

IMES DISCUSSION PAPER SERIES

貿易取引の為替リスクヘッジにおける ディープ・ヘッジングの活用

みわ ゆきや
三輪幸哉

Discussion Paper No. 2025-J-8

IMES

INSTITUTE FOR MONETARY AND ECONOMIC STUDIES

BANK OF JAPAN

日本銀行金融研究所

〒103-8660 東京都中央区日本橋本石町 2-1-1

日本銀行金融研究所が刊行している論文等はホームページからダウンロードできます。

<https://www.imes.boj.or.jp>

無断での転載・複製はご遠慮下さい。

備考：日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズは、金融研究所スタッフおよび外部研究者による研究成果をとりまとめたもので、学界、研究機関等、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図している。ただし、ディスカッション・ペーパーの内容や意見は、執筆者個人に属し、日本銀行あるいは金融研究所の公式見解を示すものではない。

貿易取引の為替リスクヘッジにおけるディーブ・ヘッジングの活用

みわ ゆきや
三輪幸哉*

要 旨

本稿では、企業の為替リスク管理における新たなアプローチとして、機械学習の活用を提案する。具体的には、企業の外貨建て貿易取引に関して、機械学習をヘッジに応用した技術である「ディーブ・ヘッジング」を活用することで、実務上重要な取引コストや内外金利差を考慮したヘッジ戦略の構築を試みる。そのうえで、提案手法によるヘッジ戦略の特性を考察する。その結果、以下の3つの特性を明らかにする。第1に、簡便な金融市場を想定した2項モデルを検証モデルとして用いて提案手法のパフォーマンスを確認すると、提案手法から導出された戦略は検証モデルの理論的な最適戦略と一致する。第2に、提案手法は既存手法と比べて、特に取引コストが高い環境下において、下方リスクを抑制しつつ期待収益向上を実現するという点で優れたヘッジ効果が得られる。これは、提案手法が取引コストに応じた最適戦略を構築できることを示している。第3に、提案手法は、下方リスク抑制と期待収益向上のどちらをより重視するかといった、企業固有のリスク選好をヘッジ戦略に反映することができる。

キーワード：ディーブ・ヘッジング、為替リスク管理、機械学習、動的ヘッジ戦略

JEL classification: C63、G11

* 日本銀行金融研究所（現 三井住友銀行、E-mail: Miwa_Yukiya@dn.smbc.co.jp）

本稿の作成に当たっては、篠潤之介准教授（早稲田大学）、鷹岡澄子教授（成蹊大学）、吉羽要直教授（東京都立大学）、渡部敏明教授（一橋大学）ならびに日本銀行のスタッフ等から有益なコメントを頂いた。本稿に示されている意見は、筆者個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者個人に属する。

1. はじめに

グローバル企業にとって為替リスク管理は重要な課題である。伊藤ほか(2024)が実施した日本の製造業上場企業を対象としたアンケート調査によれば、日本企業の輸出における米ドル建て比率は 60%を超えており、適切な為替リスク管理の重要性が示唆される。もっとも、為替ヘッジを行っている企業の 46%はヘッジ割合について明確な社内ルールがないと回答しており、自社に適した為替リスク管理は容易ではないことが推察される。また同調査では、為替ヘッジを行っている企業の 84%が先物為替予約を利用している一方、通貨オプションを利用している企業は 14%にとどまっており、主に先物為替予約がヘッジ手段として定着していることが示唆される。この背景の 1 つとして、通貨オプションは相場上昇時に収益機会を享受できる一方、契約時に支払うオプション料が高く、企業はその支払いを忌避する傾向にあることが考えられる。

このような状況下、機動的に先物為替予約を取引するダイナミックヘッジと呼ばれる手法に注目が集まっている。その中でも特に、下方リスクを抑制しながら収益機会を享受するという通貨オプションと類似の特性を、オプション料を支払わずに実現するヘッジ戦略への関心が高まっている。もっとも、多くのダイナミックヘッジ戦略には、実務に適用するうえで、取引コストが考慮されていない、市場環境変化に応じた戦略の調整が難しいなどの課題 (Balder *et al.* (2008)、Weng (2014)) が指摘されている。

そこで、本稿では、機械学習の手法を用いて、これらの課題に対応する新たなヘッジ戦略を提案する。具体的には、機械学習をヘッジに応用した技術である「ディープ・ヘッジング」¹を使い、先物為替予約を用いたダイナミックヘッジ戦略を導出する。そのうえで、下方リスクの抑制と期待収益の向上という観点から既存手法と比較し、提案手法を実務に応用する際の課題や論点を明確化する。

分析の結果、提案手法のヘッジ戦略について、以下の 3 つの特性が明らかにされる。第 1 に、提案手法から導出されたヘッジ戦略は、検証モデルの理論的な最適戦略と整合的である。ここで用いた検証モデルは、2 項モデルで表現できる簡便な金融市場を前提としているものの、この結果は提案手法のヘッジ戦略が機能することを示唆している。第 2 に、提案手法は、ヘッジ戦略を導出する際に取引コストを明示的に組み込んでいることから、取引コストの変化に適応できる柔軟性を持つことが示される。提案手法は、特に取引コストが高い環境下にお

¹ ディープ・ヘッジングは、もともとデリバティブのヘッジ手法として研究されてきたが、近年では、広範なリスク管理に応用する研究が増えている (Krabichler and Teichmann (2020)、Fernandez-Arjona and Filipović (2022))。

いて、ヘッジ比率の変動を抑制して取引コストを抑える戦略を提示するなど、下方リスクを抑制しつつ期待収益向上を実現するという点で優れたヘッジ効果を発揮する。第3に、提案手法は、リスク尺度の設計を調整することで、企業のリスク選好をヘッジ戦略に反映することができる。例えば、為替レートフロア（下限）割れ回避度パラメータを小さくすると、提案手法は、フロア割れリスクよりも期待損益向上をより重視する戦略を導出することになる。

本研究は、下方リスクを抑制しながらも収益機会を享受するダイナミックヘッジについての研究と深く関連している。ダイナミックヘッジの伝統的なアプローチとしては、オプションのペイオフを模倣する戦略である OBPI (Option-Based Portfolio Insurance, Leland and Rubinstein (1976)) や、ポートフォリオ金額と最低保証額（フロア）の差額に、あらかじめ定めておいた乗数を掛けることでヘッジ比率を決定する戦略である CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance, Black and Jones (1987)) などが挙げられる。これらの手法は、オプション料を支払わずに実現できる一方で、理論上の最適戦略が取引コストを考慮しないという問題点がある。

近年は、機械学習を活用したダイナミックヘッジのアプローチが提案されている。Heaton *et al.* (2016)やNiaki and Hoseinzade (2013)は、将来価格の予測モデルを構築しその予測値に基づいて戦略を導出するアプローチを、Du *et al.* (2016)やJiang *et al.* (2017)は、強化学習を用いて直接的に最適な戦略を導出するアプローチを提案している。前者には、取引コストなどを理論的に組み込むことが難しいという課題 (Jiang *et al.* (2017))、後者には、強化学習によって導出された戦略の結果を適切に評価するための報酬関数の設計が難しいという課題 (Hambly *et al.* (2023))、学習が不安定になりやすいという課題 (Pippas *et al.* (2024)) が指摘されている。本稿は、ディープ・ヘッジングを活用することで、これらの課題点を回避したダイナミックヘッジのアプローチを提案する。

本稿の構成は以下のとおりである。2節では、ディープ・ヘッジングの概要を解説したうえで、企業の為替リスク管理への応用について示す。3節では、単純な2項モデルにおいて、提案手法で得られるヘッジ戦略と理論的な最適戦略との整合性を確認する。4節では、シミュレーション分析により、既存のダイナミックヘッジの手法で得られるヘッジ戦略との比較を通じて、提案手法の有効性を検証する。5節では、まとめと考察を行う。

2. ディープ・ヘッジングの理論的枠組みと為替リスク管理への応用

本節では、まずディープ・ヘッジングの理論的枠組みを整理したうえで、本研究における応用について論じる。

(1) ディープ・ヘッジングの理論的枠組み

Buehler *et al.* (2019) によって提案されたディープ・ヘッジングは、デリバティブのヘッジ問題を凸リスク最小化問題として深層学習により解く枠組みである。以下では、その枠組みを簡潔に整理する。

対象期間を時点 0 から満期時点 T までとし、その間の取引可能時点を $t_0 < t_1 < \dots < t_n = T$ とする。確率空間を $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 、離散フィルトレーションを $\{\mathcal{F}_k\}_{k=0, \dots, n}$ とし、ヘッジ対象の原資産の価格過程 $\{S_k\}_{k=0, \dots, n}$ は $\mathcal{F}_k$ -適合な実数値確率過程とする。このとき、ヘッジ戦略とは、 $\mathcal{F}_k$ -適合な実数値確率過程 $\delta = \{\delta_k\}_{k=0, \dots, n}$ で示されるヘッジ手段の各時点でのポジション量（保有量）である。この設定のもとで、デリバティブでショートポジションを取った場合、満期時点での損益は以下のように表現される。

$$PL(Z_T, p_0, \delta) = p_0 - Z_T + \sum_{k=0}^{n-1} \delta_k (S_{k+1} - S_k) - \sum_{k=0}^n c_k (\delta_k - \delta_{k-1}) \quad (1)$$

ここで、 p_0 は初期時点でのデリバティブ売却益、 Z_T は満期時点で支払う必要のあるペイオフを表す。また、右辺第 3 項はヘッジ取引による損益、右辺第 4 項は取引コストを表現している。取引コスト関数 $c_k(\cdot)$ については、例えば取引量に比例する形で $c_k(\delta_k - \delta_{k-1}) = \varepsilon |\delta_k - \delta_{k-1}| S_k$ などが考えられる。

上記の損益に対するリスクを定量化するために、凸リスク尺度 ρ を導入する。凸リスク尺度は、単調減少性、凸性、現金不変性という 3 つの性質を満たす関数として定義される。単調減少性は、すべての状況でポートフォリオ 1 の損益がポートフォリオ 2 の損益を上回る場合、ポートフォリオ 1 のリスク尺度はポートフォリオ 2 のリスク尺度を超えないことを表す。凸性は、分散効果を公理化したものであり、2 つのポートフォリオに分散投資したポートフォリオのリスク尺度は、個別のポートフォリオのリスク尺度を加重平均したものを超えないことを意味する。現金不変性は、確実なペイオフがリスク尺度を同額だけ減らす性質を示している。

この設定の下で、最適ヘッジ戦略は以下の最小化問題の解として定式化される。

$$\delta^* = \underset{\delta \in H}{\operatorname{argmin}} \rho(PL(Z_T, p_0, \delta)) \quad (2)$$

ここで H は実行可能なヘッジ戦略の集合を表す。

ディープ・ヘッジングでは、ヘッジ戦略をニューラルネットワークによりモデル化し、損失リスクを最小化するようにネットワークを訓練する。具体的には、時点 t_k におけるヘッジ戦略 δ_k を以下のような形でモデル化する。

$$\delta_k = F^{\theta_k}(x_k) \quad (3)$$

ここで、 $F^{\theta_k}(\cdot)$ は時点 t_k におけるヘッジ戦略を記述するニューラルネットワーク関数、 θ_k はニューラルネットワーク F^{θ_k} のパラメータ、 x_k は時点 t_k における入力特徴量である。 $F^{\theta_k}(\cdot)$ は2~3層の浅いニューラルネットワークとするのが通例となっている。なお、Buehler *et al.* (2019) では時点 t_k ごとに異なるパラメータ θ_k を使用する設計を採用しているが、本研究では、実装の簡素化と計算効率の観点から、全時点で共通のパラメータ θ を使用してモデル化している。その代わりに、時点の情報を入力特徴量に含めることで、パラメータ数を削減しつつも、時間軸に沿ったヘッジ戦略の導出を可能としている。この設計は、今木ほか(2021)のNo-Transaction Band ネットワークなどでも採用されている。入力特徴量 x_k には、現在の原資産価格 S_k 、直前のヘッジポジション δ_{k-1} 、および市場環境変数（ボラティリティ指標、金利など）が含まれる。

パラメータ θ の最適化は、リスク尺度 ρ を目的関数として行われ、以下のように表現される。

$$\theta^* = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \rho(PL(Z_T, p_0, \delta)) \quad (4)$$

この最適化は、通常、確率的勾配降下法などの深層学習の標準的な学習アルゴリズムを用いて行われる。

ヘッジ戦略の実行においては(3)式より、学習させたパラメータ $\theta_k^* = \theta^*$ のニューラルネットワーク $F^{\theta_k^*}$ に、実現した入力特徴量 x_k を代入することで、時点 t_k におけるヘッジ戦略 δ_k^* を求めることができる。

(2) 為替リスク管理への応用

本研究では、ディープ・ヘッジングの理論的枠組みを、先物為替予約を用いた

輸出企業の外貨建て債権の為替リスクヘッジに応用する。市場環境に応じて先物の保有量を動的に調整することで、下方リスクを抑制しつつ期待収益の向上を追求するヘッジ戦略の構築を目指す。以下では、その際に考慮すべき点について説明する。

まず、先物為替予約を行う際のコストとして、通常取引コストに加えて、内外金利差による直物レートと先物レートの差額（直先差額）をコストとして考慮する。学術研究では一般的に、内外金利差による直先差額は、将来キャッシュフローを現在価値に割り引いたものであり、実質的なコストとして扱わないものの、企業の為替リスク管理においては契約時の為替レートを基準にすることが一般的であるため、内外金利差による直先差額もコストに含めることが多い。この要因の 1 つとしては、直先差額が会計上の為替差損益として計上されてしまうことが挙げられる。例えば、ドル建て輸出債権が発生し 3 ヶ月後に入金予定で、現時点の為替レートが 150 円/ドル、現時点の 3 ヶ月先物レートが 149 円/ドルという状況を想定する。この 1 円/ドルの直先差額は、学術的には将来キャッシュフローの現在価値への割引を反映したものと解釈されるが、実際にこの先物為替予約を締結すると、会計上の為替差損として 1 円/ドル計上されることになる。以降本稿では、この直先差額を取引コストとは区別して、ディスカウントコストと表記する。

次に、コストの支払いタイミングについて考える。*Buehler et al. (2019)* のモデルでは取引コストは満期にまとめて清算する形式を採用しているのに対し、本研究では為替予約取引の実務に即して、各取引時点で元本から即時に支払う形式を採用している。これは、一般的に企業が取り組む為替予約取引では、金融機関から提示される為替予約レートにコストが織り込まれており、実質的に取引時点で元本からコストを支払うためである。

また、*Buehler et al. (2019)* のモデルでは、デリバティブ（オプション）のヘッジを想定し、ヘッジ手段のポジション量を導出する設計となっている一方、本研究では、ヘッジ比率（ヘッジ対象のポジション量に対するヘッジ手段のポジション量の割合）を導出する設計としている。これは、為替リスク管理の実務において、ポジション量よりもヘッジ比率の方が実務担当者にとって解釈しやすく、また取引コストにより元本が変動する環境下では、比率表記の方が異なる手法間・時点間でのヘッジ度合いの比較が容易なためである。

さらに、下方リスクを抑制しつつ期待収益の向上を追求したいという企業の要望に応えるため、リスク尺度の設計においては、以下の特性を考慮することが重要となる。

- 1) 期待収益の最大化
- 2) 下方リスクに対するペナルティ
- 3) 企業によるリスク選好度の柔軟な反映

従来のリスク尺度は、期待収益とリスクのトレードオフを考慮したものが多いが、企業における為替リスク管理の文脈では、目標下限損失（フロア）からの乖離に注目して、リスク尺度を考えることが重要である。これは、一般的に企業は確保したい採算水準を持っており、為替変動による損失額をその採算水準内に抑えたい意向があるためである。このため、実務的には取引ごとに、採算確保の観点から意識されるフロアが存在している。

3. ディープ・ヘッジングの理論的整合性の検証

本節では、ディープ・ヘッジングを活用した提案手法が適切に機能するかを検証する。具体的には、単純な2項モデルにおいて、ディープ・ヘッジングにより得られる数値解が、動的計画法により導出される理論的最適解と一致するかどうか考察する。

(1) 検証モデルの設定

検証に用いる2項モデルを以下のように設定する。

- 外貨建て債権：1単位（1ドル）
- 初期為替レート：150円/ドル
- 取引可能時点： $t_0, t_1, \dots, t_n = T$ （ここでは $n = 3$ ）
- 各取引可能時点における為替変動： ± 5 円（上昇または下落）
- 上昇確率： $p = 0.4$ 、下落確率： $1 - p = 0.6$
- ヘッジコスト： $c(h_k, t_k) = \alpha(t_n - t_k)|h_k - h_{k-1}|$ を期末に支払う

ここで、ヘッジコストは、取引コストとディスカウントコストの合計である。 α はコスト係数（ヘッジコストの大きさを決定するパラメータ）、 $t_n - t_k$ は時点 t_k における満期までの残存期間、 h_k は時点 t_k におけるヘッジ比率（ $0 \leq h_k \leq 1$ ）を表す^{2,3}。ヘッジコストが残存期間に応じて増加するのは、内外金利差によるディスカウントコストが、残存期間が長いほど大きくなることを簡略化して表現するものである。なお、本検証では簡単化のため、ヘッジコストは期末にまとめて支払う設定としている。

² 本稿では、 $h_{-1} = 0$ および $h_n = h_{n-1}$ としている。これは、初期時点でヘッジ比率を h_0 にする際のコストを加味することと、満期時点ではヘッジ取引を行わないことを意味する。

³ 2節(2)において、ヘッジポジション量 δ_k ではなくヘッジ比率 h_k を導出する理由について述べたが、本検証の設定においては $h_k = \delta_k$ となる。

これに加え、理論的最適解を導出する際には、解析的な解を得るために以下の追加的な制約を設ける。

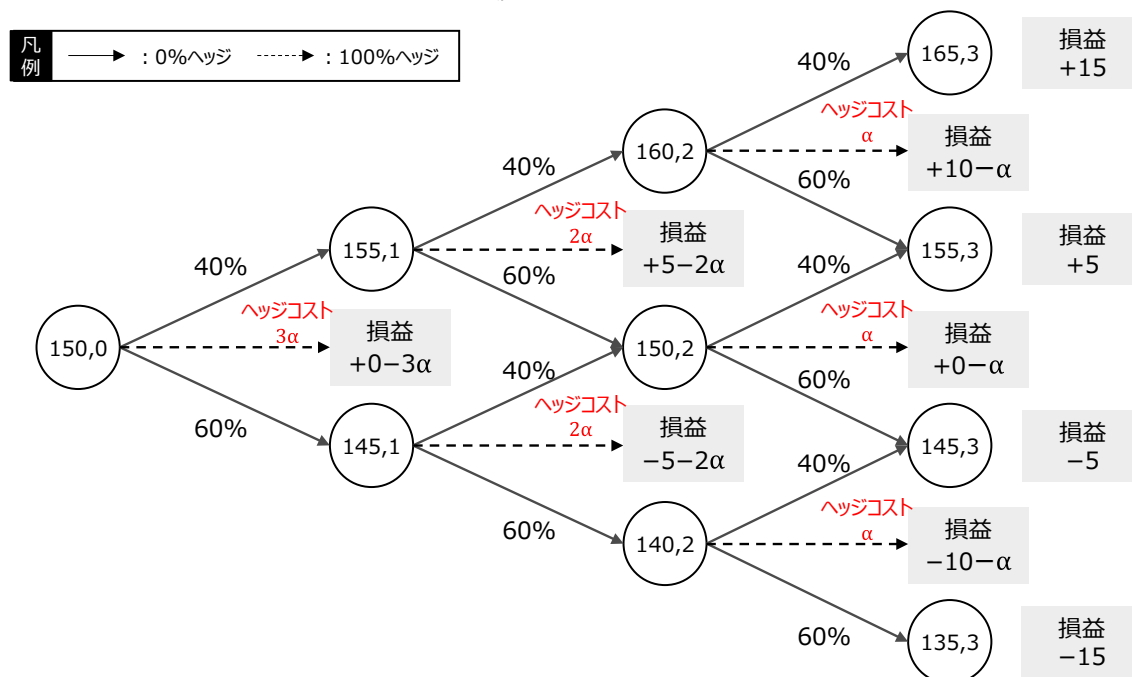
- ヘッジ比率： $h_k \in \{0,1\}$ の2値
- 終端条件：一度ヘッジを実行すると ($h_k = 1$ の場合)、損益が確定する

一方、ディープ・ヘッジングによる数値解の導出では、これらの制約を課さず、連続的で柔軟なヘッジ比率を許容する。そのため、ディープ・ヘッジングではより広い範囲を探索することとなる。

本検証では、上述の設定のもと、満期時点での損益の期待値 $E[PL]$ を最大化するヘッジ戦略 $h^* = \{h_k^*\}_{k=0,1,2,3}$ を導出する。ここで PL は満期時点 t_n における累積損益を表す。この単純化された環境でディープ・ヘッジングを用いた数値解と理論的最適解の一致を確認することで、より複雑な環境における提案手法の妥当性を検証する基盤とする。

図1には、検証モデルの概念図を示している。初期時点から始まり、各時点で為替レートが上昇または下落する2項ツリー構造となっている。各ノードは状態（為替レートと時点）を表し、エッジは状態遷移を表している。図1では単純化のために、理論的最適解の導出における制約付きの状態遷移（2値のヘッジ比率や終端条件）を示しているが、ディープ・ヘッジングを用いて数値解を導出する際には、連続的なヘッジ比率の選択やヘッジ実行後の状態遷移が可能である。各状態において最適ヘッジ比率を比較することが本検証の目的である。

図1：検証モデルの概念図



(2) 理論的最適解の導出

本節(1)の設定下での最適ヘッジ戦略は、ベルマン方程式を用いた動的計画法により導出できる。価値関数 $V(S_k, t_k)$ を以下のように仮定する⁴。

$$V(S_k, t_k) = \max_{h_k \in \{0,1\}} \{E[V(S_{k+1}, t_{k+1})], S_k - S_0 - c(h_k, t_k)\} \quad (5)$$

ここで、 S_k は時点 t_k における為替レート、 $E[V(S_{k+1}, t_{k+1})]$ は $h_k = 0$ の場合の価値、 $S_k - S_0 - c(h_k, t_k)$ は $h_k = 1$ の場合の価値を表す。このベルマン方程式を終端から帰納的に解くことで、各状態における最適ヘッジ比率 $h^*(S_k, t_k)$ が決定される⁵。実際に(5)式を解くと、ヘッジコストが $c(h_k, t_k) = \alpha(t_n - t_k)|h_k - h_{k-1}|$ で与えられることから、コスト係数 α の値に応じて h_k の最適解が0か1のどちらかに分かれることが理論的に示される。具体的には、 α が臨界値（本検証モデルでは1）より小さい場合は、全状態でフルヘッジ（ $h_k = 1$ ）が最適となり、 α が臨界値より大きい場合は、全状態で無ヘッジ（ $h_k = 0$ ）が最適となる。

(3) ディープ・ヘッジングの実装

ディープ・ヘッジングの実装においては、4層の隠れ層からなる順伝播型ニューラルネットワークを採用した。このネットワークは、為替レート S_k と時点 t_k を入力として受け取り、ヘッジ比率 h_k^θ を出力する。形式的には、以下のように表現できる。

$$h_k^\theta = F^\theta(S_k, t_k) \quad (6)$$

ここで、 F^θ はパラメータ θ を持つニューラルネットワーク関数を表し、 h_k^θ は時点 t_k におけるヘッジ比率である。ネットワークアーキテクチャとしては、各隠れ層

⁴ 図1は実測度下での確率変動を示したものであり、(5)式の期待値は実測度下での期待値を表している。

⁵ 例として、図1右上の $V(160,2)$ の算出例を以下に示す。なお、ここでは $t_k = k, k = 0,1,2,3$ としている。 $h_2 = 0$ の場合、40%の確率で $V(165,3)$ 、60%の確率で $V(155,3)$ に遷移することから、期待値 $E[V(S_3, t_3)]$ は $0.4 \times V(165,3) + 0.6 \times V(155,3) = 0.4 \times (+15) + 0.6 \times (+5) = 9$ と計算される。 $h_2 = 1$ の場合、 $S_2 - S_0 - c(h_2, t_2)$ は、 $c(h_2, t_2) = c(h_2, 2) = \alpha(3 - 2)|h_2 - h_1|$ で $h_1 = 0$ であるから、 $S_2 - S_0 - c(h_2, t_2) = 160 - 150 - \alpha = 10 - \alpha$ と計算される。このことから、 $\alpha \geq 1$ の場合は $V(160,2) = 9$ 、 $\alpha < 1$ の場合は $V(160,2) = 10 - \alpha$ と算出される。同様の計算を帰納的に繰り返すことで、 $V(150,0)$ まで算出することができる。

に 32 ユニットを配置し、活性化関数には ReLU を用いた⁶。最終層にはシグモイド関数を適用することで、出力を 0～1 の範囲に正規化している。この設計により、ヘッジ比率は常に 0%～100%の間の値になる。入力特徴量としては以下を使用した。

- 為替レート S_k ：時点 t_k における為替レート
- 時点 t_k ：取引可能時点

学習データとしては、2 項モデルに従う為替レートのシナリオを 1,000 本生成した。最適化には Adam 最適化手法を採用し、学習率は 0.001、エポック数は 1,000 に設定した⁷。損失関数としては期待損益の負値を使用しており、これを最小化することで期待損益を最大化する戦略を導出した。この損失関数は以下のように定義される。

$$J(\theta) = -\mathbb{E}[PL(h^\theta)] \quad (7)$$

ここで $PL(h^\theta)$ は単一シナリオにおけるヘッジ戦略 h^θ を適用した場合の損益を表し、以下の式で計算される。

$$PL(h^\theta) = \sum_{k=0}^{n-1} (S_{k+1} - S_k) - \sum_{k=0}^{n-1} h_k^\theta (S_{k+1} - S_k) - \sum_{k=0}^{n-1} c(h_k^\theta, t_k) \quad (8)$$

右辺第 1 項は外貨建て債権の損益、右辺第 2 項は先物為替予約の損益、右辺第 3 項はヘッジコストを表す。この損失関数 $J(\theta)$ を最小化することで、期待損益を最大化する最適なヘッジ戦略を導出した。

(4) 数値検証結果

コスト係数 α の臨界値近傍で、理論的最適解とディープ・ヘッジングによる数値解を比較した（図 2）。その結果、以下の特徴が確認された。

⁶ ReLU (Rectified Linear Unit)は、 $f(x) = \max(0, x)$ で定義される活性化関数である。計算効率が高く、深層学習において広く採用されている。

⁷ Adam 最適化アルゴリズムとは、機械学習モデルの学習において、パラメータを効率的に更新するための手法の 1 つである。学習率とは、学習する際のモデルの更新幅を表し、値が大きすぎると学習が不安定になり、小さすぎると学習に時間がかかる。エポック数とは、学習データ全体を用いてモデルを訓練する回数を意味する。

- 1) コスト係数 α が 1 より小さい場合 (図 2a) :
ディープ・ヘッジングによる数値解は、全状態で理論的最適解のヘッジ比率 100%に一致する。ディープ・ヘッジングの学習曲線は即座に収束する。
- 2) コスト係数 α が 1 より大きい場合 (図 2b) :
ディープ・ヘッジングによる数値解は、全状態で理論的最適解のヘッジ比率 0%に一致する。ディープ・ヘッジングの学習曲線は即座に収束する。
- 3) コスト係数 α が 1 に近い場合 (図 2c、図 2d) :
ディープ・ヘッジングの学習曲線は、収束に時間を要するものの、最終的な解は、理論的最適解と一致する。
- 4) コスト係数 α が 1 の場合 (図 2e) :
ヘッジの有無によって期待値が変わらないため、理論的最適解は不定。ディープ・ヘッジングによる数値解は即座に収束する⁸。

これらの結果は、2 項モデルの期待値最大化問題において、ディープ・ヘッジングを用いた提案手法が、理論的最適解と整合的なヘッジ戦略を導出できることを示している。これは、本研究の主眼である、より現実在即した状況においても、提案手法が有効なヘッジ戦略を導出できる可能性を支持する 1 つの根拠となる。

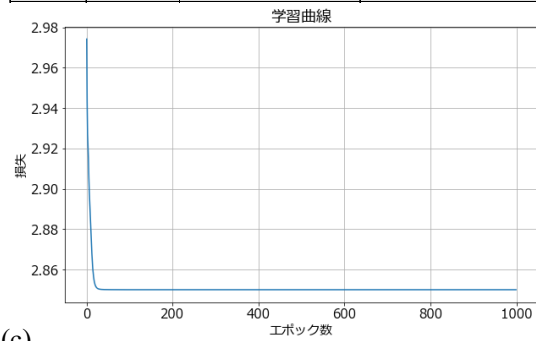
⁸ ヘッジすることによる期待値上昇効果と、支払うヘッジコストが同等であるため、理論的な最適解は不定となる。ただし、ディープ・ヘッジングでは、柔軟なヘッジ比率選択を許容しているため、 $h_{k-1} \leq h_k$ を満たす適当な値に収束すると考えられる。

図2：各コスト係数におけるヘッジ比率の学習結果と収束過程

(a)

$\alpha = 0.95$

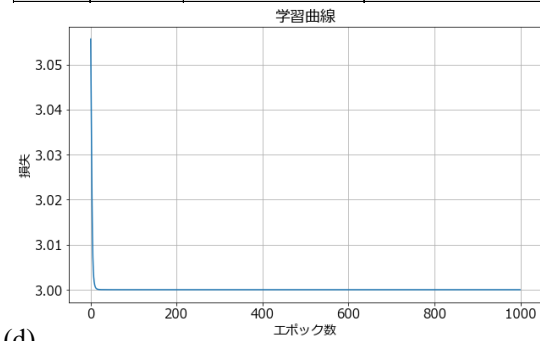
時点	為替レート	理論解	ディープ・ヘッジング
0	150	100.0%	100.0%
1	145	100.0%	100.0%
1	155	100.0%	100.0%
2	140	100.0%	100.0%
2	150	100.0%	100.0%
2	160	100.0%	100.0%



(b)

$\alpha = 1.05$

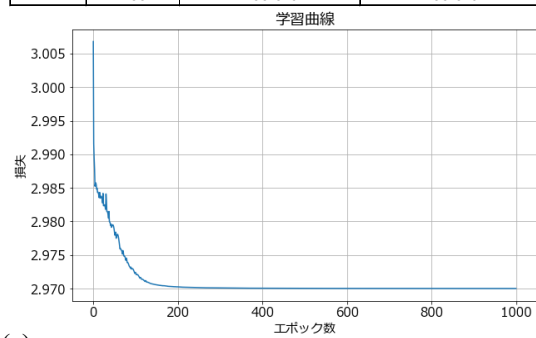
時点	為替レート	理論解	ディープ・ヘッジング
0	150	0.0%	0.0%
1	145	0.0%	0.0%
1	155	0.0%	0.0%
2	140	0.0%	0.0%
2	150	0.0%	0.0%
2	160	0.0%	0.0%



(c)

$\alpha = 0.99$

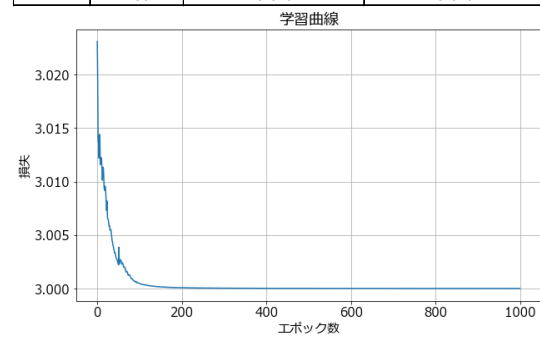
時点	為替レート	理論解	ディープ・ヘッジング
0	150	100.0%	100.0%
1	145	100.0%	100.0%
1	155	100.0%	100.0%
2	140	100.0%	100.0%
2	150	100.0%	100.0%
2	160	100.0%	100.0%



(d)

$\alpha = 1.01$

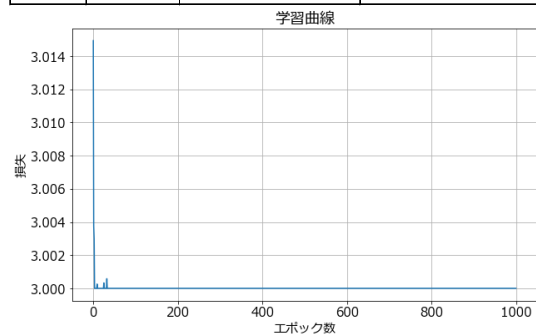
時点	為替レート	理論解	ディープ・ヘッジング
0	150	0.0%	0.0%
1	145	0.0%	0.0%
1	155	0.0%	0.0%
2	140	0.0%	0.0%
2	150	0.0%	0.0%
2	160	0.0%	0.0%



(e)

$\alpha = 1$

時点	為替レート	理論解	ディープ・ヘッジング
0	150	0.0% or 100.0%	42.4%
1	145	0.0% or 100.0%	43.0%
1	155	0.0% or 100.0%	42.8%
2	140	0.0% or 100.0%	43.6%
2	150	0.0% or 100.0%	43.4%
2	160	0.0% or 100.0%	43.2%



4. 為替リスク管理におけるディープ・ヘッジングの有効性の検証

本節では、シミュレーションに基づいて、為替リスク管理における提案手法の有効性を検証する。特に、既存手法である CPPI モデルとの比較分析を行うことで、提案手法の下方リスク抑制効果および期待収益向上効果について検証する。

(1) ディープ・ヘッジングモデルと CPPI モデルの実装

ディープ・ヘッジングモデルの実装では、4 層の隠れ層からなる順伝播型ニューラルネットワークを採用する。このネットワークは、入力特徴量ベクトル x を受け取り、ヘッジ比率 h を出力する。形式的には、以下のように表現できる。

$$h_k^\theta = F^\theta(x_k) \quad (9)$$

ここで、 F^θ はパラメータ θ を持つニューラルネットワーク関数を表し、 h_k^θ は時点 t_k におけるヘッジ比率、 x_k は時点 t_k における入力特徴量ベクトルである。ネットワークアーキテクチャとしては、各隠れ層に 32 ユニットを配置し、活性化関数には ReLU を用いた。最終層にはシグモイド関数を適用することで、出力を 0～1 の範囲に正規化している。この設計により、ヘッジ比率が常に 0%～100% の間の値となり、実務に即した出力を行うことができる。モデルの学習には Adam 最適化アルゴリズムを採用し、学習率は 0.001、最大エポック数は 1,000 に設定した。ただし、過学習を防ぐため早期停止条件を設け、損失が 10 エポック連続で改善しない場合には学習を終了する仕組みを導入している。

ニューラルネットワークへの入力特徴量としては、時点 t_k における以下の 5 次元のベクトル x_k を使用した。

- 時点 t_k から満期までの残存期間 $t_n - t_k$
- 時点 t_k における為替レート S_k とフロアレート（設定した目標下限損失を超過する損失が発生する為替レート）との差
- 直近 63 時点の為替レート（ S_{k-62} から S_k ）から計算したヒストリカル・ボラティリティ
- 時点 t_k におけるディスカウントファクター d_k （時点 t_k における直物レートに対する残存期間 $t_n - t_k$ の先物レートの比率）
- 時点 t_{k-1} におけるヘッジ比率 h_{k-1}

これらの特徴量は学習前に標準化処理を施して、モデルの学習安定性を向上させた。

2 節(2)で記載したコストの取り扱いを反映するため⁹、本分析では以下の表記法と数式モデルを採用する。

- V_k : 時点 t_k におけるヘッジ取引前の債権価値
- V_k^+ : 時点 t_k におけるヘッジ取引後の債権価値

すなわち、右肩の+記号は、ヘッジ取引を実行しコストを差し引いた後の状態を意味する。この表記法を用いて、時点 t_k から t_{k+1} への債権価値の状態遷移を以下のように定式化する

$$V_{k+1} = (1 - h_k) \cdot V_k^+ \cdot \frac{S_{k+1}}{S_k} + h_k \cdot V_k^+ \quad (10)$$

$$V_{k+1}^+ = V_{k+1} - \varepsilon \left| \Delta U_{k+1}^D \right| - (1 - d_k) \Delta U_{k+1}^D \quad (11)$$

$$\Delta U_{k+1}^D = (1 - h_k) \cdot V_k^+ \cdot \frac{S_{k+1}}{S_k} - (1 - h_{k+1}) \cdot V_{k+1}^+$$

ここで、 h_k は時点 t_k におけるヘッジ取引後のヘッジ比率、 ε は取引コスト率、 d_k は時点 t_k におけるディスカウントファクター、 ΔU_{k+1}^D は時点 t_{k+1} におけるヘッジ取引前後の非ヘッジ部分の変化量を表す。(10)式は、時点 t_{k+1} におけるヘッジ取引前の債権価値 V_{k+1} が、時点 t_k の債権価値 V_k^+ から為替変動のみを反映した値になることを示している。右辺第 1 項は非ヘッジ部分が為替変動の影響を受けていることを表し、右辺第 2 項はヘッジ部分が為替変動の影響を受けていないことを表す。(11)式は、時点 t_{k+1} でヘッジ取引を行う際の状態遷移を示している。右辺第 1 項は、ヘッジ取引前の債権価値を表す。右辺第 2 項は、取引コストを表す。右辺第 3 項はディスカウントコストを表す。満期時点での損益は、(12)式で計算される。

$$PL(h) = V_n - V_0 \quad (12)$$

リスク尺度については、下方リスクとして特にフロア割れを抑制しつつも、期待収益の向上も追及したいという為替リスク管理の実務における要望に応えるため、以下のリスク尺度を設計した。

$$\rho(PL(h)) = -\mathbb{E}[PL(h)] + \lambda \cdot P(PL(h)) \quad (13)$$

⁹ 本節の検証では、各取引時点でコストが元本から即時に差し引かれることを想定する。これにより元本が変動するため、ヘッジ比率 h_k はヘッジポジション量 δ_k と異なる値になる。

ここで、右辺第 1 項は期待損益の最大化を表し、右辺第 2 項はフロア割れに対するペナルティを表す。 λ はフロア割れ回避度を表すパラメータであり、値が大きいほどフロア割れに対する回避傾向が強くなる。関数 P はフロア割れに対するペナルティ関数であり、あらかじめ設定した許容損失額 L （フロア）を超える損失に対してペナルティを課す形で以下のように設計する。

$$P(PL(h)) = \mathbb{E}[f(\max(-PL(h) + L, 0))] \quad (14)$$

ここで、 $f(x)$ はリスクの大きさに応じて異なるペナルティを課すため、以下のような区分関数として定める。

$$\begin{cases} f(x) = x & (x < 1 \text{ の場合}) \\ f(x) = x^k & (x \geq 1 \text{ の場合}) \end{cases} \quad (15)$$

この区分関数により、フロアを大きく下回るとペナルティが指数関数的に増加するため、フロアを大幅に割り込むことを抑制できる。以上の設計により、フロア割れ回避度を表すパラメータ λ やフロア L 、ペナルティの強度を調整するパラメータ k を適切に設定することで、企業ごとの異なるリスク選好に柔軟に対応することを可能にしつつ、期待損益の最大化とフロア割れの抑制を両立する戦略の導出を図る。本稿の(15)式では、パラメータ $k = 2$ とする。

比較対象とする CPPI モデルは、取引コストを考慮した離散時間モデルである Balder *et al.* (2008) のモデルを参考に作成した。CPPI の基本的な概念は、資産価値（本研究では外貨建て債権の円換算価値） V とあらかじめ設定した資産価値の最低保証額 F との差額である「クッション」 C の一定割合を、リスク資産（本研究では非ヘッジ部分）に配分する戦略である。

最も単純な形式では、時点 t_k における非ヘッジ部分への配分額 E_k は以下の式で決定される。

$$E_k = mC_k \quad (16)$$

$$C_k = V_k - F \quad (17)$$

ここで、 m は「乗数」と呼ばれるパラメータで、値が大きいほど非ヘッジ部分への配分額が増えるため、上昇相場では収益が増加し下落相場では損失が増加する。

次に、ヘッジコスト（取引コストとディスカウントコスト）を考慮した CPPI モデルを示す。具体的には、(18)式によりヘッジコスト調整後クッション C_k^+ を計算し、(19)式によりヘッジ比率を決定する。

$$\begin{aligned} C_{k+1}^+ &= C_{k+1} - \varepsilon |\Delta U_{k+1}^C| - (1 - d_k) \Delta U_{k+1}^C \\ \Delta U_{k+1}^C &= m C_k^+ \cdot \frac{S_{k+1}}{S_k} - m C_{k+1}^+ \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、 ε は取引コスト率、 d_k は時点 t_k におけるディスカウントファクター、 ΔU_{k+1}^C は時点 t_{k+1} におけるヘッジ取引前後の非ヘッジ部分の変化量を表す。時点 t_k におけるヘッジ比率 h_k は、ヘッジコスト調整後クッションを用いて、以下のよう
に決定される。

$$h_k = 1 - \min (\max (m C_k^+ / V_k^+, 0), 1) \quad (19)$$

ここで、 V_k^+ は時点 t_k におけるヘッジ取引後の債権価値を表す。

(2) シミュレーションの設定

為替レート過程は Heston モデル (Heston (1993)) に従うと仮定し、以下のよう
な確率微分方程式で記述する。

$$dS_t = S_t(\mu dt + \sqrt{v_t} dW_t^S) \quad (20)$$

$$dv_t = k_v(\theta_v - v_t)dt + \sigma_v \sqrt{v_t} dW_t^v \quad (21)$$

ここで、 S_t は為替レート、 v_t はボラティリティ、 μ はドリフト項、 W_t^S と W_t^v は相
関 ρ をもつ標準ブラウン運動である。パラメータ k_v はボラティリティの平均回帰
速度、 θ_v は長期平均ボラティリティ、 σ_v はボラティリティのボラティリティを表
す。

Heston モデルのパラメータは以下の通り設定する¹⁰。

- $\mu = 0$
- $k_v = 1.37585$
- $\theta_v = 0.01445$

¹⁰ 為替レートの初期値 S_0 は 156.875 円/ドル（2025 年 1 月 1 日時点の為替レート）、ボラティリ
ティの初期値 v_0 は長期平均 θ_v と同じ 0.01445 とした。

- $\sigma_v = 0.16485$
- $\rho = -0.43105$

μ 以外のパラメータは、Lin *et al.* (2024) により推定された 2006 年～2023 年におけるパラメータの平均値としている。

金利については、以下のような平均回帰過程を仮定する。

$$dr_t = k_r(\theta_r - r_t) + \sigma_r dW_t^r \quad (22)$$

ここで、 r_t は金利、 k_r は金利の平均回帰速度、 θ_r は長期平均金利、 σ_r は金利のボラティリティ、 W_t^r は W_t^s や W_t^v とは無相関な標準ブラウン運動である。日本円金利と米ドル金利について、パラメータはそれぞれ以下の通り設定する¹¹。

日本円金利：

- $\theta_r = 0.3238\%$
- $k_r = 0.15$
- $\sigma_r = 0.8\%$

米ドル金利：

- $\theta_r = 4.311\%$
- $k_r = 0.25$
- $\sigma_r = 1.5\%$

金利に基づくディスカウントファクター d_k^Q は、金利平価説に従い算出されるとする。具体的には、時点 t_k における満期までの残存期間 $t_n - t_k$ 、国内金利 r_d と外国金利 r_f を用いて、以下の式で計算される。

$$d_k^Q = \frac{1 + r_d(t_n - t_k)/252}{1 + r_f(t_n - t_k)/252} \quad (23)$$

時間は営業日（年間 252 日）で調整されている。さらに、市場における為替リスクプレミアムを適切に反映させるため、リスクの市場価格 α を考慮した調整を行い、以下のようにディスカウントファクター d_k^P を定義する。

$$d_k^P = d_k^Q + \alpha(t_n - t_k)/252 \quad (24)$$

¹¹ それぞれの初期金利は 2025 年 1 月 1 日時点の TONA および SOFR の 3 ヶ月スワップレートに基づき設定した。長期平均 θ_r は初期金利と同じとした。

ここで添え字の Q はリスク中立確率測度、 P は実確率測度を表し、 α は本シミュレーションでは 0.015 と設定した。このディスカウントファクターは各時点で計算され、先物為替予約により為替ヘッジする際のコストとして作用する。

モデル共通のパラメータや条件としては、以下の通り設定する。

- 外貨建て債権：1 単位（1 ドル）
- 満期 T ：63 営業日（約 3 ヶ月）
- 時間単位：日次（ $t = 1, 2, \dots, 63$ ）
- シミュレーションシナリオ数：10,000 本
- 取引コスト率 ε ：0.05%
- フロア L ：-5 円（為替レートの初期値から 5 円下落相当の損失額）
- ヘッジ比率の制約：0%～100%
- ヘッジ取引頻度：日次（各営業日 $t = 1, 2, \dots, 63$ において取引可能）

ディープ・ヘッジングモデル固有のパラメータとしては、以下を設定する。

- フロア割れ回避度パラメータ λ ：20

CPPI モデル固有のパラメータとしては、以下を設定する。

- 乗数 m ：15

以降本稿では、本節(2)のシミュレーション設定を通常環境と表記する。

(3) シミュレーション結果

以下では、通常環境下における提案手法（ディープ・ヘッジング）と既存手法（無ヘッジ戦略、フルヘッジ戦略、CPPI）の分析結果を提示する。評価指標として、期待損益、損益の標準偏差、95%-期待ショートフォール（95%-Expected Shortfall：95%-ES）¹²、フロア割れ率およびフロア割れ時の平均超過損失を採用した。

表 1 は、各手法の分析結果を示している。無ヘッジ戦略は、期待損益（-0.1978）は最も高いものの、損益の標準偏差（9.498）や 95%-ES（-21.0789）、フロア割れ率（29.06%）、フロア割れ時の平均超過損失（-6.5352）が最も悪く、下方リスク抑制の観点からは大きな問題を抱えている。フルヘッジ戦略は、フロア割れのリスクはないものの、期待損益は最も低い（-1.0372）。これは主に日米金利差に起因するディスカウントコストの影響であり、完全なリスク回避には相応のコストが伴うことを示している。ディープ・ヘッジングと CPPI は、無ヘッジ戦略

¹² 本稿では、損益の下側 5%の平均値を 95%-ES として表す。

やフルヘッジ戦略と比べて、期待損益と下方リスク抑制のバランスが取れている。そのうえで両手法を比較すると、期待損益は、ディープ・ヘッジング(-0.7164)がCPPI(-0.8119)より高い一方、損益の標準偏差、95%-ES、フロア割れ率、フロア割れ時の平均超過損失といった下方リスクに関する指標は、全般としてCPPIの方が優れている。特に、CPPIではフロア割れが完全に防止されているのに対し、ディープ・ヘッジングでは0.91%のフロア割れが生じている。これは、通常環境下をベースとしたシミュレーション分析において、ディープ・ヘッジングが厳密なフロア保証を犠牲にしてでも期待損益の向上を目指す戦略を学習した結果と解釈できる。

表 1：通常環境下における各手法の比較

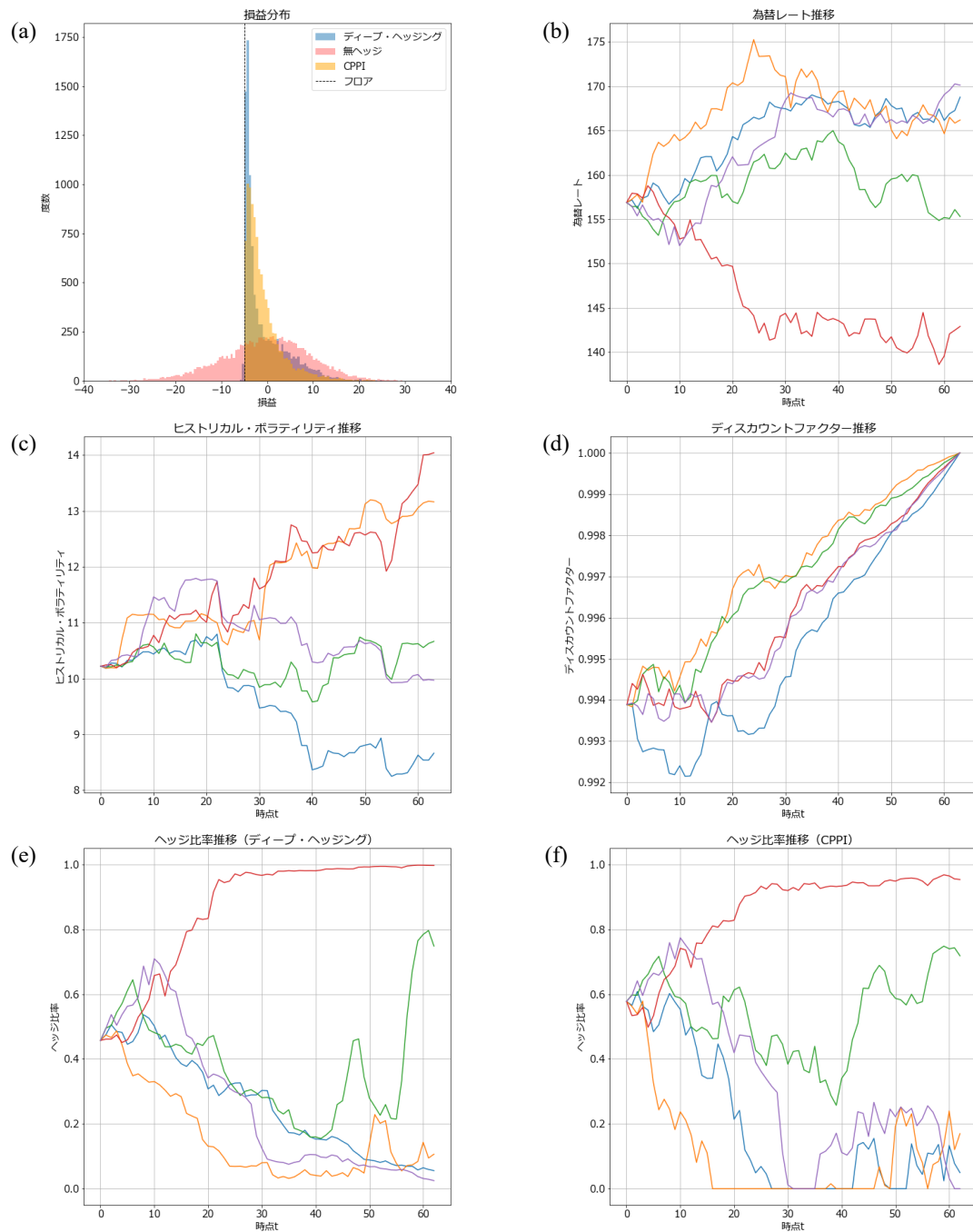
	ディープ・ヘッジング	CPPI	無ヘッジ	フルヘッジ
期待損益	-0.7164	-0.8119	-0.1978	-1.0372
損益の標準偏差	4.926	4.1537	9.498	0
95%-ES	-4.9246	-4.7657	-21.0789	-1.0372
フロア割れ率	0.91%	0.00%	29.06%	0.00%
フロア割れ時の平均超過損失	-0.1513	0	-6.5352	0

表 1 の結果をより直感的に理解するために、損益分布および 5 つのシミュレーションシナリオを図 3 に示す。図 3a は、各手法における損益の分布（フルヘッジ戦略を除く）を表している。これを見ると、無ヘッジ戦略が最も広範囲に分布しており、大きな上振れと下振れの可能性を示している。一方、ディープ・ヘッジングと CPPI は似たような分布形状であり、ともにフロア割れを抑制しつつも、収益機会を相応に残していることが確認できる。図 3b～3d は、代表的な 5 つのシミュレーションシナリオにおける為替レート（図 3b）、為替レートのヒストリカル・ボラティリティ（図 3c）、ディスカントファクター（図 3d）の推移を示している。これらのシナリオに対して、ディープ・ヘッジング（図 3e）と CPPI（図 3f）におけるヘッジ比率は、似たような動きをしていることが確認できる。

これらの結果から、本シミュレーションの設定においては、ディープ・ヘッジングは既存手法である CPPI と比較して、下方リスク抑制効果と期待損益向上効果に若干の違いはあるものの、実務的な為替リスク管理において同等程度のヘッジ効果を得られることが示された¹³。

¹³ なお、2025 年 1 月 1 日時点で、行使価格 151.875 円（直物レート-5 円）の 3 ヶ月満期ヨーロッパ・プット・オプションのプレミアムは、約 2.09 円であり、完全なフロア保証と収益機会

図3：通常環境下における損益分布と代表的なシナリオ



(4) 頑健性の検証

提案手法の有効性をさらに検証するため、通常よりも厳しい市場環境下での分析や実データを用いた分析を行う。具体的には、高ボラティリティ環境下での

の享受には相応のコストが必要となる。

シミュレーション分析と、1991 年から 2024 年までの実際の市場データを用いた分析の 2 点について検証する。

イ. 高ボラティリティ環境下での検証

提案手法が極端な市場環境下でも有効に機能するかを検証するため、学習データは本節(2)の設定のままとし、評価データについては Heston モデルのパラメータをリーマンショック時の 2008 年のパラメータに変更して生成した。具体的には、以下のパラメータ設定を使用した。

Heston モデルのパラメータ：

- $k_v = 2.9333$
- $\theta_v = 0.0210$
- $\sigma_v = 0.3510$
- $\rho = -0.5856$

これは、高いボラティリティ ($\theta_v=0.0210$) と強い平均回帰性 ($k_v=2.9333$) を持ち、ボラティリティのボラティリティも高い ($\sigma_v=0.3510$) 状態での為替レートシミュレーションとなっている。その他のパラメータは学習データと同一である。この高ボラティリティ環境下での各手法の分析結果を、本節(3)と同様に比較した。

各手法の分析結果の比較を表 2 に示す。通常環境下での結果である表 1 と比較して、無ヘッジ戦略は、損益の標準偏差 (11.3561) や 95%-ES (-27.6214)、フロア割れ率 (29.57%)、フロア割れ時の平均超過損失 (-8.9158) が悪化しているほか、期待損益 (-0.2276) もわずかに悪化している。フルヘッジ戦略は、ボラティリティ変化の影響を受けないため、通常環境下と変わらない結果となっている。ディープ・ヘッジングと CPPI は、両手法とも通常環境下と比較して概ね悪化する結果となったが、両手法の相対的な関係性は維持されている。具体的には、期待損益は、ディープ・ヘッジング (-0.742) が CPPI (-0.8122) と比較して優れた値を実現している一方、損益の標準偏差、95%-ES、フロア割れ率、フロア割れ時の平均超過損失といった下方リスクに関する指標は、全般として CPPI の方が優れた値となっている。ディープ・ヘッジングについて、通常環境下と比較すると、フロア割れ率は悪化しているものの、フロア割れ時の平均超過損失はわずかに改善するなど、高ボラティリティ環境下でも大幅なフロア割れは抑制されている。

表 2：高ボラティリティ環境下における各手法の比較

	ディープ・ヘッジング	CPPI	無ヘッジ	フルヘッジ
期待損益	-0.742	-0.8122	-0.2276	-1.0372
損益の標準偏差	5.0355	4.5292	11.3561	0
95%-ES	-5.0008	-4.9427	-27.6214	-1.0372
フロア割れ率	1.72%	0.02%	29.57%	0.00%
フロア割れ時の平均超過損失	-0.1509	-0.0035	-8.9158	0

表 2 の結果をより直感的に理解するために、高ボラティリティ環境下における損益分布および 5 つのシミュレーションシナリオを図 4 に示す。図 4a の損益分布から、高ボラティリティ環境下では、特に無ヘッジ戦略の分布がより広がっていることが確認できる。他方、ディープ・ヘッジングと CPPI の損益分布は、通常環境下と似たような形を取っており、下方リスクを抑制できていることが示唆される。為替レート推移（図 4b）やヒストリカル・ボラティリティ推移（図 4c）からも、通常環境下より急激な変動が発生していることが観察できるが、このような厳しい市場環境下でも、ディープ・ヘッジングと CPPI はいずれも、為替レートの変動に応じてヘッジ比率を適応的に調整している（図 4e、図 4f）。

ロ. 実データによる検証

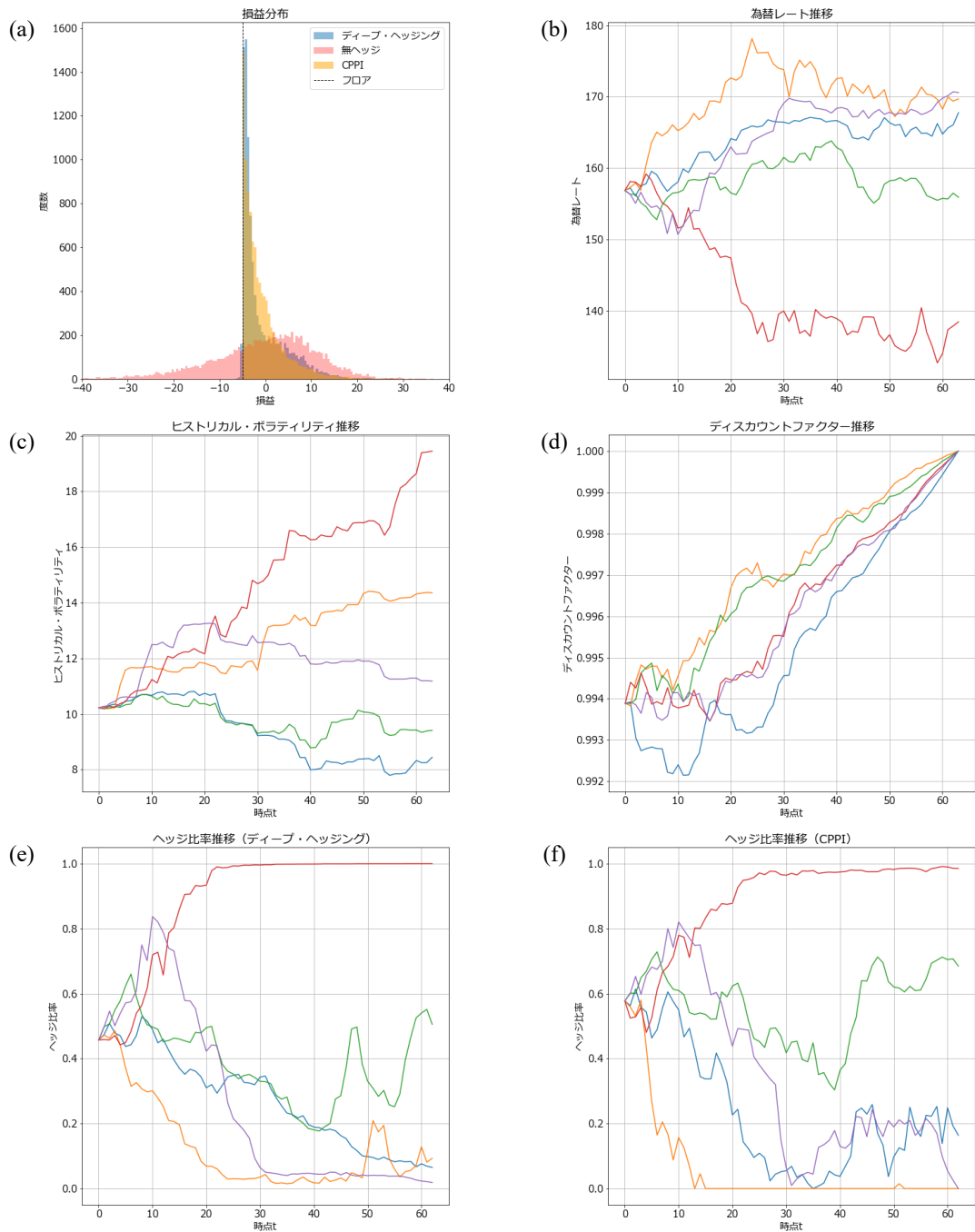
次に、学習データは本節(2)の設定のままとして、評価データとしては、1991 年 1 月 1 日から 2024 年 12 月 31 日までの日次の市場データを用いることで、提案手法の有効性を検証した¹⁴。実データを用いた検証では、以下の方法を採用した。

- 1) 実データから連続する 3 ヶ月（63 営業日）の期間をムービングウィンドウ方式で抽出し、各期間を 1 つの評価シナリオとして扱う。
- 2) ディスカウントファクターについては、金利差ではなく 3 ヶ月先物レートの値から、満期までの日数に応じて算出する。
- 3) 各シナリオの初日のレートを初期値として、その後 63 日間の市場変化に対する各手法の期待損益や下方リスクに関する指標を評価する。

この方法により抽出できる評価シナリオは 8,260 個であり、これらのシナリオに対する各手法の分析結果を、本節(3)と同様に比較した。

¹⁴ 市場データは LSEG Workspace より取得した。

図 4：高ボラティリティ環境下における損益分布と代表的なシナリオ



各手法の分析結果を表 3 に示す。通常環境下での結果である表 1 と比較して、無ヘッジ戦略では、期待損益 (0.1352) が大きく増加しており、これは評価データの為替レートが円安進行していることを反映していると考えられる。また、損益の標準偏差 (6.0988)、95%-ES (-14.2787)、フロア割れ率 (17.25%)、フロア割れ時の平均超過損失 (-4.1062) も、通常環境下と比べて改善している。フルヘッジ戦略は、通常環境下と比べて、損益の標準偏差 (0.6742) や 95%-ES (-2.1225)

が若干悪化しているが、期待損益（-0.7537）は改善しており、これは評価データのディスカウントファクターが低いことを表している。

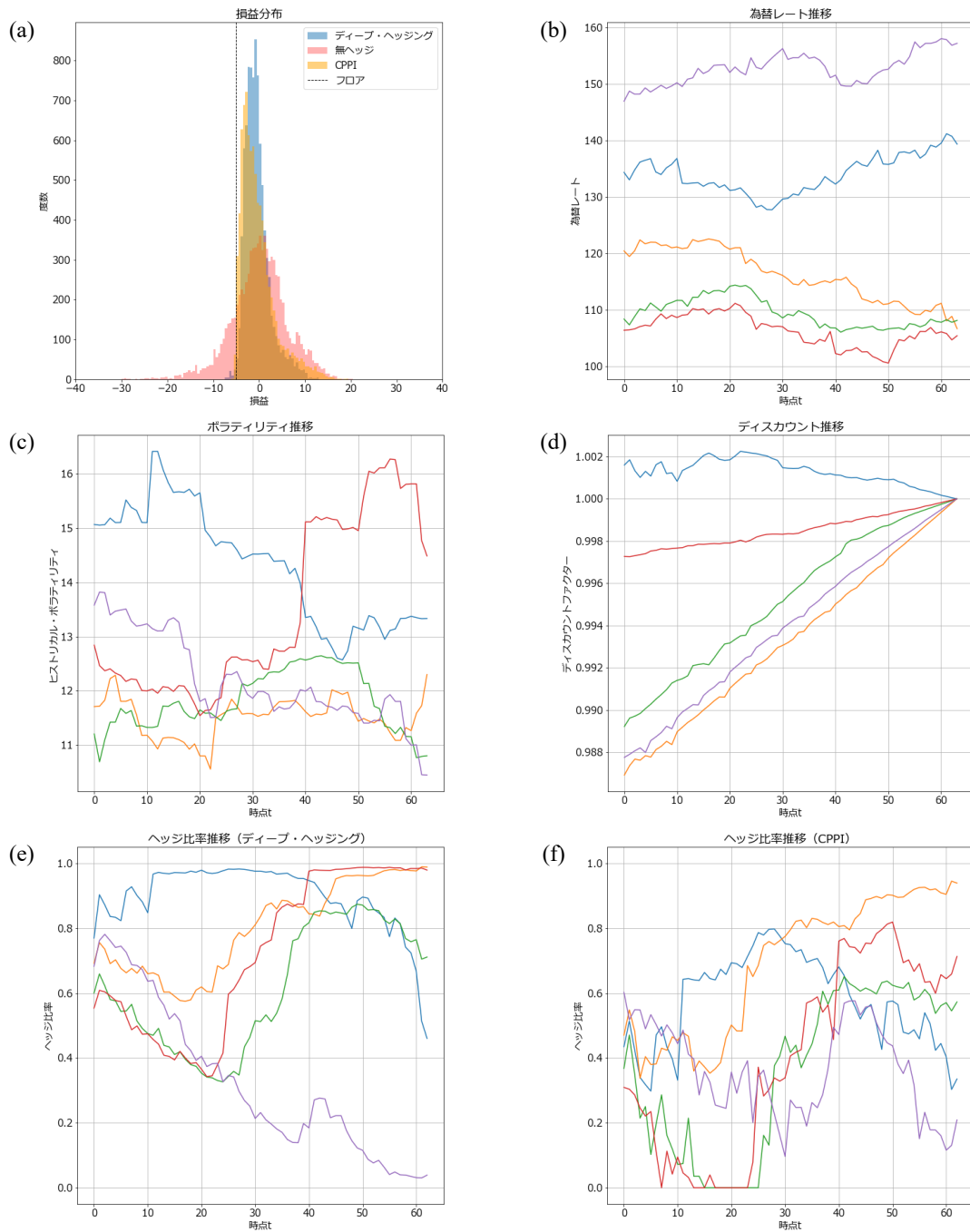
ディープ・ヘッジングと CPPI の結果も、通常環境下と比べて多くの指標が改善している。具体的には、期待損益、損益の標準偏差、95%-ES は両手法ともに改善している。一方、フロア割れ指標については、ディープ・ヘッジングでは、フロア割れ率は改善したものの、フロア割れ時の平均超過損失は大幅に悪化している。CPPI では、フロア割れ率とフロア割れ時の平均超過損失ともに悪化している。また、両手法の相対的な関係にも違いが見られる。シミュレーション環境下（通常環境下、高ボラティリティ環境下）とは異なり、期待損益は、ディープ・ヘッジング（-0.4068）が CPPI（-0.2199）に比べて劣後するようになっているほか、損益の標準偏差や 95%-ES はディープ・ヘッジングの方が優位になっている。ディープ・ヘッジングや CPPI のフロア割れ指標が悪化している点は、これらの手法が実データ環境下では十分には機能しない可能性を示唆している。この背景としては、例えば、実データにおいては、急激な為替や金利変動などシミュレーションでは捉えきれない市場の複雑性が存在している可能性が考えられる。ただし、両手法ともフルヘッジより、期待損益が高く、95%-ES はフロア内に収まっている。

表 3：実データ環境下における各手法の比較

	ディープ・ヘッジング	CPPI	無ヘッジ	フルヘッジ
期待損益	-0.4068	-0.2199	0.1352	-0.7537
損益の標準偏差	2.723	3.8025	6.0988	0.6742
95%-ES	-4.3517	-4.7508	-14.2787	-2.1225
フロア割れ率	0.74%	0.72%	17.25%	0.00%
フロア割れ時の平均超過損失	-0.8583	-0.1113	-4.1062	0

表 3 の結果をより直感的に理解するために、実データ環境下における損益分布および 5 つのシナリオを図 5 に示す。図 5a の損益分布から、多少の違いはあるものの、実データ環境下においてもディープ・ヘッジングと CPPI の分布形状は似ており、下方リスクを抑制しつつも一定の収益機会を享受していることがわかる。図 5b～5d で示す市場データ見ると、シミュレーションでは捉えられない動きが観察できる。特に図 5d のディスカウントファクター推移の一部は、現在の日米金利差をもとに計算しているシミュレーション環境下の推移とは明確に異なっている。こうした実データ環境下においても、ディープ・ヘッジングと CPPI はいずれも、ヘッジ比率を適応的に調整している（図 5e、図 5f）。

図 5：実データ環境下における損益分布と代表的なシナリオ



(5) 取引コストがヘッジ戦略に与える影響の検証

取引コストの違いがヘッジ戦略に与える影響を検証するため、取引コスト率 ε をこれまでの 0.05% から 0.5% に引き上げた想定のもとで、シミュレーション分析を実施した。その他のパラメータは本節(2)の設定と同一である。この分析により、ヘッジ取引に関するコスト負担が増大した状況下で、各手法のヘッジ効果がどのように変化するかを検証する。特に、取引コストをヘッジ戦略の導出に明

示的に組み込んでいるディープ・ヘッジングと、そうでない CPPI との間にどのような差異が生じるかに着目する。

取引コストが高い場合における各手法の分析結果を表 4 に示す。通常環境下での結果である表 1 と比較して、無ヘッジ戦略は結果に変化がなく、フルヘッジ戦略は取引コストの増加分だけ結果が悪化している。これに対し、ディープ・ヘッジングと CPPI の結果を比較すると、期待損益は、ディープ・ヘッジング（-1.5218）が CPPI（-2.3594）を大きく上回り、その差は通常環境下と比べて拡大している。さらに、通常環境下とは対照的に、損益の標準偏差と 95%-ES もディープ・ヘッジングが優位となっている。他方、フロア割れ率とフロア割れ時の平均超過損失に関しては、CPPI が完全なフロア保証により引き続き優位性を保っているものの、ディープ・ヘッジングも通常環境下より改善している。これらの結果から、CPPI がフロア割れを完全に防止する特性を示す一方で期待損益を大幅に犠牲にしているのに対し、ディープ・ヘッジングは下方リスクを適切に抑制しながらもより高い期待損益を実現していることが分かる。

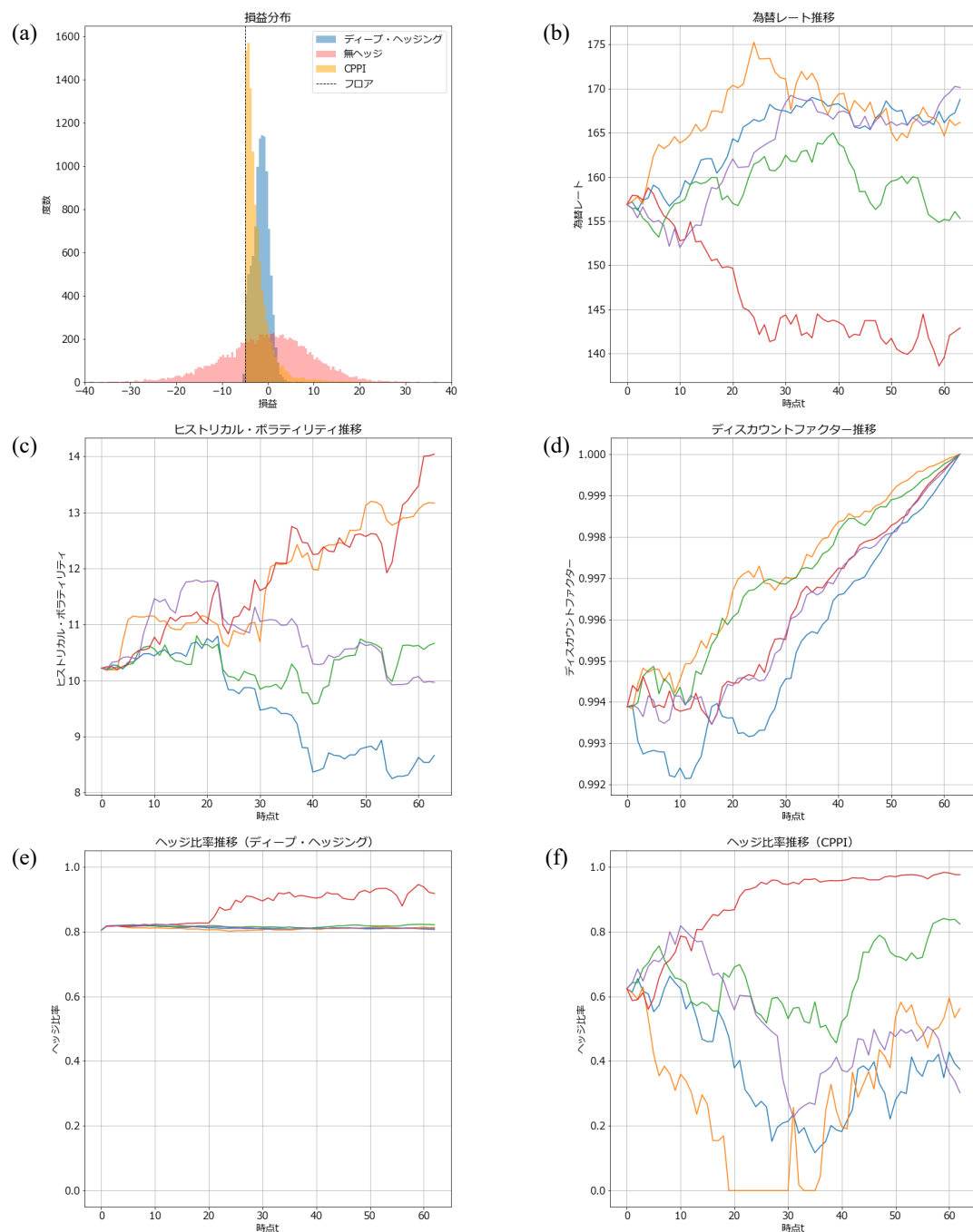
表 4：高コスト環境下での各手法の比較

	ディープ・ヘッジング	CPPI	無ヘッジ	フルヘッジ
期待損益	-1.5218	-2.3594	-0.1978	-1.7431
損益の標準偏差	1.6937	2.9636	9.498	0
95%-ES	-4.7148	-4.883	-21.0789	-1.7431
フロア割れ率	0.39%	0.00%	29.06%	0.00%
フロア割れ時の平均超過損失	-0.1095	0	-6.5352	0

表 4 の結果をより直感的に理解するために、高コスト環境下における損益分布および 5 つのシミュレーションシナリオを図 6 に示す。図 6a の各手法における損益分布から、高コスト環境下では各戦略の差異がより鮮明になっていることがわかる。ディープ・ヘッジングの損益分布は CPPI と比較して正規分布に近く、フロア付近の頻度が小さくなることで、表 4 に示される期待損益の優位性と標準偏差の縮小が実現されている。為替レートや金利のシナリオ（図 6b～6d）は通常環境下でのシナリオ（図 3b～3d）と同一であっても、高コスト環境下では各手法のヘッジ戦略には明確な違いが生じている。CPPI のヘッジ比率推移（図 6f）は通常環境下と類似しているのに対し、ディープ・ヘッジングのヘッジ比率推移（図 6e）は、高コスト環境に適応して取引頻度を抑制し、より安定的なヘッジ比率を維持しながらも、図中赤線で示されているシナリオのように為替レートが大きく下落する局面では、選択的にヘッジ比率を調整している様子が観察できる。

ディープ・ヘッジングが取引コストの違いに適応的に対応できる点は、本研究の重要な発見である。図 3e と図 6e の比較から明らかなように、通常環境下では積極的な取引戦略を採用していたディープ・ヘッジングが、高コスト環境下では必要最小限の取引に絞った慎重な戦略へと自律的に調整している。これは、提案手法が取引コストをヘッジ戦略の導出に明示的に組み込んでいることにより実現された特性である。

図 6：高取引コスト環境下における損益分布と代表的なシナリオ



(6) リスク尺度がヘッジ戦略に与える影響の検証

リスク尺度の違いがヘッジ戦略に与える影響を検証するため、フロア割れ回避度パラメータ λ を本節(2)の 20 から 1 に下げてシミュレーション分析を実施した。その他のパラメータは本節(2)の設定と同一である。この分析により、リスク尺度のフロア割れペナルティを小さくした場合に、提案手法のヘッジ効果がどのように変化するかを検証する。

フロア割れペナルティが小さい場合における各手法の分析結果を表 5 に示す。通常環境下での結果である表 1 と比較して、無ヘッジ戦略、フルヘッジ戦略、CPPI の結果は変化しない。ディープ・ヘッジングは、通常環境下と比べて、期待損益 (−0.6335) が改善する一方、損益の標準偏差 (5.4289)、95%-ES (−5.6897)、フロア割れ率 (12.92%)、フロア割れ時の平均超過損失 (−0.3614) といった下方リスクに関する指標は、悪化している。特に、フロア割れ率は通常環境 (0.91%) と比較して大幅に悪化している。これは、ディープ・ヘッジングが、フロア割れペナルティを小さくしたことで、フロア保証よりも期待損益向上をより優先する戦略を学習した結果と解釈できる。

表 5：ペナルティが小さい場合における各手法の比較

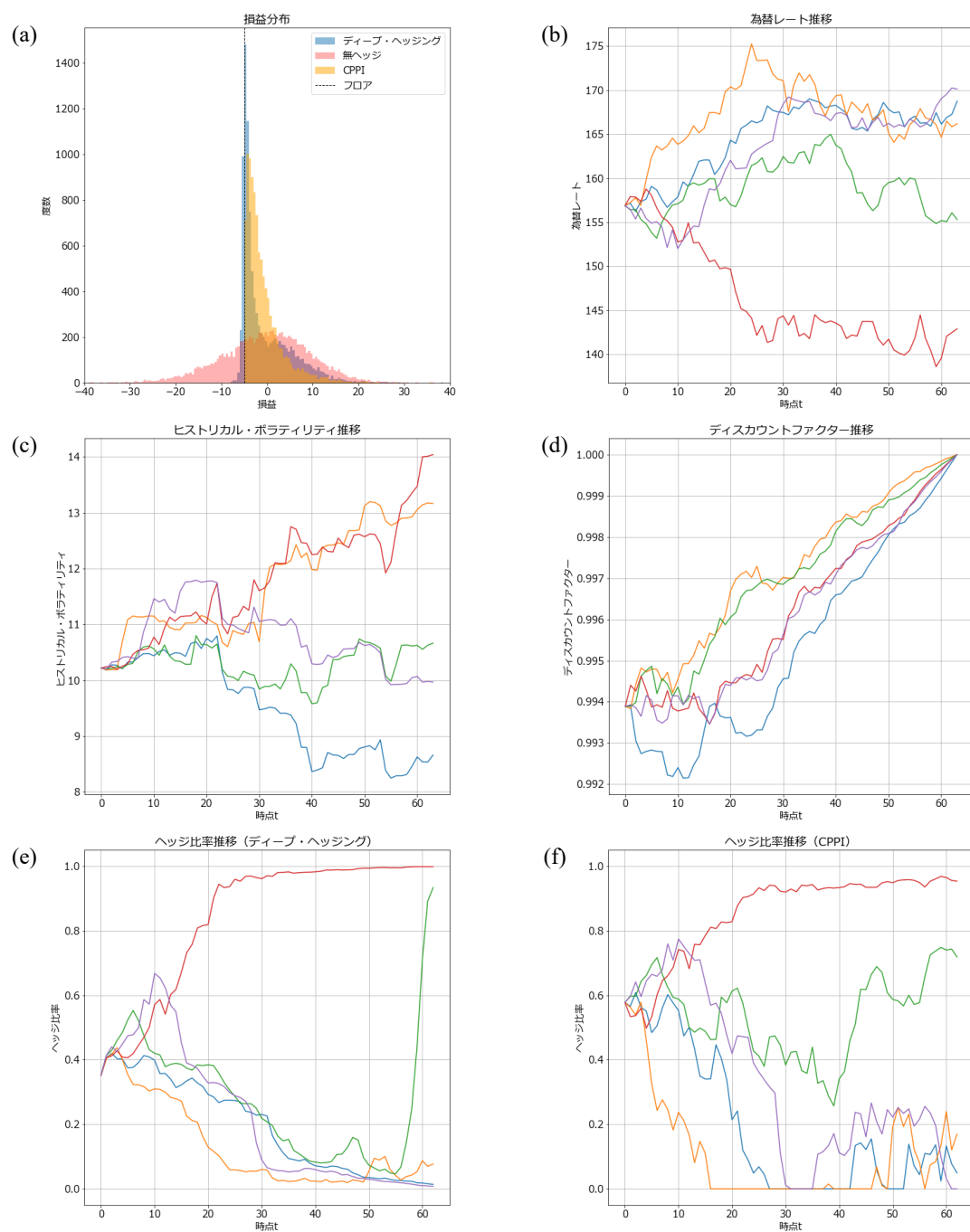
	ディープ・ヘッジング	CPPI	無ヘッジ	フルヘッジ
期待損益	−0.6335	−0.8119	−0.1978	−1.0372
損益の標準偏差	5.4289	4.1537	9.498	0
95%-ES	−5.6897	−4.7657	−21.0789	−1.0372
フロア割れ率	12.92%	0.00%	29.06%	0.00%
フロア割れ時の平均超過損失	−0.3614	0	−6.5352	0

表 5 の結果をより直感的に理解するために、フロア割れペナルティが小さい場合における損益分布および 5 つのシミュレーションシナリオを図 7 に示す。図 7a の各手法における損益分布から、フロア割れペナルティが小さい場合では、フロア割れが多くなっていることがわかる。為替レートや金利のシナリオ (図 7b～7d) は通常環境下でのシナリオ (図 3b～3d) と同一としている。この環境下において、ディープ・ヘッジングのヘッジ比率推移 (図 7f) は、通常環境 (図 3f) や CPPI のヘッジ比率推移 (図 7e) と大きく変わらないことが観察できる。

ディープ・ヘッジングが、フロア割れ回避度パラメータを小さくした場合に、フロア保証よりも期待損益向上をより優先する戦略を学習した点は、手法の理論的枠組みから期待される通りの結果である。この結果は、フロア保証に対する企業固有のリスク選好度をヘッジ戦略に反映できることを示している。さらに、

リスク尺度の設計次第で、よりカスタマイズされたヘッジ戦略を構築できる可能性も示唆される。

図 7：ペナルティが小さい場合における損益分布と代表的なシナリオ



5. まとめと考察

本研究では、企業の為替リスク管理における新たなアプローチとして、機械学習の活用を提案した。具体的には、企業の外貨建て貿易取引に関して、ディープ・ヘッジングを活用することで、取引コストや内外金利差を考慮したヘッジ戦略の構築を試みた。そのうえで、提案手法のヘッジ戦略の特性を考察し、次の3つの特性を明らかにした。

第1に、簡便な金融市場を想定した2項モデルを検証モデルとして提案手法のパフォーマンスを確認すると、検証モデルの理論的な最適戦略と一致する。第2に、提案手法は既存手法と比べて、特に取引コストが高い環境下において、下方リスクを抑制しつつ期待収益向上を実現するという点で優れたヘッジ効果が得られる。これは、提案手法が取引コストに応じた最適戦略を構築できることを示している。第3に、提案手法は、下方リスク抑制と期待収益向上のどちらをより重視するかといった、企業固有のリスク選好をヘッジ戦略に反映することができる。

本研究にはいくつかの限界があり、これらは今後の課題である。第1に、ディープ・ヘッジングを用いてヘッジ戦略を構築する場合、学習データと評価データが大きく乖離すると、既存の手法よりも結果が大幅に悪くなる可能性がある。このため、学習データの選択は重要な論点と考えられる。この点、学習データを生成する際にジャンプ過程を加えるなど、より現実に近いデータを生成することは改善策となりうる。第2に、ディープ・ヘッジングを含む機械学習モデルは、入力と出力の関係性がブラックボックスになりやすく、導き出されたヘッジ戦略の背景を解釈することが難しい。実務に使う場合には、実務者の理解と信頼を高め、ヘッジ戦略が得られたメカニズムをより透明化することが重要である。第3に、本研究ではドル円における63日間のヘッジ戦略を対象としているが、実務で使うには、さまざまな通貨や期間を対象としたヘッジ戦略が求められ、取り組むべき課題である。今後は、こうした課題に取り組むことで、より実務に根差した為替リスク管理の実現が期待される。

参考文献

- 伊藤隆敏・鯉渕賢・佐藤清隆・清水順子(2024)、「日本企業の為替リスク管理とインボイス通貨選択：2021 年度『日本企業の貿易建値通貨の選択に関するアンケート調査』結果概要」、RIETI Discussion Paper 24-J-004
- 今木翔太・今城健太郎・伊藤克哉・南賢太郎・中川慧(2021)、「効率的な Deep Hedging のためのニューラルネットワーク構造」、人工知能学会第二種研究会資料 SIG-FIN-026
- 篠崎裕司(2023)、「深層学習によるファイナンスの新展開 –ディープ・ヘッジングとディープ・キャリブレーション–」、日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズ No.2023-J-6
- Balder, S., Brandl, M., and Mahayni, A. (2009). Effectiveness of CPPI strategies under discrete-time trading. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33(1), 204–220.
- Black, F., and Jones, R. (1987). Simplifying portfolio insurance. *Journal of portfolio management*, 14(1), 48–51.
- Buehler, H., Gonon, L., Teichmann, J., and Wood, B. (2019). Deep hedging. *Quantitative Finance*, 19(8), 1271–1291.
- Du, X., Zhai, J., and Lv, K. (2016). Algorithm trading using q-learning and recurrent reinforcement learning. *Positions*, 1(1), 1–7.
- Fernandez-Arjona, L., and Filipović, D. (2022). A machine learning approach to portfolio pricing and risk management for high-dimensional problems. *Mathematical Finance*, 32(4), 982–1019.
- Hambly, B., Xu, R., and Yang, H. (2023). Recent advances in reinforcement learning in finance. *Mathematical Finance*, 33(3), 437–503.
- Heaton, J. B., Polson, N. G., and Witte, J. H. (2016). Deep learning for finance: deep portfolios. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 33(1), 3–12.
- Heston, S. L. (1993). A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *The review of financial studies*, 6(2), 327–343.
- Jiang, Z., Xu, D., and Liang, J. (2017). A deep reinforcement learning framework for the financial portfolio management problem. arXiv:1706.10059.
- Krabichler, T., and Teichmann, J. (2020). Deep replication of a runoff portfolio. arXiv:2009.05034.

- Leland, H. E., and Rubinstein, M. (1976). The evolution of portfolio insurance. in *Dynamic Hedging: A Guide to Portfolio Insurance*, Wiley.
- Lin, S. K., Vincent, K., Lin, C. J., and Yeh, Z. W. (2024). Delta hedging in the USD/JPY options market: insights from implied stochastic volatility. *Management Review*, 43, 1–17.
- Niaki, S. T. A., and Hoseinzade, S. (2013). Forecasting S&P 500 index using artificial neural networks and design of experiments. *Journal of Industrial Engineering International*, 9, 1–9.
- Pippas, N., Turkay, C., and Ludvig, E. A. (2024). The evolution of reinforcement learning in quantitative finance. arXiv:2408.10932.
- Weng, C. (2014). Discrete-time CPPI under transaction cost and regime switching. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2432233>.