

DISCUSSION PAPER SERIES

季節調整について

木村 武

Discussion Paper 96-J-2

IMES

日本銀行金融研究所

〒100-91 東京中央郵便局私書箱 203 号

備考：日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズは、金融研究所スタッフおよび外部研究者による研究成果をとりまとめたもので、学界、研究機関等、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図している。ただし、論文の内容や意見は、執筆者個人に属し、日本銀行あるいは金融研究所の公式見解を示すものではない。

季節調整について

木村 武*

要 旨

米国商務省センサス局が開発した季節調整法 X-11 は、発表以来 30 年を経た今日でも、わが国を含む世界各国の統計機関で広く利用されている。しかし、この手法については、新規データを追加すると季調済系列の直近部分が大幅に改定されるという問題などがかねてより指摘されてきた。今般、センサス局が開発した X-12-ARIMA はそうした X-11 の欠点を是正した季節調整法であり、移動平均型調整法の最新版である。本論文では、X-12-ARIMA の特徴を X-11 と対比しながら説明したうえで、モデル型調整法（シグナル抽出法や状態空間モデル）を含む各種季節調整法のパフォーマンスを評価する。具体的には、適切性（季節変動が完全に除去されているかどうか）と安定性（新規データの追加による季調済系列の改定幅が十分小さいかどうか）の 2 つを評価基準として、わが国の主要経済時系列を用いて実証分析を行う。分析の結果をみると、移動平均型調整法（X-11, X-12-ARIMA）は、多くの時系列において季節変動を適切に除去しているものの、モデル型調整法は、負の季節性を季調済系列に混入させ易い（例えば、今年の第 1 四半期の季調済系列の伸びが高ければ、翌年の第 1 四半期の伸びが低目になり易い）ことが明らかとなつた。また、安定性に関しては、X-12-ARIMA が、X-11 やモデル型調整法よりも総じて安定的な季節調整を行うことが確認できた。したがって、適切性・安定性の両基準を基に総合的に判断すれば、X-12-ARIMA が他の季節調整法に比べ優れた調整法であると評価できる。

キーワード： 季節調整、移動平均型調整法、モデル型調整法、X-11、
X-12-ARIMA、状態空間モデル、シグナル抽出法、適切性、安定性
JEL CLASSIFICATION: C40

* 日本銀行調査統計局企画調査課

本論文を作成するに当たっては、国友直人教授（東京大学）から有益なコメントを頂いた。ただし、本論文中ありうべき誤りはすべて筆者の責めに帰するものである。

季節調整について

木村 武

1. はじめに
 2. 季節調整の概念と季調済系列の利用上の留意点
 - (1) 季節調整の概念
 - (2) 季調済系列の利用上の留意点
 3. 移動平均型調整とモデル型調整
 - (1) 移動平均型調整法の概要
 - (2) X-12-ARIMA による季節調整の具体例
 - (3) モデル型調整法の概要
 4. 各種季節調整法の評価 一実証分析一
 - (1) 季節性除去の適切性 (周波数領域分析・時間領域分析)
 - (2) 季節調整の安定性
 5. おわりに
- 補論 1. REGARIMA について
補論 2. 周波数領域分析の観点からみた季節調整の評価

1. はじめに

経済指標を用いて景気動向を分析するに当たっては、原系列から季節性を除去した季調済系列を利用することが多い。しかしながら、最近わが国では、季調替え時に季調済系列が大幅に改定されてしまう問題や、季調済系列が時として不自然な動きを示す問題等が、景気判断に対する搅乱要因として無視できなくなっている。適切な景気判断や経済分析を行うためには、その事前準備として適切な季節調整が必要であり、季調済系列の利用者やそれを公表する統計機関にとって、現行季節調整法の問題点や季節調整の最新手法、およびそのパフォーマンスについて理解を深めておくことは重要なテーマである。本論文は、こうした問題意識の下、季節調整の概念や各種季節調整法の特徴を整理したうえで、わが国の主要経済時系列に対して季節調整を実際に適用し、それら調整法のパフォーマンスについて具体的な評価を行うことを目的としている。

本論文の構成は次のとおりである。まず 2. では、季節調整の目的や経済時系列の分解の概念について説明した後、季調済系列の利用上の留意点について説明する。3. では、季節調整の具体的手法について、移動平均型調整とモデル型調整に分類して説明する。ここでは、世界各国の統計機関で利用されている移動平均型調整法 X-11 の問題点と、それを解決するために米国商務省センサス局が開発した X-12-ARIMA について説明する。また、時系列の変動を確率モデルで捉えることによって季節調整を行うモデル型調整法として、シグナル抽出法と状態空間モデルによる調整法を説明する。4. では、これらの季節調整法を、わが国の主要経済時系列に実際に適用し、季節調整の「適切性」や「安定性」といった基準から、各調整法の評価を行う。

本論文の要旨を予め記すと次のとおりである。

- ① 季節調整とは、月次および四半期単位の経済時系列の変動を趨勢循環変動、季節変動、不規則変動の 3 成分に分解し、季節変動を元の系列から除去した季調済系列を推計する手続きをいう（季調済系列とは趨勢循環・不規則変動の推計値）。季節調整の目的は、天候や社会慣習等の影響によって毎年季節的に繰り返される変動を経済データから除去することによって、景気の転換点等経済の基調的な動向や経済諸変数間の関係を、より的確に把握することにある。
- ② 季節変動を除去する簡便な方法としては、前年同月（期）と比較するという方法がある。しかし、原系列の前年同月（期）比による分析では、景気の実勢や転換点を読み取るうえで、ミスリーディングな結果を招き易いため、季調済系列の利用価値は高い。ただし、季調済系列を利用する場合にも留意すべき点がある。例えば、利用する季節調整法において、季節変動に対してどういった仮定が設けられているのかという点やどのような推計方法が用いられているのかという点に注意を払っておく必要がある。なぜなら、「真の季節変動」は観測不能であることから、実際の季節調整においては、その変動に関して何らかの先駆的な仮定をおいて推計せざるを得ない。このため、原理上はその仮定や推計方法次第で、複数の季調済系列が推計できることになるが、季調済系列に対する信頼性とは、まさにその仮定と推計方法に依存するからである。
- ③ 季節調整法の主流である移動平均型季節調整の代表格は、米国商務省センサス局が開発した X-11 である。X-11 は、発表以来 30 年を経た今日でもわが国を含む世界各国の統計機関で広く利用されているが、この方法については、かねてより次のような問題点が指摘されている。第 1 に、時系列の末端部分において、後方移動平均により季節変動の推計を行っていることなどから、新規データを追加すると直近部分の季調済系列が大幅に改定されてしまうことがある。

これは、季調済系列の不安定性と呼ばれる問題である。足元の景気の動きをみる際には、直近部分の季調済系列が重要な判断材料となるだけにこの問題は深刻である。第2は、異常値や曜日変動（月々の曜日構成の違いに伴う時系列の変動）などが原系列に混入している場合には、そもそも移動平均によって季節変動を適切に抽出することが困難であるという点である。

④ センサス局が1996年上期中に一般公開を予定しているX-12-ARIMAは、X-11による季調済系列の不安定性を解決すべく開発されたものである。同法の最大の特徴は、季節調整の事前処理として、REGARIMAと呼ばれる時系列モデルを用いて、原系列から、異常値やレベル・シフト（時系列水準のジャンプ）、および曜日変動等を推計・除去することにある。また、REGARIMAを用いて原系列の予測値（3～5年分）を推計したうえで、この予測値と実際の原系列をつなげた系列に対して移動平均を行うことにより、系列末端部分においても後方移動平均ではなく中心移動平均によって季節変動の推計を可能にしている点も大きな特徴である。こうしたX-12-ARIMAにおける事前処理は、理論上、季調済系列の安定性を改善するだけでなく、その変動から不自然な動きや歪みを取り除くことができることも確認されている。

⑤ 移動平均型調整に対しては、同調整が時系列の各変動成分に対して明確な確率モデルを仮定することなく、単に移動平均を繰り返しているに過ぎないため、得られた季調済系列の統計理論的な性質が不明瞭であるという批判がある。モデル型調整は、移動平均型調整に対するこのような批判を克服するために、統計学者や経済学者が開発を進めているものである。すなわち、モデル型調整とは、現実の経済時系列がどのような確率モデルから生成されているのかを明確に仮定することによって季節調整の手続きを透明にし、かつ推計される季調済系列の統計理論的な性質を明瞭にすることを目的としたものである。こうした調整法は、各変動成分の確率モデルの仮定次第で様々なバリエーションをとりうるが、それを推計アプローチの観点から分類すると、シグナル抽出法と状態空間モデルによる季節調整に大別できる。

⑥ モデル型調整は、季調済系列の統計理論的な性質を明瞭にしている点では評価できるが、その調整法で仮定した確率モデルが現実の経済時系列を適切に捉えている保証は必ずしもない。したがって、モデル型調整法が移動平均型調整法に比べて、実用上優れているとは先駆的にはいえない。そこで、いくつかの評価基準を設け、各季節調整法のパフォーマンスについて比較・検討していくことが必要となる。具体的な評価基準としては、第1に、季節調整が季節変動を完全に除去しているという意味での季節調整の「適切性」を挙げることが

できる。つまり、季節調整法が季節調整本来の目的を本当に達成しているかどうかを、できる限り客観的な方法でチェックする必要がある。第2に季調済系列の「安定性」が挙げられる。安定性とは新規データの追加による季調済系列の改定幅が小さいということである。これらの両基準は、季調済系列に対する信頼性の観点から重要な評価基準である。

⑦ 本論文では、わが国の主要経済時系列に対して、移動平均型調整法(X-11, X-12-ARIMA)とモデル型調整法(シグナル抽出法、状態空間モデル)を適用して、それら調整法の「適切性」と「安定性」に関する実証分析を実際に行ってみた。適切性に関しては、パワー・スペクトルの計測や ARIMA モデルの推計等時系列分析の基本的な手法を用いて客観的な評価が可能である。これによると、移動平均型調整法(X-11, X-12-ARIMA)とシグナル抽出法は、多くの時系列において季節変動を「適切に」除去していると評価できるものの、状態空間モデルによる調整は、負の季節性を季調済系列に混入させ易いことが明らかとなった。負の季節性とは、例えば、今年の第1四半期の季調済系列の伸びが高ければ、翌年の第1四半期の伸びが低目となり易いことをいう。また、安定性に関しては、X-12-ARIMA による季節調整が X-11 やモデル型調整法に比べて総じて安定性が高く、したがってトータルな評価としても、X-12-ARIMA が他の季節調整法に比べ優れた調整法であると現時点では評価できよう。

⑧ 米国では、商務省が対外公表統計に対して既に X-12-ARIMA による季節調整を実施しているほか、FRB(連邦準備制度理事会)や BLS(労働省労働統計局)等でも X-12-ARIMA の導入を検討している。わが国の主要な経済統計についても今後同法への移行を検討していくことが望まれる。また、季節調整に関するより中長期的な課題として、季調済系列の公表方法のあり方(趨勢循環変動の推計値や季調済系列に関する分散の追加公表、季調替えの頻度に関する見直し等)についても隨時検討を加えていくことが望ましい。

2. 季節調整の概念と季調済系列の利用上の留意点

(1) 季節調整の概念

月別・四半期別の経済時系列(原系列)は景気動向に関する情報を多く含む一方、その系列の変動要因には、天候や社会習慣等の影響によって毎年季節的に繰り返される一年周期の変動、すなわち季節変動が含まれており、景気判断をするうえでは、原系列のままではその利用価値が必ずしも高いとはいえない。

したがって、経済時系列の重要な基調的変動（景気の循環やその転換点等）を認識し、またそれに基づいた適切な政策対応を可能にするためには、何らかの方法でこの季節変動を原系列から除去することが必要である。これが、季節調整の目的である。

季節変動について、もう少し具体的にみておくと、まずこうした一年周期の変動が生ずる背景としては、次のような自然的あるいは社会的な要因を挙げることができる。¹⁾

①自然条件

天候や気温など自然条件の変化は経済活動に直接影響を与える。例えば、寒冷地では冬期になると、農産物をはじめ種々の生産活動が停滞する。

②月間営業日数の違い

年末・年始の休暇、ゴールデン・ウィーク、盆休みを含む月や、2月などは、他の月に比べて営業（稼働）日数が少ない。

③経営環境に関する制度・習慣

例えば、決算期になると、経営成績上の観点から売上高や受注高が嵩上げされたり、資金需要が増加したりする。

④需要面からの影響

例えば、7・12月は中元、クリスマス、歳暮といった国民生活に関する習慣に、ボーナスが重なる結果、個人消費が急増し、これに対応して消費財の生産・売上・在庫が季節的に変動する。

⑤供給面からの影響

原料、資材、動力などの季節的な制約によって、これらを使用する生産活動が変動する。例えば、電力多消費型の鉄鋼業などでは、夏期減産が行なわれる。

さらに、季節変動について留意すべき点は、その変動パターンが長期にわたって不变・固定的であるとは限らず、経済成長に伴う社会的・経済的条件の変化や景気循環の局面によって、毎年少しづつ変化しうるということである。季節調整とは、こうした特徴を持つ季節変動を推計し、原系列からそれを除去する手続きである。

実際の季節調整法においては、原系列(Y_t)は季節変動(S_t)のほか、趨勢循環変動(TC_t)、不規則変動(I_t)の3成分から構成されると仮定する。さらに、原系列(Y_t)とこれら3成分との関係については、

$$\text{乗法型モデル} : Y_t = TC_t \cdot S_t \cdot I_t$$

¹⁾ 田原[1983]参照。

$$\text{加法型モデル} : Y_t = TC_t + S_t + I_t$$

のいずれかを通常仮定する。季節調整を上記モデルに沿って解釈すれば、原系列 Y_t から季節変動 S_t を除去し、乗法型であれば $TC_t \cdot I_t$ 、加法型であれば $TC_t + I_t$ なる系列（季調済系列）を作り出すことにはかならない。なお、各変動については、次のように定義される。

①趨勢循環変動 (TC_t)

経済成長等に伴って生じる長期的な上昇または下降傾向を示す趨勢的な変動や、景気循環に伴って拡張と収縮の期間を交互に繰り返す周期的な変動（一年を越す周期）。

②季節変動 (S_t)

天候や社会慣習等の影響によって毎年季節的に繰り返される一年周期の変動。

③不規則変動 (I_t)

上記 2 変動以外の変動で、その名のとおり、相互に無関係・不規則な変動であって、突発的な要因やその他原因不明の攪乱要因によって起こる。

なお、時系列によっては、原系列がこれら 3 つの変動成分に加え、曜日変動成分を加えた 4 つの変動成分から構成されると仮定した方が望ましい場合がある。曜日変動とは、月次データにしばしばみられるもので、月中の曜日構成の相違（例えば日曜日が 5 回ある月と 4 回ある月）によって引き起こされる変動である。例えば、百貨店売上高や新車登録台数など個人消費関連データのほか、鉱工業生産指数など曜日構成により企業の営業日数が直接影響を受ける系列に顕著にみられる。こうした曜日変動を調整していない季調済系列（の前月比）は月々にかなりの振れを示すため、短期的な変動を分析しようとする場合にはその調整を行うことが望ましい。すなわち、曜日変動は、季節変動と同様に経済の基調を読み取るうえで不要な情報であり、それを除去する必要がある。通常、季節調整(seasonal adjustment)といった場合、それを広義に解釈して曜日変動の推計・除去、すなわち曜日調整(trading day adjustment)を含むものと定義される。²⁾なお、曜日変動成分 D_t を考慮した場合、原系列 Y_t は次のように表現でき、

$$\text{乗法型モデル} : Y_t = TC_t \cdot S_t \cdot D_t \cdot I_t$$

$$\text{加法型モデル} : Y_t = TC_t + S_t + D_t + I_t$$

²⁾ なお、閏年調整（4 年に一度の 2 月の日数調整）も、trading day adjustment の一環として処理されるのが一般的である。

季調済系列はそれぞれ、 $TC_t \cdot I_t$ 、 $TC_t + I_t$ となる。

(2) 季調済系列の利用上の留意点

景気分析においては、季調済系列のほかに原系列の前年同月(期)比も利用されることが多い。確かに、時系列データが乗法型に従い、かつ季節変動パターンが一定の場合には、前年同月(期)比をとることによって季節性を除去できる。しかし、先にも述べたとおり季節変動パターンが毎年一定である保証はなく、仮に季節変動パターンが一定で季節性が除去できたとしても、前年同月(期)比は前月(期)比の遅行指標であるほか、前年の「サカ」が搅乱要因となったりするなど根本的な問題がある。このため、前年同月(期)比に依存した景気分析は、景気の実勢や転換点を読み取るうえで、ミスリーディングな結果を招きやすい(ボックス1参照)。したがって、経済時系列の持つ季節性を適切に除去し、かつ景気判断をミスリードしないような指標を得るためにには、時系列の各変動成分を推計・抽出する手法が必要となり、そこに季節調整の意義と季調済系列の利用価値があるといえる。

ただし、季調済系列を利用する場合にも留意すべき点がある。

まず、第1に、これまでの説明で明らかではあるが、季調済系列は原系列から季節変動のみを除去したもので、原系列に含まれている不規則変動までも除去したものではない。このため、季調済系列の前月(期)比にはかなりの振れがみられる場合があり、これを用いて景気判断を行う場合には、不規則変動による一時的な振れを景気の実勢(趨勢循環変動)の変化として取り違えることのないように留意する必要がある。実際の景気分析においては、不規則変動の大きさをならすために、季調済系列に対してさらに移動平均をとることがしばしばあるが、通常の季節調整では、趨勢循環変動と不規則変動が各々推計されているので、趨勢循環変動を直接利用することができる。図表1は、鉱工業生産指数の季調済系列と趨勢循環変動³⁾の前月比を比較したものであるが、後者は最近の景気循環局面をきれいに捉えていることがわかる。なお、3.と4.のいくつかの分析では、趨勢循環変動も分析対象として取り上げた。

第2に、より重要な点は、統計機関が公表している季調済系列とは、真の趨勢循環・不規則変動($TC_t \cdot I_t$ 、 $TC_t + I_t$)に対する推計値であり、真の値そのものではないということである。すなわち、季節変動はその存在自体が明らかでも、「真の季節変動」は観測不能であることから、実際の季節調整においては、そ

³⁾ 3.(1)で説明するX-12-ARIMAで推計したもの。

の変動に関して何らかの先駆的な仮定をおいて推計せざるをえない。このため、原理上はその仮定や推計方法次第で、複数の季調済系列が推計できることになるが、季節調整に対する信頼性とは、まさにその仮定と推計方法に依存するといえる。したがって、こうした仮定が現実の経済状況に照らしてみて妥当なものでない場合や、推計方法が不適切な場合には、原系列に含まれる情報が季節調整により歪められたり損なわれることになる。逆に言えば、季節調整とは、その過程で、原系列内の情報が歪められたり損なわれたりしない限りにおいて、その利用が正当化されるものである。季節変動に対する仮定が不適切な場合に生じる情報の歪みについては、4. の実証分析で触れることがあるが、要は、季節調整の利用に当たっては、推計上の仮定や推計方法自体に十分な注意を払つておく必要があるということである。

3. 移動平均型調整とモデル型調整

(1) 移動平均型調整法の概要

季節調整の歴史は移動平均型調整に始まり、時代とともにその手法は高度化・複雑化してきていますが、現在でも季節調整の主流はやはり移動平均をベースとした調整法である。移動平均型調整法の基礎にある考え方とは、その名のとおり前後数項の移動平均を取れば、一年周期の季節変動が除去されるとともに、不規則変動の影響も抑えられて趨勢循環変動の推計値が得られるというものである。こうして得られる趨勢循環変動の推計値を原系列から除去すると、季節変動と不規則変動から成る系列が得られる。これをさらに同じ月だけを抜き出した年次系列に分けて年をまたいで適当な移動平均を取れば、季節変動の推計値が得られる。ここでは、原系列が加法型に従うと想定した場合の基本的な計算ステップを示す。⁴⁾

- ①原系列 Y_t の12か月移動平均をとることにより、 S_t と I_t をならし、暫定的な TC_t を算出。
- ② Y_t から上記の暫定的な TC_t を除去し、暫定的な $S_t + I_t$ を算出 [$Y_t - TC_t = S_t + I_t$]。
- ③上記の暫定的な $S_t + I_t$ を同一月毎に数年間分を加重移動平均して、 I_t をならし、暫定的な S_t を算出。

⁴⁾ 原系列が乗法型に従うと想定する場合には、①～⑥の計算ステップにおける足し算を掛け算に、引き算を割り算に変える。

④ Y_t から上記の暫定的な S_t を除去し、暫定的な季調済系列 $TC_t + I_t$ を算出
[$Y_t - S_t = TC_t + I_t$]。

⑤ 上記の暫定的な季調済系列 $TC_t + I_t$ に適当な加重移動平均を施して、 I_t をならし、修正された TC_t を算出。

⑥ 上記の修正された TC_t を用いて、②～④の過程を再びくり返し、最終的な 3 成分 (TC_t, S_t, I_t) を算出。

こうした移動平均型調整法の代表格として、米国商務省の開発したセンサス局法を挙げることができる。センサス局法は、J. Shiskinによって開発され、最初のバージョンは1957年にX-1として公表された（XはExperimentalを、1はモデル番号を示している）。その後、コンピュータ処理能力の向上とともに、次々とセンサス局法の改良型が発表されていった。そこで基本的な考え方は、あらゆる経済時系列に適用可能な共通の方式を発見しようとするものであり、1960年代初期に発表されたX-10までの改良型がこの線上にある。わが国では、1960年代に入って、センサス局法の導入の必要性が認識されるようになったものの、当時の国産電子計算機の能力では、センサス局法をこなすには不十分であった。このため、センサス局法を簡易化した方法として、EPA法（1963年）が経済企画庁によって、またMITI法（1962年）が通産省によって、それぞれ独自開発された。

こうした中、1965年に発表されたセンサス局法X-11は、あらゆる経済時系列に当てはまる共通の方式を目指すという従来の基本方針を断念し、各時系列固有の性格に対応するために、移動平均項数などに関する多くのオプションを設けたものであった（ただし、利用者が特別の判断材料を有しない場合に適用される標準型 [デフォルト] も用意されている）。このX-11は、世界各国の統計機関で利用されており、わが国でも、1979年に統計審議会経済指標部会において、季節調整法をX-11に統一するように提案され、通産省⁵⁾を除く各官庁の季節調整法は逐次X-11に切り替えられた（日本銀行もX-11を利用している）。

イ. X-11について

センサス局法X-11は、発表以来30年を経た今日でも多くの統計機関で利用されているという実用面での重みがある一方、同法に対する批判も少なくない。

⁵⁾ 通産省では、鉱工業生産指数を作成するに当たり、所管の各地方通産局作成指数に関する大量系列を迅速処理する必要があるという特殊性から、データの計算期間を5年に固定し、かつ計算手順を単純化したMITI法を継続使用している。

その一つが、季調済系列の不安定性の問題である。⁶⁾新規データの追加により季調済系列が過去に遡って大幅に改定される場合、その季調済系列は不安定であるというが、こうした不安定性は景気判断や政策対応を搅乱し、ひいては季節調整への信頼を失わせる重大な問題である。この点に関する比較的最近の事例として、1991年における景気動向指数（経済企画庁作成、一致指数を構成する11系列のうち9系列が季調済系列⁷⁾）の遡及改定がある。すなわち、1991年は景気が後退し始めているか否かの判断が微妙な時期であったが、当初公表された段階では、一致指数は年初来10月頃まで景気判断の分かれ目となる50を境に行き来する姿が続いていた。しかし、翌年の季調替えにより、実は1991年4月からすでに50を連続して割り込んでいたことが明らかになり、景気後退がかなり早くから始まっていたことを示す結果となった。⁸⁾また、図表2上図は、国内総支出（GDP）の季調済系列の推移を示したものである。ここで、確定値とは、1995年までのデータを用いてX-11で推計したもので、1996年以降のデータが追加されても、1988年以前の季調済系列の推計値が変更されることはない。しかし、1988年までのデータを用いて推計した暫定値は、1986～88年において確定値とはかなり異なっている（前期比年率でみて最大5%程度異なる）。このような暫定値の確定値からの乖離はデータが追加される毎に小さくなっていくが、1988年当時に景気判断を行うために、X-11による季調済系列を利用した場合には、その確定値からの乖離は搅乱要因として無視できる大きさのものではないことがわかる。⁹⁾

このような季調済系列の不安定性の主な原因としては、①移動平均における末端処理が適切でないこと、②レベル・シフトや異常値、曜日変動などが原系列に混入している場合には移動平均によって季節変動を適切に抽出できないこと、などが挙げられる。一般に、移動平均では、前後数項の平均化（中心移動平均）を行うが、系列の末端部分については中心移動平均値を求められないため、どのようにして末端部分の移動平均値を求めるかという「末端処理」の問題が生じる。時系列の末端部分は直近の景気判断に直接関わる部分であるため、こ

⁶⁾ MITI法は、機能的にはX-11のサブセットと考えてよい。したがって、ここで説明するX-11の問題点はMITI法にも同様に当てはまる。

⁷⁾ 9系列のうち、4系列がX-11、5系列がMITI法による季調済系列。

⁸⁾ 詳しくは、Fukuda[1992]を参照。

⁹⁾ 図表2の季調済系列は、1990年基準の実質GDPに対してX-11を直接適用して推計したものである。しかし、実際に経済企画庁によって公表されるGDPの季調済系列は、GDPコンポーネントの季調済系列の合計値として計算されたものであり、また、1988年当時においては、1980年基準の系列に対して季節調整が適用され推計されたものである。したがって、ここでの分析は実験的なものであることに留意する必要がある。ただし、実際1988年当時に経済企画庁によって公表されたGDPの季調済系列にも、図表2上図の暫定値のようなギクシャクした動きがみられている（平成元年・2年版国民経済計算年報参照）。

れは非常に重要な問題である。この点に関して、X-11では、実質的に後方移動平均が用いられている。したがって、新規データの追加に伴い、系列末端部分の季節調整が後方移動平均から中心移動平均へと変化し、季調済系列が改定されることになる。しかも、原系列に曜日変動が含まれていたり、系列末端近辺にレベル・シフトや異常値が発生しているような場合には、季調済系列の不安定性はより増幅されることになる。例えば、原系列にレベルの下方シフトが発生しているような場合、移動平均により推計されたシフト前の季調済系列はシフト後の系列に引きずられ過小推計され、逆にシフト後の季調済系列は過大推計されることになる（X-11では、先の計算ステップ①～⑥の過程においてレベル・シフトの存在を全く考慮に入れていない）。こうした過大・過小推計の大きさは新規データが追加される度に影響を受けるために、季調済系列は不安定となる。また、通常の不規則変動であれば移動平均でならすことができるが、仮に通常の不規則変動の幅をはるかに超える「異常な」変動があると、移動平均はその異常な突出を完全に消し去ることはできず、むしろ前後に引き延ばして循環変動のような山や谷を作る。そして、その山谷の高さ・深さはやはり新規データが追加される度に更新され、季調済系列は不安定となる。つまり、こうしたレベル・シフトや異常値があると、通常の移動平均の計算ステップでは適切な季調済系列を推計することがそもそも不可能になるわけである。¹⁰⁾

□. X-12-ARIMA の概要¹¹⁾

X-12-ARIMA は、こうした X-11 の問題点を解決したセンサス局法の最新バージョンである。X-12-ARIMA は、大きく分けると次の 3 つのパートから構成される。

1. REGARIMA による原系列の事前調整パート
2. X-11 による移動平均パート
3. 事後診断パート

REGARIMA¹²⁾とは、レベル・シフトや異常値および曜日変動を捉えるための回帰変

¹⁰⁾ 実際は、X-11 は曜日変動と異常値に対する調整方法を有してはいるものの、その機能が十分でないほか、ミスリードな調整をしてしまう場合もある。特に、X-11 のオプションを用いて曜日変動を調整すると、より一層安定性が悪化する場合があることが指摘されている（詳しくは、木村[1996]を参照）。

¹¹⁾ X-12-ARIMA の詳細については、木村[1996]、Findley, et al. [1995]を参照。

¹²⁾ REGARIMA は“REGression and ARIMA”的略で、回帰変数と ARIMA モデルの組合せという意味である。なお、ARIMA(Autoregressive Integrated Moving Average)モデルとは、時系列データの変動を、自己の過去の変動とホワイト・ノイズと呼ばれる純粹に不規則な確率変数との一次結合で表わしたものであり、時系列分析において広く用いられている。

数を ARIMA モデルに組み込んだ時系列モデルである（詳しくは補論 1. を参照）。第 1 パートでは、この REGARIMA を用いて、原系列を ARIMA モデルで表現できる部分と、レベル・シフトや異常値、曜日変動への回帰部分とに分解する。そのうえで、ARIMA モデルで表現できる部分とその ARIMA モデルを用いて推計した予測値（3～5 年分）をつなぎあわせた「事前調整済系列」を推計する。例えば、レベル・シフトに対しては、REGARIMA でシフトの大きさを推計して、シフト前の系列部分にそのシフト値を付加することにより、シフトがあたかも存在しなかつたような事前調整済系列を、先行き 3～5 年分の予測値も含めて作り出す。

$$\text{原系列 } Y_t = (TC_t + \text{レベル} \cdot \text{シフト}) + S_t + D_t + (I_t + \text{異常値})$$

$$\begin{aligned}
 &= \boxed{(TC_t + S_t + I_t)} + \boxed{(\text{レベル} \cdot \text{シフト} + D_t + \text{異常値})} \\
 &\quad \text{ARIMA で表現} \qquad \qquad \qquad \text{回帰変数で表現} \\
 &\quad + \\
 &\quad \boxed{\text{ARIMA で推計した} \\
 &\quad (TC_t + S_t + I_t) \text{ の} \\
 &\quad \text{予測値}} \\
 &\quad \text{事前調整済系列}
 \end{aligned}$$

X-12-ARIMA では、こうして得られた事前調整済系列に対して X-11 による季節調整を行う。したがって、①系列末端においても先行きの予測値を用いた中心移動平均が可能になるとともに、②レベル・シフトや異常値、曜日変動の攪乱を受けることがないため、移動平均による通常の調整（先の計算ステップ①～⑥）で季節変動をそのまま抽出することができる。よって、X-12-ARIMA は X-11 よりも安定的で歪みの少ない季調済系列を推計することができるようになる。¹³⁾ 実際、GDP の季調済系列の推移を X-11 と比較してみても（図表 2 下図）、X-12-ARIMA による季調済系列¹⁴⁾は 1988 年までのデータを用いて推計した暫定値が確定値とほとんど一致していることがわかる。

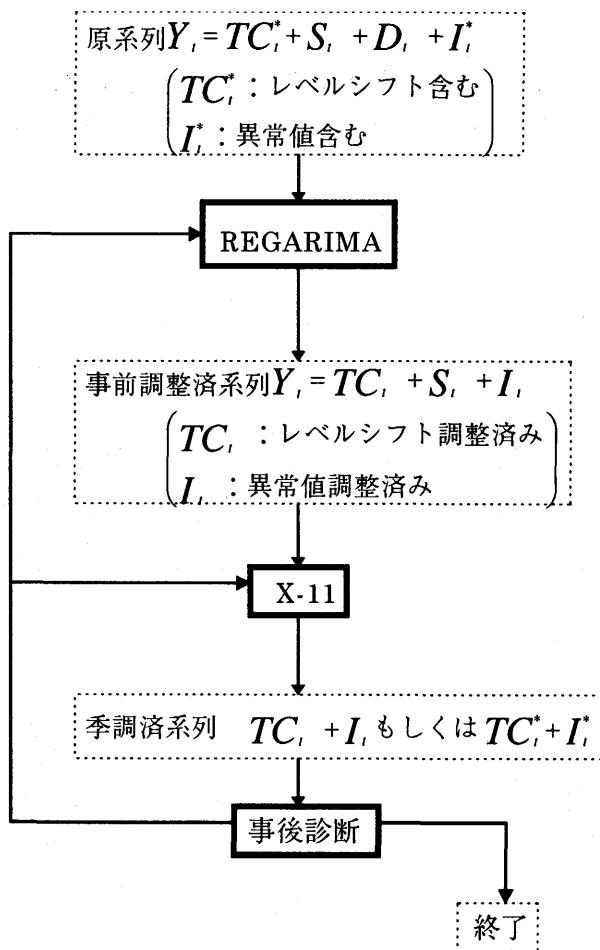
¹³⁾ X-11 と X-12-ARIMA の中間的な季節調整法として、1975 年にカナダ統計局が開発した X-11-ARIMA がある。これは、原系列と ARIMA モデルを用いて推計した予測値をリンクした系列に対して、X-11 による季節調整を行う方法である。しかし、原系列に曜日変動や異常値、レベル・シフトが存在する場合には、そもそも ARIMA モデルで適切な予測を行うことが不可能であるために、系列末端で中心移動平均が可能になってしまって季調済系列の安定性が改善しない場合がある。一方、X-12-ARIMA では、異常値や曜日変動などを回帰変数で捉えたうえで、ARIMA モデルによる予測を行うためにその予測の信頼性は高い。

¹⁴⁾ 1955/2Q～88/4Q までのサンプルを用いて、SARIMA(0 1 2)(0 1 1)₄ をベースに REGARIMA を推計した。

第3ステップの事後診断パートでは、得られた季調済系列の「適切性」¹⁵⁾に関する簡単な診断（周波数領域分析等）や、季調済系列の「安定性」に関する診断を行う。この診断テストの結果次第では、REGARIMAにおけるモデル化の方法やX-11における移動平均項数等を変更して、診断テストの結果が妥当になるまでこのプロセスを繰り返すことが望ましい。

ここで、X-12-ARIMAの推計フローの全体像を示すと、次のとおりとなるが、留意したいのは、REGARIMAによる事前調整や事後診断は強制的なものではなく、すべてオプションによる選択に基づくものである。つまり、X-12-ARIMAにおいて、事前調整を行わず、かつ事後診断も利用しないならば、X-12-ARIMAによる季調済系列はX-11によるそれと同一のもとなる。

X-12-ARIMAの推計フロー¹⁶⁾



¹⁵⁾ 「適切性」の定義については、4.の実証分析で述べる。

¹⁶⁾ X-12-ARIMAでは、季調済系列の推計にあたって、異常値とレベル・シフトをそのまま残した系列($TC_t + I_t$)とそれらを調整除去した系列($TC_t^* + I_t^*$)のいずれも算出可能である。

なお、REGARIMA によって、原系列内に曜日変動や異常値、レベル・シフトが存在しているかどうかを調べるには、それらを表わした回帰変数のパラメータが有意かどうかを通常の回帰分析と同様に t 検定を行ってみればよい。また、AIC(Akaike Information Criterion)や BIC(Bayesian Information Criterion)といった情報量基準を用い、モデル全体の当てはまり具合をみるとことによって判定することもできる (AIC や BIC が小さいモデルの方が当てはまりの良いモデル)。例えば、曜日変動を取り入れた REGARIMA と取り入れていない REGARIMA の AIC を比較することによって、曜日変動を調整すべきか否かを決めることができる。

(2) X-12-ARIMA による季節調整の具体例¹⁷⁾

本節では、曜日変動やレベル・シフト、異常値に対して、X-12-ARIMA が実際にどのような調整を行うのかを、X-11 と比較しながら具体的に説明する。

イ. 曜日変動の調整

わが国的主要経済時系列（詳細はデータ付録参照）に曜日変動が存在しているかどうかを、REGARIMA で検定した結果が図表 3 である（ここでは、閏年の影響も併せて検定した）。これによると、いずれの四半期系列にも曜日変動や閏年の影響は有意に認められないものの、月次系列では、鉱工業生産指数と大口電力消費量、銀行券発行残高にその存在が確認できた。¹⁸⁾

図表 4 は、X-12-ARIMA で推計した鉱工業生産指数と大口電力使用量の季節変動と曜日変動（閏年の影響を含む）の大きさを比較したものである。これをみると曜日変動の大きさは季節変動に比べ決して無視できる大きさではなく、これを適切に調整除去しない場合には景気判断にとって大きな攪乱要因となってしまうことがわかる。実際、これら両系列について、曜日変動を調整した場合

¹⁷⁾ (2) および 4. の分析で用いた X-12-ARIMA のプログラムは、一般公開前のベータ・バージョンであるが、分析結果はファイナル・バージョンを用いた場合と実質的に相違するものではない。

¹⁸⁾ 四半期系列に関しては、図表 3 で取り上げた系列のほかに、曜日変動や閏年の影響が最も顕著に現れると考えられた売上高（法人季報・全産業）に対しても REGARIMA を適用したが、やはり有意な結果は得られなかった。このことは、曜日変動や閏年の影響は、月毎に測定した場合にはその存在が有意であったとしても、四半期毎にならすとその影響がほとんど消えてしまう可能性が高いことを示唆している。なお、閏年の影響に関しては、ここで分析した四半期系列の前年同期比をみても、閏年の第 1 四半期が高めになり翌年第一四半期が低めになるというような傾向もみられなかった。

(X-12-ARIMA) としない場合 (X-11) とで、季調済系列にどの程度の違いがでるのかを比べると（図表5上図、図表6）、曜日変動未調整の場合にはかなり不自然な動きが残っていることが確認できる。

さらに、こうした曜日調整の有無の違いをより具体的にみるために、1991年中の景気転換局面における鉱工業生産指数の動きについて、X-12-ARIMAとX-11を比較してみた（図表5下図）。事後的にみて最も適切な景気判断が必要であったと思われる時期（90年9月頃から91年8月頃まで）において、曜日変動未調整の季調済系列の動きは91年7月頃まで高原状態が続いている一方、曜日調整を実施した場合には91年2月をピークにその後明確な下降線を辿っていることが窺える。3.(1)で、91年中の景気動向指数の遡及改定の問題点を指摘したが、これは季節調整の不安定性のみならず、ここで取り上げた曜日変動未調整の問題もかなり影響していると考えられ、景気判断を行う上では、曜日調整を行った方が好ましいといえよう。¹⁹⁾

四．レベル・シフトの調整

レベル・シフト調整に関する具体例としては、民間在庫品増加を取り上げた。図表7上図にみると、民間在庫品増加は、第一次石油ショックが発生した1973～74年近辺において増加傾向を強めた後、急激に下方シフトしている。これは、1973年中には、物価の先高見込みや根強いインフレ心理によって在庫不足感が強まり、在庫の積み増しが積極的に行われたものの、74年入り後は、最終需要の急減に伴う意図せざる在庫の増加が目立つようになって、年央頃から企業の在庫過剰感が急速に強まりその調整が急テンポで行われたことが背景となっている。このような系列に対しては、REGARIMAによりレベル・シフトの調整を行ったうえで季節調整を行う方が望ましい。

図表7下図から、X-11とX-12-ARIMA²⁰⁾による季節調整の違いを読み取ること

¹⁹⁾ 現在通産省によって対外公表されている鉱工業指数の季調済系列（MITI法使用）においては、曜日変動の調整は行われておらず、ここで指摘した問題はX-11と同様にあてはまる。なお、木村〔1996〕は、MITI法とX-11、X-12-ARIMAの比較をより詳しく行っているので参照されたい。

²⁰⁾ REGARIMAによる異常値とレベル・シフトの自動探索を行うと、第一次石油ショック発生近辺では、73/2Q・3Qに異常値が、74/4Qにレベル・シフトが検出された（この他に、92/2Qにレベル・シフトが検出）。ただし、74年央から急速に進展した在庫調整を表すために、REGARIMAに74/4Qのレベル・シフトの回帰変数をいれるよりも、74年中に傾斜路（ramp）の回帰変数をいたほうが望ましいかもしれない。これを確認するために、AICによるモデル比較を行った。レベル・シフトと傾斜路の回帰変数の設定方法の詳細は補論1.を参照。

	LS74.4	RP74.1-75.1	RP74.2-75.1	RP74.1-74.4	RP74.2-74.4	LS・RPなし
AIC	2146	2147	2144	2150	2175	2169

(注) LSはレベル・シフト(Level Shift)、RPは傾斜路(Ramp)を表す。

ができる（なお、図表を読み易くするために、季調済系列ではなく、趨勢循環変動を掲載した）。これによると、X-11により推計した74年から75年にかけての趨勢循環変動のピークとボトムが、X-12-ARIMA のピークとボトムの範囲内におさまっていることがわかる。また、X-12-ARIMA のピーク（74/2Q の1兆6千億円）は、前回のピーク（70/2Q の1兆3千億円）を3千億円ほど上回っているものの、X-11 のピーク（74/2Q）は前回ピークとほぼ同じレベルに止まっている。これは、レベルの下方シフトを無視した中心移動平均の問題、すなわち、シフト前の推計値はシフト後の系列に引きずられ過小推計され、シフト後の推計値はシフト前の系列に引きずられ過大推計されるてしまう問題の一例と解釈できる。

民間在庫品増加にみられるようなレベル・シフトは、程度の差こそあれ、他の経済時系列にもしばしば生ずる。法人企業統計季報などによくみられるデータのサンプル替え（調査対象企業の変更）に伴う系列の不連続性や、店舗の増新設等に伴う小売り統計の不連続性、NTT等の民営化に伴う民間資本ストック統計の不連続性などはその例である。また、こうしたサンプリングの変更に起因する不連続性のほか、税制や金融制度等の変更に伴う時系列のレベル・シフト（例えば、1989年4月の消費税導入に伴う消費者物価指数のシフトや準備預金制度変更に伴う準備預金残高のシフト²¹⁾）も見受けられる。

ハ. 異常値の調整

異常値の調整が問題となりうる最近の主な事例としては、雇用者所得と都内百貨店売上高の動きがある。²²⁾

まず、雇用者所得については、1994年2Qと3Qにおいて、それぞれプラスとマイナスの異常値が発生しているとみると適切である（図表8）。これは、94年の総合経済対策に基づく特別減税（減税規模5.5兆円）の還付を受けるために、従来7月に賞与を支給していた企業の一部が、6月支払いへと賞与払い

上の表から、74/4Qのレベル・シフトよりも、74/2Q～75/1Qにかけての傾斜路の回帰変数のほうが望ましいと言える。図表7下図のX-12-ARIMAの推計値は、この傾斜路を取り入れて推計した趨勢循環変動である。

²¹⁾ 消費者物価指数や準備預金残高におけるレベル・シフトに対する分析は、木村[1996]を参照。

²²⁾ なお、口.で取り上げた民間企業在庫品増加においても、異常値調整の適否が指摘できる。民間企業在庫品増加は、第2Qと4Qにかけて増加して、第1Qと3Qに減少するという季節変動パターンを有しているが、73年2Qのレベルが通常の変動パターンに比べ著しく大きくなっているほか、同年4Qは増加するのではなく、逆に減少するなど異常な動きが目立っている。X-11によって推計した趨勢循環変動（図表7下図）には、1973年頃に山ができているが、これはこれらの異常値を適切に処理しないまま移動平均を行っているために、見せかけの循環変動を作り出してしまったことを示唆している。

の前倒しを進めたことによる。X-12-ARIMA による季節調整では、賞与前倒しに伴う異常値の大きさが REGARIMA で推計され、その額を調整してあたかも賞与前倒しが発生しなかったような事前調整済系列が作り出される。この事前調整済系列に対して移動平均を行い推計した季調済系列が図表 9 に示したものである。²³⁾一方、X-11 では、異常値が適切に処理されていないため、その歪みが趨勢循環変動に現れてしまっている（賞与の前倒しが雇用者所得の基調の変化となって推計されている）。

次に、図表 10 上図は、東京都内の百貨店売上高をプロットしたものであるが、89 年 4 月の消費税導入による 3 月の駆け込み需要と 4 月の反動減は異常値とみなせる。この系列に対して、X-12-ARIMA による季節調整を行う場合に、異常値調整の有無がどの程度の違いをもたらすかをみると（図表 10 下図）、²⁴⁾消費税導入時だけでなく、その前後 4 ~ 5 年にわたって季調済系列の推移に相違が発生している。これは、一時点での季節変動成分の過大・過小推計が発生すると、移動平均の繰り返しにより、その影響が前後に及ぶためである（3. (1) の計算ステップを参照）。

(3) モデル型調整法の概要

X-12-ARIMA は、REGARIMA による事前調整機能を X-11 に付加することによって、季調済系列の安定性を改善し、またその歪みを解消することを目的とした手法であるが、季節調整のベースはあくまで移動平均である。ところで、こうした移動平均型調整に対しては、統計学者や経済学者から 1970 年代後半より厳しい批判が繰り返されてきた。その典型的なものは、移動平均型調整が時系列の各変動成分に関して明確な確率モデルを仮定することなく、単に移動平均を繰り返しているに過ぎないため、得られた季調済系列の統計理論的な性質が不明瞭だということである。また、X-11 では、各時系列固有の性格に対応するため移動平均項数などに関する多くのオプションを設けているが、こうした X-11 の統計理論的な意味付けが曖昧であることによって、折角の幅広いオプションも、客観的な正当性を保ちつつ利用することは困難である。例えば、3. (1) の計算プロセスにおける③と⑤の移動平均項数次第で、季調済系列の滑らかさ等が異なつ

²³⁾ X-12-ARIMA では、オプションの選択によって異常値を季調済系列に残存させることも、除去することもできるが、その選択は分析者のニーズや異常値の発生原因に依存する。ここでは、賞与前倒しは 3Q から 2Q への単なる金額の移動にすぎず、雇用者所得の基調とは関係ないと判断から、異常値を季調済系列から除去した。なお、94/2Q、3Q における異常値の大きさは、それぞれ 1 兆 3 千億円、1 兆 8 千億円と推計された。

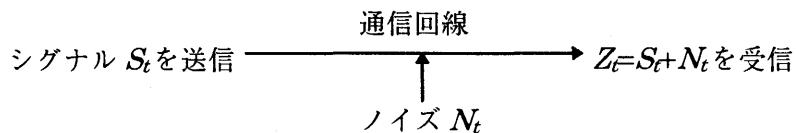
²⁴⁾ 図表 10 下図に示した何れの季調済系列も曜日調整は行っている。

てくるが、その項数の選択に客観的な基準がないため、やや極端な言い方をすれば、利用者の好みに応じた季調済系列を作成することもできてしまう。

こうした移動平均型調整に対する批判を行なってきた統計学者・経済学者は、モデル型調整法²⁵⁾の開発を進めてきた。モデル型調整法とは、現実の経済時系列がどのような確率モデルから生成されているのかを明確に仮定することによって季節調整の手続きを透明にし、かつ推計される季調済系列の統計理論的な性質を明瞭にすることを目的としたものである。モデル型調整法は、各変動成分の確率モデルの仮定次第で様々なバリエーションをとりうるが、それを推計アプローチの観点から分類すると、シグナル抽出法と状態空間モデルによる季節調整に大別できる。²⁶⁾

イ. シグナル抽出法

シグナル抽出法とは、もともと通信工学の分野で発展してきた理論である。



一般に、送信シグナル S_t に通信の過程でノイズ N_t が混入した場合、受信者は受信信号 $Z_t = S_t + N_t$ からノイズ N_t を除去し、真の送信シグナル S_t を抽出・推計しなければならない。シグナル抽出法はそれを解決するための工学的手法であるが、1970年代末期頃から、同法と季節調整の考え方の類似性が着目され、経済時系列にシグナル抽出法を適用した季節調整法が開発されてきた。すなわち、上の例に則していようと、シグナル S_t (= 趨勢循環・不規則変動) にノイズ N_t (= 季節変動) が混入した受信信号 Z_t (= 原系列) から、ノイズ N_t を除去することが季節調整にほかならない。



²⁵⁾ X-12-ARIMA の X-11 からの本質的改良が REGARIMA という時系列モデルを用いて行われていることから判断すると、同法を移動平均型調整に単純に分類するのは不適切であるという見方もできよう。ただし、本論文では、季節変動推計の基本的アプローチについて注目して、季節調整法を分類するとの立場にたっており、これを移動平均型とモデル型とに 2 分類する場合には、X-12-ARIMA は前者に属することになる。

²⁶⁾ モデル型調整法の詳細については、木村[1995]を参照されたい。

シグナル抽出法の推計方法のポイントは、原系列 Y_t を時系列モデル (Seasonal ARIMA) で推計し、その推計したモデルをいくつかの仮定を設けた上で、季節変動モデルと趨勢循環・不規則変動モデルに分解することにある。したがって、シグナル抽出法の信頼性は、原系列に適用した時系列モデルの妥当性と分解における仮定の妥当性に依存する。例えば、原系列を Seasonal ARIMA モデル一本で推計することは、原系列の変動をホワイト・ノイズ系列²⁷⁾の加重和で表現することにはかならないが、一定の分散を持ったホワイト・ノイズ系列を、それぞれ異なる分散を有すると考えられる季節変動と非季節変動（趨勢循環・不規則変動）とに分解するには、仮定が必要である。この時、毎年ほぼ一定なパターンを繰り返す季節変動を仮定する場合には、季節変動モデルのノイズ分布の分散をなるべく小さく設定することが必要であり、実際のシグナル抽出法でも、そのように仮定されることが一般的である。しかし、すべての経済時系列に対して、季節変動パターンが最も安定的であることをアприオリに仮定することが適切である保証はなく、この点がシグナル抽出法の問題点といえよう。

口. 状態空間モデルによる季節調整

一方、状態空間モデルによる季節調整では、原系列 Y_t に対して時系列モデルを直接推計することはせずに、各変動成分に対して分析者の有する事前情報をベースにした確率モデルを直接設定する。例えば、趨勢循環変動 TC_t に対しては、滑らかな変動をするであろうという事前情報に基づいて、ランダムウォーク・モデル

$$TC_t = TC_{t-1} + u_t$$

を仮定する (u_t はホワイト・ノイズ)。²⁸⁾ また、季節変動 S_t に関しては、その一

²⁷⁾ 時系列 X_t が次のような性質を持つ場合に、ホワイト・ノイズと呼ばれる。

$$\forall t, E[X_t] = 0$$

$$\forall t, V[X_t] = \sigma^2 (\text{一定})$$

$$\forall t \neq s, COV[X_t, X_s] = 0$$

²⁸⁾ 趨勢循環変動 TC_t を表すモデルには幾つかのバリエーションをとりうるが、その一つとして k 階の確率差分方程式 $(1-B)^k TC_t = u_t$ を挙げることができる（北川[1993]）。ランダム・ウォーク・モデルは、この確率差分方程式において $k=1$ とした特殊型である。ところで、 $(1-B)^k TC_t = 0$ の解は $k-1$ 次の多項式となることから、 $(1-B)^k TC_t = u_t$ は、 $k-1$ 次の多項式の拡張と考えることができる。ホワイト・ノイズ u_t の分散が小さい場合には、 $(1-B)^k TC_t = u_t$ の実現値は局所的には多項式に似た非常に滑らかな関数となる。しかし、多項式との著しい違いは大局的には非常に柔軟な関数を表現できることにある。

年分の和が平均的にみればゼロになるであろうというモデル

$$S_t + S_{t-1} + S_{t-2} + \dots + S_{t-10} + S_{t-11} = v_t \quad (\text{月次データの場合})$$

を仮定する (v_t はホワイト・ノイズ)。このように分析者の事前情報を基に設定した複数の確率モデルは、状態空間モデル²⁹⁾で統一的に表現することができ、これにより非常に効率的な計算アルゴリズムの利用が可能になるほか、より複雑なモデルの取り扱いも可能になる。

状態空間モデルによる季節調整で重要な点は、趨勢循環変動は滑らかであるとか、季節変動は安定的であるといった分析者の事前情報を生かしつつも、その滑らかさや安定性の度合について分析者が勝手に設定しないことである。滑らかさや安定性の度合は、ホワイト・ノイズ u_t と v_t の分散の大きさによって規定できるものであるが、これらは原系列の情報から推定し、推定結果を統計的な基準で評価しようというアプローチをとっている。すなわち、事前情報に含まれる主観的な要素に客観的な評価を与えるために統計基準を用い、これによって説明力の高い統計モデルの構築を行うことが可能になる。

4. 各種季節調整法の評価 一実証分析一

これまでにみたとおり、季節調整法には様々な種類のものがあり、それぞれの推計アプローチ（移動平均型・モデル型）や、時系列モデルの仮定が異なれば、得られる季調済系列は当然異なってくる。以下では、各種季節調整法のパフォーマンスについて具体的に比較していくが、モデル型調整法のソフトウェアとして、シグナル抽出法については、元イングランド銀行エコノミストの Burman[1995] が開発した “Prophet” を、状態空間モデルによる季節調整は、統計数理研究所開発の TIMSAC-84 収録の “DECOMP”（北川[1986]）を利用した。³⁰⁾ これ

²⁹⁾ ここでは、状態空間モデルの説明は行わないが、要は、各変動成分の複雑なモデルの推計に対しても、効率的な計算アルゴリズム（カルマンフィルター）の利用を可能にする枠組みを提供するものと解釈できる。なお、状態空間モデルの詳細は北川[1993]を参照。

³⁰⁾ DECOMP では、確率モデルのノイズ分布にガウス分布（正規分布）が仮定されているため、異常値やレベル・シフトのある系列に対しては適切な調整ができないことが知られている（Kitagawa[1989]を参照）。このため、ノイズ分布に非ガウス分布（正規分布に比べ、分布の裾が重いコーシー分布等）を仮定して、異常値やレベルシフトに対する調整を可能にした状態空間モデルによる季節調整も Kitagawa らによって考案されている。しかし、こうした調整法は、現在のコンピュータ処理能力および計算アルゴリズムのもとでは、計算時間がかなりかかりあまり実用的ではないようである。なお、シグナル抽出法の Prophet は、REGARIMA と同様に異常値とレベル・シフトを回帰変数で捉えることができる対話形式のソフトで、処理時間も実用範囲内にある。

らは、現在多くのユーザーが利用可能なかたちに実現されたソフトウェアとしては、ポピュラーなソフトの一つといってよいであろう。なお、季節調整法の比較においては、それらの方法に基づく推計アプローチの本質的な長短所の比較なのか、あるいは、ソフトウェアの比較なのかを明確にしておくことが望ましいが、必ずしもこの区別は容易ではない。以下では、便宜上「Prophetによる季節調整」を「シグナル抽出法による季節調整」、「DECOMPによる季節調整」を「状態空間モデルによる季節調整」と記すが、以下の分析結果は、シグナル抽出法や状態空間モデルに基づく季節調整のすべてに一般普遍的に当てはまるなどを必ずしも主張するものではない点を予め指摘しておく。

図表11, 12は、X-12-ARIMA、状態空間モデル、シグナル抽出法による季節調整の違いを、1970年代の公的固定資本形成を例にとり具体的にみたものである。これによると、状態空間モデルとX-12-ARIMAによる季調済系列は、前期比でみると最大9%、レベルでみると最大2000億円の乖離（当時の公的固定資本形成の約5%に相当）が発生している。そして、前期比とレベルの何れも、乖離幅は一年周期で変動しており、このことは状態空間モデルとX-12-ARIMAのどちらかによる季調済系列に季節性が残存していることを示唆している。同様な点はシグナル抽出法とX-12-ARIMAの比較においても指摘できる。また、図表13は、1993年後半から1994年におけるマネーサプライ ($M_2 + CD$) の季調済系列の比較をしたものであるが、その動きには94年4月頃を前後に違いがみられる。すなわち、状態空間モデルによる季調済系列の伸びは、4月をピークにその後勢いが弱くなっているが、シグナル抽出法による季調済系列はコンスタントに伸びを強めている。X-12-ARIMAによる季調済系列は、ちょうど状態空間モデルとシグナル抽出法の中間的な伸びをキープしている。こうした動きの違いは、それぞれの季節調整法によって推計された趨勢循環変動をみるとより明らかである。

このように、X-12-ARIMAと状態空間モデル、シグナル抽出法による季調済系列には大きな乖離があり、また同じ移動平均型調整でもX-12-ARIMAとX-11による季調済系列に違いが発生することは、3.(2)で述べたとおりである。それでは、ユーザーや統計機関は、どの季節調整法を信頼すればよいのであろうか。X-11は多くの統計機関で長年利用されているものの、3.で述べたとおり、同法には季調済系列の不安定性の問題や移動平均項数等のオプション選択基準の曖昧さなどの問題があり、その利用を積極的に正当化できるほどの材料がこれまで提供してきたわけではない。また、X-12-ARIMAにおいても、季調済系列の安定性が改善されても、オプション選択基準の曖昧さの問題は依然として残っている。その一方で、モデル型調整については、時系列に対して明確な確率モデルを設定することによって、季調済系列の統計理論的な性質を明瞭にしている点で優れているものの、そこで仮定したモデルが季節調整モデルとして最善であ

ることまで意味するわけではないことに注意が必要である。すなわち、当然のことではあるが、「仮定が明確である」ということと「仮定が現実の経済変動を適切に捉えている」ということは違う。要するに、季節変動が観測不能である以上、どの季節調整モデルが最善であるかを先駆的には断定することはできない。とくに統計の作成や利用に携わる実務家の立場で考えた場合、何らかの意味で「実際のパフォーマンスが良い」と考えられる季節調整法が望ましい季節調整法といえる。

それでは、季節調整の「パフォーマンス」とはいったい何であり、それをどのような基準でチェックすることが妥当なのであろうか。以下では、①季節性除去の「適切性」と、②季節調整の「安定性」の2つの評価基準を取りあげ、各種季節調整法の評価を行う。比較する季節調整法は、①の「適切性」に関しては、X-12-ARIMA、シグナル抽出法、状態空間モデルの3つの調整法、³¹⁾②の「安定性」に関しては、これら3調整法のほかにX-11との比較も行う。なお、X-11およびX-12-ARIMAの第2パートの移動平均に関しては、デフォルト（標準型）を利用した。また、シグナル抽出法および状態空間モデルの季節調整において設定したモデルの型については、末項のデータ付録を参照。これら季節調整法を実際に適用した時系列（わが国の主要経済時系列8系列）のデータ・ソース等についても、同様にデータ付録を参照。

(1) 季節性除去の適切性（周波数領域・時間領域分析）

季節性除去の適切性とは、「原系列から季節変動を完全に取り除く」という季節調整の目的が十分に達成されているかどうかを指す。こうした意味での適切性を客観的に分析するには、周波数領域分析と時間領域分析が利用できる。

[周波数領域分析の概要]

周波数領域分析とは、時系列データの変動は異なる周期を持つ無数の周期的変動の和によって表されるとの考えに基づく。経済時系列でいえば、趨勢変動は長期周期変動によって、循環変動は中期周期変動によって、季節変動は季節周期（1年周期）変動によって表される。この周波数領域分析において、最も基礎となる統計量が、パワー・スペクトルと呼ばれるもので、時系列データが

³¹⁾ 曜日変動や異常値、レベル・シフトの調整処理を除くと、X-11とX-12-ARIMAにおける季節変動の推計方法は基本的に同じ移動平均オペレーションに従っている。したがって、季節性除去の「適切性」に関する分析では、移動平均型調整の代表としてX-12-ARIMAのみを分析対象として取りあげた。

どのような周期の成分をどの程度含んでいるのかを定量的に示したものである。季節性を有する経済時系列（原系列）のパワー・スペクトルは、一般に季節周期において著しく大きくなる（パワー・スペクトルに“seasonal peak”が存在する）。したがって、季節調整によって原系列から季節変動が完全に除去されているかどうかを判断するためには、季調済系列や趨勢循環変動のパワー・スペクトルに“seasonal peak”がみられないことを確認すればよいことになる。参考までに、経済時系列のパワー・スペクトルの見方について、そのポイントをボックス2にまとめておいた。ところで、季節調整によって原系列内の季節変動を除去できたとしても、残りの推計された非季節変動（季調済系列）が原系列に存在しなかつたような変動とすり変わってしまったのではまずい。季節調整の非季節変動にもたらす歪みは、パワー・スペクトルをみるとことによってもある程度把握できるが、真の非季節変動のパワー・スペクトルと同様な形状をしたパワー・スペクトルを有する偽の変動にすり変わるような極端なケース（例えば、時系列が一定期間分だけ前後にシフトする場合）では、パワー・スペクトルをみただけではこうした歪みを見抜くことはできない。そこで、原系列と季調済系列との間のコヒーレンスを計測することにより、季節調整のもたらす非季節変動の歪みを定量的に把握することが必要となる。コヒーレンスとは2つの時系列の変動がどの程度の相関を持っているか各周期毎に計測したもの（周波数成分間の相関係数の2乗）で、季節調整が非季節変動に対して歪みを与えていないとすれば、このコヒーレンスは季節周期を除き1に近くなるはずである。

[時間領域分析の概要]

時間領域分析では、異時点間における観測値の関係が主たる分析対象であり、時系列の自己相関や偏自己相関³²⁾が基礎となる統計量である。通常、季節性を有する時系列の自己相関は、四半期データなら4の倍数期のラグ、月次データなら12の倍数月のラグで大きな正の値となり、偏自己相関は、四半期データで4期、月次データで12月のラグで大きな正の値となる。この特徴が、パワー・スペクトルの“seasonal peak”に対応している。したがって、時間領域の観点から

³²⁾ 自己相関は、時系列 y_t と k 期離れた y_{t-k} 間の相関の強さを直接示すものである。一方、 y_t と y_{t-k} との間の偏自己相関とは、途中の $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k-1}$ の影響を取り除いた後での y_t と y_{t-k} の線型関係の強さを示す指標である。例えば、任意の時点 t に対して、時系列 y_t が y_{t-1} と強い相関を有しているような場合には、 y_{t-2} は y_{t-1} を通じて y_t と相関を有しており、 y_t と y_{t-2} 間の自己相関はその相関の強さをそのまま表したものである。これに対して、偏自己相関とは、 y_{t-2} が y_{t-1} には含まれない関係を y_t に対して持っているか、言い換えると、 y_{t-2} 固有の要因が y_t と相関しているかどうかを示すものである。

は、季節調整によって季節性が適切に除去されたかどうかは、これら季節周期に対応する自己相関や偏自己相関が十分低くなっているかどうかをみればよい。なお、こうした視覚的な分析をより厳密に行うには、自己相関と偏自己相関から同定されたARIMAモデルを推計する必要があり、これについては次の分析で説明を行う。

[分析結果]

3つの季節調整法によりそれぞれ推計した季調済系列等のパワー・スペクトル、および原系列と季調済系列間のコヒーレンスが図表14に示してある（紙面の都合上5系列の図表のみを掲載）。³³⁾これらの図をみると、いずれの季調済系列と趨勢循環変動のパワー・スペクトルにも、原系列のパワー・スペクトルにみられた“seasonal peak”は存在せず、どの季節調整によってもおおかた季節性が除去されていることがわかる。また、コヒーレンスも季節周期を除くとおよそ0.8~1.0と高く、いずれの季節調整も非季節変動を歪めることなく、季節変動を抽出しているといえる。

ただし、図をよくみると、各季節調整法によってそのパワー・スペクトルの形状に違いがあることがわかる。まず、状態空間モデルにより推計された季調済系列の内、大口電力使用量（図表14その3）³⁴⁾に関しては、周波数 $\pi/6$ において若干季節性が残存している点が指摘できる。また、図表は省略してあるが、状態空間モデルにより推計した鉱工業生産指数の季調済系列についても、季節性の取り残しがみられた。しかし、より特徴的なことは、状態空間モデルによって推計した季調済系列、趨勢循環変動の季節周期におけるパワー・スペクトルの多くは、“seasonal peak”が消えるにとどまらず、隣接する周期に比べてへこみ過ぎていることがわかる。このへこみは“seasonal dip”と呼ばれるものである。同様に、状態空間モデルにより推計した不規則変動のパワー・スペクトルにも、“seasonal dip”が発生している。一方、X-12-ARIMAやシグナル抽出法によって推計された季調済系列等のパワー・スペクトルには、公的固定資本形成と経常利益（図表省略）を除くと、そうした“seasonal dip”はみられない。

³³⁾ 図表14で示したパワー・スペクトルは、原系列と季調済系列、趨勢循環変動に関しては、対数変換後一階差をとった系列に対して推計したものである（つまり、各々の系列の前月[期]比のパワー・スペクトルを推計）。これは、パワー・スペクトル推計の前提として、推計対象となる系列が定常過程である必要があるためである。なお、不規則変動に関しては、そのレベルに対して直接パワー・スペクトルを推計している。

³⁴⁾ 曜日変動のパワースペクトルは、周波数 0.608π , 0.696π , 0.864π で大きくなることが知られており、大口電力使用量と鉱工業生産指数のパワースペクトルに同周波数に盛り上がりがみられる。ここでは、季節変動が適切に抽出できているかどうかが分析の対象であるため、何れの季節調整法においても曜日変動の調整は行っていない。

このことは、状態空間モデルによる季節調整が、他の調整法に比べて一年周期の変動を必要以上に除去し（これを過剰調整と呼ぶ）、季調済系列（趨勢循環変動と不規則変動）に歪みをもたらし易いことを意味している。適用した全時系列の分析結果は図表15に取りまとめてある。

"seasonal dip"による歪みの具体的な影響については、時間領域分析を用いることによってより明確になる。周波数領域の"seasonal dip"は、時間領域の観点からは、季調済系列（趨勢循環変動と不規則変動）における季節周期に対応するラグの自己相関と偏自己相関に対して負のバイアスをかけることを意味する（詳細は補論2.参照）。したがって、"seasonal dip"を有するような季調済系列は、例えば今年の第1四半期の季調済系列（の前期比）の伸びが高ければ、翌年の第1四半期の伸びが低目となる傾向を持つ。つまり、過剰調整とは、原系列から正の季節性を除去する一方、負の季節性を季調済系列内に混入させてしまうことを意味している。

実際、各季節調整法によって推計された不規則変動の標本自己相関と標本偏自己相関をみると（図表16〔紙面の都合上4系列のみ掲載〕）、³⁵⁾状態空間モデルの場合、季節周期に対応するラグの標本自己相関ないし標本偏自己相関の多くが負になっていることがわかる。また、両相関係数から同定されたARIMAモデルの推計結果をみても、"seasonal dip"の存在が確認できる（ARIMAモデルの見方についてはボックス3を参照）。

状態空間モデルによる季節調整が、X-12-ARIMAやシグナル抽出法に比べ "seasonal dip"をもたらし易いのは、そこで仮定されている季節変動のモデル

$$S_t + S_{t-1} + S_{t-2} + \dots + S_{t-10} + S_{t-11} = v_t$$

に起因する。³⁶⁾この季節変動モデルは一見自然な仮定にみえるが、統計理論上は

³⁵⁾ ここで、不規則変動のみをとりあげたのは、不規則変動の標本自己相関と標本偏自己相関は、もともと小さい（理想的にはゼロに近い）ため、そこに"seasonal dip"による負のバイアスがかかれば、季節ラグにおける自己相関や偏自己相関は負になる可能性が強く、その影響が視覚的に捉え易いためである。一方、トレンドを有する季調済系列や趨勢循環変動の自己相関と偏自己相関は、かなり離れたラグにおいても大きく、"seasonal dip"による負のバイアスの影響を視覚的に捉えることが必ずしも容易ではない。

³⁶⁾ 4.の冒頭でも記したとおり、「状態空間モデルによる季節調整」とは「DECOMPによる季節調整」を指している。すなわち、DECOMPでは、季節変動のモデルを

$$S_t + S_{t-1} + S_{t-2} + \dots + S_{t-10} + S_{t-11} = v_t$$

と仮定しているが、状態空間モデルによる季節調整すべてにおいて、同モデルを仮定する必要性はない。例えば、季節変動モデルを、

$$(1 - \phi B^{12}) S_t = v_t$$

と仮定して状態空間モデルに組み込めば、"seasonal dip"の問題が解消される可能性はある（詳しくは、補論2.参照）。ただし、DECOMPに限らず、状態空間モデルによる季節調整について分析した多くの文献（モデル型調整法についてサーベイした木村[1995]を参照）において、

極めて強い季節性（季節周期のパワー・スペクトルが無限大）を仮定したものである（詳細は補論2.参照）。そのため、実際の原系列内の季節変動が状態空間モデルが仮定するような強い季節性を有していないとすると（つまり、季節周期のパワー・スペクトルが有限であるとすると）、過剰調整がおきてしまうことになる。一方、X-12-ARIMAが状態空間モデルほどではないにせよ、公的固定資本形成や経常利益のようにいくつかの系列に対して、同様な"seasonal dip"をもたらすことがあるが、X-12-ARIMAではもともと季節変動や趨勢循環変動に対して明確な確率モデルを仮定していないため、どういった特徴を持った原系列に対して季節調整を行うと、"seasonal dip"が発生するのか定かではない。なお、シグナル抽出法が"seasonal dip"をもたらす場合があるのは、同法における季節調整フィルターの形状からある程度類推可能である。³⁷⁾

なお、"seasonal dip"とは別の問題として、何れの季節調整法によって推計された不規則変動にも、多くの場合、負の系列相関がみられる（図表15、16参照）。負の系列相関は、ラグ1期（1ヶ月）の標本自己相関や標本偏自己相関が負である場合や、パワー・スペクトルの形状が右上がりになっている（短期周期のパワー・スペクトルが長期周期のそれに比べて大きい）場合などに、その存在が示唆される（ボックス3と補論2.参照）。負の系列相関とは、今期（月）の不規則変動の値が正であれば、来期（月）の不規則変動は負になり易いことを意味している。推計された不規則変動にこうした性質がある以上、季調済系列（の伸び率）の動きは上下にギクシャクし易くなることに留意する必要がある。

（2）季節調整の安定性

X-11の不安定性を解決するためにX-12-ARIMAが開発されてきたことからわかるように、季節調整の安定性も適切性と同様に重要な評価基準である。そもそも、季節変動パターンが固定的であれば、ある時点tの季節性というのは、t期までの時系列の情報だけで十分推測可能である。しかし、現実の経済時系列の季節変動パターンは年々徐々に変化している場合が多く、こうしたケースでは時点tの季節性はt期以降の情報も考慮しないと正確に推計することができない。このため、足許の季調済系列とは常に暫定的なもので、新たな情報が追

$S_t + S_{t-1} + S_{t-2} + \dots + S_{t-10} + S_{t-11} = v_t$
が仮定されており、その意味で、ごく自然で適切と考えられていた季節変動モデルが、実はそうではないことをここの分析では主張している。

³⁷⁾ 詳しくは木村[1995]を参照。

加されればその変更が生じるのは当然ともいえる。しかし、景気の方向性を判断する分析者にとっては、足許の季調済系列の動向が重要な情報源であり、季調済系列の安定性が低い場合（追加的な情報による季調済系列の変更幅が大きい場合）、同系列に基づく景気判断の信頼性が揺らいでしまう。すなわち、後になって、季調済系列の不安定性が原因で、過去に行った景気判断が誤りであったということになれば、そもそも季調済系列を利用する価値はない。したがって、季調済系列の安定性は実務家にとって重要な評価基準である。³⁸⁾

ここでは、安定性の具体的な評価基準として Maximum Percentage Difference(以下 MPD)を用いる。これは、季節調整の算出期間の始期を固定したままで終期を変更した場合に、同一時点の季調済系列の前月比（前期比）がどの程度変化するかを分析するもので、変化幅が小さい場合に、その季節調整法は安定的であると判断される。ここでは、季節調整の算出期間の終期 k として 90 年 12 月 [第 4 四半期]、91 年 12 月 [第 4 四半期]、…、94 年 12 月 [第 4 四半期] の 5 通りを設定し、MPD を以下のように定義した（ただし、終期が k の場合の i 年 j 月の季調済系列の前月比（前期比）を $R_{i,j}(k)$ で表す）。

$$MPD_{i,j} = \frac{\max\{R_{i,j}(k)\} - \min\{R_{i,j}(k)\}}{\min\{R_{i,j}(k)\}}$$

この $MPD_{i,j}$ は、 $R_{i,j}(k)$ の中で、最大の値は最小の値よりいくら大きいかを示すものである（次のイメージ図を参照）。

(i,j)	$R_{i,j}(90)$	$R_{i,j}(91)$	$R_{i,j}(92)$	$R_{i,j}(93)$	$R_{i,j}(94)$	$MPD_{i,j}$
89 年 12 月	3.0% (最小)	4.2%	5.0% (最大)	3.5%	4.6%	2.0%
90 年 12 月	2.8%	0.5% (最小)	1.5%	3.0% (最大)	2.0%	2.5%
91 年 12 月		0.8% (最小)	1.9%	3.4% (最大)	2.0%	2.6%
92 年 12 月			3.0% (最大)	1.8% (最小)	2.0%	1.2%
93 年 12 月				3.5% (最大)	2.5% (最小)	1.0%

³⁸⁾ ただし、安定性とは絶対的な評価基準ではないことに留意したい。もし、完全に安定的な季節調整を追求するのであれば、状態空間モデルにおいて、平滑化のかわりにフィルタによる状態推定を行ったり、移動平均型調整において、すべての時点において後方移動平均による調整を行えばよい。しかし、こうした方法が過去・現在・将来のすべての情報を有効に利用したものとはいえないことは明らかであろう。したがって、安定性の基準とは、厳密には、「季節性除去の適切性が同じ程度で、季節調整本来の目的が同程度に達成されているならば、安定性が高い方が良い」というようなかたちで評価されるべきものである。

MPD を実際の季調済系列に対して算出する前に、各季節調整法の安定性に関する定性的な特徴を予め確認しておくと次のとおりである。まず、モデル型調整の場合には、サンプル期間の変更に伴いモデルが再推計されることから、全サンプル期間の季調済系列が遡及改定の対象となる。一方、移動平均型調整の場合は、移動平均項数（通常過去 5 年分程度）³⁹⁾を越えて季調済系列が遡及改定されることはない。ただし、X-12-ARIMAにおいて、REGARIMAを用いて異常値やレベル・シフト、曜日変動の調整を行っている場合には、モデル型調整と同様に全サンプル期間の季調済系列が遡及改定の対象になる。

図表 17 は、期間を 1970~79 年、1980~86 年、1987~93 年の 3 つに分け、各季調済系列の MPD の平均値をグラフ化したものである。それらの結果を纏めると、次の 2 点に集約できる。

- ① X-12-ARIMA とモデル型調整法（状態空間モデル・シグナル抽出法）を比較すると、1970~79 年と 1980~86 年においては、X-12-ARIMA による季節調整の方が、モデル型調整よりも総じて MPD は小さく安定的である。1987~93 年においては、どの調整法も四半期系列に対してはほぼ同程度の安定性を提供しているが、月次系列に関しては、シグナル抽出法による MPD が総じて大きくその不安定さが目立つ。
- ② X-12-ARIMA と X-11 を比較すると、X-12-ARIMA による季節調整の方が、X-11 よりも総じて MPD は小さく安定的である。⁴⁰⁾

ただし、②の評価においては、以下の 2 点について留意しておく必要がある。

第一に、曜日調整を行っている鉱工業生産指数と大口電力使用量についてみると、足許（図表では 1987~93 年平均）では、確かに X-12-ARIMA の MPD は X-11 比小さくなっているが、それ以前の時点における X-12-ARIMA の MPD は X-11 比若干大きくなっている（平均値をとらずに各時点の MPD をそのままグラフ化した図表 18 も参照）。これは、REGARIMA により推計された曜日変動のパターンがサンプル期間内で完全に一定ではないことに起因する。よって、一口に季調

³⁹⁾ X-11 の標準型（デフォルト）における中心移動平均では、季調済系列を算出する時点の前後にそれぞれ約 7 年分（合計 14 年分）のデータを用いる。ただし、末端 6, 7 年目における移動平均のウェイトはかなり小さいため、実際に影響があるのは過去 5 年分程度の季調済系列の遡及改定である。

⁴⁰⁾ 木村[1996]は、わが国的主要経済時系列（17 の月次系列）に対して、X-12-ARIMA と X-11 を適用し、安定性に関する分析を様々な角度から行っているが、やはり前者が後者に比べ安定性が高いことを確認している。

済系列の安定性といつても、足許数年分の安定性とサンプル期間全体の安定性のどちらを重視するかによって、安定性に対する評価は異なりうる。しかし、そもそも安定性を季節調整の評価基準としてとりあげる必要があるのは、景気判断が足許の季調済系列に依存しているためであり、X-12-ARIMA によって 86 年以前の安定性を若干劣化させる替わりに、景気判断にとって重要な足許（87 年以降）における季調済系列の安定性を大幅に改善できるのであれば、やはり X-12-ARIMA の季節調整のほうが、X-11 よりも安定性が高いと評価してよいであろう。

第二に、経常利益と銀行券発行残高に関しては、明らかに X-12-ARIMA の MPD が X-11 比大きくなっている。まず、経常利益に関しては第一次石油ショック近辺の経常利益の変動に急激な構造変化があり（図表 19）、この近辺のデータを取り込んで REGARIMA を推計するとモデルがかなり不安定になるためである。これは、単純なレベル・シフト変数による回帰では、そうした時系列の急激な変動をうまく捉え切れないことがあることを示唆している。そこで、この時期を推計期間から除外して MPD を算出すると、X-12-ARIMA の MPD は X-11 よりも小さくなる（図表 17 その 2 で、X-12-ARIMA [フルサンプル]、同 [サブサンプル] としているのは、季節調整の始期をそれぞれ 1960 年 2Q、1976 年 1Q に設定して MPD を算出したものである）。一方、銀行券発行残高に関しては、CD・ATM の普及やサンデー・バンキングの進展等により、80 年代半ば以降 90 年初期にかけて曜日変動パターンが漸次的に変化しているため、曜日変動パターンが一定と仮定して推計する方法では、サンプル期間の変更により季調済系列が不安定化する場合があることを示唆している。⁴¹⁾

⁴¹⁾ 銀行券発行残高における曜日変動の有無を REGARIMA で検定すると、サンプル期間の取り方で結果が変わる。

	1970/1～1979/12		1980/1～1989/12		1990/1～1994/12		1970/1～1994/12	
	曜日調整 有り	曜日調整 無し	曜日調整 有り	曜日調整 無し	曜日調整 有り	曜日調整 無し	曜日調整 有り	曜日調整 無し
AIC	2710	2716	2894	2891	1345	1339	7683	7690
曜日変動 の有意性	0.00	—	0.11	—	0.10	—	0.00	—

（注）曜日変動の有意性とは、曜日変動のパラメータ全般的有意性に関する χ^2 検定における p-value。

また、各曜日の変動の大きさを推計したパラメータもサンプル期間によって変化している（パラメータの見方は補論 1. を参照）。

	1970/1～1979/12	1980/1～1989/12	1990/1～1994/12	1970/1～1994/12
月 (β)	0.3×10^{-3}	-0.7×10^{-3}	-0.3×10^{-3}	0.4×10^{-3}
火 (β)	-1.8×10^{-3}	0.8×10^{-3}	-2.2×10^{-3}	-1.1×10^{-3}
水 (β)	-1.2×10^{-3}	-2.2×10^{-3}	-0.2×10^{-3}	-0.8×10^{-3}
木 (β)	1.1×10^{-3}	1.3×10^{-3}	0.2×10^{-3}	0.8×10^{-3}
金 (β)	0.4×10^{-3}	-0.9×10^{-3}	-0.9×10^{-3}	-0.3×10^{-3}
土 (β)	-0.9×10^{-3}	-0.3×10^{-3}	-0.9×10^{-3}	-1.2×10^{-3}
日 (β)	2.0×10^{-3}	2.0×10^{-3}	4.3×10^{-3}	2.2×10^{-3}

このように、X-12-ARIMA による季節調整は X-11 に比べ MPD が大きくなる場合があるものの、これをもって X-12-ARIMA が X-11 に比べて実質的に不安定であるとはいえないことには留意が必要である。なぜなら、X-12-ARIMA と X-11 の季節調整は全く別物ではなく、X-11 は機能的にみて X-12-ARIMA の完全なサブセットにあるからである。すなわち、3.(1)口⁴²⁾でも指摘したように REGARIMA での調整を行わなければ、X-12-ARIMA による季調済系列は X-11 によるそれと定義上等しい。よって、X-12-ARIMA の事後診断を活用して安定性のチェックを行うことによって、REGARIMA による事前調整が安定性の観点から望ましいものでないことが判明すれば、その調整を行うべきではなく（事前調整は強制的なものではない）、この時、X-12-ARIMA は X-11 と実質的に等しい安定性を提供することができる。

5. おわりに

季節調整は、景気判断や経済分析をするための準備作業である。スポーツ競技において最大の力を発揮するために、適切な準備運動が必要であるのと同様に、適切な景気判断や経済分析を行うためには、適切な季節調整が必要である。しかし、わが国では利用する季調済系列の品質に無関心のまま、景気判断や経済分析に季調済系列が利用される傾向があるのは否めない。適切性と安定性の観点から季節調整法を比較した 4. の分析から、X-12-ARIMA は X-11 やモデル型調整法に比べ利点の多い調整法であることが確認できた。米国では、商務省が対外公表統計に対して既に X-12-ARIMA による季節調整を実施しているほか、FRB（連邦準備制度理事会）や BLS（労働省労働統計局）等でも X-12-ARIMA の導入を検討している。わが国の主要な経済統計についても今後同法への移行を検討していくことが望まれる。なお、X-12-ARIMA はパソコン上で動くソフトで、商務省から無料入手できることから、⁴³⁾これまで統計機関の発表する季調済系列をそのまま利用していた者でも、分析用途に応じて自分で簡単に季節調整できる

⁴²⁾ 銀行券発行残高の変動のように、不安定な曜日変動が存在する場合には、本来は曜日変動のパラメータが可変であるようなモデルを用いて季節調整を行うことが望ましい。X-12-ARIMA では、可変パラメータによる推計は不可能であるが、曜日変動パターンがある時点を境に変化した（曜日変動のパラメータが徐々に変化するのではなく、ある時点の前後でパラメータの大きさが違う）と仮定して REGARIMA を推計することはできる。例えば、1970 年以降現在まで曜日変動パターンが一定と想定するのではなく、80 年代後半にパターンが変化したと仮定して季節調整を行ったほうが安定性が高まる可能性も考えられ、今後検討の価値はあろう。

⁴³⁾ X-12-ARIMA のファイナル・バージョンのプログラムは、センサス局の anonymous ftp site からインターネット経由で直接無料でダウンロードできる。なお、アドレス先は、ファイナル・バージョンが一般公開されるまでは対外非公表である（公開予定期は、1996 年上半期中）。

ようになるであろう。

最後に、季節調整に関して、今後中長期的な観点から検討を進めていく必要性が高いと考えられる点について述べておく。

①趨勢循環変動の公表

2.(2)で述べたとおり、景気分析においては、季節変動 S_t だけでなく不規則変動 I_t も除去した趨勢循環変動(TC_t)にも高い利用価値がある。また、4.(1)の分析で示したように、何れの季節調整法によって推計された不規則変動にも、負の系列相関がみられる場合が多い。負の系列相関の存在は季調済系列の動きを上下にギクシャクさせ易く、その場合には、趨勢循環変動の動きについて注視しておくことが重要である。ちなみに、ドイツ連邦統計局やニュージーランド統計庁では、原系列(Y_t)と季調済系列($TC_t + I_t$)に加え、趨勢循環変動(TC_t)も併せて公表している。

②季調済系列の分散の公表

X-12-ARIMA等最新手法の導入により、季調済系列の安定性が改善することが期待されるが、それでもある程度の不安定性が残ると考えておくべきであろう。すなわち、季調済系列は所詮統計的な推定値である以上、推定誤差は必ず存在する。そこで、季調済系列の対外公表にあたっては、その分散等も併せて公表し、後日どの程度の改定がありうるかを予め示しておく方が、むしろユーザーの信頼を得られるとの考え方もできる。センサス局が1995年3月に主催した季節調整に関するワークショップでは、移動平均型調整による季調済系列の分散の推計方法に関する研究がいくつか発表されており⁴⁴⁾、わが国でも分散公表の実行可能性について検討していく余地はある。

③ Concurrent Seasonal Adjustment の検討

わが国で公表されている経済統計の季調済系列は、毎月・毎四半期、直近までのデータを用いて移動平均を行って推計されているのではない。最新年の季調済系列は、昨年までの原系列に対して移動平均を行って推計した季節変動成分から「(最新年の)予測季節変動成分」を算出し、その予測季節変動成分を直近の原系列から除去することによって算出したものである。そして、当該年終了後に初めて、当該年までの原系列をフルに用いて移動平均を行って推計した季調済系列に改定される(これを季調替えと呼ぶ)。しかし、より適切で信頼のおける季節調整を行うためには、直近までの情報を毎月(毎期)フルに利用するほうが望ましく、とくに景気判断が微妙な時には年1回の季調替えでは

⁴⁴⁾ Kramer and Bell[1995]やScott and Pfeffermann[1995]等を参照。

不十分であろう。この点に関して、米国商務省センサス局では、公表統計の季調替えを原則として毎月行なっている（これをconcurrent seasonal adjustmentと呼ぶ）。concurrent seasonal adjustmentを行なうと、毎月季調済系列が遡及改定されるため、そのこと自体がユーザーの使い勝手の観点からは好ましくないという見方もあるが、季節調整の信頼性の観点からは、季調替えの頻度の見直しについて検討する余地があろう。

補論1. REGARIMAについて

REGARIMAの一般型は次式で与えられる。

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D\left(y_t - \sum_i \beta_i x_i\right) = \theta_q(B)\Theta_q(B^s)a_t \quad (A-1)$$

ただし、

$$\begin{cases} y_t : 原系列(Y_t \text{ もしくは } \log Y_t) \\ x_i : 回帰変数 \\ \beta_i : 回帰パラメータ \\ B : バックシフト・オペレータ(B Z_t = Z_{t-1}) \\ s : 季節周期 \begin{cases} \text{月次データ} \rightarrow s=12 \\ \text{四半期データ} \rightarrow s=4 \end{cases} \\ \phi_p(B) = (1-\phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \\ \Phi_p(B^s) = (1-\Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p B^{ps}) \\ \theta_q(B) = (1-\theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \\ \Theta_q(B^s) = (1-\Theta_1 B^s - \dots - \Theta_q B^{qs}) \\ a_t : ホワイト・ノイズ \end{cases}$$

(A-1)は、回帰式

$$y_t = \sum_i \beta_i x_i + Z_t \quad (A-2)$$

と通常の seasonal ARIMA モデル $(p,d,q)(P,D,Q)_s$

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D Z_t = \theta_q(B)\Theta_q(B^s)a_t \quad (A-3)$$

の組み合わせを考えることができる。すなわち、原系列 y_t の回帰式 (A-2) の残差項 Z_t は、原系列から回帰変数の影響を取り除いた系列（事前調整済系列）を表しており、REGARIMAでは、この Z_t が (A-3) の seasonal ARIMA モデルに従う

ものとして定式化したものである。X-12-ARIMA では、このように原系列 y_t を回帰パート $\sum_i \beta_i x_i$ と seasonal ARIMA パート Z_t に推計・分割した後、後者の Z_t のみを取り出して X-11 による季節調整を行う。

ここで、回帰変数の設定方法について具体的にみてみると、まず異常値やレベル・シフトを表すための回帰変数は以下のように設定される。

$$t=t_i \text{ における異常値} : x_i = \begin{cases} 1 & , t=t_i \\ 0 & , t \neq t_i \end{cases}$$

$$t=t_i \text{ におけるレベル・シフト} : x_i = \begin{cases} -1 & , t < t_i \\ 0 & , t_i \leq t \end{cases}$$

$$t=t_0 \text{ から } t=t_1 \text{ にかけてのランプ (傾斜路)} : x_i = \begin{cases} -1 & , t < t_0 \\ \frac{t-t_0}{t_1-t_0}-1 & , t_0 < t < t_1 \\ 0 & , t_1 \leq t \end{cases}$$

また、月次データの場合、曜日変動（閏年の影響も含む）を表す回帰変数に関しては、次のように定式化できる。⁴⁵⁾

$$y_t = \beta_0 (LY_t) + \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_i - D_{7i}) + Z_t \quad (\text{A-4})$$

ただし、

$$\left\{ \begin{array}{l} D_i : t \text{ 月における } i \text{ 曜日の数} \\ i=1 \text{ (月曜日), } \dots, 7 \text{ (日曜日)} \\ N_t = \sum_{i=1}^7 D_i : t \text{ 月の月の長さ} \\ N'_t = \frac{1}{4} (N_t + N_{t-12} + N_{t-24} + N_{t-36}) \\ = \begin{cases} 28.25 & , t = 2 \text{ 月} \\ N_t & , \text{ それ以外の月} \end{cases} \\ \bar{N} = \frac{365 \times 3 + 366}{12 \times 4} = 30.4375 \\ LY_t = N_t - N'_t \\ = \begin{cases} 0.75, & t = \text{閏年の } 2 \text{ 月} \\ -0.25, & t = \text{閏年以外の } 2 \text{ 月} \\ 0, & t = \text{上記以外の月} \end{cases} \end{array} \right.$$

⁴⁵⁾ 曜日変動の効果は、 $\sum_{i=1}^7 \beta_i D_i$ と表されるものと仮定するが、時系列の分解の一意性を保証するために、 $\sum_i \beta_i = 0$ という条件をつけ加える必要がある。この時、 $\beta_7 = -\sum_{i=1}^6 \beta_i$ となるので、曜日効果は実際には、 β_1, \dots, β_6 だけを用いて、 $\sum_{i=1}^7 \beta_i D_i = \sum_{i=1}^6 \beta_i (D_i - D_{7i})$ と表現できる。

補論 2. 周波数領域分析の観点からみた季節調整の評価

定常過程の時系列 y_t のパワー・スペクトルは、次の連続関数によって定義される。⁴⁶⁾

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \left[\gamma(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} \gamma(\tau) \cos \lambda \pi \right] \quad (\text{A-5})$$

ただし、

$$\tau \geq 1, \gamma(\tau) = E[(y_t - \mu)(y_{t-\tau} - \mu)], \mu = E[y_t]$$

ここで、 λ は角速度で測った周波数で $[-\pi, \pi]$ の範囲内の値をとる。ただし、 $f(\lambda)$ は 0 に対して対称であるので、パワー・スペクトルのすべての情報は $[0, \pi]$ の範囲内に含まれることになる。⁴⁷⁾ なお、 y_t がホワイト・ノイズの時には ($\gamma(\tau) = 0, \tau \geq 1$)、(A-5) のパワー・スペクトルは、

$$f(\lambda) = \frac{\gamma(0)}{2\pi}, \lambda \in [-\pi, \pi] \quad (\text{A-6})$$

となり、全周波数領域においてフラットになる。

次に、時系列 y_t が以下の ARMA(p, q) で表現できるとする。

$$\Phi_p(B)y_t = \Theta_q(B)a_t \quad (\text{A-7})$$

ただし、

$$\begin{cases} B : バックシフト・オペレータ (B y_t = y_{t-1}) \\ \Phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \\ \Theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \\ a_t : ホワイト・ノイズ \end{cases}$$

この場合、時系列 y_t のパワー・スペクトル $f_{y_t}(\lambda)$ とホワイト・ノイズ a_t のパワー・スペクトル $f_{a_t}(\lambda)$ の間には、以下の関係が成立することが知られている。

⁴⁶⁾ 本論文の実証分析で推計したパワー・スペクトルは、自己共分散 $\gamma(\tau)$ をその推定値である標本自己共分散 $\hat{\gamma}(\tau)$ で置き換えることにより、 $f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \left[\hat{\gamma}(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{T-1} \hat{\gamma}(\tau) \cos \lambda \pi \right]$ として求めたものである (T は時系列のサンプル・サイズ)。計測に使用したソフトウェアは RATS version4 で、ウィンドウは Tent Window を適用した。

⁴⁷⁾ また、 $\int_{-\pi}^{\pi} f(\lambda) d\lambda = \gamma(0)$ が成立しており、パワースペクトルの面積は時系列の分散に等しい。

$$f_y(\lambda) = \frac{|\theta_q(e^{-i\lambda})|^2}{|\phi_p(e^{-i\lambda})|^2} f_a(\lambda) \quad (A-8)$$

ただし、

$$\begin{cases} i \text{は } i^2 = -1 \text{ を満たす虚数単位。} \\ \theta_q(e^{-i\lambda}) = 1 - \theta_1 e^{-i\lambda} - \theta_2 e^{-i2\lambda} - \dots - \theta_q e^{-iq\lambda} \\ \phi_p(e^{-i\lambda}) = 1 - \phi_1 e^{-i\lambda} - \phi_2 e^{-i2\lambda} - \dots - \phi_p e^{-ip\lambda} \end{cases}$$

(A-8)は、ホワイト・ノイズ a_t のパワー・スペクトル $f_a(\lambda)$ が $|\theta_q(e^{-i\lambda})|^2$ と $|\phi_p(e^{-i\lambda})|^2$ を経由して、 y_t のパワー・スペクトル $f_y(\lambda)$ に伝達されることを表しており、これら 2 つの作用素は伝達関数(power transfer function)と呼ばれる。ここで、ホワイト・ノイズ a_t の分散 $\gamma(0)$ を σ^2 とすれば、(A-8)は、

$$f_y(\lambda) = \frac{\sigma^2 |\theta_q(e^{-i\lambda})|^2}{2\pi |\phi_p(e^{-i\lambda})|^2} \quad (A-9)$$

と書き換えることができる。

さて、モデル型調整においては、季節変動のモデルについて、

$$\phi_p(B) = \phi_s(B) = (1 + B + B^2 + \dots + B^{s-1}) \quad (A-10)$$

を想定することが一般的である（ s は季節周期で、四半期データの場合 $s=4$ 、月次データの場合 $s=12$ ）。(A-10)に対応する伝達関数は、多少の計算の後、次のように表すことができる。

$$|\phi_p(e^{-i\lambda})|^2 = \frac{1 - \cos(s\lambda)}{1 - \cos\lambda} \quad (A-11)$$

さらに、DECOMP（状態空間モデルに基づいた季節調整ソフト）では、 $\theta_q(B)=1$ 、すなわち、 $|\theta_q(e^{-i\lambda})|^2=1$ が仮定されていることから、季節変動のパワー・スペクトルは

$$f_y(\lambda) = \frac{\sigma^2 (1 - \cos\lambda)}{2\pi [1 - \cos(s\lambda)]} \quad (A-12)$$

と表すことができる。(A-12)で表わされるパワー・スペクトルは、周波数 $\lambda = \frac{2\pi k}{s}$ ($k=1, 2, \dots$)において、無限大となる。

次に、実際の経済時系列における真の季節変動が、次式の多項式を含むモデルで規定されるとしよう。

$$\phi_p(B) = \phi_s(B) = (1 - \phi B^s) \quad (\text{A-13})$$

(A-13)に対応する伝達関数は、多少の計算の後、次のように表すことができる。

$$|\phi_p(e^{-is\lambda})|^2 = 1 + \phi^2 - 2\phi[\cos(s\lambda)] \quad (\text{A-14})$$

ここで、単純化のために、 $\theta_q(B) = 1$ 、すなわち、 $|\theta_q(e^{-is\lambda})|^2 = 1$ とすると、この季節変動のパワー・スペクトルは

$$f_y(\lambda) = \frac{\sigma^2}{2\pi(1 + \phi^2 - 2\phi[\cos(s\lambda)])} \quad (\text{A-15})$$

と表すことができる。⁴⁸⁾ (A-15)で表わされるパワー・スペクトルは、 $\phi = 1$ の時には、周波数 $\lambda = \frac{2\pi k}{s}$ ($k = 1, 2, \dots$)において無限大となり、これは(A-12)のパワー・スペクトルにかなり近い形状をしている（図表 20 参照）。しかし、真の季節変動のラグ多項式のパラメータ ϕ が $0 < \phi < 1$ の場合には、周波数 $\lambda = \frac{2\pi k}{s}$ ($k = 1, 2, \dots$)においてパワー・スペクトルはピークとなるものの、それは有限のピークである。したがって、このような場合には、(A-10)のような季節変動モデルを仮定して季節調整を行うと、seasonal dip が発生するのは容易に想像がつく。

ちなみに、seasonal dip を有する系列は、一つの可能性として次のようなラグ多項式を持つものと解釈できる。

$$\phi_p(B) = 1, \quad \theta_q(B) = \theta_s(B) = (1 - \theta B^s) \quad (\text{A-16})$$

すなわち、(A-16)で規定される時系列は、季節周期に対応するラグの自己相関および偏自己相関は負になり、次式で表されるパワー・スペクトルは季節周期に dip を持つ（図表 21 参照）。⁴⁹⁾

⁴⁸⁾ (A-15)の特殊型として、 $s = 1$ の時、すなわち、最もシンプルな次数 1 の AR モデル $(1 - \phi B)y_t = a_t$ のパワー・スペクトルは次式で与えられる。

$$f_y(\lambda) = \frac{\sigma^2}{2\pi(1 + \phi^2 - 2\phi[\cos(\lambda)])}$$

$\phi = 0$ の時はホワイト・ノイズで $f_y(\lambda)$ は全周波数領域でフラットとなる。 $\phi > 0$ の時は、長期の周期ほどパワースペクトルが大きくなり $f_y(\lambda)$ は左上がりとなる（ $\phi = 1$ の時はランダムウォークで、 $f_y(0) = \infty$ となる）。 $\phi < 0$ の時は、短期の周期ほどパワースペクトルが大きくなり $f_y(\lambda)$ は右上がりとなる（ $\phi = -1$ の時は完全な負の系列相関を持ち、 $f_y(\pi) = \infty$ となる）。

⁴⁹⁾ ただし、季節周期に dip ができるのは、 θ が正の値の時に限る。

$$f_y(\lambda) = \frac{\sigma^2}{2\pi} (1 + \theta^2 - 2\theta[\cos(s\lambda)]) \quad (A-17)$$

なお、各季節調整法により推計された不規則変動に、 $\theta_q(B) = \theta_s(B) = (1 - \theta B)$ のラグ多項式が本当に含まれているのかどうかをみるために、実際に ARIMA モデルを推計した結果が図表 16 である。DECOMP（図表 16 では状態空間モデルと表記）により推計された不規則変動のすべてにおいて、seasonal dip を表すパラメータ θ は有意であることがわかる。

以 上

データ付録

以下、次の順番で記載 (*印のついた系列が 4. の分析で適用したもの)。

①データ・ソース、②サンプル期間、③状態空間モデルの形態（対数変換の有無、趨勢変動を表わした確率差分方程式の差分階数(m)、循環変動を表わした AR モデルの次数(n)）、④シグナル抽出法において原系列に適用した Seasonal ARIMA モデル、⑤X-12-ARIMA(REGARIMA)において原系列に適用した Seasonal ARIMA モデル⁵⁰⁾

[1] 民間最終消費支出（実質ベース、1985 年基準）*

①国民経済計算・国民所得速報（経済企画庁）、②1955/1Q～1994/4Q（四半期データ）、③対数変換実施、m=2, n=1、④対数変換実施、(0 1 2)(0 1 1)₄、⑤対数変換実施、(0 1 1)(0 1 1)₄

[2] 民間企業設備投資（実質ベース、1985 年基準）*

①国民経済計算・国民所得速報（経済企画庁）、②1955/1Q～1994/4Q（四半期データ）、③対数変換実施、m=2, n=2、④対数変換実施、(1 1 2)(0 1 1)₄、⑤対数変換実施、(0 1 2)(0 1 1)₄

[3] 公的固定資本形成（実質ベース、1985 年基準）*

①国民経済計算・国民所得速報（経済企画庁）、②1955/1Q～1994/4Q（四半期データ）、③対数変換実施、m=2, n=2、④対数変換実施、(0 1 1)(0 1 1)₄、⑤対数変換実施、(0 1 0)(1 1 1)₄

[4] 民間在庫品増加（実質ベース、1985 年基準）

①国民経済計算・国民所得速報（経済企画庁）、②1955/1Q～1994/4Q（四半期データ）、

⁵⁰⁾ ③状態空間モデル(DECOMP)の形態については、AIC に基づいて選択。④シグナル抽出法において原系列に適用した Seasonal ARIMA モデルは、prophet の自動選択に従った（詳しくは、Burman[1995]を参照）。⑤X-12-ARIMA において原系列に適用した Seasonal ARIMA モデルは、いわゆる“Box-Jenkins 流のモデル選択手順”と AIC 等の情報量基準に従って適宜選択。また、回帰変数は、曜日変動については、t 検定と AIC によって、異常値とレベル・シフトについては、原則として REGARIMA の自動探索に従った（詳しくは、木村[1996]参照）。

⑤対数変換せず、定数項有り、(0 0 2)(0 1 1)₄

[5]経常利益（全産業・資本金規模別合計）*

①法人企業統計季報（大蔵省）、②1960/2Q～1994/4Q（四半期データ）、③対数変換実施、
 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、(0 1 2)(0 1 1)₄、⑤対数変換実施、(1 1 1)(0 1 1)₄

[5]雇用者所得

①国民経済計算・国民所得速報（経済企画庁）、②1955/1Q～1995/2Q（四半期データ）、
⑤対数変換実施、(1 1 1)(0 1 1)₄

[7]鉱工業生産指数*

①鉱工業指数・90年基準（通産省）、②1970/1～1994/12（月次データ）、③対数変換実施、
 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、(3 1 0)(0 1 1)₁₂、⑤対数変換実施、(3 1 0)(0 1 1)₁₂

[8]大口電力使用量*

①大口電力産業別使用量（資源エネルギー庁）、②1971/1～1994/12（月次データ）、③対数変換実施、
 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、(0 1 3)(0 1 1)₁₂、⑤対数変換実施、(0 1 1)(0 1 1)₁₂

[9]銀行券発行残高（平残）*

①経済統計月報（日本銀行）、②1970/1～1994/12（月次データ）、③対数変換実施、
 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、(0 1 1)(0 1 1)₁₂、⑤対数変換実施、(1 1 1)(0 1 1)₁₂

[10]マネー・サプライ（M2+CD 平残）*

①経済統計月報（日本銀行）、②1970/1～1994/12（月次データ）、③対数変換実施、
 $m=2$ 、 $n=2$ 、④対数変換実施、(0 2 2)(0 1 1)₁₂、⑤対数変換実施、定数項有り、
(0 1 3)(2 1 0)₁₂

[11]都内百貨店売上高

①百貨店協会調べ、②1970/1～1994/12（月次データ）、⑤対数変換実施、(0 1 1)(0 1 1)₁₂

参考文献

北川源四郎、「時系列の分解－プログラム DEOMP の紹介」、『統計数理』、Vol. 34、No. 2、
1986 年

——、『時系列解析プログラミング』、岩波コンピュータサイエンス、1993 年
木村武、「季節調整の方法とその評価について — 各種手法の紹介と理論・実証分析
のサーベイ」、『金融研究』、第 14 卷第 4 号、日本銀行金融研究所、1995 年

——、「最新移動平均型調整法 X-12-ARIMA について」、『金融研究』、第 15 卷第 2
号、日本銀行金融研究所、1996 年（近刊）

田原昭四、「景気変動と日本経済」、東洋経済新報社、1983 年

Burman, J.P., "Prophet - User Instructions Software description", Applied
Statistics Research Unit, University of Kent at Canterbury, 1995

- Findley, D.F., W.R.Bell, B.Chen, C.Monsell, and M.C.Otto, "The X-12-ARIMA Program", *Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment*, Washington DC, U.S.Bureau of the Census, March 1995
- Fukuda, K., "The Most Important Seasonal Adjustment Problem in Japanese Economic Time Series" *Proceedings of the International Workshop on the Seasonal Adjustment Methods and Diagnostics*, Washington, D.C., U.S.Bureau of the Census, June 1992
- Kitagawa, G., "Non-Gaussian Seasonal Adjustment", *Computers Math. Applic.*, Vol.18, No.6/7, 1989
- Kramer, M., and W.R.Bell, "Variances of X-11 Seasonal Adjustments that Account for Sampling Error and Forecast Extension", *Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment*, Washington DC, U.S.Bureau of the Census, March 1995
- Scott, S., and D.Pfeffermann, "Empirical Evaluation of Variance Estimation for X-11 Seasonally Adjusted Series", *Proceedings of the Workshop on the Seasonal Adjustment*, Washington DC, U.S.Bureau of the Census, March 1995

ボックスと図表の目次

- [ボックス1] 前年同月比を景気分析に用いることの問題点
 - (ボックス図1-1) 趨勢循環変動と前年同月比との関係
 - (ボックス図1-2) 原系列、前月比、前年同月比の動き
 - (ボックス図1-3) 鉱工業生産指数の推移
- [ボックス2] パワー・スペクトルの見方
- [ボックス3] 不規則変動を表現したARIMAモデルの見方
- (図表1) 鉱工業生産指数の推移
- (図表2) GDPの季調済系列（前期比年率）
- (図表3) 曜日変動の有無の検定
- (図表4) 鉱工業生産指数における季節変動成分と曜日変動成分の推移
- (図表5) 鉱工業生産指数の季調済系列の推移—曜日調整有無の比較—
- (図表6) 大口電力使用量の季調済系列の推移—曜日調整有無の比較—
- (図表7) 民間在庫品増加の推移
- (図表8) 雇用者所得（原系列）の推移
- (図表9) 雇用者所得（季調済系列・趨勢循環変動）の推移
- (図表10) 都内百貨店売上高の推移
- (図表11) 公的固定資本形成の推移（状態空間モデルとX-12-ARIMAの比較）
- (図表12) 公的固定資本形成の推移（シグナル抽出法とX-12-ARIMAの比較）
- (図表13) マネーサプライの推移
- (図表14その1～5) 季節性除去の適切性に関する周波数領域分析
- (図表15) 季節性除去の適切性に関する分析結果
- (図表16その1～4) 各季節調整法によって推計した不規則変動に関する時間領域分析
- (図表17その1～3) 季調済系列に関する安定性分析
- (図表18) 鉱工業生産指数と大口電力消費量に関する安定性分析
- (図表19) 経常利益の推移
- (図表20) 季節変動のパワー・スペクトル
- (図表21) Seasonal Dip（過剰調整）を表すパワー・スペクトル

[ボックス1]

前年同月比を景気分析に用いることの問題点

原系列 Y_t (月次データ) が乗法型モデルに従うと仮定すると、その前年同月比は、次式で表される。

$$\frac{Y_t}{Y_{t-12}} = \frac{TC_t}{TC_{t-12}} \cdot \frac{S_t}{S_{t-12}} \cdot \frac{I_t}{I_{t-12}}$$

ここで、季節変動が一年周期の安定的なパターンに従っていると仮定すれば ($S_t=S_{t-12}$)、前年同月比は、

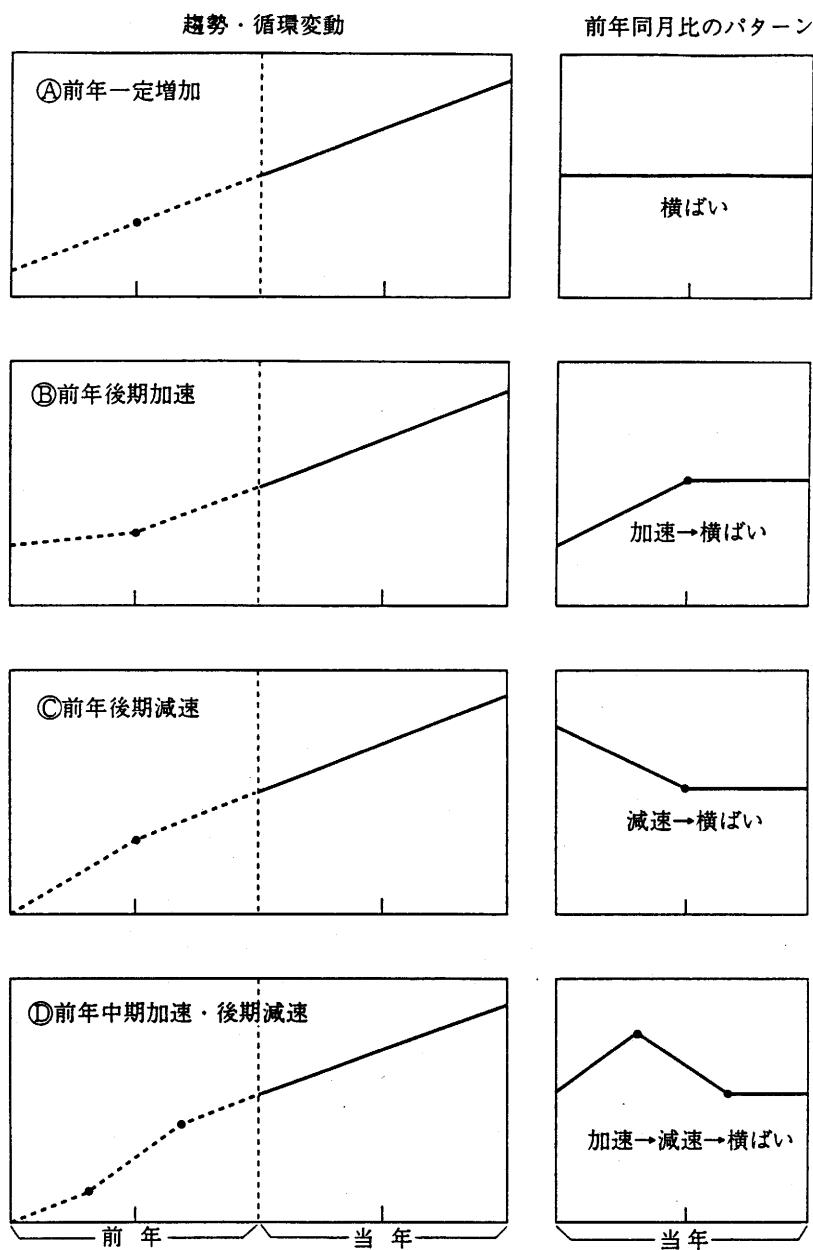
$$\frac{Y_t}{Y_{t-12}} = \frac{TC_t}{TC_{t-12}} \cdot \frac{I_t}{I_{t-12}}$$

となる。したがって、前年同月比は、季節変動を除去する簡便な方法といえる。しかし、この方法は、対象とする時系列が乗法型よりもむしろ加法型に従っていると考えられる場合や、季節変動のパターンが一定ではない場合 ($S_t \neq S_{t-12}$) には適当ではない。さらに、仮に時系列が乗法型に従い、かつ季節変動パターンが一定であったとしても、前年同月比は景気分析上、次にみるような問題点を含んでいる。

第一に、前年の「サカ」(ないし「ウラ」) が攪乱要因となることである。ボックス図1-1は、当年の趨勢循環変動(TC_t)が全く同じ動きをしており、前年がそれぞれ異なった動きをしている4つの仮設例について、前年同月比のパターンを比較したものである(なお、ここでは、単純化のために不規則変動については無視している)。これによると、当年の趨勢循環変動が同一(すなわち景気の実勢が同一)であっても、前年の趨勢循環変動のパターンによって前年同月比の動きは全く異なりうる。したがって、前年同月比から直ちに景気の基調を判断することは危険であり、前年同月比の利用に当たっては、その指標の前年の変動に十分留意しなければならない。

第二に、上記の点と関連するが、前年同月比は景気転換のタイミングについて誤った情報を与える可能性が高い。ボックス図1-2は、5年周期のサイン・カーブ型の趨勢循環変動(TC_t)とその前年同月比(TC_t/TC_{t-12})、前月比(TC_t/TC_{t-1})を示したものである。前月比は、趨勢循環変動がボトムからピークまでの間は符号がプラスとなり、ピークからボトムまでの間はマイナスとなるので(景気の転換点ではゼロ)、趨勢循環変動の転換点について必要な情報を提供する。しかし、前年同月比の場合は、その符号や動きが趨勢循環変動とどのように対応しているのかは、趨勢循環変動の周期や振幅に依存しているため、趨勢循環変動のピークとボトムに対応する前年同月比の数値は系列毎に異なる(ボックス図1-2の例で言うと、それぞれ13%,-15%近辺)。また、前年同月比は、前月比に対しては遅行指標である。したがって、前年同月比をあたかも前月比のようなイメージで利用すると、景気の転換点の判定が遅れてしまう(ボックス図1-2の例で言うと、景気がボトムから脱し、前月比が既にプラスになっても、前年同月比は半年間マイナスの状況が続く)。実際、鉱工業生産指数について、前年同月比と前月比を見比べてみると(ボックス図1-3)、両者の間には半年程度のラグがあることがわかる。

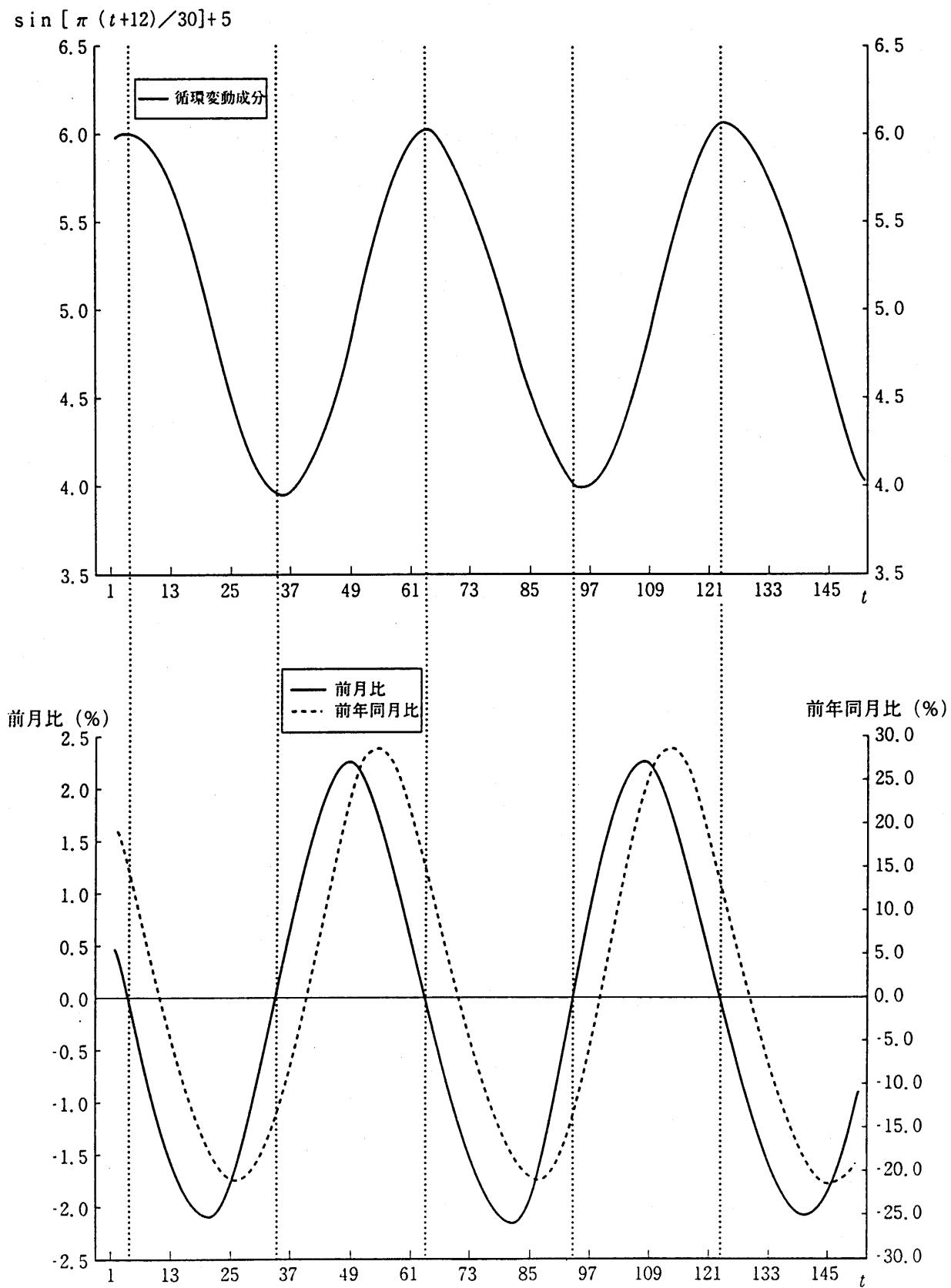
趨勢循環変動と前年同月比との関係



(出所) 田原 [1983]

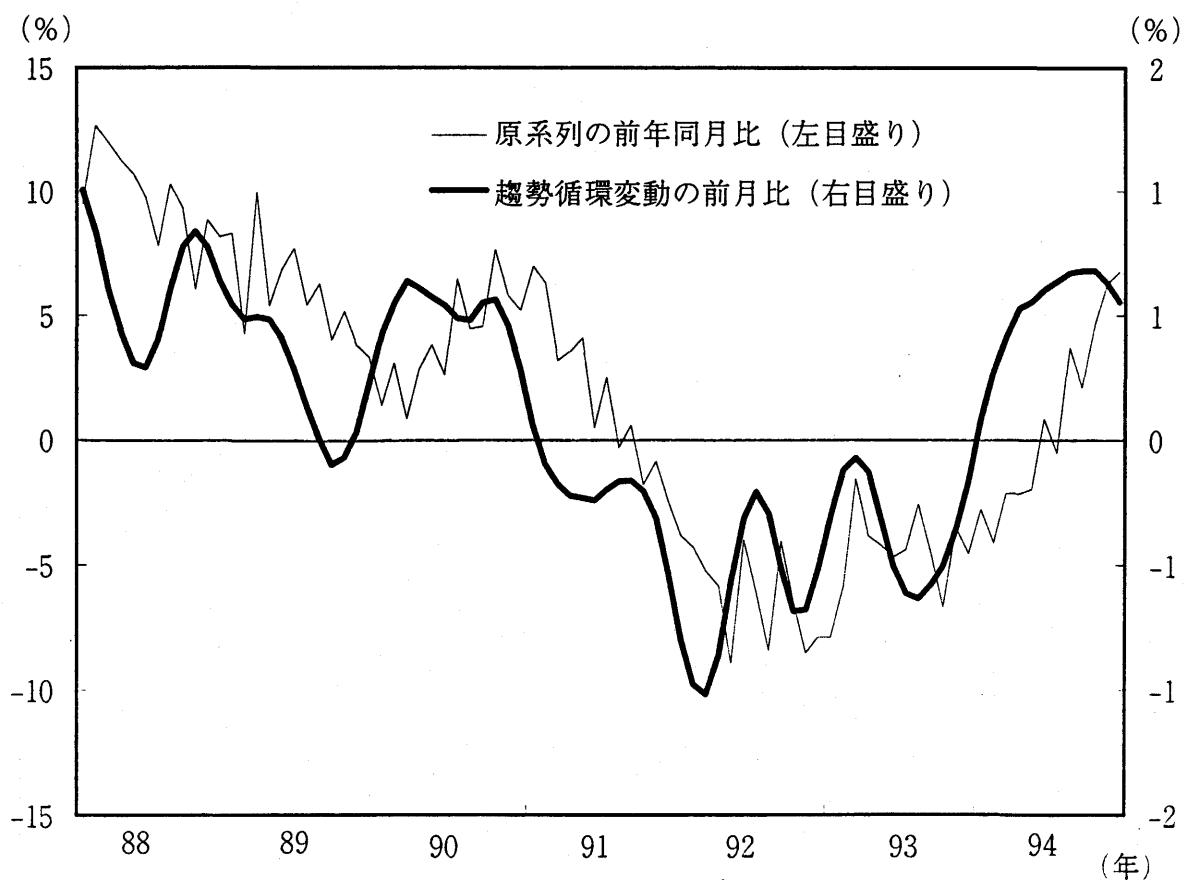
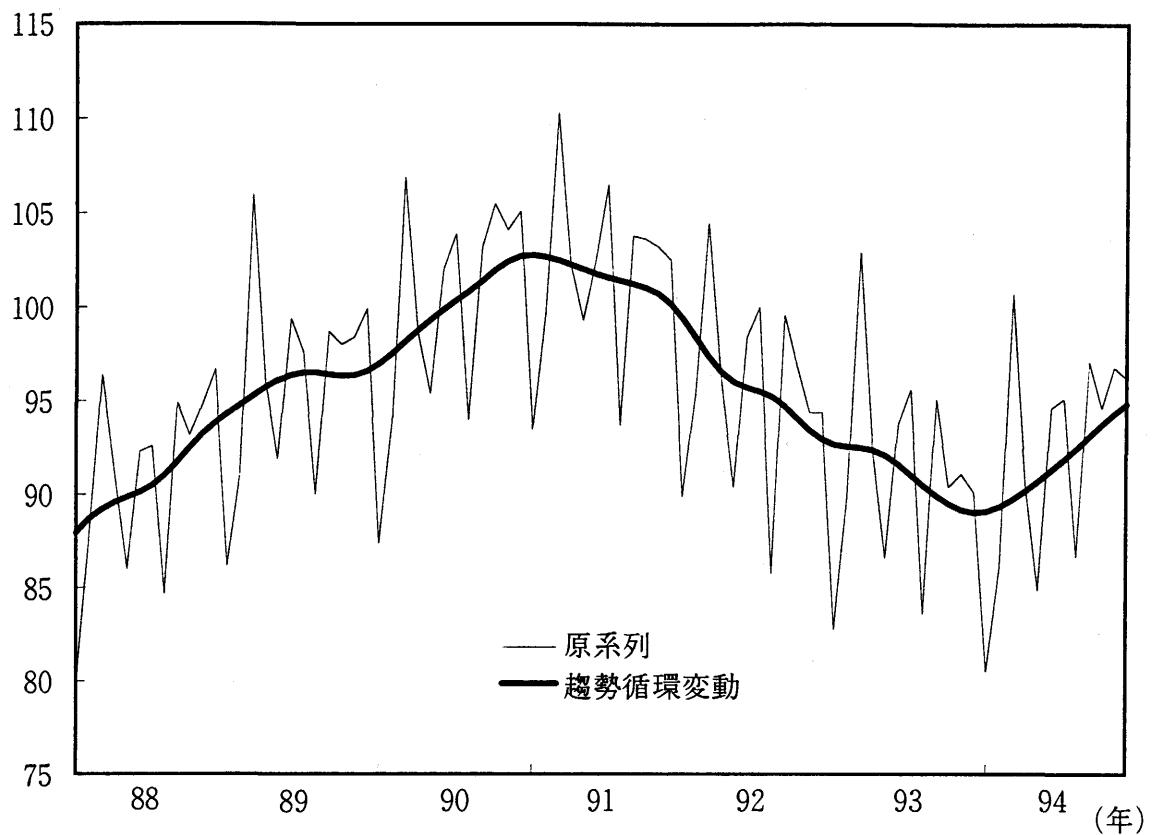
(ボックス図 1-2)

原系列、前月比、前年同月比の動き



(ボックス図 1-3)

鉱工業生産指数の推移



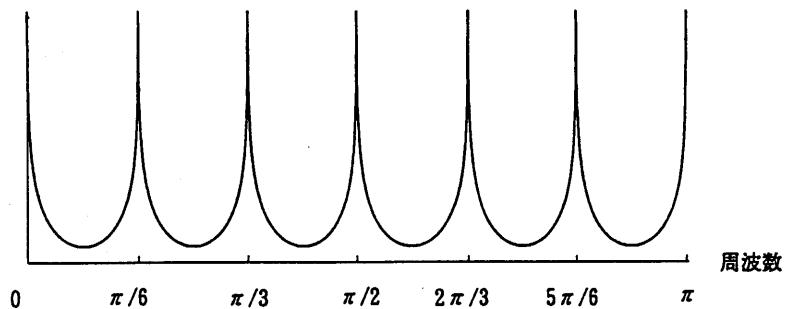
(注) 趨勢循環変動は、X-12-ARIMAにより推計。

[ボックス2]

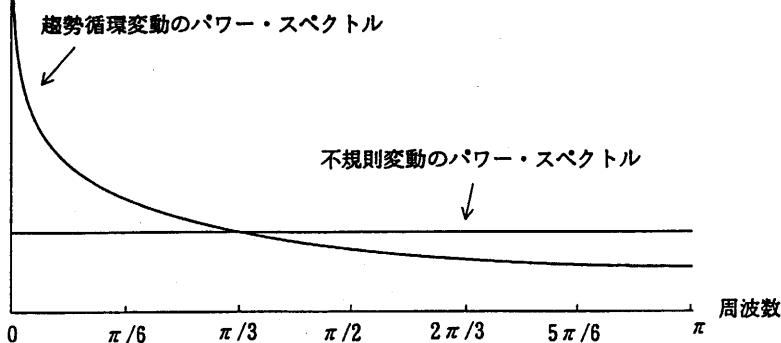
パワー・スペクトルの見方

- ①周波数¹と周期の間には、(周波数) × (周期) = 2π 、という関係が成立している。例えば、周波数が π であれば周期は 2 であり、これは月次データの場合は 2 ヶ月、四半期データの場合には 2 四半期（半年）に相当する。また、周期 1 年は、月次データでは 12か月、四半期データでは 4 四半期であるから、それらに相当する周波数は、それぞれ、 $\pi/6$ 、 $\pi/2$ となる。
- ②季節変動は 1 年周期であり、そのパワー・スペクトルは月次データの場合、周波数 $\pi/6$ に、四半期データの場合は周波数 $\pi/2$ にピークを有する。これらの周波数は基礎周波数とよばれるもので、実際の季節変動のパワースペクトルは、これら基礎周波数のほかに、その整数倍にあたる調和周波数にもピークが発生する²。
- ③趨勢循環変動の周期は 1 年を越すことから、そのパワー・スペクトルは、月次データの場合 $\pi/6$ 未満の周波数領域で、四半期データの場合 $\pi/2$ 未満の周波数領域で大きくなる。
- ④完全に不規則な変動（これをホワイト・ノイズと呼ぶ）は、各周波数が全て等しいウェートを持つような無限個の周期的要素から成立していることから、そのパワー・スペクトルは全周波数領域においてフラットとなる。

季節変動のパワー・スペクトル(月次系列の場合)



趨勢変動と不規則変動のパワー・スペクトル



周波数	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π
周期	∞	12	6	4	3	12/5	2
月次系列	∞	1年	半年	4ヶ月	3ヶ月	2.4ヶ月	2ヶ月
四半期系列	∞	3年	1年半	1年	9ヶ月	7.2ヶ月	半年

¹ ここでいう周波数とは、角速度（ラディアン）で測った周波数であり、より厳密には角周波数と呼ぶ。

² 月次データ：基礎周波数 $\pi/6$ 、調和周波数 $\pi/3$ 、 $\pi/2$ 、 $2\pi/3$ 、 $5\pi/6$ 、 π

四半期データ：基礎周波数 $\pi/2$ 、調和周波数 π

[ボックス3]

不規則変動を表現したARIMAモデルの見方

不規則変動 I_t を表現した ARIMA モデルとして、次式を考える³。

$$(1 + \alpha_1 B + \alpha_2 B^2 + \alpha_3 B^3 + \dots + \alpha_p B^p)(I_t - 1) = (1 + \beta_1 B + \beta_2 B^2 + \beta_3 B^3 + \dots + \beta_q B^q)(1 + \gamma B^S)a_t$$

ただし、

$$\begin{cases} B \text{はバックシフト・オペレータで、} \\ \text{一般に時系列 } X_t \text{に対して } B^k X_t = X_{t-k} \text{ を表す。} \\ a_t : \text{ホワイトノイズ} \\ S = \begin{cases} 4, \text{四半期系列のケース} \\ 12, \text{月次系列のケース} \end{cases} \end{cases}$$

4. で分析した時系列については、原系列 Y_t が乗法型 $Y_t = T C_t \cdot S_t \cdot I_t$ に従うと仮定して季節調整を行っており、この場合、不規則変動 I_t は平均 1 の変数として表現される。すなわち、 $I_t - 1$ は、原系列 Y_t の $T C_t \cdot S_t$ からの乖離率を表しており、上記のモデルはその乖離率に関する ARIMA モデルを表現したものである。

ここで、各季節調整法によって推計された不規則変動の特徴を、自己相関・偏自己相関、ARIMA モデルのパラメータ、およびパワースペクトルの関係に分けて整理すると次のとおりである（理論的な背景については補論 2. を参照）。

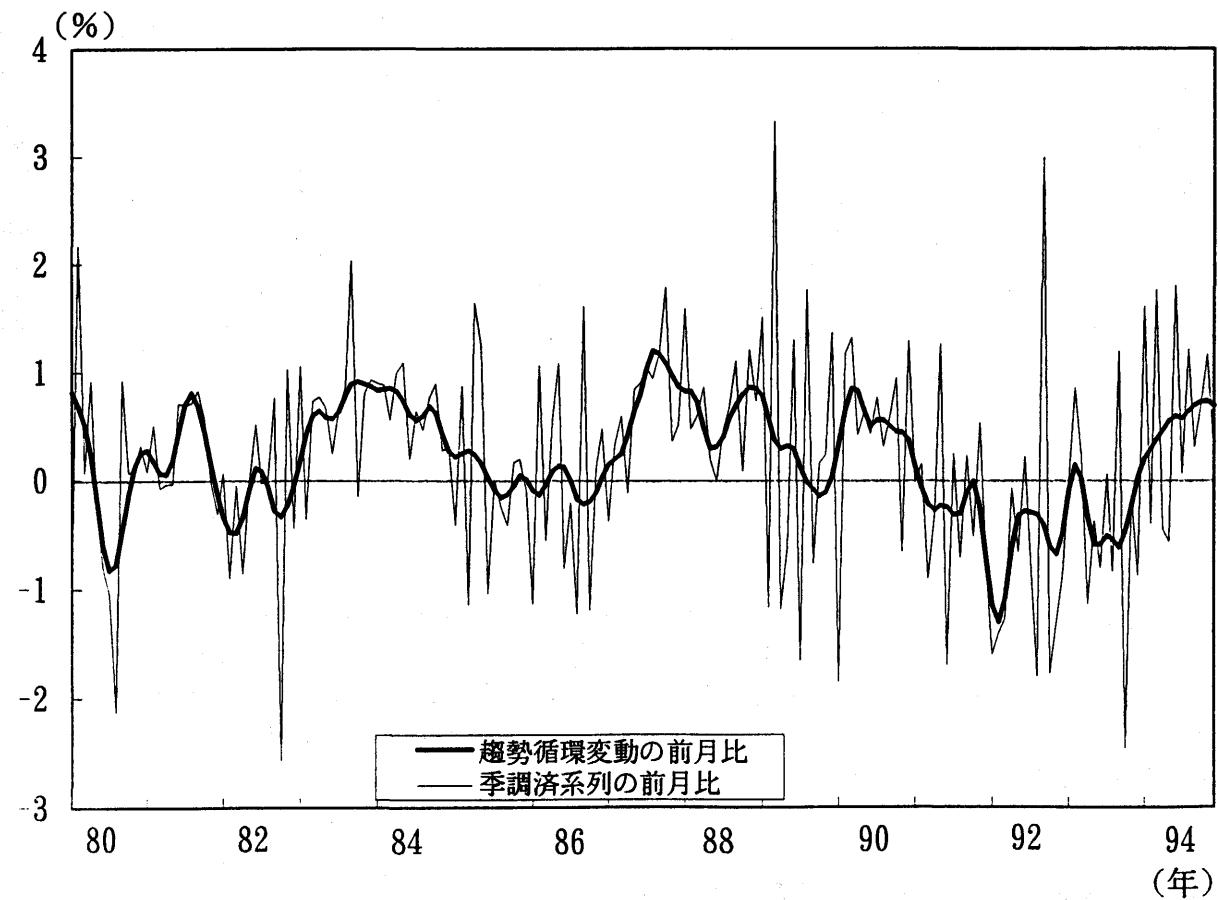
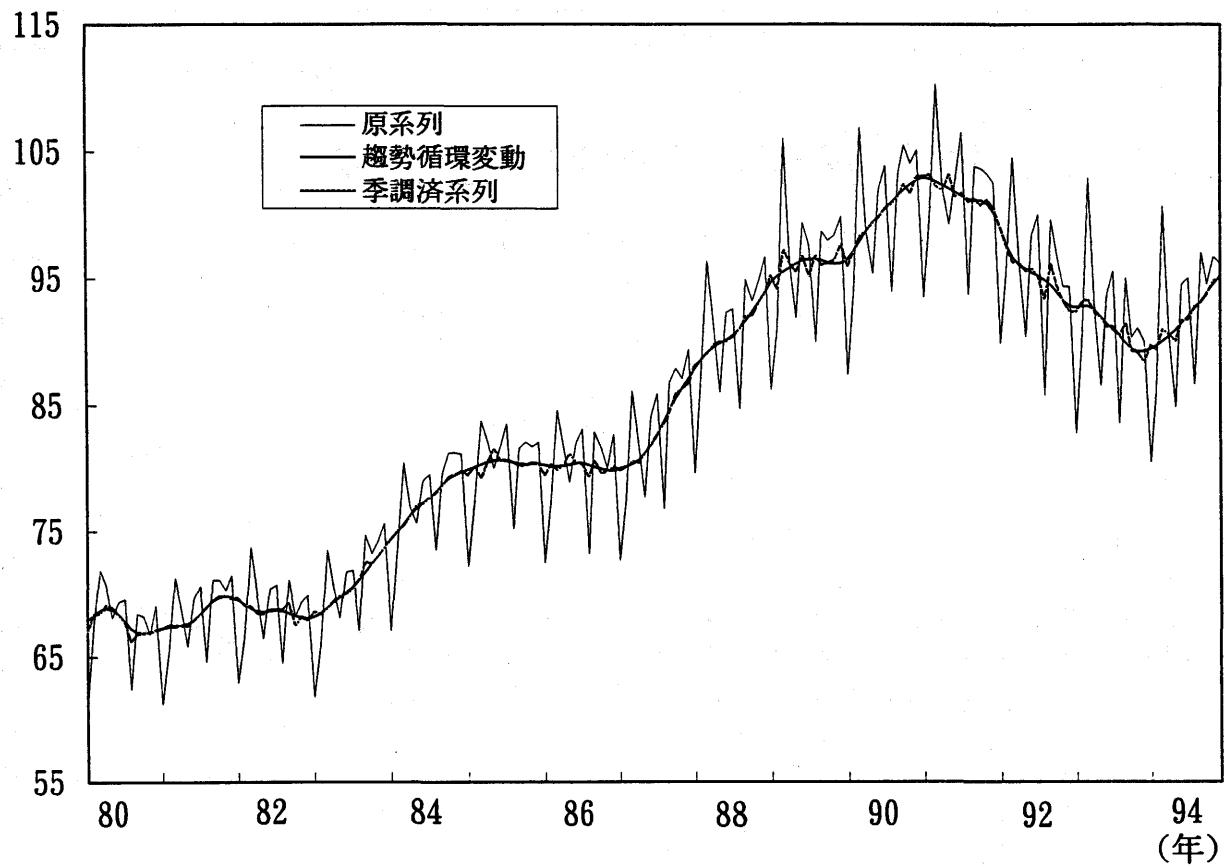
推計された 不規則変動 の特徴	時間領域分析					(参考) 周波数領域分析	
	偏自己相関	自己相関	ARIMA モデルのパラメータ				
			α	β	γ		
文字どおり不規則な系列 (ホワイト・ノイズ)	全ラグにおいてゼロ	全ラグにおいてゼロ	ゼロ	ゼロ	ゼロ	全周波数領域においてフラット	
規則性がある	ゼロ	ゼロでない	ゼロ	ゼロでない	ゼロ	短期周期のパワー・スペクトルが大きい（パワー・スペクトルの形状が右上がり）	
	ゼロでない	ゼロ	ゼロでない	ゼロ	ゼロ		
	ゼロでない	ゼロでない	ゼロでない	ゼロでない	ゼロ		
正の季節性がある	季節ラグにおいて正	—	—	正	—	seasonal peak	
負の季節性がある	季節ラグにおいて負	—	—	負	—	seasonal dip	

図表 16 に示した ARIMA モデルにおける α と β のパラメータ数の決定に関しては、原則的には“Box-Jenkins 流のモデル選択手順”と AIC 等の情報量基準に従って適宜選択した。ただし、不規則変動 I_t に規則性や“seasonal dip”的影響が存在しているかどうかを確かめることを目的にモデリングしているため、パラメータが有意になっていないものでも、そのままモデルに残しているものもある。

³ これは、 $SARIMA(p\ 0\ q)(0\ 0\ 1)_s$ を表わしたものである。

(図表1)

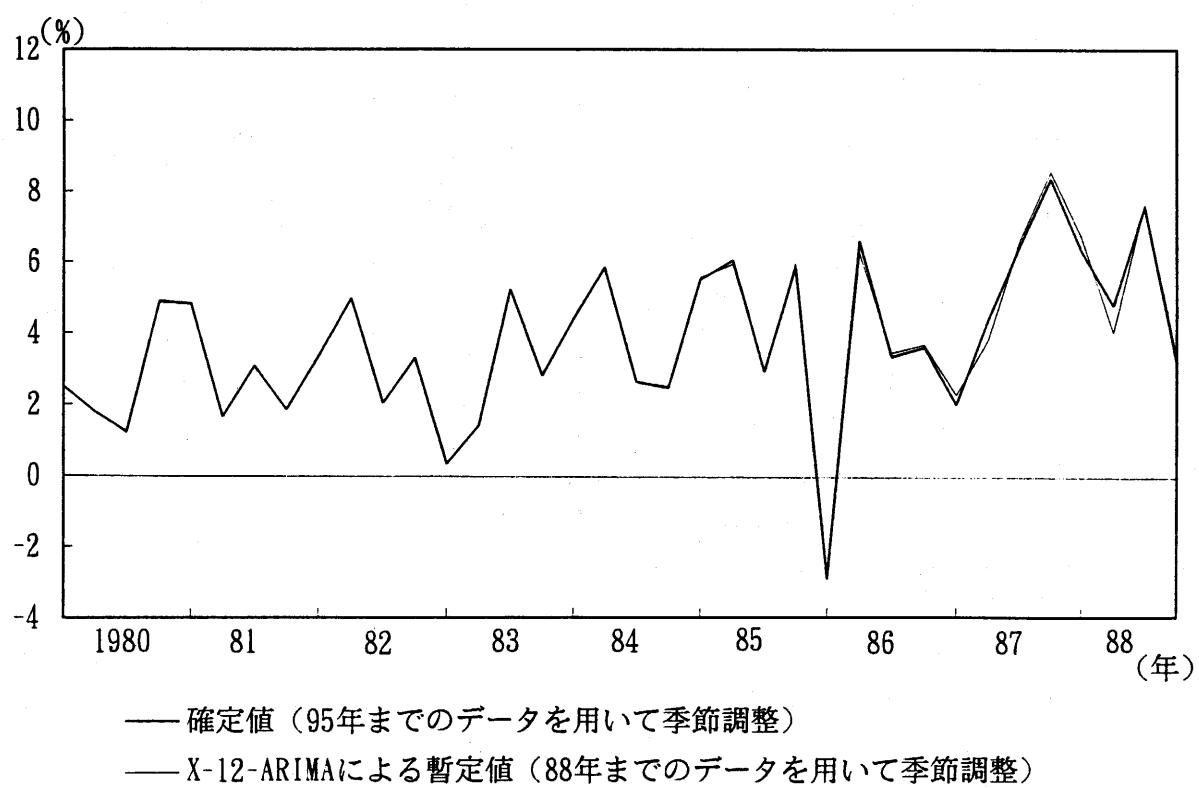
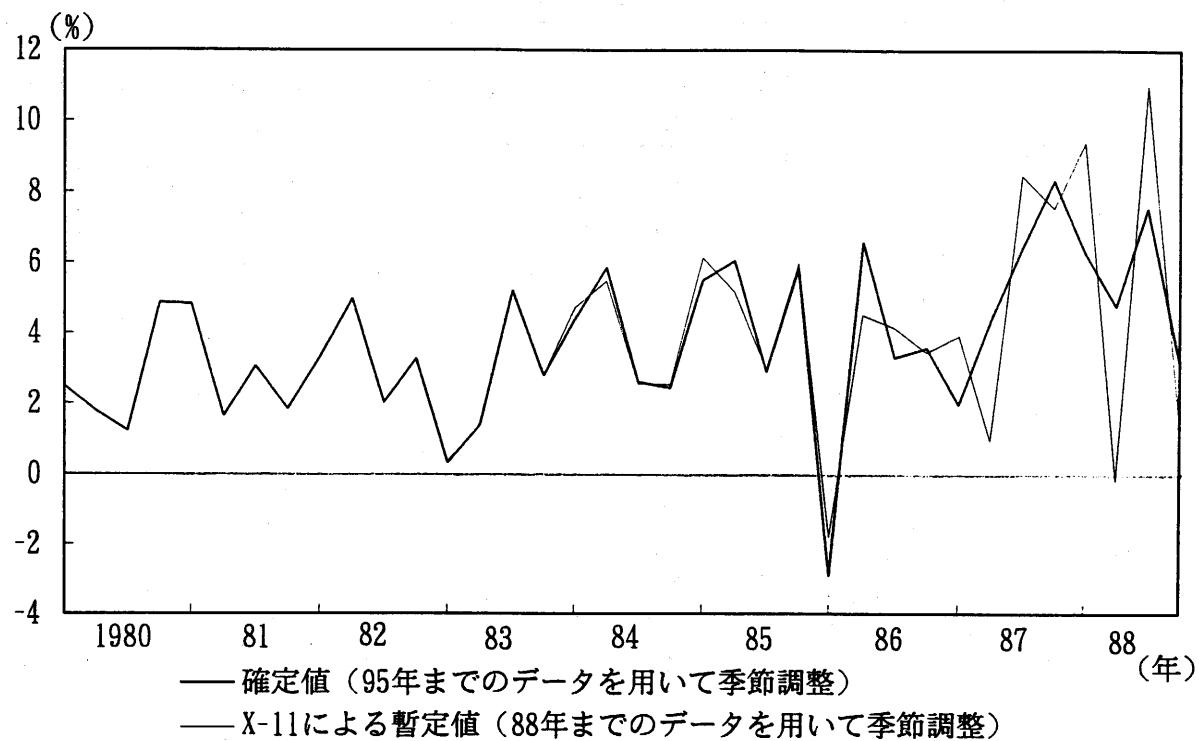
鉱工業生産指数の推移



(注)季調済系列と趨勢循環変動は、X-12-ARIMAにより推計。

(図表2)

GDPの季調済系列（前期比年率）
X-11とX-12-ARIMAの比較



(図表3)

曜日変動の有無の検定

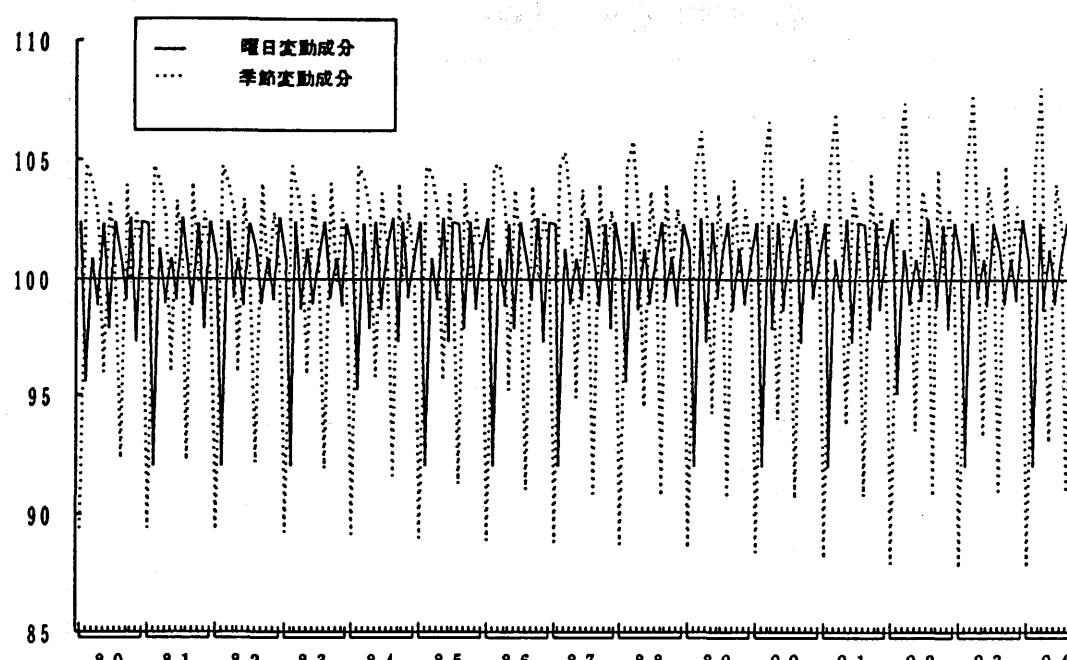
		REGARIMA を用いた事前調整の形態			
		曜日調整・ 閏年調整無し	曜日調整 のみ実施	閏年調整 のみ実施	曜日調整・ 閏年調整実施
民間最終消費支出	AIC	2320	2324	2322	2326
	BIC	2329	2351	2334	2356
	曜日変動の有意性	—	0.18	—	0.18
	閏年調整ダミーの t 値	—	—	0.82	0.77
民間企業設備投資	AIC	2175	2177	2175	2177
	BIC	2187	2207	2190	2210
	曜日変動の有意性	—	0.11	—	0.11
	閏年調整ダミーの t 値	—	—	1.63	1.64
公的固定資本形成	AIC	2085	2088	2087	2090
	BIC	2094	2115	2099	2120
	曜日変動の有意性	—	0.14	—	0.14
	閏年調整ダミーの t 値	—	—	0.44	0.43
経常利益	AIC	3756	3759	3758	3761
	BIC	3768	3788	3772	3793
	曜日変動の有意性	—	0.16	—	0.16
	閏年調整ダミーの t 値	—	—	0.24	-0.14
鉱工業生産指数	AIC	938	856	926	834
	BIC	957	896	947	877
	曜日変動の有意性	—	0.00	—	0.00
	閏年調整ダミーの t 値	—	—	3.95	5.12
大口電力使用量	AIC	3860	3826	3810	3758
	BIC	3871	3859	3825	3794
	曜日変動の有意性	—	0.00	—	0.00
	閏年調整ダミーの t 値	—	—	7.72	9.23
銀行券発行残高	AIC	7690	7683	—	—
	BIC	7715	7701	—	—
	曜日変動の有意性	—	0.00	—	—
	閏年調整ダミーの t 値	—	—	—	—
マネーサプライ (M ₂ + CD)	AIC	6091	6092	—	—
	BIC	6117	6139	—	—
	曜日変動の有意性	—	0.07	—	—
	閏年調整ダミーの t 値	—	—	—	—

(注) 曜日変動の有意性とは、曜日変動の有無を調べた χ^2 検定の p-value を表している (p-value とは、曜日変動が存在しないという帰無仮説が何%の有意水準で棄却できるかを示したもの)。

各時系列に対して適用した ARIMA モデルの次数等はデータ付録参照 (推計の際には全てのケースにおいて同次数のモデルを適用)。なお、銀行券発行残高、M₂+CD はともに平残ベースであり、閏年の調整を行う必要はない。

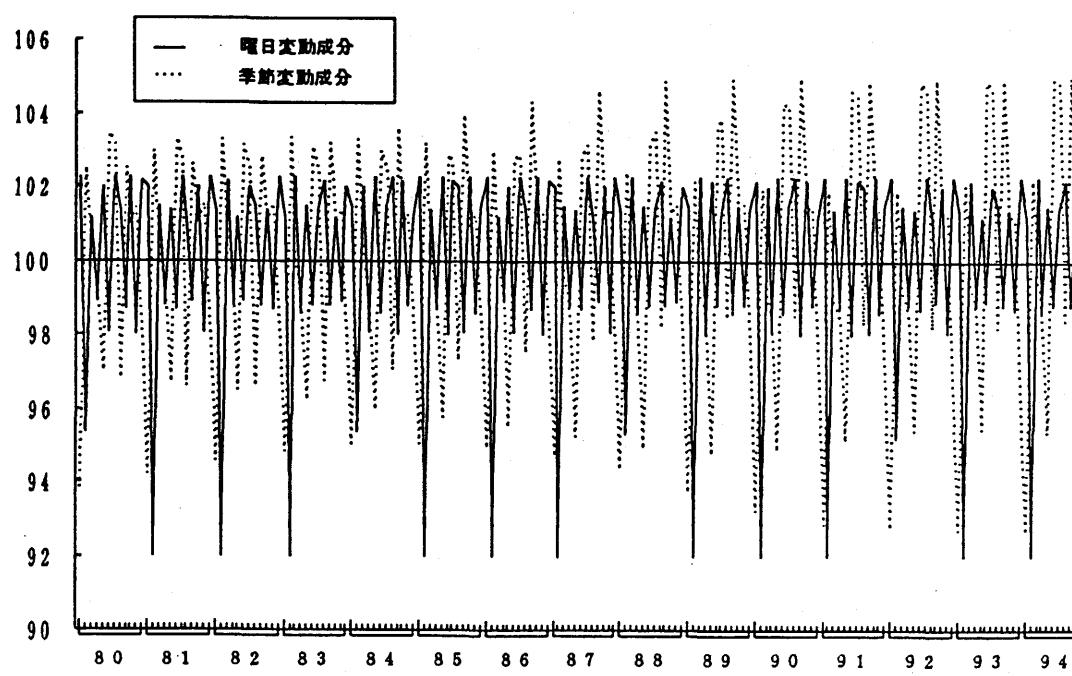
(図表4)

鉱工業生産指数における季節変動成分と曜日変動成分の推移



(年)

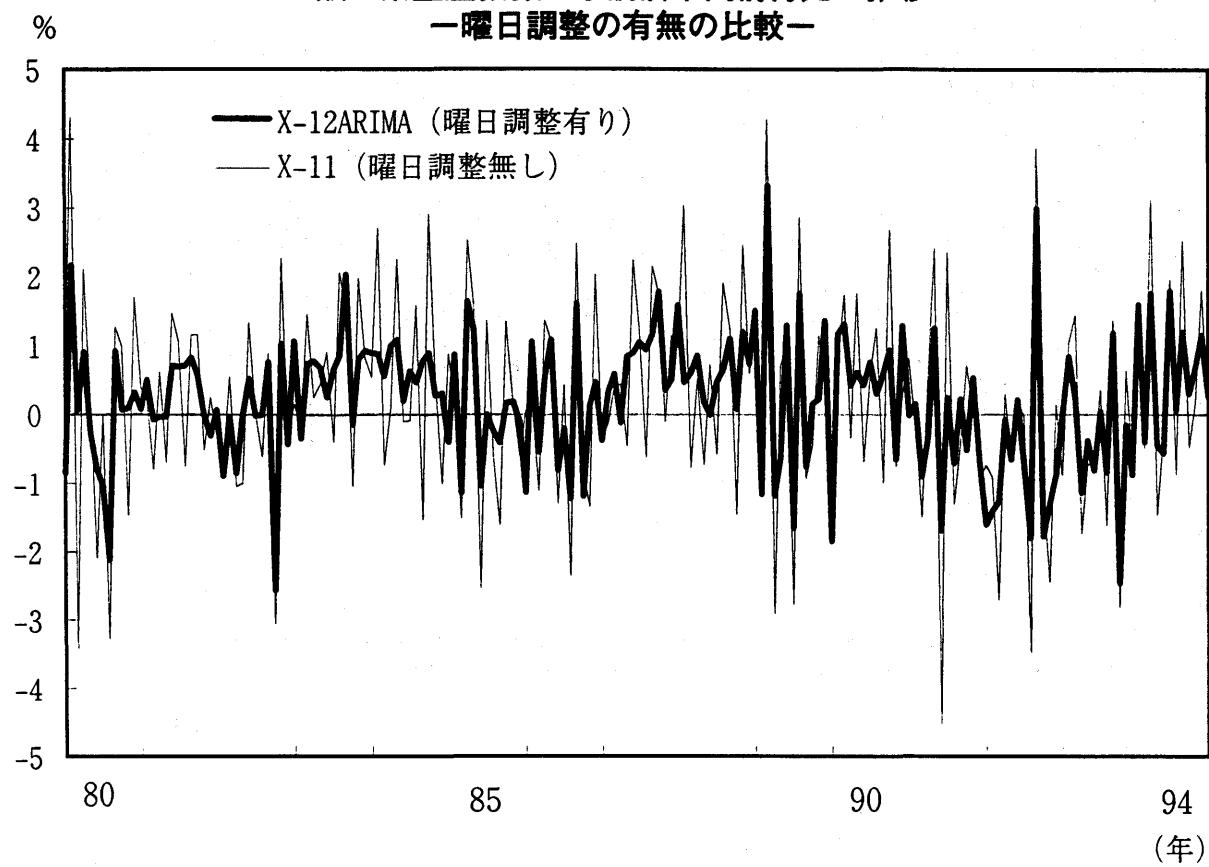
大口電力使用量における季節変動成分と曜日変動成分の推移



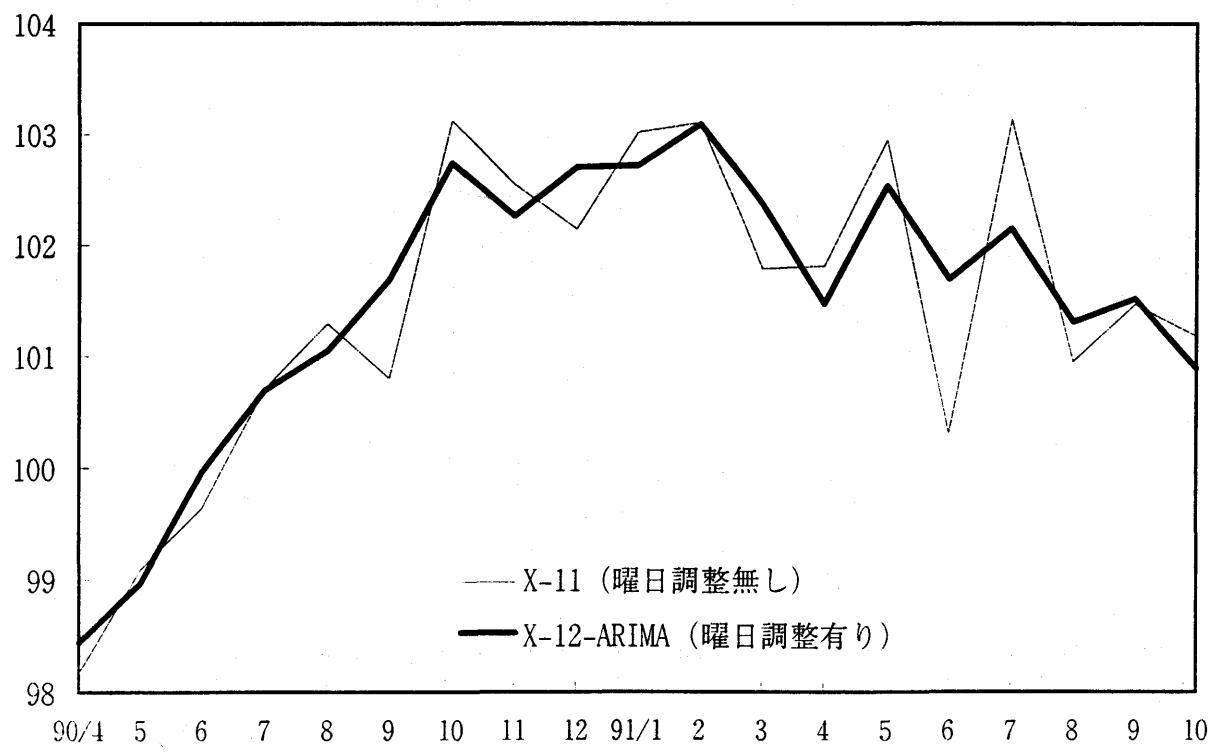
(年)

(図表5)

鉱工業生産指数の季調済系列前月比の推移
—曜日調整の有無の比較—



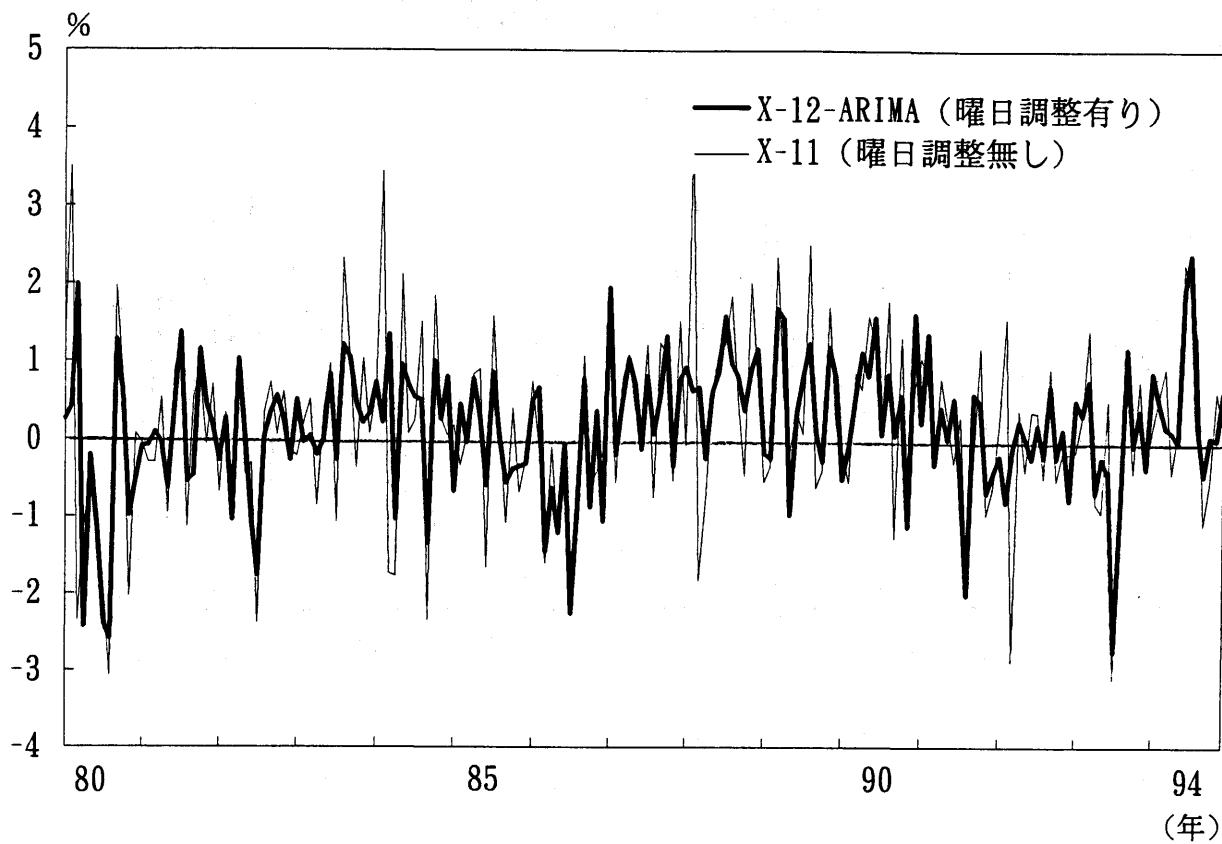
鉱工業生産数（季調済系列）の推移
—曜日調整の有無の比較—



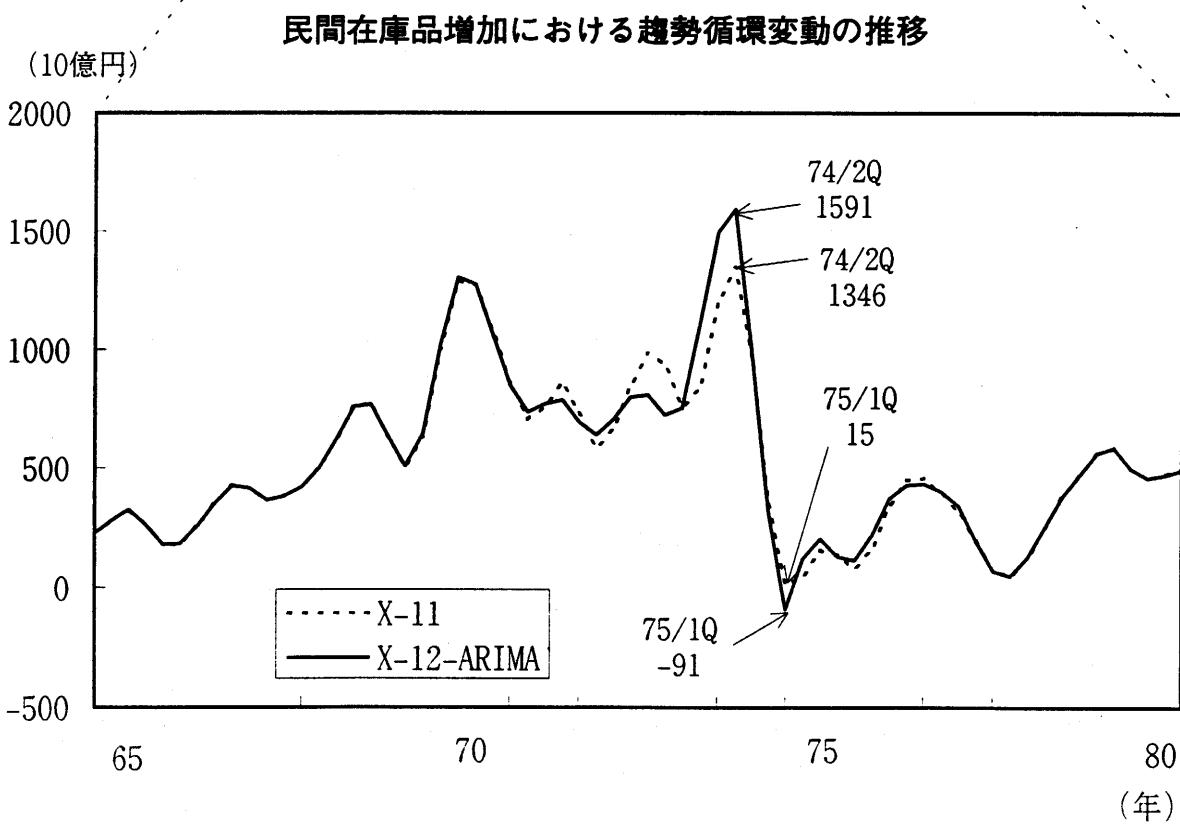
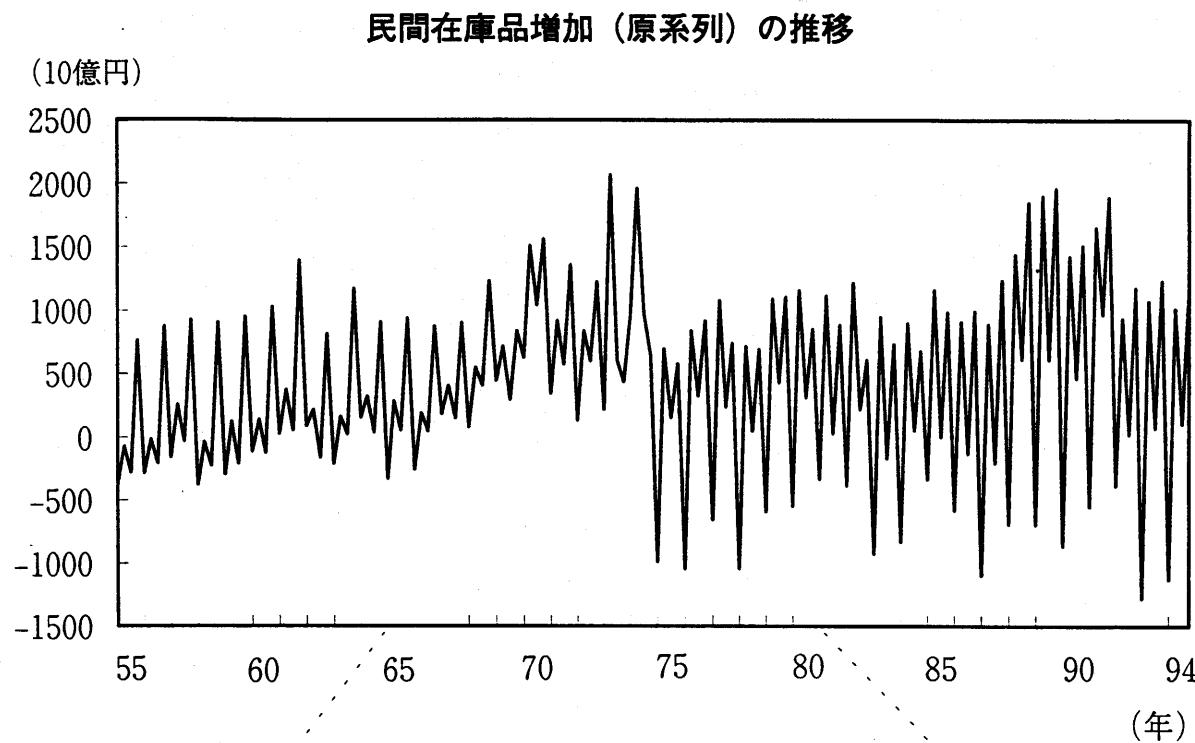
91年10月までのデータで季節調整

大口電力使用量の季調済系列前月比の推移
—曜日調整の有無の比較—

(図表 6)

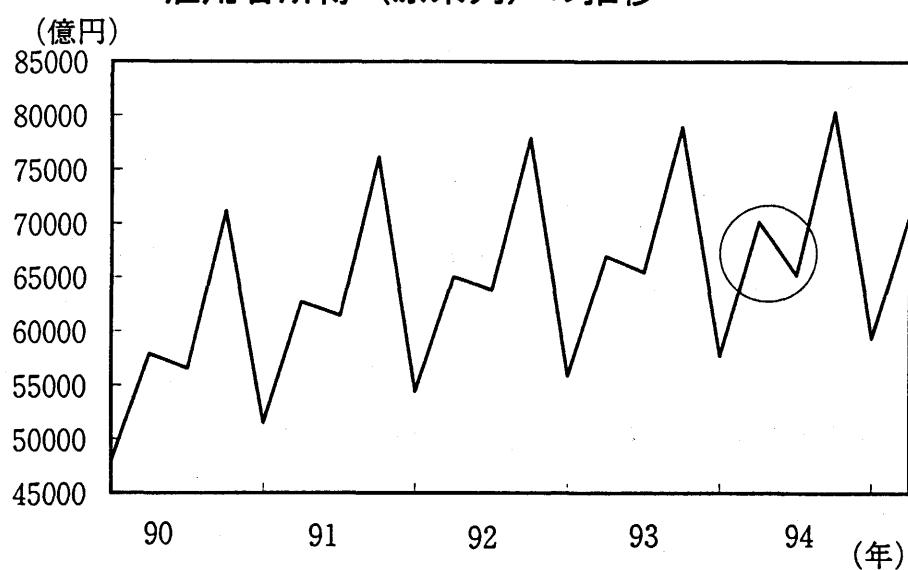


(図表 7)



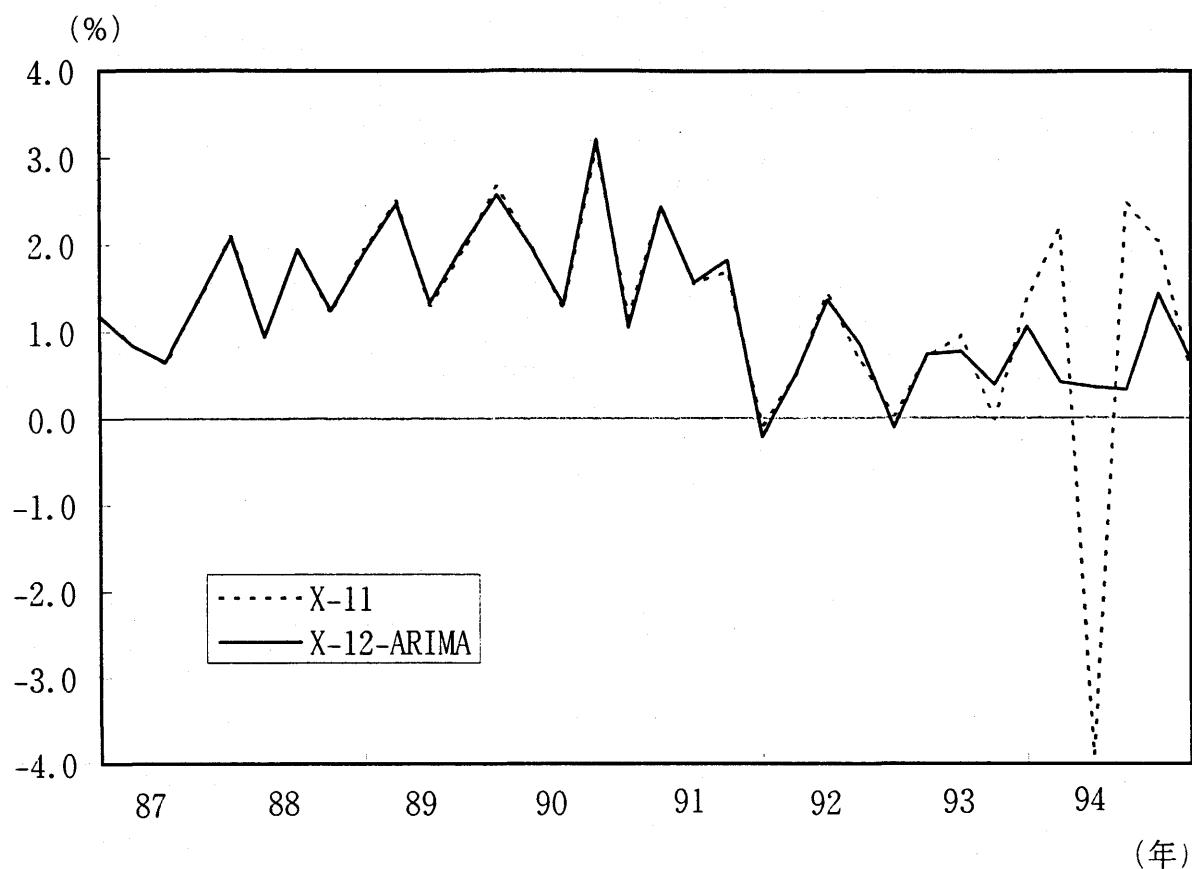
(図表 8)

雇用者所得（原系列）の推移

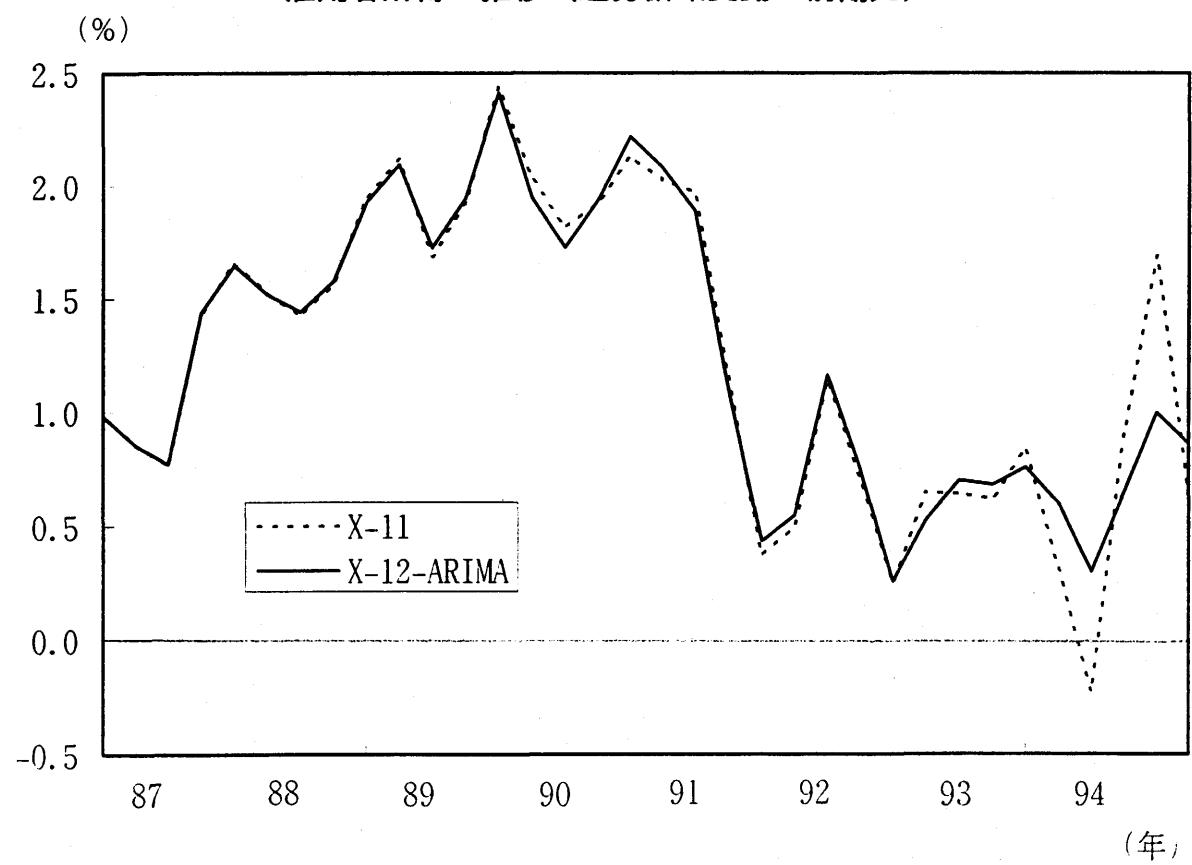


(図表9)

雇用者所得の推移（季調済系列の前期比）



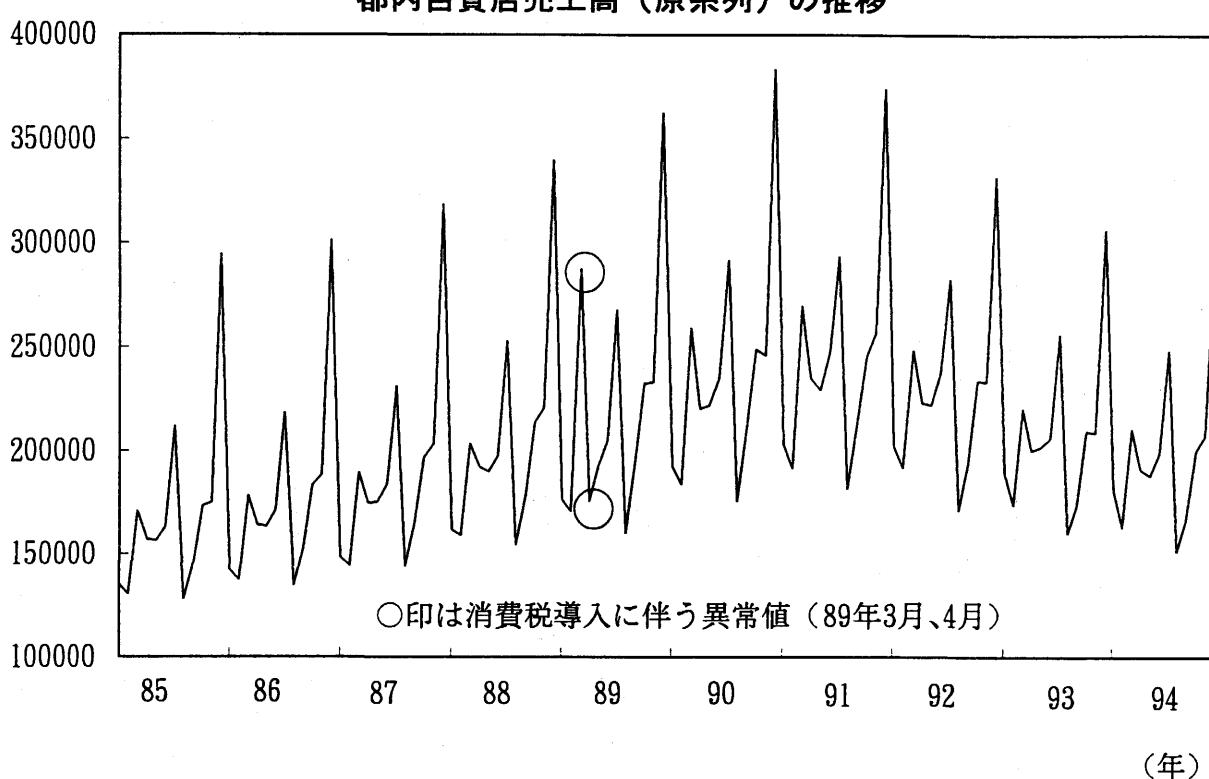
雇用者所得の推移（趨勢循環変動の前期比）



(図表 10)

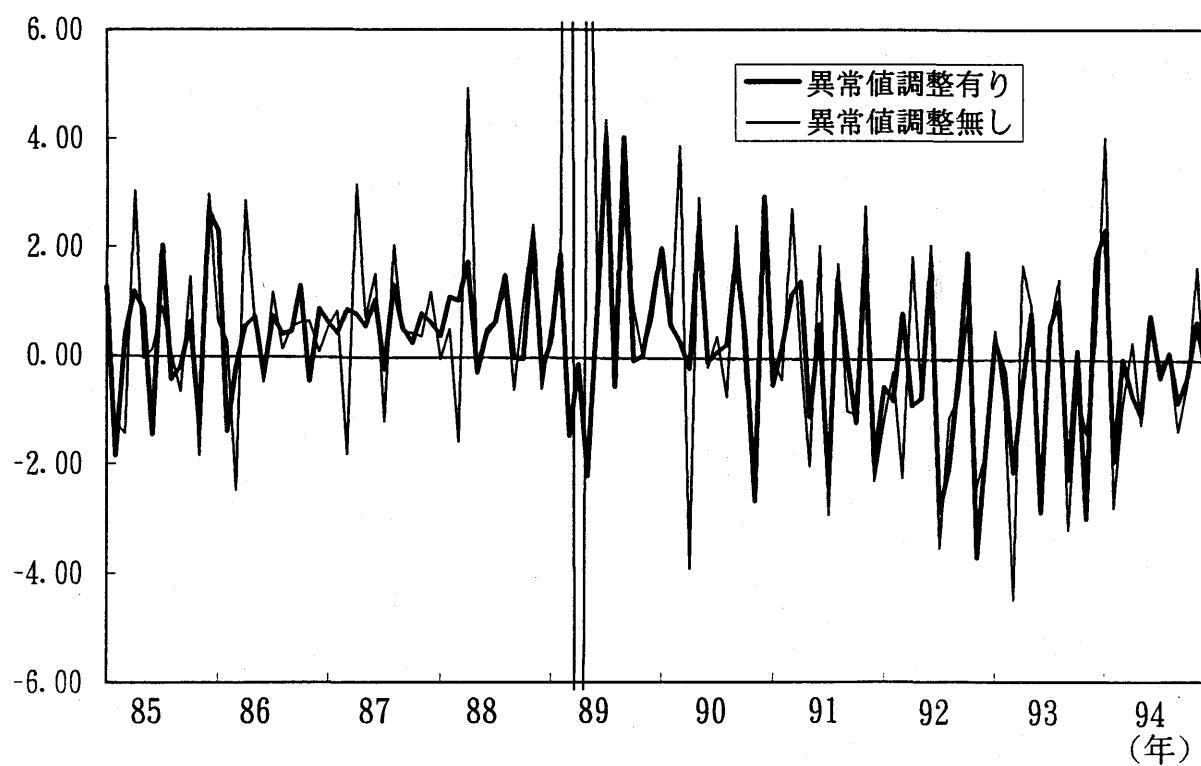
(百万円)

都内百貨店売上高（原系列）の推移



都内百貨店売上高の季調済系列（前月比）の推移

%

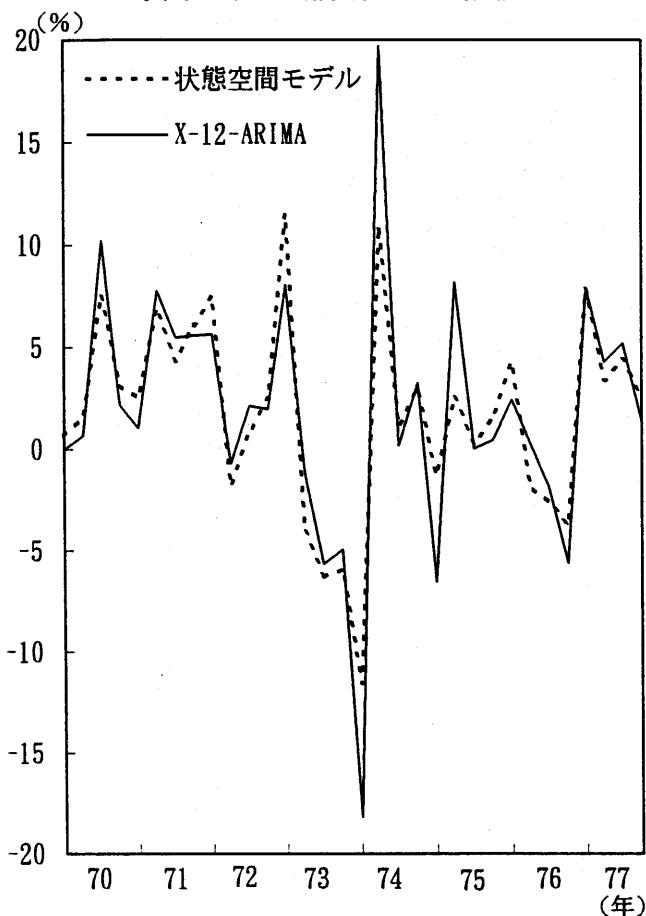


(注)異常値調整無しの季調済系列(前月比)の1989年3月(+24.2%)、1989年4月(-30.7%)、1989年5月(+11.3%)の値は図の縦軸のレンジを越えている。

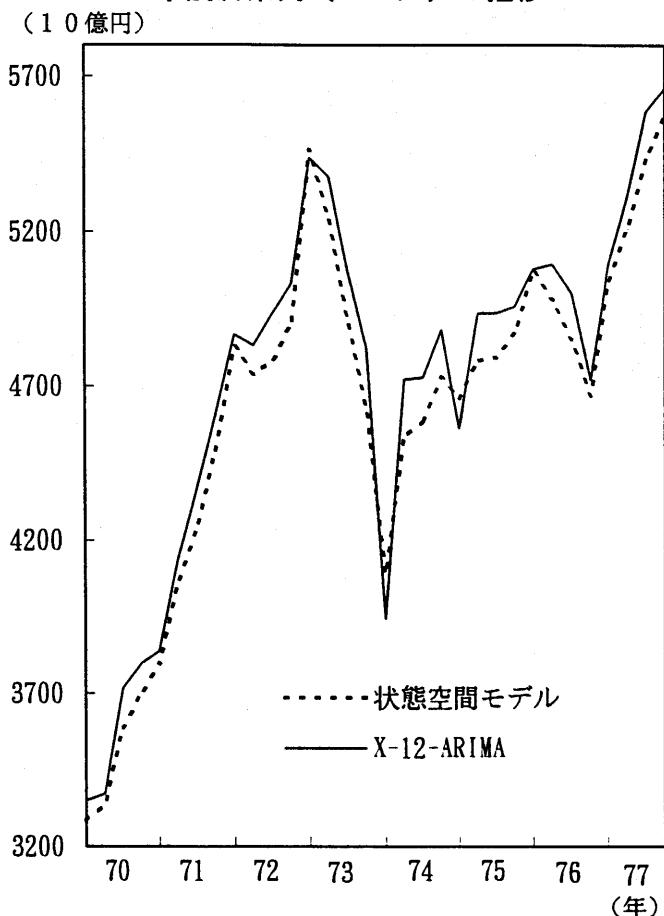
(図表 11)

公的固定資本形成の推移（状態空間モデルとX-12-ARIMAの比較）

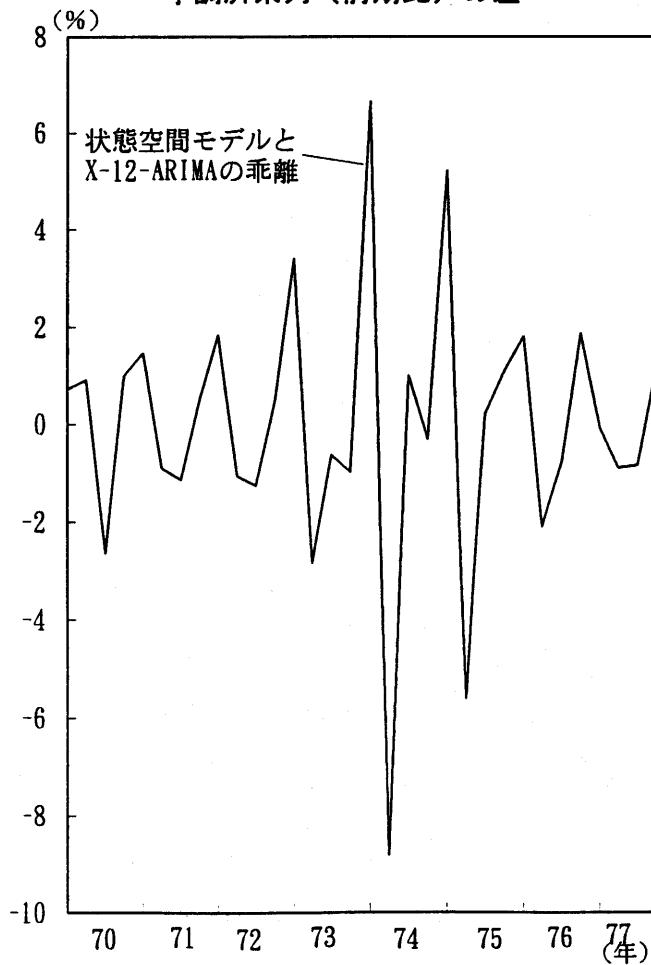
季調済系列（前期比）の推移



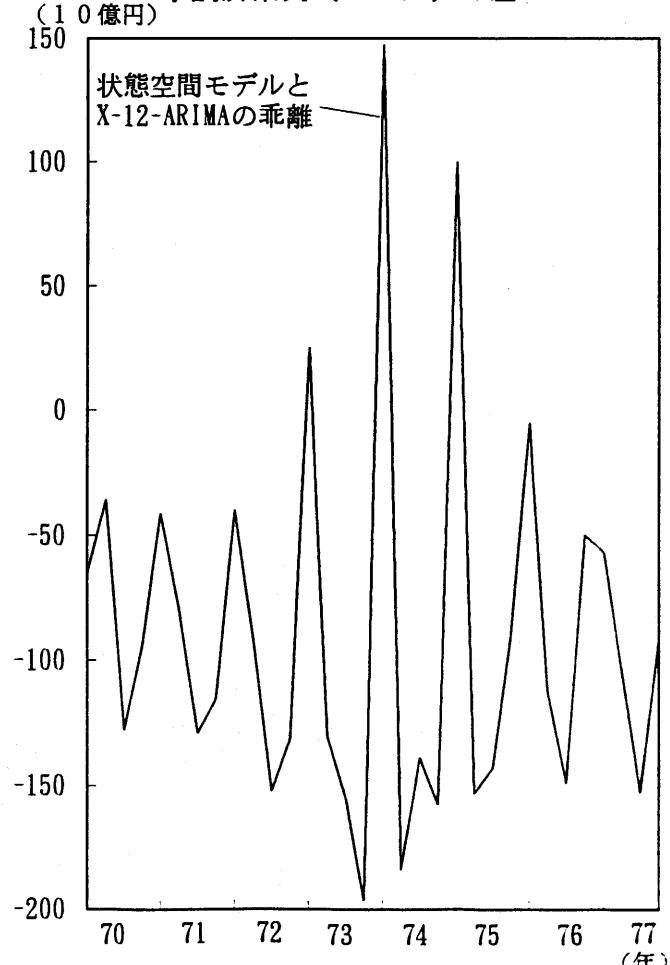
季調済系列（レベル）の推移



季調済系列（前期比）の差

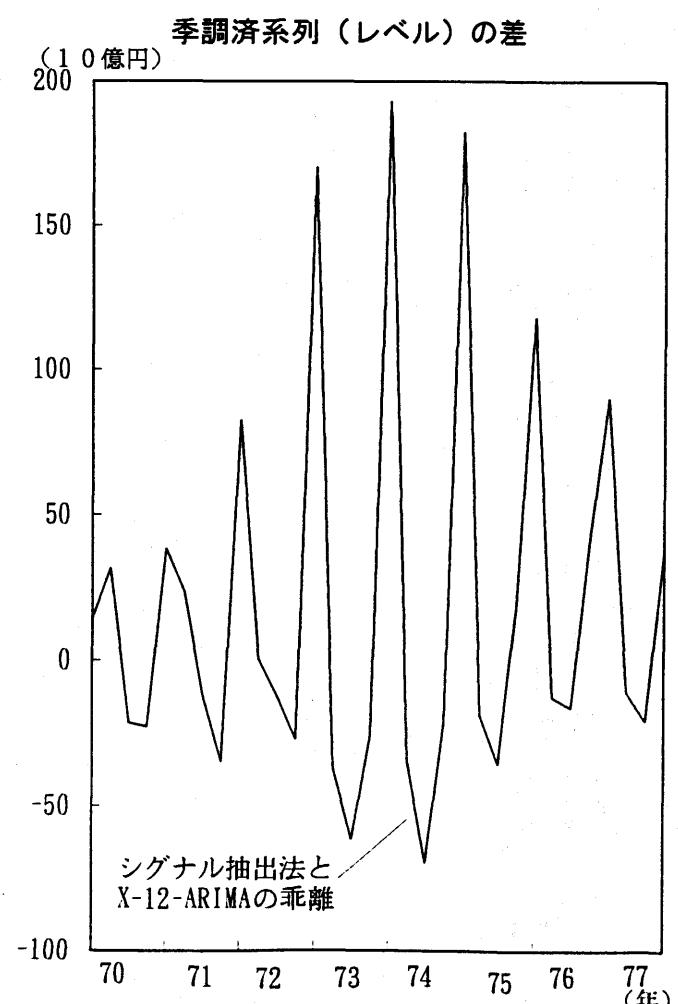
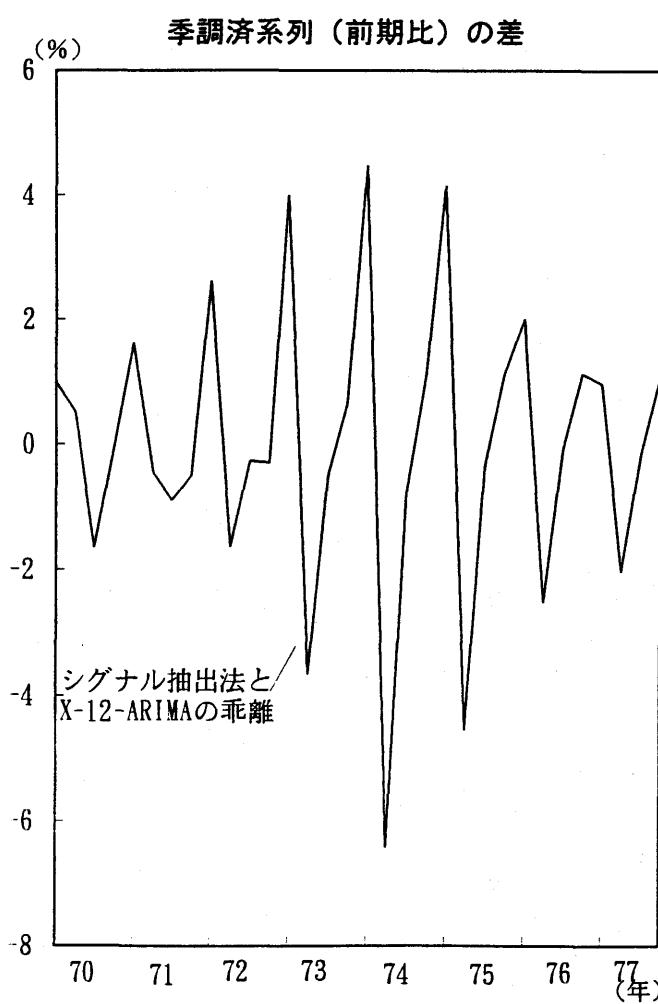
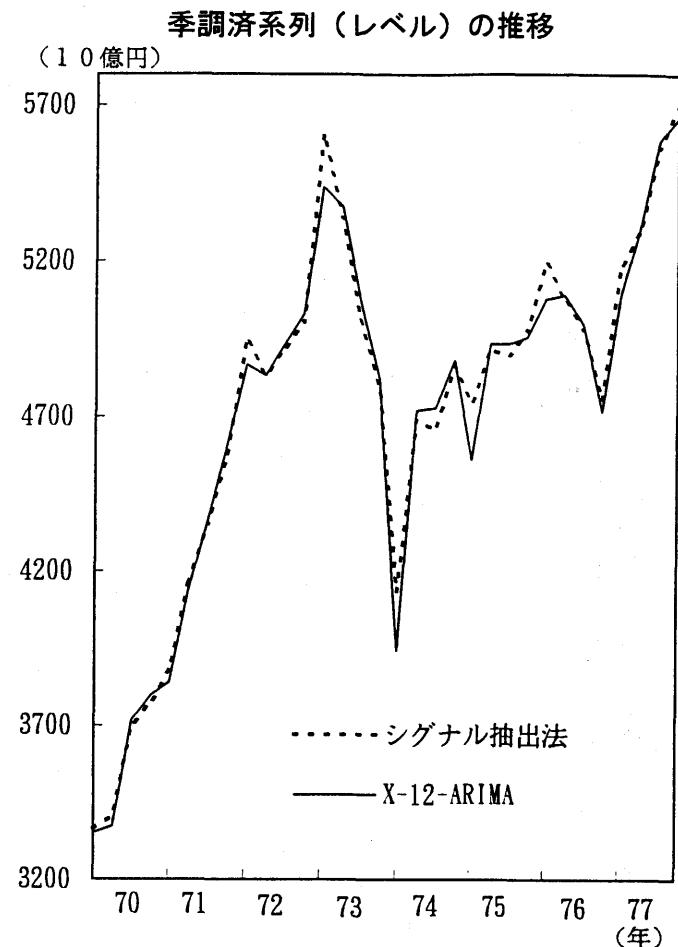
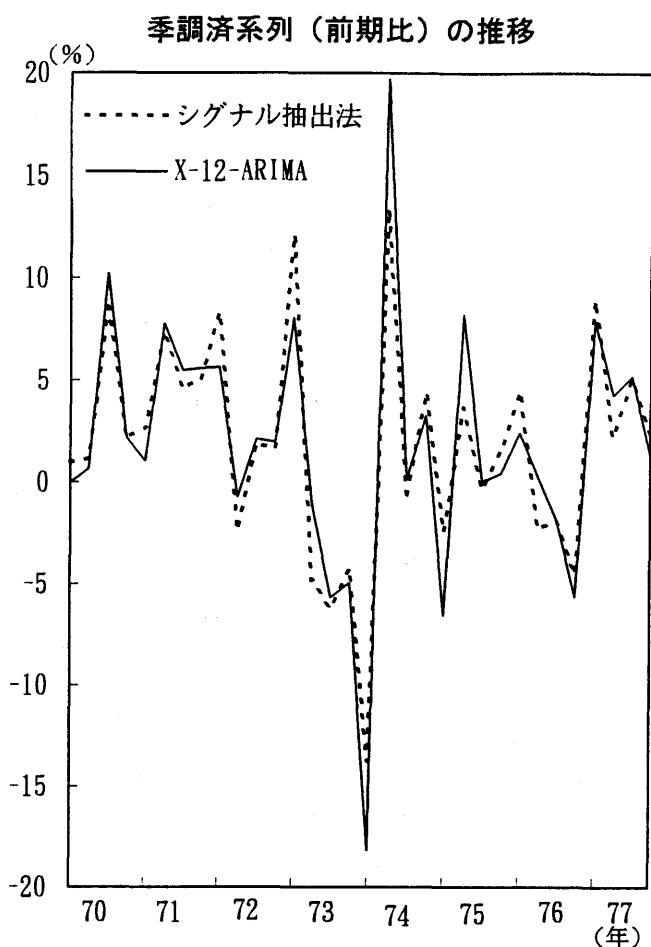


季調済系列（レベル）の差



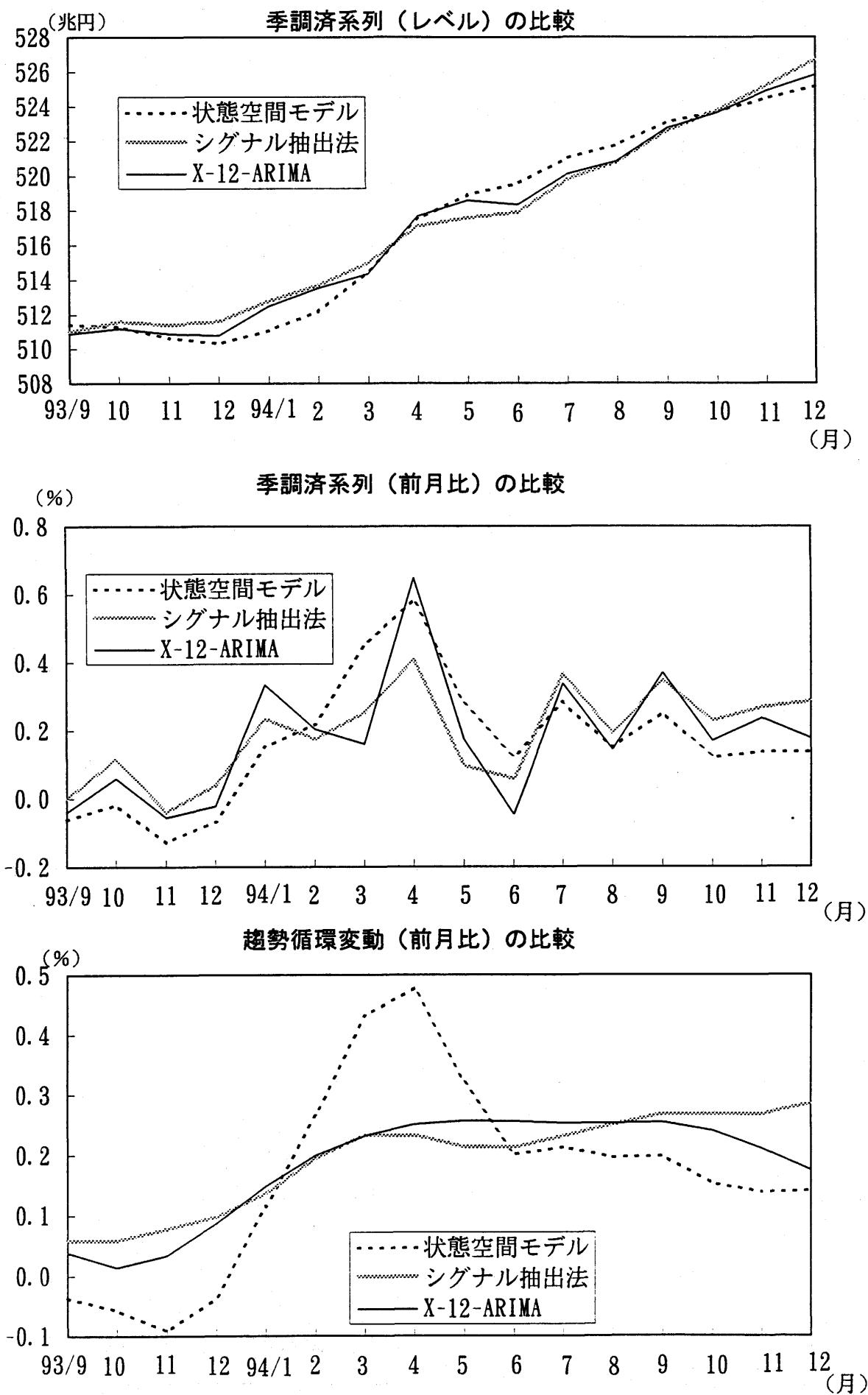
公的固定資本形成の推移（シグナル抽出法とX-12-ARIMAの比較）

(図表 12)



(図表 13)

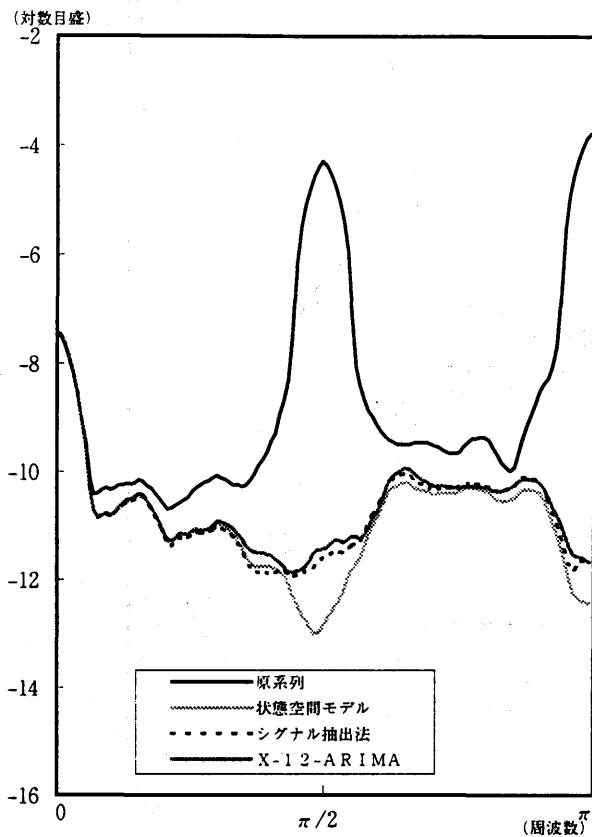
マネーサプライの推移



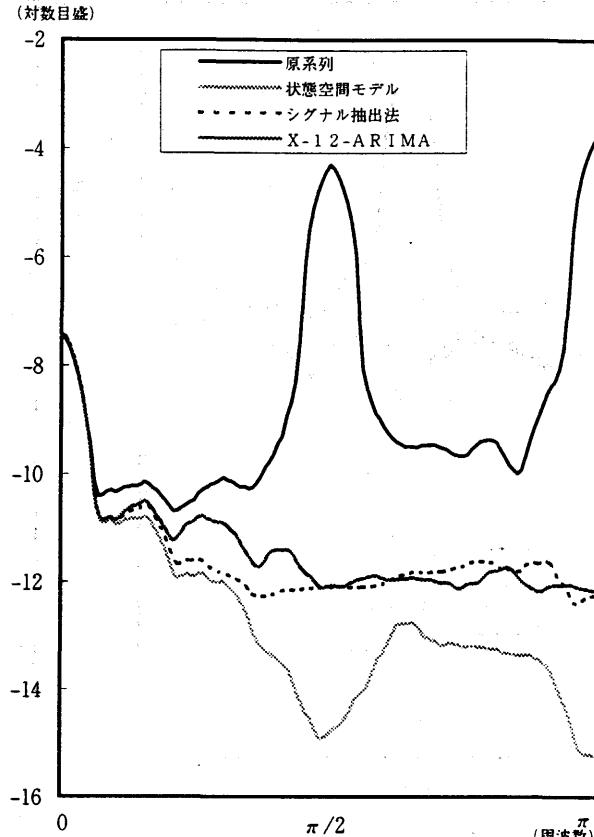
季節性除去の適切性に関する周波数領域分析
—民間最終消費支出—

(図表 14)
その 1

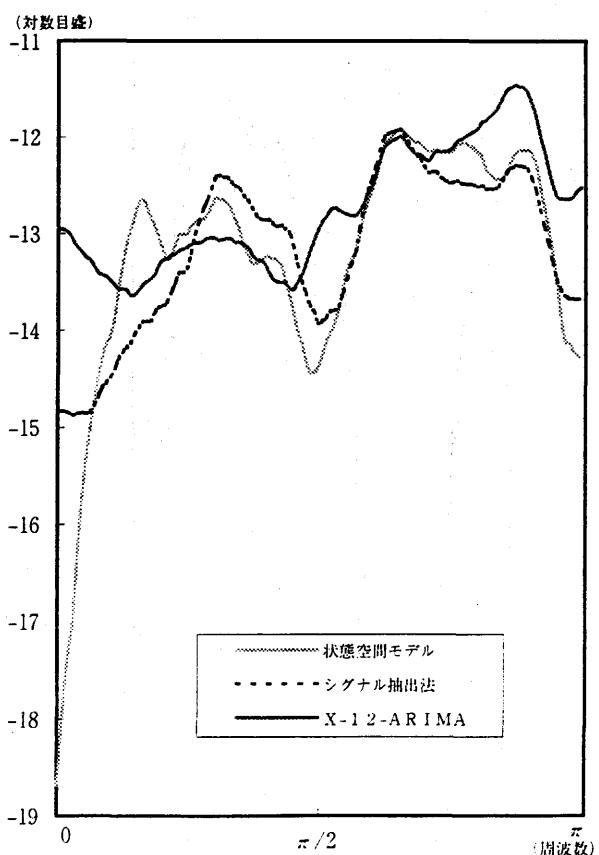
原系列と季調済系列のパワースペクトル



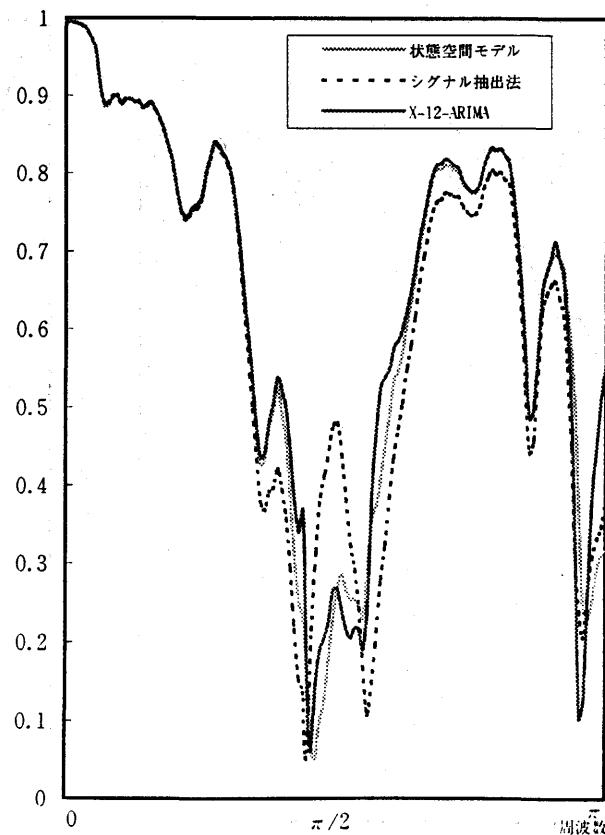
原系列と趨勢循環変動成分のパワースペクトル



不規則変動成分のパワースペクトル

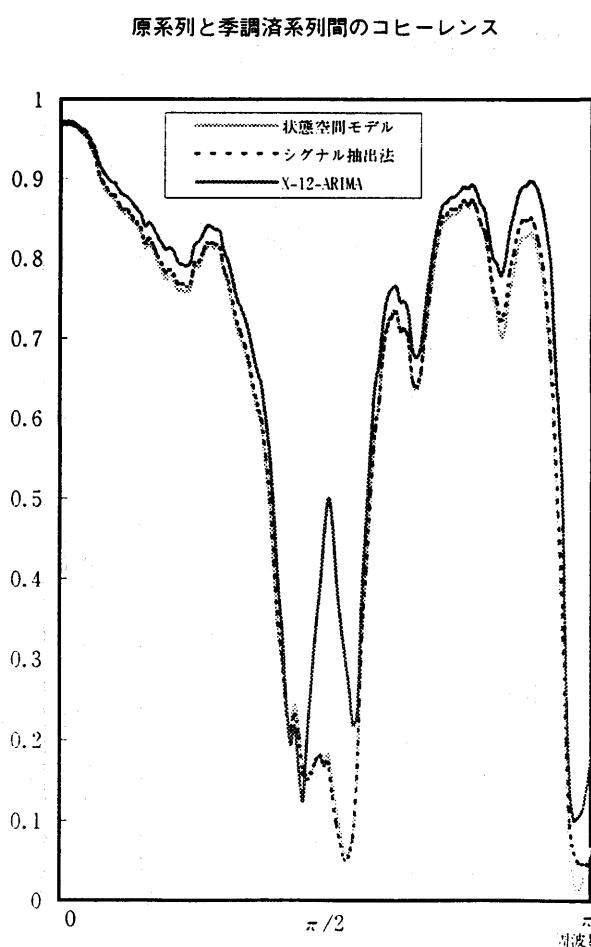
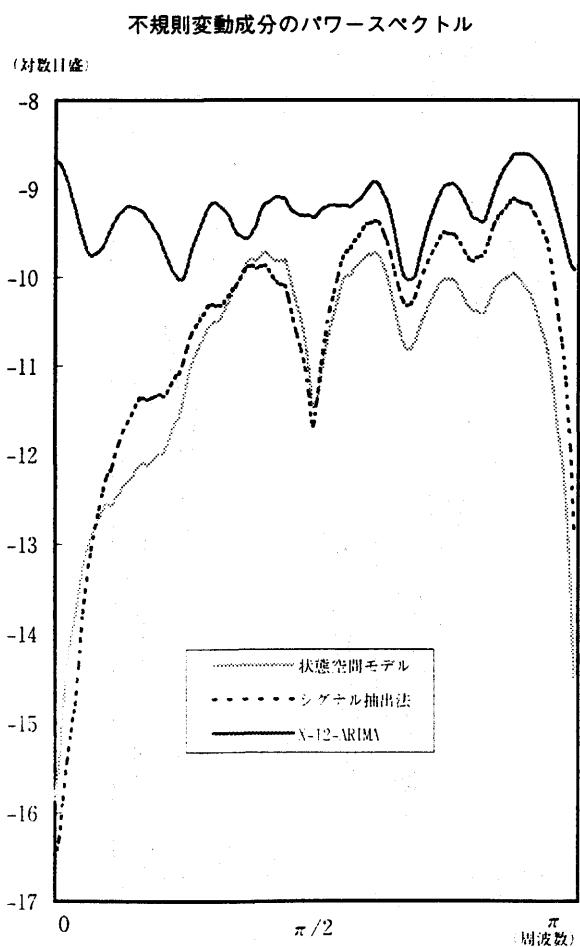
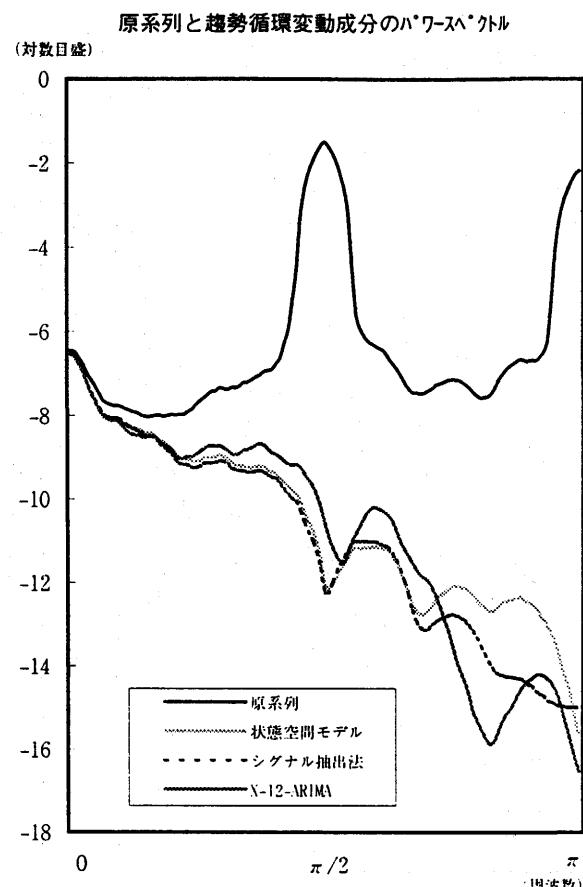
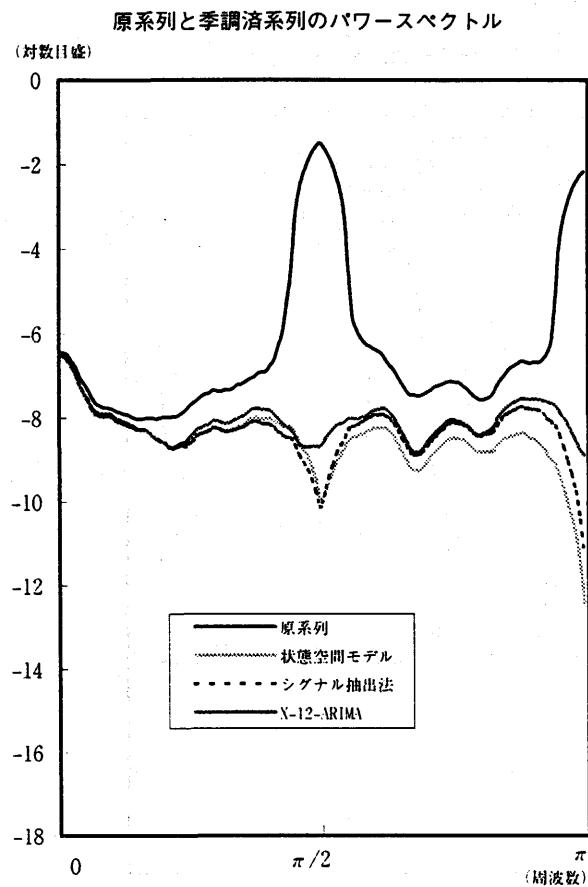


原系列と季調済系列間のコヒーレンス



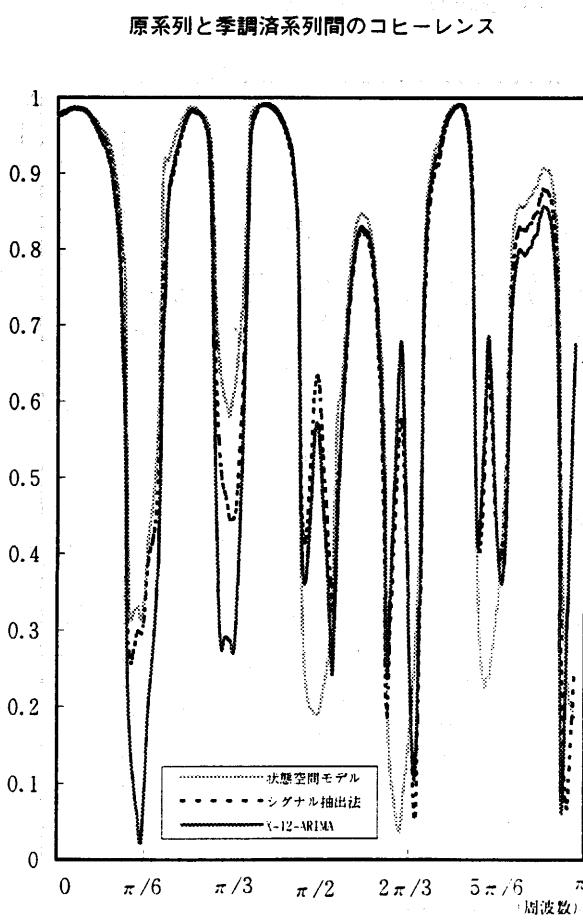
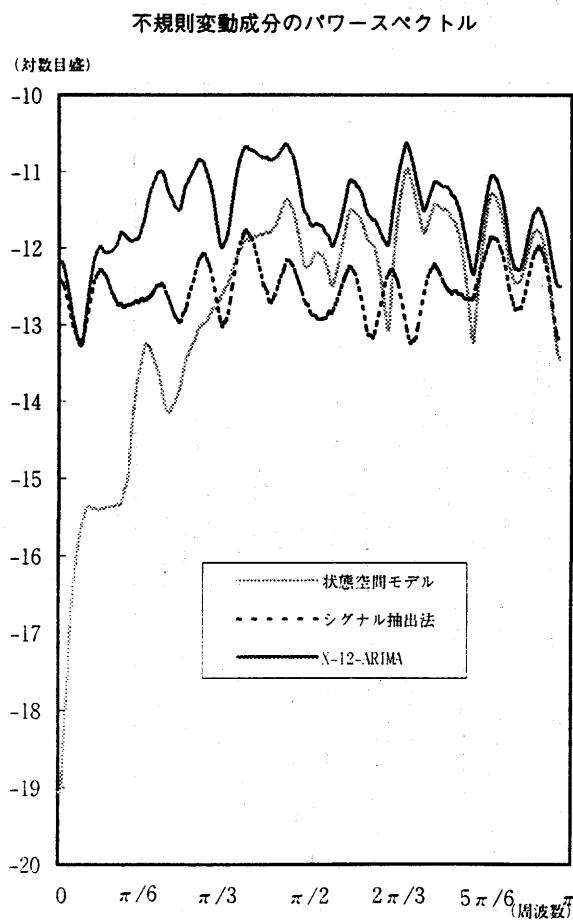
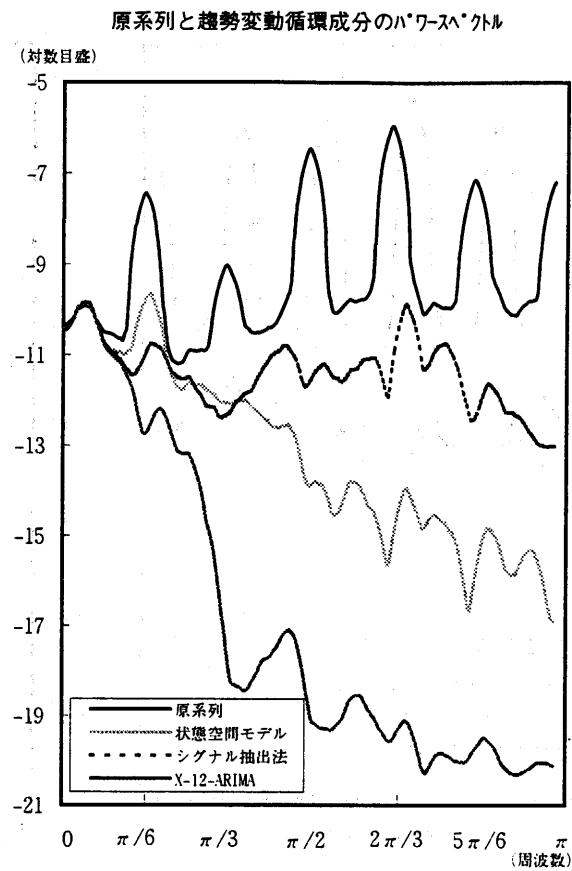
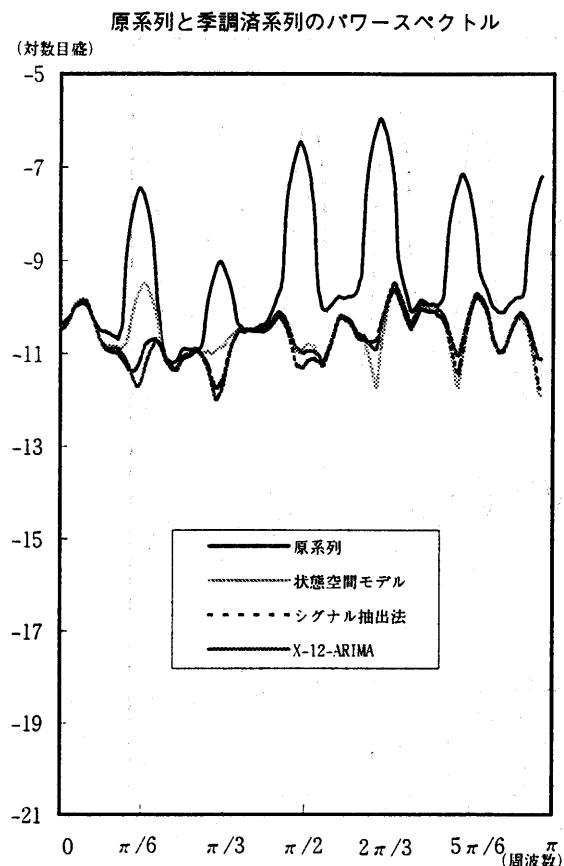
(図表 14)
その 2

季節性除去の適切性に関する周波数領域分析
—公的固定資本形成—



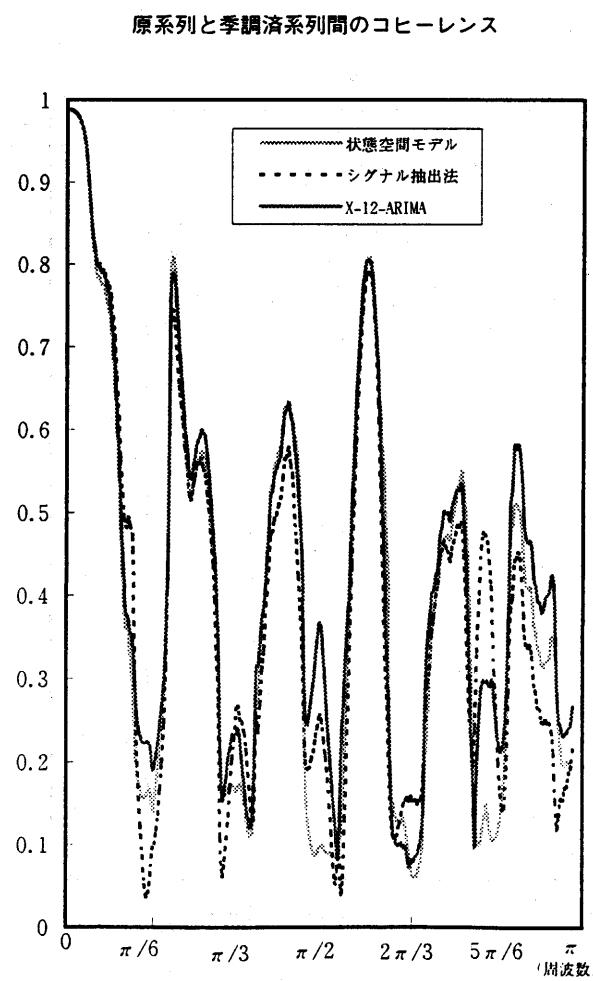
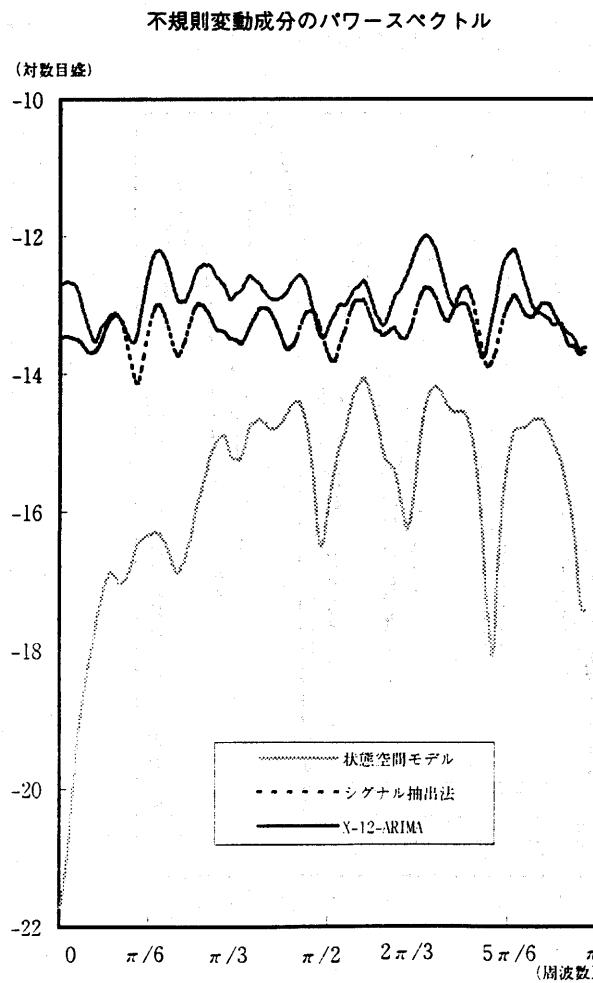
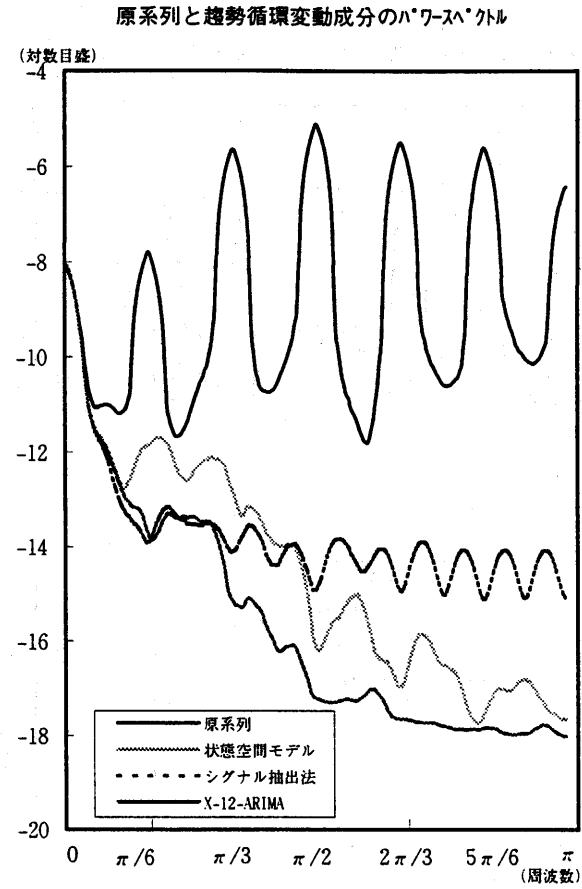
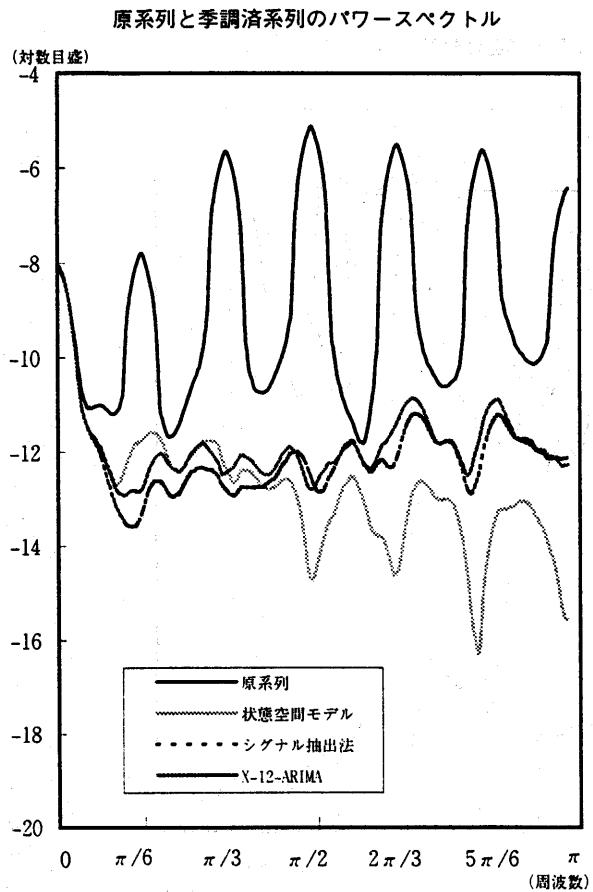
季節性除去の適切性の関する周波数領域分析
一大口電力使用量

(図表 14)
その 3



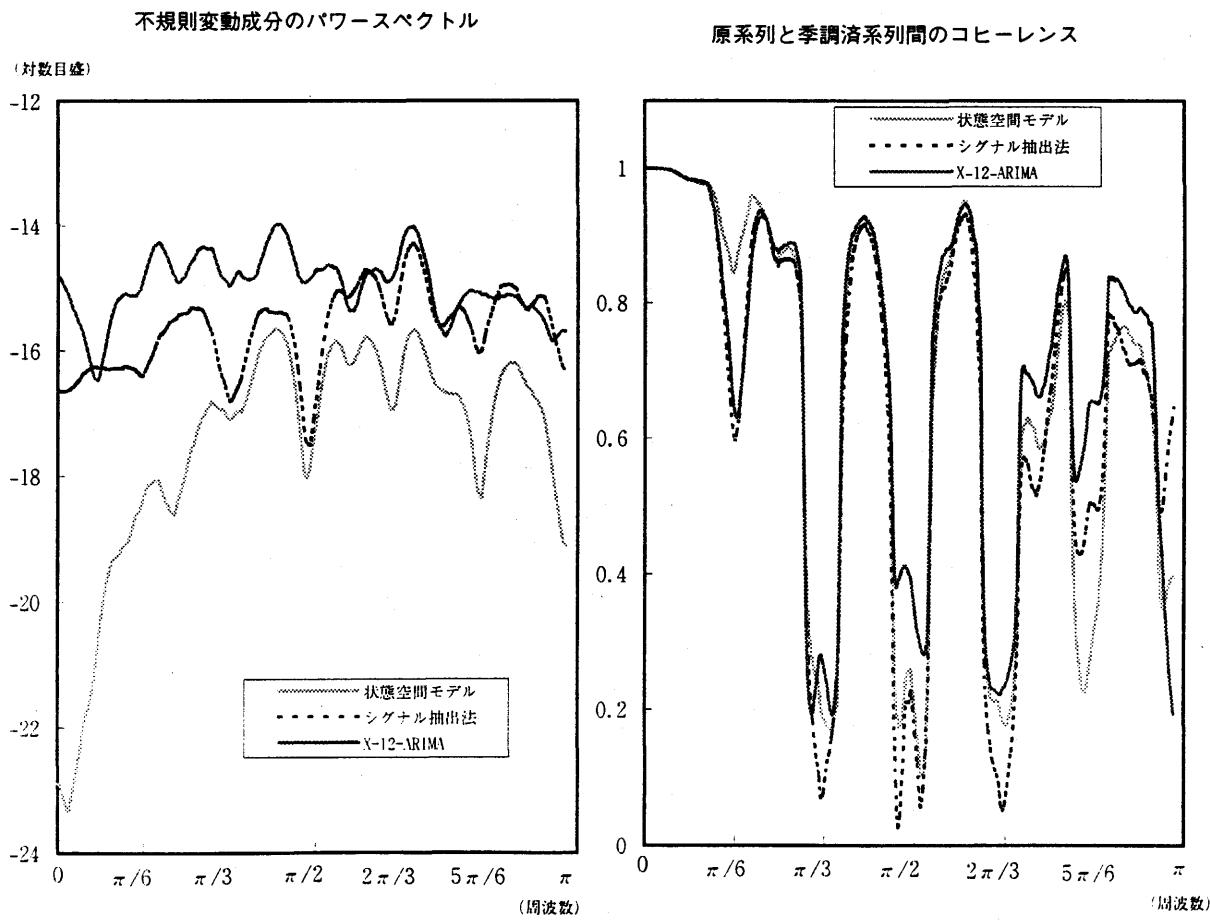
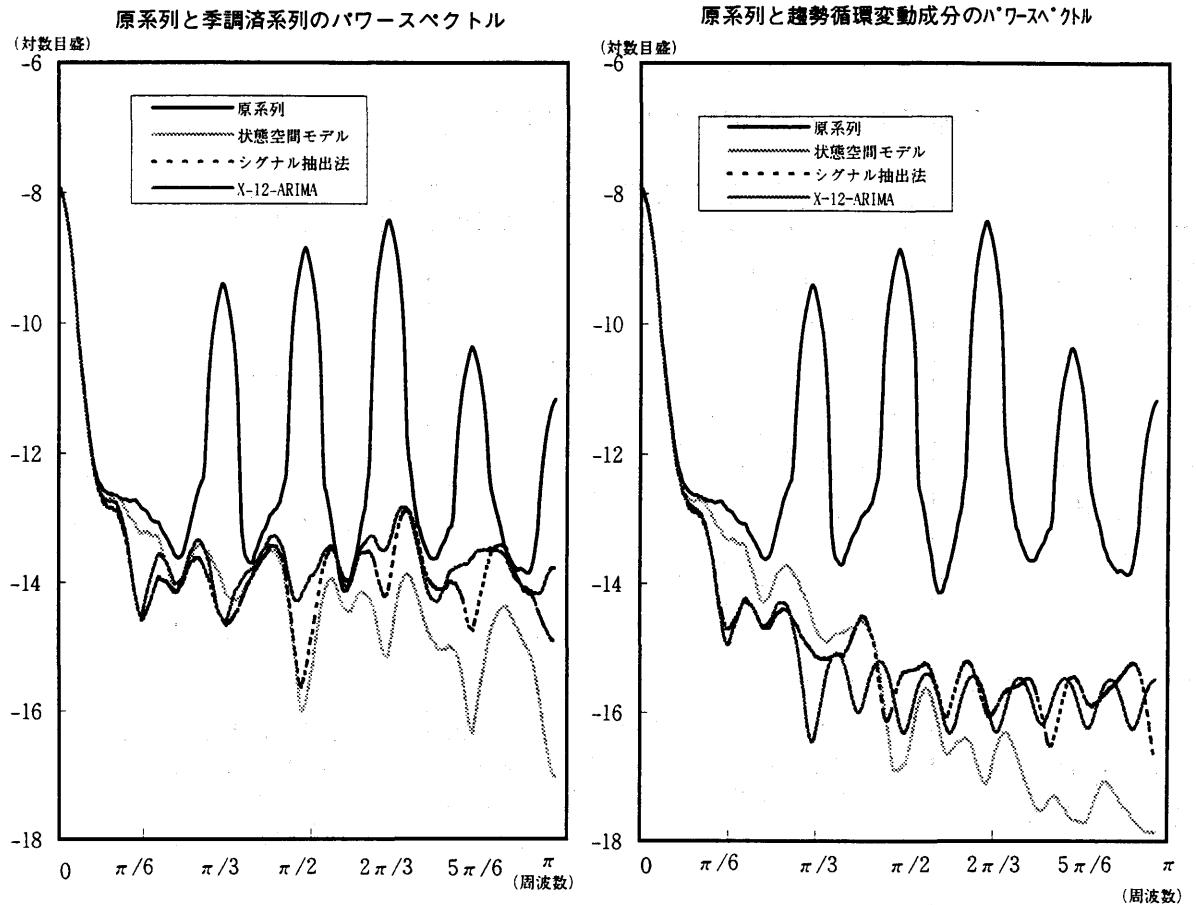
(図表 14)
その 4

季節性除去の適切性に関する周波数領域分析
—銀行券発行残高—



季節性除去の適切性に関する周波数領域分析
—マネーサプライー

(図表 14)
その 5



(図表 15)

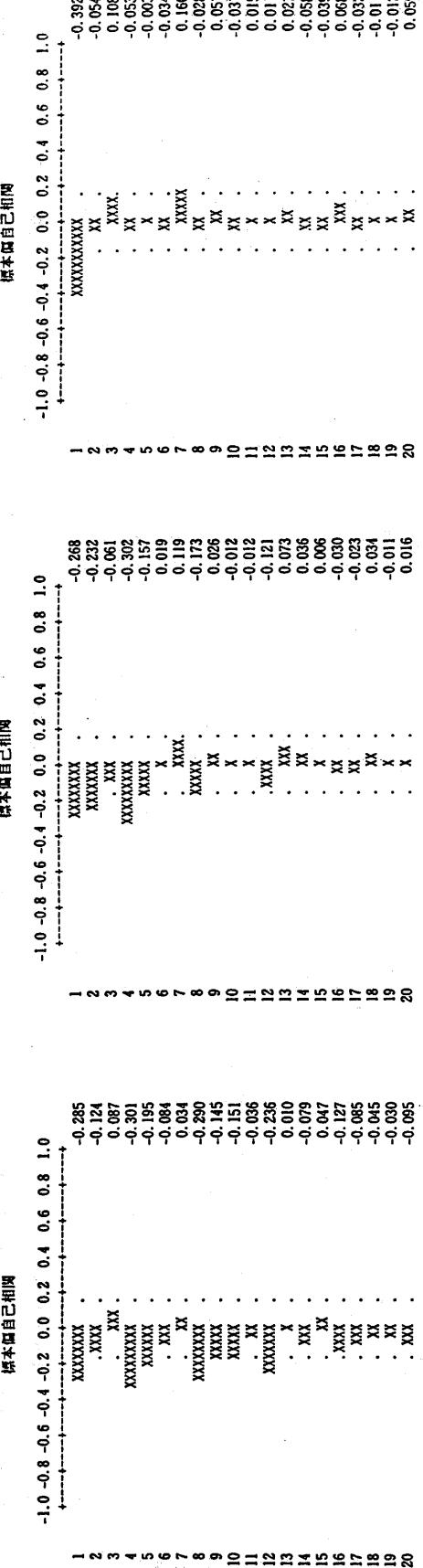
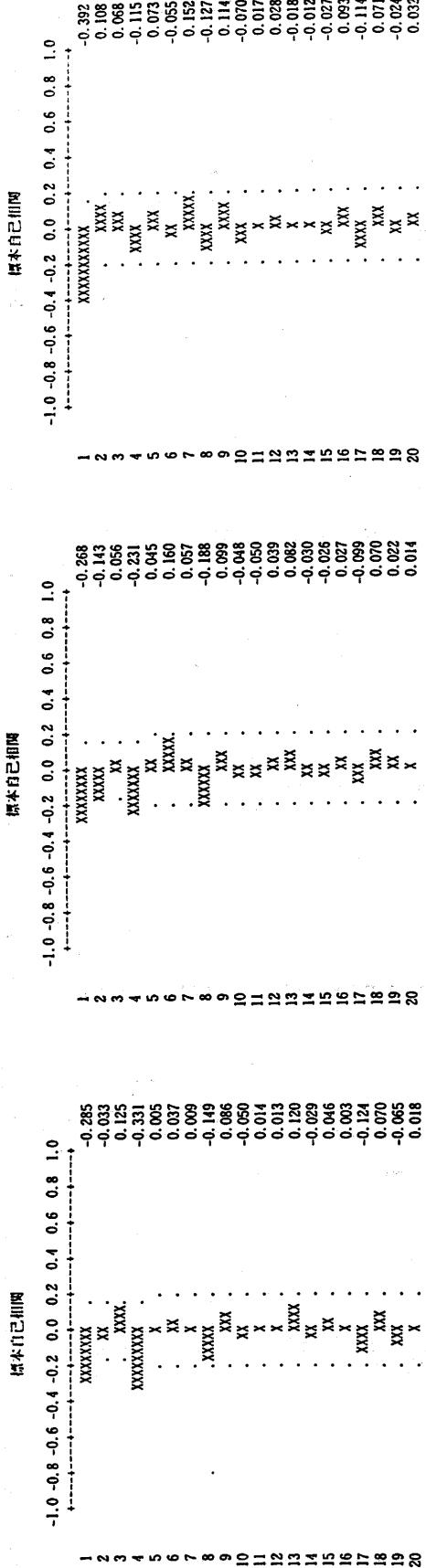
季節性除去の適切性に関する分析結果

	状態空間モデル	シグナル抽出法	X-12-ARIMA
季調済系列に 季節性が残存	鉱工業生産指 数 大口電力使用量	—	—
季調済系列に seasonal dip が 発生	民間最終消費支出 民間設備投資 公的固定資本形成 経常利益 大口電力使用量 銀行券発行残 マネー・サプライ	公的固定資本形成 マネー・サプライ	経常利益
不規則変動に 規則性がある	民間最終消費支出 民間設備投資 公的固定資本形成 銀行券発行残 マネー・サプライ	民間最終消費支出 民間設備投資 公的固定資本形成 マネー・サプライ	民間最終消費支出 民間設備投資 公的固定資本形成 経常利益 マネー・サプライ

状態空間モデル

シグナル抽出法

X-12-ARIMA



$$(1 + 0.33B)(I_r - 1) = (1 - 0.65B^4)A,$$

(-10.89)
(4.45)

$$\sigma^2 = 0.12 \times 10^{-4}$$

$$(I, -1) = (1 - 0.46B)(1 - 0.38B^4)A_i$$

(-6.49) (-5.26)

$$\sigma^2 = 0.13 \times 10^{-4}$$

$$(1 + 0.38B)(I, -1) = (1 - 0.10B^4) \alpha_i$$

(-1.28)

$$\sigma^2 = 0.19 \times 10^{-4}$$

(図表 16) その 1

(注) 標本自己相関と標本自己相關のグラフにおける±0.2 近辺の点線は、自己相関および偏自己相関が0であるという帰無仮説を検定するための有意水準 5% の臨界値を示している。ARIMA モデルにおける a_1 はホワイトノイズ、 σ^2_{ϵ} は残差の標準偏差、() 内は t 値を表す。

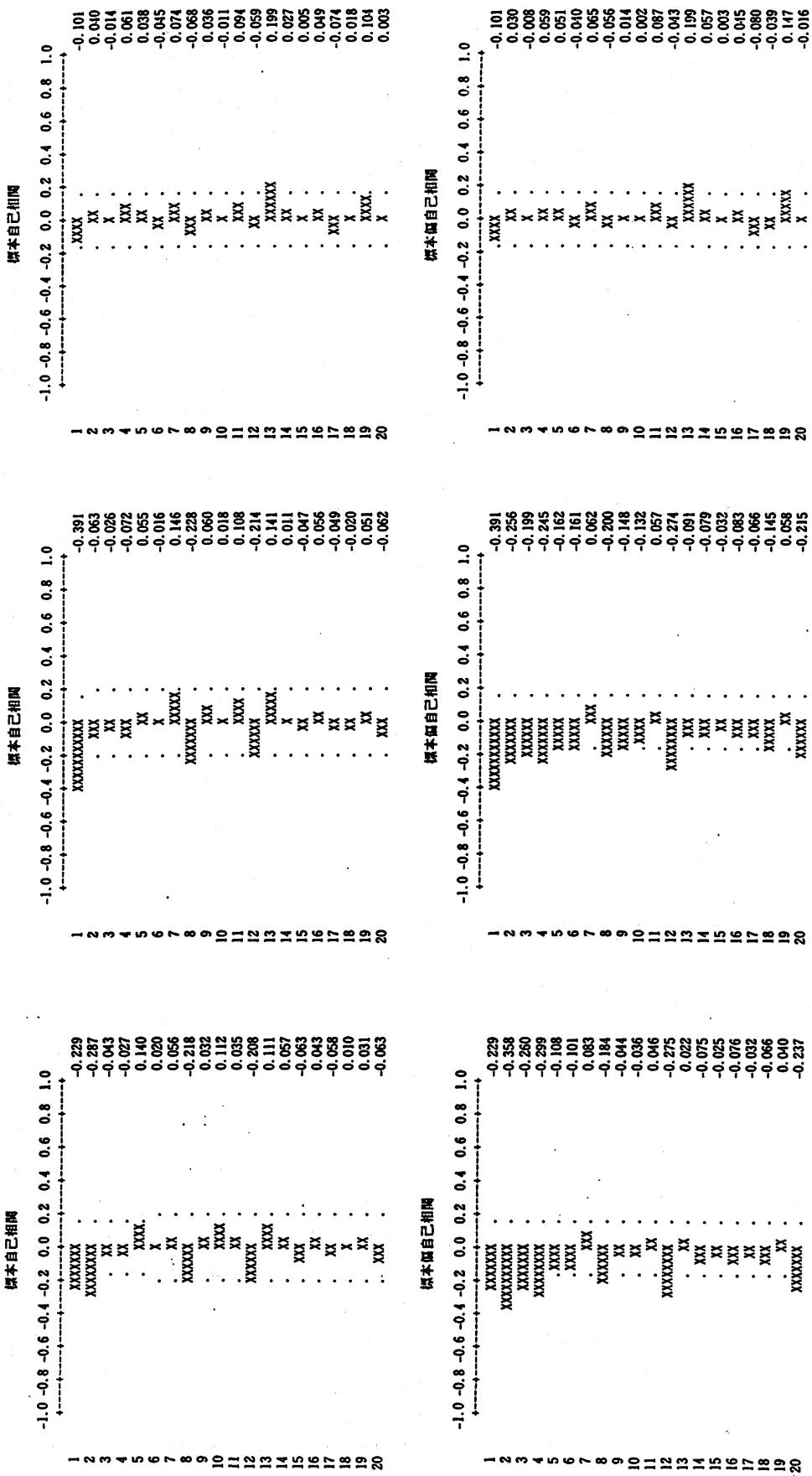
各季節調整法によって推計した公的固定資本形成の不規則変動に関する時間領域分析

状態空間モデル

シグナル抽出法

X-12-ARIMA

(図表 16)
その 2



$$(1+0.53B+0.76B^2+0.52B^3)(I,-1) = (1-1.00B^4)a, \quad (8.01) \quad (14.07) \quad (7.87)$$

$$(1+0.73B+0.73B^2+0.61B^3)(I,-1) = (1-1.00B^4)a, \quad (11.80) \quad (11.17) \quad (9.28)$$

$$(1+0.18B)(I,-1) = (1+0.14B^4)a, \quad (2.25) \quad (-20.53)$$

$$\sigma^2 = 0.12 \times 10^{-3}$$

$$\sigma^2 = 0.88 \times 10^{-4}$$

$$\sigma^2 = 0.60 \times 10^{-3}$$

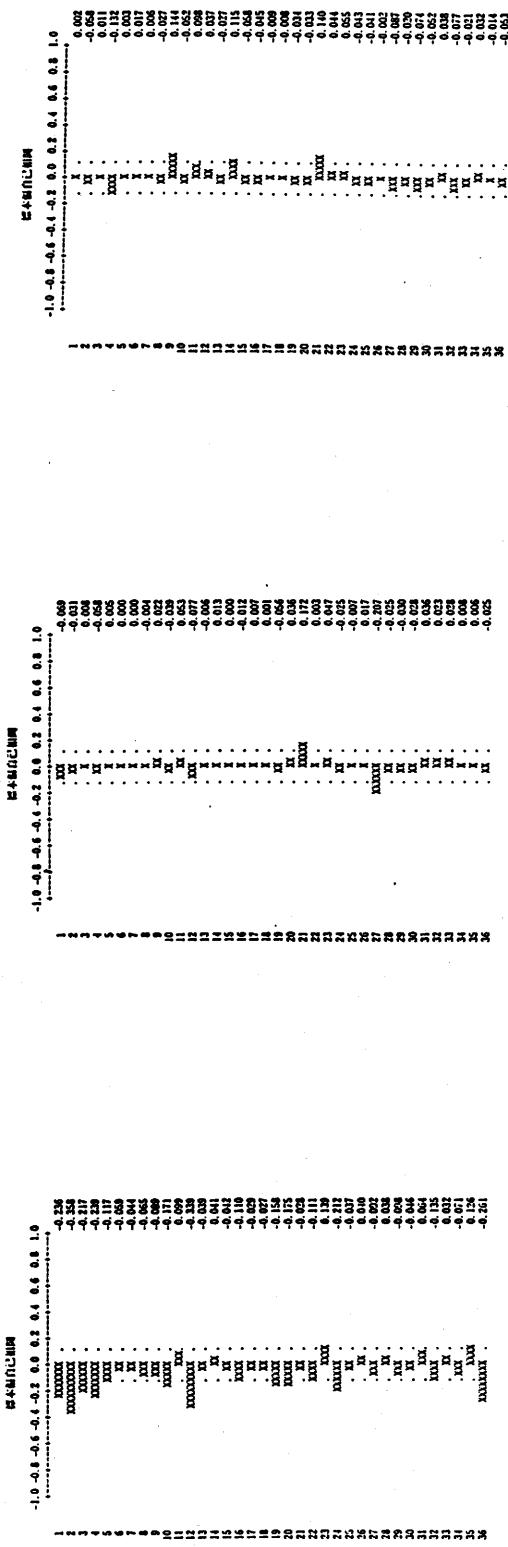
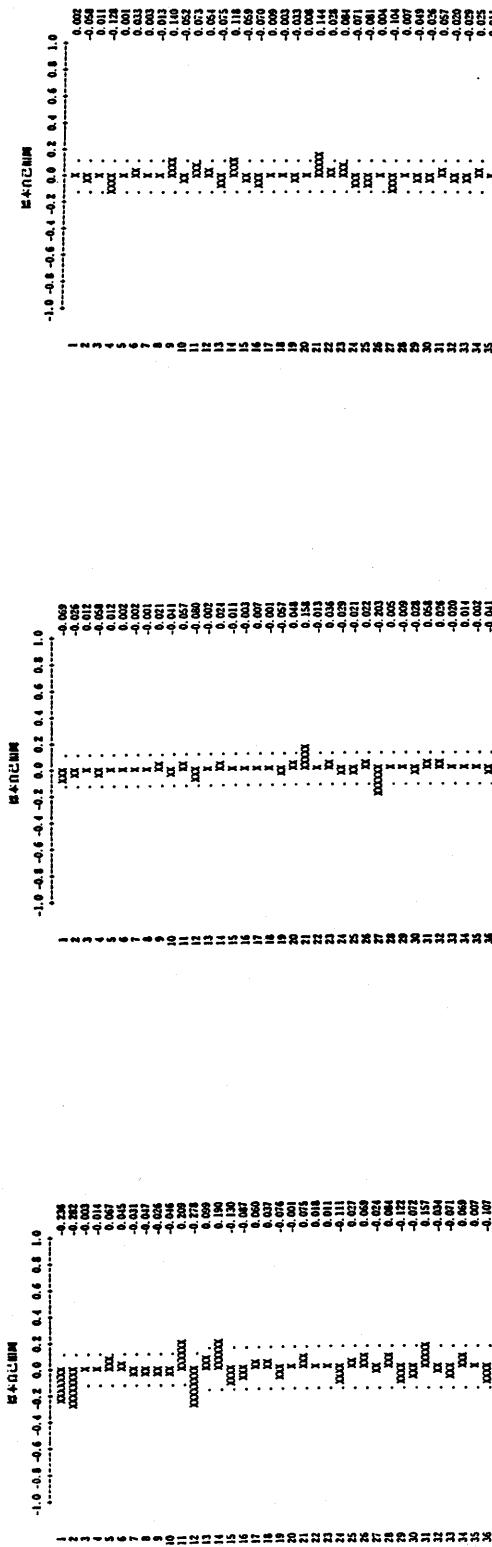
(注) 標本自己相関と標本偏自己相関のグラフにおける±0.2 近辺の点線は、自己相関および偏自己相関が0であるという帰無仮説を検定するための有意水準 5% の臨界値を示している。

各季節調整法によって推計した銀行券発行残高の不規則変動に関する時間領域分析

X-12-ARIMA

シグナル抽出法

状態空間モデル



$$(1 + 0.31B + 0.44B^2 + 0.27B^3 + 0.26B^4)(I_t - 1) = (1 - 0.41B^{12})a_t \quad (7.39)$$

$$\sigma^2 = 0.11 \times 10^{-4}$$

$$(1 - 0.00B)(I_t - 1) = (1 + 0.06B^{12})a_t \quad (-0.03) \quad (1.01)$$

(図表 16)
その 3

(注) 傑本自己相関と標準偏差自己相関のグラフにおける±0.1 近辺の点線は、自己相関および標準偏差自己相関が 0 であるという帰無仮説を検定するための有意水準 5% の臨界値を示している。

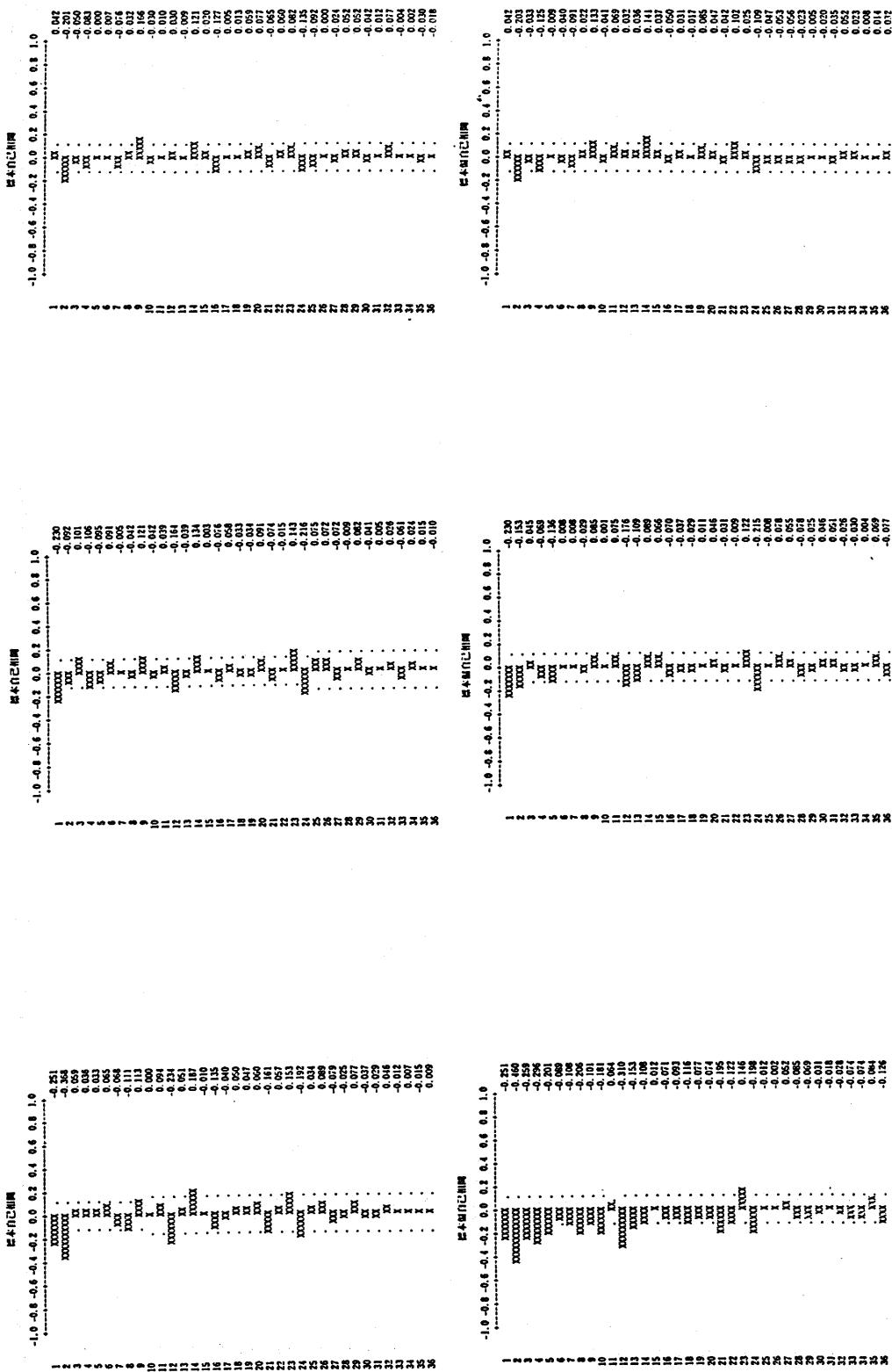
各季節調整法によって推計したマネーサプライの不規則変動に関する時間領域分析

状態空間モデル

シグナル抽出法

X-12-ARIMA

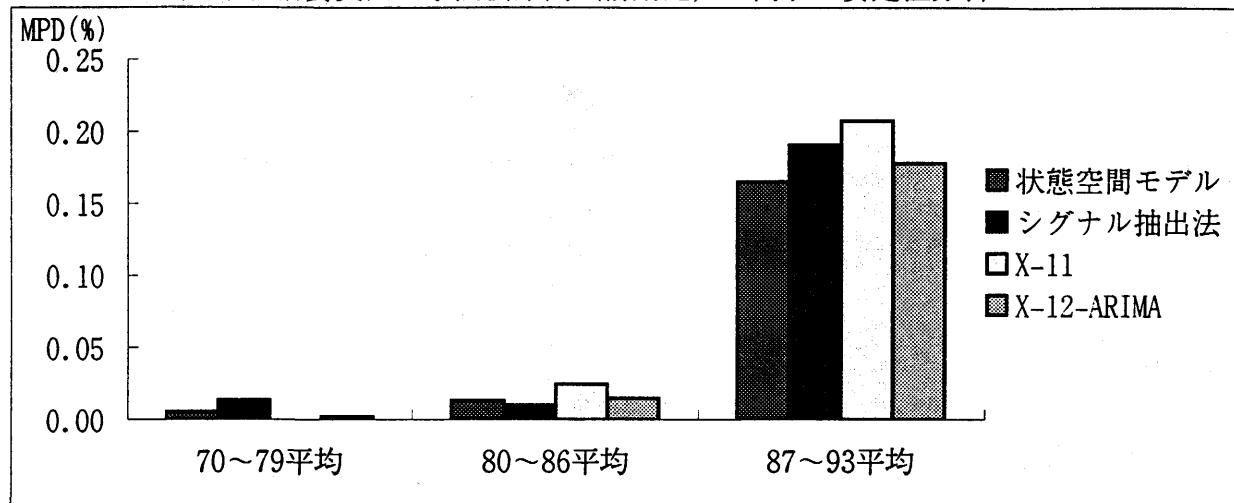
(図表 16)
その 4



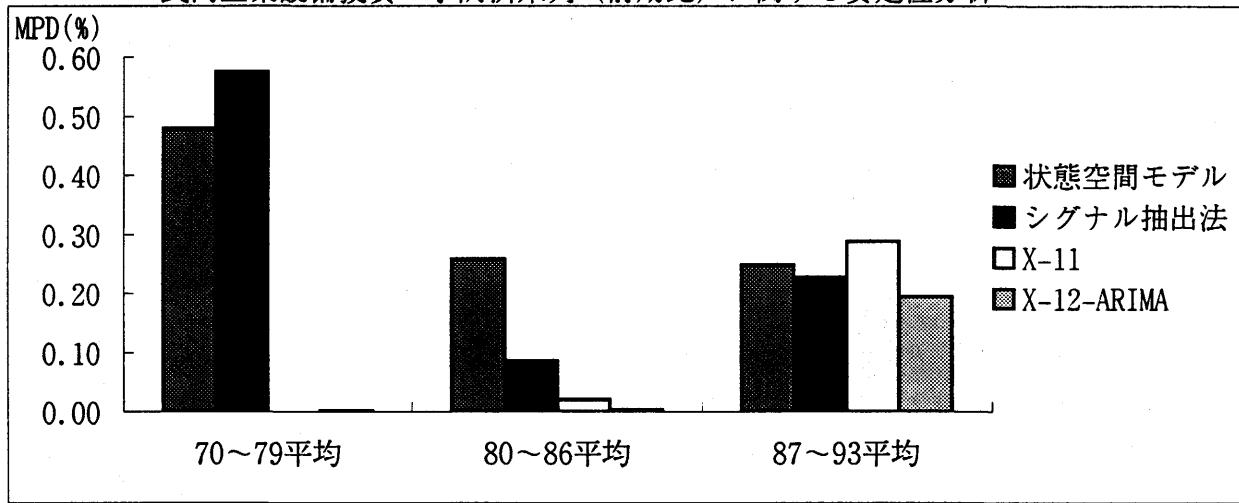
$$\begin{aligned}
 & (1 + 0.59B + 0.82B^2 + 0.61B^3 + 0.61B^4)(I, -1) = (1 - 0.24B^{12})a_i, \\
 & (10.41) (12.61) \quad (7.69) \quad (4.35) \quad (4.82) (2.32) \quad (-5.80) \quad (-0.90) (3.72) \quad (1.23) \\
 & \sigma^2 = 0.19 \times 10^{-6} \quad \sigma^2 = 0.10 \times 10^{-5} \quad \sigma^2 = 0.21 \times 10^{-5}
 \end{aligned}$$

(注) 標本自己相関と標本偏自己相関のグラフにおける±0.1近辺の点線は、自己相関および偏自己相関が0であるという帰無仮説を検定するための有意水準5%の臨界値を示している。

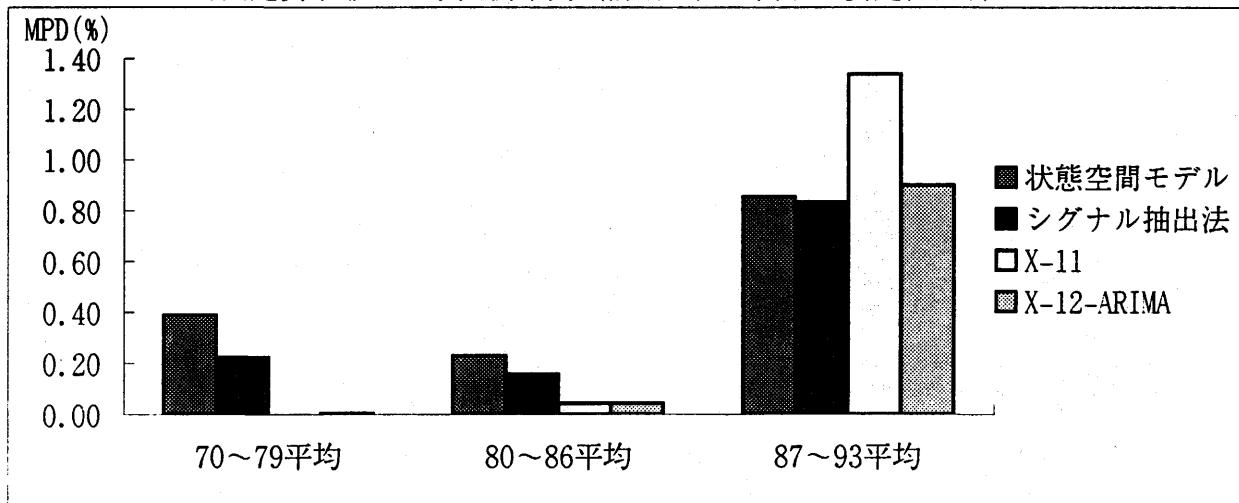
民間最終消費支出の季調済系列（前期比）に関する安定性分析



民間企業設備投資の季調済系列（前期比）に関する安定性分析

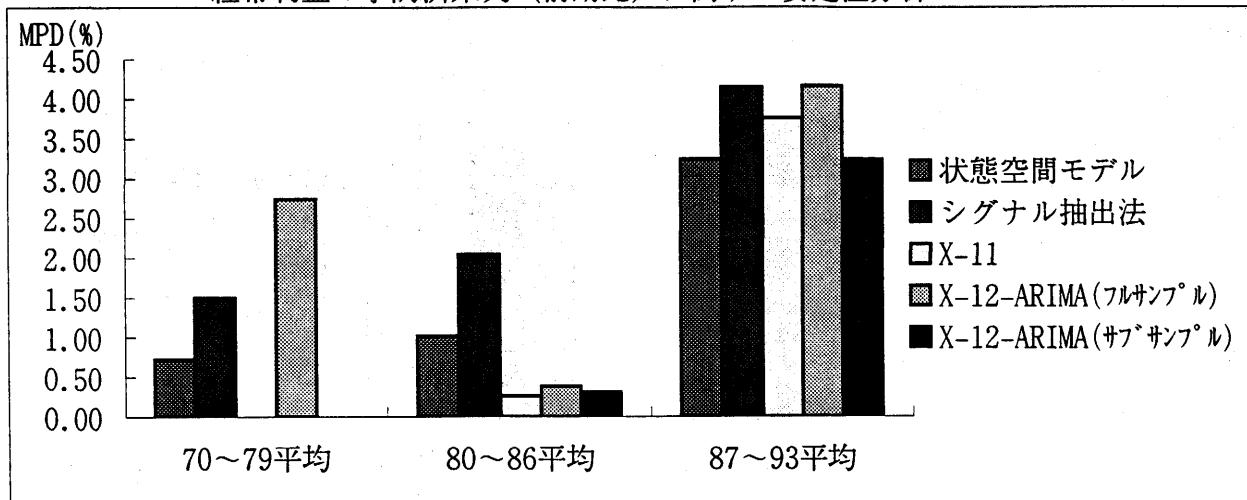


公的固定資本形成の季調済系列（前期比）に関する安定性分析

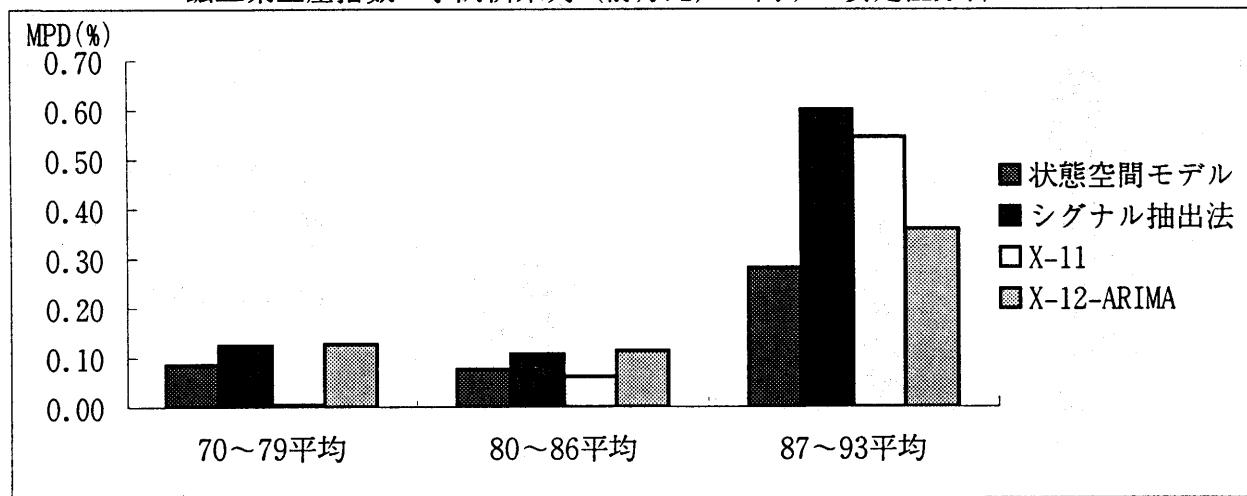


(図表 17)
その 2

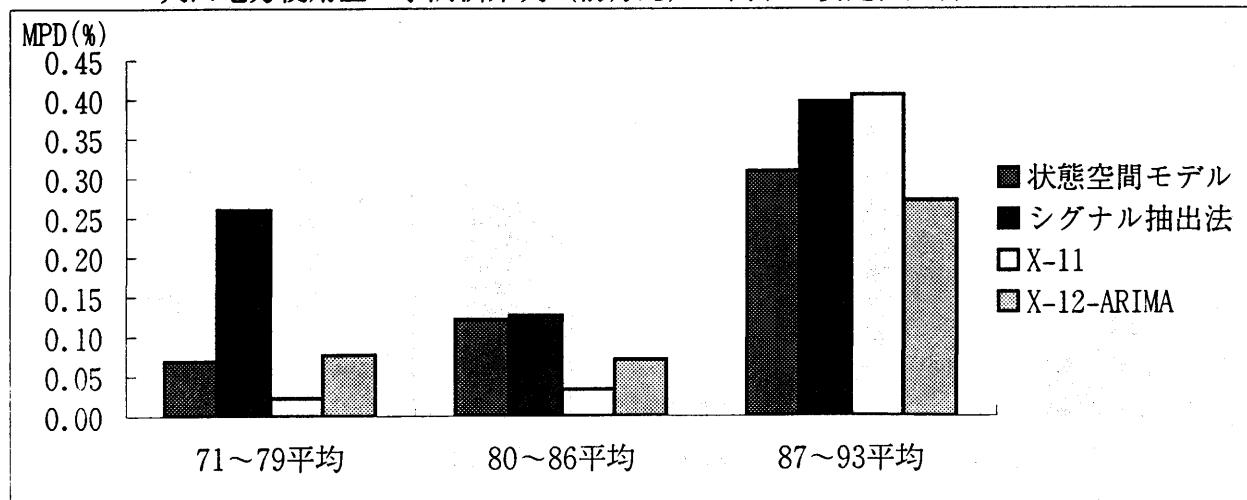
経常利益の季調済系列（前期比）に関する安定性分析



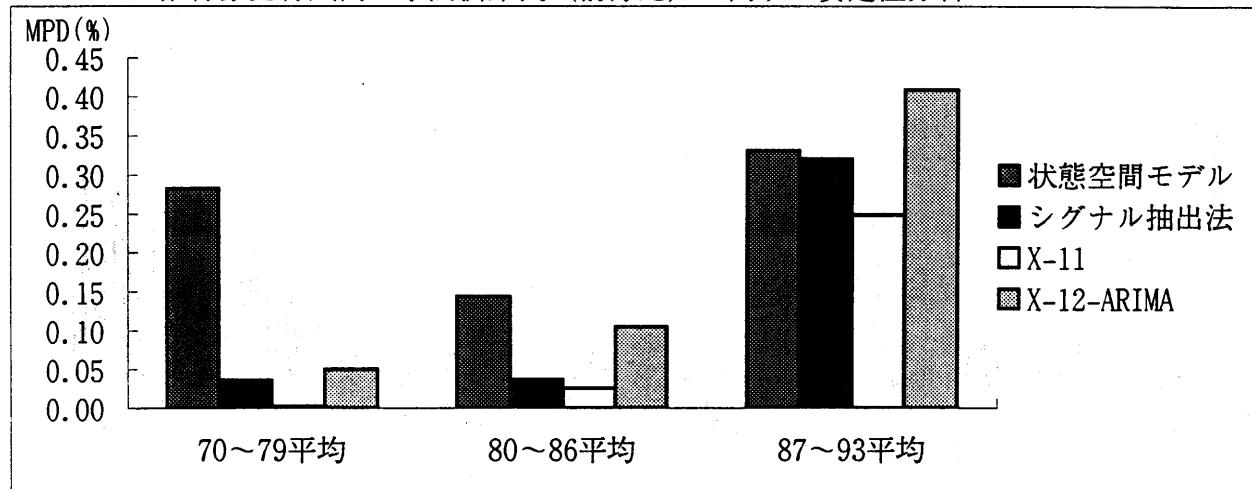
鉱工業生産指数の季調済系列（前月比）に関する安定性分析



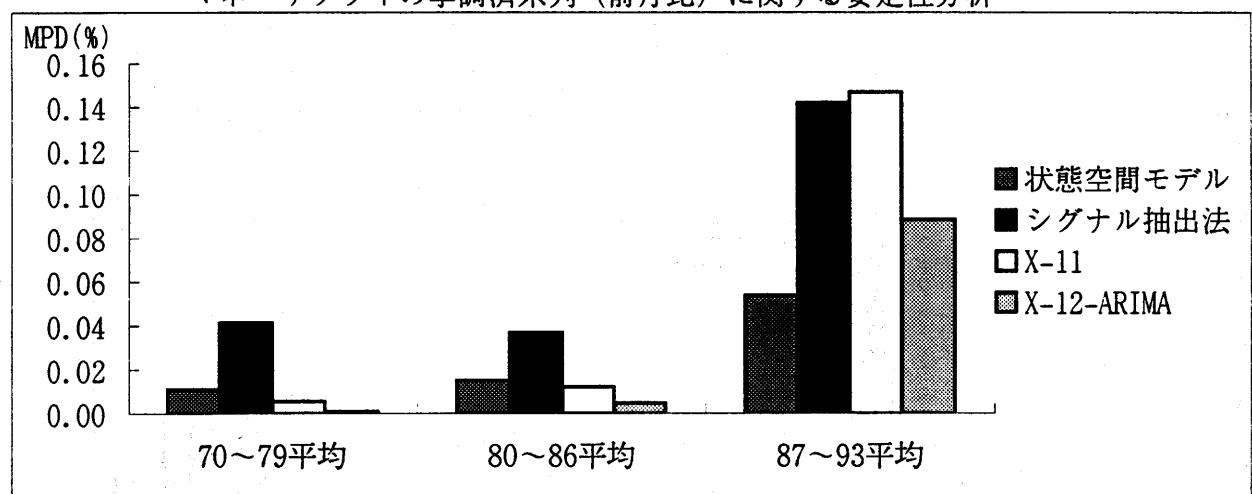
大口電力使用量の季調済系列（前月比）に関する安定性分析



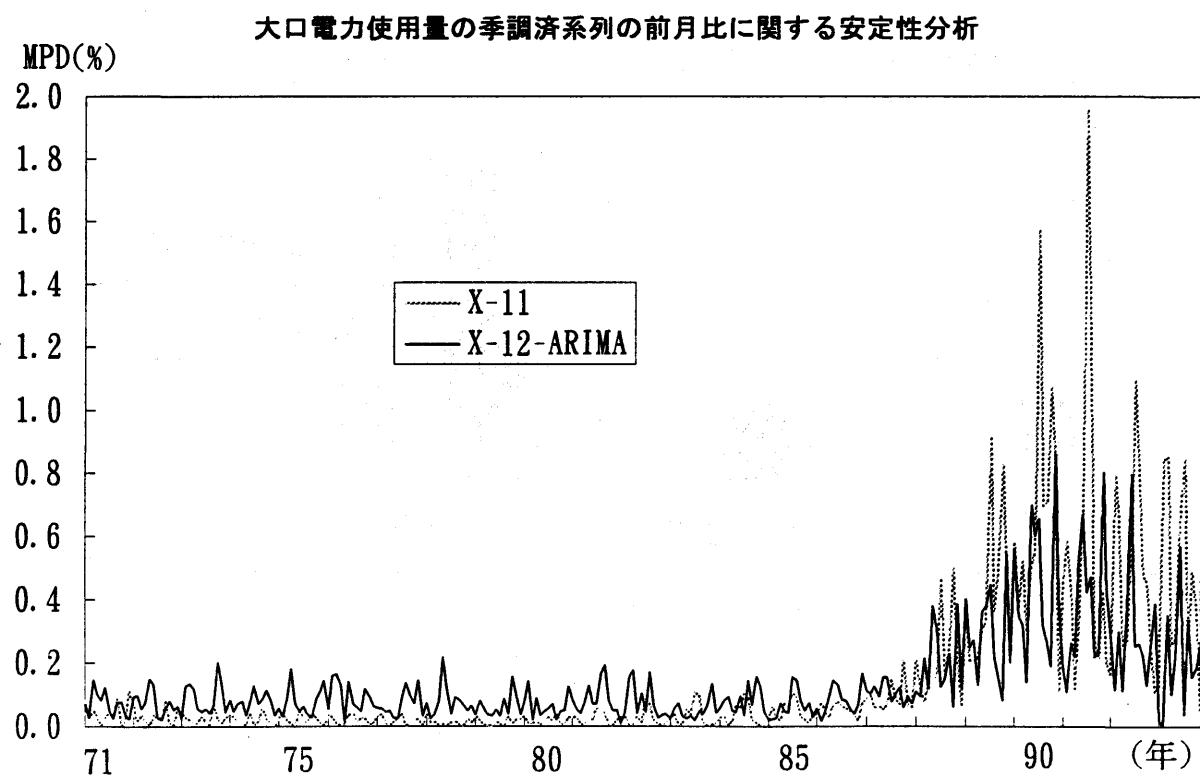
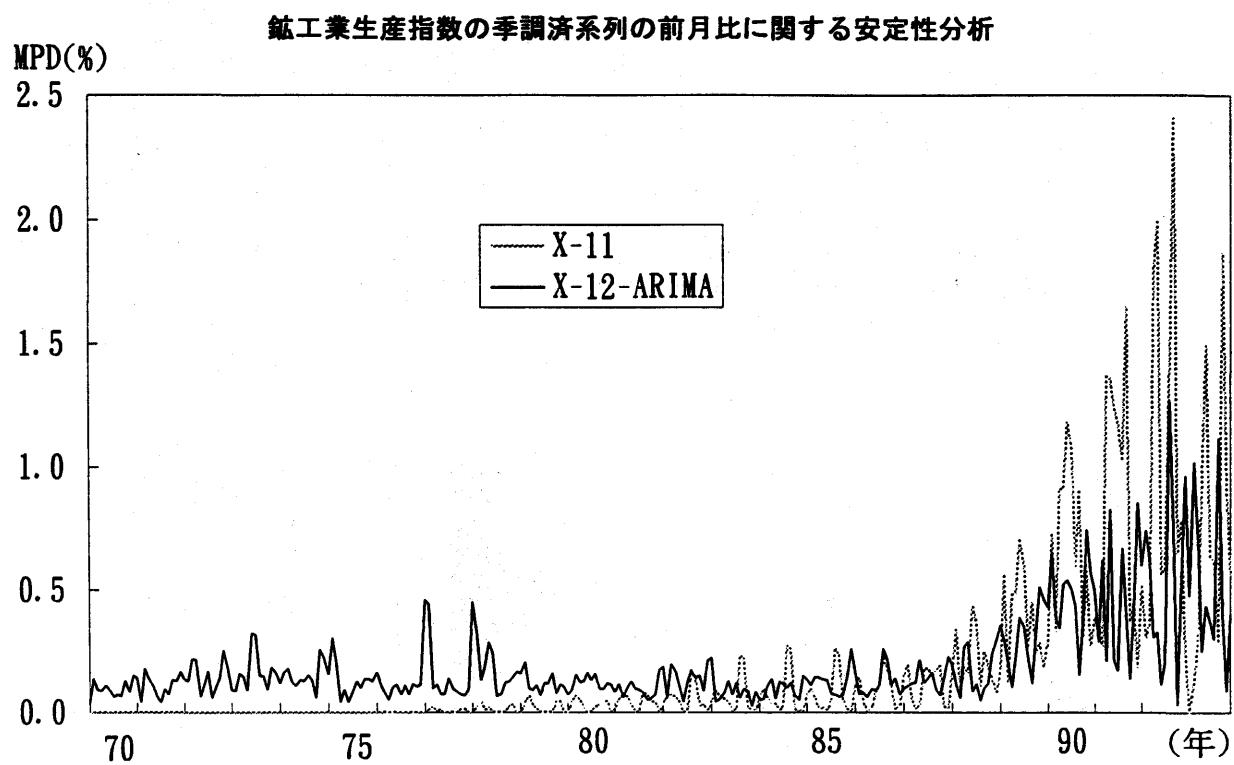
銀行券発行残高の季調済系列（前月比）に関する安定性分析



マネーサプライの季調済系列（前月比）に関する安定性分析

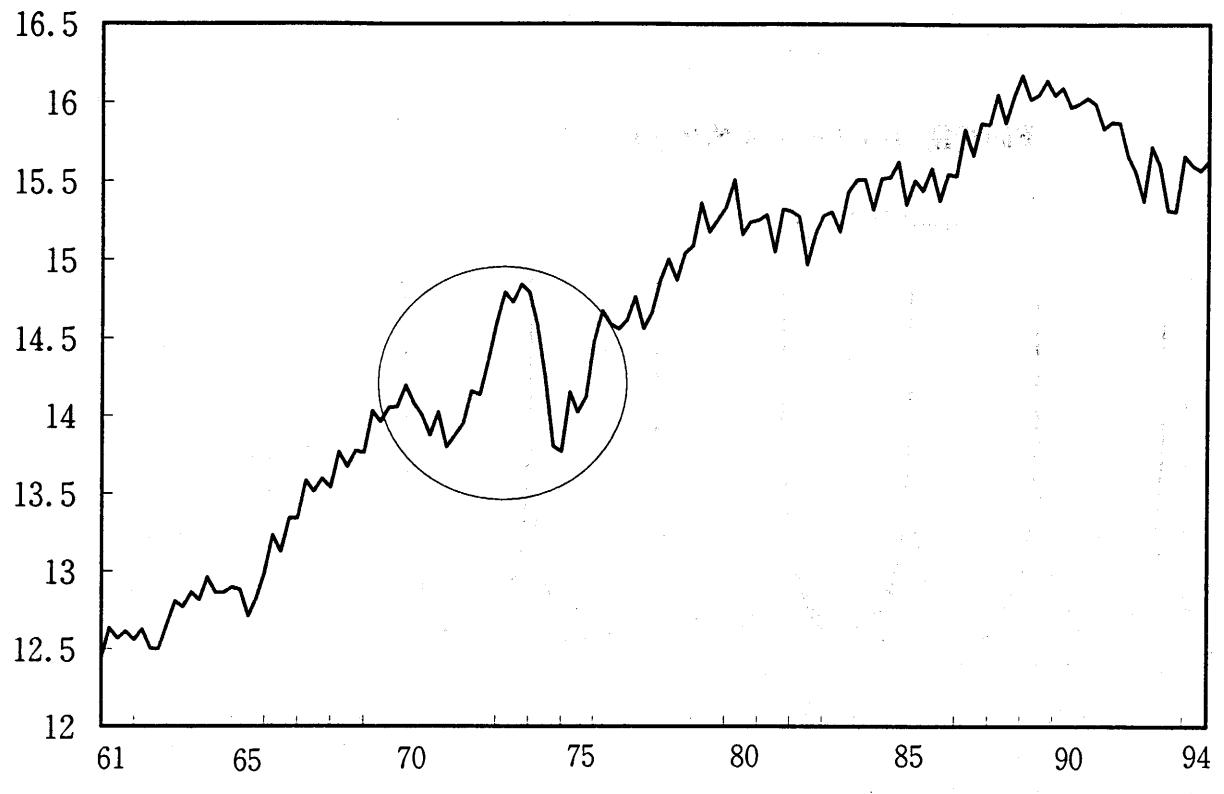


(図表 18)



(図表 19)

経常利益（対数値）の推移

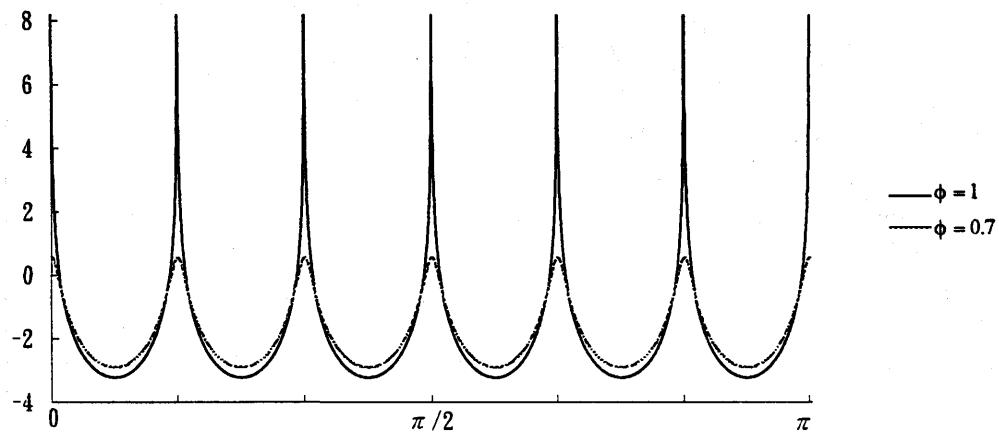


(年)

(図表 20)

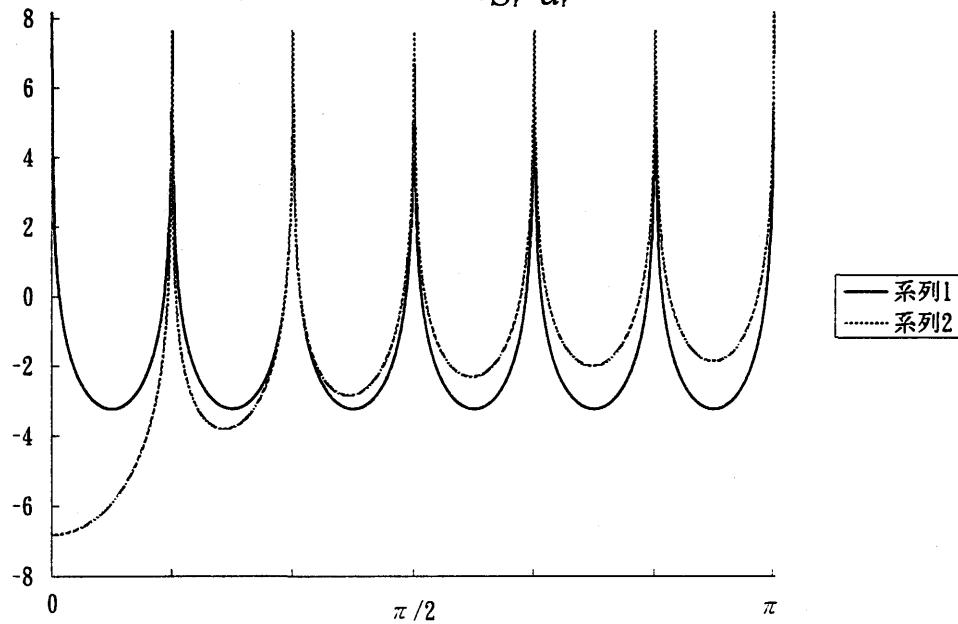
季節変動のパワー・スペクトル

$$(1 - \phi B^{12}) S_t = a_t$$



$$\text{系列1 } (1 - B^{12}) S_t = a_t$$

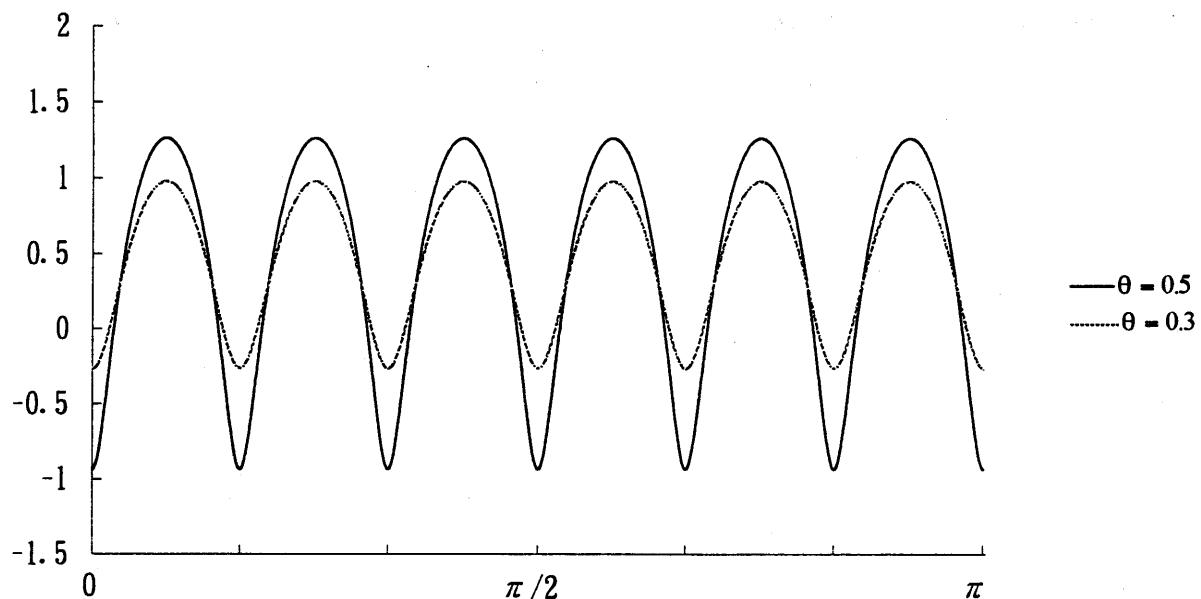
$$\text{系列2 } (1 + B + B^2 + B^3 + \dots + B^{11}) S_t = a_t$$



(注) 図中のパワー・スペクトル（対数変換後）は、ホワイト・ノイズ a_t の分散が 1 のケース、

Seasonal Dip (過剰調整) を表すパワー・スペクトル

$$S_t^* = (1 - \theta B^{12}) a_t$$



(注) 図中のパワー・スペクトル (対数変換後) は、ホワイト・ノイズ a_t の分散が 1 のケース。