DISCUSSION PAPER SERIES

# 非線形なフィナンシャル・リスクの定量化について

小田信之

Discussion Paper 96-J-19

IMES

日本銀行金融研究所

〒100-91 東京中央郵便局私書箱 203 号

備考：　日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズは、金融研究所スタッフおよび外部研究者による研究成果をとりまとめたもので、学界、研究機関等、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図している。ただし、論文の内容や意見は、執筆者個人に属し、日本銀行あるいは金融研究所の公式見解を示すものではない。

IMES Discussion Paper 96-J-19
1996年12月

# 非線形なフィナンシャル・リスクの定量化について

小田信之†

## 要　　旨

本稿は、オプション商品をはじめとして非線形なリスク(Non-linear Risk)を有する金融商品を対象に、バリュー・アット・リスク(Value at Risk)を算定する上での方法論を分析する。

はじめに、各種計算方法の中からシナリオ分析法とシミュレーション法を中心に、それぞれのコンセプトと特徴点を整理する。次に、複数の金利オプション商品から構成したテスト・ポートフォリオに対し、各種の方法によってバリュー・アット・リスクを計算し、算出結果を比較・分析する。また、ベガ・リスクを定量化する上での問題点についても整理する。

これらの分析により、同一のポートフォリオを対象にしても計算方法次第で算出されるリスク量にかなりの差が現れ得ることが確認された。従って、リスク管理の実務上は、採用した方法の特徴点を理解し、計算結果が持つ意味と限界を明確に認識しておくことが不可欠である。また、各計算方法には長所・短所があり画一的な優劣を付すことはできず、リスク分析の目的に応じて最適な方法を選択する姿勢が望まれる。こうしたインプリケーションは、線形リスクの定量化においても当てはまるが、非線形リスクについてはモデルが複雑化する分だけその重要性も高いと言える。

キーワード:　バリュー・アット・リスク、非線形リスク、オプション・リスク、モンテカルロ・シミュレーション、ヒストリカル・シミュレーション、シナリオ分析

† 日本銀行 金融研究所 研究第1課 (E-Mail: oda@imes.boj.go.jp)。

（目　次）

## １．はじめに

○　金融機関がポートフォリオのフィナンシャル・リスクを適切にコントロールするためには、①組織的な体制整備（タイムリーな経営判断とそのインプリメンテーションを実現する組織造り）と②技術的なインフラ整備（理論の高度化とシステムの実用化を進める人的・設備的資源の拡充）の両面にバランス良く配慮することが肝要である。本稿は、近年めざましく発展を遂げている②の分野の中でも、未だに分析技術が確立していない領域の１つである非線形なリスク（Non-linear Risk）の把握方法について分析する。

一般にリスク量を定量的に議論する上では、目的に応じて感応度分析やバリュー・アット・リスク（以下、ＶａＲ）の計測などを使い分けたり併用したりする。非線形リスクを対象とする場合、感応度分析であればデルタ、ガンマ、ベガ（ラムダとも呼ばれる）といったいわゆるグリーク・レター感応度を分析すればよく、議論の余地は小さい。一方ＶａＲを計測しようとすると、非線形ゆえの技術的な問題が発生する。そこで本稿では、非線形リスクをＶａＲとして算出する際の問題に焦点を当てる。

○　本稿の目的は次の２点である。第１は、非線形なＶａＲを算出するための代表的な計算方法についてレビューすることである。この問題については、ＢＩＳ自己資本比率規制における市場リスクの扱い等を契機として議論がなされてきたが、そのテクニカルな内容を平易にまとめたペーパーはほとんど存在しない。そこで、本稿は第２章において、非線形リスクの定量化手法についての基礎的な解説を行う。

第２の目的は、異なる計算方法の間でＶａＲの算出結果にどの程度の差が現れるかを定量的に検討することである。これまでに、各種計算方法の理論的な妥当性に関する議論は進んでいるが、実際に相異なる計算方法を用い他の条件を全て同一にして算出した結果を比較する試みはほとんど報告されていない。もちろんこうした問題は、対象とするポートフォリオの性質に依存するものであるから一般化した結論を導くのは困難であるが、本稿第３章では、特定のテスト・ポートフォリオ（金利デリバティブ）を用いた計算を行い、リスク量の相違の程度を把握すると同時に相違の原因についても検討を行う。このような分析は、各種リスク計測モデルを利用・評価する際の基礎的な参考情報となろう。

――本稿で計算に用いたのは、非線形リスクのＶａＲを計測するための複数の分析用プログラム（具体的には、各種シナリオ分析法、モンテカルロ・

シミュレーション法、ヒストリカル・シミュレーション法）である。これらは、表計算ソフト（エクセル）上で稼働するように作られたプロトタイプ・プログラム[1]であるため、仕組みが分かり易いという利点がある反面、計算速度が遅く評価対象が限定的（キャップ、スワップション等から成る比較的小規模なポートフォリオに限定）であるという制約を持っている。ただ、テスト・ポートフォリオの分析等を行う上では十分な機能を備えていることから、本稿第３章においては、これらのツールを利用してリスク計算を行う。

○　本論に入る前に、**非線形リスク**の定義について確認しておく。ある金融商品ないしポートフォリオのリスクが非線形であるとは、市場レート（リスクファクター）の変化に対して商品価格が非線形に変化することを意味する。これは、商品価格関数を市場レートについてテーラー展開したとき、２次以上の高次の効果を無視し得ないということに相当する。市場リスクを想定すると、オプション商品が典型的な例であるが、実際には一見デルタ・リスクしかないようにみえる商品にも非線形リスクが内包されている。例えば、ＣＭＳ[2]（コンスタント・マチュリティー・スワップ）のような一部の商品ではコンベクシティ[3]が比較的大きいことが知られている。単独ではコンベクシティが小さい伝統的な債券であっても、一部邦銀のポートフォリオのように大規模なポジションについてはコンベクシティの効果を捨象できない。このほか、銀行勘定の金利リスクを評価する上では貸出・預金等のプリペイメン

---

1　主要な計算サブルーチンは、エクセルに組み込まれたプログラム言語「ビジュアル・ベーシック」を活用して作られている。これによって、エクセル上での計算という制約の中ではほぼ最高の計算効率を実現しているものと思われるが、それでも計算負荷が大きい手法ではなお長時間を要する。例えば、１万回程度の再計算を行うモンテカルロ・シミュレーション法ないしシナリオ分析法（総当り法）では、本分析に用いられるテスト・ポートフォリオ（６商品から構成）程度のリスク量を計算するのにも約４～５時間を要する（CPU が Pentium 100MHz の場合）。

2　金利スワップの一種であり、変動金利（例えば3か月 LIBOR）とスワップレート（例えば5年ものスワップレート）を交換する商品。スワップレートの期間は、時間が経っても一定（この例では５年もの）であることから、このような商品名で呼ばれる。例えば、長プラ（新発債券のクーポン＜これはほぼスワップ・レートに連動＞に基づき決定される）と LIBOR を交換するいわゆる長プラ.・スワップは、ＣＭＳの一形態と考えることが可能。

3　商品価格関数を市場レートについてテーラー展開したとき、２次の項の係数をコンベクシティと言う（オプション商品価格についてガンマと呼ばれる係数が、fixed income 商品ではこのように呼ばれる）。

ト・リスク（一種の embedded option）の扱いが大きな問題であることが知られているが、その分析に当たっても本稿で扱う諸方法の適用可能性は検討に値しよう。

——本稿では、便宜上、オプション商品にかかる**ベガ・リスク**（インプライド・ボラティリティ＜以下、ＩＶ＞の変化により商品価格が変動するリスクと定義）も非線形リスクに含めて議論を進める[4]。これは、ベガ・リスクは典型的な非線形リスク保有商品であるオプション商品に特有のリスクであることを反映した扱いである。なお、本稿では、ベガ・リスクを含まない純粋な非線形リスクを**ガンマ・リスク**と呼ぶ[5]。

## ２．各種計算方法の概要

○　本章では、非線形リスクの扱いに関する予備知識を整理する。具体的には、非線形リスクの特徴を確認した後、リスク計算上の対応策として種々の選択があることを示しつつ、代表的な計算ツールについて概説する。

### （１）非線形リスクの特徴（線形リスクとの比較）

○　本節では、非線形リスクの計測には線形リスクと異なる方法が必要となる理由を視覚的に確認しておく。図表１・２は、この事情をみるために、非線形リスクと線形リスクの相違を描いたものである。横軸のリスクファクター（例えば、金利）に対応して縦軸にポートフォリオの価値が表された曲線上において、現在の時価を通る接線が引かれている。ポートフォリオのリスク特性が線形であるとは、この接線によるポートフォリオ価値の近似がリスク計測期間内（点線の矢印で表示）において十分であるということである。この点、図表１・２は非線形リスクを示す例となっている。ここではリスク計測区間内における最低価値に着目し、現在価値からみた低下幅をリスク量と

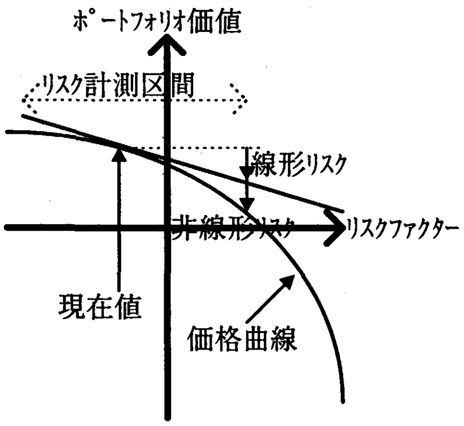
---

4　実際には、ＩＶに対するオプション価格の変化はほぼ線形であることが知られているから、ベガ・リスクの扱いとして、ＩＶを新たなリスクファクターとする線形リスクとみることも可能である。

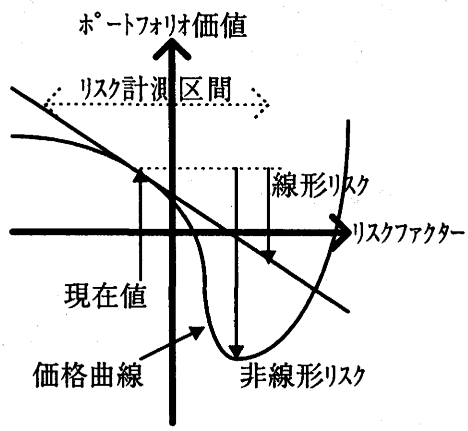
5　本稿におけるガンマ・リスクの定義には、テーラー近似式における２次の項（いわゆるガンマ）の効果に加え、３次以上の項の効果も含まれる。

考えており[6]、線形近似によるリスク量と非線形リスク量との間に有意な差が現れている。図表１は、最大損失額がリスク計測区間の端点（本例では右端）で実現する例であり、非線形性のために線形リスクの２倍程度のリスク量が観測される。また図表２は、最大損失額がリスク計測区間の内部（端点以外）で実現するという複雑なケースであり、端点情報を調べるだけでは十分でないことを示す事例となっている。

図表１　非線形リスクの例(1)




図表２　非線形リスクの例(2)




## （２）非線形リスク・線形リスクの分離計算と統合計算

○　一般に、ＶａＲの計算方法として最も普及している簡便な手法は、マトリクス法[7]である。これは、個々のリスクファクターの変動率[8]が正規分布に従うと仮定することにより、それらの線形結合として表されたポートフォリオの価値も一定の正規分布に従うと考え、その標準偏差に特定の信頼度に対応す

---

6 ここでのリスク量の定義は、後述のシナリオ分析法におけるリスク（最大損失額）の考え方に対応しており、シミュレーション法で分析するリスクとは厳密には一致しない。しかし、視覚的な理解の容易さからこの定義を採用した。

7 マトリクス法の考え方の詳細については、日本銀行金融研究所[1995 年 4 月]、J. P. Morgan & Co. [1995]などを参照。また、線形リスクに限定された分析ではあるが、マトリクス法を含めた様々なＶａＲ算出手法の正確性を比較した研究として Hendricks [1995]がある。

8 リスクファクターの変動率ではなく、変動幅が正規分布に従うと仮定することも可能。実務的には、当該リスクファクターが実際にどちらの分布によく当てはまるかを検討して選択を行うことが望まれる。なお、本稿第３章では、先験的に変動率の正規分布性を仮定して試算を行っている。

る倍率（例えば、片側 99 パーセンタイルであれば 2.33 倍）を乗じてリスク量とする方法である。この方法で算出したリスク量は、ポートフォリオのリスク特性が線形である限りは正確なものであるが、非線形性が存在する場合には前節で示した事情等から必ずしも十分な評価を与えることができない。その場合には、非線形リスクを捕捉するために別途分析が必要となる。

○　非線形リスクを含んだポートフォリオのリスク計量方法には数多くの選択があり得る。これらを線形リスク部分の計測と非線形リスク部分の計測との組み合わせとして分類すると、図表３のように整理することが可能である[9,10]。

図表３　ポートフォリオのリスク計量方法の分類

| | | 線形リスク | |
|---|---|---|---|
| | | マトリクス法 | シミュレーション法 |
| 非線形リスク | シミュレーション法 | ① | ③ |
| | シナリオ分析法 | ② | － |

①および②は、線形リスクと非線形リスクを分離[11]した上、前者に対しては計算負担の軽いマトリクス法を適用し、後者については非線形を捕捉可能な別の計算（①はシミュレーション法、②はシナリオ分析法）で対処する方法である。これらは、オプション等非線形リスクを含んだポジションが相対的

9 図表３は、理解を容易にするための１つの分類であり、当然このほかの計算手法や分類方法もあり得る。

10 非線形リスクを含むポートフォリオのＶａＲを計算する手法としては、図表３（および以下の議論）で取り上げるシミュレーション法とシナリオ分析法のほかにも、(a)グリーク・レター法、(b)ファクター・プッシュ法、(c)最大損失額法(Maximum Loss Method)などを挙げることが可能である。

(a)は、いわゆるガンマ値を算出した上で、種々の仮定を置くことによって近似的に非線形リスクを算出する方法であり、イールドカーブのパラレルシフトのみを前提とした粗い方法から、グリッド別のガンマ値を加工・計算する保守的な方法まで、様々なバリエーションがあり得る。また、(a)は比較的計算負担やシステム構築負担が小さい点も特徴の１つであり、このため、オプション取引への関与が小さい金融機関にとって簡便にリスクの概容を捉える上で有効な手段となり得る。

なお、(b)については Wilson [1996]、(c)については Studer [1996]等を参照。

11 一般的な分離方法では、非線形リスクについては該当商品にデルタ・ヘッジを施した上で非線形リスクを算出する一方、線形リスクについては同デルタ・ヘッジに対応したポジションを含めて計算を行う。

に小さい場合に、また線形リスク部分の規模が大きいため全体としての計算負荷を軽減したい場合に有効である。わが国の金融機関のポートフォリオはこれらに当てはまる場合が多く、このため①、②のいずれかが選択される例が多いとみられる。これに対し、③は、線形リスク部分と非線形リスク部分を切り離すことなく、ポートフォリオ全体に対してシミュレーション法を適用する方法である。これは、線形リスク部分と非線形リスク部分の相互作用の効果[12]（リスクのネット・オフ等）を勘案できるという意味で理論的には優れた計算方法であるが、大規模なポートフォリオを対象とすると計算負荷が重い[13]という欠点がある。こうした点を踏まえ、本稿では第３章（２）節において上記①、②を念頭に置き、非線形リスクだけを評価対象とする場合のシミュレーション法およびシナリオ分析法について比較分析を行う。その後、同（３）節において、③の手法と①等との比較を行う。

○　なお、図表３（特に①、②の場合）におけるベガ・リスクの扱いについては、２とおりの対応があり得る。すなわち、(a)ベガ・リスクを非線形リスクの一部と見なして線形リスクから分離し、ガンマ・リスクと同時に計量する方法と、(b)ベガ・リスクを線形リスクの一部と見なしてマトリクス法で扱う方法である。(a)では、ベガ・リスクとガンマ・リスクの相互作用を取り込める反面、ベガ・リスクと他の線形リスクの相関を勘案できない。一方(b)では、この逆の性質があり、それぞれ一長一短である。本稿では、前述のとおり、原則的に(a)の考え方に沿って議論を進める。

### （３）シナリオ分析法

○　シナリオ分析法とは、広義では、将来の市場レートについて主観的なシナリオを設定し、それが実現した場合にポートフォリオの価値がどのように変動するか分析するものである。例えば、極端な市場変動シナリオを想定すれば、いわゆるストレス・テストの一形態となる。一方、現時点の市場レートから一定の範囲内の市場変動を想定した上でポートフォリオ価値の低下可能性を分析すれば、ＶａＲ的なリスク計量として応用可能である。本稿で以下シナリオ分析法という場合は、後者の狭義のシナリオ分析法を意味する。

---

12 この効果については、後掲第３章（３）節において検討する。

13 例えば、ある金融機関では、図表３の③の方法により自らのポートフォリオのリスク量を計測するのに高速計算機で半日〜一日の計算時間を要するという例もある。

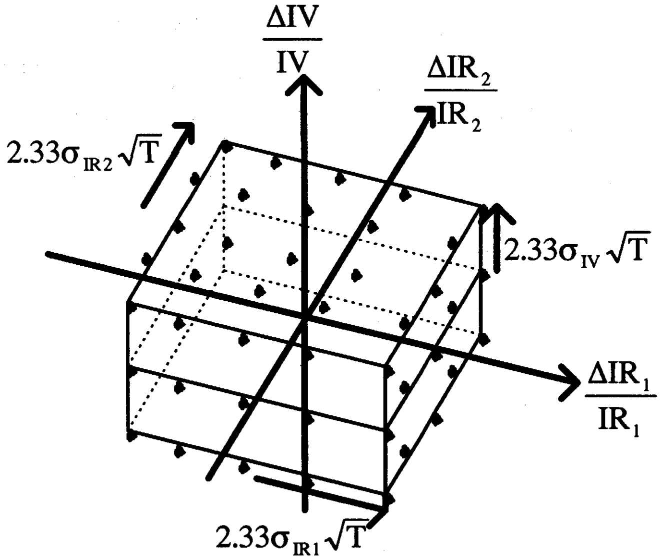
○　シナリオ分析法の基本形は、(i)個々のリスクファクターについて特定のリスク計測区間(例えば、現在値$\pm 2.33\sigma\sqrt{T}$＜片側 99%の信頼度に対応。ただし$\sigma$は標準偏差、Tは保有期間を表す＞）を考え、(ii)区間内で均等にリスク計測グリッド（以下、グリッド）を設定し、(iii)各グリッド上でポートフォリオの価値を再計算し、(iv)その中での最低価値が現在の時価を下回る幅をもってリスク量とする。ただ、一般に複数個のリスクファクターが存在する場合には、グリッドの設定方法等によって数多くのバリエーションがあり得る。以下では、その中から２種類の方法（総当り法、個別値合算法）を取り上げ、考え方と特徴点を示す。

**イ．総当り法**

○　総当り法とは、各リスクファクター上のグリッドについて、あらゆる組み合わせを想定して計算を行う方法である。概念図（図表４）では、リスクファクターとして期間が異なる２種類の金利（IR1、IR2）と１種類のＩＶを想定し、金利については各５個ずつのグリッドを、ＩＶについては３個のグリッドを設定している。図には、リスク計測領域に相当する直方体の表面上に現れたグリッドのみが表示されているが、実際には直方体内部にもグリッドが詰まっている（この例では全部で７５個＜＝５×５×３＞のグリッドが存在）。なお金利リスクを扱う場合実務上は、イールドカーブを分割したゾーンをリスクファクターとして認識し、各ゾーンのパラレルシフトに対応するグリッドを多数設定する場合が多い。一方、ＩＶについては、ベガ・リスクがほぼ線形であるため、リスク計測区間の両端点（原点を入れれば３点）をチェックするだけで最大損失額を検出可能である。

○　総当り法の特徴について後掲個別値合算法との比較を念頭に置き列挙すると、長所としては、あらゆるグリッドの組み合わせをテストするという点で保守的であること、一方短所としては、リスクファクター間の相関を考慮しない（例えば IR1 と IR2 の間には通常正の相関が予想され、両者が反対方向へ大きく変動するシナリオは実現可能性が小さいにもかかわらず、これとより現実的なシナリオを同等に扱ってしまう）ため、過度に保守的なリスク量が検出され得ることや、計算回数が多いことなどを指摘できる。

図表4　シナリオ分析法（総当り法）の概念図



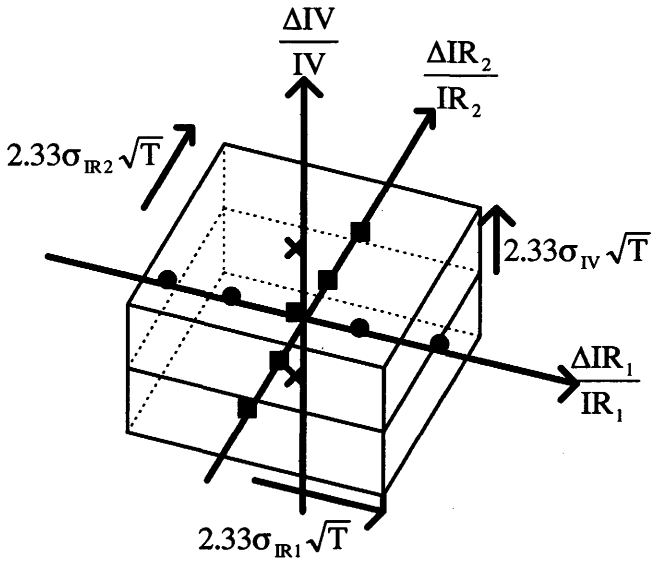

**ロ．個別値合算法**

○　個別値合算法では、１つのリスクファクターだけを変化させ他のリスクファクターは変化させないという条件下で最大損失額を算出する。これを各リスクファクターごとに行い、それらを合算したものを全体のリスク量と考える。これを概念図（図表５）でみると、グリッドは３つの座標軸上のみに存在しており、各軸上で最大損失額を検出の上、それら３つを合算した計数をリスク量として認識する。

――上記個別値合算法の変化型として、軸単位でグリッドを分析する代わりに面単位でグリッドを分析する方法もある。例えば図表５において、IR1 軸と IV 軸から構成される面および IR2 軸および IV 軸から構成される面の２つを考え、各面上でポートフォリオの最低価値を検出し、両リスク量を合算することができる。この方法は、計算負担を総当り法ほど多くすることなく、金利変動とＩＶ変動との相互作用を織り込んで保守性を確保しようとするものである。

○　個別値合算法の特徴について、総当り法との比較の観点からみると、長所としては計算負担が相対的に小さいこと、短所としてはリスク計測領域（総当り法で例示した直方体）内の部分的なグリッドをチェックするだけであるため、正確性に欠ける可能性があること、を指摘できる。

図表５　シナリオ分析法（個別値合算法）の概念図




## ハ．シナリオ分析法に共通の特徴点

○　以上の例から看取される、各種シナリオ分析法に共通の特徴として、次の諸点を指摘可能である。これらは、（４）節で解説するシミュレーション法との比較を意識した内容である。

（長所）

①　最大損失額を検出するだけでなく、他の様々なシナリオが実現した場合の状況を分析することもできるため、フロント・オフィスで特に有効なツールとなり得る。

②　グリッドの設定方法次第では計算負担を少なくすることができるため、多くのポジションを持つ者が素早く計算を行うニーズに応えやすい。

③　統計的な概念が少なくロジックが単純であるため、シニア・マネジメントに対しても理解を促すのが容易である。

（短所）

①　確率的な概念（信頼度）は、リスク計測領域の設定に活用されてはいるものの、リスク量の算出上直接には取り入れられていない（領域内で最小価値を検出しているに過ぎない）。

②　リスクファクター間の相関を考慮できないため、算出されるリスク量が非現実的になり得る。

③　②の問題に対処するために、リスクファクターの設定を人為的に調整している面があり、この意味ではリスク量の客観性に欠ける。

――特にシナリオ分析法で金利リスクを扱うには、イールドカーブを分割

して複数個のゾーンを設定し、それらをリスクファクターとして認識するのが一般的であるが、この場合各ゾーン内ではイールドカーブのパラレルシフトの効果しか見ることが出来ないという点でリスクの過小評価に繋がり得る一方、ゾーン間では相関を無視してあらゆる組み合わせの変動を想定するという点でリスクの過大評価に繋がる要素もある。実務的には、この2つの要素が相殺し合って現実的なリスク量となるようにゾーンの個数を設定することとなる。これまでのところ、短・中・長期の3ゾーンを設定する計算例が比較的多く見受けられる（本稿でも第3章ではこの方式を採用）が、その設定が常に最良であるとの保証がある訳ではない。

○　また、総当り法と個別値合算法の対応関係について定量的に整理すると、次のようになる。まず、簡単のために2つのリスクファクター（ゾーン）$x_1$, $x_2$ により時価PVが決まるポートフォリオを想定すると、テーラー近似により時価の変動幅を

$$\Delta PV \cong \frac{\partial PV}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial PV}{\partial x_2}\Delta x_2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 PV}{\partial x_1^2}\Delta x_1^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 PV}{\partial x_2^2}\Delta x_2^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 PV}{\partial x_1 \partial x_2}\Delta x_1 \Delta x_2$$

と表すことができる。このとき各方法により算出されるリスク量はそれぞれ、

$$\mathrm{Risk}(\text{総当り法}) = \min_{\Delta x_1, \Delta x_2} \Delta PV$$

$$\mathrm{Risk}(\text{個別値合算法}) = \min_{\Delta x_1} \Delta PV\Big|_{\Delta x_2 = 0} + \min_{\Delta x_2} \Delta PV\Big|_{\Delta x_1 = 0}$$

と表される。この両者が一致するための条件は、クロスガンマ値（$\frac{\partial^2 PV}{\partial x_1 \partial x_2}$）がゼロであることである[14]。従って、個別値合算法は、クロスガンマ値に起因する効果を捨象する点で総当り法の近似的な計算になっている。実際のオプション商品等では、クロスガンマ値が常にゼロに近いとは言い切れないが、そもそもすべてのシナリオ分析法がリスクファクター間の相関をみられないなど一定の妥協を許した手法であることを考え合わせると、クロスガンマ値にかかる近似も許容範囲であるとの考え方も成り立ち得る。

### （4）シミュレーション法

○　本節では、典型的なシミュレーション法として、モンテカルロ・シミュレーション法とヒストリカル・シミュレーション法を説明する[15]。

---

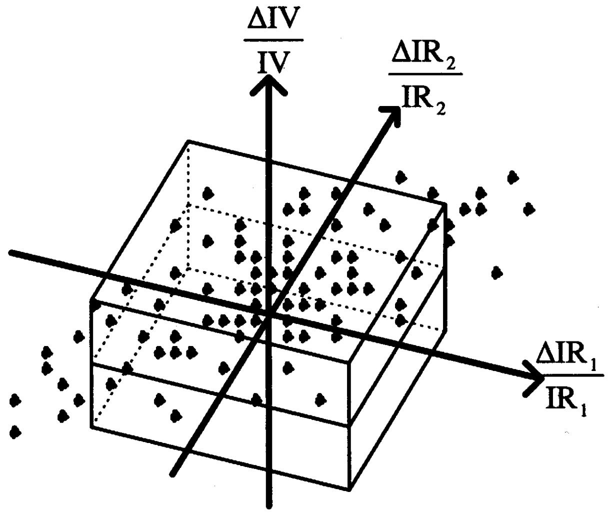
[14] ここの議論では、テーラー近似により、3次以上の高次の項の効果を捨象している。

[15] 本稿では、最も典型的な計算手順を解説するが、このほかにもバリエーションはあ

### イ．モンテカルロ・シミュレーション法

○　この方法（概念図、図表６）は、(i)各リスクファクターの将来の値が多変量（対数）正規分布に従うと仮定した上、ヒストリカル・データから各リスクファクターの分散・共分散行列を算出し、(ii)同行列に基づき発生させた多変量（対数）正規乱数[16]の値のセットによりグリッドを設定（グリッドの個数は所要計算精度に応じて決められる＜例えば１万個＞）、(iii)各グリッド上でポートフォリオの価値を再計算し[17]、(iv)その中で特定の信頼度に対応したポートフォリオの最低価値（例えば、99 パーセンタイルの場合には１万個のうち下位 100 個目の価値）を検出し、それが現在の時価を下回る幅をリスク量とする。

図表６　モンテカルロ・シミュレーション法の概念図




り得る。例えば、ヒストリカル・シミュレーション法については、本稿のように各グリッドで厳密に価格の再計算を行う手法のほかに、グリーク・レターに基づく感応度分析を基本としつつそれだけで捉え切れない残差の分布（正規分布を仮定）をヒストリカル・データによって推定するという手法も提案されている（東海銀行[1994年６月 22 日]参照）。

16 多変量正規乱数を発生させる最も基本的な手順を例示すると、(i)一様乱数から各種の方法（例えばボックス＝ミュラー法）により標準正規乱数（無相関）を多数発生させるとともに、(ii)算出された分散・共分散行列に対しコレスキー分解と呼ばれる操作を加え（コレスキー行列の算出）、(iii)上記標準正規乱数を要素とするベクトルをコレスキー行列に乗ずることにより、相関を考慮した正規乱数ベクトルを得ることが可能。このほか、一様乱数の代わりに準乱数と呼ばれる数列を利用する方法をはじめとして、計算効率を向上させるために様々な手法が開発・利用されている。

17 再計算の方法は、大別して、プライシング・モデルに遡って計算をし直す方法(full revaluation)と、プライシング関数をテーラー近似（通常２次の効果まで）することによりグリーク・レター感応度だけによって価格を計算し直す方法の２種類がある。本稿第３章の計算では、前者を採用している。

ロ．ヒストリカル・シミュレーション法

○　これは、グリッドを設定するに当たり、乱数を用いる代わりに、リスクファクターの変動に関する過去の時系列データ$\left(\frac{\Delta IR_1(t)}{IR_1(t)},\frac{\Delta IR_2(t)}{IR_2(t)},\frac{\Delta IV(t)}{IV(t)}\right)$（ただし$t_{-1} \leqq t \leqq t_0$。$t_{-1}$はヒストリカル・データのスタート時点、$t_0$は同エンド時点を表す）をそのままグリッドとして利用する方法である。グリッド設定方法のほかは、モンテカルロ・シミュレーション法と全く同様の手続きによりリスク量を算出する。

○　この方法の特徴点について、モンテカルロ・シミュレーション法との比較を念頭に置いて列挙すると、長所としては、①各リスクファクターの将来値が多変量（対数）正規分布に従うといったパラメトリックな仮定を前提としないため、潜在的なファット・テイルの性質等を取り入れられること、②計算負担が軽いこと、③ロジックが簡単であるためマネジメントの理解が相対的に容易であること、一方短所としては、①ノンパラメトリックな分析であるため測定誤差を抑えるには数多くの入力データが必要であるが、現実には一千個に満たないデータで対応せざるを得ない（たとえ1～3年間程度の日次データを利用しても一千個に満たない）こと（これは長所②の裏返し）、②モンテカルロ・シミュレーション法ではリスクファクター間の相関を変化させた場合等の応用的な分析も可能であるが、ヒストリカル・シミュレーション法ではこれが困難であること、などを指摘可能である。

ハ．両シミュレーション法に共通の特徴点

○　以上の例からも看取されるように、両シミュレーション法に共通の特徴として次の諸点を指摘可能である。これらは、（3）節で示したシナリオ分析法との比較を念頭に置いた内容である。

（長所）

①　算出されるリスク量は、統計的客観性に優れている（特定の信頼度に応じたリスク量を算出可能）。

——シナリオ分析法ではリスク計測領域（図表6でも参考までに直方体で表示）の設定如何でリスク量が決まってしまうため、同領域外でリスクが実現する可能性を排除しているが、シミュレーション法ではリスク計測領域を特定することなく（例えば図表6で直方体の外部にもグリッドが存在）、純粋に確率的な観点から信頼度とリスク量を結びつけることが可能。

②　相関を考慮したリスク量を算出可能。

——図表6では、IR1とIR2の間に正の相関があるケースを例示。

（短所）

① 相対的に計算負担が重く時間がかかるため、大規模なポジションを対象とする場合には注意を要する（特にモンテカルロ・シミュレーション法）。

——一般に、リスクファクターの数が増えるに従って、一定の計算精度を達成するのに必要な計算回数も増える点には注意が必要。

② ミドル・オフィスでのＶａＲ算出には有効であるが、フロント・オフィスでの活用可能性には限界がある（感応度分析やシナリオ分析への応用には向かない）。

## （５）条件設定等に関するバリエーション

○ 代表的な計算方法は上記のとおりであるが、それぞれの中でも細かい条件設定等について数多くのバリエーションがあるので、以下に列挙しておく。これらは、非線形リスクに限らず、線形リスクを計量する上でも問題となる点である。本稿第３章では、計算方法の選択により算出結果にかなりの差が現れ得ることを示すが、同一の計算方法であっても以下の条件設定が異なれば算出結果が異なる点にも注意する必要がある。

▼金利リスクを扱う場合、リスクファクターとしてスポットレート（ゼロレート）、フォワードレートのいずれを用いるか。

——どちらを採用するのが適当であるかについて一般的な答えはない（評価対象商品ごとにみれば、いずれかの方が自然であるといった程度の判断は可能だが、ポートフォリオ・ベースではそうした判断も困難になる）。本稿第３章の分析では、原則としてスポットレートを採用する。

▼金利リスクを扱う場合、イールドカーブ上のどの期間の金利をリスクファクターとして選択するか（シナリオ分析法の場合は、どのようなゾーンに分割するか）。また、特定の期間の金利を選ぶ代わりに、イールドカーブの変動に関する主成分分析[18]を行い、その主要因子（通常、主要な２～３因

[18] ここでいう主成分分析とは、期間別金利のリスクファクターを適当に線形変換することにより、互いに直交した主成分ベクトルを生成し（演算としては所与の行列の固有値・固有ベクトルを算出する）、これに対応する因子をリスクファクターと考える方法。金利に関するリスクファクター設定の恣意性を極力排除する上で、客観的な統計分析である主成分分析を応用し、その主要因子に対してシナリオ分析法やシミュレーション法を実行することが可能である。この場合、少数のファクターで

子）をリスクファクターとするという選択もある。

――金利の期間の選択については、イールドカーブの中で相対的に変動しやすい短期ゾーンにより多くのグリッドを設ける場合が多い。本稿第３章の分析では、シミュレーション法について１Ｍ（１か月もの）、３Ｍ、６Ｍ、１Ｙ（１年もの）、２Ｙ、３Ｙ、４Ｙ、５Ｙ、７Ｙ、１０Ｙと合計１０個のリスクファクターを設定する。また、シナリオ分析法については、イールドカーブを３ゾーン（短・中・長期）に分割して各々をリスクファクターとする方法のほか、主成分分析に基づくリスクファクターの設定も試みる。

▼リスクファクターのボラティリティおよび相関を得るためのヒストリカル・データとして、過去どの程度の期間まで遡ったデータを利用するか。

――本稿第３章では、シナリオ分析法について過去１年間、シミュレーション法について過去１年間および２年間の日次データを利用した計算を行う。また、保有期間（１０日間）に対応したボラティリティを算出する上で、対数正規過程の仮定に基づき日次ボラティリティを$\sqrt{10}$倍する扱い[19]を取る。

▼シナリオ分析法の場合、各リスクファクターの分析区間をどの程度細かく分割するか。またシミュレーション法の場合は、計算回数を何回とするか。これにより、計算の正確性と所要時間が決まる。

――本稿第３章では、金利に関する各リスクファクターについて１５個ずつのグリッドを設定。ボラティリティに関するリスクファクターについては、３個のグリッドを設定[20]。

---

リスクを効果的に捉えられる点が長所である。

[19] ボラティリティの算出に当っては、この方法（いわゆるボックス・カー法の一種）のほかにも、ムービング・ウィンドウ法と呼ばれる方法など幾つかのバリエーションがある（詳細については、例えば日本銀行金融研究所[1995 年 4 月]を参照）。

[20] このグリッド設定では、総当り法において全体で約 1 万個(15×15×15×3=10,125)のグリッドが存在することとなる。これは、モンテカルロ・シミュレーション法（本分析では 10,000 回の計算）とほぼ同じ計算負荷となるように配慮したものである。

## 3．テスト・ポートフォリオを利用したリスク量の比較分析

○　本章では、同一のポートフォリオのリスク量を異なる計算方法により算出した場合にどの程度の差が現れるかを試算・比較する。先行研究をみると、異なる主体が各自の計算方法により同一のポートフォリオのリスク量を算出するといった試みは報告されているが、その場合には算出結果の差が計算方法の違いによるものか計算条件（例えばリスクファクターの分散・共分散値）の相違を反映したものであるのか判然としなかった。そこで本分析では、計算条件をすべて同一とした上で、２種類のテスト・ポートフォリオについてリスク量を算出・分析する。計算方法と計算結果の間の関係は、分析対象のポートフォリオのリスク特性に依存するため、議論を一般化することは困難であるが、以下のような一例をみることによっても、相違のインパクトがどの程度のものであるか感覚的な理解が得られるほか、計算方法のメカニズムがどのようなかたちで結果に反映されているか検討を加えることが可能である[21,22]。また、本章の最後では、ベガ・リスクの扱いを巡る問題点についても整理する。

### （１）テスト・ポートフォリオの設定

○　評価対象とする２種類のテスト・ポートフォリオの内容は次のとおりである。

——デリバティブ商品を原資産種類別にみると、金利デリバティブは、連続的なイールドカーブの変化に応じて商品価格が変化すること等から、リス

[21] 本稿では、各種計算方法ごとに所要計算時間と計算精度のトレードオフを比較することは行わない。この問題は、実務的に重要な検討課題の１つであり、Pritsker [1996]、Robinson [1996]等の研究報告がある。

[22] 本稿でオプション商品の市場リスクとして捕捉対象とするのは、（線形リスクのほかに）ガンマ・リスクとベガ・リスクであり、時間経過に伴う価格低下効果（セータ効果）や割引金利の変動の影響（ロー・リスク）は分析対象としない（実務上は、これらの効果を取り込んだリスク管理を行う例もみられる）。このほか、オプション商品を扱う場合には保有期間中に満期を迎える商品をどのように処理すべきかという問題もある（行使されるかされないかによりポジションが大きく異なる）。これは、保有期間を１日等の短期とする場合にはほとんど問題とならないが、本分析のように１０日間とかそれ以上の長期に設定する場合には問題となり得る。本問題を抜本的に解決するには経路依存型のシミュレーション法を採用する必要がある。本稿では、前述のように時間経過に伴う効果を捨象するため、本問題にも触れない形となっている。

ク管理上の技術的な論点が最も多い。そこで、以下の分析でも、試算対象として金利デリバティブを採用・分析する。

▼ポートフォリオ1

本ポートフォリオは、図表7に掲げた金利キャップ3本、スワップション3本から構成される。リスク算出上線形リスク部分は別途マトリクス法で算出することを想定し、本ポートフォリオに対し各リスク・ファクターごとにデルタ・ヘッジを施したベースでＶａＲを計算する（ヘッジ前のデルタ値は図表8を参照＜ヘッジ後はこれらが全てゼロとなる＞）。

——リスク・プロファイルとしては、ほぼ全ての期間の金利リスクファクターにおいてガンマ値が大きく負になっている点が特徴。従って、非線形な金利リスク（特にガンマ・リスク）が大きいポートフォリオである。

図表7　ポートフォリオ1の個別商品内容および時価（評価日：96/8/30）

| 商品種類 | 名目元本*1（百万円） | 次回の金利更改日 | 満期日 | ｷｬｯｼｭﾌﾛｰ間隔（年） | 行使ﾚｰﾄ | ｲﾝﾌﾟﾗｲﾄﾞ・ﾎﾞﾗﾃｨﾘﾃｨ*2 | 時価*3（百万円） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ｷｬｯﾌﾟ | -30,000 | 96/ 9/28 | 99/3/31 | 0.5 | 2.00% | 63% | -225.0 |
| ｷｬｯﾌﾟ | 2,000 | 97/12/28 | 01/7/ 1 | 0.5 | 2.40% | 42% | 65.8 |
| ｷｬｯﾌﾟ | -1,000 | 97/ 2/26 | 05/2/28 | 0.5 | 3.00% | 24% | -68.1 |
| 商品種類 | 名目元本*1（百万円） | ｵﾌﾟｼｮﾝ満期日 | ｽﾜｯﾌﾟ期間（年） | ｽﾜｯﾌﾟの受払い間隔（年） | 行使ﾚｰﾄ | ｲﾝﾌﾟﾗｲﾄﾞ・ﾎﾞﾗﾃｨﾘﾃｨ*2 | 時価*3（百万円） |
| ｽﾜｯﾌﾟｼｮﾝ | -20,000 | 97/1/23 | 3 | 0.5 | 1.80% | 34% | -108.8 |
| ｽﾜｯﾌﾟｼｮﾝ | -30,000 | 97/2/10 | 5 | 0.5 | 3.00% | 25% | -74.5 |
| ｽﾜｯﾌﾟｼｮﾝ | 2,000 | 99/6/30 | 5 | 0.5 | 4.00% | 15% | 33.3 |

*1 正の符号はオプションのロング、負の符号はオプションのショートを表す。
*2 Bloombergから入手。ＩＶの期間構造上の補間調整は、ここでは行っていない。
*3 ブラック＝ショールズ・モデルにより算出した概算値。

図表8　ポートフォリオ1のデルタ値とガンマ値

| ﾘｽｸﾌｧｸﾀｰ金利 | 1m | 3m | 6m | 1y | 2y | 3y | 4y | 5y | 7y | 10y |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ﾃﾞﾙﾀ(百万円) | 0 | 2,418 | 6,589 | 12,049 | -11,141 | -57,787 | -14,691 | -19,895 | -5,285 | -761 |
| ｶﾞﾝﾏ(億円) | 0 | -189 | -5,946 | -26,793 | -39,998 | -42,369 | -13,071 | -65,206 | -3,195 | -270 |

▼ポートフォリオ2

ポートフォリオ2は、上記ポートフォリオ1のミラー・ポジションであ

る[23]。すなわち、名目元本、時価、デルタ値、およびガンマ値は、ポートフォリオ１の計数と符号が逆転（絶対値は同一）するが、他の条件は全て同一である。ポートフォリオ２についても、デルタ・ヘッジ後のリスク量をＶａＲとして算出する。

――リスク・プロファイルとしては、ガンマ値が正であるため非線形リスクは大きくないが、リスク計測区間の内部（端点以外）で最大リスクを実現する点が特徴（第２章の図表２のイメージ）。

## （２）非線形リスクの計算手法に関する比較分析

○　計算方法は、以下の８とおりを採用した。すなわち、シミュレーション法として、

①ﾓﾝﾃｶﾙﾛ･ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ法（分散・共分散算出のデータ観測期間、１年間）、
②　　同　　　　　（同、２年間）、
③ﾋｽﾄﾘｶﾙ･ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ法（ヒストリカル・データ観測期間、１年間）、
④　　同　　　　　（同、２年間）、

の４種類、またシナリオ分析法として、

⑤総当り法　　（ﾘｽｸﾌｧｸﾀｰ､ｲｰﾙﾄﾞｶｰﾌﾞ変動に関する３主成分）、
⑥　同　　　　（　同　　、ｲｰﾙﾄﾞｶｰﾌﾞの短・中・長期３ゾーン）、
⑦個別値合算法（⑥に同じ）、
⑧　同　　　　（ﾘｽｸﾌｧｸﾀｰ､ﾌｫﾜｰﾄﾞﾚｰﾄのｲｰﾙﾄﾞｶｰﾌﾞ３ゾーン）、

の４種類である（①～⑦では、スポットレート＜ゼロレート＞のイールドカーブ上にリスクファクターを設定）。リスク量は、２つのテスト・ポートフォリオのそれぞれについて、デルタ・ヘッジ後の非線形リスクだけを対象として、

(a)トータルのリスク、
(b)ガンマ・リスクのみ、
(c)ベガ・リスクのみ、

の３とおりを算出した。計算結果は図表９のとおりである。

---

[23] ここで２種類のテスト・ポートフォリオを設定するのは分析に幅を持たせるためであるから、それらが必ずしもミラー・ポジションである必要はない（ただ、ミラー・ポジションによりリスク・プロファイルが異なるポートフォリオを設定したに過ぎない）。

## 図表９　テスト・ポートフォリオのリスク量*1算出結果

| | | | ポートフォリオ１*2 | | | ポートフォリオ２*2 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ﾄｰﾀﾙ・ﾘｽｸ | ｶﾞﾝﾏ分 | ﾍﾞｶﾞ分 | ﾄｰﾀﾙ・ﾘｽｸ | ｶﾞﾝﾏ分 | ﾍﾞｶﾞ分 |
| シミュレーション法*3 | モンテカルロ・シミュレーション | ①ﾃﾞｰﾀ期間１年 | 145.3 | 120.6 | 73.5 | 53.7 | 0.00 | 61.0 |
| | | ②ﾃﾞｰﾀ期間２年 | 147.3 | 123.4 | 84.9 | 61.3 | 0.00 | 67.6 |
| | ヒストリカル・シミュレーション | ③ﾃﾞｰﾀ期間１年 | 249.2 | 231.7 | 143.4 | 77.0 | 0.01 | 81.9 |
| | | ④ﾃﾞｰﾀ期間２年 | 239.7 | 213.4 | 149.0 | 77.0 | 0.00 | 82.3 |
| シナリオ分析法*4,5 | ⑤３主成分、総当り法 | | 406.0 | 297.3 | 95.5 | 78.3 | 0.05 | 76.2 |
| | ⑥３ゾーン*6、総当り法 | | 260.9 | 151.0 | 95.5 | 78.3 | 0.00 | 76.2 |
| | ⑦３ゾーン*6、個別値合算法*7 | | 238.6 | 127.1 | 95.5 | 78.6 | 0.00 | 76.2 |
| | ⑧3ｿﾞｰﾝ(ﾌｫﾜｰﾄﾞﾚｰﾄ),個別値合算法*7 | | 168.7 | 81.8 | 86.9 | 90.7 | 7.60 | 83.0 |
| 比較分析 | 最大値・最小値比率(倍) | | 2.8 | 3.6 | 2.0 | 1.7 | — | 1.4 |
| | ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ平均値からの乖離率(%) | 最大値 | 107.8 | 72.6 | 32.2 | 34.9 | — | 13.4 |
| | | 最小値 | -25.6 | -52.5 | -34.8 | -20.2 | — | -16.7 |

*1 バリュー・アット・リスク（ＶａＲ）算出値（単位、百万円）。パラメータの設定は、信頼度が片側９９パーセンタイル(2.33 σ)、保有期間が１０日間。

*2 対象ポートフォリオの内容については、図表７を参照。

*3 リスクファクターは、１０個のスポットレート（期間は、１Ｍ、３Ｍ、６Ｍ、１Ｙ、２Ｙ、３Ｙ、４Ｙ、５Ｙ、７Ｙ、１０Ｙ）。

*4 シナリオ分析法では、ベガ・リスクの算出に当たって全てのボラティリティがパラレルシフトすることを前提とした。また金利は、各ゾーンで±2.33 σの区間に１５個のグリッドを設定。

*5 シナリオ分析法では、ゾーンの最大振幅は、過去１年間のデータに基づき設定。

*6 各ゾーンは、１年未満、１年以上～４年未満、４年以上の３とおり。

*7 個別値算出に当ってのグリッド設定は、軸単位ではなく面単位の方法（第２章（３）節参照）による。

○　上記計算結果の特徴点および解釈・評価をまとめると次のとおり。

▼トータルのリスク量をみると、２種類のテスト・ポートフォリオに対する各８種類の計算結果には、最大・最小値間でそれぞれ2.8倍、1.7倍と大きな開きがみられる。

――前章で論じたように、シナリオ分析法で算出されるリスク量は計算条件の設定に強く依存し得る。この点を念頭に置くと、図表９のトータル・リスク値の中でシミュレーション法による結果（①～④）が客観性の点

で優れていると考えられる。そこでこれらを基準として各シナリオ分析法からの結果（⑤～⑧）を評価すると、ポートフォリオ１については⑤が、ポートフォリオ２については⑧がそれぞれ過大な値となっている。⑥と⑦は、このテスト・ポートフォリオに限れば妥当な水準の結果を出力しているが、同様の手法である⑤、⑧の評価と考え合わせると、別のポートフォリオに対しても常に適切な結果を出す保証はないと言える。前章（３）節で論じたように、あらゆるシナリオ分析法にはリスク量を過大評価する要素と過小評価する要素が併存しており、⑥と⑦の結果は、両効果が丁度バランスを取って概ね妥当な水準となった可能性もある。

▼トータルのリスク量は、ガンマ・リスクとベガ・リスクを個別に算出・合算した値とは必ずしも一致しない。これは、ガンマ・リスクとベガ・リスクの間に相互作用が存在するためである（第２章（２）節参照）。

▼モンテカルロ・シミュレーション法とヒストリカル・シミュレーション法を比較すると、全体としては、前者の方が後者より小さなリスク量となっている。

——これは、前者がいわゆるファット・テールの性質を勘案できないために、リスク量を過小評価したものと推察される。

——ただし、第２章で論じたように、ヒストリカル・シミュレーション法の計測誤差は必ずしも小さくないため、後者のリスク量が過大評価された結果である可能性を排除できない点には注意を要する。

▼リスクファクターの分散･共分散算出上のデータ観測期間が異なる計算（①と②、③と④）を比較すると、１割超の大きな差が現れる例（例えばポートフォリオ２のトータル・リスクを①と②で比べる場合）もある。

▼シナリオ分析法（個別値合算法）において、リスクファクターをスポットレートとする場合（⑦）とフォワードレートとする場合（⑧）を比較すると、算出結果に大きな差が現れた。

——大小関係をみると、ポートフォリオ１では⑦が、ポートフォリオ２では⑧がより大きなリスク量となっており、これだけから一般化した議論を展開することは困難である。

### （3）非線形リスク・線形リスクの分離計算と統合計算の比較分析

○　本章ではここまで、非線形リスク部分を全体のポートフォリオから切り離して評価した上、線形リスクと単純に合算する方式（前章図表３の①、②に対応）を想定して分析を進めた。これに対し、ポートフォリオ全体を対象としてシミュレーション法を適用するという選択（同③）があり得ることは前述のとおりである。この場合には、線形リスク部分と非線形リスク部分の間の相関が考慮され、リスクが部分的にオフセットされる点が特徴である。この効果の大小は対象ポートフォリオの性質によるので一般化した議論に適さない面もあるが、以下には、本節で用いた２つのポートフォリオを例として試算した結果を掲げる（図表１０）。

**図表10　テスト・ポートフォリオ(デルタヘッジなし)のリスク量*1**

| | | | ﾎﾟｰﾄﾌｫﾘｵ1 | ﾎﾟｰﾄﾌｫﾘｵ2 |
|---|---|---|---|---|
| 方法① | | 線形リスク（マトリクス法） | 325.2 | 325.2 |
| | | 非線形ﾘｽｸ(ﾓﾝﾃｶﾙﾛ・ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ法*2) | 145.3 | 53.7 |
| | 全リスク量（合計値） | | 470.5 | 378.9 |
| 方法③ | 全リスク量（ﾓﾝﾃｶﾙﾛ・ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ法*2） | | 493.5 | 219.9 |
| 方法④ | | 線形リスク（ﾓﾝﾃｶﾙﾛ・ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ法*2） | 364.5 | 298.4 |
| | | 非線形ﾘｽｸ(ﾓﾝﾃｶﾙﾛ・ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ法*2) | 145.3 | 53.7 |
| | 全リスク量（合計値） | | 509.8 | 352.1 |

*1 バリュー・アット・リスク（ＶａＲ）算出値（単位、百万円）。パラメータの設定は、信頼度が片側９９パーセンタイル(2.33 σ)、保有期間が１０日間。リスクファクターは、スポットレート・ベース。

*2 モンテカルロ・シミュレーション法におけるデータ観測期間は１年間。

○　図表１０において線形リスク部分と非線形リスク部分のオフセット効果をみるには、両リスクを同時に計算する③の結果と、分離計算を行う④の結果を比較すればよい。ここで方法④は、線形リスクおよび非線形リスクを別個にモンテカルロ・シミュレーション法により算出した上で単純合算する方法である（分離計算として、方法①でなく方法④をみる理由は後述）。これらをみると、ポートフォリオ１については、③(493.5)と④(509.8)の差が約３％と僅少であるが、ポートフォリオ２については、③(219.9)と④(352.1)の差が約６０％と非常に大きい。従って、ポートフォリオのリスク・プロファイルによってはこのようなオフセット効果を無視し得ない場合があることが分

かる。前掲図表３における①や②の方法を選択するに当っては、この点に留意する必要がある。

——図表１０における方法①と方法④の相違点は、線形リスクの計算をマトリクス法で行っているかモンテカルロ・シミュレーション法で行っているかにあり、各々の仮定の相違を反映してリスク量の算出結果にも違いが現れている。すなわち、マトリクス法は、時点 t におけるリスクファクター（ここでは金利 $r_t$）の変動率$\frac{dr_{t,t+T}}{r_t}$（ただし$dr_{t,t+T} \equiv r_{t+T} - r_t$）が正規過程[24]（$\frac{dr_{t,t+T}}{r_t} = \sigma dz_t = \sigma\sqrt{T}\varepsilon_t$＜ただし$dz_t$はウィナー過程、$\varepsilon_t$は標準正規乱数を表す＞）に従うという仮定に基づく。これは、将来の金利 $r_{t+T}$ が正規分布$N(r_t, r_t\sigma\sqrt{T})$に従うことを意味する。この場合、現在の円市場のような低金利下では、負の金利の出現確率を無視し得なくなるという短所がある。これに対し一般にシミュレーション法では、上記と同じ仮定を置くという選択があるほか、金利対数値の変動幅（$d\ln r_{t,t+T} \equiv \ln r_{t+T} - \ln r_t$）が正規過程（$d\ln r_{t,t+T} = \sigma dz_t = \sigma\sqrt{T}\varepsilon_t$＜ただし$dz_t$はウィナー過程、$\varepsilon_t$は標準正規乱数を表す＞）に従うという仮定を採用することも可能である[25]。後者の対数正規過程の場合、将来の金利 $r_{t+T}$ が$r_t e^n$（ただし n は正規分布$N(0,\sigma\sqrt{T})$に従う）と表され、負の金利の出現可能性は排除される。この利点に着目し、本分析における全てのシミュレーション法では後者の対数正規過程を採用した。

ただし、図表１０における方法③との比較対象として方法①を選ぶと、オフセット効果のほかに確率過程の相違による効果も同時にみることとなるから、個別要因の分析には不適切である。このため、上記の分析では、方法③と方法④を比較分析した。

---

[24] 本稿では、議論を簡単にするため、リスクファクターの確率過程におけるドリフト項を無視できると仮定する。実務上も、リスク計測期間（保有期間）が短期の場合には、ドリフト項をほぼ無視できることが知られている。

[25] 前者の仮定と後者の仮定については、通常の代数計算上は極限的に同一であるが（$d\ln r = \frac{dr}{r}$）、本分析のように確率代数の世界では、両者の間に差が存在することが知られている（伊藤の補題）。この差の程度は、変化時間Ｔが十分に小さくなれば無視できるが、ＶａＲ計測のように有限期間のＴを想定した計算においては、その影響を無視することはできない。

——なお、確率過程の相違によるリスク量の違いについてみるには、図表１０における①と④の線形リスク量を比較すればよい。すなわち、①では両ポートフォリオともに線形リスクが325.5であるのに対し、④では364.5（ポートフォリオ１）および298.4（ポートフォリオ２）となった。２つのポートフォリオは反対取引（ミラー・ポジション）であるから、将来の金利について左右対称な分布を仮定する①では同一のリスク量が算出される（左右非対称な分布を仮定する④ではリスク量が異なる）[26]。

### （４）ベガ・リスクの扱いを巡る問題点

○　これまでは、非線形リスクの中でもガンマ・リスクに焦点を当ててきたが、ベガ・リスクを扱う上でも検討すべき問題点は少なくない。本節では、このうち４つの問題を取り上げる。

#### イ．ＩＶ関連のリスクファクターの設定

○　為替オプションにせよ金利キャップにせよ、原資産が同一であってもオプションの満期が異なればＩＶは異なる。このような期間構造をもつＩＶに対して、どのようにリスクファクターを設定すべきかという問題がある。これは、金利リスクファクターについて、イールドカーブ上のどの期間の金利（あるいはどのゾーン）をリスクファクターとして選択するかという問題があったのと同様である。

——特に、スワップションや債券オプションなど原資産（フォワード・スワップ、債券）自体に期間構造がある場合には、オプションの満期に対応する期間構造と併せ、ＩＶには２次元の期間構造が存在することとなる[27]。従って、プライシングに当たっては、（場合によっては補間を行いつつ）２次元行列によりＩＶを表現する。リスク計測上も、プライシングと同様に２次元の期間構造を反映させることは可能であるが、この場合リスクファ

---

[26] 因みに、方法①と同じ確率過程を仮定した上でモンテカルロ・シミュレーション法により線形リスクを計算すると、ポートフォリオ１は328.7、ポートフォリオ２は328.2となり（ほぼ左右対称）、方法①（マトリクス法）で算出したリスク量とほぼ一致した結果となることが確かめられた。

[27] オプション商品にはいわゆるスマイル構造があるため、この性質も取り込もうとするとＩＶの期間構造がさらに１次元増加することとなる。フロントにおけるプライシング上は、少なくとも経験的にこの効果を織り込むが、リスク計測上はそこまで厳密な扱いは行わないのが通例である。

クターの数が過大になるという短所がある。従って、所要計算精度と計算時間とのバランスを念頭に置きつつ、リスクファクター数を減らす工夫が要求される。

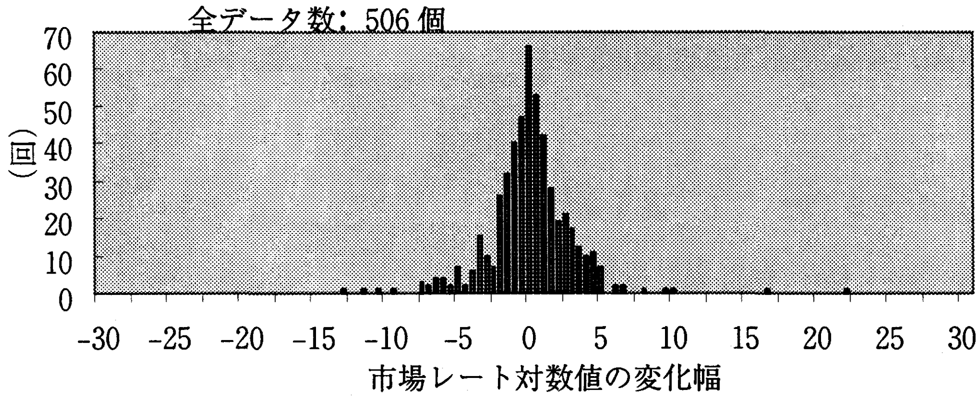
### ロ．ＩＶのヒストリカル・データの信頼性

○　２点目の問題は、ＩＶのヒストリカル・データの信頼性が必ずしも十分ではないという点である。前述のようにＩＶの種類は多岐にわたる反面、各々に対応するオプション商品の市場の厚みが不十分なケースも少なくない。このため、ディーラーのクォート値や市場情報ベンダーのデータは、場合によっては推定値となっている可能性がある。こうした問題を根本的に解決するのは容易ではないが、少なくともリスク量を利用する者は、こうした限界（測定誤差）が存在している点を認識しておく必要がある。

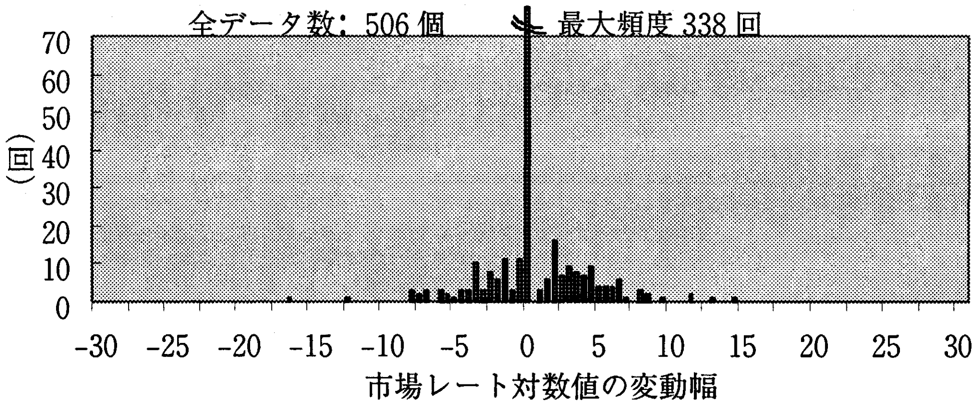
### ハ．ＩＶの確率過程の非（対数）正規性

○　３点目の問題は、ＩＶの変動は対数正規分布（または正規分布）の仮定から大きく外れている場合があるということである。例えば、図表１１－１～３は、スポット・レート（３年もの）、キャップＩＶ（３年もの）、スワップションＩＶ（６か月 into ３年）のそれぞれについて、ヒストリカル・データ（本年８月３０日から過去２年間分、出所はBloomberg）から各レート対数値の日次変化幅を算出し、それをヒストグラムとして表示したものである。

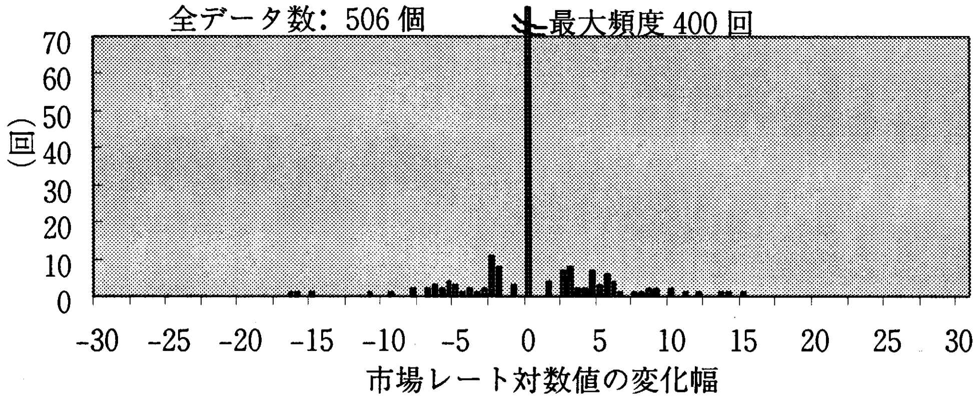
図表１１－１　スポット・レート(3Y)データのヒストグラム



図表１１－２　キャップ(3Y)ＩＶデータのヒストグラム




図表１１－３　スワップション(6M into 3Y)ＩＶデータのヒストグラム




仮に各レートが対数正規過程に従うならば、これらのヒストグラムは概ね正規分布となるはずである。しかし、スポット・レートが比較的正規分布に近い形状であるほかは、２種類のＩＶはいずれも、過半数のデータが０（すなわち原ＩＶレートに変化がないケース）に集中しその両側裾野部分に少数のアウトライヤーが散らばった極端にファット・テールな形状となっており、明らかに正規分布から外れている。それにもかかわらず、算出した標準偏差に例えば2.33（＝標準正規分布表における 99 パーセンタイル値）を乗じた数を信頼度 99 パーセンタイルの変化率として認識すると、それに基づくリスク量は過小評価となる。

――一例として図表１１－３のデータ（ＩＶの対数値の日次変動幅）を分析すると、平均値が 0.1、標準偏差の 2.33 倍が 6.6 であるから正規分布を仮定した場合の片側 99 パーセンタイル値は左右それぞれ-6.5、6.7 である。一方、特定の分布を仮定せずに実際の片側 99 パーセンタイル値（全データ

数 506 の 1%に対応する 5 番目のデータ）を探すと、左右それぞれ-9.5、10.8 である。従って、正規分布を仮定した場合のリスク量は、それぞれ 32%、38% だけ実際のリスク量を過小評価してしまうこととなる。

## ニ．ＩＶ・原資産レート間の非線形性

○ ベガ・リスクの扱いにおける４点目の問題は、リスクファクターとＩＶの間に非線形な関係が存在する可能性があることである。マトリクス法やモンテカルロ・シミュレーション法においては[28]、原資産レート変動リスクとＩＶ変動リスク（ベガ・リスク）を同時に分析する上で両者の相関に着目するが、そもそも相関という情報には各変数の線形な変動しか捉えられないという限界があるから、非線形な関係への対応としては不十分である。

○ この事情をやや具体的にみると、例えば金利（ｒ）が大きくジャンプするような局面では（$|\Delta r| \gg 0$）、それが上下どちらの方向であっても、将来の金利の不確実性増大を背景としてＩＶ（$\sigma$）は上昇する傾向がある（$\Delta\sigma > 0$）。逆に、金利の変動が小さい局面が続けば（$|\Delta r| \sim 0$）、その変化の方向とは無関係にＩＶは下降する傾向がある（$\Delta\sigma < 0$）。このような性質を直観的に捉えるには、例えば簡単なモデルとして、

$$\Delta\sigma = a(\Delta r)^2 - b \qquad (a, b > 0)$$

といった構造[29]を想定するとよい。この場合、観測データ$(\Delta r, \Delta\sigma)$は下に凸な二次曲線のまわりに分布することとなる。このデータに対し機械的に相関係数を算出すると、かえって誤解を招く結果を得ることとなりかねない。こうした影響が大きい場合には、上記のようにリスクファクター・ＩＶ間の関係をモデル化した上でリスク[30]を定量化するといった対策が有効であろう[31]。

---

[28] ヒストリカル・シミュレーション法のように、明示的に相関を扱わない手法では、この点は問題とならない。

[29] このモデルは、直観的理解を促すことに主眼を置いた簡単な例であるから、現実の現象を説明する上では必ずしも十分ではない可能性がある。ただ、このモデルは、ボラティリティの非定常性を決定論的に記述するＧＡＲＣＨ／ＡＲＣＨモデルの簡単な一形態となっており、本節で説明する現象の本質的な部分は捉えていると思われる。

[30] この場合のリスクとは、当該モデルで捉えきれない残差の変動幅（不確実性）として定義可能。

[31] 非線形な変数の扱いについては、本節の方法以外に、相関係数の概念を拡張した統計情報（コリレーション・カーブ）を活用する方法も提唱されている(Blyth [1996])。

## ４．結語

○　一般に、フィナンシャル・リスクの定量化手法には様々なバリエーションがある。個々の手法にはそれぞれに長・短所があるから、画一的な優劣評価には馴染まない。重要な点は、第１に、計量目的および分析対象の性質に応じて最適な計算手法が選択されているかどうかである。また、第２に、選択したリスク計量モデルの前提となっている諸仮定を明確にし、算出されるリスク量が持つ意味や限界を正確に認識することが不可欠である。特に、非線形リスクのＶａＲを算出する場合には、計算手法のバリエーションが多い上モデルの構造も複雑化する傾向があるから、十二分な注意が必要となる。さらに、これらの点については頭の中で理解するだけでは不十分であり、数字の上でのインパクトを体得しておくことが望まれる。これを達成するには、現実の金融取引のリスク特性に通じるとともに、モデルを介したリスク計量の感覚を養う必要もあり、決して容易なことではない。金融機関のリスク・マネージャーであれ、監督・モニタリングを行う立場の者であれ、リスク量という数字を解釈するには慎重な姿勢を忘れてはならない。

○　本稿は、これらの課題に応えるための基礎的な情報提供を目的として、方法論のレビューおよびリスク量の試算を行った。現時点で得られる情報を出来る限り包括的に集約することを企図したつもりではあるが、それが完全なものでないことはもとより、そもそもリスク管理の技術自体が日進月歩で進化している訳であるから、今後も絶え間ないフォローアップが必要である。

以　上

## 参考文献

日本銀行金融研究所、「バリュー・アット・リスク(Value at Risk)の算出とリスク／リターン・シミュレーション」、『日本銀行月報』、1995年4月

東海銀行、「東海銀行の『コリレーションモデル』」、『日本経済新聞（金融フロンティア）』、1994年6月22日

Blyth, Stephen, "Out of Line." *Risk*, Vol. 9, No. 10, October, 1996.

Hendricks, Darryl, "Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data." Mimeo, Federal Reserve Bank of New York, 1995.

J. P. Morgan & Co., *RiskMetrics™ - Technical Document, Third Edition*, May, 1995.

Pritsker, Matthew, "Evaluating Value at Risk Methodologies: Accuracy versus Computational Time." Mimeo, Board of Governors of the Federal Reserve System, May, 1996.

Robinson, Gary, "More Haste, Less Precision." *Risk*, Vol. 9, No. 9, September, 1996.

Studer, G., "Quadratic Maximum Loss for Risk Measurement of Portfolios." *Technical Report*, RiskLab, September, 1996.

Wilson, Thomas C., "Calculating Risk Capital." in *the Handbook of Risk Management and Analysis*, Edited by Carol Alexander, 1996, John Wiley & Sons.