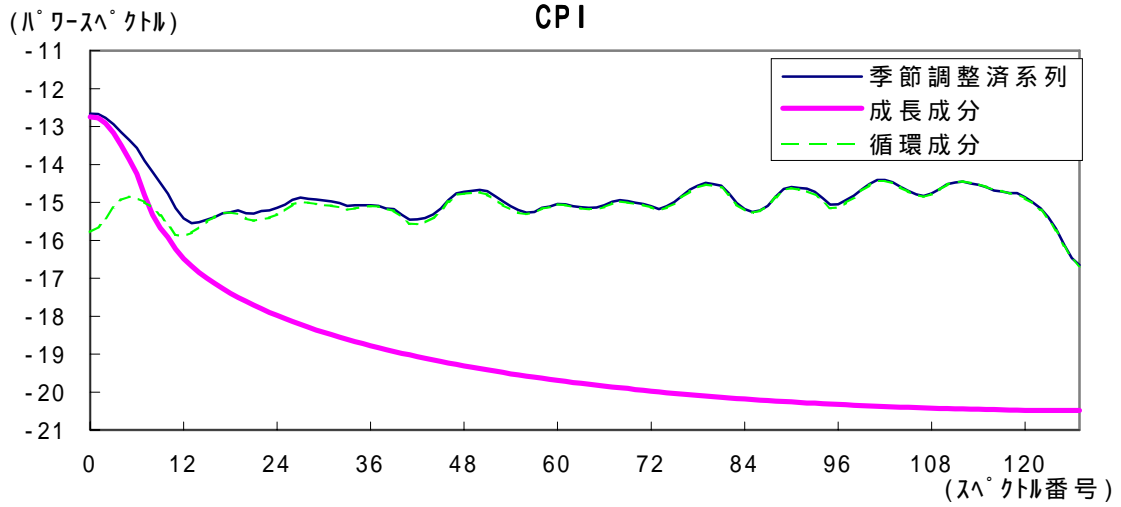
(注) 比較対象としている季節調整済系列は、X-12-ARIMA によるもの。

(図表 15) HP フィルターによる成長成分 (基調的変動成分) =14400



(注) 比較対象としている季節調整済系列は、X-12-ARIMA によるもの。

(図表 16) HP フィルターによる抽出成分のスペクトル分布



スペクトル番号	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	127
周期(月数)		21	10	7	5	4	3.5	3	2.6	2.4	2

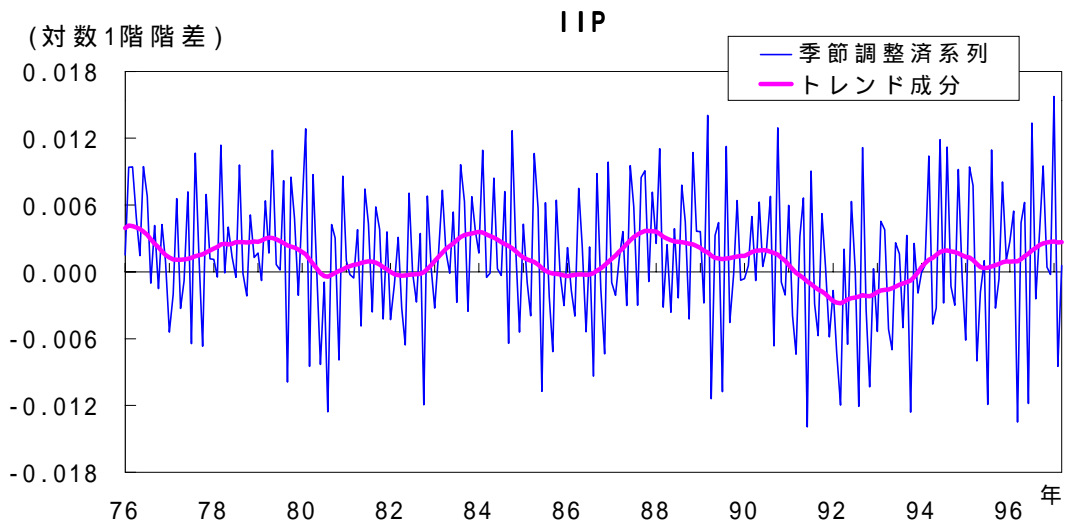
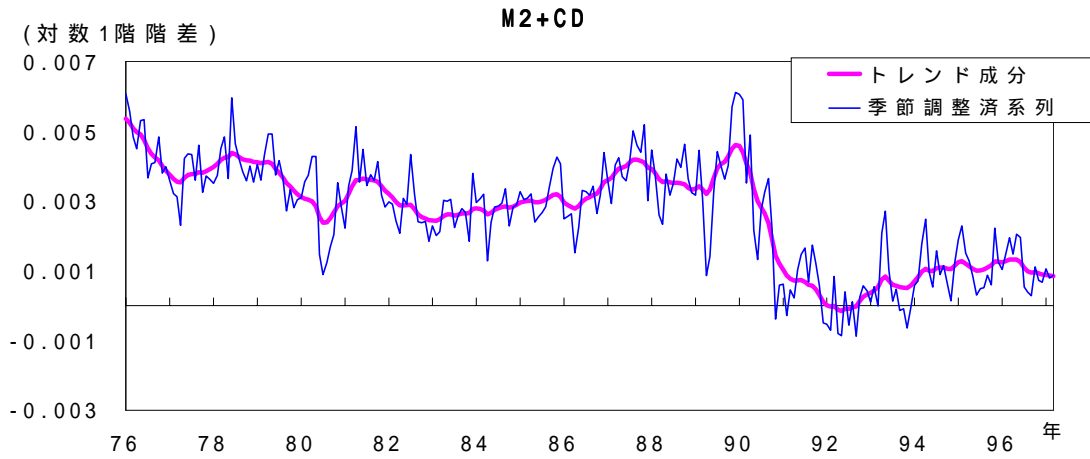
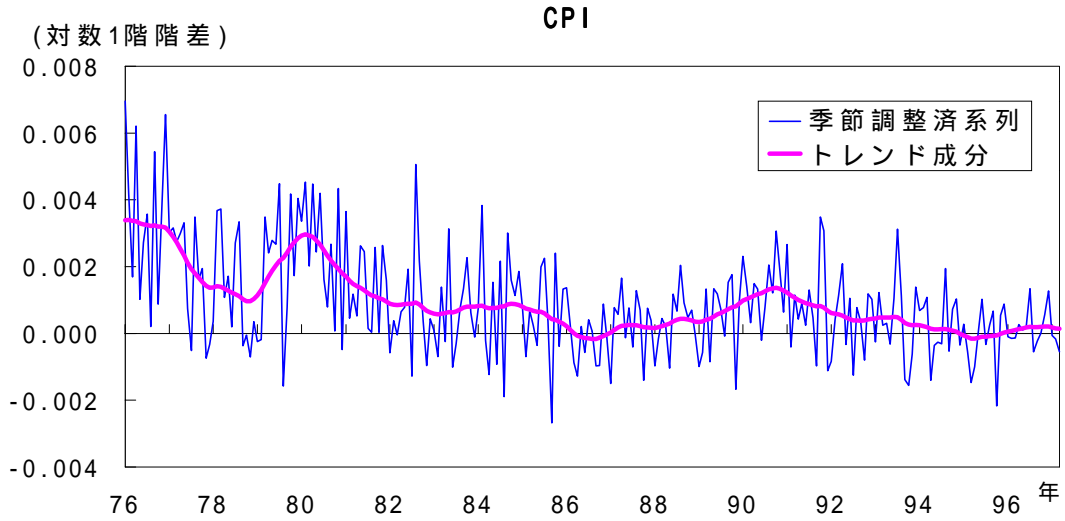
(注) 比較対象としている季節調整済系列は、X-12-ARIMA によるもの。

(図表 17) HP フィルターにより抽出された成長成分と循環成分の
パワースペクトルが等しくなる周期

	月次		四半期		参考	
	スペクトル番号	期間の切れ目	スペクトル番号	期間の切れ目	月次	四半期
	単位根検定		単位根検定		単位根検定	
CPI (季調前)	7	3年	6	3.5年		
CPI (季調後)	8	2.65年	12	1.8年	I(0)+定	I(0)+定
M2+CD (季調前)	8	2.65年	7	3年		
M2+CD (季調後)	8	2.65年	7	3年	I(2)	I(2)
IIP (季調前)	4	5.3年	-	-		
IIP (季調後)	5	4.25年	-	-	I(1)+定+ト	
RGDP (季調前)	-	-	N.A.	N.A.		
RGDP (季調後)	-	-	9	2.4年		I(1)+定+ト

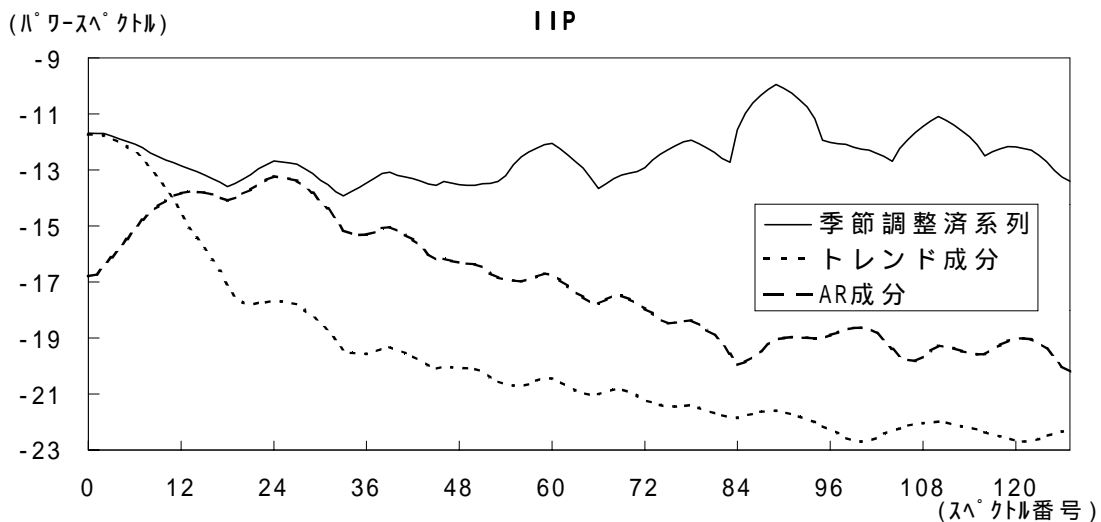
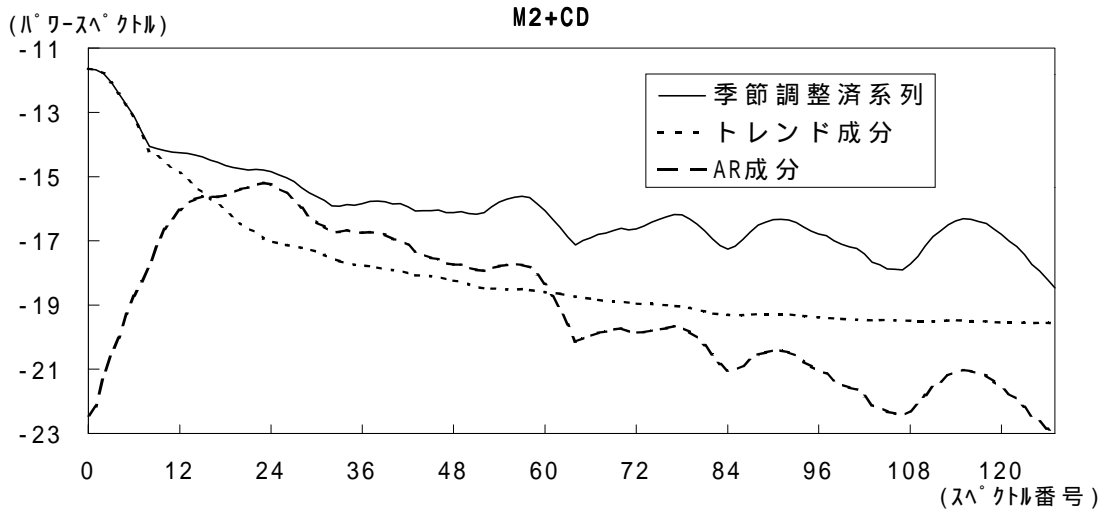
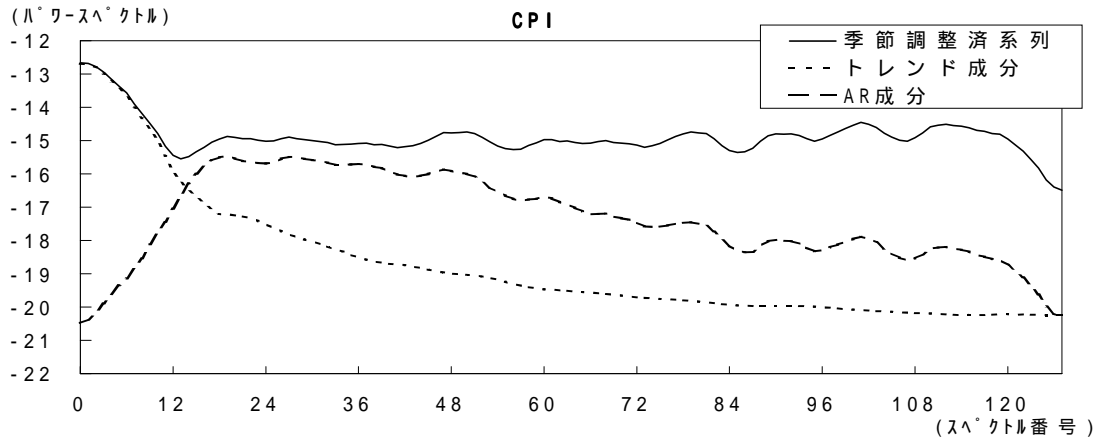
(注) 季節調整は、X-12-ARIMA によるもの。

(図表 18) DECOMP によるトレンド成分



(注) 比較対象としている季節調整済系列は、DECOMP によるもの。

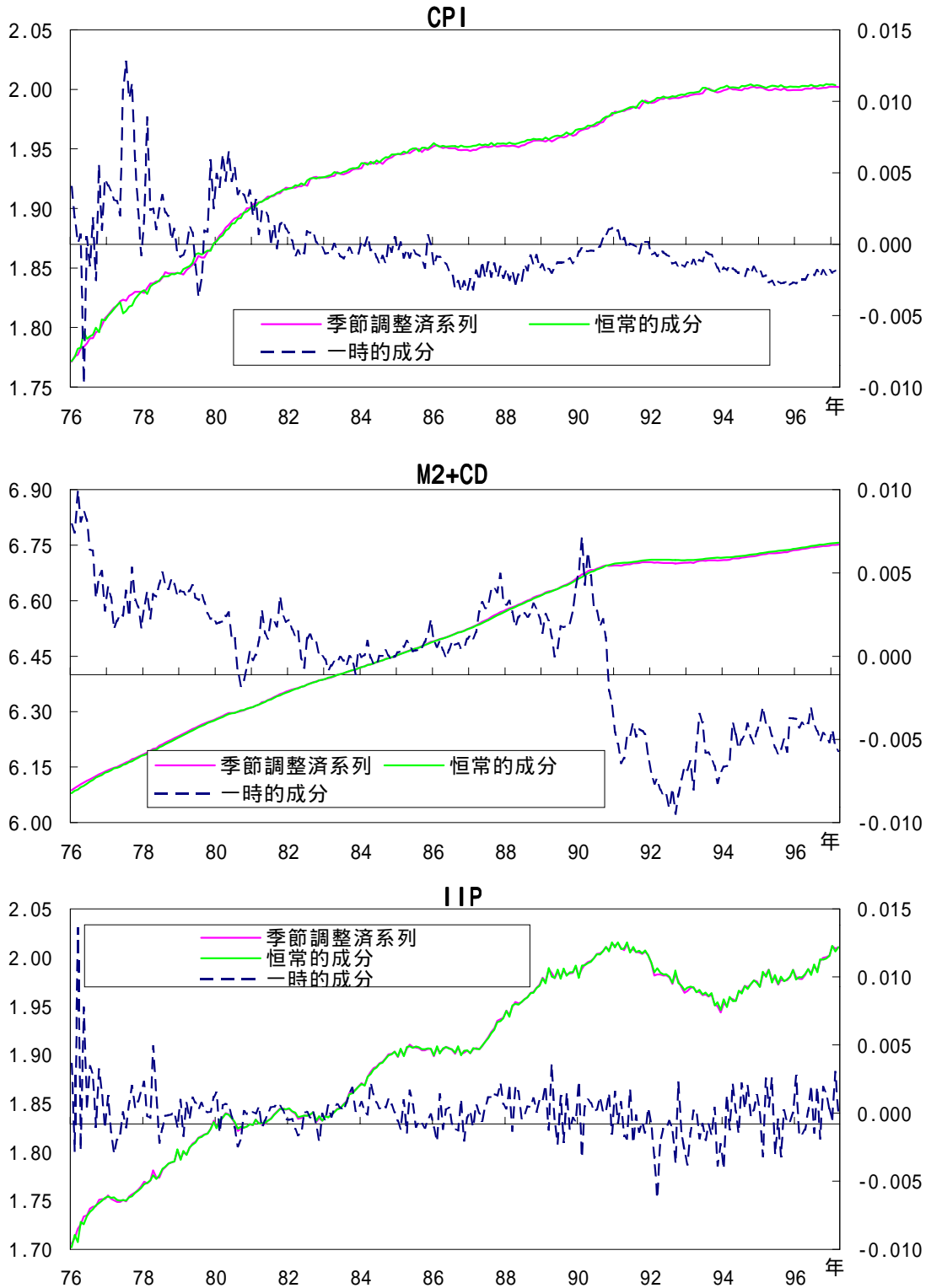
(図表 19) DECOMP により抽出された各成分のスペクトル分布



スペクトル番号	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	127
周期(月数)		21	10	7	5	4	3.5	3	2.6	2.4	2

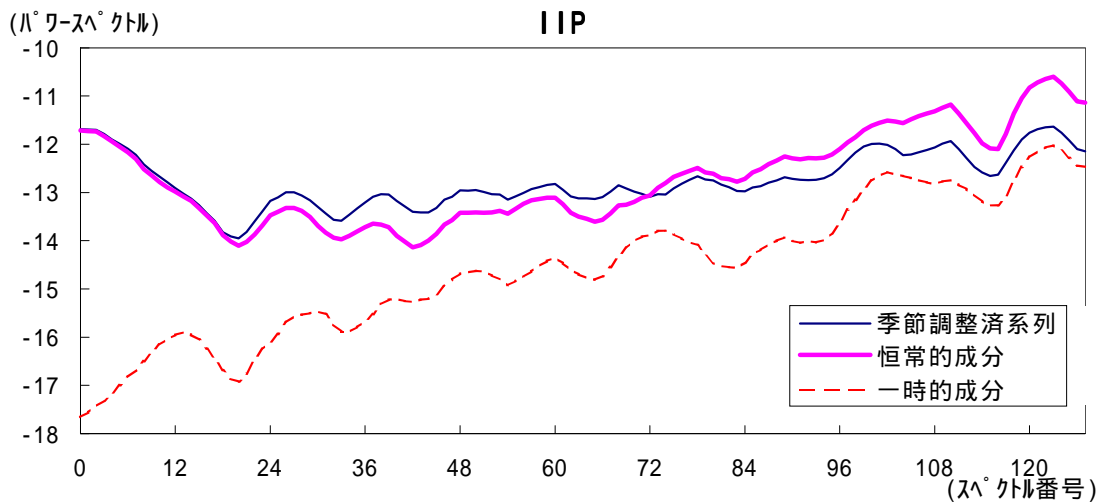
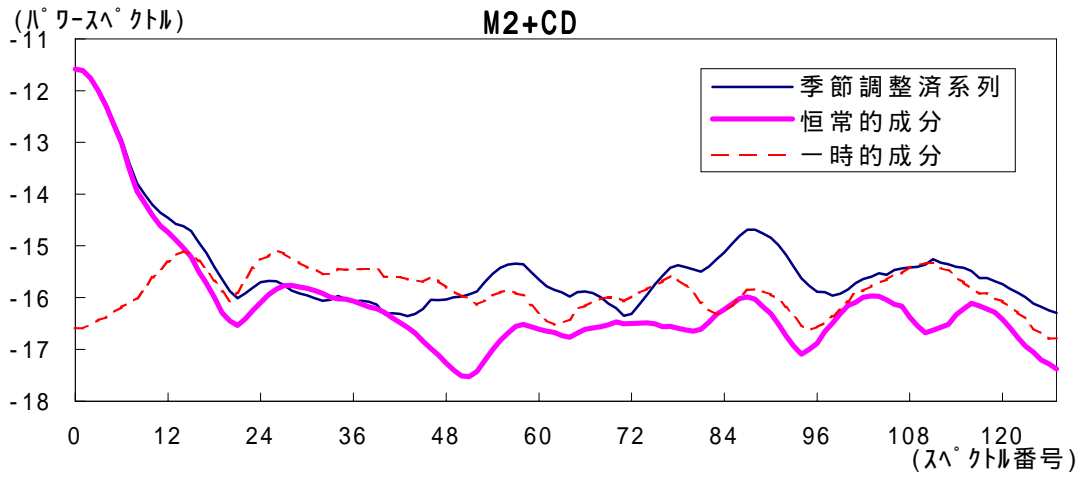
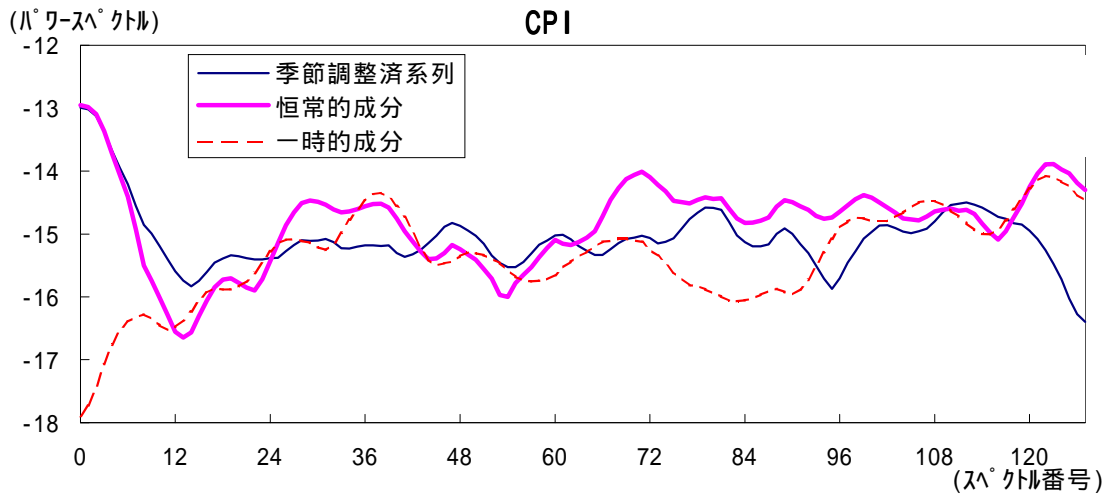
(注) 比較対象としている季節調整済系列は、DECOMP によるもの。

(図表 20) Beveridge and Nelson 分解による抽出成分 (対数 1 階階差)
 (季節調整済系列及び恒常的成分 : 右目盛り / 一時的成分 : 左目盛り)



(注) 比較対象としている季節調整済系列は、X-12-ARIMA によるもの。

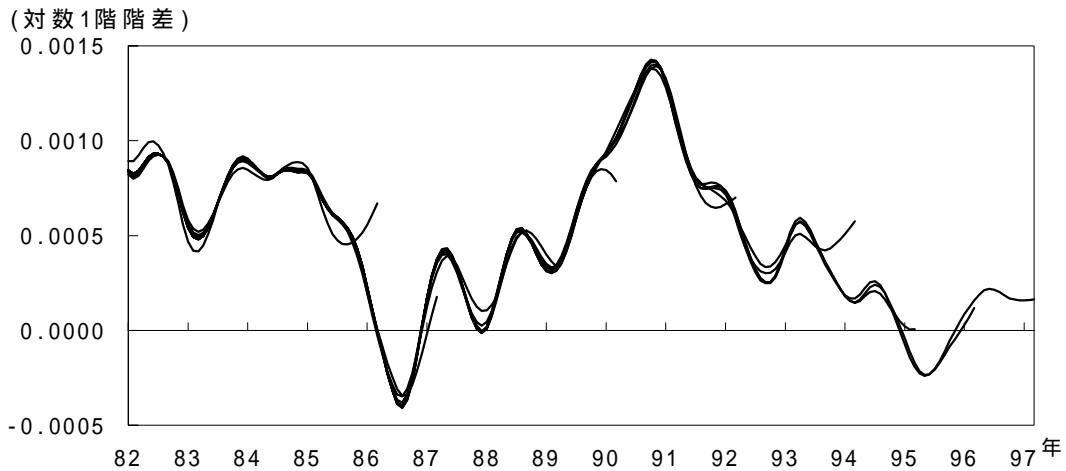
(図表 21) Beveridge and Nelson 分解による抽出成分のスペクトル分布



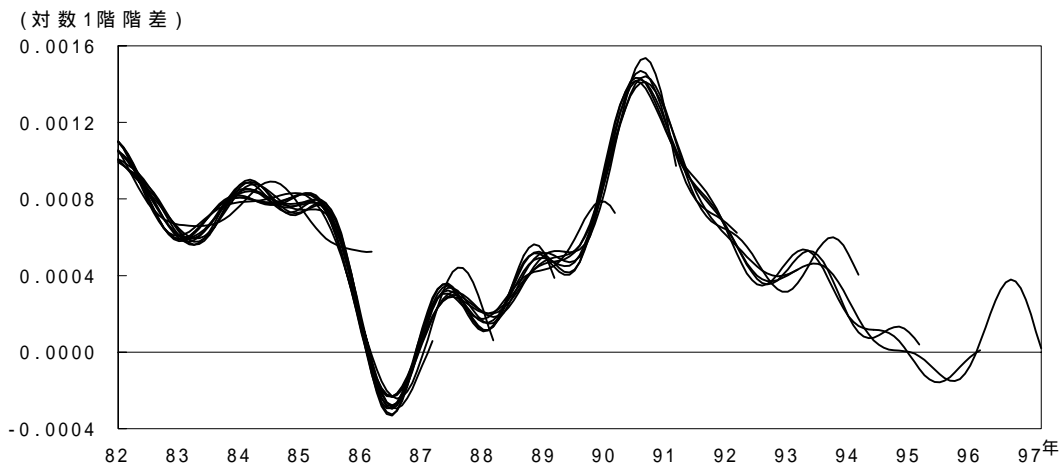
スペクトル番号	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	127
周期(月数)		21	10	7	5	4	3.5	3	2.6	2.4	2

(注) 比較対象としている季節調整済系列は、X-12-ARIMA によるもの。

(図表 22) ヘンダーソン加重移動平均の安定性 (CPI、86/3 から 1 年ごと付加)

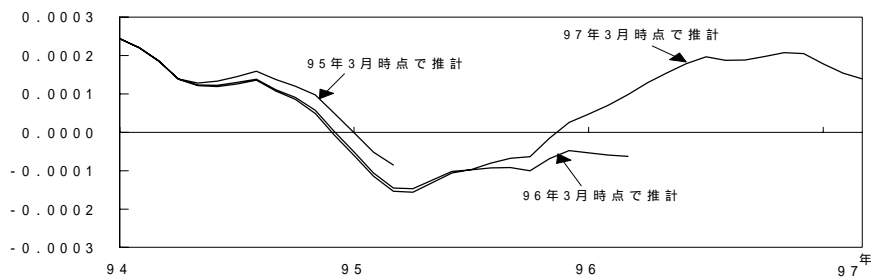


(図表 23) Band-Pass フィルターの安定性 (CPI、86/3 から 1 年ごと付加)



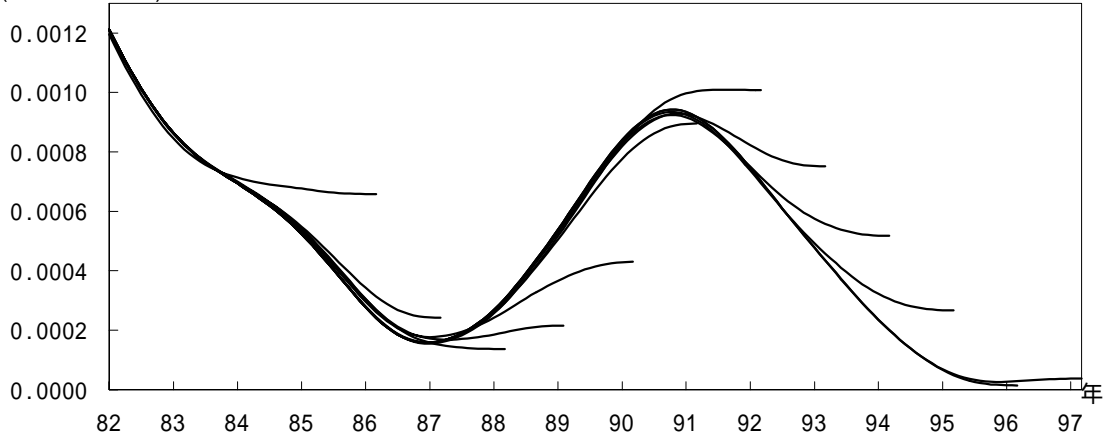
(備考)図表 22～25 は、76 年 1 月～86 年 3 月まで、～87 年 3 月まで、…、～97 年 3 月まで、各々推計した結果を 1 枚のグラフに重ねて図示したものである。本稿では、各々の推計結果が重なり合っているほど、「安定性が高く、逐次改定幅が小さい」と解釈している。

(概念図：参考)



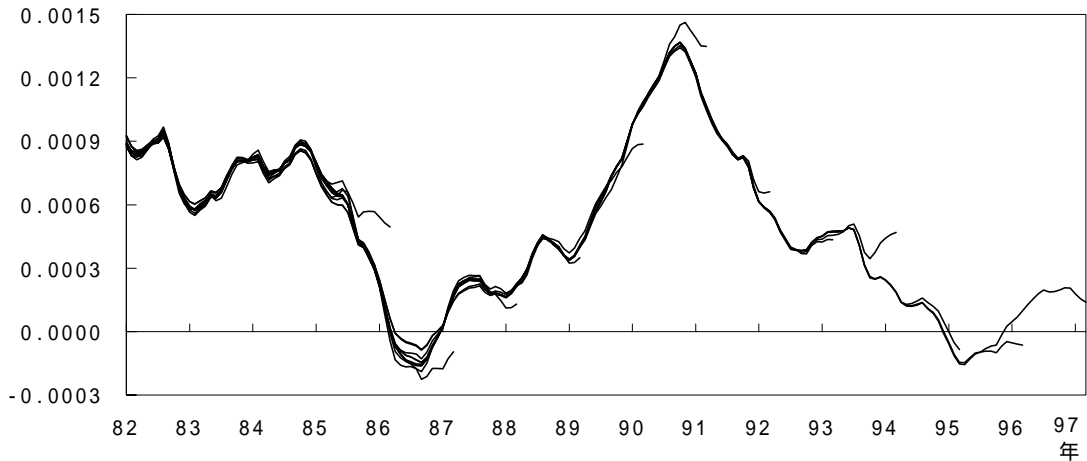
(図表 24) HP フィルターの安定性 (CPI、86/3 からデータを1年ずつ付加)

(対数1階階差)



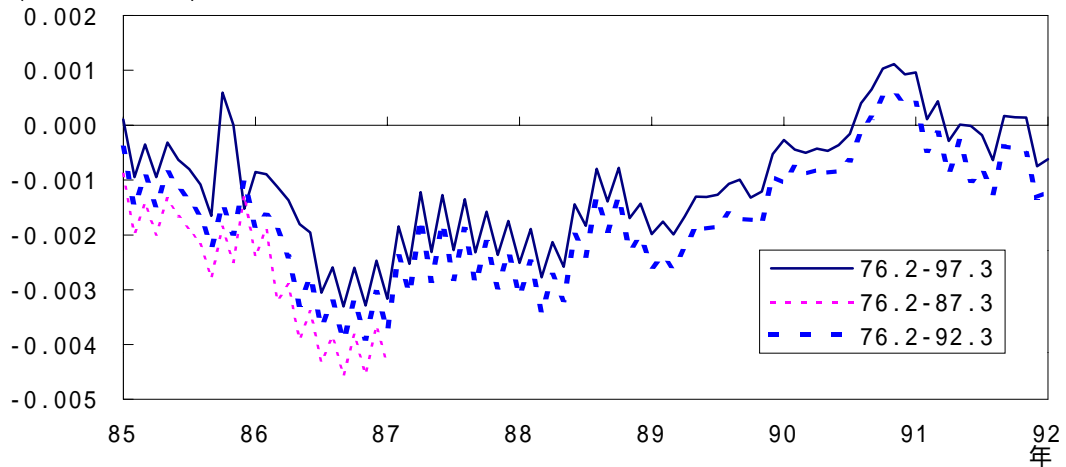
(図表 25) DECOMP の安定性 (CPI、86/3 からデータを1年ずつ付加)

(対数1階階差)



(図表 26) Beveridge and Nelson 分解の安定性 (CPI の一時的成分)

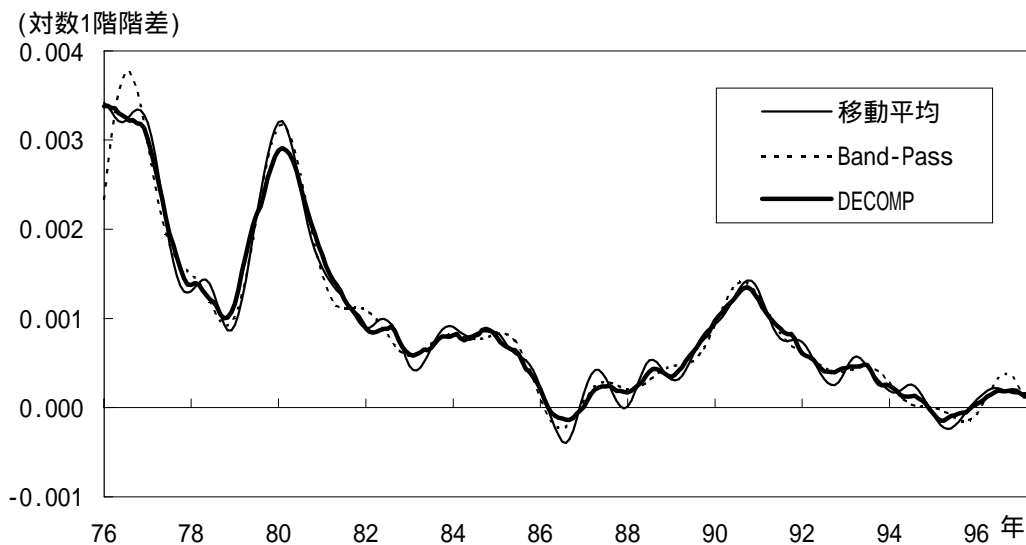
(対数1階階差)



(図表 27)

この図は、Word 上では、表示できません。

(図表 28) ヘンダーソン加重移動平均、Band-Pass フィルター、DECOMP
による基調的変動成分の比較 (CPI)



(図表 29) CPI 抽出成分間の相関

(1)X-12-ARIMA

	趨勢循環成分	季節成分	不規則成分
趨勢循環成分	1.00000	-	-
季節成分	-0.01646	1.00000	-
不規則成分	0.04181	-0.05493	1.00000

(2)DECOMP

	TREND成分	AR成分	季節成分	WN成分
TREND成分	1.00000	-	-	-
AR成分	0.01440	1.00000	-	-
季節成分	-0.00416	0.02135	1.00000	-
WN成分	0.00158	0.46649	0.06483	1.00000