

ノイズ情報モデルとインフレ動学

おくだたつし
奥田達志

要 旨

本稿は、人々が経済状態についてノイズを含む不完全な情報しか保有していないと想定して分析を行う「ノイズ情報 (noisy information) モデル」に焦点を当て、インフレ動学に関する研究を展望したものである。ノイズ情報モデルを用いたインフレ動学に関する研究は、1970年代のフェルプス＝ルーカス・モデルを起源とし、その後いったん表舞台から姿を消したものの、2000年代に再生を果たし、近年においても発展を続けている。2000年代以降の研究では、実際に観察されるインフレ動学の高い慣性に、情報の不完全性がどのように作用しているのかを明らかにするという目標のもと、フェルプス＝ルーカス・モデルをより洗練されたモデルへ拡張する取組みが行われてきた。本稿では、2000年代以降に、ノイズ情報モデルの分野において、フェルプス＝ルーカス・モデルがどのように拡張されたのか、またそうした拡張によって導入されたメカニズムがなぜ、現実のインフレ動学を上手く説明することに役立つのかを解説する。そのうえで、中央銀行の政策運営へ新たな知見を与えるノイズ情報モデルを用いて金融政策やコミュニケーションの効果を分析した近年の研究についても、一部を紹介する。

キーワード： ノイズ情報モデル、インフレーション、高次信念、金融政策

.....
本稿の作成に当たっては、齊藤誠教授（一橋大学）および金融研究所スタッフから有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。ただし、本稿に示されている意見は、筆者個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者個人に属する。

奥田達志 日本銀行金融研究所主査（現調査統計局主査、
E-mail: tatsushi.okuda@boj.or.jp）

1. はじめに

インフレ動学に関する研究は、フリードリヒ・ハイエク (Hayek [1945]) が唱えた不完全情報という概念を、1970年代にマクロ経済学に応用し注目を集めたフェルプス＝ルーカス・モデルが起点となっている¹。フェルプス＝ルーカス・モデルは、貨幣供給量などマクロ (経済) 変数に関する人々の一時的な期待錯誤によって、価格が名目ショックに対して不完全にしか調整されず、その結果として物価と実物変数の間に関係が生じることを示したモデルである。同モデルは、人々が²、ノイズが含まれる情報に基づいて意思決定を行うと仮定しているため、「ノイズ情報 (noisy information) モデル」の起源と位置付けられ、この意味で、インフレ動学の研究はノイズ情報モデルから始まったといえる。

もっとも、フェルプス＝ルーカス・モデルは、現代のマクロ経済学において、インフレ動学を分析するための標準的な分析フレームワークとしての立場を確立することはできなかった。その最大の理由は、同モデルでは、貨幣供給量などマクロ変数の統計が公表されると、期待錯誤が即座に調整されてしまうため、高い慣性を持つ現実のインフレ動学の分析には適さないといなされたことである²。

こうした中、1990年代に入ると、価格の粘着性が物価と実物変数の関係を生み出すと考えるニューケインジアン・モデルが隆盛を極め、インフレ動学の分析についても、ニューケインジアン・フィリップス曲線 (New Keynesian Phillips Curve: NKPC) が標準的なモデルとして用いられるようになった³。

しかしながら、インフレ動学に関する実証研究が進められる中で、NKPCは、実際に観察されるインフレ率の慣性を十分に説明できないことがわかってきた⁴。例えば、多くの実証研究は、ベクトル自己回帰モデルを用いてインフレ率の需要ショックに対するインパルス応答を推計すると、応答のピークが数四半期遅れること、すなわちこぶ状 (hump-shaped) の応答が観察されることを指摘している (図1)⁵。標準的なNKPCでは、インフレ率の応答が、需要ショックが発生した期に最も大きくなるため、こうした現象を説明することは困難である。

2000年代に入ると、NKPCでは説明できない現実のインフレ率の慣性を説明す

1 詳しくは、Friedman [1968]、Phelps [1967, 1968, 1970]、Lucas [1972, 1973, 1975] を参照。

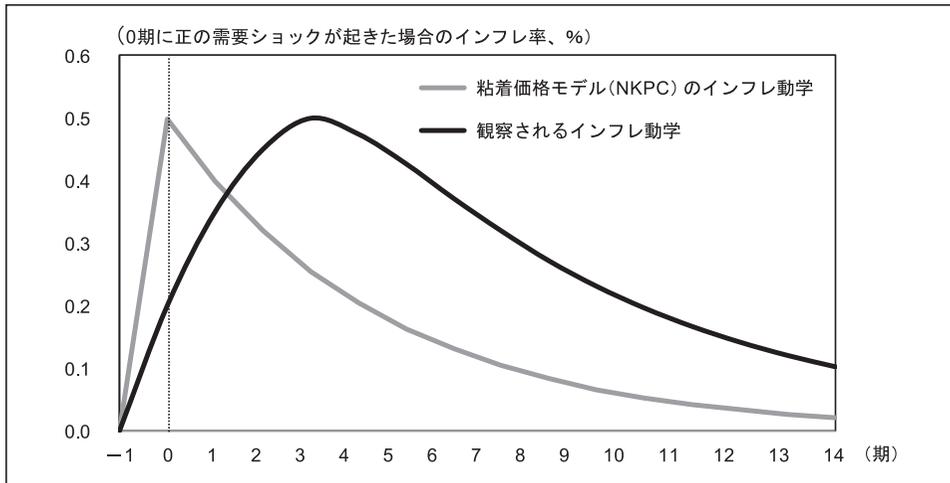
2 例えば、Woodford [2003]、荒戸・中嶋 [2010] を参照。このほか、予期された名目ショック (予期された金融政策ショック) が実物変数に影響を与えない点も批判されることが多い。

3 NKPCに関する平易な解説として加藤・川本 [2005] を参照。

4 NKPCの実証的パフォーマンスと理論的拡張に関するサーベイとして、敦賀・武藤 [2008]、Coibion, Gorodnichenko, and Kamdar [2018] がある。

5 Fuhrer and Moore [1995]、Fuhrer [1997, 2006]、Nelson [1998]、Mankiw [2001]、Gali, Gertler, and López-Salido [2001, 2005]、Jondeau and Le Bihan [2005]、Lindé [2005]、Rudd and Whelan [2005, 2006, 2007]、Kurmman [2005, 2007] を参照。

図1 観察されるインフレ動学とNKPCが予測するインフレ動学（イメージ）



べく、新たな分析フレームワークを提示しようとする試みが幅広くみられるようになった⁶。そうした流れの中で、フェルプス＝ルーカス・モデル以降いったん表舞台から姿を消したノイズ情報モデルが再生を果たし、発展することとなった。ノイズ情報モデルという不完全情報モデルが脚光を浴びた背景には、完全情報合理的期待形成 (full-information rational expectations) モデルの理論的予測を棄却する実証研究が多くみられるようになったことも影響していたと考えられる⁷。

2000年代以降のノイズ情報モデルは、フェルプス＝ルーカス・モデルを拡張する形で、現実のインフレ動学を再現することを目標としてきた。例えば、ノイズ情報モデルを再生させる足掛かりを作ったウッドフォード・モデル (Woodford [2003]) は、フェルプス＝ルーカス・モデルに、2つの拡張を加えることで、インフレ動学の応答がこぶ状になることを示した。1つは、企業が他企業の平均価格を考慮して戦略的に価格を設定する状況を想定し、企業間の「戦略的不確実性 (strategic uncertainty)」の役割を、ノイズ情報モデルにおける価格決定メカニズムに明示的に

6 バックワード・ルッキングな価格設定をアドホックに仮定するハイブリッド型NKPC (Gali and Gertler [1999]、Christiano, Eichenbaum, and Evans [2005]) が代表的な試みである。このほか、経済主体がモデルと整合的 (model consistent) な期待を形成するという合理的期待 (Muth [1961]) の仮定を外すアプローチとして、適応的学習 (Milani [2007]) やインフレ予想の代理変数としてサーバイ予想を用いるアプローチも存在する (Roberts [1995, 1997]、Coibion and Gorodnichenko [2015a]、Fuhrer [2017a])。

7 不完全情報という仮定を支持する研究は、Carroll [2003]、Kiley [2007]、Coibion and Gorodnichenko [2012, 2015b]。他方、完全情報という仮定を棄却する研究は、Jonung [1981]、Jonung and Laidler [1988]、Roberts [1998]、Croushore [1998]、Mankiw, Reis, and Wolfers [2003]、Ranyard *et al.* [2008]、Fuhrer and Olivei [2010]、Fuhrer [2012]、Fuhrer, Olivei, and Tootell [2012]、Georganas, Healy, and Li [2014]。なお、インフレ動学を研究する不完全情報モデルには、ノイズ情報モデルのほかに「粘着情報 (sticky information) モデル」がある (補論1を参照)。

織り込むことである。これは、Morris and Shin [2002] によって示された、「経済変数に関して共有する情報、共有していない情報の双方の情報を持つ経済主体が協調したい場合、共有していない情報を行動に織り込むことを控える」とのメカニズムを応用したものであり、その後の研究でも幅広く用いられている。

もう1つは、マクロ変数の情報が暫く完全情報にならないとアドホックに仮定することである。しかしながら、この仮定は、当然強い批判を浴びることとなった (Svensson [2001])。そうした中、ウッドフォード・モデルが必要とするアドホックな仮定を克服する取組みとして、2つのアプローチが発展した。

第1は、マクロ変数の情報が暫く完全情報にならないとの仮定を正当化するミクロ的基礎付けを提供するアプローチである。このアプローチは、Mackowiak and Wiederholt [2009] によって始められ、Sims [2003] が提示した「経済主体は限られた情報処理能力を自身に有用な情報へと割り当てる」との合理的不注意 (rational inattention) 仮説を応用するものである。

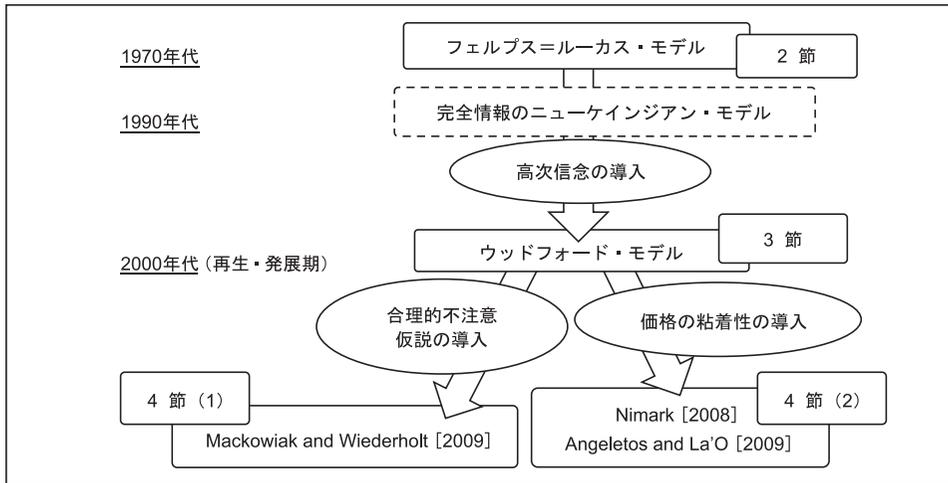
第2は、価格の粘着性を導入し、マクロ変数の情報が完全情報になった後も、価格は緩慢にしか調整されないとのメカニズムを創出するアプローチである。価格の粘着性が十分に高いと、ショックが起きてから時間が経過した後に価格改定を行う企業が多くなるが、これらの企業はショックが起きた期に価格改定を行った企業よりもショックについて認識を深めているため、より大幅な価格改定を行う。この結果、マクロ変数の情報が暫く完全情報にならないと仮定しなくとも、インフレ率はこぶ状の応答を示す。このアプローチを用いた代表的研究は、Nimark [2008] と Angeletos and La'O [2009] である。

このように、2000年代以降の再生・発展期を経て、ノイズ情報モデルは、実際に観察されるインフレ動学を再現することに関して、概ね成功を収めた。本稿は、主にこれらインフレ動学に関するノイズ情報モデルを解説する (図2)。

なお、インフレ動学の解明という分野において十分な成果がもたらされたことで、近年では、ノイズ情報モデルを用いて、金融政策やコミュニケーションの効果を分析するといった取組みも増加しており、中央銀行の政策運営に対して新たな知見を与えている。このため、インフレ動学に関する研究をサーベイするという本稿の主旨からは離れるが、関心のある読者に向けて、本稿の最後では、そうした研究の一部を紹介する。

本稿の構成は以下のとおりである。2節では、合理的な経済主体の情報処理プロセスであるベイズ更新 (Bayesian updating) を解説したうえで、フェルプス＝ルーカス・モデルについて説明する。3節では、高次信念の役割およびウッドフォード・モデルのメカニズムを示す。4節では、前述した2つのアプローチによる拡張によって、インフレ率のこぶ状の応答が再現されるメカニズムについて解説する。5節では、インフレ動学から離れ、金融政策・コミュニケーションの効果を分析し

図2 インフレ動学に関するノイズ情報モデルの潮流



た研究を紹介する。6節はまとめである。

2. 合理的経済主体の情報処理プロセス

本節では、ベイズ更新というノイズ情報モデルで標準的に用いられる「不完全情報下の合理的な情報処理プロセス」を解説したうえで、ノイズ情報モデルの起源であるフェルプス＝ルーカス・モデルを紹介する。

(1) ベイズ更新

ベイズ更新を行う経済主体は、いわゆるベイズの定理 (Bayes' theorem) に従って期待を形成する。ここでは、事前信念 (prior belief)、事後信念 (posterior belief) という概念を理解することが重要になる。(確率的な) マクロ変数 θ について、経済主体が (確率的な) ノイズを含むシグナル (新規情報) に基づいてベイズ更新を行う場合を考える。このとき、経済主体がシグナルを観察する前に、事前に保有する同マクロ変数に関する主観的確率分布を事前信念という (図3)。

経済主体が得るシグナルは、マクロ変数 θ に関するノイズを含む情報である。ベイズ更新とは、これらの情報を組み合わせて得る θ に関する事後信念のノイズを最小化する形で、すなわち保有する情報を最大限有効活用する形で事後信念を形成す

図3 経済主体によるベイズ更新プロセス

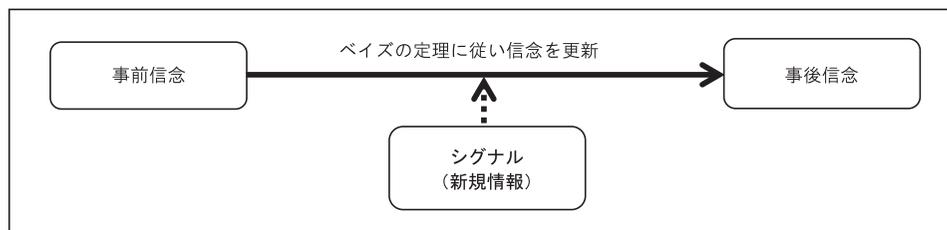
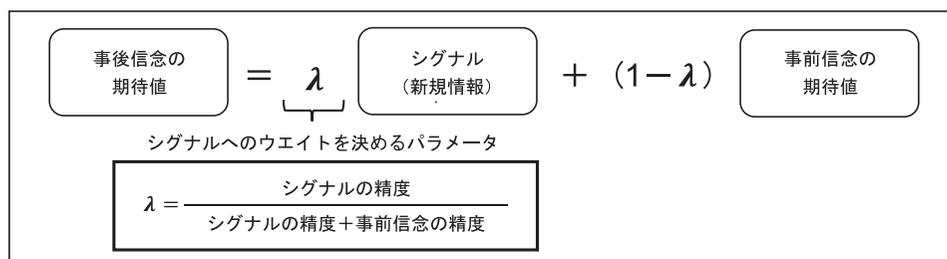


図4 期待値のベイズ更新プロセス



るプロセスである。この意味で、経済主体の情報処理プロセスは合理的（効率的）であるといえる。

以下では、最も重要な理論的枠組みとなる、期待値に関するベイズ更新について解説する（図4）⁸。経済主体は、あるマクロ変数に関するシグナルを受け取ると、保有する事前信念の期待値をシグナルの値に一部置き換える形で事後信念の期待値を形成する。このとき、どの程度事前信念をシグナルへと置き換えるかは、シグナルの精度（precision）と事前信念の精度の相対的な比（ $0 < \lambda < 1$ ）によって決定される。シグナルの精度が高いほど、事後信念の期待値は、シグナルの値に依存することになる。ここでのシグナルの精度は、その1つのシグナルの値が事後的にどの程度正確であったかではなく、仮に同じ構造の確率的なノイズを含む無数のシグナルが得られるとした場合に、それらのシグナルが平均的にどれだけ正確であるかという意味での精度を指す。このような平均的な意味での情報の精度を含め、各情報に関する設定をまとめたものを、情報構造（information structures）と呼ぶ。

(2) フェルプス＝ルーカス・モデル

フェルプス＝ルーカス・モデルでは、名目貨幣供給量 m (対数値、以下同様)、物

.....
⁸ なお、分散に関するベイズ更新プロセスや、連続時間モデルなどにおけるベイズ更新の定式化手法については Veldkamp [2011] を参照。

物価水準 p およびマクロの生産量 y の間に貨幣数量方程式 ($m = p + y$) が成立するも
とで、無数の企業 ($i \in [0, 1]$) が自身の財の価格 p_i に関する情報をもとに生産量 y_i
を決定する経済を考える ($y = \int_0^1 y_i di$)。

各企業が観察する自身の財の価格 p_i は、名目貨幣供給量 m の変化に伴う物価水
準 $p (= \int_0^1 p_i di)$ の変動と (すべての財について平均をとると 0 になる) 各財に固
有の需要ショックによる相対価格変動 r_i ($\int_0^1 r_i di = 0$) の影響を受ける。このモデ
ルの最大の特徴は、各企業が、自身の財の価格 $p_i (= p + r_i)$ 変動の背後にある p と
 r_i の変動を観察できない状況を仮定する点である。こうしたもと、企業は、以下の
ように自身の財の価格と物価水準の相対価格に関する期待 $E_i[r_i]$ に基づき、生産量
 y_i を調整する⁹。

$$y_i = E_i[r_i] = p_i - E_i[p].$$

企業 i が生産量を決定する際に用いる物価水準に関する企業 i の期待 $E_i[p]$ は、
以下のように形成される。企業 i は、自身の財の価格 p_i を、物価水準 p に関するノ
イズ (r_i) を含んだシグナルとみなし、物価水準 p に関する事前の予想、つまり事
前信念の期待値 \bar{p} から以下のようにベイズ更新を行う¹⁰。

$$E_i[p] = \lambda p_i + (1 - \lambda)\bar{p} = \bar{p} + \lambda(p_i - \bar{p}).$$

ベイズ更新によって形成された物価水準に関する企業 i の期待 $E_i[p]$ についてすべ
ての企業で平均をとると、次式が得られる。

$$\int_0^1 E_i[p] di = \bar{p} + \lambda(p - \bar{p}).$$

このように、各企業が物価水準 p に関するノイズを含む情報 (p_i) をもとにベイズ
更新を行う場合には、企業の平均的な期待には、予期されない物価変動 ($p - \bar{p}$) の
一部 ($\lambda < 1$) しか織り込まれない。

次に、各企業の生産量 y_i について、すべての企業の平均をとり、この平均的な期
待を代入すると、マクロの生産量 y は、

$$y = \int_0^1 y_i di = \int_0^1 (p_i - E_i[p]) di = (1 - \lambda) \int_0^1 (p_i - \bar{p}) di = (1 - \lambda)(p - \bar{p}),$$

として得られる。物価変動に関する期待の調整が緩慢になるもとで、マクロの生産
量 y は、予期されない物価変動 ($p - \bar{p}$) の影響を受けることがみてとれる。

9 この式の解釈は以下のとおり。企業 i の財の価格 p_i の上昇が、相対価格 r_i の上昇に起因する場合、
企業 i は自身の財への需要増に対応すべく、生産量 y_i を増やすことが望ましい。他方、名目貨幣供給
量 m の増加による平均価格 p の上昇を映じているならば、自身の財への需要は不変であるため、生
産量 y_i も不変とすることが最適になる。

10 すなわち、物価水準 p が先ほどのベイズ更新の例におけるマクロ変数 θ に対応する。

このとき、物価水準 p は、マクロの生産量 y および貨幣数量方程式から、

$$p = m - y = \bar{p} + \frac{1}{2-\lambda} (m - \bar{p}),$$

として得られ、名目貨幣供給量 m が変化しても、物価水準 p にはその変化の一部 $((2-\lambda)^{-1} < 1)$ しか反映されないことがみてとれる。すなわち、フェルプス＝ルーカス・モデルにおいては、価格は完全には調整されない。

このように、フェルプス＝ルーカス・モデルは、企業がマクロ変数に関して正確な情報を入手することができない場合には、合理的な情報処理が行われたとしても、価格調整が緩慢になることを示した。もっとも、前述のとおり、フェルプス＝ルーカス・モデルでは、1期経つとマクロ変数が完全情報になるため、インフレ動学を分析する標準的なフレームワークとなるには至らなかった。以下では、このモデルがいかにして拡張されたのかについて順を追って説明する。なお、フェルプス＝ルーカス・モデルの詳細について関心がある読者は補論2を参照されたい。

3. 戦略的不確実性と高次信念

ウッドフォード・モデル (Woodford [2003]) 以降、インフレ動学に関する分析は、次式のような企業の戦略的な価格設定に関する分析として捉えられている。

$$p_i = E_i[\theta] + \alpha(E_i[p] - p_i).$$

企業 i の価格 p_i は、マクロ変数 θ (名目総需要や名目限界費用) に関する企業 i の期待 $E_i[\theta]$ と、自社の価格 p_i と他企業の平均価格 p (=物価水準) との相対価格に関する企業 i の期待 $(E_i[p] - p_i)$ によって決まる。 α は相対価格の重要性の度合いを示す。こうした定式化によって、フェルプス＝ルーカス・モデルとは異なり、各企業は、平均価格 p ($= \int_0^1 p_i di$) を予測する際に、他企業の戦略的な価格設定を考慮することになる。以下では、このような、マクロ変数 θ や平均価格 p に関する企業の期待と企業 i が設定する価格 p_i の関係を最適反応と呼ぶ。

なお、自身の価格を他企業の平均価格と同方向へ調整することが望ましい状況 ($\alpha > 0$) を戦略的補完性 (strategic complementarity) があるという。逆に、自身の価格を平均価格と異なる方向に調整することが望ましい場合 ($\alpha < 0$) には、戦略的代替性 (strategic substitutability) があるという。価格競争下では戦略的補完性が成立する ($\alpha > 0$) ため¹¹、企業の価格設定を取り扱うインフレ動学の分析においては、企業間に戦略的補完性が生じることになる。以下では、 $\alpha \in (0, 1)$ を仮定する。

11 一般に、価格競争下で戦略的補完性が成立し、数量競争下で戦略的代替性が成立する (例えば、Tirole [1988] を参照)。

以下では、この最適反応によって表現される極めて単純化されたマクロ経済モデルを使うことで、情報構造の違いが企業の価格設定行動にどう影響するかを解説していく。とりわけ、本節では、仮定に関する批判を受けつつも、こぶ状のインフレ率の応答の再現に成功したウッドフォード・モデルのメカニズムを示すことを目標とするが、まず、その前提になる重要な概念について説明する。

(1) 戦略的不確実性

ウッドフォード・モデルのフェルプス＝ルーカス・モデルに対する新規性は、企業を、戦略的に価格を設定する主体としてモデル化することで、ノイズ情報モデルの価格決定メカニズムに、企業間の「戦略的不確実性」を明示的に取り込んだことといえる。そこで、以下ではまず、戦略的不確実性という概念について解説を行い、そのうえで、ウッドフォード・モデルが戦略的不確実性をどのようにインフレ動学の分析に導入したのかを示す。

戦略的不確実性を理解するうえでポイントになるのは、「私的情報」と「公的情報」の違いである。前述のモデルに沿っていえば、私的情報とは、図5に示しているとおおり、マクロ変数 θ に関して、各企業が異なる情報を保有している場合に、各企業が保有する情報を指す。私的情報の特徴は、企業間でマクロ変数に関する情報が共有されていない、すなわち各企業が他企業の保有する私的情報について正確には把握できないという状況が作り出されることである。

他方、公的情報とは、同じく図5に示しているとおおり、マクロ変数 θ に関して、各企業が同じ情報を保有している場合の、各企業が保有する情報を指す。このとき、マクロ変数に関する情報は企業間で共有されているため、各企業は、他企業が保有する情報について正確に把握できる。

私的情報と公的情報の違いを示したところで、本節の冒頭で示した最適反応を用

図5 私的情報と公的情報

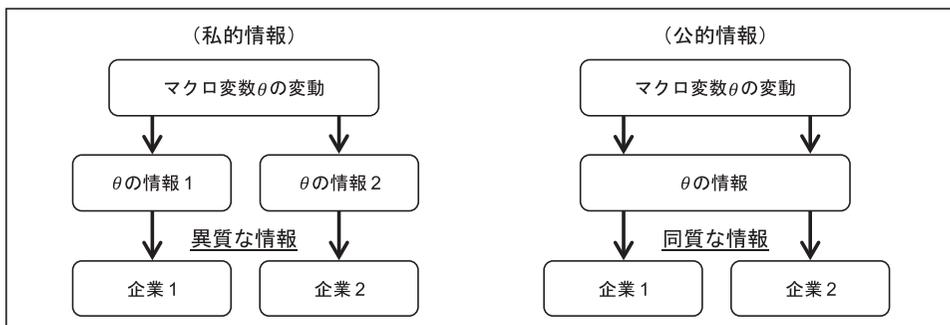
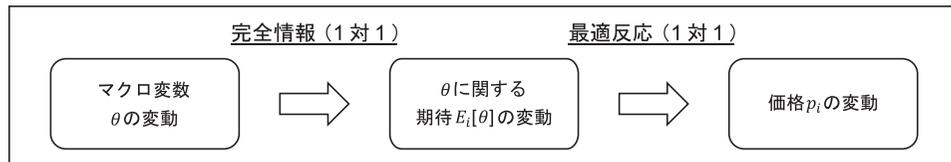


表 1 θ に関する情報構造の 3 類型と生じる不確実性

	θ に関する信念が同質	θ に関する信念が異質
θ が完全情報	タイプ 1 (共有知識) 〈不確実性なし〉	タイプ 3 (私的情報、不完全共有知識) 〈 θ に関する不確実性〉 〈戦略的不確実性〉
θ が不完全情報 (ノイズ情報)	タイプ 2 (公的情報) 〈 θ に関する不確実性〉	

図 6 完全情報下の価格設定フロー



いて、情報構造の 3 類型について解説しつつ (表 1)、情報構造の違いが、企業が直面する不確実性にどのような影響を与えるのかを整理する。

第 1 は、マクロ変数 θ が完全情報である場合 (表 1 のタイプ 1) である。各企業は θ について正確に理解しているうえに、他企業も正確に理解していることを知っている。このとき、 θ は「共有知識 (common knowledge)」であると呼ばれる¹²。企業 i は、マクロ変数 θ だけでなく、同じ最適反応を持つ他企業の価格 ($p (= \int_0^1 p_i di = p_i)$) についても正確に把握できるため、最適反応は次式へと変換される。

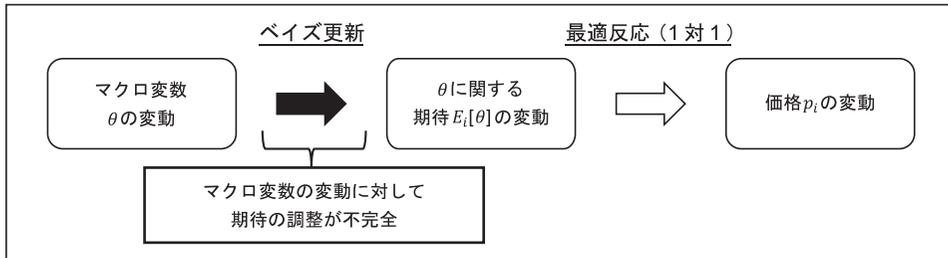
$$p_i = E_i[\theta] + \alpha(p - p_i) \Leftrightarrow p_i = E_i[\theta] = \theta.$$

θ が完全情報である場合、企業は自らが完全に把握するマクロ変数 θ のみに基づき価格を決める。このため、企業はいかなる不確実性にも直面しない。また、マクロ変数 θ の変動に対して、企業 i の θ に関する期待 $E_i[\theta]$ が 1 対 1 で変化するため、各企業の設定する価格 p_i も θ の変動を 1 対 1 で完全に織り込む (図 6)。

第 2 に、マクロ変数 θ が不完全情報であるが公的情報である場合 (表 1 のタイプ 2) を考える。このとき、各企業は、マクロ変数 θ についてはノイズを含む情報しか保有していないが、他企業がどのような情報を保有しているかは正確に把握できるため、他企業の平均価格 $p (= \int_0^1 p_i di = p_i)$ も把握できる。したがって、最適反

.....
12 共有知識の定義は、「全ての経済主体が A を知っており、『全ての経済主体が A を知っている』ということ全体が知っており、また『全ての経済主体が A を知っている』ということ全体が知っている」ということを全ての経済主体が知っており、というプロセスが無限に成立するときに A は共有知識である」とされる。このため、全ての経済主体が A を知っていたとしても、そのことを各経済主体が理解していなければ、A は共有知識ではなく、相互知識 (mutual knowledge) に過ぎない。

図7 不完全な公的情報下の価格設定フロー



応は次式のように変換される。

$$p_i = E_i[\theta] + \alpha(p - p_i) \Leftrightarrow p_i = E_i[\theta].$$

つまり、 θ が公的情報である場合、企業は、マクロ変数 θ に関するノイズを含む期待に基づいて価格を設定する。このとき、企業が直面する不確実性は、マクロ変数に関する期待 $E_i[\theta]$ が実際のマクロ変数 θ と異なる可能性によって生じるもの(fundamental uncertainty)のみになる。こうしたもとの、各企業がバイズ更新を行う場合、フェルプス＝ルーカス・モデルと同様に、マクロ変数(この例では θ)に関する期待の調整は緩慢になることから、各企業の設定する価格 p_i も、マクロ変数 θ の変動を一部しか織り込まない(図7)。

第3に、マクロ変数 θ が不完全情報かつ私的情報である場合(表1のタイプ3)を考察する。こうした状況を、 θ に関する期待が異なる点を捉えて、「 θ が不完全共有知識(imperfect common knowledge)」になっているという。各企業は、 θ についてノイズを含む情報しか保有せず、かつ他企業が保有する情報も正確にはわからない。したがって、最適反応は次式で与えられる。

$$p_i = E_i[\theta] + \alpha(E_i[p] - p_i) \Leftrightarrow p_i = \frac{1}{1-\alpha}E_i[\theta] + \frac{\alpha}{1-\alpha}E_i[p].$$

このため、企業は、マクロ変数 θ に関する不確実性のみでなく、平均価格 p に関する不確実性にも直面し、後者の不確実性を戦略的不確実性と呼ぶ。戦略的不確実性の重要性は、他企業が設定する平均価格の重要性(戦略的補完性)の度合い(α)に依存する。次にみるウッドフォード・モデルは、このように θ が不完全共有知識であり、戦略的不確実性が生じる情報構造のもとで、各企業が設定する価格 p_i がマクロ変数 θ の変動をどのように織り込むのかについて分析した。

(2) 高次信念の導入：ウッドフォード・モデル(Woodford [2003])

ウッドフォード・モデルは、前述のとおり、マクロ変数 θ が不完全共有知識に

なっており、他企業の価格設定に関する戦略的不確実性が存在する状況を考えた¹³。同モデルが導出した不完全共有知識下の企業の最適反応は以下である。

$$p_i = (1 - r) E_i [\theta] + r E_i [p].$$

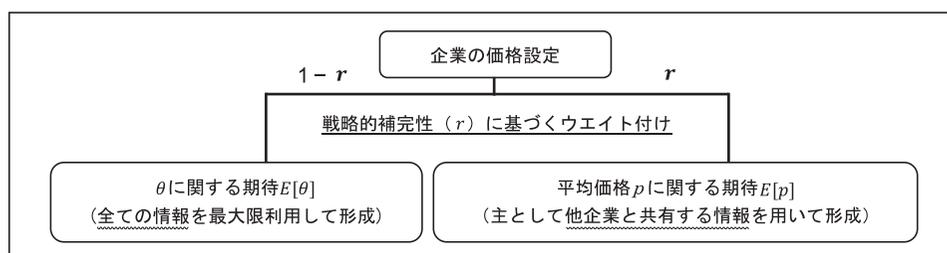
ここで、 r は平均価格への依存度、すなわち戦略的補完性の高さを表すパラメータである¹⁴。この最適反応の特徴は、 $E_i [p]$ という他企業が設定する平均価格に、自らの最適価格が依存するため、企業間にはマクロ変数 θ (名目総需要) に関する不確実性のみでなく、戦略的不確実性も生じる点である。

図 8 のように、企業の価格設定は、戦略的補完性 r が大きくなるほど平均価格 p に関する期待 $E_i [p]$ により強く依存することになる。詳しくは後述するが、このモデルで重要な点は、マクロ変数 θ に関する情報を利用して平均価格に関する期待 $E_i [p]$ を形成する際には、他企業と共有する情報が集中的に用いられ、共有していない私的情報への依存度が相対的に低下するというメカニズムである。こうしたメカニズムのもと、企業間の戦略的補完性 r が高くなるほど、価格がマクロ変数 θ に関する私的情報を織り込まなくなり、価格がマクロ変数の変動に反応しにくくなるという現象が起きる。

以下では、前述の現象の背景にあるメカニズムをより詳しくみる。平均的な期待を表すオペレータを $\bar{E} \equiv \int_0^1 E_i di$ と定義し、繰り返し平均的な期待をとったものを $\bar{E}^k \equiv \int_0^1 E_i \bar{E}^{k-1} di$ と表記すると、前述の最適反応は、以下のように整理できる。

$$p_i = (1 - r) \sum_{k=0}^{\infty} r^k E_i \bar{E}^k [\theta].$$

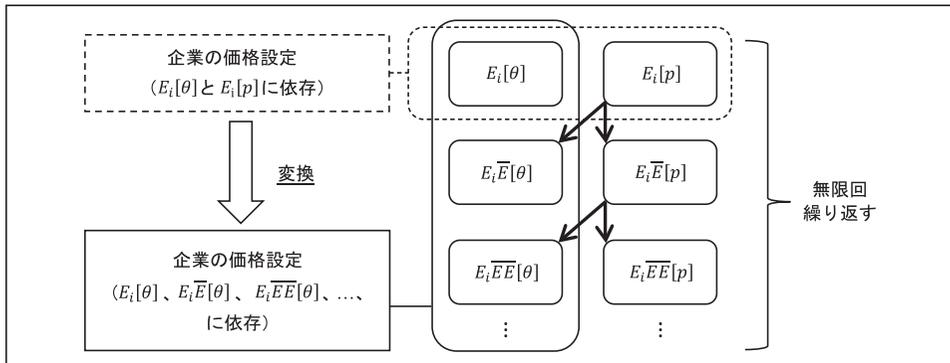
図 8 戦略的補完性と価格設定



.....
 13 企業の価格設定における戦略的不確実性の役割の重要性は、ウッドフォード・モデル以前に Phelps [1983] によって指摘されており、ウッドフォード・モデルは Phelps [1983] の主張を厳密に定式化したものと位置付けられる。このほか、ウッドフォード・モデルの類似研究として Hellwig [2002]、Hellwig and Venkateswaran [2009] が挙げられる。また、Woodford [2003] と同様の経済を想定し、最適金融政策を分析した研究として、Adam [2007, 2009] がある。

14 この式は、先ほどの例において $r \equiv \alpha / (1 - \alpha)$ とすることでも得られる。

図9 最適反応の高次期待表現



このように整理できる理由は、図9から明らかである。まず、企業 i の価格設定は $E_i[\theta]$ と $E_i[p]$ に依存する。また、このことから、平均価格がマクロ変数に関する平均的な期待 $\bar{E}[\theta]$ と平均価格に関する平均的な期待 $\bar{E}[p]$ で形成されることも明らかである。そこで、平均価格に関する企業 i の期待 $E_i[p]$ は、企業 i の $\bar{E}[\theta]$ に関する期待 $E_i\bar{E}[\theta]$ と $\bar{E}[p]$ に関する企業 i の期待 $E_i\bar{E}[p]$ で決まることになる。このように、平均価格 p に対する代入を無限回繰り返すと、企業の価格設定がマクロ変数に関する期待と「マクロ変数に関する平均的な期待」に関する期待 ($E_i[\theta]$ 、 $E_i\bar{E}[\theta]$ 、 $E_i\bar{E}\bar{E}[\theta]$ 、...) に依存することがわかる。

このとき、 $E_i[\theta]$ を1次期待 (first-order expectations)、 $E_i\bar{E}^{j-1}[\theta]$ を j 次期待 (j th-order expectations) と呼ぶ。2次期待以降の j 次期待をまとめて高次期待 (higher-order expectations) と呼ぶ。なお、これら期待 (値) は信念から形成されるが、高次期待のもととなる信念を高次信念 (higher-order beliefs) と呼ぶ¹⁵。

高次期待の重要な特徴として、経済主体が每期受け取るシグナルが私的情報である場合、その調整テンポが1次期待に比べて緩慢になる点が挙げられる。図10では、2次期待のバイズ更新、つまり企業 i が、「他企業がバイズ更新によって形成した θ に関する事後信念の期待値」についてバイズ更新を行う場合のプロセスを描写している。「 θ に関する他企業の事前信念の期待値」に関する最も正確な予測は、「 θ に関する企業 i の事前信念の期待値」である。他方、「他企業が保有する (新しい) シグナル」は、今期のマクロ変数 θ に平均的には一致するため、最も正確な予測は「 θ に関する企業 i の事後信念の期待値」である。これは、「企業 i の保有シグナル」と「 θ に関する企業 i の事前信念の期待値」によって構成される。この結果、「他企業がバイズ更新によって形成した θ に関する事後信念の期待値」に関する企業 i の事後信念の期待値は、 θ に関する企業 i の事後信念の期待値に比して、「企業 i の保有シグナル」への依存度を低下させる ($\lambda^2 < \lambda$)。

15 高次信念に焦点を当てた古典的なモデルとして Townsend [1983] や Rubinstein [1989] を参照。

図 10 2次期待のベイズ更新プロセス

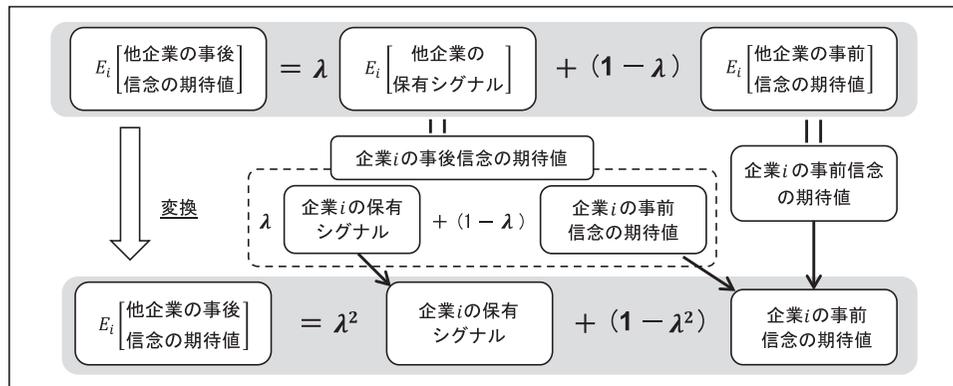


図 11 1次期待と高次期待の調整

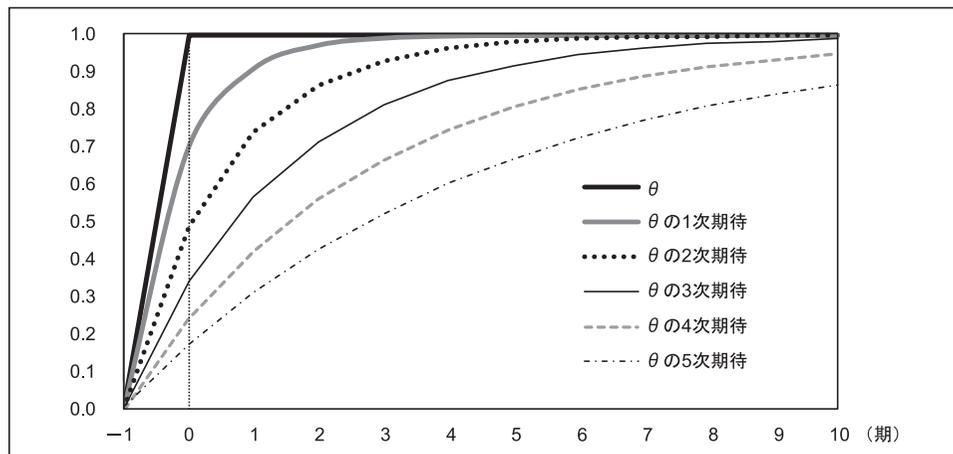
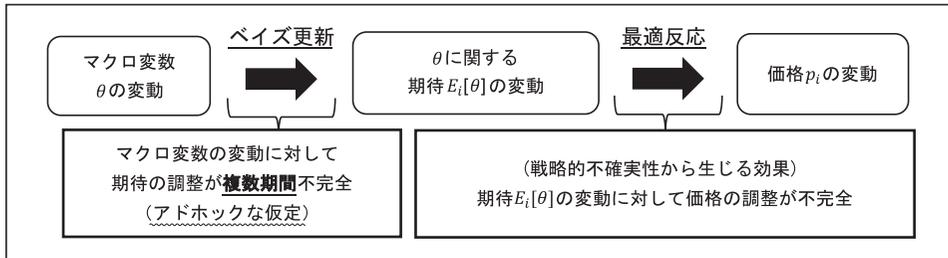


図 11 では、マクロ変数 θ は事後的にも完全情報にならないと仮定したうえで、 θ が 0 期に $\theta = 0$ から $\theta = 1$ へとシフトした際の、 θ に関する 1~5 次の平均的期待の推移を示している¹⁶。1 次期待は 3 期経過するとマクロ変数 θ の値に概ね収束するが、5 次期待は 10 期が経過しても収束しないことがみてとれる。これらの結果は、高次の期待ほど調整が緩慢になることを意味する。

最後に、 k 次期待 ($E_i \bar{E}^{k-1}[\theta]$) へのウエイト $((1-r)r^{k-1})$ が、戦略的補完性のパラメータ r に依存する意味を説明する。この関係が示唆することは、戦略的補完性が高い (r が大きい) ほど、価格決定の際により高次の期待を織り込むということである。これは、直観的には、高次の期待ほど、企業間で共有する情報を反映して

16 ノイズは平均 0 となると仮定。ベイズ更新の際のシグナルのウエイト λ は、0.7 と設定。

図 12 ウッドフォード・モデルの価格設定フロー



いるため、他企業と価格設定を協調するうえで有用性が高いことを示している。このように、企業間の戦略的補完性が高い場合は、調整がより緩慢な高次の期待が価格により反映されるため、価格調整が緩慢になる¹⁷。

ウッドフォード・モデルにおける企業の価格設定は以下のようにまとめられる(図 12)。マクロ変数 θ が変化しても、 θ に関する情報は即座には完全情報にならないことをアドホックに仮定しているため、1次期待が徐々にしか調整されない。また、戦略的不確実性が生じるため、前述のメカニズムによって1次期待よりも調整が遅い高次期待が価格形成に強く影響し、1次期待の調整テンポに比して、価格 p の変動は一段と遅いものになる¹⁸。

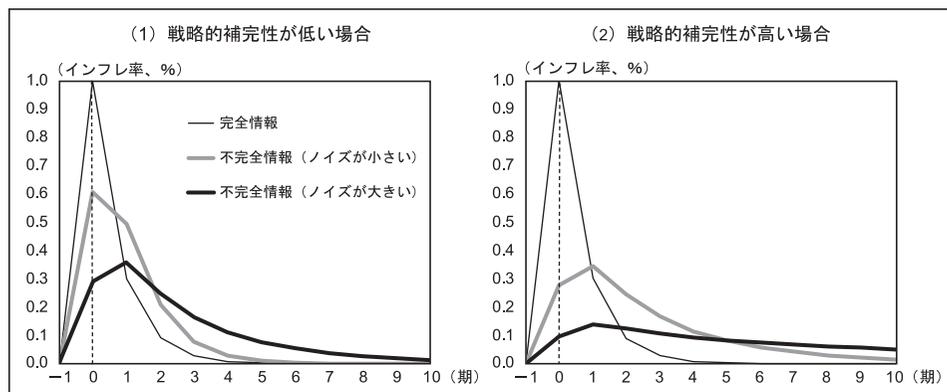
図 13 は、ウッドフォード・モデルを用いて、マクロ変数 θ を 0 期に +1% 増加させるショックが生じた場合のインフレ率の応答を描写したものである。同図の (1) は戦略的補完性が低い場合、(2) は戦略的補完性が高い場合のインフレ率の応答を示している。観察される点として、まず、戦略的補完性が低い場合(図 13 (1))、マクロ変数 θ に関する情報のノイズが小さくないと、インフレ率のこぶ状の応答は再現できない。他方、戦略的補完性が高い場合(図 13 (2))、マクロ変数 θ に関する情報のノイズが小さくとも、すなわち情報構造に強い仮定を置かずとも、インフレ率の応答がこぶ状になる。また、完全情報の場合、戦略的補完性の高低がインフレ率の応答に影響を与えない、つまり戦略的補完性は不完全共有知識下でのみインフレ率の慣性を高めるメカニズムとして機能する。

以上のように、ウッドフォード・モデルは、マクロ変数が即座には完全情報にな

17 Kato and Okuda [2017] は、産業内の市場寡占度の低さを戦略的補完性の高さの代理変数とし、実際に、米国において、市場寡占度が低い産業の産業別価格の調整テンポが、相対的に緩慢になっていたことを示した。また、経済主体間の戦略的補完性を変化させることを企図した金融政策ルールを分析した研究として Lorenzoni [2010]、Angeletos and La'O [2017]、Morris and Shin [2018] がある。

18 補論 3 では、ウッドフォード・モデルのメカニズムの元となった静学モデルである Morris and Shin [2002] における均衡の導出方法を解説し、そのうえで、動学モデルであるウッドフォード・モデルの解法を説明している。なお、これらの研究は、他の経済主体の今期の行動に関する静学的な戦略的不確実性に焦点を当てているが、他の経済主体の将来の行動に関する動学的な戦略的不確実性の影響を分析した研究として Morris and Shin [2006] が、同メカニズムをフォワード・ガイダンス・パズルの解決に応用した研究として Angeletos and Lian [2018] がある。

図 13 ウッドフォード・モデルにおけるインフレ率の応答



備考：戦略的補完性のパラメータは、(1) が0.2、(2) が0.8。ベイズ更新のシグナルのウエイト λ は、ノイズが小さい場合は0.66、ノイズが大きい場合は0.35。ショックの慣性は0.3。

らないことを仮定したうえで、戦略的不確実性を導入することにより、こぶ状のインフレ率の応答を上手く再現することに成功した。しかしながら、マクロ変数が即座には完全情報にならないという仮定が、アドホックである点を強く批判されたため (Svensson [2001])、その後の研究では、この仮定を改良すべく2つのアプローチが生まれた。以下では、節を改めその2つのアプローチについて解説を行う。

4. モデルの拡張

前節で説明したように、ウッドフォード・モデルでは「マクロ変数が即座には完全情報にならない」というアドホックな仮定が置かれていたが、その後の研究では、(1) そうした仮定にミクロ的基礎付けを与える、または (2) その仮定の代わりに価格の粘着性を導入するというアプローチによって改良された。以下では、それらのアプローチを解説する。

(1) 合理的不注意 (Rational Inattention) 仮説の導入：Mackowiak and Wiederholt [2009]

マクロ変数が即座には完全情報にならないという仮定は、Mackowiak and Wiederholt [2009] によってミクロ的基礎付けを与えられた。この研究は、著者が知る限り、Sims [2003] が提唱した「経済主体は限られた情報処理能力を自身に有用な情報

図 14 マクロ変数と企業固有ショックへの注意割当問題

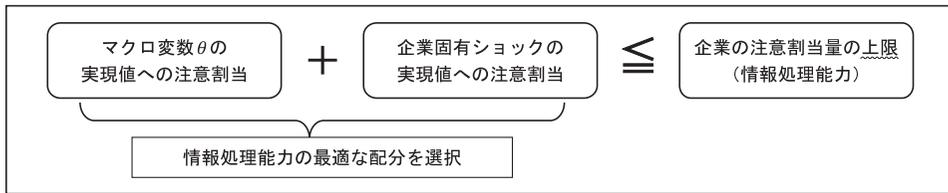


図 15 マクロ変数の情報が大きなノイズを含むメカニズム



へと割り当てる」との合理的不注意仮説を企業の価格設定に応用した最初の研究である。以下では、この研究の内容に関する直観的な説明を行うが、合理的不注意仮説も含め厳密な説明に関心のある読者は補論 4 を参照されたい。

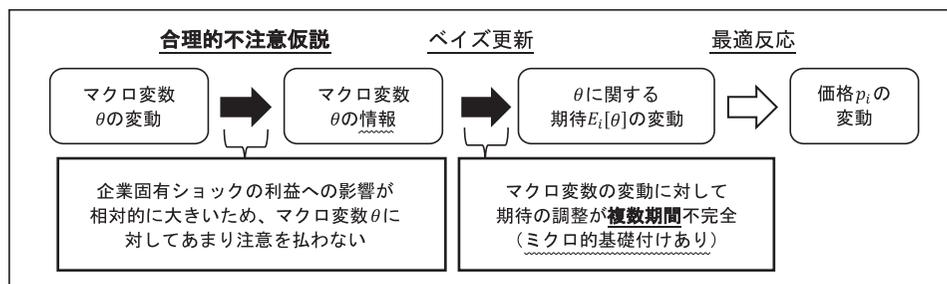
Mackowiak and Wiederholt [2009] は、企業が限られた情報処理能力を「マクロ変数の実現値」と「企業固有ショックの実現値」におのおのどれだけ割り振るかという情報処理能力の最適配分問題を考えた (図 14)。彼らは、この問題を注意割当 (attention allocation) 問題と呼ぶ。マクロ変数の実現値へ多くの注意を割り当てると、マクロ変数を正確に把握することができる一方、企業固有ショックの実現値への注意の割当てが減少し、企業固有ショックについて精度の低い予想を形成してしまう。こうしたトレードオフが生じることが Mackowiak and Wiederholt [2009] のモデルのポイントである。

このような問題に直面する企業は、図 15 にあるとおり、マクロ変数の変動が企業固有ショックに比して小さい場合、最適な選択の結果として、マクロ変数に関しては精度の低い情報しか取得しなくなる。なぜなら、こうした状況下では、誤った予想を形成することで利益を減らさないためには、企業固有ショックについて正確な情報を保有することが相対的に重要になるためである¹⁹。

実際、Mackowiak and Wiederholt [2009] は、マイクロデータを用いて企業の価格設定を検証した既存の実証研究結果から、企業が企業固有ショックにほぼ全ての注意

19 金融政策がマクロ変数の変動の大きさを決定できると想定し、金融政策の効果を分析した研究として、Paciello [2012] や Paciello and Wiederholt [2014] がある。

図 16 Mackowiak and Wiederholt [2009] の価格設定フロー



を割り当てているために、価格がマクロ変数の変動にほとんど反応しないとのメカニズムが示唆されると主張した²⁰。

Mackowiak and Wiederholt [2009] における企業の価格設定プロセスをまとめると以下のとおりである（図 16）。マクロ変数の変動は、企業固有ショックに比して利益への影響が小さい。このため、企業はマクロ変数に対してあまり注意を払わなくなり、同変数に関して企業が保有する情報は、内生的に複数期間にわたってノイズになる²¹。この結果、前述のウッドフォード・モデルのメカニズムに沿って、インフレ率の応答はこぶ状になる。

(2) 価格の粘着性の導入：Nimark [2008]、Angeletos and La'O [2009]

価格の粘着性とは、価格の改定に何らかのコストがかかるなどの理由から企業が価格改定を頻繁には行わない（行えない）状況を指す²²。

価格の粘着性を導入したノイズ情報モデルとしては、価格改定の機会が一定確率でランダムに訪れるカルボ型を用いた Nimark [2008] および Angeletos and La'O [2009] が代表的である²³。両者の主な違いは、Nimark [2008] では、名目需要が内生的に変動するためインフレ率の算出に数値計算が必要となる一方、Angeletos and La'O [2009] では、名目需要が実質的に外生変数になっているためインフレ率が解析的に求まる点である。鍵になるメカニズム自体は同じであるため、以下では、同

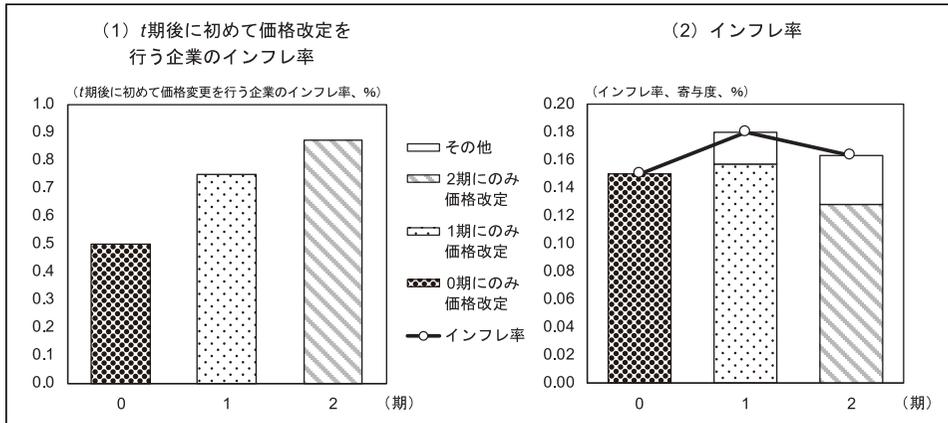
20 例えば、Boivin, Giannoni, and Mihov [2009] によれば、財別の価格変動のうちマクロ変数の変動の寄与は 15%であり、残りの 85%は財別（企業）固有ショックの寄与である。

21 なお、予想に関する多くの実証研究（例えば Coibion and Gorodnichenko [2015b] や Fuhrer [2017b]）では、実際に経済主体の予測誤差が慣性を持つという結果が得られている。

22 例えば、メニュー・コストや、再交渉にかかるコスト、価格改定に必要な情報を収集するコストが大きいといった状況が考えられる。

23 このほか、価格が一定の期間ごとに更新されるというテイラー型の価格の粘着性を組み込んだものとして Fukunaga [2007] が、メニュー・コストを想定したロッテンバーグ型の価格の粘着性を組み込んだものとして Sauer [2016] がある。

図 17 価格の粘着性の導入の効果（イメージ）



一のメカニズムとして解説する。

まず、企業の最適反応は、以下のように与えられる。

$$p_{i,t} = (1 - \beta\omega) \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\omega)^s [(1 - r) E_{i,t} [\theta_{t+s}] + r E_{i,t} [p_{t+s}]].$$

β は割引率、 ω は価格の粘着性を表すパラメータ（每期価格を据え置く企業の割合）、 r は戦略的補完性を表すパラメータである。ウッドフォード・モデルの最適反応との違いは、価格設定がフォワード・ルッキングになっている点である。

図 17 は、価格の粘着性を組み込むことで、インフレ率の応答がこぶ状になるメカニズムを示したものである。この図では、0期において、マクロ変数に対し、慣性を持つ正のショックが発生した状況を想定する。このとき、図 17 (1) にあるように、ショックが起きた期よりも後の期に初めて価格改定を行う企業は、ショックが起きた期に価格改定を行う企業よりも大幅に価格を改定する。これには、1期間が経過すると、0期に起きたショックについて正確な情報が得られるほか、ショックの慣性によって同ショックの累積的な影響が大きくなることが影響している。

図 17 (2) でインフレ率の推移をみると、1期に初めて価格改定を行う企業の1期のインフレ率への寄与は、0期に価格改定を行う企業の0期のインフレ率への寄与よりも大きいことがみてとれる。これは、1期に初めて価格改定を行う企業の割合は、0期に価格改定を行う企業の割合よりも小さいが、価格改定を行う各企業の価格改定幅が大きくなることで起きる現象である²⁴。これが、こぶ状のインフレ率の応答を再現するメカニズムである。

.....
²⁴ 1期には、0期に価格改定を行っていた企業の一部も、小幅ながら再び価格改定を行う。これは、0期に発生したマクロ変数へのショックに対する1期のインフレ率の反応を増幅し、インフレ率の応答をよりこぶ状に近付ける。

図 18 Nimark [2008]、Angeletos and La'O [2009] の価格設定フロー

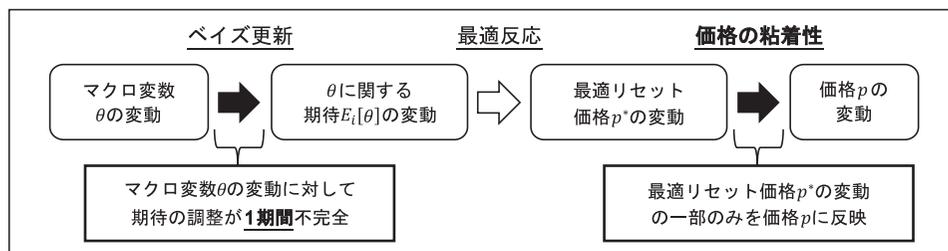
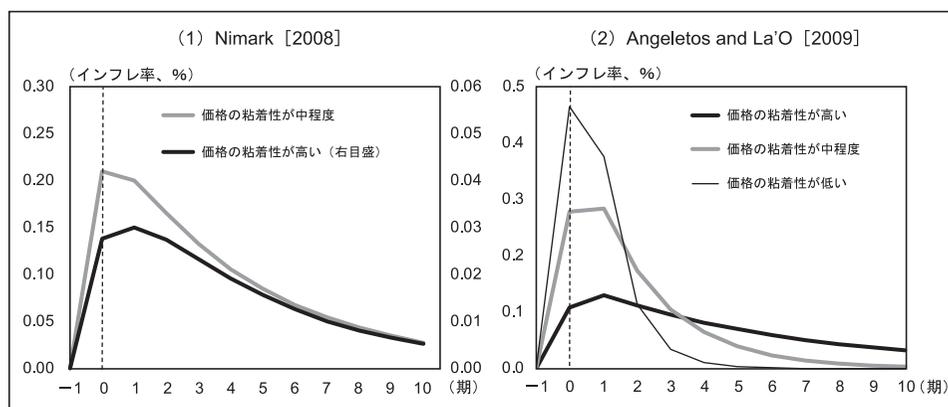


図 19 価格の粘着性を導入した場合のインフレ動学



備考：(1) の価格の粘着性のパラメータ ω は、中程度の場合が 0.6、高い場合が 0.9。ショックの慣性は 0.8。(2) の価格の粘着性のパラメータ ω は、低い場合が 0.2、中程度の場合が 0.5、高い場合が 0.8。ショックの慣性は 0。

Nimark [2008] および Angeletos and La'O [2009] のメカニズムは以下のようにまとめられる (図 18)。ウッドフォード・モデルとは異なり、マクロ変数の変動に対して、期待は 1 期経つと正確に調整されることから、いわゆる最適リセット価格 p^* については比較的素早く調整される。しかしながら、価格の粘着性の存在によって、期待の調整が価格へ映じられるのには時間を要する。この結果、インフレ率が、マクロ変数の変動に対して緩慢にしか調整されない状況が長く続くことになる。

図 19 は、Nimark [2008] および Angeletos and La'O [2009] のモデルを用いて、インフレ率の応答を描写したものである²⁵。双方に共通して観察されることは、価格の粘着性が上昇すると、インフレ率の応答が自然な形のごぶ状になる点である。

25 Nimark [2008] の図では、インフレ率に関する数値計算が収束するパラメータを選択した。

(3) インフレ動学の解明への貢献：得られた含意

以上みてきたとおり、ノイズ情報モデルを用いて現実に観察されるインフレ動学を説明するために必要な条件は、企業が内生的にマクロ変数に対してあまり注意を払わなくなる状況を想定するか、価格の粘着性を導入することである。合理的な企業が、自身の情報処理能力の範囲で内生的に情報構造を決定すると考えることは自然である。また、価格の粘着性についても、その存在自体は広く認められていると考えられる。こうしたことを踏まえると、ノイズ情報モデルを用いたインフレ動学の分析から得られる主な含意は、完全情報という強い仮定を緩め、不完全情報を想定すれば、追加的にあまり強い仮定を導入することなく、現実のインフレ動学を再現できるということになる。

最後に、節を改め、ここまで、インフレ動学の解明のための分析枠組みとして注目してきたノイズ情報モデルについて、金融政策をめぐる問題への応用研究の一部を紹介する。

5. 中央銀行の政策運営に関する新たな知見

本節では、ノイズ情報モデルを用いて金融政策ルールやコミュニケーションの効果を分析した研究の一部を紹介する。具体的には、(1) 金融政策ルールのシグナリング効果を指摘した Melosi [2017] と、(2) (マクロ変数に関する) 中央銀行による情報開示が民間経済主体の期待形成に与える副作用を指摘した Amador and Weill [2010] を、これまでと同様に企業の価格設定を例にとり、解説する²⁶。

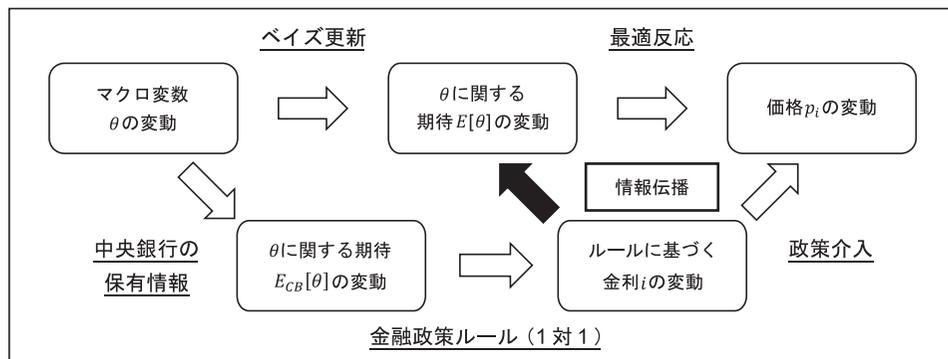
(1) 金融政策ルールのシグナリング効果：Melosi [2017]

Melosi [2017] は、中央銀行と企業がマクロ変数 θ について異なる情報を保有している状況を想定した。そのうえで、中央銀行がマクロ変数 θ に関する自身の期待 $E_{CB}[\theta]$ を金融政策ルールに当てはめて政策金利 i を調整した場合の企業の期待 $E[\theta]$ および価格 p の反応を分析した (図 20)。なお、ここでは、金融政策ルールの形状は、企業にも広く周知されていると仮定されている。

こうしたもと、中央銀行による政策金利 i の引上げは、2つの効果を持つ。第 1

²⁶ 補論 5 では、コミュニケーション効果を分析した代表的な研究である Morris and Shin [2002] および同論点をめぐるその後の議論を解説している。関心がある読者は参照されたい。

図 20 中央銀行の金融政策ルールと価格設定フロー



は、直接的な効果で、政策金利の引上げという政策介入が、直接的にインフレ圧力を抑制する方向に作用する効果である。第2は、シグナリング効果で、政策金利の引上げによって、中央銀行のマクロ変数 θ に関する期待 $E_{CB}[\theta]$ が良好であることを伝える情報伝播チャンネルを通じ、間接的にインフレ圧力を増幅させる効果である。この点を若干敷衍すると、政策金利の引上げは、中央銀行がマクロ変数 θ を良好な値であると評価している、すなわち $E_{CB}[\theta]$ が高い値であるという情報を、企業に対して伝えることになる。このとき、企業は、新たに得られた「マクロ変数 θ が良好な値である」との情報を、自身の期待 $E[\theta]$ に織り込む。このように、シグナリング効果は、企業が設定する価格 p を押し上げる方向に作用する²⁷。

Melosi [2017] は、1970年代以降の米国のデータを用いて、このような情報伝播チャンネルを明示的に考慮したモデルを推計した²⁸。推計結果からは、政策金利引上げの景気引締め効果が、良好な経済状態を示すシグナリング効果に相殺されることで、インフレ予想の調整が緩慢になり、インフレ率の政策金利（引上げ）への反応が低下していたことが示唆された。Melosi [2017] は、こうした推計結果をもとに、シグナリング効果によって、政策金利の操作による景気循環の抑制効果が阻害されていたと結論付けた。

(2) 中央銀行による情報開示の副作用：Amador and Weill [2010]

Amador and Weill [2010] は、各企業 ($i \in [0, 1]$) がマクロの名目需要 θ に関する期

27 なお、静学モデルを用いて同様のメカニズムの影響を理論的に分析した類似研究として Baeriswyl and Cornand [2010]、Baeriswyl [2011]、Tamura [2016, 2018] がある。このほか、Wiederholt [2017] は、政策金利のゼロ金利制約を明示的に考慮したモデルを用いて、同制約下では、政策金利に関するフォワード・ガイダンスが同様の役割を果たすことを示した。

28 推計の際には Melosi [2014] の手法を用いた。

待 $E_i[\theta]$ をもとに価格を設定 ($p_i = E_i[\theta]$) する状況を考えた²⁹。各企業は、期待形成を行う際に、①自分自身が持つ θ に関する私的情報 x_i と、②中央銀行が開示する θ に関する公的情報 y (景気見通し) を用いてベイズ更新を行う (図 21)。このとき、私的情報 x_i へのウエイト λ は、私的情報 x_i と公的情報 y の精度 (ノイズの少なさ) の相対比として決まる。私的情報 x_i の精度を一定とすると、中央銀行の開示する公的情報 y (景気見通し) の精度が高いほど、 λ の値は小さくなる。

こうした設定のもと、各企業が設定する価格は、名目需要 θ に関する私的情報 x_i および公的情報 y に依存する形で、次式として与えられる。

$$p_i = E_i[\theta] = \lambda x_i + (1 - \lambda)y.$$

名目需要 θ に関する私的情報 x_i は、企業間で (平均 0 となる) 異なるノイズを含んだ情報であるため、平均をとると θ に一致する。したがって、平均価格には、次式のように名目需要 θ に関する正確な情報が含まれる。

$$p = \int_0^1 p_i di = \lambda \int_0^1 x_i di + (1 - \lambda)y = \lambda\theta + (1 - \lambda)y.$$

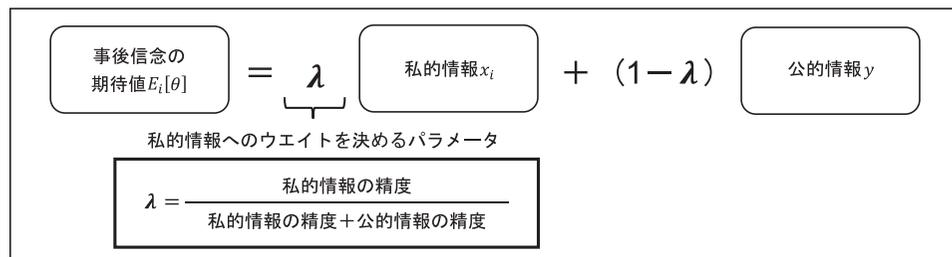
公的情報 y と私的情報へのウエイト λ は企業にとって既知であるため、仮に平均価格 p の正確な情報を得られれば、企業は逆算をして、(事後的に) θ に関する正確な追加情報を得ることができる ($\theta = \lambda^{-1}[p - (1 - \lambda)y]$)。

もっとも、ここでは、追加的な設定として企業は事後的に公表される物価統計から平均価格 p の情報 \bar{p} を得るが、 \bar{p} は平均価格 p を必ずしも正確に捉えたものではなく、以下のように少ないながらも確率的なノイズ (計測誤差) ε を含むものとする。

$$\bar{p} \equiv p + \varepsilon = \lambda\theta + (1 - \lambda)y + \varepsilon.$$

このとき、企業は、将来の価格改定に向け、名目需要 θ に関する自身の期待 $E_i[\theta]$

図 21 期待値のベイズ更新プロセス



.....
29 単純化のために Amador and Weill [2010, 2012] の設定を組み合わせたモデルを用いる。

の精度を高めるために、私的情報 x_i 、公的情報 y に加えて、この物価統計の情報 \bar{p} から逆算をして求める第3の情報を利用する。

物価統計から得られる情報 \bar{p} から公的情報 y の影響を除去した値を以下のように ψ と定義する。

$$\psi \equiv \bar{p} - (1 - \lambda)y = \lambda\theta + \varepsilon.$$

各企業は、 ψ を λ で除すことにより、 θ の推計値 ($\tilde{\theta}$) を得ようとするが、そこには、次式のようにノイズ ($\lambda^{-1}\varepsilon$) が含まれる。

$$\tilde{\theta} \equiv \lambda^{-1}\psi = \theta + \lambda^{-1}\varepsilon.$$

このとき、中央銀行の開示する公的情報 y の精度が相対的に高く、したがって λ の値が小さいときには、逆算をして求める追加情報 $\tilde{\theta}$ に含まれるノイズ ($\lambda^{-1}\varepsilon$) が大きくなるという関係が得られる。

この関係が生まれる理由は以下のとおりである。まず、 $\psi (= \lambda\theta + \varepsilon)$ は、①名目需要 θ と②ノイズ (計測誤差) ε で構成される。各企業は λ の大きさを知っており、 \bar{p} および y についても観察しているため、 $\psi (= \bar{p} - (1 - \lambda)y)$ の値については正確に把握することができるが、 ψ の内訳 (θ および ε) を直接観察することはできない。このため、これらの企業は ψ の値から名目需要 θ について推測することになる。

企業が価格決定に織り込む私的情報の割合 λ が大きい場合、 ψ は①名目需要 θ の変動の影響を大きく受ける。このため、 ψ の変動から名目需要 θ の変動を推測することは比較的容易となる。他方、 λ が小さい場合、 ψ は①名目需要 θ の変動の影響をあまり受けなくなるため、相対的に②ノイズ ε の影響を受けやすくなる。この場合、 ψ の変動から名目需要 θ の変動を推測することは困難となる。

以上でみたように、企業が設定する価格 p に含まれる私的情報の割合 λ が低いほど、物価統計の情報 \bar{p} から逆算をして求める θ の推計値、すなわち第3の情報 $\tilde{\theta}$ の精度は低下する。中央銀行が精度の高い景気見通し y を開示した場合、そのことにより、①企業が用いる公的情報 y の精度が良好となる一方で、②価格に織り込まれる私的情報の割合 λ が低くなり、第3の情報 $\tilde{\theta}$ の精度を低いものとする副作用が生じる。このとき、特定の条件下では、後者の副作用 (②) が、前者の効果 (①) を上回ることで、企業が (私的情報 x_i 、公的情報 y 、第3の情報 $\tilde{\theta}$ を用いて) 形成する名目需要 θ に関する期待 $E_i[\theta]$ の精度が低下する結果となる³⁰。

.....
30 Amador and Weill [2010, 2012] は、経済主体が、平均価格の観察を通じて経済変動に関する追加情報を得るメカニズムを導入した動学モデルを用いて、中央銀行による公的情報の開示が社会厚生へ与える影響を分析した。類似モデルとして Gorodnichenko [2010] がある。

6. おわりに

本稿では、ノイズ情報モデルに焦点を当てて、インフレ動学に関する研究を展望した。1970年代のフェルプス＝ルーカス・モデルから始まった同分野は、一時表舞台から姿を消したものの、2000年代にウッドフォード・モデルなどが現実に観察されるこぶ状のインフレ率の応答を再現したことで、再生を遂げた。また、前節で紹介したとおり、最近では、中央銀行の政策運営に示唆を与える研究成果もみられており、ノイズ情報モデルの研究領域は急速な拡がりをみせている。

本稿ではインフレ動学に関する理論研究について展望したが、経済主体が直面している情報構造に関する実証研究も、近年盛んに行われている。とりわけ、ごく最近では、データ面の制約などからこれまで不可能であった、企業の経済予測に関するマイクロデータを用いた研究も、少しずつであるがみられるようになってきている (Kumar *et al.* [2015]、Coibion, Gorodnichenko, and Kumar [2018])³¹。今後、こうした実証研究の蓄積が、ノイズ情報モデルを発展させる 1つの原動力になることが期待される。

.....
31 このほか、Bryan, Meyer, and Parker [2015]、Richards and Verstraete [2016]、Boneva *et al.* [2016]、宇野・永沼・原 [2017]、Afrouzi [2018] がある。

参考文献

- 荒戸寛樹・中嶋智之、「共有知識の不完全性とマクロ経済学」、『経済研究』第61巻1号、2010年、33～46頁
- 宇野洋輔・永沼早央梨・原 尚子、「企業のインフレ予想形成に関する新事実：Part I—粘着情報モデル再考—」、日本銀行ワーキングペーパーシリーズ No. 17-J-3、2017年
- 加藤 涼・川本卓司、「ニューケインジアン・フィリップス曲線：粘着価格モデルにおけるインフレ率の決定メカニズム」、日銀レビュー 2005-J-6、日本銀行、2005年
- 田村 彌、「最適シグナル」、坂井豊貴編『メカニズムデザインと意思決定のフロンティア』、慶應義塾大学出版会、2014年、63～98頁
- 敦賀貴之・武藤一郎、「ニューケインジアン・フィリップス曲線に関する実証研究の動向について」、『金融研究』第27巻第2号、日本銀行金融研究所、2008年、65～100頁
- Adam, Klaus, “Optimal Monetary Policy with Imperfect Common Knowledge,” *Journal of Monetary Economics*, 54(2), 2007, pp. 267–301.
- , “Monetary Policy and Aggregate Volatility,” *Journal of Monetary Economics*, 56(S), 2009, pp. S1–S18.
- Afrouzi, Hassan, “Strategic Inattention, Inflation Dynamics and the Non-Neutrality of Money,” mimeo, 2018.
- Amador, Manuel, and Pierre-Olivier Weill, “Learning from Prices: Public Communication and Welfare,” *Journal of Political Economy*, 118(5), 2010, pp. 866–907.
- , and ———, “Learning from Private and Public Observations of Others’ Actions,” *Journal of Economic Theory*, 147(3), 2012, pp. 910–940.
- Amato, Jeffery D., Stephen Morris, and Hyun Song Shin, “Communication and Monetary Policy,” *Oxford Review of Economic Policy*, 18(4), 2002, pp. 495–503.
- , and Hyun Song Shin, “Public and Private Information in Monetary Policy Models,” mimeo, 2004.
- Angeletos, George-Marios, Luigi Iovino, and Jennifer La’O, “Real Rigidity, Nominal Rigidity, and the Social Value of Information,” *American Economic Review*, 106(1), 2016, pp. 200–227.
- , and Jennifer La’O, “Incomplete Information, Higher-Order Beliefs and Price Inertia,” *Journal of Monetary Economics*, 56, 2009, pp. S19–S37.
- , and ———, “Optimal Monetary Policy with Informational Frictions,” mimeo, 2017.
- , and ———, “Forward Guidance without Common Knowledge,” *American Economic Review*, 2018 (forthcoming).

- , and Alessandro Pavan, “Transparency of Information and Coordination in Economies with Investment Complementarities,” *American Economic Review*, 94(2), 2004, pp. 91–98.
- , and ———, “Efficient Use of Information and Social Value of Information,” *Econometrica*, 75(4), 2007, pp. 1103–1142.
- , and ———, “Policy with Dispersed Information,” *Journal of the European Economic Association*, 7(1), 2009, pp. 11–60.
- Baeriswyl, Romain, “Endogenous Central Bank Information and the Optimal Degree of Transparency,” *International Journal of Central Banking*, 7(2), 2011, pp. 85–111.
- , and Camille Cornand, “Transparency and Monetary Policy Effectiveness,” *Annals of Economics and Statistics*, 103/104, 2010, pp. 175–194.
- Ball, Laurence, Gregory N. Mankiw, and Ricardo Reis, “Monetary Policy for Inattentive Economies,” *Journal of Monetary Economics*, 52(4), 2005, pp. 703–725.
- Bergemann, Dirk, and Stephen Morris, “Robust Predictions in Games with Incomplete Information,” *Econometrica*, 81(4), 2013, pp. 1251–1308.
- , and ———, “Bayes Correlated Equilibrium and the Comparison of Information Structures in Games,” *Theoretical Economics*, 11(2), 2016a, pp. 487–552.
- , and ———, “Information Design, Bayesian Persuasion, and Bayes Correlated Equilibrium,” *American Economic Review*, 106(5), 2016b, pp. 586–591.
- , and ———, “Information Design: A Unified Perspective,” mimeo, 2017.
- Boivin, Jean, Marc P. Giannoni, and Ilian Mihov, “Sticky Prices and Monetary Policy: Evidence from Disaggregated US Data,” *American Economic Review*, 99(1), 2009, pp. 350–384.
- Boneva, Lena, James Cloyne, Martin Weale, and Tomasz Wieladek, “Firms’ Expectations and Price-Setting: Evidence from Micro Data,” External MPC Unit Discussion Paper No. 48, Bank of England, 2016.
- Bryan, Michael, Brent H. Meyer, and Nicholas B. Parker, “The Inflation Expectations of Firms: What Do They Look Like, Are They Accurate, and Do They Matter?” Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper No. 2014-27a (Revised), Federal Reserve Bank of Atlanta, 2015.
- Carroll, Christopher D., “Macroeconomic Expectations of Households and Professional Forecasters,” *Quarterly Journal of Economics*, 118(1), 2003, pp. 269–298.
- Cavallo, Alberto, Guillermo Cruces, and Ricardo Perez-Truglia, “Inflation Expectations, Learning, and Supermarket Prices,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, 9(3), 2017, pp. 1–35.
- Christiano, Lawrence J., Martin Eichenbaum, and Charles L. Evans, “Nominal Rigidities

- and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy,” *Journal of Political Economy*, 113(1), 2005, pp. 1–45.
- Coibion, Olivier, “Inflation Inertia in Sticky Information Models,” *Contributions in Macroeconomics*, 6(1), 2006, pp. 1–29.
- , and Yuriy Gorodnichenko, “What Can Survey Forecasts Tell Us about Information Rigidities?” *Journal of Political Economy*, 120(1), 2012, pp. 116–159.
- , and ———, “Is the Phillips Curve Alive and Well after All? Inflation Expectations and the Missing Disinflation,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, 7(1), 2015a, pp. 197–232.
- , and ———, “Information Rigidity and the Expectations Formation Process: A Simple Framework and New Facts,” *American Economic Review*, 105(8), 2015b, pp. 2644–2678.
- , ———, and Rupal Kamdar, “The Formation of Expectations, Inflation and the Phillips Curve,” *Journal of Economic Literature*, 2018 (forthcoming).
- , ———, and Saten Kumar, “How Do Firms Form Their Expectations? New Survey Evidence,” *American Economic Review*, 2018 (forthcoming).
- Colombo, Luca, and Gianluca Femminis, “The Social Value of Public Information with Costly Information Acquisition,” *Economics Letters*, 100(2), 2008, pp. 196–199.
- , ———, and Alessandro Pavan, “Information Acquisition and Welfare,” *The Review of Economic Studies*, 81(4), 2014, pp. 1438–1483.
- Cornand, Camille, and Frank Heinemann, “Optimal Degree of Public Information Dissemination,” *The Economic Journal*, 118(528), 2008, pp. 718–742.
- Croushore, Dean, “Evaluating Inflation Forecasts,” Federal Reserve Bank of Philadelphia Working Paper No. 98-14, Federal Reserve Bank of Philadelphia, 1998.
- Dupor, Bill, Tomiyuki Kitamura, and Takayuki Tsuruga, “Integrating Sticky Prices and Sticky Information,” *Review of Economics and Statistics*, 92(3), 2010, pp. 657–669.
- , and Takayuki Tsuruga, “Sticky Information: The Impact of Different Information Updating Assumptions,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 37(6), 2005, pp. 1143–1152.
- Friedman, Milton, “The Role of Monetary Policy,” *American Economic Review*, 58(1), 1968, pp. 1–17.
- Fuhrer, Jeffrey C., “The (Un)Importance of Forward-Looking Behavior in Price Specifications,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(3), 1997, pp. 338–350.
- , “Intrinsic and Inherited Inflation Persistence,” *International Journal of Central Banking*, 2(3), 2006, pp. 49–86.
- , “The Role of Expectations in Inflation Dynamics,” *International Journal of Cen-*

- tral Banking*, 8(S1), 2012, pp. 137–165.
- , “Expectations as a Source of Macroeconomic Persistence: Evidence from Survey Expectations in a Dynamic Macro Model,” *Journal of Monetary Economics*, 86, 2017a, pp. 22–35.
- , “Japanese and U.S. Inflation Dynamics in the 21st Century,” IMES Discussion Paper No. 2017-E-5, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2017b.
- , and George Moore, “Inflation Persistence,” *Quarterly Journal of Economics*, 110(1), 1995, pp. 127–159.
- , and Giovanni Olivei, “The Role of Expectations and Output in the Inflation Process: An Empirical Assessment,” FRB Boston Public Policy Brief No. 10-2, 2010.
- , ———, and Geoffrey Tootell M.B., “Inflation Dynamics When Inflation is near Zero,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 44(S1), 2012, pp. 83–122.
- Fukunaga, Ichiro, “Imperfect Common Knowledge, Staggered Price Setting, and the Effects of Monetary Policy,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 39(7), 2007, pp. 1711–1739.
- Gali, Jordi, and Mark Gertler, “Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis,” *Journal of Monetary Economics*, 44(2), 1999, pp. 195–222.
- , ———, and J. David López-Salido, “European Inflation Dynamics,” *European Economic Review*, 45(7), 2001, pp. 1237–1270.
- , ———, and ———, “Robustness of the Estimates of the Hybrid New Keynesian Phillips Curve,” *Journal of Monetary Economics*, 52(6), 2005, pp. 1107–1118.
- Georganas, Sotiris, Paul J. Healy, and Nan Li, “Frequency Bias in Consumers’ Perceptions of Inflation: An Experimental Study,” *European Economic Review*, 67, 2014, pp. 144–158.
- Gorodnichenko, Yuriy, “Endogenous Information, Menu Costs and Inflation Persistence,” mimeo, 2010.
- Hayek, Friedrich A., “The Use of Knowledge in Society,” *American Economic Review*, 35(4), 1945, pp. 519–530.
- Hellwig, Christian, “Public Announcements, Adjustment Delays and the Business Cycle,” mimeo, 2002.
- , “Heterogeneous Information and the Welfare Effects of Public Information Disclosures,” mimeo, 2005.
- , Sebastian Kohls, Laura Veldkamp, “Information Choice Technologies,” *American Economic Review*, 102(3), 2012, pp. 35–40.
- , and Laura Veldkamp, “Knowing What Others Know: Coordination Motives in

- Information Acquisition,” *The Review of Economic Studies*, 76(1), 2009, pp. 223–251.
- , and Venky Venkateswaran, “Setting the Right Prices for the Wrong Reasons,” *Journal of Monetary Economics*, 56, 2009, pp. S57–S77.
- Hirshleifer, Jack, “The Private and Social Value of Information and the Reward to Inventive Activity,” *American Economic Review*, 61(4), 1971, pp. 561–574.
- Jondeau, Eric, and Hervé Le Bihan, “Testing for the New Keynesian Phillips Curve. Additional International Evidence,” *Economic Modelling*, 22(3), 2005, pp. 521–550.
- Jonung, Lars, “Perceived and Expected Rates of Inflation in Sweden,” *American Economic Review*, 71(5), 1981, pp. 961–968.
- , and David Laidler, “Are Perceptions of Inflation Rational? Some Evidence for Sweden,” *American Economic Review*, 78(5), 1988, pp. 1080–1087.
- Kato, Ryo, and Tatsushi Okuda, “Market Concentration and Sectoral Inflation under Imperfect Common Knowledge,” IMES Discussion Paper No. 2017-E-11, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2017.
- Kiley, Michael T., “A Quantitative Comparison of Sticky-Price and Sticky-Information Models of Price Setting,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 39(S1), 2007, pp. 101–125.
- Kumar, Saten, Olivier Coibion, Hassan Afrouzi, and Yuriy Gorodnichenko, “Inflation Targeting Does Not Anchor Inflation Expectations: Evidence from Firms in New Zealand,” *Brooking Papers on Economic Activity*, 2015, pp. 151–208.
- Kurmann, André, “Quantifying the Uncertainty about the Fit of a New Keynesian Pricing Model,” *Journal of Monetary Economics*, 52(6), 2005, pp. 1119–1134.
- , “VAR-Based Estimation of Euler Equations with an Application to New Keynesian Pricing,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31(3), 2007, pp. 767–796.
- Lindé, Jesper, “Estimating New-Keynesian Phillips Curves: A Full Information Maximum Likelihood Approach,” *Journal of Monetary Economics*, 52(6), 2005, pp. 1135–1149.
- Lorenzoni, Guido, “A Theory of Demand Shocks,” *American Economic Review*, 99(5), 2009, pp. 2050–2084.
- , “Optimal Monetary Policy with Uncertain Fundamentals and Dispersed Information,” *The Review of Economic Studies*, 77(1), 2010, pp. 305–338.
- Lucas, Robert E., “Expectations and the Neutrality of Money,” *Journal of Economic Theory*, 4(2), 1972, pp. 103–124.
- , “Some International Evidence on Output-Inflation Tradeoffs,” *American Economic Review*, 63(3), 1973, pp. 326–334.
- , “An Equilibrium Model of the Business Cycle,” *Journal of Political Economy*, 83(6), 1975, pp. 1113–1144.

- Mackowiak, Bartosz, and Mirko Wiederholt, “Optimal Sticky Prices under Rational Inattention,” *American Economic Review*, 99(3), 2009, pp. 769–803.
- , Filip Matejka, and Mirko Wiederholt, “The Rational Inattention Filter,” ECB Working Paper Series No. 2007, European Central Bank, 2017.
- , Emanuel Moench, and Mirko Wiederholt, “Sectoral Price Data and Models of Price Setting,” *Journal of Monetary Economics*, 56, 2009, pp. S78–S99.
- Mankiw, Gregory N., “The Inexorable and Mysterious Tradeoff between Inflation and Unemployment,” *The Economic Journal*, 111(471), 2001, pp. 45–61.
- , and Ricardo Reis, “Sticky Information versus Sticky Prices: A Proposal to Replace the New Keynesian Phillips Curve,” *Quarterly Journal of Economics*, 117(4), 2002, pp. 1295–1328.
- , and ———, “Sticky Information in General Equilibrium,” *Journal of the European Economic Association*, 5(2–3), 2007, pp. 603–613.
- , and ———, “Imperfect Information and Aggregate Supply,” *Handbook of Monetary Economics*, 3, 2011, pp. 183–229.
- , ———, and Justin Wolfers, “Disagreement about Inflation Expectations,” *NBER Macroeconomics Annual*, 18, National Bureau of Economic Research, 2003, pp. 209–248.
- Melosi, Leonardo, “Estimating Models with Dispersed Information,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, 6(1), 2014, pp. 1–31.
- , “Signalling Effects of Monetary Policy,” *The Review of Economic Studies*, 84(2), 2017, pp. 853–884.
- Milani, Fabio, “Expectations, Learning and Macroeconomic Persistence,” *Journal of Monetary Economics*, 54(7), 2007, pp. 2065–2082.
- Morris, Stephen, and Hyun Song Shin, “Social Value of Public Information,” *American Economic Review*, 92(5), 2002, pp. 1521–1534.
- , and ———, “Central Bank Transparency and the Signal Value of Prices,” *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 2005, pp. 1–66.
- , and ———, “Inertia of Forward-looking Expectations,” *American Economic Review*, 96(2), 2006, pp. 152–157.
- , and ———, “Optimal Communication,” *Journal of the European Economic Association*, 5(2-3), 2007, pp. 594–602.
- , and ———, “Central Bank Forward Guidance and the Signal Value of Market Prices,” BIS Working Papers, No. 692, Bank for International Settlements, 2018.
- , ———, and Hui Tong, “Social Value of Public Information: Morris and Shin (2002) Is Actually Pro-Transparency, Not Con: Reply,” *American Economic Review*,

- 96(1), 2006, pp. 453–455.
- Muth, John F., “Rational Expectations and the Theory of Price Movements,” *Econometrica*, 29(3), 1961, pp. 315–335.
- Myatt, David P., and Chris Wallace, “On the Sources and Value of Information: Public Announcements and Macroeconomic Performance,” mimeo, 2008.
- , and ———, “Endogenous Information Acquisition in Coordination Games,” *The Review of Economic Studies*, 79(1), 2012, pp. 340–374.
- , and ———, “Central Bank Communication Design in a Lucas-Phelps Economy,” *Journal of Monetary Economics*, 63, 2014, pp. 64–79.
- Nelson, Edward, “Sluggish Inflation and Optimizing Models of the Business Cycle,” *Journal of Monetary Economics*, 42(2), 1998, pp. 303–322.
- Nimark, Kristoffer, “Dynamic Pricing and Imperfect Common Knowledge,” *Journal of Monetary Economics*, 55(2), 2008, pp. 365–382.
- Paciello, Luigi, “Monetary Policy and Price Responsiveness to Aggregate Shocks under Rational Inattention,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 44(7), 2012, pp. 1375–1399.
- , and Mirko Wiederholt, “Exogenous Information, Endogenous Information, and Optimal Monetary Policy,” *The Review of Economic Studies*, 81(1), 2014, pp. 356–388.
- Phelps, Edmund S., “Phillips Curves, Expectations of Inflation and Optimal Unemployment over Time,” *Economica*, 34(135), 1967, pp. 254–281.
- , “Money-Wage Dynamics and Labor-Market Equilibrium,” *Journal of Political Economy*, 76(4), 1968, pp. 678–711.
- , “Introduction: The New Microeconomics in Employment and Inflation Theory,” in E. S. Phelps *et al.*, eds. *Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory*, Norton, 1970, pp. 1–23.
- , “The Trouble with ‘Rational Expectations’ and the Problem of Inflation Stabilization,” in R. Frydman and E. S. Phelps, eds. *Individual Forecasting and Aggregate Outcomes*, Cambridge University Press, 1983, pp. 31–41.
- Radner, Roy, “Team Decision Problem,” *Annals of Mathematical Statistics*, 33(3), 1962, pp. 857–881.
- Ranyard, Rob, Fabio Del Missier, Nicolao Bonini, Darren Duxbury, and Barbara Summers, “Perceptions and Expectations of Price Changes and Inflation: A Review and Conceptual Framework,” *Journal of Economic Psychology*, 29(4), 2008, pp. 378–400.
- Reis, Ricardo, “Inattentive Producers,” *The Review of Economic Studies*, 73(3), 2006, pp. 793–821.
- Richards, Simon, and Matthieu Verstraete, “Understanding Firms’ Inflation Expectations

- Using the Bank of Canada's Business Outlook Survey," Bank of Canada Staff Working Paper No. 2016-7, Bank of Canada, 2016.
- Roberts, John M., "New Keynesian Economics and the Phillips Curve," *Journal of Money, Credit and Banking*, 27(4), 1995, pp. 975–984.
- , "Is Inflation Sticky?" *Journal of Monetary Economics*, 39(2), 1997, pp. 173–196.
- , "Inflation Expectations and the Transmission of Monetary Policy," Federal Reserve Board FEDS Paper No. 98-43, Board of Governors of the Federal Reserve System, 1998.
- Roca, Mauro, "Transparency and Monetary Policy with Imperfect Common Knowledge," IMF Working Paper, 2010-91, International Monetary Fund, 2010.
- Rubinstein, Ariel, "The Electronic Mail Game: Strategic Behavior under Almost Common Knowledge," *American Economic Review*, 79, 1989, pp. 385–391.
- Rudd, Jeremy, and Karl Whelan, "New Tests of the New-Keynesian Phillips Curve," *Journal of Monetary Economics*, 52(6), 2005, pp. 1167–1181.
- , and ———, "Can Rational Expectations Sticky-Price Models Explain Inflation Dynamics?" *American Economic Review*, 96(1), 2006, pp. 303–320.
- , and ———, "Modeling Inflation Dynamics: A Critical Review of Recent Research," *Journal of Money, Credit and Banking*, 39(s1), 2007, pp. 155–170.
- Sauer, Radek, "The Imperfect-Common-Knowledge Phillips Curve: Calvo vs Rotemberg," *Economics Letters*, 148, 2016, pp. 45–47.
- Sims, Christopher A., "Stickiness," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 49(1), 1998, pp. 317–356.
- , "Implications of Rational Inattention," *Journal of Monetary Economics*, 50(3), 2003, pp. 665–690.
- , "Rational Inattention: A Research Agenda," mimeo, 2005.
- , "Rational Inattention: Beyond the Linear-Quadratic Case," *American Economic Review*, 96(2), 2006, pp. 158–163.
- , "Rational Inattention and Monetary Economics," in B. M. Friedman and M. Woodford, eds., *Handbook of Monetary Economics*, 3, Elsevier, 2010, pp. 155–181.
- Steiner, Jakub, Colin Stewart, and Filip Matejka, "Rational Inattention Dynamics: Inertia and Delay in Decision-Making," *Econometrica*, 85(2), 2017, pp. 521–553.
- Svensson, Lars E.O., "Comment on Michael Woodford, Imperfect Common Knowledge and the Effects of Monetary Policy," mimeo, 2001.
- , "Social Value of Public Information: Comment: Morris and Shin (2002) Is Actually Pro-Transparency, Not Con," *American Economic Review*, 96(1), 2006, pp. 448–452.
- Tamura, Wataru, "Optimal Monetary Policy and Transparency under Informational Friction"

- tions,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 48(6), 2016, pp. 1293–1314.
- , “Information Design, Signaling, and Central Bank Transparency,” *International Journal of Central Banking*, 2018 (forthcoming).
- Tirole, Jean, *The Theory of Industrial Organization*, The MIT Press, 1988.
- Townsend, Robert M., “Forecasting the Forecasts of Others,” *Journal of Political Economy*, 91(4), 1983, pp. 546–588.
- Ui, Takashi, “A Note on the Lucas Model: Iterated Expectations and the Neutrality of Money,” mimeo, 2003.
- , “The Social Value of Public Information with Convex Costs of Information Acquisition,” *Economics Letters*, 125(2), 2014, pp. 249–252.
- , and Yasunori Yoshizawa, “Radner’s Theorem on Teams and Games with a Continuum of Players,” *Economics Bulletin*, 33(1), 2013, pp. 72–77.
- , and ———, “Characterizing Social Value of Information,” *Journal of Economic Theory*, 158, 2015, pp. 507–535.
- Veldkamp, Laura, *Information Choice in Macroeconomics and Finance*, Princeton University Press, 2011.
- Wiederholt, Mirko, “Rational Inattention,” in L. E. Blume ed. *The New Palgrave Dictionary of Economics*, Palgrave Macmillan, 2010.
- , “Empirical Properties of Inflation Expectations and the Zero Lower Bound,” mimeo, 2017.
- Woodford, Michael, “Imperfect Common Knowledge and the Effects of Monetary Policy,” in P. Aghion, R. Frydman, J. Stiglitz and M. Woodford, eds. *Knowledge, Information, and Expectations in Modern Macroeconomics: In Honor of Edmund S. Phelps*, Princeton University Press, 2003.
- , “Information-Constrained State-Dependent Pricing,” *Journal of Monetary Economics*, 56, 2009, pp. S100–S124.
- Zbaracki, Mark J., Mark Ritson, Daniel Levy, Shantanu Dutta, and Mark Bergen, “Managerial and Customer Costs of Price Adjustment: Direct Evidence from Industrial Markets,” *Review of Economics and Statistics*, 86(2), 2004, pp. 514–533.

補論 1. ノイズ情報モデルと粘着情報モデル

インフレ動学の分析という文脈では、不完全情報モデルの中に、本稿でサーベイしたノイズ情報モデルのほかに、「粘着情報 (sticky information) モデル」という分野が存在する。この補論では、粘着情報モデルについて、ノイズ情報モデルとの相違点を明らかにしつつ、簡潔に紹介することとしたい³²。

ノイズ情報モデルと粘着情報モデルの共通点は、双方ともに、マクロレベルでの企業の期待形成に遅れが生じるという点である。他方、その背景にあるミクロレベルの企業の期待形成メカニズムは、両者で大きく異なる (表 A-1)。

ノイズ情報モデルでは、企業は経済変数について、常に新規情報を観察するが、その情報にはノイズが含まれる状況を想定する。このため、企業の期待形成は経済変動を正確に捉えることはできず、ミクロレベルでも遅れが生じる。

他方、粘着情報モデルでは、経済変数に関して企業が保有する情報が最新のものに更新されるには時間がかかる、すなわち、企業が保有する情報が即座には調整されない状況を想定する。このため、ミクロレベルでは、経済には新しい情報を保有し経済変動を完全に理解している企業と、古い情報しか持たず最近の経済変動については把握できていない企業が併存することになる。

粘着情報モデルも、ノイズ情報モデルと同様、インフレ率のこぶ状の応答を再現することに成功している (Mankiw and Reis [2002]、Dupor, Kitamura, and Tsuruga [2010])。また、ノイズ情報モデルと同様に、内生的な情報取得 (inattentiveness) を導入したモデル (Reis [2006]) や、金融政策の効果を分析した研究もみられている (Ball, Mankiw, and Reis [2005]、Mankiw and Reis [2007])。しかしながら、近年では粘着情報モデルを用いた研究は減少しているように見受けられる。

この背景としては、粘着情報モデルによって現実のインフレ動学を再現するためには、企業が情報を取得する頻度は定期的ではなく、ランダムでなければならないことが挙げられる (Dupor and Tsuruga [2005]、Coibion [2006])。企業が情報更新を頻繁には行わないとの仮定は自然であるが、情報更新をランダムに行うとの仮定は直観に反するのではないと思われる。例えば、そうした場合、何年も前の情報し

表 A-1 ノイズ情報モデルと粘着情報モデルの比較

	ノイズ情報モデル	粘着情報モデル
情報摩擦のタイプ	経済主体は完全に正確な情報は保有していない	経済主体は情報の更新を頻繁には行わない
鍵になる変数	保有する情報の精度	情報の取得頻度

.....
32 粘着情報モデルのより詳しい解説は、Mankiw and Reis [2011] を参照。

か保有しない企業が存在するという極めて不自然な状況が発生してしまう。

補論 2. フェルプス＝ルーカス・モデル

(1) モデル設定

経済に 1 財を生産する生産者が無数に存在する状況を考え、各財・生産者を $i \in [0, 1]$ で表し、生産量 Y_i が以下のように労働供給 L_i に対して線形に決定されると仮定する。

$$Y_i = L_i.$$

この生産技術があるもとの、生産者 i の最適化問題は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \max_{C_i, L_i, Y_i} E_i \left[C_i - \frac{1}{\gamma} L_i^\gamma \right], \\ \text{subject to } PC_i = P_i Y_i, Y_i = L_i. \end{aligned}$$

すなわち、消費 C_i から正の効用を、労働供給から負の効用を得る生産者による最適労働供給問題になる。 Y_i は生産者 i の生産量、 P_i は財 i の価格であり、 $\ln P = \int_0^1 \ln P_i di$ である。さらに、 $\gamma > 1$ を仮定する。このとき、前述の最適化問題から労働供給の最適条件が、

$$L_i = \left(E_i \left[\frac{P_i}{P} \right] \right)^{\frac{1}{\gamma-1}},$$

として得られる。定常状態のまわりで対数線形化を行うと、以下のように財 i の供給曲線が得られる（小文字は対数值、以下同様）。

$$l_i = \frac{1}{\gamma-1} (p_i - E_i[p]). \quad (\text{A-1})$$

つまり、財 i の労働供給は相対価格の期待値 $(p_i - E_i[p])$ に依存する。他方、財 i への需要関数は次式のように与えられる。

$$Y_i = e^{z_i} \left(\frac{P_i}{P} \right)^{-\eta} Y.$$

需要はマクロの実質所得 $(\ln Y = \int_0^1 \ln Y_i di)$ 、その財の相対価格 (P_i/P) 、およびランダムな選好ショック $(z_i \sim N(0, a^{-1}))$ である z_i によって決定される。対数線形化を行うと、

$$y_i = z_i - \eta(p_i - p) + y, \quad (\text{A-2})$$

となり財 i の需要曲線が得られる。このとき、財 i の市場均衡条件は、(A-1) 式、(A-2) 式より次式のように与えられる。

$$\frac{1}{\gamma-1}(p_i - E_i[p]) = z_i - \eta(p_i - p) + y. \quad (\text{A-3})$$

ここで、貨幣数量方程式を想定する。

$$Y = \frac{M}{P}.$$

M は名目貨幣供給量 (= 名目総需要) である。これも対数線形化を行い、

$$y = m - p, \quad (\text{A-4})$$

を得る。ここで、 $m \sim N(\bar{m}, b^{-1})$ とする。

以下では、前述の条件下での、(i) 完全情報の場合、(ii) (確率変数である m 、 z_i 、および平均価格に関して) 不完全情報の場合の均衡を考察する。単純化のために、全ての財 ($i \in [0, 1]$) に関して $z_i = 0$ が実現したと仮定する。

(2) 均衡

まず、完全情報の場合の均衡を考える。このとき、 $E_i[p] = p$ が成立するため、(A-3) 式に代入すると、

$$p_i - p = \left(\frac{1}{\gamma-1} + \eta \right)^{-1} y,$$

が得られる。 $z_i = 0$ のもとでは、各財の均衡条件が同一であることから $p_i = p$ が成り立つ。同関係と (A-4) 式を利用すると、 p と y の均衡値は以下の形になる。

$$p = m, \quad y = 0.$$

このように、完全情報下では、 m が増加しても、一般物価 p がそれに応じて上昇することで、実物変数 y には影響を及ぼさないという貨幣の中立性 (monetary neutrality) が成立する。以下では、均衡下の y を実質 GDP と呼ぶ。

次に、不完全情報の場合の均衡を考える³³。まず、労働供給は

$$l_i = \frac{1}{\gamma-1} (p_i - E_i[p]), \quad (\text{A-5})$$

で与えられるが、 $E_i[p]$ については、 p_i をシグナルとしたベイズ更新プロセスによって得られる。以下のように、生産者間で共通の事前信念が存在する ((A-6) 式) もとで、自身の価格が平均価格のシグナルとして機能する ((A-7) 式) とする。

$$p \sim N(\bar{p}, \alpha^{-1}), \quad (\text{A-6})$$

$$p_i \sim N(p, \beta^{-1}). \quad (\text{A-7})$$

(A-7) 式が成立することは $z_i \sim N(0, \alpha^{-1})$ という情報構造と整合的である。このとき、(A-6) 式、(A-7) 式を用いて以下の関係が成り立つ。

$$E_i[p] = \frac{\alpha\bar{p} + \beta p_i}{\alpha + \beta}. \quad (\text{A-8})$$

(A-8) 式を労働供給条件である (A-5) 式に代入すると

$$l_i = \frac{1}{\gamma-1} \frac{\alpha}{\alpha + \beta} (p_i - \bar{p}), \quad (\text{A-9})$$

が得られる。(A-9) 式を全ての生産者について平均することで総供給は

$$l = \frac{1}{\gamma-1} \frac{\alpha}{\alpha + \beta} (p - \bar{p}) \equiv \phi(p - \bar{p}), \quad (\text{A-10})$$

として得られる。総需要は、各財の需要曲線である (A-2) 式に (A-4) 式を代入した

$$y_i = -\eta(p_i - p) + m - p,$$

を全ての財について平均することで、

$$y = m - p, \quad (\text{A-11})$$

が確認できる。

総供給と総需要 ((A-10) 式、(A-11) 式) を用いて $y = l$ について解くと、

$$\phi(p - \bar{p}) = m - p,$$

.....
33 フェルプス＝ルーカス・モデルでは、各生産者は全ての財を購入・消費するため、平均価格は生産者にとって完全情報ではないかとの批判があり得る。この点、Lucas [1972] では、個人は生涯の第 1 期において生産を行い、第 2 期において購入に回る世代重複モデルを想定することで、平均価格が完全情報になる状況を排除している。なお、フェルプス＝ルーカス・モデルの情報構造を応用した Lorenzoni [2009] は、個人が一部の財についてのみ消費する状況を想定することで、平均価格が完全情報にならない状況を作り出している。

が得られ、(A-11)式を用いて以下の(A-12)式、(A-13)式が導出される。

$$p = \frac{1}{\phi+1}m + \frac{\phi}{\phi+1}\bar{p}. \quad (\text{A-12})$$

$$y = \frac{\phi}{\phi+1}m - \frac{\phi}{\phi+1}\bar{p}. \quad (\text{A-13})$$

(A-12)式の両辺に関して期待値をとることで、事前信念について

$$\bar{p} = \bar{m}, \quad (\text{A-14})$$

という関係が得られる。(A-14)式を(A-12)式、(A-13)式に代入して、 p と y が以下のように得られる。

$$\begin{aligned} p &= \bar{m} + \frac{1}{\phi+1}(m - \bar{m}), \\ y &= \frac{\phi}{\phi+1}(m - \bar{m}). \end{aligned} \quad (\text{A-15})$$

すなわち、予期されない名目総需要ショック ($m - \bar{m}$) が生じた場合、一般物価 p が完全には調整せず、実物変数 (実質 GDP) y が変化するという貨幣の非中立性 (monetary non-neutrality) が生じることになる。

(3) ウッドフォード・モデルとの関係

最後に、生産者 (企業) が生産量を決定することで価格が決まるとしたフェルプス＝ルーカス・モデルと、企業が戦略的に価格を設定すると想定したウッドフォード・モデルにおける実質 GDP (y) の変動メカニズムを比較する。まず、フェルプス＝ルーカス・モデルについてみると、(A-1)式より、 y は次式で与えられる。

$$y = \int_0^1 y_i di = \int_0^1 l_i di = \frac{1}{\gamma-1}(p - \bar{E}[p]). \quad (\text{A-16})$$

次に、(A-15)式について企業 i の期待をとり、同期待について全企業の平均をとると、

$$\bar{E}[p] = \int_0^1 E_i[p] di = \bar{m} + \frac{1}{\phi+1}(\bar{E}[m] - \bar{m}), \quad (\text{A-17})$$

が得られる。(A-16)式に(A-15)式、(A-17)式を代入すると、実質 GDP (y) と名目総需要 m の関係が以下の(A-18)式として得られる。

$$y = \frac{1}{\gamma-1} \frac{1}{\phi+1} (m - \bar{E}[m]). \quad (\text{A-18})$$

このように、フェルプス＝ルーカス・モデルにおいて、実質 GDP (y) の変動は、実際の名目総需要と同需要に関する平均的な期待の乖離 ($m - \bar{E}[m]$) によって引き起こされる。

他方、ウッドフォード・モデルの最適反応（詳しくは本論 3 節を参照）について、表記をフェルプス＝ルーカス・モデルと統一 ($\theta = m$) したうえで、全企業の平均をとると、平均価格は次式として得られる。

$$p = \int_0^1 p_i di = (1-r) \sum_{k=0}^{\infty} r^k \bar{E}^{k+1}[m]. \quad (\text{A-19})$$

(A-19) 式を貨幣の数量方程式 ($y = m - p$) に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} y &= m - (1-r) \sum_{k=0}^{\infty} r^k \bar{E}^{k+1}[m] \\ &= (m - \bar{E}[m]) + (1-r)r \sum_{k=0}^{\infty} r^k (\bar{E}[m] - \bar{E}^{k+2}[m]). \end{aligned} \quad (\text{A-20})$$

(A-20) 式が示すように、ウッドフォード・モデルにおいて、実質 GDP (y) は、実際の名目総需要と同需要に関する平均的な期待の乖離 ($m - \bar{E}[m]$) のみでなく、平均的な期待と平均的な高次の期待の乖離 ($\bar{E}[m] - \bar{E}^{k+2}[m]$) の影響も受ける。なお、戦略的補完性が存在しないとき ($r = 0$)、(A-20) 式は、 $y = m - \bar{E}[m]$ となり、実質 GDP は、フェルプス＝ルーカス・モデルと同様に、実際の名目総需要と同需要に関する平均的な期待の乖離 ($m - \bar{E}[m]$) のみで決まる。

補論3. ウッドフォード・モデル

(1) Morris and Shin [2002] による高次期待のモデル化

無数の経済主体 ($i \in [0, 1]$) が存在する状況を考え、経済主体 i の行動を $a_i \in \mathbb{R}$ と記述し、行動の集合を $a \equiv \{a_i\}_{i \in [0, 1]}$ と表す。ここで、経済主体 i の利得関数は、

$$u_i(a, \theta) \equiv -(1-r)(a_i - \theta)^2 - r(L_i - \bar{L}),$$

$$L_i \equiv \int_0^1 (a_j - a_i)^2 dj, \quad \bar{L} \equiv \int_0^1 L_j dj, \quad (\text{A-21})$$

と定義される。この利得関数は、2つの項で構成される。1つは、経済ファンダメンタルズ θ と経済主体 i の行動 a_i との距離の2次損失関数であり $((a_i - \theta)^2)$ 、もう1つは、他の経済主体の行動 a_j と経済主体 i の行動 a_i の距離の2次損失関数から \bar{L} という項を引いたもの $(L_i - \bar{L})$ 、つまり美人投票項である。このため、 $r \in (0, 1)$ は、経済主体間の戦略的補完性の高さを示すパラメータと解釈できる。

(A-21) 式を a_i について一次微分すると、経済主体 i の最適反応が得られる。

$$a_i = (1-r)E_i[\theta] + rE_i[\bar{a}]. \quad (\text{A-22})$$

\bar{a} は平均的な行動を表すオペレータである ($\bar{a} \equiv \int_0^1 a_i di$)。つまり、各経済主体は、経済状況に対する自身の期待 $E_i[\theta]$ と平均的な行動に対する自身の期待 $E_i[\bar{a}]$ の加重平均として自身の行動を決定する³⁴。(A-22) 式の両辺を平均すると、

$$\bar{a} = (1-r)\bar{E}[\theta] + r\bar{E}[\bar{a}], \quad (\text{A-23})$$

が得られるため、(A-23) 式を (A-22) 式に代入すると以下の関係式が得られる。

$$a_i = (1-r)E_i[\theta] + rE_i[(1-r)\bar{E}[\theta] + r\bar{E}[\bar{a}]]$$

$$= (1-r)E_i[\theta] + (1-r)rE_i\bar{E}[\theta] + r^2E_i\bar{E}[\bar{a}].$$

\bar{E} は平均的な期待を表すオペレータである ($\bar{E} \equiv \int_0^1 E_i di$)。同様のプロセスを繰り返すことで、

$$a_i = (1-r) \sum_{k=0}^{\infty} r^k E_i \bar{E}^k [\theta], \quad (\text{A-24})$$

.....
³⁴ なお、この最適反応は、フェルプス＝ルーカス・モデルの各財の均衡条件からも導出することができる (詳しくは Morris and Shin [2002] や Ui [2003] を参照)。

が求められる。

次に、(A-24) 式の $E_i \bar{E}^k [\theta]$ の中身について計算する。事前信念を無情報 (diffuse prior) とし、以下のような私的・公的情報が存在すると仮定する。

$$\begin{aligned} x_i &= \theta + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \alpha^{-1}). \\ y &= \theta + \eta, \quad \eta \sim N(0, \beta^{-1}). \end{aligned}$$

このとき、まず、1 次の期待はベイズ更新によって次式のように表される。

$$E_i [\theta] = \frac{\alpha x_i + \beta y}{\alpha + \beta} = \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right) x_i + \left[1 - \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right) \right] y. \quad (\text{A-25})$$

次に、(A-25) 式について平均をとり、私的情報は平均的には θ に一致するという仮定 ($\int_0^1 x_i di = \theta$) を利用すると以下の (A-26) 式が得られる。

$$\bar{E} [\theta] = \int_0^1 E_i [\theta] di = \frac{\alpha \theta + \beta y}{\alpha + \beta}. \quad (\text{A-26})$$

このため、2 次の期待は (A-26) 式について経済主体 i の期待をとり、(A-25) 式を代入すると、以下のような形になる。

$$E_i \bar{E} [\theta] = \frac{\alpha E_i [\theta] + \beta y}{\alpha + \beta} = \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right)^2 x_i + \left[1 - \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right)^2 \right] y.$$

同様のプロセスを繰り返せば、以下の (A-27) 式が得られる。

$$E_i \bar{E}^k [\theta] = \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right)^{k+1} x_i + \left[1 - \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right)^{k+1} \right] y. \quad (\text{A-27})$$

最後に (A-27) 式を (A-24) 式に代入し、整理すると、以下の (A-28) 式が得られる。

$$a_i = \frac{(1-r)\alpha x_i + \beta y}{(1-r)\alpha + \beta}. \quad (\text{A-28})$$

a_i を決定する (A-28) 式について注目すべき点は、(A-25) 式で表される $E_i [\theta]$ に比して、私的情報 x_i へのウエイトが相対的に低く、公的情報 y へのウエイトが相対的に高い点である。私的 (公的) 情報へのウエイトは、戦略的補完性の度合い (美人投票項へのウエイト) を表す r が上昇するほど、低下 (上昇) する³⁵。

.....
 35 なお、Morris and Shin [2002] 型 (2 次関数の利得関数および正規分布のノイズ) の美人投票モデルにおける均衡について分析した草分け的研究として Radner [1962] がある。また、同様の結果は、Amato, Morris, and Shin [2002]、Amato and Shin [2004]、Morris and Shin [2005]、Angeletos and Pavan [2004, 2007, 2009]、Ui and Yoshizawa [2013] でも示されている。このほか、Morris and Shin [2007] は、経済主体が行動を決定する際の「 $1/N$ の割合の経済主体と共有する準公的 (semi-public) 情報」へのウエイトが、 N と負の関係を持つ、すなわち情報の共通性 (commonality) が高いほどウエイトが高くなることを示した。

(2) ウッドフォード・モデルへの応用

次に、Morris and Shin [2002] のモデルを動学化したものと位置付けられるウッドフォード・モデルの解法を解説する。まず、本論3節より、企業の価格設定に関する最適反応は次式で与えられる。

$$p_{i,t} = (1-r) \sum_{k=0}^{\infty} r^k E_{i,t} \bar{E}_t^k [\theta_t].$$

名目総需要 θ_t が³⁶、次式のように、ランダム・ウォークに従うと仮定する³⁶。

$$\theta_t = \theta_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \alpha^{-1}).$$

企業 i は每期、その期の名目総需要 θ_t について、ノイズ $e_{i,t}$ を含む私的情報 $x_{i,t}$ を受け取る。他方、過去の名目総需要を観察することはない。

$$x_{i,t} = \theta_t + e_{i,t}, \quad e_{i,t} \sim N(0, \beta^{-1}).$$

このとき、バイズ更新の際の私的情報（シグナル）へのウエイトを λ と表記し、(A-27) 式および $E_{i,t-1} \bar{E}_{t-1}^{k+1} [\theta_t] = E_{i,t-1} \bar{E}_{t-1}^{k+1} [\theta_{t-1}]$ を用いると、企業の均衡価格は、次式のように、各期の私的情報 $x_{i,t-s}$ の線形結合で表現される³⁷。

$$\begin{aligned} p_{i,t} &\approx (1-r) \sum_{k=0}^{\infty} r^k \left[\lambda^{k+1} x_{i,t} + (1-\lambda) \sum_{l=0}^k \lambda^{k-l} E_{i,t-1} \bar{E}_{t-1}^l [\theta_{t-1}] \right] \\ &= \frac{(1-r)\lambda}{1-r\lambda} x_{i,t} + \left[1 - \frac{(1-r)\lambda}{1-r\lambda} \right] p_{i,t-1} \\ &= \dots = \frac{(1-r)\lambda}{1-r\lambda} \sum_{s=0}^{\infty} \left[1 - \frac{(1-r)\lambda}{1-r\lambda} \right]^s x_{i,t-s}. \end{aligned} \quad (\text{A-29})$$

他方 θ_t に関する期待も、以下のように $x_{i,t-s}$ の線形結合として形成される。

$$E_{i,t} [\theta_t] = \lambda x_{i,t} + (1-\lambda) E_{i,t-1} [\theta_t] = \dots = \lambda \sum_{s=0}^{\infty} (1-\lambda)^s x_{i,t-s}. \quad (\text{A-30})$$

(A-29) 式、(A-30) 式を比較すると、 θ_t に関する期待 $E_{i,t} [\theta_t]$ が価格 $p_{i,t}$ に織り込まれる際に、戦略的補完性のパラメータ r が作用することがみとれる。具体的には

36 Woodford [2003] は、 ε_t が慣性を持つと仮定するが、ここでは分析を単純化するために、 ε_t がホワイト・ノイズであると仮定する。また、自然数 l に対して $E_{i,t} \bar{E}_{t-1}^l [\theta_{t-1}] \approx E_{i,t-1} \bar{E}_{t-1}^l [\theta_{t-1}]$ と近似する。

37 なお、均衡下の平均価格は、(A-29) 式をすべての企業について平均することにより得られる。 t 期における各企業の θ_t に関する信念の精度を γ とすると、 γ が $\gamma^{-1} = (\alpha^{-1} + \beta^{-1} + \gamma^{-1})^{-1} (\alpha^{-1} + \gamma^{-1}) \beta^{-1}$ の解として求まり、 $\lambda = \gamma^{-1} / \beta^{-1}$ が成立する。

$(1 - r\lambda)^{-1}(1 - r)\lambda > \lambda$ より、(A-29) 式が (A-30) 式に比べてより過去の私的情報の影響を受けること、および r が増加するほど、(A-29) 式が過去の私的情報に依存することがわかる。 $r = 0$ が成立するとき、(A-29) 式と (A-30) 式は一致する。

補論 4. 合理的不注意モデル

本補論では、情報エントロピー、Sims [2003] による合理的不注意 (rational inattention) 仮説、Mackowiak and Wiederholt [2009] のメカニズムの順に解説を行う。

(1) 情報エントロピー

合理的不注意仮説では、経済主体の情報処理をモデル化して分析するため、情報理論で用いられる情報エントロピーという概念を用いて、情報量を定量化する。以下ではまず、この情報エントロピーという概念について平易な例を用いて解説する。

最も基礎的な概念として、「自己情報量 (self-information content)」というものがある。これは、ある事象が生起すること「そのことの情報量」であり、事象が生起する確率を $p(x)$ とすると、以下のように定義される。

$$i(x) = -\log_2 p(x).$$

このように定義された情報量は、2つの性質を持つ。独立した2つの事象 $\{A, B\}$ の生起確率を $p(A)$ 、 $p(B)$ で表す。ここで、例えば、 $p(A) = 1/2$ かつ $p(B) = 1/4$ である状況を考える。このとき、事象 A が起きたことの情報量、および事象 B が起きたことの情報量はおおの、以下のように計算される。

$$i(A) = -\log_2 p(A) = 1, \quad i(B) = -\log_2 p(B) = 2.$$

ここから、第1の特性として、発生確率が低い、すなわちめったに起こらない事象が起こると情報量が多いと定義されることがわかる。

次に、事象 $A \cdot$ 事象 B が同時に起きたことの情報量は、以下のようになる。

$$i(A \cap B) = -\log_2 (p(A) p(B)) = 3.$$

このため、第2の特性として、情報量が足し算で増えていくという特性を持つことがわかる。

$$i(A \cap B) = i(A) + i(B).$$

次に、「平均情報量 (average information)」という概念を説明する。自己情報量は、ある事象が生起したことの情報量であったが、平均情報量とは、どの事象が生起したかといったことの情報量に当たる。先ほどの例のうち、2つの事象 $X \in \{A, B\}$ が

排反であると設定を変更し、 $p(A) = p(B) = 1/2$ であるとしよう。このとき、平均情報量は、以下のように計算される。

$$H(X) = -p(A) \log_2 p(A) - p(B) \log_2 p(B) = -p(A) i(A) - p(B) i(B) = 1.$$

この平均情報量は、新たに何かがあったときの平均的な情報量であるが、これは同時にわからない状態における不確実性の度合いともいえる。情報理論では、この不確実性の度合いを「情報エントロピー」と呼ぶ。なお、正規分布の情報エントロピーは、その分散を σ_X^2 とすると、以下の形になる。

$$H(X) = \frac{1}{2} \log_2 (2\pi e \sigma_X^2).$$

合理的不注意仮説では、経済主体がシグナルの取得などを通じてこの情報エントロピーをどの程度減少させるか、といった観点で分析を行う。このため、ある情報を手に入れることで情報エントロピーがどれだけ減少したかを示す指標として、以下で定義される相互情報量 (mutual information) を用いる。

$$I(X, Y) = H(X) - H(X|Y).$$

これは、事象 Y に関する情報を得たことによる、事象 X に関する情報エントロピーの減少量を表す。先ほどの例を再び用いると、 $H(X) = 1$ に対して、事象 Y が起きた場合の条件付き確率が、 $p(A|Y) = 3/4$ 、 $p(B|Y) = 1/4$ であるとする。このとき、

$$H(X|Y) = -p(A|Y) \log_2 p(A|Y) - p(B|Y) \log_2 p(B|Y) \approx 0.81,$$

であるため、以下のように情報エントロピーの減少量が計算される。

$$I(X, Y) = 1 - 0.81 = 0.19.$$

(2) 合理的不注意仮説：Sims [2003]

以上の理解を踏まえて、合理的不注意仮説の解説に入る³⁸。経済状態を示す変数で構成されるベクトルを \mathbf{X} 、 \mathbf{X} の各要素に関する情報集合を \mathbf{Y} とすると、経済主体の注意割当問題は、以下の損失関数の最小化問題として設定される。

$$\min_{I(\mathbf{X}, \mathbf{Y})} \left[E \left[(f(\mathbf{X}|\mathbf{Y}) - f^*(\mathbf{X}))^2 \right] + \mu I(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \right],$$

.....
38 詳細は Sims [1998, 2003, 2005, 2006, 2010]、Wiederholt [2010]、Hellwig, Kohls, and Veldkamp [2012] を参照。関連する実証研究として、消費者のインフレ予想を用いて合理的不注意仮説を支持する結果を得た Cavallo, Cruces, and Perez-Truglia [2017] や企業の情報処理費用を推計した Zbaracki *et al.* [2004] を挙げたい。また、Steiner, Stewart, and Matejka [2017]、Mackowiak, Matejka, and Wiederholt [2017] は動学的な合理的不注意を扱っている。

subject to $I(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = H(\mathbf{X}) - H(\mathbf{X}|\mathbf{Y}) \leq \bar{\kappa}$.

$f^*(\mathbf{X})$ は真の経済状態 \mathbf{X} がわかった場合の選択行動であり、 $f(\mathbf{X}|\mathbf{Y})$ は注意を割り当てることによって得られた情報 \mathbf{Y} を最大限活用した場合の選択行動である。 $E[(f(\mathbf{X}|\mathbf{Y}) - f^*(\mathbf{X}))^2]$ は、情報が不完全である場合の最適行動と情報が完全な場合の最適行動との乖離の期待値であり、割り当てる注意の程度に対して単調減少となる。他方、 $\mu I(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ は、情報エントロピーで表現される追加情報量に 1 単位当たりの費用をかけたものであり、追加情報量に対して単調増加となる。 $\bar{\kappa}$ は情報処理能力の上限である。つまり、この問題は、追加的に注意を割り当てる費用を加味したうえで、各変数にどの程度の注意を割り当てるべきであるかを考える問題である。こうした定式化を、インフレ動学の分析に応用したものが Mackowiak and Wiederholt [2009] である。

(3) Mackowiak and Wiederholt [2009]

マクロ・ショック x 、企業固有ショック z_i 、各ショックに関するシグナル (s_{1i}, s_{2i}) が以下の構造に従うとする。

$$\begin{aligned} s_{1i} &= x + \varepsilon_{1i}, & x &\sim N(0, \sigma_x^2), & \varepsilon_{1i} &\sim N(0, \hat{\sigma}_{\varepsilon_1}^2). \\ s_{2i} &= z_i + \varepsilon_{2i}, & z_i &\sim N(0, \sigma_z^2), & \varepsilon_{2i} &\sim N(0, \hat{\sigma}_{\varepsilon_2}^2). \end{aligned}$$

また、完全情報の場合の企業の最適反応が以下の形になることを仮定する。

$$p_i^* = x - \vartheta z_i.$$

ϑ は、企業固有ショックがマクロ・ショックに比して、企業利益に対してどの程度の重要性を持つのかを表す。

このとき、最適化問題は以下のように表される。

$$\begin{aligned} &\min_{\hat{\sigma}_{x|\varepsilon_1}^2, \hat{\sigma}_{z|\varepsilon_2}^2} E[(p_i - p_i^*)^2], \\ &\text{subject to } p_i^* = x - \vartheta z_i, \quad \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{\hat{\sigma}_{x|\varepsilon_1}^{-2}}{\sigma_x^{-2}} \right) + \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{\hat{\sigma}_{z|\varepsilon_2}^{-2}}{\sigma_z^{-2}} \right) \leq \bar{\kappa}. \end{aligned} \quad (\text{A-31})$$

$\hat{\sigma}_{x|\varepsilon_1}^{-2} = \sigma_x^{-2} + \hat{\sigma}_{\varepsilon_1}^{-2}$ および $\hat{\sigma}_{z|\varepsilon_2}^{-2} = \sigma_z^{-2} + \hat{\sigma}_{\varepsilon_2}^{-2}$ は、おのおのマクロ・ショック、企業固有ショックに関する事後信念の精度であり、企業が割り当てる注意 ($\hat{\sigma}_{\varepsilon_1}^{-2}$ および $\hat{\sigma}_{\varepsilon_2}^{-2}$) の増加関数である。したがって、この企業の最適化問題は、情報処理能力が限られる中、企業利益の最大化のために各ショックに払うべき注意を決定する問題であ

る³⁹。この注意割当問題では、注意割当のコストが存在せず、各企業は自身の情報処理能力を最大限活用する。このため、情報処理能力の制約式は次式として整理できる。

$$\hat{\sigma}_{z|\varepsilon_2}^2 = \left(\frac{\sigma_x^2}{\hat{\sigma}_{x|\varepsilon_1}^2} \right) \frac{\sigma_z^2}{2^{2\bar{k}}}. \quad (\text{A-32})$$

ここで、(A-31) 式の損失関数は以下のように表現される。

$$\hat{\sigma}_{x|\varepsilon_1}^2 + \vartheta^2 \hat{\sigma}_{z|\varepsilon_2}^2. \quad (\text{A-33})$$

(A-32) 式を (A-33) 式に代入したうえで、 $\hat{\sigma}_{x|\varepsilon_1}^2$ について微分し、 $2^{2\bar{k}}$ に (A-32) 式を代入すると、次の最適条件が得られる。

$$1 - \vartheta^2 \left(\frac{\sigma_x^2}{\hat{\sigma}_{x|\varepsilon_1}^4} \right) \frac{\sigma_z^2}{2^{2\bar{k}}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\hat{\sigma}_{z|\varepsilon_2}^{-2}}{\hat{\sigma}_{x|\varepsilon_1}^{-2}} = \frac{\sigma_z^{-2} + \hat{\sigma}_{\varepsilon_2}^{-2}}{\sigma_x^{-2} + \hat{\sigma}_{\varepsilon_1}^{-2}} = \vartheta^2. \quad (\text{A-34})$$

(A-34) 式の条件は、利益に対する企業固有ショックの重要性を表すパラメータ ϑ が大きくなるほど、企業が、企業固有ショックに対する注意 $\hat{\sigma}_{\varepsilon_2}^{-2}$ を、マクロ・ショックに対する注意 $\hat{\sigma}_{\varepsilon_1}^{-2}$ に比して増加させることを意味する。

.....
 39 類似モデルとして、Mackowiak, Moench, and Wiederholt [2009]、Woodford [2009] が挙げられる。このほか、Hellwig and Veldkamp [2009] や Myatt and Wallace [2012] は、企業間の戦略的補完性・代替性を明示的に考慮した場合の私的情報と公的情報の取得問題を分析した。

補論 5. 公的情報の開示と社会厚生

本補論では、まず、Morris and Shin [2002] による、公的情報を開示することの社会厚生への影響に関する考察を紹介する。そのうえで同論点をめぐるその後の議論を整理する。

(1) Morris and Shin [2002] の主張

ここでは、補論 3 で解説した Morris and Shin [2002] のモデル設定および (A-28) 式で与えられる均衡を所与とする。Morris and Shin [2002] は、社会厚生を以下のように、個人の効用の（標準化された）平均値と定義する。

$$W(a, \theta) \equiv \frac{1}{1-r} \int_0^1 u_i(a, \theta) di = - \int_0^1 (a_i - \theta)^2 di. \quad (\text{A-35})$$

(A-35) 式は、すべての経済主体の行動を真の経済状況 θ へと近付けるほど、社会厚生が向上することを意味する。後ほど説明するが、この社会厚生には、経済主体間で協調が成功すること自体の効果が含まれていないことに留意する必要がある。均衡である (A-28) 式を (A-35) 式へ代入して期待値をとると、次式の期待社会厚生が得られる。

$$E[W(a, \theta) | \theta] = - \frac{(1-r)^2 \alpha^2 E[\varepsilon_i^2] + \beta^2 E[\eta^2]}{[(1-r)\alpha + \beta]^2} = - \frac{(1-r)^2 \alpha + \beta}{[(1-r)\alpha + \beta]^2}. \quad (\text{A-36})$$

(A-36) 式を私的情報・公的情報のおおのの精度 (α, β) に関して微分すると、以下の式が得られる。

$$\frac{\partial E[W(a, \theta) | \theta]}{\partial \alpha} = \frac{(1-r)[(1-r)^2 \alpha + (1+r)\beta]}{[(1-r)\alpha + \beta]^3} > 0. \quad (\text{A-37})$$

$$\frac{\partial E[W(a, \theta) | \theta]}{\partial \beta} = - \frac{[(2r-1)(1-r)\alpha - \beta]}{[(1-r)\alpha + \beta]^3}. \quad (\text{A-38})$$

このとき、私的情報の精度向上 (α の上昇) が常に社会厚生を向上させることは (A-37) 式から明らかである。他方、(A-38) 式は、公的情報の精度向上 (β の上昇) が与える影響が一意でないことを示している。具体的には、 β の上昇が社会厚生を向上させるパラメータの領域は、 $\partial E[W(a, \theta) | \theta] / \partial \beta \geq 0$ から、次のように与えられる。

$$(2r-1)(1-r) \leq \frac{\beta}{\alpha}. \quad (\text{A-39})$$

このとき、 $r \in (1/2, 1)$ という領域では、(A-39) 式の条件を満たさない α と β が存在する。すなわち、特定の条件下では、公的情報の精度向上 (β の上昇) が社会厚生が悪化を引き起こしてしまう⁴⁰。

(2) Morris and Shin [2002] 以降の議論

以上でみたように、Morris and Shin [2002] は、中央銀行がマクロ変数に関するより精度の高い公的情報を開示することで、経済主体の平均的な行動とマクロ変数との乖離が増大する、つまり社会厚生が悪化し得るとの結果を提示した⁴¹。もっとも、この結果に関しては、その後の研究でさまざまな議論が行われ、主として以下の3つの問題点が指摘されてきた。

第1は、こうした現象は、中央銀行が公開する公的情報の精度 β が、民間経済主体が保有する情報の精度 α よりも低い場合にのみ起こり得るとの指摘である (Svensson [2006])。これに対し、Morris, Shin, and Tong [2006] は、中央銀行は金利操作を通じて民間主体の期待に働きかける主体であり、経済変動自体は民間主体によって決定されるため、中央銀行が保有する情報の精度が必ずしも高いとは限らないと反論している。

第2は、社会厚生 $W(a, \theta)$ の定義、つまり経済主体間に協調動機があるにもかかわらず、協調に成功すること自体の社会厚生への影響が考慮されていないことに問題があるとの指摘である (Angeletos and Pavan [2007])⁴²。例えば、企業の価格設定を変化させることを通じた社会厚生への影響を考えると、同価格がマクロ変数を正確に捉えることが望ましいのはもちろんのこと、同価格のばらつき (price dispersion) が小さいこと自体にも、社会厚生を向上させる効果がある。この点については、Ui and Yoshizawa [2015] が、経済構造と社会厚生との定義を一貫させたうえで、経済構造と望ましい情報構造の関係について包括的な結論を導いている⁴³。

.....
40 Morris and Shin [2002] と類似する結果として、一定の条件下では、全ての経済主体ではなく一部にだけ公的情報を開示することが最適になることを示した Cornand and Heinemann [2008] や、経済主体に与えるシグナルの誤差を部分的に相関させることが望ましい場合があることを示した Myatt and Wallace [2008] が挙げられる。

41 中央政府などによる情報開示の効果に関する研究は、「情報の社会的価値」と呼ばれる文献に属し、著者の知る限り Hirshleifer [1971] によって始められた。

42 このほか、Hellwig [2005]、Roca [2010] を参照。なお、Angeletos and Pavan [2007] では、価格の粘着性が無い一般均衡モデルを用いて公的情報の役割が分析されている。類似研究として、フェルプス＝ルーカス・モデルを用いて公的情報の役割を分析した Myatt and Wallace [2014] がある。他方、価格の粘着性を含んだ一般均衡モデルを用いて公的情報の役割を分析したものとして Angeletos, Iovino, and La'O [2016] が挙げられる。

43 Ui and Yoshizawa [2015] は、Bergemann and Morris [2013, 2016a, 2016b] が提示した最適情報設計 (information design) の分析手法を用いて、私的情報と公的情報のみでなく、すべての情報構造を考慮

第3は、中央銀行の情報公開が民間経済主体の情報取得動機に与える影響を考慮すべきであるとの指摘である (Colombo and Femminis [2008])⁴⁴。中央銀行によって公的情報が開示されることがわかっているならば、民間経済主体が情報コストを払ってまで私的情報を取得する誘因を失うというクラウド・アウト効果 (crowding-out effect) が生じる。このため、公的情報の開示は、民間経済主体が取得する私的情報の精度を引き下げることによって、追加的な2つの効果、すなわち民間経済主体の情報取得コストを節約させる効果、および同経済主体が保有する私的情報の精度を低下させる効果を与える。

した形で分析を行っている。同分野のサーベイとしては、田村 [2014]、Bergemann and Morris [2017] を参照。

44 類似研究として Colombo, Femminis, and Pavan [2014] や Ui [2014] がある。