

IMES DISCUSSION PAPER SERIES

金融機関のリスク資本に関する考察

いしかわ たつや やまい やすひろ いえだ あきら

石川達也・山井康浩・家田明

Discussion Paper No. 2002-J-24

IMES

INSTITUTE FOR MONETARY AND ECONOMIC STUDIES

BANK OF JAPAN

日本銀行金融研究所

〒103-8660 日本橋郵便局私書箱 30 号

**備考：** 日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズは、金融研究所スタッフおよび外部研究者による研究成果をとりまとめたもので、学界、研究機関等、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図している。ただし、論文の内容や意見は、執筆者個人に属し、日本銀行あるいは金融研究所の公式見解を示すものではない。

## 金融機関のリスク資本に関する考察

いしかわ たつや やまい やすひろ いえだ あきら  
石川達也・山井康浩・家田明

### 要 旨

本稿では、金融機関のリスク資本を研究対象とした最近の理論成果を基に、金融機関が実務上一般的に採用しているリスク資本に関するフレームワークを考察した。その結果、資本配分はこのフレームワークの世界では理論的には必要ないこと、資本調達にデッドウェイト・コストと呼ばれるコストを導入すると、実務で行われているように資本配分が必要となることを指摘した。また、リスク調整後収益率で投資機会の収益性を評価することは、現在価値で評価することと同値であり、追加的な意味はないことも論じた。さらに、資本配分の必要性がある場合、その配分方法の決め方には根本的な難しさがあることも指摘した。

キーワード：リスク資本、リスク管理、資本構成、資本計画、リスク調整後収益率、資本配分、デッドウェイト・コスト

JEL classification: G20

本稿は、第1筆者（2002年3月まで日本銀行金融研究所研究第1課に勤務、現UFJホールディングスリスク統括部<E-mail: tatsuya\_ishikawa@ufj.co.jp>）および第2筆者（同、現日本銀行考査局金融課<E-mail: yasuhiko.yamai@boj.or.jp>）が金融研究所在籍中に取り組んだ研究を第3筆者（日本銀行金融研究所研究第1課<E-mail: akira.ieda@boj.or.jp>）が引継いで進めたものである。本稿の作成にあたっては、倉澤資成教授（横浜国立大学）、高橋明彦助教授（東京大学）、山下司氏（BNPパリバ証券会社）から大変貴重なコメントを多数頂戴した。もっとも、本稿で示された意見やあり得べき誤りは、全て筆者本人に属し、日本銀行、金融研究所、考査局あるいはUFJホールディングスの公式見解を示すものではない。

(目次)

1	はじめに .....	1
2	完全市場の世界 .....	3
3	現実の市場を前提とした企業金融 .....	10
4	Froot and Stein[1998]のモデルの概要 .....	15
5	標準フレームワークに関する考察 .....	25
6	資本の配分について .....	31
7	おわりに .....	38

## 1 はじめに

内外の主要金融機関では、近年、全行的な業務運営の枠組みの中に、リスク資本と呼ばれる考え方を採用するケースが増えている。リスク資本は、実務では、「業務運営上抱えるリスクから生じる予想外の損失をカバーするために必要な資本」として定義されるのが一般的である。バーゼル合意（いわゆる BIS 規制）に基づく規制上の所要自己資本とは異なり、リスク資本は、金融機関が自主的に構築するリスク管理の枠組みの中で用いられる資本である。

各金融機関は、貸出等の投資を実行すべきか否かの判断や投資額の決定等の各種業務運営の中で、リスク資本額の決定や各事業部門へのリスク資本の配分を行っている。金融機関実務で標準的に用いられている、リスク資本に関するフレームワークを Zaik *et al.*[1996]、James[1996]、Matten[2000]等を基に一般化すると以下のように整理できる。

### リスク量に見合うリスク資本の保有

金融機関全体および各事業部門のリスクをバリュー・アット・リスク等のリスク指標により計量化し、そのリスク量に見合うリスク資本を保有する。

### 各事業部門へのリスク資本の配分

各事業部門のリスクに応じてリスク資本を配分する。

### リスク調整後収益率による収益性評価

各事業部門あるいは個別投資機会の収益性を「リスク調整後収益率<sup>1</sup>」（ $\text{収益} \div \text{配分されたリスク資本}$ ）により評価し、投資の是非を判断する。

---

<sup>1</sup> リスク調整後収益率という考え方では、実務家の間ではバンカース・トラストによって開発された RAROC（Risk Adjusted Return on Capital）が最も有名である。キャサリー[1994]の以下の記述により、当時のバンカース・トラストでの RAROC の位置付けを理解できる。

「1980 年代末までに RAROC はすべての経営幹部に取引リスクの測定と、そのリスクを収益に関連づけるシステムとして確立された。測定されたリスクは全部門で 1 日に 2、3 回合計され、経営陣は全行的なリスク断面図を点検し、個別取引の定期的見直しからそれぞれのリスク / 収益バランス状況を把握できた。リスクと収益の絶えざる点検により経営陣はマーケットの条件悪化を察知しえた。最も重要な成果は、RAROC が銀行の共通言語となり全員がその用語を理解し、その測定の使用に至ったことである。バンカースでは全業務に共通のリスクおよび収益の首尾一貫した測定を使い、個別取引のレベルまで管理しえた。測定結果が比較可能だったため意思決定は企業取引部門から個別トレーダーまで首尾一貫することとなった。」

本稿では、リスク資本に関して上記 ~ の考え方を採用したフレームワークを以下「標準フレームワーク」と呼ぶ。標準フレームワークは、各金融機関が、業務の多様化を進める中で、各業務のリスクと収益性を統一的な基準で把握するという経営管理上の目的のために、いわば試行錯誤的に発展させてきたものである。

標準フレームワークの背景にある考え方は、金融機関のリスクに対する態度がリスク回避的であることを前提とした（金融機関を最終投資家として位置付けた）上で、その意思決定問題をバリュー・アット・リスク等で計量化されるリスクとリターンとのトレード・オフで決定する、というものであると解釈できる。

一方、企業金融論は、企業（金融機関）を最終投資家と予めみなすのではなく、契約の集合体としてみなすという考え方に立脚している。この考え方では、企業のリスクに対する態度は株主価値の最大化が図られるように内生的に決まるものであって、金融機関がリスク回避的であるという前提をアプリオリに仮定しているわけではない。

こうした中で学界では、近年、金融機関の実務の現状とは一線を画す形で、企業金融論的な視点から金融機関のリスク資本に関するフレームワークを扱った複数の理論研究がみられている<sup>2</sup>。

本稿の目的は、金融機関のリスク資本を扱った、企業金融論的な視点による理論研究の最近の成果を基に、実務上一般的に採用されている標準フレームワークを考察することである。

本稿の結論を予め要約すると、以下のとおりである。

- ・ 標準フレームワークで行われている「リスク資本配分」は、理論的にみると必要性はない。ただし、資本調達にデッドウェイト・コストと呼ばれるコストを導入すると、実務で行われているように資本配分が必要となる。
- ・ 標準フレームワークで、リスク調整後収益率によって投資機会の収益性を評

---

<sup>2</sup> 4章で解説する Froot and Stein[1998]のほか、リスク資本を倒産を回避するための保険契約の購入に必要な資金として議論を展開している Merton and Perold[1993]や、リスク資本を倒産確率を一定に保つために必要な無リスク資産で運用される資金として定義し、主に資本計画の意思決定の問題を取り扱った Crouhy, Turnbull, and Wakeman[1999]、Froot and Stein[1998]の枠組みを拡張した倉澤[2002]等が挙げられる。

価することは、現在価値で評価することと同値であり、追加的な意味はない。  
・資本配分の必要性がある場合、その配分方法の決め方には根本的な難しさがある。

本稿の構成は次のとおりである。前半（4章まで）では、金融機関のリスク資本に関する理論研究の基本的な考え方の説明を行う。まず、モジリアーニ・ミラーの定理が成り立つ完全市場での資本計画・資本構成・リスク管理に関する意思決定（「企業金融の意思決定」）を考察する（2章）。次に、倒産コスト等の経済的摩擦によるコストを説明し、金融機関では一般事業法人より経済的摩擦の問題が顕著であること、経済的摩擦を考慮すると「企業金融の意思決定」が複雑になることを述べる（3章）。さらに、金融機関の「企業金融の意思決定」を包括的に分析した Froot and Stein[1998]のエッセンスを紹介する（4章）。

後半（5章以降）では、前半での議論を基に、標準フレームワークに関する考察を行う。まず、4章で紹介した Froot and Stein[1998]の枠組みを応用し、標準フレームワークをモデル化する。これにより、標準フレームワークにおけるリスク調整後収益率による収益性評価等の意味合いを検討する（5章）。さらに、複数の事業部門へのリスク資本配分を考察する（6章）。

## 2 完全市場の世界

本章では、次章以降で金融機関のリスク資本を考察するための準備として、完全市場を前提とする場合の企業<sup>3</sup>のリスク管理や資本計画等を説明する<sup>4</sup>。

### (1) モジリアーニ・ミラーの定理

完全市場での企業の資本構成を考える際には、Modigliani and Miller[1958]が導出した「モジリアーニ・ミラーの定理（以下、MM 定理）」が最も重要である。

---

<sup>3</sup> 次章以降では、現実の市場における金融機関を考察の主な対象とするが、本章では完全市場を前提とするため、金融機関と一般事業法人とを区別せず「企業」として考察を行う。

<sup>4</sup> Brealey and Myers[2000]、McKinsey & Company Inc., *et al.*[2000]、Damodaran[1999]等を参照。

Fama[1978]では、Modigliani and Miller[1958]に基づき、以下の仮定を満たす「完全市場」では、企業の資本調達方法は企業価値に全く影響を与えないことが示されている。

市場の完全性（税・取引コスト、制度的な制約、倒産コストはない）

情報の対称性（全ての投資家・企業・企業経営者は同じ情報を持ち、その情報が市場価格に与えるインパクトに対し同じ期待を持っている）

投資の意思決定は所与（投資に関する意思決定は所与であり、資本調達に関する意思決定とは独立になされる）

イコール・アクセス（全ての市場参加者は同じ条件で同じ証券を発行できる）

MM 定理のエッセンスは、「企業が、自ら発行する証券のペイ・オフを操作しても、投資家自身は、市場で取引されている証券を適当に組み合わせることによりペイ・オフを組み替えることができることから、企業によるペイ・オフの操作は全く意味をなさない」というものである。

この MM 定理の考え方を、企業のリスク管理に当てはめると、「企業は市場で取引可能なリスクには無関係（irrelevant）である」ということができる。すなわち、「企業が晒されている（取引可能な）リスクは、企業がヘッジしなくともこの企業の株式あるいは債券に投資している投資家が自分でヘッジできる。したがって、企業のリスク・ヘッジはこの企業の証券の投資家にとって無関係である」といえる。

つまり、MM 定理が成り立つ完全市場では、企業のリスクに対する態度をリスク回避的であるとアプリアリに仮定することはできないのである。

以下本章では、この MM 定理が成り立つ完全市場での企業の意思決定を、資産価格付けモデルの考え方を使って解説する。

## (2) 資産価格付けモデルによるプライシング

リスク管理や資本構成等が企業の価値に与える影響を検討するためには、まず企業の将来のペイ・オフの現在価値（以下、「企業価値」と呼ぶ）を計算することが必要となる。本稿では、将来の不確実なペイ・オフの現在価値を計算する



方法として、CAPM（資産価格付けモデル<Capital Asset Pricing Model>）による価格付けの考え方をを用いる<sup>5</sup>。

本節では、CAPMにより将来の不確実なペイ・オフの現在価値を計算する方法を導出する。以下、2期間モデル（0期と1期）によって議論を進める。

CAPMでは、ある資産*i*の収益率 $r_i$ と市場ポートフォリオの収益率（マーケット・リターン）との間に、(1)式の関係があるとされている<sup>6</sup>。

$$E[r_i] = r_f + \beta_i(E[r_M] - r_f), \quad (1)$$

$$\text{ただし}^7, \beta_i = \frac{\text{cov}(r_i, r_M)}{\text{var}(r_M)},$$

$r_M$  : マーケット・リターン

$r_f$  : 無リスク金利.

$\beta_i$  は各資産のベータ値と呼ばれる定数である。

ここで、この資産の1期のペイ・オフを表す確率変数を $X_i$ 、0期におけるこの資産の現在価値を $P(X_i)$ とする。このとき、 $r_i$ の定義から(2)式が成り立つ。

$$1 + E[r_i] = \frac{E[X_i]}{P(X_i)}. \quad (2)$$

(2)式を(1)式に代入し、各資産の特性に依存しないパラメータとして $\gamma = (E[r_M] - r_f) / \text{var}(r_M)$ とおき、 $P(X_i)$ について解くと(3)式を得る。

$$P(X_i) = \frac{E[X_i] - \gamma \text{cov}(X_i, r_M)}{1 + r_f}. \quad (3)$$

資産の現在価値を表す(3)式から、企業価値はペイ・オフ $X$ の期待値とマーケット・リターン $r_M$ との相関（共分散）に依存することがわかる。つまり、ペイ・オフの持つリスクのうち、マーケット・リターンと無相関なリスク（イディオシンクラティック・リスク）は企業価値に影響せず、マーケット・リターンと相関を

---

<sup>5</sup> CAPMによる価格付けの方法は、確率的割引ファクターの考え方に基いている。確率的割引ファクターの考え方に基づく他の方法を用いても同様の議論展開が原理的に可能である。なお、確率的割引ファクターの詳細は、Cochrane[2001]、池田[2000]等を参照。

<sup>6</sup>  $E[\bullet]$ は、0期での情報を所与とした期待値オペレータを表す。

<sup>7</sup>  $\text{cov}(X, Y)$ は確率変数 $X$ と $Y$ の共分散を、 $\text{var}(X)$ は確率変数 $X$ の分散を表す。

持つリスク（システマティック・リスク）のみが企業価値に影響を与えることになる。ここで、システマティック・リスクとは、ペイ・オフを表す確率変数  $X$  のうち、マーケット・リターンと相関する部分  $s_X$ （平均 0）として以下のように定義できる。

$$s_X = \frac{\text{cov}(X, r_M)}{\text{var}(r_M)}(r_M - E[r_M]). \quad (4)$$

イデオシンクラティック・リスクは、マーケット・リターン  $r_M$  と無相関な部分  $\varepsilon_X$ （平均 0）として、以下のように定義できる。

$$\varepsilon_X = X - E[X] - \frac{\text{cov}(X, r_M)}{\text{var}(r_M)}(r_M - E[r_M]). \quad (5)$$

システマティック・リスクのみが企業価値に影響を及ぼすということは、投資家は多くの種類の証券に投資を行う（分散投資を行う）ことで個々の証券に固有のイデオシンクラティック・リスクから影響を受けないようにすることができることに基づいている。

### (3) 完全市場の下での資本計画・資本構成・リスク管理

次に、MM 定理が成立する完全市場での 3 つの意思決定（資本計画・資本構成・リスク管理）を説明する。本稿では、資本計画・資本構成・リスク管理を以下のように定義して議論を進める。本稿では、これら 3 つの意思決定を合わせて「企業金融の意思決定」と呼ぶ。

- ・資本計画（capital budgeting）

一定の投資機会が存在する場合に、その投資実行の是非と投資単位を決定すること。

- ・資本構成（capital structure）

企業が投資を行う際、その資本調達方法と調達額を選択すること。本稿では、簡単のため資本調達方法を株式と社債に限る。

- ・リスク管理（risk management）

企業が抱えるリスクのヘッジを行うか否かを判断すること。企業が抱えるリスクは、市場で取引できるリスクと取引できないリスクに分けられるが、ここで、「リスク・ヘッジ」は、市場で取引されているリスクを市場で取引されて

いる証券によってヘッジすることを表す。

なお、本稿では、標準的な企業金融論（MM 理論）に従い、企業の目標が、企業価値から資本調達額を差し引いたネット・プレゼント・バリュー（Net Present Value、以下 NPV）の最大化であることを前提に議論を進める<sup>8</sup>。ここで、NPV は、企業の現在価値を  $P(X)$ 、資本調達額を  $I$  とすると、(6)式で表される。

$$NPV = P(X) - I. \quad (6)$$

完全市場での「企業金融の意思決定」で最も重要な性質は、「価値の加法性（value additivity）<sup>9</sup>」である。ここで、価値の加法性とは、ある2つの投資機会 A、B（ペイ・オフは各々  $X_A$ 、 $X_B$ ）があり、その現在価値を  $P(X_A)$ 、 $P(X_B)$  とすると、各々の現在価値の和は2つの投資機会 A、B の組み合わせの現在価値と等しい（ $P(X_A + X_B) = P(X_A) + P(X_B)$ ）というものである。この価値の加法性は、(3)式から、次のように簡単に示すことができる。

$$\begin{aligned} P(X_A + X_B) &= \frac{E[X_A + X_B] - \gamma \text{cov}(X_A + X_B, r_M)}{1 + r_f} \\ &= \frac{E[X_A] - \gamma \text{cov}(X_A, r_M)}{1 + r_f} + \frac{E[X_B] - \gamma \text{cov}(X_B, r_M)}{1 + r_f} \\ &= P(X_A) + P(X_B). \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式の導出からもわかるように、価値の加法性は、現在価値  $P(X)$  がペイ・オフ  $X$  の線形関数であることに起因している。

また、 $I_{A+B} = I_A + I_B$  なので、(8)式のように NPV も価値の加法性を持つことがわかる。

$$\begin{aligned} NPV_A + NPV_B &= \{P(X_A) - I_A\} + \{P(X_B) - I_B\} \\ &= \{P(X_A) + P(X_B)\} - \{I_A + I_B\} \\ &= P(X_A + X_B) - \{I_A + I_B\} \\ &= NPV_{A+B}. \end{aligned} \quad (8)$$

---

<sup>8</sup> この点に関する議論の詳細は、例えば、岩村・鈴木[2001] 3章、Brealey and Myers[2000] Ch.5、Damodaran[1999] Ch.2 等を参照。

<sup>9</sup> 価値の加法性の概念は、Brealey and Myers[2000]で詳しく紹介されている。

この価値の加法性は、企業の「企業金融の意思決定」に以下のような重要なインプリケーションを持っている。

#### ・資本計画

企業が抱える複数の投資機会に関する意思決定（資本計画）は、価値の加法性が成り立つ場合、投資機会毎に独立に行うことができる。例えば、ある企業に2つの事業部門があり、各々が資本計画を行っているとしよう。このとき、各部門へ資金を適当に配分し、各部門が独立に NPV の最大化を行えば、価値の加法性により会社全体の NPV も最大化される。

したがって、価値の加法性が成り立つ状況では、資本計画の際に他の投資機会や部門のことを考慮する必要がなく、資本計画を「分権的」に行うことが可能である。

#### ・資本構成

価値の加法性から、企業の資本調達方法が企業価値に影響を与えないという MM 定理を示すことができる<sup>10</sup>。まず、 $X$  をある企業の1期のペイ・オフを表す確率変数とし、企業が株式のみで資本調達を行った場合の企業価値を  $P_1 = P(X)$  とする。次に、この企業と同じペイ・オフを持ち、株式と社債の両方で資本調達を行う企業の現在価値を考える。株式と社債の1期におけるペイ・オフを各々  $S$ 、 $D$  とすると、この企業の現在価値  $P_2$  は、株式の現在価値と社債の現在価値の和であるから  $P_2 = P(S) + P(D)$  となる。また、1期の企業全体のペイ・オフが株式と社債に分割されることから、 $X = S + D$  が成立する。このことから、価値の加法性により、次のとおり  $P_1 = P_2$  が成り立つ。

$$P_1 = P(X) = P(S + D) = P(S) + P(D) = P_2. \quad (9)$$

よって、企業価値が資本調達方法に依存しないという MM 定理が示された。

#### ・リスク管理

企業のリスク管理は、価値の加法性が成り立つ場合、企業価値に影響を与えないことを示すことができる<sup>11</sup>。

---

<sup>10</sup> ここでの MM 定理の証明は、Ross[1978]による。

<sup>11</sup> ここでの説明は、Culp[2001]を参考にした。

例を挙げて説明しよう。ここでは、企業のペイ・オフ  $X$  の変動（リスク）は市場取引で全てヘッジ可能であり、このペイ・オフを原資産とした先渡取引があると仮定する。市場が完全であれば、その先渡契約（ $F - X$ 、先渡価格を  $F$  とする）の NPV はゼロである<sup>12</sup>。つまり、(3)式から以下が成り立つ。

$$0 = \frac{E[F - X] - \gamma \text{cov}(F - X, r_M)}{1 + r_f}. \quad (10)$$

したがって、先渡価格  $F$  は以下で表される<sup>13</sup>。

$$F = E[X] - \gamma \text{cov}(X, r_M). \quad (11)$$

ここで、ペイ・オフ  $X$  のリスクを先渡取引でヘッジした後のペイ・オフは先渡価格  $F$  となり、ヘッジ後の企業価値  $P'_1$  はヘッジ前の価値  $P(X)$  と一致する。

$$\begin{aligned} P'_1 = P(F) &= \frac{E[F] - \gamma \text{cov}(F, r_M)}{1 + r_f} = \frac{F}{1 + r_f} = \frac{E[X] - \gamma \text{cov}(X, r_M)}{1 + r_f} \\ &= P(X). \end{aligned} \quad (12)$$

つまり、企業のペイ・オフに NPV=0 のヘッジ取引を加えても、価値の加法性により企業価値は不変である。

以上から、完全市場の前提の下では、ある投資機会が与えられると、「企業金融の意思決定」は次のように行われるべきであることがわかる。

<sup>12</sup> 完全市場で市場取引の NPV がゼロとなることは、以下のように説明できる。仮に、完全市場で NPV が正の市場取引が存在したとしよう。このとき、市場参加者は市場で自由にこの取引を行えるため、全ての市場参加者はこの取引に参入するであろう。このため、この取引に対して超過需要が発生し、これを調整するため市場価格は NPV が減少する方向に動く。NPV がゼロになるまでこの市場価格の調整は継続するため、均衡では NPV はゼロとなる。市場が完全ならば、こうした市場価格の調整は瞬時に行われるため、NPV が正の市場取引は、完全市場では存在し得ない。

<sup>13</sup> (3)式より、 $E[X] = (1 + r_f)P(X) + \gamma \text{cov}(X, r_M)$  であることから、 $F = (1 + r_f)P(X)$  である。これは無リスクで利益を得られないという無裁定条件から導かれる先渡価格である。

資本計画	<p>投資機会のペイ・オフの現在価値を、(3)式を用いて個別に評価し<sup>14</sup>、NPV が正の投資機会は全て採用する（完全市場の前提では、NPV が正の投資機会を持っている限り資本調達は無制限に行える）。</p> <p>価値の加法性により、企業が実行済みあるいは実行を検討している他の投資機会を一切考慮する必要はない。</p> <p>ペイ・オフの現在価値の計算では、マーケット・リターンに連動したシステムティック・リスクは現在価値に影響するが、投資機会に固有のイディオシンクラティック・リスクは影響しない（(2)節参照）。</p>
資本構成	<p>資本調達方法は企業価値に無関係であることから、資本構成は株、社債のいずれを用いてもよい。</p>
リスク管理	<p>リスク・ヘッジは企業価値に無関係であるため、リスクを管理する必要はない。</p>

### 3 現実の市場を前提とした企業金融

#### (1) 経済的摩擦の存在

前章では完全市場を前提に議論を進めたが、現実の市場は完全市場ではない。完全市場では、価値の加法性が成立した。価値の加法性の成立は、前章で示したように、企業の現在価値がペイ・オフの線形関数であることに基づいていた。しかし、企業の現在価値がペイ・オフの線形関数でない場合は、価値の加法性は成立しない可能性がある。

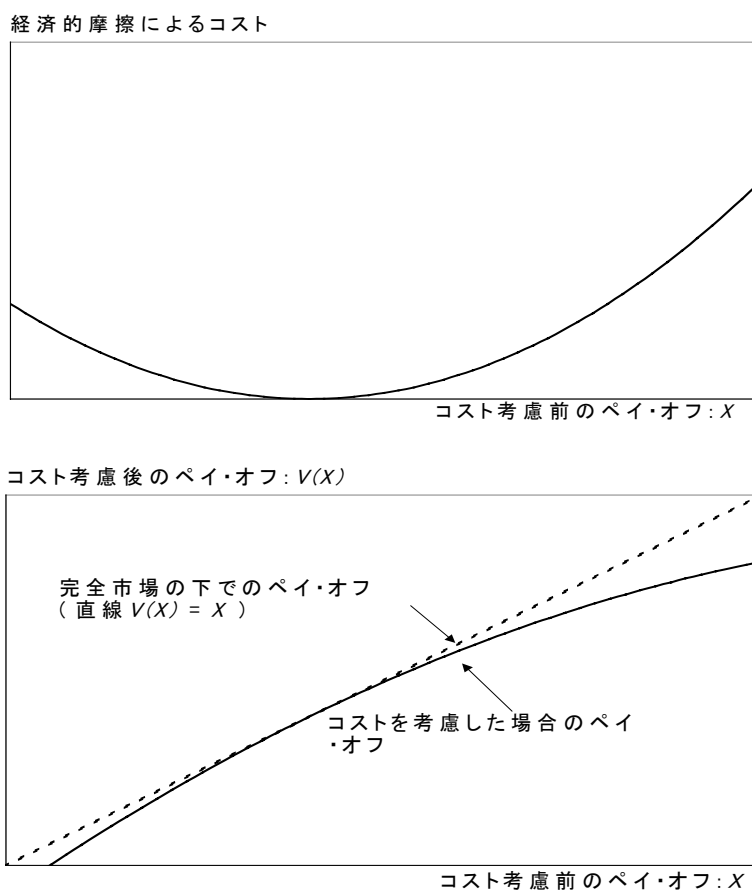
馬場[2001]は、Smith and Stulz[1985]等の結果を用いて、市場の完全性の仮定を緩めると、導かれる結論が完全市場の場合のそれと大きく異なることを解説している。ここでは、馬場[2001]に従ってこの説明を行う。

<sup>14</sup> 実務上は(3)式ではなく(2)式を変形させた式 ( $P(X_i) = E(X_i) / (1 + r_i)$ ) により現在価値を評価するのが一般的である。その際には、 $r_i$  (あるいは  $\beta_i$ ) を投資機会毎に算出する必要があるが、企業金融の実務では一企業で単一の値が用いられることが多い。これは、個別の投資機会のベータが、企業のベータに等しい (あるいは近い) のであれば問題は少ないが、一般的には適切なやり方ではない。この点の詳細は後述する。

企業の現在価値がペイ・オフの線形関数とならない要因として、累進的な法人税や倒産コスト等の「経済的摩擦の存在」がある<sup>15</sup>。これらの経済的な摩擦は、ペイ・オフに対して凸関数の関係にあるコストを企業に課すとされる（下記の図を参照）。

経済的摩擦によるコストを考慮する前のペイ・オフを  $X$ 、コストを考慮した後のペイ・オフを  $V(X)$  とすると、 $V(X)$  は  $X$  の凹関数となる（図を参照）。この凹性により価値の線形性が失われ、MM 定理等が成立しなくなる（詳細は(2)節で説明する）。

図 経済的摩擦によるコストとペイ・オフの関係



(備考) 馬場[2001]、Smith and Stulz[1985]を参考に作成

<sup>15</sup> 市場の不完全性の背景として、エージェンシー問題（株主と債権者の利害対立、企業経営者と株主・債権者の利害対立）は極めて重要であるが、本稿ではそれ自体を正面から取り上げることはしない。エージェンシー問題の詳細は、Barnea, Haugen, and Senbet[1985]等を参照。ただし、本稿で取り上げる経済的摩擦の中には、割高な外部資本コスト（次頁参照）等エージェンシー問題と密接な関係を持つものもある。

コストを発生させる経済的摩擦として以下の3つが指摘されている。

累進的な法人税 (Smith and Stulz[1985])

法人税が累進的であると、税引き前ペイ・オフが多いほど税率が高くなるので、法人税額は税引き前ペイ・オフの凸関数となる(税引き後ペイ・オフは税引き前ペイ・オフの凹関数となる)。

倒産コスト (Smith and Stulz[1985])

倒産コストとは、企業の倒産によって生じるコストである。具体的には、倒産に伴う処理手続費用(裁判・弁護士費用等)等が挙げられる。倒産コストはコスト考慮前のペイ・オフの減少に対して累進的に効いてくると考えられる。このとき、コスト考慮後のペイ・オフはコスト考慮前のペイ・オフの凹関数となる。

割高な外部資本コスト (Froot, Scharfstein, and Stein[1993])

一般に、内部留保等による内部資本に比べて、株式や社債等による外部資本の方がコストが高いとされている。Froot, Scharfstein, and Stein [1993]は、この割高なコストを前提とすると、コスト考慮後のペイ・オフがコスト考慮前のペイ・オフの凹関数となることを示した<sup>16</sup>。彼らによれば、企業のペイ・オフの減少は内部留保の減少を通じて外部資本への依存度を高める。外部資本が割高である場合は、この外部資本への依存は企業に追加的なコストを課すことになる。このとき、企業のペイ・オフは凹関数となることが示される。

## (2) ペイ・オフの凹性と価値の非加法性

(1)節では、経済的摩擦から発生するコストを考慮した後のペイ・オフはコスト考慮前のペイ・オフの凹関数となることを説明した(上記図を参照)。

このとき、価値の加法性が成り立たないことを示そう。経済的摩擦によるコストを考慮する前の企業のペイ・オフを $X$ 、考慮後のペイ・オフを $V$ とし、 $V$ は $X$ の凹関数であるとする。

$$V = V(X) \text{ ただし, } V'(\bullet) > 0, V''(\bullet) < 0. \quad (13)$$

---

<sup>16</sup> Froot, Scharfstein, and Stein[1993]の詳細は馬場[2001]を参照。



すると、(3)式より、企業価値は(14)式で表される。

$$P(V(X)) = \frac{E[V(X)] - \gamma \text{cov}(V(X), r_M)}{1 + r_f} \quad (14)$$

$V(\bullet)$  は凹関数であるので、(15)式のように価値の加法性が成り立たないことがわかる。

$$\begin{aligned} P(V(X_A + X_B)) &= \frac{E[V(X_A + X_B)] - \gamma \text{cov}(V(X_A + X_B), r_M)}{1 + r_f} \\ &\neq \frac{E[V(X_A)] - \gamma \text{cov}(V(X_A), r_M)}{1 + r_f} + \frac{E[V(X_B)] - \gamma \text{cov}(V(X_B), r_M)}{1 + r_f} \\ &= P(V(X_A)) + P(V(X_B)). \end{aligned} \quad (15)$$

価値の加法性が成り立たないため、完全市場での「企業金融の意思決定」における関係（資本計画を分権的に行うことができること、資本調達方法が企業価値と無関係であること、リスク管理が企業価値に無関係であること）は全て成立しなくなる。つまり、「企業金融の意思決定」は完全市場を前提とするときに比べ複雑となる。

### (3) 金融機関における経済的摩擦の重要性

前節までの議論では、経済主体を単に企業としてきた。しかし、その中でも、特に金融機関では、一般事業法人に比べ経済的摩擦がその「企業金融の意思決定」に与える影響は大きい。先行研究ではこの点を以下のように説明している。

まず、Merton and Perold[1993]は、倒産コストと割高な外部資本コストの問題が金融機関で顕著であると指摘している。

#### 倒産コスト

金融機関は、一般的に顧客（預金者、保険契約者等）が債権者を兼ねているという点で、一般事業法人とは企業としての性格を異にしている。ある金融機関の倒産リスクが上昇すると他の金融機関へ顧客が流出する。顧客流出は、得られたはずの収益の逸失という形で金融機関に間接的なコストを負わせることになる。

顧客流出に伴う間接的なコストは一般事業法人でも発生し得るが、金融機関の場合は、預金保険等のセーフティ・ネットの外側にいる顧客が倒産リス

クに極めて敏感であるため、金融機関の顧客流出のインパクトは一般事業法人のそれよりも大きい。その結果として金融機関の倒産コスト<sup>17</sup>は一般事業法人のそれに比べて大きくなる。

情報の非対称性に伴う割高な外部資本コスト

一般的に、金融機関の保有資産や業務内容の詳細は外部に公表されておらず、外部からみると、業務は不透明（opaque）である<sup>18</sup>。例えばトレーディング業務では、比較的流動性の高い証券の売買が頻繁に行われており、外部からトレーディングの内容を詳細に追うことは不可能である。また、商業銀行業務では、外部から個別の貸出債権の内容や貸出ポートフォリオのリスク・プロファイルを知ることは困難である。つまり、金融機関業務では、金融機関内部（経営陣）と外部（投資家、預金者等）との情報の非対称性は一般事業法人のそれよりも大きい。経営陣と外部の情報の非対称性は割高な外部資本コストという問題に繋がる（Myers and Majluf[1984]）。このため、金融機関では、一般事業法人よりもこの問題が深刻となる。

また、Froot and Stein[1998]は、金融機関は市場で摩擦なしでは売買できない（cannot be frictionlessly traded in the capital markets）ような資産（例としては中小企業向け貸出や通貨スワップ取引の信用リスク部分）に投資を行っており、その点で金融機関は経済的摩擦を明確に考慮する必要があるとしている。

このように金融機関では、経済的摩擦が「企業金融の意思決定」に与える影響が相対的に大きいため、「企業金融の意思決定」は、経済的摩擦を考慮に入れて行う必要性が一般事業法人に比べて高い。

次章以降では、金融機関の「企業金融の意思決定」等を解説する。まず、次章で、ペイ・オフの凹性を明示的に勘案した Froot and Stein[1998]の概要を紹介する。

---

<sup>17</sup> 金融機関における倒産コストの大きさに関する議論は、Merton[1997]を参照。

<sup>18</sup> このように金融機関の不透明性を定義付けたのは Ross[1989]である。

#### 4 Froot and Stein[1998]のモデルの概要

前章では、倒産コストや情報の非対称性等の経済的摩擦を考慮すると、ペイ・オフの加法性は成り立たないことから、「企業金融の意思決定」が複雑となることを述べた。

Froot and Stein[1998]は、経済的摩擦が存在する下での金融機関の「企業金融の意思決定」を包括的に分析している。ここでは、Froot and Stein[1998]のエッセンスを紹介する<sup>19</sup>。Froot and Stein[1998]の枠組みでは、経済的摩擦を考慮すると、金融機関はリスク回避性を持つことにより、企業価値の最大化のためには投資のリスクを織り込んで意思決定を行う必要があることが明示的に示される。

##### (1) モデルの設定

まず、期間は、0期と1期の2つであるとする。ある金融機関が1期に1単位あたり  $X$  ( $X$  は0期時点では確率変数)のペイ・オフを生み出す投資機会に投資しているとする。その平均  $\mu$  からの変動(リスク)は、市場で取引可能な部分と取引できない部分とに分離でき、それらは各々正規分布に従うとする。

$$X = \mu + \varepsilon^T + \varepsilon^N, \quad (16)$$

$\mu$  :  $X$  の平均値

$\varepsilon^T$  :  $X$  の変動のうち取引可能な部分(平均0の正規分布に従う)

$\varepsilon^N$  :  $X$  の変動のうち取引不可能な部分(平均0の正規分布に従う)。

$\varepsilon^N$  は市場で取引できないリスクであり、マーケット・リターン  $r_M$  とは、 $\text{cov}(\varepsilon^N, r_M) = 0$  の関係を持つ。

さらに、この投資機会は無限単位存在し、元手なし(zero-net-worth < 以下、ゼロ・コスト >) で構築できるとする<sup>20</sup>。

---

<sup>19</sup> なお、本稿では、Froot and Stein[1998]のエッセンスを理解しやすいように、適宜モデルの設定や説明方法等を変えている。

<sup>20</sup> 投資機会がゼロ・コストで構築できるという仮定は、初期投資が不要なデリバティブ取引等を想定したものである。貸出や有価証券投資等の初期投資が必要な投資機会を想定する場合は、無リスク金利による調達・運用とゼロ・コストの投資機会とを合成したポジションと考えればよい。

本章以降では、社債（預金も含む）による資金調達額を外生的に与えられた一定値とし、一般性を失うことなくこれをゼロとおく。つまり、必要資金額は全て株式で調達されるとする。

金融機関は、0期にリスク資本（以下、資本） $K$ を調達しており、これを金利 $r_f$ の無リスク資産に投資するとする。この資本は、収益悪化のリスクに対するバッファと考えることができる。なお、Froot and Stein[1998]は、金融機関の資本計画・リスク管理・資本構成間の関係を内生的に導出する枠組みを提供しているが、まずはこれ以降(4)節までは、資本 $K$ の水準は所与であるとする。

この金融機関が(16)式の投資機会に $\alpha$ 単位投資した場合、経済的摩擦がなければ、1期に得るペイ・オフ $w$ は以下で表される。

$$w = \alpha X + (1+r_f)K = \alpha(\mu + \varepsilon^T + \varepsilon^N) + (1+r_f)K. \quad (17)$$

経済的摩擦の存在により、金融機関のペイ・オフには非線形なコストがかかる。このコスト考慮後のペイ・オフ $V$ は $w$ の凹関数であるとする。すなわち、

$$V = V(w) \quad \text{ただし, } V'(\bullet) > 0, V''(\bullet) < 0, \quad (18)$$

とする。

このとき、金融機関の現在価値 $P$ は、(3)式より以下で表される。

$$P = P(V(w)) = \frac{E[V(w)] - \gamma \text{cov}(V(w), r_M)}{1+r_f}. \quad (19)$$

したがって、金融機関のNPVは、(20)式で表される。

$$NPV = P - K = \frac{E[V(w)] - \gamma \text{cov}(V(w), r_M)}{1+r_f} - K. \quad (20)$$

## (2) リスク管理

(1)節の設定の下で、まず、リスク管理が企業価値に与える影響を検討する。簡単のため、投資機会のペイ・オフ $X$ の変動は市場取引で全てヘッジ可能である（つまり $\varepsilon^N = 0$ ）と仮定する。前章と同様、市場取引でヘッジ可能なリスクを原資産とする先渡取引があるとして、 $\xi$ 単位の先渡取引（先渡価格 $F$ ）によりリスクをヘッジしたときの企業価値をみる。金融機関のコスト考慮前のペイ・オフ $w_H$ は以下ようになる。

$$w_H = \alpha X + \xi(F - X) + (1 + r_f)K. \quad (21)$$

このときの金融機関の現在価値  $P$  は以下ようになる。

$$\begin{aligned} & P(V(w_H)) \\ &= \frac{E[V(\alpha X + \xi(F - X) + (1 + r_f)K)] - \gamma \text{cov}(V(\alpha X + \xi(F - X) + (1 + r_f)K), r_M)}{1 + r_f} \\ &= \frac{E[V((\alpha - \xi)X + \xi F + (1 + r_f)K)]}{1 + r_f} \\ &\quad - \frac{\gamma E[V'((\alpha - \xi)X + \xi F + (1 + r_f)K)] \text{cov}((\alpha - \xi)X + \xi F + (1 + r_f)K, r_M)}{1 + r_f}. \end{aligned} \quad (22)$$

(22)式を  $\xi$  で偏微分して最適なヘッジの量を求めると  $\xi = \alpha$  となる<sup>21</sup>。つまり、ペイ・オフが凹性を持つ場合は、取引可能なリスクは全てヘッジするのが最適となることがわかる<sup>22</sup>。これは、完全市場の場合（リスク・ヘッジの必要なし）とは正反対の結論である。

### (3) 投資機会が単一の場合の資本計画

次に資本計画、つまり、所与の投資機会にどの程度投資すべきかを考える。ここでは、所与の資本量  $K$  に対して、NPV を最大化する投資量  $\alpha$  を求めるといふ問題になる。

(2)節の結果では、金融機関の最適な戦略は、取引可能なリスクは全てヘッジすることであった。したがって、最適戦略では、 $\varepsilon^T$  を原資産とし、ペイ・オフが

<sup>21</sup>  $E[F - X] - \gamma \text{cov}(F - X, r_M) = 0$  を用いて偏微分を計算すると以下ようになる。

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} = \frac{E[V'((\alpha - \xi)X + \xi F + (1 + r_f)K)]}{1 + r_f} \text{cov}((\alpha - \xi)X + \xi F + (1 + r_f)K, F - X - \gamma r_M)$$

$V''(\bullet) < 0$  より、これがゼロになるのは共分散がゼロのときで、そのときは  $\xi = \alpha$  である。

<sup>22</sup> この結果は、市場取引の NPV がゼロであるという仮定に依存している（脚注12）。しかし、Froot and Stein[1998]によると、仮に NPV が正の市場取引が存在する場合は、その取引の完全なヘッジは必ずしも最適な戦略ではない。Froot and Stein[1998]は、NPV が正の市場取引の例として、有能なトレーダーによる市場取引を挙げている。すなわち、あるトレーダーが先行きの予測能力や特殊な情報へのアクセス能力等で他のトレーダーより優れていると、そのトレーダーの行う市場取引は正の NPV を持つ可能性がある。

$(F_{\varepsilon^T} - \varepsilon^T)$  で表される先渡取引が  $\alpha$  単位行われる ( $F_{\varepsilon^T}$  は先渡価格)。さらに、この先渡取引は市場取引であるため、その NPV はゼロである。よって、 $(E[F_{\varepsilon^T} - \varepsilon^T] - \gamma \text{cov}(F_{\varepsilon^T} - \varepsilon^T, r_M)) / (1 + r_f) = 0$  が成り立ち、先渡価格は  $F_{\varepsilon^T} = -\gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M)$  となる。このため、ヘッジ後のペイ・オフ  $w$  は次式となる。

$$\begin{aligned} w &= \alpha X + \alpha(F_{\varepsilon^T} - \varepsilon^T) + (1 + r_f)K \\ &= \alpha(\mu + \varepsilon^T + \varepsilon^N - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M) - \varepsilon^T) + (1 + r_f)K \\ &= \alpha(\mu + \varepsilon^N - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M)) + (1 + r_f)K. \end{aligned} \quad (23)$$

資本計画は、投資量  $\alpha$  を操作変数として、(20)式で表される NPV を最大化する問題として捉えることができる。つまり以下の問題を解けばよい。

$$\max_{\alpha} \frac{E[V(w)] - \gamma \text{cov}(V(w), r_M)}{1 + r_f} - K, \quad (24)$$

$$\text{ただし、 } w = \alpha(\mu + \varepsilon^N - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M)) + (1 + r_f)K.$$

この解  $\alpha$  は、以下の式の解として与えられる。

$$\mu = \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M) + \gamma \text{cov}(\varepsilon^N, r_M) + \alpha G^M \text{var}(\varepsilon^N), \quad (25)$$

$$\text{ただし、 } G^M = -\frac{E[V''(w)] - \gamma E[V'''(w)] \text{cov}(w, r_M)}{E[V'(w)] - \gamma E[V''(w)] \text{cov}(w, r_M)}.$$

上述のように、取引不可能なリスク  $\varepsilon^N$  とマーケット・リターン  $r_M$  には、 $\text{cov}(\varepsilon^N, r_M) = 0$  という関係があるので、ペイ・オフ  $w$  とマーケット・リターンとの相関も(26)式よりゼロとなる。

$$\text{cov}(w, r_M) = \text{cov}(\alpha(\mu + \varepsilon^N - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M)) + K, r_M) = \alpha \text{cov}(\varepsilon^N, r_M) = 0. \quad (26)$$

よって、(25)式は以下ようになる。

$$\mu = \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M) + \alpha G \text{var}(\varepsilon^N), \quad (27)$$

$$\text{ただし、 } G = -\frac{E[V''(w)]}{E[V'(w)]}.$$

ここで、(27)式の右辺をみると、金融機関のペイ・オフの非線形性を表す関数  $V(w)$  の凹性が強いほど、 $G$  は大きい正の値となることがわかる。この点で  $G$  は、金融機関の「リスク回避性」を表していると考えることができる。

(27)式より、以下を得る。

$$\alpha = \frac{\mu - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M)}{G \text{var}(\varepsilon^N)}. \quad (28)$$

ここで、ヘッジ後の投資機会のペイ・オフを  $X_H$  とすると、

$$\begin{aligned} X_H &= X + (F_{\varepsilon^T} - \varepsilon^T) = \mu + \varepsilon^T + \varepsilon^N - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M) - \varepsilon^T \\ &= \mu + \varepsilon^N - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M), \end{aligned} \quad (29)$$

であり、その現在価値は(30)式となる。

$$\begin{aligned} P(X_H) &= P(\mu + \varepsilon^N - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M)) \\ &= \frac{E[\mu + \varepsilon^N - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M)] - \gamma \text{cov}(\mu + \varepsilon^N - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M), r_M)}{1 + r_f} \\ &= \frac{\mu - \gamma \text{cov}(\varepsilon^T, r_M)}{1 + r_f} \quad (\because \text{cov}(\varepsilon^N, r_M) = 0). \end{aligned} \quad (30)$$

したがって、(28)式は以下のように表される。

$$\alpha = \frac{1 + r_f}{G \text{var}(\varepsilon^N)} P(X_H). \quad (31)$$

(31)式から、最適な投資量  $\alpha$  は、ヘッジ後の投資機会の現在価値  $P(X_H)$  のみならず、金融機関のリスク回避性  $G$  や投資機会のリスクのうち取引不可能な部分  $\varepsilon^N$  に依存して決定されることがわかる。これは、投資機会の現在価値のみで資本計画を行える完全市場の場合とは異なる結論である。

さらに、Froot and Stein[1998]によれば、リスク回避性  $G$  は資本量  $K$  の単調減少関数であり、 $K$  が無限大になると、 $G$  はゼロに収束することがわかっている。したがって、資本量  $K$  が大きいと最適な投資量も大きくなり（(31)式参照）、理論的には資本が無限大になると無限大の投資が最適となる。

#### (4) 投資機会が複数の場合の資本計画

次に、ある投資機会に既に投資している金融機関が、新たに別の投資機会に投資するときの資本計画をどう行うべきかを検討する。

金融機関は、あるゼロ・コストの投資機会に1単位のポジションを既に持っているとする。この投資機会のペイ・オフ  $X_p$  は、 $X_p$  の平均値と平均値からの変動

(取引可能な部分と不可能な部分とに分離される)からなるとし、以下で表されるとする。

$$X_P = \mu_P + \varepsilon_P^T + \varepsilon_P^N, \quad (32)$$

$\mu_P$  :  $X_P$  の平均値

$\varepsilon_P^T$  :  $X_P$  の変動のうち取引可能な部分 (平均 0 の正規分布に従う)

$\varepsilon_P^N$  :  $X_P$  の変動のうち取引不可能な部分 (平均 0 の正規分布に従う)。

また、新たな投資機会もゼロ・コストで、そのペイ・オフ  $X_N$  は、以下で表されるとする。

$$X_N = \mu_N + \varepsilon_N^T + \varepsilon_N^N, \quad (33)$$

$\mu_N$  :  $X_N$  の平均値

$\varepsilon_N^T$  :  $X_N$  の変動のうち取引可能な部分 (平均 0 の正規分布に従う)

$\varepsilon_N^N$  :  $X_N$  の変動のうち取引不可能な部分 (平均 0 の正規分布に従う)。

新たな投資機会への投資量を  $\alpha$  とすると、金融機関が 1 期に得るペイ・オフは以下で表される。

$$w = X_P + \alpha X_N + (1+r_f)K = (\mu_P + \varepsilon_P^T + \varepsilon_P^N) + \alpha(\mu_N + \varepsilon_N^T + \varepsilon_N^N) + (1+r_f)K. \quad (34)$$

(3)節と同様に取引可能なリスクは全てヘッジされるので、(34)式は以下のようになる。

$$w = \mu_P + \varepsilon_P^N + \alpha(\mu_N + \varepsilon_N^N) - \gamma(\text{cov}(\varepsilon_P^T, r_M) + \alpha \text{cov}(\varepsilon_N^T, r_M)) + (1+r_f)K. \quad (35)$$

NPV の最大化問題を  $\alpha$  について解くと、解  $\alpha$  は(36)式の解となる。

$$\mu_N = \gamma \text{cov}(\varepsilon_N^T, r_M) + \gamma \text{cov}(\varepsilon_N^N, r_M) + (\text{cov}(\varepsilon_N^N, \varepsilon_P^N) + \alpha \text{var}(\varepsilon_N^N))G^M, \quad (36)$$

$$\text{ただし、 } G^M = -\frac{E[V''(w)] - \gamma E[V'''(w)] \text{cov}(w, r_M)}{E[V'(w)] - \gamma E[V''(w)] \text{cov}(w, r_M)}.$$

投資機会が 1 つの(25)式と比べると、(36)式右辺第 3 項に既存投資機会と新規投資機会の相関を表す項  $G^M \text{cov}(\varepsilon_N^N, \varepsilon_P^N)$  が加わっていることがわかる。

取引不可能なリスク  $\varepsilon^N$  とマーケット・リターン  $r_M$  には、 $\text{cov}(\varepsilon^N, r_M) = 0$  という関係があるので、 $\text{cov}(w, r_M) = 0$  が成り立つ。よって(36)式は以下のようになる。



$$\mu_N = \gamma \text{cov}(\varepsilon_N^T, r_M) + (\text{cov}(\varepsilon_N^N, \varepsilon_P^N) + \alpha \text{var}(\varepsilon_N^N))G, \quad (37)$$

$$\text{ただし、 } G = -\frac{E[V''(w)]}{E[V'(w)]}.$$

この式より、以下を得る。

$$\alpha = \frac{\mu_N - \gamma \text{cov}(\varepsilon_N^T, r_M) - G \text{cov}(\varepsilon_N^N, \varepsilon_P^N)}{G \text{var}(\varepsilon_N^N)} = \frac{(1+r_f)P(X_N^H) - G \text{cov}(\varepsilon_N^N, \varepsilon_P^N)}{G \text{var}(\varepsilon_N^N)}, \quad (38)$$

ただし、 $P(X_N^H)$ は取引可能部分がヘッジされた新規投資機会の現在価値。

投資機会が単一の場合(31式)と比べると、この解は既存投資機会と新規投資機会とのリスクの相関( $\text{cov}(\varepsilon_N^N, \varepsilon_P^N)$ )にも依存する点異なる。これは、複数の投資機会があるときは、リスク分散効果をも考慮する必要があることを示している。例えば、新規投資機会のリスクが既存投資機会のリスクと負の相関を持つ場合は、この新規投資機会は、金融機関全体のリスクを減少させる。この新規投資機会は金融機関のNPVを高めるため、最適投資水準は増加する。一方、正の相関が存在するときは、新規投資機会は金融機関全体のリスクを増加させ、NPVを低めるため、最適投資水準は減少する。

上記の結果は、ペイ・オフが凹性を持つと、完全市場のときとは異なり、資本計画を投資機会毎に独立に行うことができないことを示している。つまり、新規投資機会に投資するときは、既存投資機会との相関を考慮して投資の意思決定を行う必要がある。投資機会毎に単独で現在価値を評価しても、それだけでは金融機関全体のNPVが増加するか否かは判断できない。

なお、新規投資機会が既存投資機会に比べて十分小さいと考えられるときは、(37)式で $\alpha \approx 0$ とすることによって、新規投資の実行の可否を判断する際のハードル・レートとして(39)式が得られる。つまり、新規投資機会への投資によるペイ・オフの期待値が(39)式を超えれば投資を実行し、超えなければ投資を見送るべきと判断される。

$$\mu = \gamma \text{cov}(\varepsilon_N^T, r_M) + G \text{cov}(\varepsilon_N^N, \varepsilon_P^N), \quad (39)$$

$$\text{ただし、 } G = -\frac{E[V''(w)]}{E[V'(w)]}.$$

ここで、(39)式の右辺第1項は、システマティック・リスクとの相関に伴うリスク・プレミアムである。また、第2項は金融機関の既存投資との相関によるリス

ク・プレミアムであり、経済的摩擦によるコストから発生する金融機関のリスク回避性を表す  $G$  が乗じられている。Froot and Stein[1998]は、この(39)式を2ファクター・プライシング・モデルと呼んでいる<sup>23</sup>。

#### (5) 資本構成

(4)節までは資本量  $K$  を所与として議論を行ってきた。しかし、実際には、資本量は投資機会に対してNPVを最大化することにより決定されるべきである。つまり、 $K$  を所与としたときの最適投資量  $\alpha(K)$  を前提にして、以下の最適化問題として  $K$  を求める必要がある。

$$\max_K \frac{E[V(w)] - \gamma \text{cov}(V(w), r_M)}{1 + r_f} - K, \quad (40)$$

ただし、 $\alpha = \alpha(K)$ 。

Froot and Stein[1998]は、(4)節のケースでは、(40)式の解は  $K = \infty$  となること

<sup>23</sup> Froot and Stein[1998]では、金融機関が資本計画の際に実務的に用いることの多い「リスク調整後収益率」を、1ファクター・プライシング・モデルであるとして、以下の(\*)式のように定義した上で、(39)式との比較を行っている。

$$\mu_i^R = K_i(k^E - r_f) \quad (*)$$

$\mu_i^R$  : 取引  $i$  に対する超過期待収益率  
 $K_i$  : 取引  $i$  に割り当てられる資本  
 $k^E$  : 株主資本コスト (株主期待収益率)

彼らは、(\*)式が、(39)式と一致するためには、以下の条件が満たされなければならないとして(\*)式の考え方の問題点を指摘している。

$$\text{cov}(\varepsilon_N^T, r_M) = 0, \quad K_i = \zeta \text{cov}(\varepsilon_N^N, \varepsilon_P^N) \quad (\zeta : \text{定数}), \quad \zeta(k^E - r_f) = G$$

具体的には、金融機関がシステムティック・リスクを全てヘッジしているケースを挙げている。このケースでは、株主期待収益率  $k^E$  は無リスク金利  $r_f$  と等しくなるため、結局  $G = 0$  となり、いかなる新規投資機会に対しても経済的摩擦によるコストを一切考慮する必要はないという直観とは異なる結論が導かれることになる。

彼らのこのような指摘は、経済的摩擦によるコストを考慮した上で、資本計画を1ファクター・プライシング・モデル(リスク調整後収益率)で行うことには問題があることを示していると考えられることができる。

を示している。これは、直観的には以下のように説明できる。まず、資本  $K$  を無リスク資産に投資して  $(1+r_f)K$  を 1 期に得る行為の NPV はゼロである。さらに、ゼロ・コストの投資機会  $X$  への投資の NPV は正である。この  $X$  への投資量が大きければ大きいほど金融機関の NPV は増大する。(4)節までの結果から、資本  $K$  を大きくすれば  $X$  への投資量をより大きくすることができる。よって、金融機関の NPV は、資本を無限大としたときに最大となるのである。

これに対し、Froot and Stein[1998]は、「デッドウェイト・コスト (deadweight cost)<sup>24</sup>」という概念を導入することで、最適な資本の水準が有限値として決定されることを示した。このデッドウェイト・コストの例としては、「社債に比べ税務上のメリットがない株式によって資本構成を行うことによるコスト」を挙げることができる。

デッドウェイト・コストが存在しないときは、資本を調達して無リスク資産に投資する取引の NPV はゼロであった。しかし、デッドウェイト・コストが存在するときはこの無リスク資産への投資の NPV はマイナスとなる。このため、デッドウェイト・コストがある場合は、それが無い場合とは異なり、資本量を増やしても金融機関の NPV が単純に大きくなるとは限らない。このときの最適な資本量は、資本を増加させることにより発生する、投資量を増加させることができるメリットと、デッドウェイト・コストが増加するデメリットのトレード・オフの中で決定される。

ここでは、デッドウェイト・コストは資本量  $K$  に比例し  $\tau K$  であるとする。このとき、(35)式のペイ・オフは(41)式のように修正される。

$$w = \mu_p + \varepsilon_p^N + \alpha(\mu_N + \varepsilon_N^N) - \gamma(\text{cov}(\varepsilon_p^T, r_M) + \alpha \text{cov}(\varepsilon_N^T, r_M)) + (1+r_f - \tau)K. \quad (41)$$

Froot and Stein[1998]は、(40)式で表される最適化問題の解となる  $K$  が、別途(40)式から得られる(42)式に(41)式のペイ・オフ  $w$  を代入することによって、有限値として与えられることを示した。

$$E[V'(w)] = \frac{1}{1+r_f - \tau}. \quad (42)$$

---

<sup>24</sup> この「デッドウェイト・コスト」は、株主期待収益率として表される株主資本コストとは全く異なる概念である。株主資本コストは、完全市場でも存在するコストであるが、デッドウェイト・コストは、完全市場では存在しない経済的摩擦に起因するコストである。

結局、ペイ・オフが凹性を持つときの最適な資本構成は、(42)式から計算される資本を調達することである。

#### (6) Froot and Stein[1998]のインプリケーションと応用の困難さ

Froot and Stein[1998]のインプリケーションを、リスク管理、資本計画、資本構成の3つに分けて改めて整理すると次のようになる。

資本計画	各投資機会の現在価値あるいはNPVだけでなく、金融機関のリスク回避性や投資機会間の相関等を踏まえて行う必要がある。このとき、各部門が独立に資本計画を行うと、それは企業価値の最大化には結びつかない可能性がある。
資本構成	資本量は、資本増加に伴うリスク回避度低下というメリットと、デッドウェイト・コスト増加というデメリットのトレード・オフにより決定されるべきである。
リスク管理	取引できるリスクは全てヘッジすべきである。これは、金融機関のペイ・オフが凹性を持つことで、金融機関がリスク回避性を持ったことによるものである。

Froot and Stein[1998]のモデルは、このように、理論モデルとしては明確なインプリケーションを与える。しかし、その一方で、このモデルは、具体的に実務へ応用することが困難であるという問題を内包している。その背景の1つに、モデルでは、明示的な解を得るためにペイ・オフの正規性の仮定や、システムティック・リスクが全てヘッジされるという仮定を置いている点がある。実際にこれらの仮定が現実をどの程度表現し得ているのかという疑問が生じる。また、金融機関のリスク回避性を表す関数 $V(\bullet)$ を実際に推計するのは容易ではないという点も、このモデルを実務に応用することを難しくしている。

このように、本モデルは、理論モデルとしてはわかりやすいが、金融機関の実務上、例えば最適な資本量を決めるといった目的には残念ながら使いやすさとは必ずしもいえない。このため、このモデルを金融機関の実務に採用するといった動きは現在のところはみられていないようである。

## 5 標準フレームワークに関する考察

金融機関の資本に関する実務では1章で挙げた「標準フレームワーク」が一般的となっている。1章で述べたとおり、金融機関の実務で一般的に用いられている標準フレームワークは以下のように整理することができる。

### リスク量に見合うリスク資本の保有

金融機関全体および各事業部門が抱えるリスクをバリュウ・アット・リスク等のリスク指標を用いて計量化し、そのリスク量に見合うリスク資本を保有する。

### 各事業部門へのリスク資本の配分

各事業部門のリスクに応じてリスク資本を配分する。

### リスク調整後収益率による収益性評価

各事業部門あるいは個別投資機会の収益性を「リスク調整後収益率」(収益÷配分されたリスク資本)により評価し、投資の是非を判断する。

本章では、前章までに紹介してきた理論的なフレームワークを用いて、この標準フレームワークを検討する。まず、企業のペイ・オフに単純化の仮定を置くことで、Froot and Stein[1998]の枠組みを用いて、標準フレームワークをモデル化できることを示す(このモデルを「標準モデル」と呼ぶ)。次に、この標準モデルの前提の下で、「企業金融の意思決定」がどう行われるべきか考察する。

なお、本章では、標準フレームワークのうち、リスクに見合う資本の保有、リスク調整後収益率による資本計画、の2つを考察の対象とする。各事業部門への資本の配分は、次章で考察する。

### (1) 標準フレームワークの基本となる考え方

標準フレームワークの基本となる考え方は、「リスクに見合う資本を保有する」というものである。具体的には、バリュウ・アット・リスク等のリスク指標を用いてリスクを計量化し、算出されたリスク量以上の資本をリスクに対するバッファとして保有するという考え方である<sup>25</sup>。

---

<sup>25</sup> 学界でこの考え方に基づいて議論を展開したものとしては、Merton and Perold[1993]が挙げられる。彼らは、保険により倒産リスクが完全にヘッジされれば金融機関の健全性に問

本章では、標準的フレームワークを前章までの理論的な枠組みの中でモデル化するために、この「リスクに見合う資本を保有する」という考え方を定式化する。以降、標準フレームワークの考え方を前提にしたモデルを「標準モデル」と呼ぶ。

## (2) 標準モデルの設定

標準モデルにおける各種設定は、4章とほぼ同様である。期間は0期と1期の2つであるとする。ある金融機関が、1期に1単位あたり $X$ のペイ・オフを生み出す投資機会に投資しているとする。0期時点では $X$ は確率変数であり、その平均は $\mu$ であるとする。なおここでは、 $X$ の正規性は仮定しない。さらに、この投資機会は無限量存在し、ゼロ・コストで投資を行えるとする。

一方、この金融機関は0期に資本 $K$ を調達しており、これを安全資産に投資するとする。以下(5)節までは資本 $K$ を所与として考察を行う。

この金融機関がこの投資機会に $\alpha$ 単位投資するとする。ここで、「リスク量に見合う資本を保有する」という金融機関の実務で標準的となっている考え方を導入する。本稿では、リスク量 $\rho(\bullet)$ に(43)式の一次同次性が成り立つと仮定する。

$$\rho(\alpha X) = \alpha \rho(X). \quad (43)$$

「リスクに見合った資本を保有する」という考え方の下では、(44)式の制約の下で「企業金融の意思決定」がなされる。

$$\rho(\alpha X) \leq K. \quad (44)$$

これは、「リスク量は資本を超えてはならない」という金融機関の行動原理を表現している式であると考えることができる。このとき、金融機関にとってのペイ・オフが(45)、(46)式で表されると仮定する。

$$V(w) = w, \quad \text{ただし } \rho(\alpha X) \leq K. \quad (45)$$

$$w = \alpha X + (1 + r_f)K. \quad (46)$$

---

題はなくなるので、資本は金融機関の倒産を完全にヘッジする保険のプレミアムと同じ水準に設定すべきであると主張している。このほかに、「リスク量に見合う資本を保有する」という考え方で議論を展開している文献として、Artzner *et al.* [1999]が挙げられる。

一次同次性から、(44)式は下式となる。

$$\alpha \leq \frac{K}{\rho(X)}. \quad (47)$$

このとき、(45)、(46)式より金融機関の NPV は以下で表される。

$$\begin{aligned} NPV &= P(V(w)) - K = P(w) - K = \frac{E[w] - \gamma \text{cov}(w, r_M)}{1 + r_f} - K \\ &= \frac{E[\alpha X + (1 + r_f)K] - \gamma \text{cov}(\alpha X + (1 + r_f)K, r_M)}{1 + r_f} - K \\ &= \frac{\alpha E[X] + (1 + r_f)K - \alpha \gamma \text{cov}(X, r_M)}{1 + r_f} - K = \alpha \frac{E[X] - \gamma \text{cov}(X, r_M)}{1 + r_f} \\ &= \alpha P(X). \end{aligned} \quad (48)$$

(44)式が満たされる限り、NPV は資本の量  $K$  と無関係に、 $\alpha$  単位の投資の現在価値に等しくなる。したがって、金融機関の NPV は価値の加法性を満たすことになる。

### (3) 投資機会が単一の場合の資本計画

標準モデルでは、資本計画は極めて簡単なものとなる。資本  $K$  を所与としたときの金融機関行動は、(44)式の制約の下で(48)式を最大化する問題となる。すなわち、以下で表される。

$$\max_{\alpha} \alpha P(X), \quad (49)$$

$$\text{ただし、} \alpha \leq K/\rho(X).$$

この最大化問題の解は明らかに  $\alpha = K/\rho(X)$  で、最大化された NPV は  $NPV = KP(X)/\rho(X)$  となる。

また、ある投資機会に投資すべきか否かは、それが正の現在価値を持っているか否かで決定されるべきことになる。つまり、 $P(X) > 0$  ならば投資により金融機関の NPV が増加するため (48)式参照) 投資すべきとの判断になる。一方、投資量  $\alpha$  は資本に制約を受ける形で決定される。

$P(X) > 0$  を変形すると以下の資本計画の関係式を得る。

$$P(X) > 0 \Leftrightarrow E[X] > \frac{\text{cov}(X, r_M)}{\text{var}(r_M)} (E[r_M] - r_f), \quad (50)$$

(両辺に  $\alpha/K$  を乗じ  $r_f$  を加える)

$$\Leftrightarrow \frac{E[w] - K}{K} > r_f + \beta_{\text{CAPM}, \alpha X/K} (E[r_M] - r_f), \quad (51)$$

ただし、 $\beta_{\text{CAPM}, \alpha X/K} = \text{cov}(\alpha X/K, r_M) / \text{var}(r_M)$ .

(51)式の左辺は、資本  $K$  に対する期待収益率を表している。一方、右辺は、CAPM により計算された株主期待収益率を表している。よって、(51)式は金融機関の実務でよく用いられている「リスク調整後収益率」の考え方を表現したものである( (51)式の右辺は、実務では通常、ハードル・レートと呼ばれ、リスク調整後収益率がクリアすべき目標値とされる )。

しかし、(51)式による資本計画は、資本  $K$  の水準には依存しないことに留意すべきである。すなわち、(51)式は(50)式と同値であり、「NPV が正の投資機会を実行せよ」と主張しているに過ぎない<sup>26</sup>。つまり、「リスクに見合う資本を保有する」という実務上標準となっている考え方を採用しているときは、実務で用いられることが多い(51)式のような「リスク調整後収益率」で資本計画を行うことには、現在価値で資本計画を行うことに対する追加情報としての価値はない。

#### (4) リスク管理

リスク管理が企業価値に与える影響も簡単に分析することができる。

(3)節での結果から、投資量  $\alpha$  を操作して最大化された金融機関の NPV は以下で表される。

$$NPV = \frac{KP(X)}{\rho(X)}. \quad (52)$$

NPV ゼロのヘッジ取引が(52)式の値にどのような影響を与えるかをみる。まず、投資機会の現在価値が価値の加法性を満たすため、NPV ゼロの取引を加えても(52)式の分子には影響はない。一方、ヘッジ取引を行うと、分母のリスク量

<sup>26</sup> (50)式が成立するか否かは、 $K$  に依存していないため、(50)式と同値である(51)式が成立するか否かも  $K$  に依存しない。



$\rho(X)$  は減少する。このため、資本の範囲内でとれる投資量 ( $\alpha = K / \rho(X)$ ) は増大し、金融機関の NPV も増加する。よって、取引可能なリスクは完全にヘッジするのが最適となる<sup>27</sup>。

#### (5) 投資機会が複数の場合の資本計画

次に、金融機関がある投資機会に既に投資しているとする。このとき、他の投資機会に関する資本計画を検討する。

金融機関はゼロ・コストの投資機会に既に 1 単位投資しているとする。この既存投資のペイ・オフを表す確率変数を  $X_p$  とする。また、新規の投資機会もゼロ・コストで、そのペイ・オフを表す確率変数を  $X_N$  とする。

新たな投資機会への投資量を  $\alpha$  とすると、金融機関が 1 期に得るペイ・オフは以下で表される。

$$w = X_p + \alpha X_N + (1 + r_f)K. \quad (53)$$

このとき、金融機関の NPV は以下で表される。

$$\begin{aligned} NPV &= P(w) - K = \frac{E[w] - \gamma \text{cov}(w, r_M)}{1 + r_f} - K \\ &= \frac{E[X_p + \alpha X_N + (1 + r_f)K] - \gamma \text{cov}(X_p + \alpha X_N + (1 + r_f)K, r_M)}{1 + r_f} - K \\ &= \frac{E[X_p] + \alpha E[X_N] + (1 + r_f)K - \gamma \text{cov}(X_p, r_M) - \alpha \gamma \text{cov}(X_N, r_M)}{1 + r_f} - K \\ &= \frac{E[X_p] - \gamma \text{cov}(X_p, r_M)}{1 + r_f} + \alpha \frac{E[X_N] - \gamma \text{cov}(X_N, r_M)}{1 + r_f} \\ &= P(X_p) + \alpha P(X_N). \end{aligned} \quad (54)$$

つまり、金融機関の NPV は、2 つの投資機会の現在価値の和に等しくなることがわかる。一方、制約条件は以下のとおりとなる。

$$\rho(X_p + \alpha X_N) \leq K. \quad (55)$$

このため、最適化問題は以下のようなになる。

---

<sup>27</sup> 脚注22も参照。

$$\max_{\alpha} P(X_p) + \alpha P(X_N), \quad (56)$$

$$\text{ただし、} \rho(X_p + \alpha X_N) \leq K.$$

(56)式の問題の目的関数は単純であるが、制約式が一般には非線形であるためこれを解くことは容易ではない。

ここで、1つの計算例として、リスク量がペイ・オフの標準偏差に比例していると仮定できる場合を挙げる。つまり、 $\rho(X) = \kappa\sigma(X)$  ( $\kappa$ は定数)とする。

このとき、(56)式は下式となる。

$$\max_{\alpha} P(X_p) + \alpha P(X_N), \quad (57)$$

$$\text{ただし、} \kappa\sigma(X_p + \alpha X_N) \leq K.$$

このとき、制約式は $\alpha$ について解くことができ以下のとおりとなる。

$$\alpha \leq \bar{\alpha} = \frac{\sqrt{\text{cov}(X_N, X_p)^2 + (K^2/\kappa^2 - \sigma^2(X_p))\sigma^2(X_N)} - \text{cov}(X_N, X_p)}{\sigma^2(X_N)}. \quad (58)$$

つまり、NPV を最大化する最適解は $\alpha = \bar{\alpha}$ であり、最大化された NPV は  $NPV = P(X_p) + \bar{\alpha}P(X_N)$  となる。

この例からわかるように、新規投資機会への投資量は、既存投資機会と新規投資機会との相関 $\text{cov}(X_N, X_p)$ に依存して決定される。

なお、投資機会が単一の場合と同様、投資機会が複数の場合も、NPV が正の投資機会を実行するのが最適となる。このため、ここでも「リスク調整後収益率」で資本計画を行うことの追加的な意味はないことを示すことができる。ただし、投資機会が複数の場合の「リスク調整後収益率」を考察するためには資本配分を明示的に考慮する必要があるので、詳細は6章で後述する。

## (6) 資本構成

(5)節までの説明では、資本量 $K$ を所与としてきた。実務的には資本量を所与として資本計画等を行うことが現実に行われていると思われるが、理念的には、4章のモデルと同様に、投資機会に対して金融機関のNPVを最大化する資本量として $K$ が決定されるべきであると考えられる。

(3)節の結果より、投資機会が1つの場合、資本 $K$ を所与としたときの最適な

投資量の NPV は  $KP(X)/\rho(X)$  である。これは  $K$  に比例するため、最適な資本は  $K = \infty$  となる。

しかし、最適な資本水準が無限大であるという結果は、正の NPV を持つ投資機会が無限に存在しているということを暗に仮定していることになる。この仮定は非現実的であるので、現実の世界に合わせて、NPV が正の投資機会が有限であるとする。このときは、有限の投資機会に対して過不足なく資本を保有する、すなわち、以下の水準の資本を調達すれば NPV は最大となる<sup>28,29</sup>。

$$K = \rho(\alpha X). \quad (59)$$

## 6 資本の配分について

本章では、標準フレームワークの考え方を応用して、金融機関が実務で行っている各事業部門に対する資本配分<sup>30</sup>を考察する。

### (1) 資本を配分することの背景

本節では、事業部門に資本を配分することの背景を標準フレームワークの考え方を基に検討する。

#### A 標準フレームワークの世界

標準フレームワークの世界では、5章で説明したように、金融機関がリスク量を超える資本を保有している範囲では、金融機関のペイ・オフは(46)式のようなになる。ここで、各事業部門  $i$  に資本  $K_i$  を配分したとしよう。各事業部門はこの資本を無リスク資産に投資するとともに、1 期に 1 単位あたり  $X_i$  のペイ・オフを

---

<sup>28</sup> (59)式以上の資本量を調達しても、NPV が正の投資機会がないため金融機関の NPV を増やすことはできない。

<sup>29</sup> なお、投資機会が複数あるいは事業部門が複数の場合の資本計画に関しても同様のことがいえる。

<sup>30</sup> Zaik *et al.*[1996]、Culp[2001]等では、実務で用いられている資本の具体的な配分方法を紹介している。

生み出す投資機会に投資するとする。各事業部門のペイ・オフは、投資機会への投資を1単位とすると、(46)式と同様に以下で表わすことができる。

$$w_i = X_i + (1+r_f)K_i. \quad (60)$$

各事業部門の NPV は、以下のように表される。

$$\begin{aligned} NPV_i &= P(w_i) - K_i \\ &= \frac{E[X_i + (1+r_f)K_i] - \gamma \text{cov}(X_i + (1+r_f)K_i, r_M)}{1+r_f} - K_i \\ &= \frac{E[X_i] - \gamma \text{cov}(X_i, r_M)}{1+r_f} = P(X_i). \end{aligned} \quad (61)$$

各事業部門の NPV を表す(61)式には、事業部門*i*に配分した資本  $K_i$  は含まれていない。また、この NPV は投資の現在価値に等しく、他の事業部門の投資や資本の配分量には影響を受けない。

5章(3)節と同様に、(61)式を変形すると、事業部門*i*に関する「リスク調整後収益率」を表す以下の式を得る。

$$\begin{aligned} NPV_i &= \frac{E[X_i] - \gamma \text{cov}(X_i, r_M)}{1+r_f} > 0 \\ \Leftrightarrow \frac{E[w_i] - K_i}{K_i} &> r_f + \beta_{CAPM, \alpha X_i / K_i} (E[r_M] - r_f), \end{aligned} \quad (62)$$

ただし、 $w_i = X_i + (1+r_f)K_i$ 、 $K_i > 0$ 。

(62)式による資本計画は、「リスク調整後収益率」による資本計画を表しているが、NPV に基づく資本計画と同値であるため事業部門*i*への資本配分量  $K_i$  に全く影響を受けない。したがって5章(3)節と同様、この場合も「リスク調整後収益率」を用いて事業部門の収益性を判断することの追加的な意味はない。

なお、実務上は  $\beta_{CAPM, \alpha X_i / K_i}$  を投資機会毎に算出する必要があるが、金融機関の実務では投資機会によらず単一の値が用いられることが多いようである(Zaik *et al.*[1996])。これは、個別の投資機会のベータが企業のベータに等しい(あるいは近い)のであれば問題は少ないが、一般的には適切なやり方ではない<sup>31</sup>。

<sup>31</sup> イメージが掴みやすい一般企業の例を挙げて説明しよう。ある石油精製会社が既存設備

さらに、この各事業部門の NPV の和は金融機関全体の NPV に等しいことが以下によりわかる。

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n NPV_i &= \sum_{i=1}^n \frac{E[X_i] - \gamma \text{cov}(X_i, r_M)}{1 + r_f} \\ &= \frac{1}{1 + r_f} \left( E \left[ \sum_{i=1}^n X_i \right] - \gamma \text{cov} \left( \sum_{i=1}^n X_i, r_M \right) \right) = NPV_T,\end{aligned}\quad (63)$$

ここで、 $NPV_T$  は金融機関全体の NPV である。なお、(63)式の最後の等号は、4章の議論から自明である。(63)式は、各事業部門への資本の配分をどのような方法で定めたとしても成り立つ。

以上の結果を纏めると、まず、標準フレームワークの世界では、各事業部門における資本計画は、各事業部門の NPV を表す(61)式によって行えばよい。(61)式は他の投資機会の影響を受けないため、各事業部門が「分権的」に資本計画を行うことができる。また、各事業部門の NPV の和が金融機関全体の NPV に等しい、つまり価値の加法性が成り立っているために、各事業部門が NPV を最大化すれば金融機関全体の NPV も自動的に最大化される。

次に、資本は、事業部門を統括する本部が一括して管理を行えばよく、各事業部門に配分する必要はない。つまり、本部は各事業部門のリスクをモニターし、そのリスク量に応じて一括して資本を調達してリスクをカバーすればよい。

## B 資本調達に制約がある世界（デッドウェイト・コストの導入）

A では「リスク量に見合う資本を保有する」との発想の下では、資本が十分であれば、単に、NPV が正の投資機会に投資を行えばよく、資本配分の必要はないということが導かれた。

しかし、仮に投資機会の NPV が正であっても、A の議論で暗に仮定されているような形で資本を無リスク金利で際限なく調達することは実際には難しいかもしれない。このため、以下では、資本調達にデッドウェイト・コストがかかる

を拡張するという投資を行う場合はこの新規投資に同一のベータを用いることは妥当である可能性が高いが、同社がコンビニエンス・ストア事業に新規進出するという投資を行う際には新規投資への同一ベータの適用は妥当ではあるまい。

世界を想定し、Aの議論を拡張する。そして、そこから、デッドウェイト・コストの存在が実務で行われている資本配分の根拠となり得ることを指摘しよう。

基本的な設定はAの設定と同様であるが、ここではそれに加えて、資本*K*に比例するデッドウェイト・コスト $\tau K$ がかかるとする。この場合、各事業部門のペイ・オフは以下のように表される。

$$w_i = X_i + (1 + r_f - \tau)K_i. \quad (64)$$

このとき、NPVは、以下のように表される<sup>32</sup>。

$$NPV_i = P(w_i) - K_i = \frac{E[X_i] - \gamma \text{cov}(X_i, r_M)}{1 + r_f} - \frac{\tau}{1 + r_f} K_i. \quad (65)$$

(65)式で表される各事業部門のNPVは、(61)式と異なり、配分された資本*K<sub>i</sub>*に依存している。これは、投資を行ってリスクをとった結果、資本が必要となるときに、資本保有にコストがかかるためである。このデッドウェイト・コストは金融機関が負担せざるを得ないが、これに伴い、資本を各事業部門に「何らかのルール」によって配分する必要性が生じる。つまり、資本調達にデッドウェイト・コストがかかる世界を想定すると、実務で行われているように、資本配分が必要となるのである。この意味で、金融機関が実務で資本配分を行っている根拠として、金融機関自らがデッドウェイト・コストの存在を暗に仮定していることがあると考えられる。

---

<sup>32</sup> 5章(3)節と同様に、(65)式を変形すると事業部門*i*に関する「リスク調整後収益率」を表す以下の式を得る。

$$\begin{aligned} NPV_i &= \frac{E[X_i] - \gamma \text{cov}(X_i, r_M)}{1 + r_f} - \frac{\tau}{1 + r_f} K_i > 0 \\ \Leftrightarrow \frac{E[w_i] - K_i}{K_i} &> r_f + \beta_{CAPM, \alpha X_i / K_i} (E[r_M] - r_f) \end{aligned} \quad (\star)$$

$$\text{ただし、 } w_i = X_i + (1 + r_f - \tau)K_i, \quad K_i > 0$$

( $\star$ )式の不等号が成立するか否かは、(65)式による判断と同値なので本質的に事業部門*i*に配分した資本*K<sub>i</sub>*に依存する。この点で、( $\star$ )式は(62)式とは異なる。しかし、( $\star$ )式のリスク調整後収益率で投資計画を行うことは、NPVで資本計画を行うことと同値である。

## (2) 資本配分の具体的方法について

(1)節では、標準フレームワークの世界では、そもそも資本配分の必要はないこと、デッドウェイト・コストの存在を前提とする場合には、各事業部門に「何らかのルール」に基づいて資本を配分する必要があることを示した。

本節では、デッドウェイト・コストの存在を前提とするときの資本配分の具体的方法を考察する。ここでは Merton and Perold[1993]による「投資により追加的に必要となる資本」という考え方による資本配分を紹介する。また、この方法の問題点を指摘するとともに、資本配分の本質的難しさにも簡単に言及する。

### A Merton and Perold[1993]による資本配分

Merton and Perold[1993]は、各事業部門に配分すべき資本を算出する「正しい」方法は、当該事業部門を除いた事業部門の集合に当該事業部門を加えることにより「追加的に必要となる資本<sup>33</sup>」であると主張した。

彼らの主張は、新たな事業へ参入するか否かの経営判断は、参入した場合に新たに必要となる資本により決定されなければならないということであるが、これは、前章の標準モデルを用いて次のように示すことができる<sup>34</sup>。

$n$ 個の事業部門のうち、ある事業部門 $s$ を除いた場合の金融機関全体の NPV を  $NPV_T^s$  と表すとする。このとき  $NPV_T$  と  $NPV_T^s$  は、各々以下のように表される。

$$\begin{aligned} NPV_T &= \frac{E[w_T] - \gamma \text{cov}(w_T, r_M)}{1 + r_f} - \rho(X_T) \\ &= \frac{E[\sum_{i=1}^n X_i] - \gamma \text{cov}(\sum_{i=1}^n X_i, r_M)}{1 + r_f} - \frac{\tau}{1 + r_f} \rho(X_T), \\ NPV_T^s &= \frac{E[w_T - w_s] - \gamma \text{cov}(w_T - w_s, r_M)}{1 + r_f} - \rho(X_T - X_s) \end{aligned} \tag{66}$$

<sup>33</sup> Merton and Perold[1993]では、“Marginal Risk Capital” と呼称されている。

<sup>34</sup> 彼らのモデルでは、資本は倒産リスクを完全にヘッジする保険のプレミアムとして定義される。この定義は、本章のモデル設定と同じく、倒産コスト等のリスク回避性に起因するコストをゼロにするという発想に基づくものであると考えられる。5章(1)節を参照。

$$= \frac{E[\sum_{i=1}^n X_i - X_s] - \gamma \text{cov}(\sum_{i=1}^n X_i - X_s, r_M)}{1 + r_f} - \frac{\tau}{1 + r_f} \rho(X_T - X_s). \quad (67)$$

ここで、 $w_T$  は金融機関のポートフォリオのペイ・オフ、 $\rho(\bullet)$  はリスク指標である。

$NPV_T$  と  $NPV_T^s$  との差は(68)式となる。

$$\begin{aligned} & NPV_T - NPV_T^s \\ &= \frac{E[X_s] - \gamma \text{cov}(X_s, r_M)}{1 + r_f} - \frac{\tau}{1 + r_f} (\rho(X_T) - \rho(X_T - X_s)). \end{aligned} \quad (68)$$

(68)式は、事業部門  $s$  がある場合とない場合の金融機関全体の NPV の差を表している。(68)式が正であるときは、事業部門  $s$  が金融機関全体の NPV 増加に寄与していると考えられることから、(68)式は新規事業に参入するか否かを判断する式とみなすことができる。

ここで、デッドウェイト・コストがあるときの各事業部門の資本計画の基準となる(65)式と(68)式を比較すると、資本の配分ルールを以下の(69)式のように定めれば、両者は一致する。

$$K_i = \rho(X_T) - \rho(X_T - X_i). \quad (69)$$

(69)式の配分ルールは、ある事業部門を金融機関に加えるときに増加するリスク量を、この事業部門に配分する資本とみなすということである。したがって、ある事業部門を加える際に必要となる資本に基づいて資本計画を行うことで、各事業部門の金融機関全体の NPV への貢献度を測ることができる。

## B 資本配分の本質的な難しさ

一方、Merton and Perold[1993]が提案した(69)式の配分ルールに基づいて各事業部門への資本配分を実行した後に、各事業部門の全体の NPV への相対的な貢献度を(65)式で評価することは可能なのであろうか。残念ながら、(69)式の配分ルールの下では、通常は不可能である。これは、リスク指標には一般的に分散効果 ( $\rho(X_i + X_j) \leq \rho(X_i) + \rho(X_j)$ ) が存在するため、(69)式で表される配分ルールの下では、以下のようにそれらの和は  $K_T$  にならないためである。



$$\sum_{i=1}^n K_i = \sum_{i=1}^n (\rho(X_T) - \rho(X_T - X_i))$$

$$\neq \rho(X_T) = K_T. \quad (70)$$

この場合には、各事業部門と金融機関全体の NPV の間に、価値の加法性が成り立たなくなり、たとえ(65)式で示される各事業部門の NPV が全ての事業部門で正(負)であったとしても、金融機関全体の NPV が正(負)である保証はない。

この点を説明しよう。まず各事業部門の NPV の合計は、(68)式より、

$$\sum_{s=1}^n (NPV_T - NPV_T^s)$$

$$= \frac{E[\sum_{s=1}^n X_s] - \gamma \text{cov}(\sum_{s=1}^n X_s, r_M)}{1 + r_f} - \frac{\tau}{1 + r_f} \sum_{s=1}^n (\rho(X_T) - \rho(X_T - X_s)), \quad (71)$$

となる。この(71)式と(66)式を比較すると、ポイントとなるのは  $\rho(X_T)$  と  $\sum_{s=1}^n (\rho(X_T) - \rho(X_T - X_s))$  の大小関係である。

まず、 $n = 2$  とする。このとき以下の関係が導かれる。

$$\sum_{s=1}^2 (\rho(X_T) - \rho(X_T - X_s))$$

$$= \rho(X_T) + \rho(X_T) - \rho(X_T - X_1) - \rho(X_T - X_2)$$

$$= \rho(X_T) + \rho(X_T) - \rho(X_2) - \rho(X_1)$$

$$\leq \rho(X_T). \quad (\because \rho(X_T) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)) \quad (72)$$

したがって、 $n = 2$  のときは、各事業部門の NPV が全て正であっても、金融機関の全体の NPV が正であるとはいえない。

次に、 $n = 3$  とする。このときは、

$$\sum_{s=1}^3 (\rho(X_T) - \rho(X_T - X_s))$$

$$= 3\rho(X_T) - \rho(X_T - X_1) - \rho(X_T - X_2) - \rho(X_T - X_3)$$

$$= 3\rho(X_T) - \rho(X_2 + X_3) - \rho(X_1 + X_3) - \rho(X_1 + X_2)$$

$$\geq 3\rho(X_T) - 2(\rho(X_1) + \rho(X_2) + \rho(X_3)), \quad (73)$$

となるが、その一方で、

$$\begin{aligned}
& 3\rho(X_T) - 2(\rho(X_1) + \rho(X_2) + \rho(X_3)) \\
& \leq \rho(X_T), \quad (\because \rho(X_T) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2) + \rho(X_3)) \quad (74)
\end{aligned}$$

であるため、結局、 $n=3$ のときは $\rho(X_T)$ と $\sum_{s=1}^3(\rho(X_T) - \rho(X_T - X_s))$ の大小関係はアプリアリには決まらない。

このように $n=2,3$ のケースから、「各事業部門の NPV が全て正（負）であっても、金融機関全体の NPV が正（負）である保証はない」ということが確認できた。

つまり(68)式は、「ある特定の事業部門」への資本計画の基準とはなっても、各事業部門の全体の NPV への貢献度を比較するための基準にはならないのである。

このため、 $\rho(X_T) = K_T$ を満たすような資本の配分方法は、企業価値への貢献度とは異なった何らかの原理に基づかざるを得ないことになる。

この観点では、Denault[2001]が、資本の配分方法が満たすべき原理の1つとして、「公平性」を提唱した。彼は、ゲーム理論の成果を用いて、 $\rho(X_T) = K_T$ を満たす「公平」な資本配分方法が存在することを示している（詳細は補論参照）。

## 7 おわりに

本稿では、金融機関のリスク資本を研究対象とした最近の理論成果を基に、実務上一般的に採用されているリスク資本に関するフレームワークを考察した。その結果、このフレームワークの下では資本配分は理論的には必要ないこと、資本調達にデッドウェイト・コストがかかる世界を想定すると、実務で行われているように資本配分が必要となることを指摘した。また、リスク調整後収益率で投資機会の収益性を評価することは、現在価値で評価することと同値であり、追加的な意味はないことも論じた。さらに、資本配分の必要性がある場合、その配分方法の決め方には根本的な難しさがあることも指摘した。

ただし、本稿ではモデル化の際に複数の重要な論点を捨象していることに留意が必要である。本稿でモデル化の際に捨象された論点のうち、特に重要と考えられるものを挙げる。これらの具体的な検討は今後の研究課題としたい。

### エージェンシー問題

金融機関では、経営陣と各事業部門との間にエージェンシー問題<sup>35</sup>が発生する可能性がある。一般的に各事業部門は各々が抱える投資機会の内容に関して経営陣よりも詳細な情報を持っている。事業部門の目的と経営陣の目的が一致しない場合は、事業部門は投資機会に関する情報の優位性を利用して、金融機関全体の利益を犠牲に自部門の利益を高めるような行動をとる可能性がある<sup>36</sup>。

### 経済的摩擦に関する仮定の妥当性

経済的摩擦を実際に計測することは困難であるが、本来は、経済的摩擦がどういった形で金融機関のペイ・オフに影響を与え得るかという点を検討する必要がある。

以 上

---

<sup>35</sup> こうした企業内部におけるエージェンシー問題の詳細は、例えば、Brealey and Myers [2000]、Stein[2001]を参照。

<sup>36</sup> エージェンシー問題を考慮した金融機関における収益性評価の枠組みを研究したものとしては、Krishnan[2000]、Stoughton and Zechner[1999]を参照。

## 補論 「公平」原理による資本配分

Denault [2001]は、資本の配分方法が満たすべき原理の1つとして、「公平性」を用いることを提唱した。彼は、ゲーム理論の成果を用いて、 $\rho(X_T) = K_T$  を満たす「公平」な資本配分方法が存在することを示している。この補論では、Denault[2001] のエッセンスを紹介する。

まず、Denault[2001]が提唱した「公平性」の概念を説明する。簡単な例として、3つの事業部門から構成される金融機関を考える。各事業部門のペイ・オフ ( $w$ ) とリスク指標 ( $\rho(w)$ ) との関係を以下のとおりとしよう。

$$w_T = w_1 + w_2 + w_3, \quad K_T = \rho(w_T) = 70$$

$$\rho(w_1) = 30, \quad \rho(w_2) = 30, \quad \rho(w_3) = 40$$

$$\rho(w_1 + w_2) = 40, \quad \rho(w_2 + w_3) = 60, \quad \rho(w_1 + w_3) = 60$$

1単位の資本に関するデッドウェイト・コストを $\tau = 0.2$ とすると、金融機関全体に必要なデッドウェイト・コストは $K_T\tau = 14$ である。一方、各事業部門を仮想的に1つの金融機関とみなした場合に、デッドウェイト・コストの単純和を計算すると、 $\rho(w_1)\tau + \rho(w_2)\tau + \rho(w_3)\tau = 20$ となる。このコストの差額(6)はリスク指標 $\rho(\bullet)$ の分散効果(劣加法性)により生じたものである。この場合、各事業部門は、デッドウェイト・コストの減額分(=6)を、配分された資本に応じて享受することになる。

各事業部門の投資機会を考慮した具体的な配分ルールとして、以下の2つを挙げる。

ルール リスク量に比例する資本配分

$$K_1 = \frac{\rho(w_1)}{\rho(w_1) + \rho(w_2) + \rho(w_3)} K_T = 21$$

: 負担するデッドウェイト・コスト 4.2、享受するコストの減額分 -1.8<sup>37</sup>

$$K_2 = \frac{\rho(w_2)}{\rho(w_1) + \rho(w_2) + \rho(w_3)} K_T = 21$$

: 負担するデッドウェイト・コスト 4.2、享受するコストの減額分 -1.8

$$K_3 = \frac{\rho(w_3)}{\rho(w_1) + \rho(w_2) + \rho(w_3)} K_T = 28$$

: 負担するデッドウェイト・コスト 5.6、享受するコストの減額分 -2.4

ルール リスク量の増分に比例する資本配分

$$K_1 = \frac{\{\rho(w_T) - \rho(w_2 + w_3)\}}{\{\rho(w_T) - \rho(w_2 + w_3)\} + \{\rho(w_T) - \rho(w_1 + w_3)\} + \{\rho(w_T) - \rho(w_1 + w_2)\}} K_T = 14$$

: 負担するデッドウェイト・コスト 2.8、享受するコストの減額分 -3.2

$$K_2 = \frac{\{\rho(w_T) - \rho(w_1 + w_3)\}}{\{\rho(w_T) - \rho(w_2 + w_3)\} + \{\rho(w_T) - \rho(w_1 + w_3)\} + \{\rho(w_T) - \rho(w_1 + w_2)\}} K_T = 14$$

: 負担するデッドウェイト・コスト 2.8、享受するコストの減額分 -3.2

$$K_3 = \frac{\{\rho(w_T) - \rho(w_1 + w_2)\}}{\{\rho(w_T) - \rho(w_2 + w_3)\} + \{\rho(w_T) - \rho(w_1 + w_3)\} + \{\rho(w_T) - \rho(w_1 + w_2)\}} K_T = 42$$

: 負担するデッドウェイト・コスト 8.4、享受するコストの減額分 +0.4

上記の配分例は、公平な配分となっているのだろうか。結論からいえば、ルール もルール も公平ではないと考えることができる。

まず、ルール が公平でないことを示す。事業部門1と事業部門2の2部門が独立して新たに金融機関を設立すると考える。この2つの事業部門からなる

<sup>37</sup> 負担するデッドウェイト・コストは、 $K_1\tau = 21 \times 0.2 = 4.2$ である。また、享受するコストの減額分は、 $4.2 - \rho(w_1)\tau = 4.2 - 30 \times 0.2 = -1.8$ である。以下同様。

新たな金融機関が全体で負担するデッドウェイト・コストは、 $\rho(w_1 + w_2)\tau = 8.0$ である。このとき、総額 8.0 のコストを事業部門 1 と 2 で半分ずつ分け合えば、各々で負担するデッドウェイト・コストは 4.0 で済むことになる。しかし、事業部門 1 ~ 3 からなる元の金融機関でみると、事業部門 1 も事業部門 2 も、各々 4.2 のコスト負担を強いられている。したがって、事業部門 1 と事業部門 2 からみると、事業部門 3 が加わることで余計なコストを負担していることになり、公平でない配分である（本来は事業部門 3 が負担すべきコストの一部を事業部門 1 と事業部門 2 が負担している）と考えるであろう。

次にルールも、事業部門 3 が負担するデッドウェイト・コストを考えれば、公平な配分でないことは明らかである。すなわち、事業部門 3 のみからなる金融機関を考えた場合、単独では  $\rho(w_3)\tau = 8.0$  のデッドウェイト・コストを負担すれば済む。しかし、これに事業部門 1 と事業部門 2 が加わることで、それ以上の負担（8.4）を強いられることになるからである。

では、この例で、各事業部門に不公平感が生じないような「公平な配分」のルールは存在するのだろうか。Denault[2001]は、こうした資本配分問題をゲーム理論における協力ゲームとして捉えた。ここで彼は、公平な資本配分ルールが満たすべき公理を定義<sup>38</sup>し、協力ゲームの枠組みに応じて、この公理を満たす 2

---

<sup>38</sup> Denault[2001]は、 $K_T = \sum_{i=1}^n K_i$  を満たす資本配分ルールを “allocation principle” と称し、

特に以下の 3 つの性質を満たす配分を公平な資本配分として定義した（本稿での表記方法は原論文のものとは一致しない。なお Denault[2001]はこの公平な資本配分を “coherent allocation of risk capital” と呼称している）。

事業部門の集合を  $N$  とする。

$$\text{No undercut} : \forall M \in N, \sum_{i \in M} K_i \leq \rho \left( \sum_{i \in M} w_i \right)$$

Symmetry : 全ての  $M \in N - \{i, j\}$  に対し、 $i, j$  が同じリスク寄与度（ $M$  に加えた場合のリスク量の変化額）を有するとき、 $K_i = K_j$

Riskless allocation : 全ての  $\alpha \in R$  に対して  $K_n = \rho(\alpha(1+r_f)) = -\alpha$ 、ただし  $r_f$  は無リスク金利

この定義は、厳密には、各事業部門を分割不可能な主体とみなした問題（atomic game）における公平な配分の定義である。原論文ではこの定義を拡張し、各事業部門を分割可能な

つの配分ルールを提案した。

1つ目の配分ルールは、「シャープレイ値 (Shapley value)<sup>39</sup>」に基づく配分である。シャープレイ値は、各主体 (事業部門) が分割できない構成要素である協力ゲームを考えるとときに得られる解の1つである。ただし、シャープレイ値による配分がどのような場合でも公平な配分となるわけではない。Denault[2001]は、リスク指標が強-劣加法性<sup>40</sup>という性質を満たすとき、シャープレイ値が公平な配分となることを示した。

以下に示すルールは、3つの事業部門からなる金融機関で、このシャープレイ値による資本配分を行ったときの数値例である。

ルール シャープレイ値による資本配分方法

$$K_1 = 18.3$$

: 負担するデッドウェイト・コスト 3.7、享受するコストの減額分 -2.3

$$K_2 = 18.3$$

: 負担するデッドウェイト・コスト 3.7、享受するコストの減額分 -2.3

$$K_3 = 33.3$$

: 負担するデッドウェイト・コスト 6.6、享受するコストの減額分 -1.4

主体とみなした問題設定 (non-atomic game) における公平な配分も定義している。

<sup>39</sup> シャープレイ値による事業部門  $i$  への配分額  $K_i^{Sh}$  は、下式で定義される。

$$K_i^{Sh} = \sum_{S:i \in S \subset N} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!} \left\{ \rho \left( \sum_{j \in S} w_j \right) - \rho \left( \sum_{j \in S - \{i\}} w_j \right) \right\}$$

ただし、 $S$  は事業部門の集合  $N$  の全ての部分集合を表す。また  $n$  は事業部門の総数、 $s$  は  $S$  に属する事業部門の数である。

シャープレイ値は、事業部門  $i$  の、事業部門  $i$  を除く全ての部分集合に対するリスク寄与度 (事業部門  $i$  を加えた場合のリスク量増加額) の平均値であると解釈できる。

<sup>40</sup> リスク指標  $\rho(\bullet)$  が以下の性質を満たすとき、 $\rho(\bullet)$  は強劣加法性を満たすという。

全ての取り得る確率変数の集合を  $N$  とした場合、 $N$  の全ての部分集合  $S, T$  に対して

$$\rho(S) + \rho(T) \geq \rho(S \cup T) + \rho(S \cap T)$$

が成り立つ。

なお、本例ではリスク指標  $\rho(\bullet)$  が、強-劣加法性を満たす数値組み合わせを考えているため、結果として方法 は公平な配分の1つとなっている。

このルール の欠点は、リスク指標に求められる条件（強-劣加法性）が厳しいこと、および各事業部門が分割できない主体であるという問題設定が現実とは必ずしも整合的ではないことである。

Denault[2001]が提案したもう1つの配分ルールは、「オーマン・シャープレイ値 (Aumann-Shapley value)」による配分である。オーマン・シャープレイ値とは、シャープレイ値の概念を、分割可能な主体による協力ゲーム<sup>41</sup>(non-atomic game)における概念へ拡張<sup>42</sup>したものである。Denault[2001]では、リスク指標が微分可能であり、Artzner *et al.* [1999]が提唱したコヒーレント・リスク・メジャー (coherent risk measure) の公理<sup>43</sup>を満たすとき、オーマン・シャープレイ値による配分が、公平な配分となることを示した。

---

<sup>41</sup> atomic game における提携関係（配分額が公平なものであるか否かを判断するために形成される主体の集合）が事業部門全体と事業部門全体との関係であるのに対し、non-atomic game では、各事業部門が部分的に提携関係に参加することを許容している。

<sup>42</sup> non-atomic game における公平性等の概念は、基本的には atomic game における概念を拡張したものであるため、本稿では説明を省略した。

<sup>43</sup> Artzner *et al.* [1999]では、リスク指標を満たすべき以下の4つの公理を挙げ、これらを満たすリスク指標  $\rho(\bullet)$  をコヒーレント・リスク・メジャーと定義した。

Subadditivity : 全ての確率変数  $X$ 、 $Y$  に対して  $\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$

Monotonicity :  $X \leq Y$  であるような全ての確率変数に対して  $\rho(X) \geq \rho(Y)$

Positive homogeneity : 全ての  $\lambda \geq 0$ 、全ての確率変数  $X$  に対して  $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$

Translation invariance : 全ての  $\alpha \in R$ 、全ての確率変数  $X$  に対して

$$\rho(X + \alpha(1+r_f)) = \rho(X) - \alpha、ただし r_f は無リスク金利$$

これらの性質を満たすリスク指標の例としては、原資産の変動に正規分布を仮定したときのバリュアット・リスク等が挙げられる。



### ルール オーマン・シャープレイ値による配分

企業全体のポートフォリオのポジションを表すベクトルを  $u = (u_1, u_2, \dots, u_d)^T$ 、各事業部門のポートフォリオのポジションを表すベクトルを  $u^i = (u_1^i, u_2^i, \dots, u_d^i)^T$  とする。このとき、オーマン・シャープレイ値に基づく各事業部門  $i$  への配分額  $K_i^{AS}$ （事業部門の総数は  $N$  とする）は、以下のように表される。

$$K_i^{AS} = \sum_{j=1}^d u_j^i \frac{\partial \rho(u)}{\partial u_j} \quad (\text{A-1})$$

ただし、 $u_j^i$  は事業部門  $i$  が持つリスク・ファクター  $j$  のポジション、 $u_j = \sum_{i=1}^N u_j^i$

このルール による配分額は、オイラーの定理<sup>44</sup>に基づくリスク寄与度(risk contribution)の配分額と同じものとなる。オイラーの定理に基づくリスク寄与度は、リスク寄与度  $\times$  ポジションの総和が全体のリスク量と等しくなることが数学的に保証されているという点で、他の文献でも魅力的な指標であるとされている<sup>45</sup>。また、オーマン・シャープレイ値では、リスク指標が強・劣加法性を満たす必要がないことから、インプリメンテーションの観点で使いやすい配分ルールであると考えられる。

---

<sup>44</sup> 関数  $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$  が連続微分可能かつ  $k$  次の同次関数であるとき、下式が成り立つという定理。

$$kf(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{j=1}^N x_j \frac{\partial f}{\partial x_j}(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

なお、 $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$  が  $k$  次の同次関数であるとは、任意の  $\lambda > 0$  に対して、下式が成り立つことをいう。

$$f(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_N) = \lambda^k f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

なお、コヒーレント・リスク・メジャーは、脚注 43 の定義により 1 次の同次関数である。

<sup>45</sup> 資本を VaR に基づいて算出するとき、オイラーの定理に基づくリスク寄与度の算出方法は、いわゆる“Marginal VaR”法、“Component VaR”法と呼ばれるものに一致する（Garman[1997]参照）。オイラーの定理に基づくリスク寄与度算出方法の詳細は、Tasche[2000]、室町[2001]等を参照。

## 参考文献

- 池田 昌幸、『金融経済学の基礎』、朝倉書店、2000年
- 岩村 充、鈴木 淳人、『企業金融の理論と法』、東洋経済新報社、2001年
- キャサリー、ドミニク、『リスクへの挑戦 金融機関の生き残り戦略』、金融財政事情研究会、1994年
- 倉澤 資成、「資本計画とリスク管理」(『資産運用の最先端理論』、笹井 均・浅野 幸弘<編>、第3章) 日本経済新聞社、2002年
- 馬場 直彦、「リスク管理に関する経済学的考察 理論的・実証的サーベイ」、『金融研究』第20巻第4号、日本銀行金融研究所、2001年12月、53~98頁
- 室町 幸雄、「個別資産へのリスク配分とポートフォリオの最適化」、『ニッセイ基礎研 所報』、Vol.16、ニッセイ基礎研究所、77~100頁、2001年
- Artzner, P., F. Delbaen, J. M. Eber, and D. Heath, “Coherent Measure of Risk,” *Mathematical Finance*, Vol.9, No.3, 1999, pp.203-228
- Barnea, A., R. A. Haugen, and L. W. Senbet, *Agency Problems and Financial Contracting*, Prentice-Hall. 1985.
- Brealey, R. A., and S. C. Myers, *Principles of Corporate Finance Sixth Edition*, McGraw-Hill, 2000.
- Cochrane, J. H., *Asset Pricing*, Princeton University Press, 2001.
- Crouhy, M., S. M. Turnbull, and L. M. Wakeman “Measuring Risk Adjusted Performance,” *Journal of Risk*, Vol.2, No.1, 1999, pp.5-35.
- Culp, C., *The Risk Management Process*, John Wiley and Sons, 2001.
- Damodaran, A., *Applied Corporate Finance: A User’s Manual*, John, Wiley and Sons, 1999.
- Denault, M., “Coherent allocation of risk capital,” *Journal of Risk*, Vol.4, No.1, 2001, pp.1-34.
- Fama, E. F., “The Effects of a Firm’s Investment and Financing Decision on the

Welfare of Its Security Holders,” *The American Economic Review*, Vol.68, No.3, 1978, pp.272-284.

Froot, K. A., and J. C. Stein, “Risk Management, capital budgeting, and capital structure policy for financial institutions: an integrated approach,” *Journal of Financial Economics*, Vol.47, No.1, 1998, pp.55-82.

, D. Scharfstein, and J. C. Stein, “Risk Management: Coordinating Corporate Investment and Financial Policies,” *Journal of Finance* Vol.48, No5, 1993, pp.1629-1658.

Garman, M., “Taking VaR to Pieces,” *Risk*, Vol.10, No.10, October 1997, pp.70-71.

James, C., “RAROC Based Capital Budgeting and Performance Evaluation: A Case Study of Bank Capital Allocation,” Working Paper #96-40, Wharton Financial Institutions Center, 1996.

Krishnan, C. N. V., “How Can Financial Institutions Manage Risk Optimally?,” Working Paper, University of Wisconsin-Madison, 2000.

Matten, C., *Managing Risk Capital*, John, Wiley & Sons, 2000.

McKinsey & Company, Inc., T. Copeland, T Koller, and J. Mullins, *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies, Third Edition*, John Wiley and Sons, 2000.

Merton, R. C., and A. F. Perold, “Theory of Risk Capital in Financial Firms,” *Journal of Applied Corporate Finance*, Vol.5, No.1, 1993, pp.16-32.

, “A Model of Contract Guarantees for Credit-Sensitive, Opaque Financial Intermediaries,” *European Finance Review*, Vol.1, No.1, 1997, pp.1-13.

Modigliani F., and M. Miller, “The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment,” *American Economic Review*, 48, 1958, pp.261-297.

Myers, S. C., and N. Majluf, “Corporate Financing and Investment Decisions When Firms Have Information that Investors Do Not Have,” *Journal of Financial Economics*, 3, 1984, pp.187-221.

Perold, A. F., “Capital Allocation in Financial Firms,” Harvard Business School, Competition and Strategy Working Paper Series 98-072, 2001.

Ross, S. A., "A Simple Approach to the Valuation of Risky Streams," *Journal of Business*, Vol.51, No.3, 1978, pp.453-475.

Ross, S. A., "Institutional Markets, Financial Marketing, and Financial Innovation," *The Journal of Finance*, Vol.44, No.3, 1989, pp.541-556.

Smith, C., and R. Stulz "The Determinants of Firms' Hedging Policies," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 20, 1985, pp.391-405.

Stein, J. C., "Agency, Information and Corporate Investment," Mimeo, Harvard University, 2001.

Stoughton, N. M., and J. Zechner, "Optimal Capital Allocation Using RAROC™ and EVA®," Working Paper, University of California Irvine, 1999.

Tasche, D., "Risk Contribution and Performance Measurement," Working Paper, Munich University of Technology, 2000.

Zaik, E., J. Walter, G. Kelling, and C. James, "RAROC at Bank of America: From Theory to Practice," *Journal of Applied Corporate Finance*, Vol.9, No.2, 1996, pp.83-93.