

CoCo 債市場から観測される 金融機関のベイルイン確率

かざとまさゆき やまだてつや
風戸正行 / 山田哲也

要 旨

近年、バーゼル III 対応資本の 1 つである偶発転換社債（Contingent Convertible 債：CoCo 債）の発行が、欧州金融機関だけでなく、アジアやその他地域の金融機関においても増えてきている。そこで本研究では、既存の CoCo 債のプライシング・モデルを拡張して、多様な商品性の CoCo 債の価格から観測されるベイルイン確率（金融機関の資本不足を補うために CoCo 債が株式転換等される確率）を推計する。分析の結果、ベイルイン確率は、クレジット・デフォルト・スワップ（Credit Default Swap: CDS）市場から推計されるデフォルト確率と比較して金融機関の資本健全性が意識される局面で鋭敏に反応することがわかった。この結果は、ベイルイン確率が金融危機の早期警戒指標として活用しうることを示唆している。また、ベイルインした条件のもとでデフォルトする確率を推計したところ、CoCo 債の累積発行残高が増えるに連れて低下する傾向にあることが確認された。これは、CoCo 債の発行が、損失吸収バッファを増加させることによって、金融機関をデフォルトしにくくすると投資家が考えていることを示している。こうした結果は、CoCo 債の価格が金融システムの安定にとって有益な情報を含んでいることを示唆している。

キーワード： インプライド・ベイルイン確率、偶発転換社債（CoCo 債）、バーゼル III、金融システムの安定

.....
本稿の作成に当たっては、小川謙二氏（ブルームバーグ L.P.）、諏訪一氏（三菱 UFJ モルガン・スタンレー証券）および同社スタッフ、中川秀敏准教授（一橋大学）、中空麻奈氏（BNP パリバ証券）、ティアド・M・ブーンマン（Tjeerd M. Boonman）氏（メキシコ銀行）、スリラム・ラジャン（Sriram Rajan）氏（米国財務省金融調査局）、エドワード・タン（Edward Tan）氏（香港金融管理局）、10th Annual Workshop of the Asian Research Network および the Second Conference on Network Models and Stress Testing for Financial Stability の参加者、ならびに金融研究所スタッフから有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。ただし、本稿に示されている意見は、筆者たち個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者たち個人に属する。

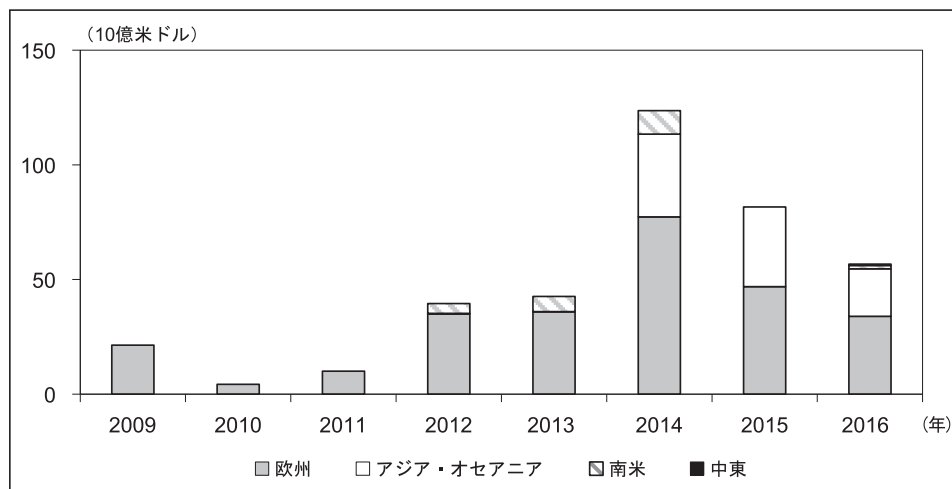
風戸正行 日本銀行金融研究所企画役補佐（E-mail: masayuki.kazato@boj.or.jp）
山田哲也 日本銀行金融研究所企画役
（現金融機構局企画役、E-mail: tetsuya.yamada@boj.or.jp）

1. はじめに

近年、金融機関において偶発転換社債（Contingent Convertible 債: CoCo 債）の発行が進んでおり、その発行量は高い水準にある（図 1）。これまで欧州の金融機関を中心に発行されてきたが、近年では、中国やインドといったアジア地域の金融機関のほか、ブラジルといった南米の金融機関でも発行が増えてきている（表 1）。日本では 2014 年に初めて発行された後、現在では 3 メガバンク（みずほ銀行、三井住友銀行、三菱 UFJ 銀行）のすべてが発行に至っている（図 2）。現時点では、米国を除くほぼすべてのグローバルなシステム上重要な銀行（Global Systemically Important Banks: G-SIBs）が CoCo 債を発行しているといっている（表 2）。

このように CoCo 債の発行が増加している背景の 1 つとして、バーゼル III の導入に伴い金融機関が新規制に対応した資本を着実に増強しているという側面が挙げられる。CoCo 債は、発行体金融機関の自己資本比率が予め定められた水準を超えて低下した際に（例：コア Tier1 比率=5.125%）、普通株式に転換される、もしくは、元本が削減されることにより、投資家が発行体金融機関の損失を吸収するというものである。これは「ベイルイン」と呼ばれ、リーマン・ショックの後に多額の公的資金が注入され（「ベイルアウト」と呼ぶ）、納税者に多くの負担が生じたことへの反省から設計されたものである。加えて、世界的な低金利環境の中で、相対的に利回りの高い CoCo 債に投資家からの需要が集まっていることも CoCo 債が増加している要因として挙げることができる。これは、CoCo 債の利回りがベイルインに伴

図 1 グローバルにみた CoCo 債の発行額の推移



資料：ブルームバーグ

表 1 国別の CoCo 債発行銘柄数（日本を除く）

国	CoCo 債発行銘柄数
英国	84
ノルウェー	37
スイス	35
<u>中国</u>	25
フランス	25
アイルランド	17
デンマーク	16
スウェーデン	16
ドイツ	15
<u>インド</u>	15
ルクセンブルク	15
スペイン	14
<u>ブラジル</u>	12
オランダ	10

備考：2016 年 10 月現在、10 銘柄以上を発行している国。国名の下線はヨーロッパ以外の国を表す。

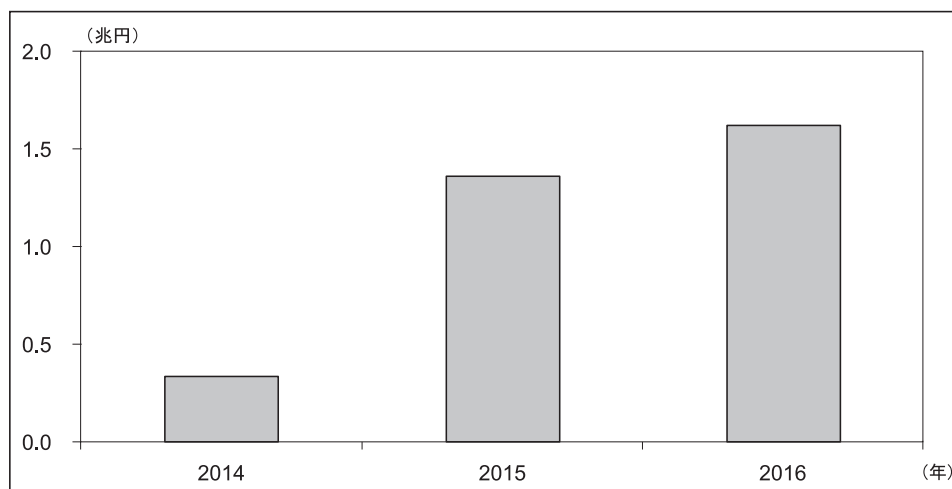
資料：ブルームバーグ

う損失の可能性を反映し普通社債の利回りと比較して高いことが背景にある。

CoCo 債は、2016 年 2 月に欧州金融機関の財務健全性に関する憶測、いわゆるドイツ銀行ショックから、CoCo 債と国債とのスプレッドが急拡大し、再び注目を集めることとなった。同ショックは、投資家が発行体金融機関のバイルイン確率の上昇を強く意識して価格に織り込んだことが要因と考えられ、世界中の金融監督当局にとっても大きな関心事項となった。CoCo 債スプレッドには、デフォルトのリスクだけでなく、バイルインのリスクも織り込まれている。バイルインのトリガーはデフォルトよりも早く引かれる。したがって、CoCo 債スプレッドは、CDS スプレッドと比較して発行体金融機関の財務健全性に鋭敏に反応すると考えられる。このため、CoCo 債スプレッドは、将来発生しうる金融危機の早期警戒指標として機能する可能性がある。本研究では、こうした問題意識のもと、CoCo 債スプレッドから投資家が見込むインプライド・バイルイン確率（以下、単にバイルイン確率と表現）を推計する。

CoCo 債のプライシング・モデルに関しては数多くの先行研究が存在する。Wilkens and Bethke [2014] によると、大きく (1) 構造型アプローチと、(2) デリバティブ・アプローチの 2 つがある。構造型アプローチは、金融機関の資産価値をモデル化し、金融機関の資本や CoCo 債を含むすべての負債の価格が無裁定となるよ

図2 日本の3メガバンクによるバーゼルIII対応証券（Additional Tier1債とTier2債を含む）の年間発行額



備考：2016年の発行額は、2016年10月中旬までの発行額。バーゼルIII対応証券には、Additional Tier1債とTier2債を含む。

資料：ブルームバーグ

うに価格を決定するコーポレート・ファイナンス的なアプローチである¹。このモデルは、CoCo債の発行意義や発行インセンティブを分析する際に多く用いられる。一方、デリバティブ・アプローチはCoCo債に含まれるプット・オプション（普通株式への転換オプション）の評価に焦点を当てている²。このアプローチは、市場価格へのフィットがよく、また、推計方法も容易であるため、データを用いた実証分析を行う際や金融実務で広く用いられている。本研究ではデリバティブ・アプローチを活用している。

一方、バイルイン確率に関する研究は、比較的新しい分野であることもあり、先行研究が少ない。例えば、De Spiegeleer, Dhaene, and Schoutens [2013]では、特定のスイスの金融機関が発行したCoCo債の発行価格からバイルイン確率を算出し、投資家が想定しているよりも、バイルイン確率が高い可能性を指摘している。もっとも、このレポートでは、詳細な手法は示されておらず、また1時点のみの結果にと

.....

1 構造型アプローチの先行研究としては、Kamada [2010]、Pennacchi [2010]、Madan and Schoutens [2011]、Albul, Jaffee, and Tchisty [2015]、Glasserman and Nouri [2012]、Cheridito and Xu [2014]、Erismann [2015]、Pennacchi and Tchisty [2015]、Sundaresan and Wang [2015]、Vullings [2016]、Song and Yang [2016]が挙げられる。

2 デリバティブ・アプローチの先行研究としては、Serjantov [2011]、De Spiegeleer and Schoutens [2012, 2014]、Teneberg [2012]、Corcuera *et al.* [2013]、Erismann [2015]、Ritzema [2015]、Chung and Kwok [2016]、Dufour [2016]、Di Persio, Bonollo, and Prezioso [2016]、Stamizar [2016]、De Spiegeleer *et al.* [2017]が挙げられる。

表 2 2015 年 G-SIBs による CoCo 債発行状況

バケット	銀行	CoCo 債発行の有無
4	シティグループ	×
	JP モルガン・チェース	×
3	バンク・オブ・アメリカ	×
	BNP パリバ	○
	ドイツ銀行	○
	HSBC	○
2	バークレイズ	○
	クレディ・スイス	○
	ゴールドマン・サックス	×
	中国工商銀行	○
	三菱 UFJ フィナンシャル・グループ	○
	ウェルズ・ファーゴ	×
1	中国農業銀行	○
	中国銀行	○
	ニューヨーク・メロン銀行	×
	中国建設銀行	○
	BPCE グループ	×
	クレディ・アグリコル・グループ	○
	ING 銀行	○
	みずほフィナンシャルグループ	○
	モルガン・スタンレー	×
	ノルディア	○
	ロイヤル・バンク・オブ・スコットランド	○
	サンタンデール	○
	ソシエテ・ジェネラル	○
	スタンダード・チャータード	○
	ステート・ストリート	×
	三井住友フィナンシャルグループ	○
UBS	○	
ウニクレディット・グループ	○	

備考：2016 年 10 月現在。

資料：ブルームバーグ

どまっている。バイルイン確率そのものではないが、関連する研究として、Neuberg *et al.* [2016] がある。国際スワップ・デリバティブ協会によるクレジット・デリバティブの 2014 年版用語定義集において、CDS のクレジット・イベントに、当局による金融機関への介入が追加されたことを活用し、CDS スプレッドから当局による金融機関への介入が起こる確率を推計している。このほか、Brigo, Garcia, and Pedo [2013] は、特定の金融機関のバイルイン確率の期間構造を 1 時点で推計している。

本研究の特徴は以下の 3 点である。まず、本研究は、CoCo 債市場から観測され

るバイルイン確率について、各国横断的かつ時系列的に分析している点である。次に、それを実現するために、既存のプライシング・モデルを拡張することで、各国で発行されている CoCo 債の多様な商品性に対応している点である。最後に、推計されたバイルイン確率は、金融危機の早期警戒指標として活用できる等、CoCo 債の価格が、金融システムの安定にとって有益な情報を含んでいることを示している点である。

本論文の構成は以下のとおりである。2 節では、CoCo 債の価格からバイルイン確率を推計する手法を紹介し、実際の多様な商品性をもつ CoCo 債のバイルイン確率を推計するために必要なモデルの拡張を行う。3 節では、バイルイン確率の実証分析結果を紹介し、マクロブルーデンス政策に対する解釈を議論する。4 節は結論である。

2. 分析手法

本節では、CoCo 債の市場価格からバイルイン確率を推計する方法を説明する。本研究で用いたモデルは、デリバティブ・アプローチのうち、クレジット・デリバティブ・アプローチを基にしている。さらに、本研究では、永久元本削減型、一時元本削減型といった、実際に発行されている CoCo 債の多様な商品性に対応するために、クレジット・デリバティブ・アプローチの拡張を行っている。

(1) クレジット・デリバティブ・アプローチを用いたバイルイン確率

まず、De Spiegeleer and Schoutens [2012] により提案されたクレジット・デリバティブ・アプローチを説明する。クレジット・デリバティブ・アプローチの基本的な考え方は、CoCo 債に含まれるプット・オプション、すなわち、普通株式への強制転換オプションに着目し、投資家が損失を負担するのに要するプレミアムを評価するというものである。この際、計算を簡素化するための仮定として、発行体の自己資本比率（コア Tier1 比率等）と発行体の株価は 1 対 1 に対応しており、発行体のコア Tier1 比率が一定水準（5.125%等）を下回るようなトリガー・イベントが発生し、普通株式への強制転換等によりバイルインが行われた際には、発行体の株価も同様に一定の水準（トリガー株価）まで低下していると考えられる。この 1 対 1 の対応とトリガー株価という概念を導入することで、データの更新頻度の低いコア Tier1 比率を即時性の高い株価に読み替える。この仮定をおくことで、バイルイン確率

は、ノックイン・オプションの評価で使われるバリア接触確率として評価することが可能となる（詳細後述）。また、CoCo 債スプレッド CS_{CoCo} は、このトリガー株価に接触する確率のハザード・レート $\lambda_{Trigger}$ と、その際の損失率 $Loss_{CoCo}$ の積として以下のように表される。

$$CS_{CoCo} = Loss_{CoCo} \times \lambda_{Trigger} \quad (1)$$

以下では、損失率とハザード・レートの計算方法を説明する。まず、損失率は、バイルイン発生時の株価であるトリガー株価 H と、バイルイン発生時に CoCo 債の投資家が入手する株式の額面株価である転換株価 C_P を用いると以下のようになる^{3,4}。

$$Loss_{CoCo} = \frac{C_P - H}{C_P} = 1 - \frac{H}{C_P} \quad (2)$$

一方、ハザード・レートは、微小な期間においてバイルインが発生する確率であるため、ハザード・レートが時間によらず一定であると仮定すれば、先行き T 年までの累積バイルイン確率 $P(H)$ とハザード・レートの関係は、以下のように表される⁵。

$$P(H) = 1 - e^{-\lambda_{Trigger}T} \Leftrightarrow \lambda_{Trigger} = -\frac{\ln[1 - P(H)]}{T} \quad (3)$$

以降、本研究では、この累積バイルイン確率 $P(H)$ を「バイルイン確率」と呼ぶこととする。

このバイルイン確率は、CoCo 債がノックイン・オプションの一種だとみなすと、Su and Rieger [2009] で示されているノックイン・オプションのバリア接触確率と一致する⁶。リスク中立確率下でのバイルイン確率は、

$$P(H) = N\left[\frac{\ln(H/S) - \mu T}{\sigma \sqrt{T}}\right] + \left(\frac{H}{S}\right)^{2\mu/\sigma^2} N\left[\frac{\ln(H/S) + \mu T}{\sigma \sqrt{T}}\right], \quad (4)$$

.....
3 トリガー株価は観測不可能であるため、その推計値の妥当性を評価する必要がある。もっとも、2017年7月現在、バイルインが発生したときのデータ蓄積は不十分であり、その妥当性の評価は困難である。

4 CoCo 債から転換された株式を売却するタイミングは投資家により異なるため、実際の損失率は投資家ごとに異なると考えられる。もっとも、こうした損失率の多様性を、マーケットのデータから推計されたトリガー株価はすべて織り込んでいると考えられる。

5 実際にはハザード・レートは時間変動すると考えられるので、同レートが一定という仮定は現実味に乏しいという課題がある。この課題に対応して、本研究では、3節でバイルイン確率の期間構造を分析している。

6 このノックイン・オプションのバリア接触確率は、Black and Cox [1976] で導入されたデフォルト・バリア接触確率と同様の考え方に基づくものである。

と表される。ここで、 S は発行体の現在株価、 σ は株価のボラティリティ、 μ は無リスク金利 r を用いて $\mu = r - \sigma^2/2$ と表される。 $N[\cdot]$ は標準正規分布の累積分布関数である。

ここで、 σ については、株価のヒストリカルなボラティリティを用いることも考えられるが、バイルインが発生するようなストレス時の株価におけるボラティリティは平常時のボラティリティより大きいと考えられる。理想的には、ストレス時の株価を行使価格に持つデュープ・アウト・オブ・ザ・マネーの株式オプションからインプライド・ボラティリティを推計すべきであるが、そのようなオプションは実際には取引されていない。このため、本研究では、Henriques and Doctor [2011] に倣い、株価が現在株価の 5% まで下落した際にデフォルトが発生すると仮定して、CDS をデュープ・アウト・オブ・ザ・マネーの行使価格を持つオプションとみなして σ を推計する。こうして CDS スプレッドから算出されたインプライド・ボラティリティ σ_D を本研究では用いる。詳細については補論 1 を参照。

バイルイン確率の計算に必要な変数は、トリガー株価を除いてすべてマーケット・データを用いることができる。(1)~(4) 式から得られる理論価格と市場価格の二乗誤差が最も小さくなるようにトリガー株価 H を推計すれば、それを用いて、償還までのバイルイン確率を算出することができる⁷。なお、以上の手法は、CoCo 債だけでなくバーゼル III 対応資本として同様に着目されている TLAC (Total Loss-Absorbing Capacity) 債のバイルイン確率の推計にも応用することができる⁸。

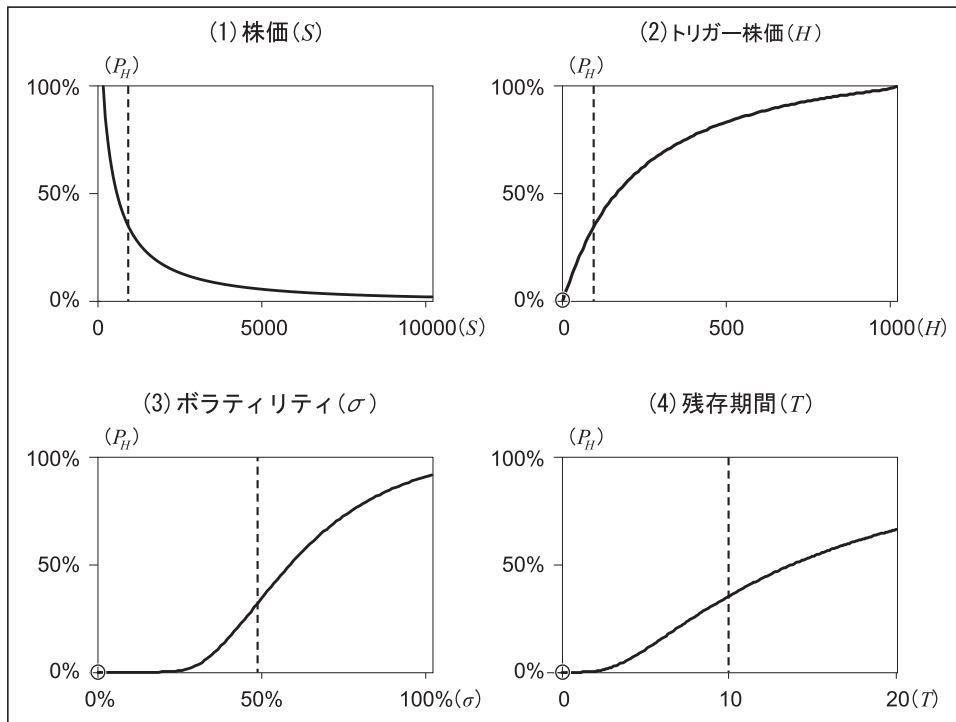
バイルイン確率を直観的に理解するために、各パラメータが変化した場合のバイルイン確率の変化を図 3 に示した。簡単化のため、永久元本削減型の CoCo 債 (損失率が常に 1 の CoCo 債。詳細は本節 (2) イ. を参照。) の結果を掲載した。結果をみると、バイルイン確率は、株価の下落、トリガー株価の上昇、ボラティリティの上昇、残存期間の長期化によって上昇することが確認できる。また、図 3 (4) からわかるように、バイルイン確率は残存期間の長期化により上昇、短期化により低下する。このため、以下の分析では、残存期間を 5 年に基準化する。5 年間のバイルイン確率を用いることで、発行体の異なる CoCo 債のバイルイン確率が比較できるほか、5 年満期の CDS のデフォルト確率とも直接比較可能になる⁹。

7 残存期間 T に関しては、市場慣行に倣い、CoCo 債の満期もしくは初回コール (永久債の場合) までの期間として実証分析で使用している。

8 もっとも、TLAC 債の発行は近年始まったばかりであり、2017 年 7 月現在、データの蓄積が十分でないことから、本研究の分析対象とはしなかった。

9 もっとも、同一発行体の異なる満期の CoCo 債について、5 年間のバイルイン確率を計算すると、償還までのハザード・レートが異なる (期間構造を持つ) こと等により、一致しない点に注意が必要である。本研究で用いたモデルでは、株価がジャンプ項を含まない連続拡散過程に従うとしているため、株価の急変を表現できない。このため、図 3 (4) に示したとおり、残存期間の短い CoCo 債のバイルイン確率は、極端に低い値となり適切に評価できない可能性がある。そこで、以下の実証分析では、残存期間が 5 年に近い CoCo 債を主として選んでいる。

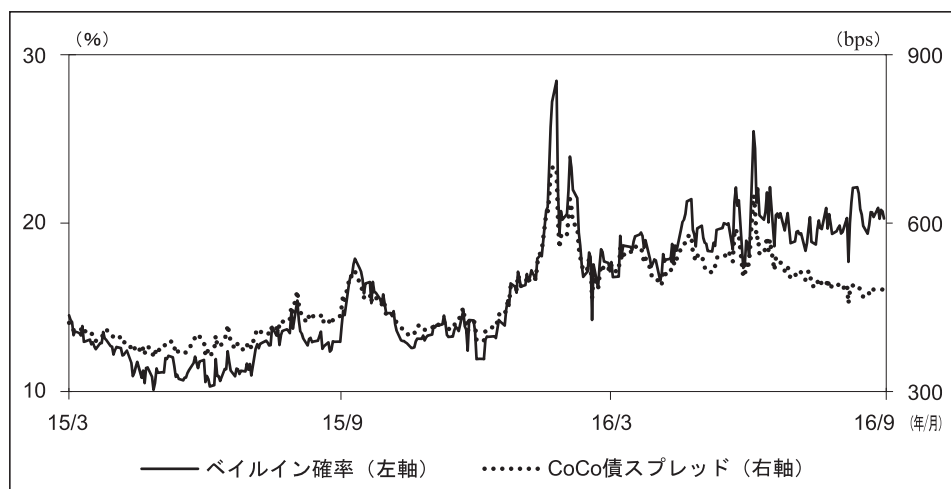
図 3 各パラメータが変化するときのバイルイン確率の推計値の変化



備考： $S = 1,000$ 、 $H = 100$ 、 $\sigma = 50\%$ 、 $T = 10$ 年とした場合から、各パラメータが変化するときのバイルイン確率を図示。

例として、実際の株式転換型の CoCo 債のバイルイン確率の推計結果を図 4 に示す。実線がバイルイン確率、破線が CoCo 債スプレッドをそれぞれ示す。バイルイン確率と CoCo 債スプレッドは、同じ動きをすることが多いものの、図 4 の最後の四半期にみられるように、異なる動きをする場合もある。同時期は、英国の欧州連合離脱にかかる国民投票（2016 年 6 月末）後に欧州で株価が回復する一方で、欧州銀行監督機構によるストレス・テストの結果が公表（同年 7 月末）され、投資家が金融機関のバーゼル III 資本、とくにコア資本を意識せざるをえない局面だった。このため、図 4 の最後の四半期において、コア資本比率をトリガーに持つ CoCo 債のスプレッドは、株価上昇の効果とは裏腹にほぼ一定で推移しており、低下していない。この結果、バイルイン確率は上昇していると評価され、CoCo 債スプレッドの動きと異なる結果となった。

図4 A行が発行している株式転換型のCoCo債のベイルイン確率の推計結果



(2) クレジット・デリバティブ・アプローチの拡張

本節(1)では、転換株価が予め定められた株式転換型と呼ばれるCoCo債スプレッドの評価を行った。しかし、図5に示したとおり、市場にはさまざまな種類のCoCo債が発行されており、株式転換型と元本削減型に大別される。株式転換型は、本節(1)で説明した転換株価が予め定められたもののほかに、転換株価が決まっていないものもある。補論2では、転換株価が決まっていないCoCo債について、モデルの拡張を行っている。他方、元本削減型も、元本が復活する可能性がないものとあるものに分けられる。以下では、永久元本削減型と一時元本削減型それぞれのCoCo債からベイルイン確率を算出するため、本節(1)のモデルの拡張を試みる。

イ. 永久元本削減型のベイルイン確率

永久元本削減型のCoCo債は、トリガーが発動すると元本が100%削減され、その後の元本の復活可能性は全くない。したがって、トリガー発動時の損失率は1である。つまり、(2)式は $Loss_{CoCo}^1 = 1$ と書き換えられる。このとき、(1)式は次のようになる。

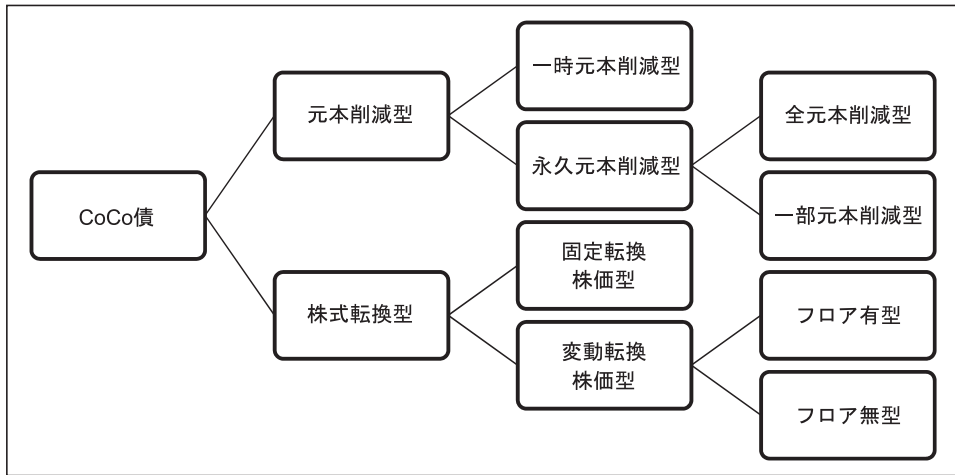
$$CS_{CoCo}^1(H) = -\frac{\ln[1 - P(H)]}{T}. \quad (5)$$

ここで、 $P(H)$ は(4)式で定義されたものに等しい。

ロ. 一時元本削減型のベイルイン確率

一時元本削減型のCoCo債は、その元本が元本削減後に復活する可能性がある債

図 5 CoCo 債の損失吸収方法の主な分類



備考：本研究では、全元本削減型の CoCo 債を永久元本削減型と呼んでいる。

券である。元本が削減されている間は、クーポンの支払いが止められ、また、元本復活後はクーポンが減額されると考えられる。このため、このような CoCo 債のプライシング・モデルを構築するには、将来どの程度の期間元本が削減されていて、元本復活後どの程度クーポンが削減されるかを考慮する必要がある。本研究では、後者の元本復活後のクーポンについては、これを無視してモデルを拡張することとする。この場合、一時元本削減型の価格は、償還時点において元本が 100%削減されているか、もしくは 100%復活しているかのみ依存する。クレジット・デリバティブ・アプローチで考えると、償還時点の株価が、トリガー株価と比べて高いか低いだけを考えればよい。つまり、償還時点の株価がトリガー株価より低い場合、(2) 式の損失率が 1 となり、またその発生確率は (4) 式の第 1 項として表される。結果として、CoCo 債スプレッドは、償還時点の株価がトリガー株価よりも低い確率のハザード・レートとなる。よって、次の式のように簡略化される。

$$\begin{aligned}
 CS_{CoCo}^0(H) &= -\frac{\ln[1 - P^0(H)]}{T}, \\
 P^0(H) &= N\left[\frac{\ln(H/S) - \mu T}{\sigma \sqrt{T}}\right].
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

もっとも、この仮定では、元本復活時に完全に元本が復活する状況（元本復活率については、投資家にとって最も好ましい状況）を考えているため、一時元本削減型の CoCo 債の価値を過大評価することになる¹⁰。一方、前述の永久元本削減型は、

10 元本復活後の CoCo 債のクーポンについて考慮する場合、本研究の仮定は CoCo 債の価値を幾分低く評価することになり、そのバйлイン確率は実際よりも多少高く推計されることが考えられる。もっと

元本復活時に元本が全く戻らない状況（投資家にとっては最も避けたい状況）と解釈できる。したがって、本研究の仮定のもとでは、一時元本削減型のスプレッドは、(5)式の永久元本削減型のスプレッドと、(6)式のスプレッドの間に存在すると考えられる。

$$CS_{CoCo}^0(H) \leq CS_{CoCo}(H) \leq CS_{CoCo}^1(H). \quad (7)$$

それぞれのスプレッド式から導出される理論的なスプレッドとマーケット・データの誤差が最小となるような H をそれぞれ、 H_0 、 H_1 とすると、(7)式の関係式から一時元本削減型のトリガー株価 H は、

$$H_1 \leq H \leq H_0, \quad (8)$$

というバンドの間に入ることがわかる。これらの関係式を (4) 式に代入することで、一時元本削減型におけるベイルイン確率 $P(H)$ は、

$$P(H_1) \leq P(H) \leq P(H_0), \quad (9)$$

となる。このため、本研究では一時元本削減型のベイルイン確率をバンドとして表現する。なお、本研究の数値計算例では活用しなかったが、補論3では、元本復活率が償還時点の株価に依存するモデルを説明している。

3. 実証分析

本節では、市場価格から算出された CoCo 債のベイルイン確率の結果を議論する。具体的には、ベイルイン確率を CDS から算出されるデフォルト確率と比較し、銀行の資本健全性の変化に対し、ベイルイン確率の方がより鋭敏に反応することを示す。さらに、ベイルインした後にさらに進んでデフォルトする確率について推計し、CoCo 債の損失吸収バッファとしての役割を投資家がどのように評価しているかを確認する。このほか、地域ごとのベイルイン確率の主成分分析や金融機関ごとのベイルイン確率の期間構造についても議論する。

(1) 早期警戒指標としてのベイルイン確率

まず、CoCo 債スプレッドから算出されるベイルイン確率を、その発行体の CDS

 も、クーポンの割引現在価値は元本償還の割引現在価値と比べ小さく、その影響は限定的だと考えられる。

から算出されるデフォルト確率と比較し、金融機関の資本健全性が意識される局面において、バイルイン確率の方が鋭敏に反応することを確認する。

図 6 は、欧州の G-SIBs について、CoCo 債から観測されるバイルイン確率と CDS から観測されるデフォルト確率を比較したものである。図 6 は、バイルイン確率（実線またはバンド）とデフォルト確率（破線）を示しており、それら確率の変化に大きな影響を与えたと考えられるイベントを丸で示した。これをみると、2014 年 10 月の欧州中央銀行によるストレス・テストの結果公表日や、2016 年 2 月のドイツ銀行ショックにおいて、バイルイン確率とデフォルト確率の反応が大きく異なっていることが確認できる^{11, 12, 13}。こうした結果から、バイルイン確率は個別金融機関だけでなく、金融危機の早期警戒指標としても活用できる可能性がある¹⁴。

一方、2016 年 6 月末の英国の欧州連合離脱にかかる国民投票のようなイベントでは、反応に大きな差はみられなかった。これは、銀行資本が大きく毀損し、CoCo 債が損失を吸収しきれず、銀行がデフォルトする可能性が強く意識されたことを示していると考えられる。

(2) 金融機関のデフォルト・リスクを減少させる手段としての CoCo 債発行

銀行が CoCo 債の発行を増やせば、CoCo 債による損失吸収能力が大きくなり、その銀行はよりデフォルトしにくくなると考えられる。この仮説を検証するために、CoCo 債がバイルインした条件のもとで、さらにデフォルトが発生する条件付き確率を算出し、発行体ごとの CoCo 債発行残高の推移と比較した。

この条件付き確率は、デフォルトが発生する場合には、当然バイルインが発生する条件は満たされているという事実 ($P(\text{Bail-in}|\text{Default}) = 1$) を用いれば、バイル

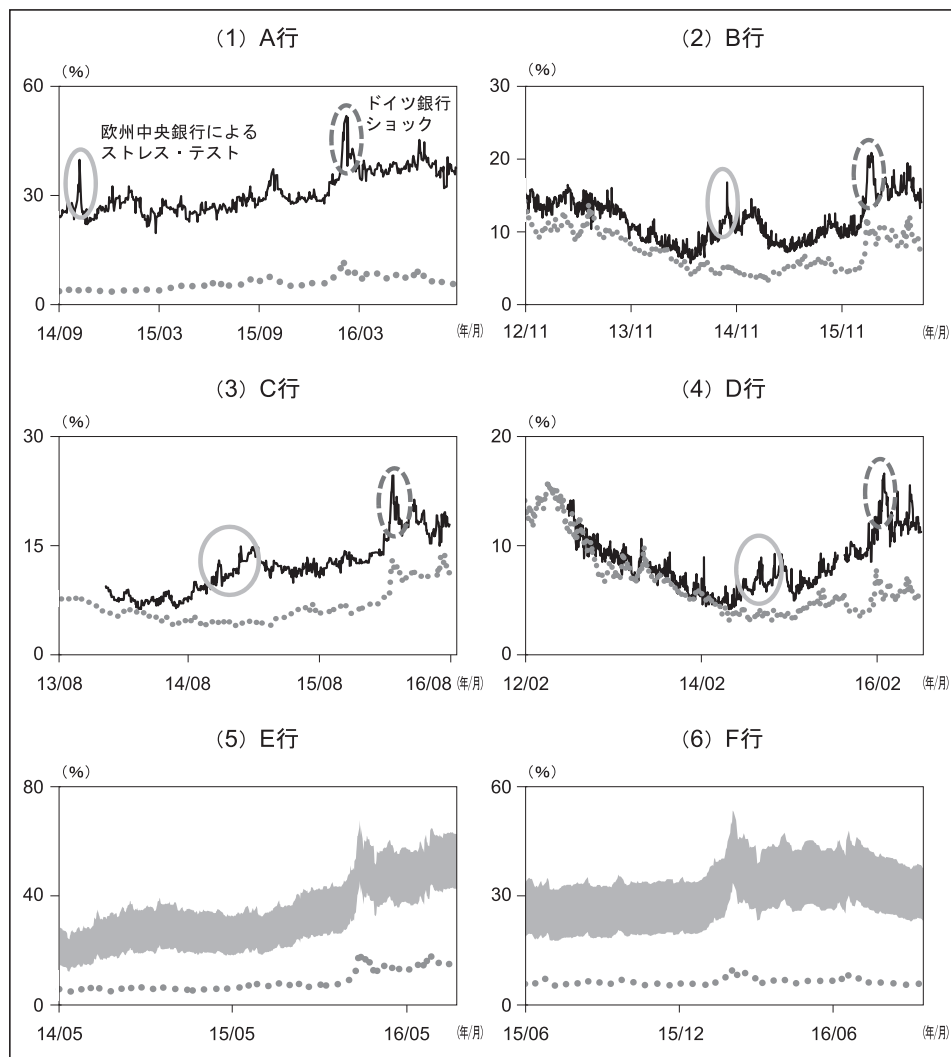
11 バイルイン確率の変化要因は、その発行体に起因するものと、他の金融機関に起因するものが考えられる。後者の要因を分離するには、バイルイン確率を金融システム全体にわたって評価することが必要となる。ティック・データを用いて、バイルイン確率を高頻度に推計することで、バイルイン確率の変化要因が分解できる可能性がある。また、バイルイン確率変化における、他の金融機関による要因が分解できれば、金融ネットワーク上における金融機関同士の関係性の強さについて、新たな知見が得られる可能性がある。

12 バイルイン確率は、格付け機関による CoCo 債の格付け変更からも影響を受ける可能性がある。こうした格付け変化とバイルイン確率変化の因果関係の分析も、将来の研究として考えられる。

13 バイルイン確率は、金融機関による秩序ある破綻に向けた計画書の提出からも影響を受ける可能性があるが、効果についてはさまざまな可能性が考えられる。例えば、同計画書の提出により、バイルインが速やかに行われると想起される場合、バイルイン確率は上昇する一方、金融機関のリスク管理能力が高いと評価される場合には、同確率は低下すると考えられる。

14 現在のところ、実際にバイルインが発生したときのデータの蓄積は不十分であることから、統計的過誤等を用いたバイルイン確率の早期警戒指標としての有効性評価は難しい。

図6 欧州のG-SIBsのベイルイン確率とデフォルト確率の推計結果

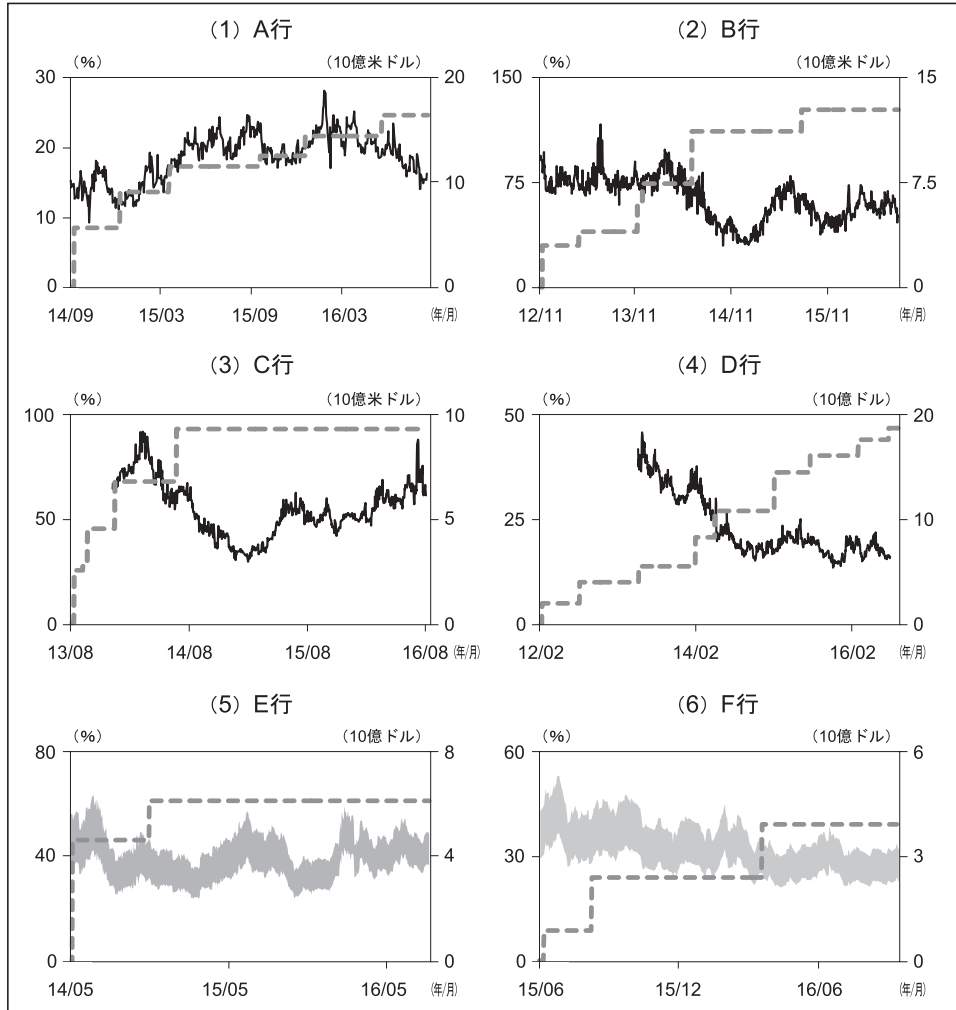


イン確率とデフォルト確率の比で表される。

$$P(\text{Default} | \text{Bail-in}) = \frac{P(\text{Bail-in} | \text{Default}) \times P(\text{Default})}{P(\text{Bail-in})} = \frac{P(\text{Default})}{P(\text{Bail-in})} \quad (10)$$

図7は、欧州のG-SIBsについて、この条件付きのデフォルト確率を示したものである。実線またはバンドが条件付き確率を、破線が累積発行残高を表す。この結果をみると、CoCo債を比較的頻繁に発行している金融機関（B行、D行、F行）につ

図7 バイルインで救済されてもお残されるデフォルト確率と CoCo 債の累積発行残高



備考：CoCo 債の累積発行残高は、米ドル換算したもの。

いては、この条件付きデフォルト確率が低下する傾向にある¹⁵。この結果は、CoCo 債の発行は、損失吸収バッファを増加させることによって、金融機関をデフォル

.....
 15 バイルイン後にデフォルトする条件付き確率は、CoCo 債等による損失吸収バッファの量だけではなく、発行体の保有するリスク資産の量からも影響を受ける。よって、同条件付き確率をモニタリングすることで、金融監督当局は各金融機関にとって必要な損失吸収バッファの量を分析できる可能性がある。同条件付き確率に、損失吸収バッファとリスク資産の量の変化が与えた影響の定量分析は、将来の研究として考えられる。

トしにくくすると投資家が考えていることを示している。これらの結果は、バーゼル III において CoCo 債を導入した目的と整合的である。また、別のアプローチで同様の分析を行った Neuberg *et al.* [2016] や Avdjiev *et al.* [2017] の結果とも整合的である。

(3) システミック・リスク分析への応用：地域別主成分分析

バイルイン確率の地域ごとの共通要因を抽出することで、マクロブルーデンス分析、とりわけシステミック・リスク分析にとって有益な情報を抽出できる可能性がある。そこで、G-SIBs が多く所在する欧州地域と、日本について主成分分析を行い、その結果を比較した。欧州地域の分析には、英国、フランス、ドイツとスイスの G-SIBs が含まれる。中国についてはデータ不足から主成分分析はできなかったが、参考までに中国の個別行の CoCo 債 1 銘柄のバイルイン確率を掲載している。また、各バイルイン確率の水準の違いによる影響を除くため、主成分分析はバイルイン確率の水準ではなく変化率（対数差）を用いて実施した。

図 8 に示したとおり、日本の主成分分析結果は、欧州地域と比べ、水準が大幅に低く、また変動も小さいものとなった¹⁶。これは、日本の G-SIBs の財務が、欧州の G-SIBs のそれと比較して健全であると投資家が見込んでいると考えられるほか、投資家の利回り追求の動きが、日本においてより顕著であり、日本の G-SIBs が発行する CoCo 債に対する需要がより強いためとも考えられる。

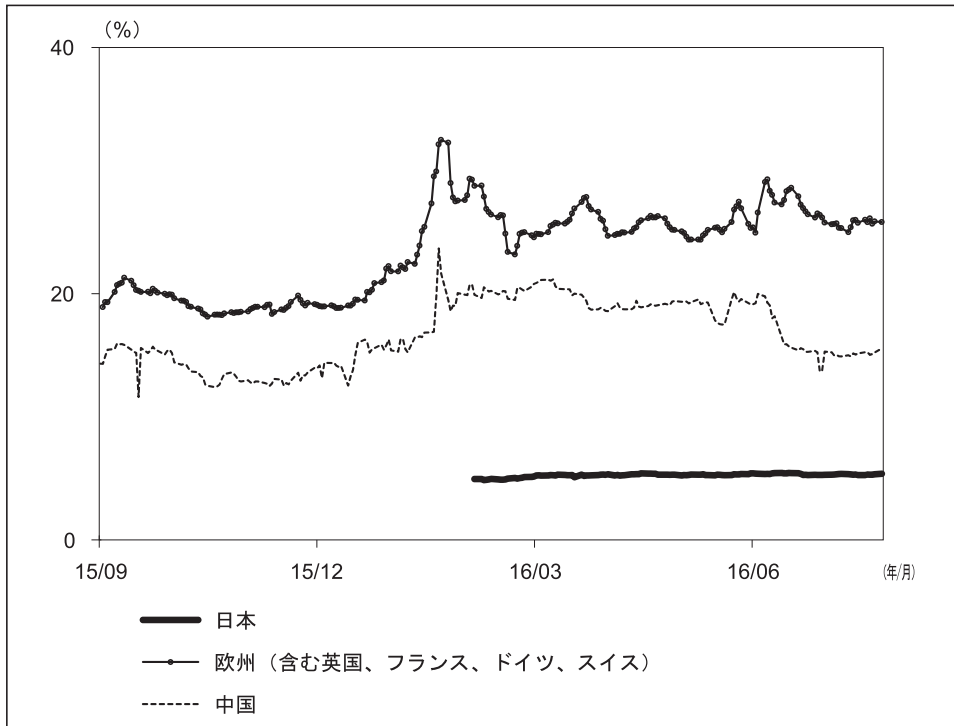
本研究ではデータの制約から実施できなかったが、将来的な研究の発展として、ドイツ等の欧州中核国とイタリア等の周縁国との比較、G-SIBs の追加的な損失吸収力の程度ごとの比較が考えられる。また、各国の金融監督当局の観点からは、共通要因ではなく、むしろそれを除外した個別行要因や地域要因に重要な情報が含まれていると考えられ、それらの分析も興味深い応用として挙げられる。

(4) バイルイン確率の期間構造を利用した早期警戒指標の可能性

以上の分析では、発行体が 5 年以内にバイルインする確率を算出してきた。固定期間のバイルイン確率は、異なる発行体同士の比較や、CDS によるデフォルト確率との比較が可能という利点があるものの、おのおの CoCo 債の残存期間に関する情報が活用できていない。トリガーとなるコア Tier1 比率や発行通貨等、似たよう

.....
16 地域ごとの水準の差は、含まれる CoCo 債の残存期間構成に影響を受けるが、その影響を考慮しても、日本のバイルイン確率は欧州と比べ大幅に低いと考えられる。

図 8 バイルイン確率の地域別主成分分析結果

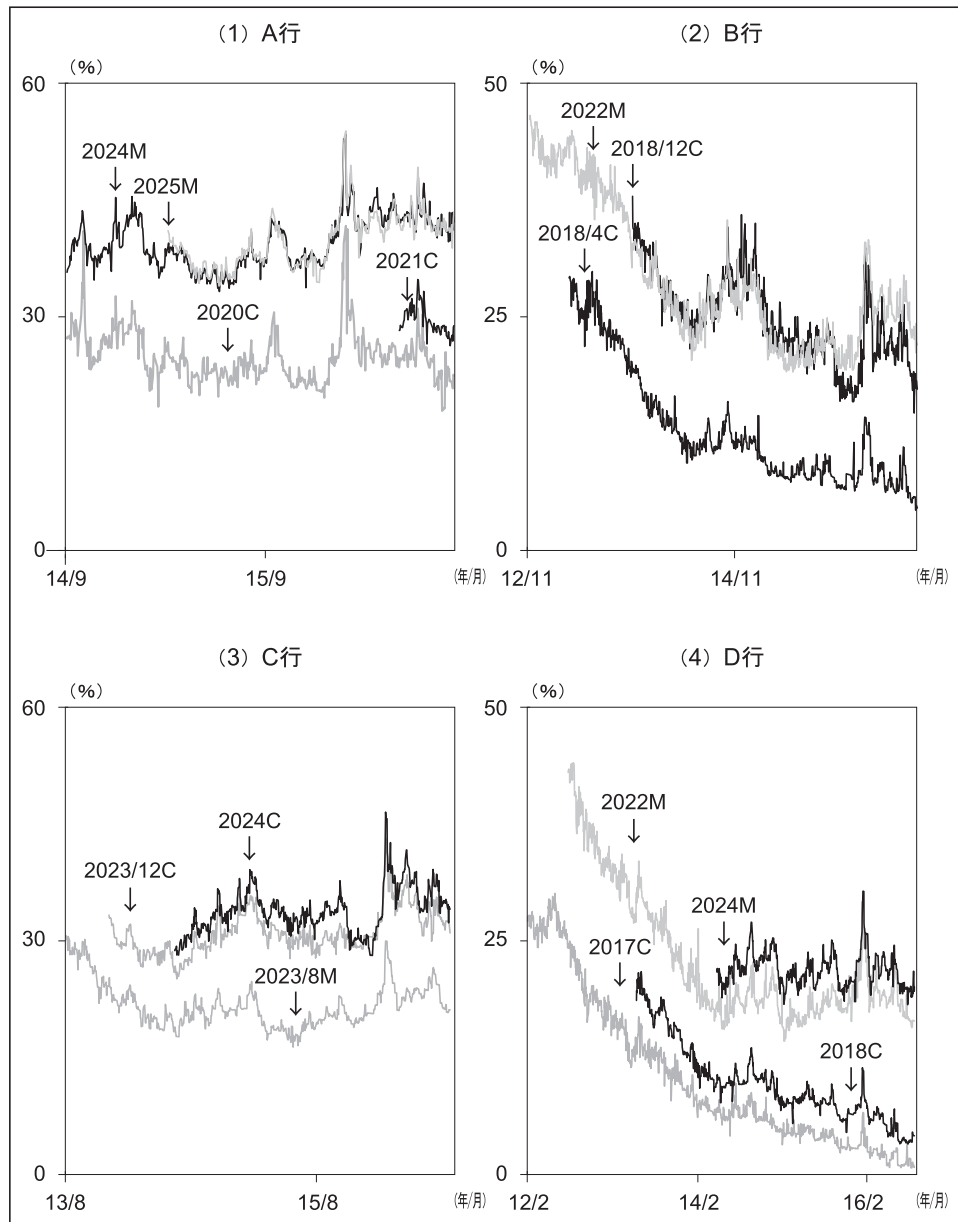


な条件で発行された同一の発行体の複数の CoCo 債について、償還時期までのバイルイン確率を算出することで、バイルイン確率の期間構造が把握できる (図 9)。

こうして得られた期間構造の応用例として投資家が先行きバイルインが発生しやすいと見込む時期 (バイルイン時刻) の推計が挙げられる。CDS の期間構造に対しても、同様にデフォルト時刻の推計ができる。図 10 に D 行のバイルイン確率とデフォルト確率の期間構造を示す。実線がバイルイン確率をスプライン補間したもの、破線がデフォルト確率をスプライン補間したものである。また、これらの各期間の差分をとることで、その期間 (本研究では 0.1 年間) に発生するバイルイン確率とデフォルト確率を算出できる。これがバイルイン時刻とデフォルト時刻の確率分布となっており、図 11 にその結果を示している。実線がバイルイン時刻の確率分布、破線がデフォルト時刻の確率分布であり、本研究では、各確率が最大値となる時刻を単にバイルイン時刻、デフォルト時刻と呼んで以下議論する。図 11 をみると、バイルイン時刻が 4.7 年、デフォルト時刻が 10 年程度と推計されており、バイルイン時刻とデフォルト時刻の差は、CoCo 債の損失吸収能力を示す指標の 1 つと考えることができる。

さらに、バイルイン時刻の推移をみることで、投資家のバイルインに対する見方

図9 欧州のG-SIBsのバイルイン確率の期間構造



備考：各系列のラベルは、償還時期と償還タイプ（Mは満期型、Cはコーラブル型）を表す。各行において、償還年が同一なものは、償還月もあわせて表す。

の時間的変化を捉えることができる。図12は、2016年2月9日に発生したドイツ銀行ショックによってD行のバイルイン確率の期間構造がどのように変化した

図 10 D 行のバイルイン確率とデフォルト確率の期間構造

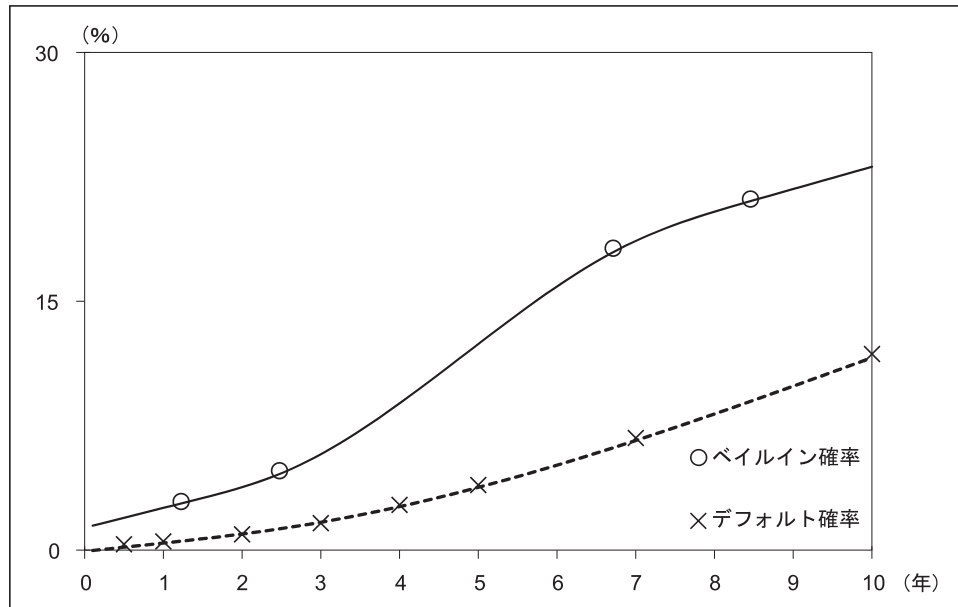


図 11 D 行のバイルイン時刻とデフォルト時刻の確率分布

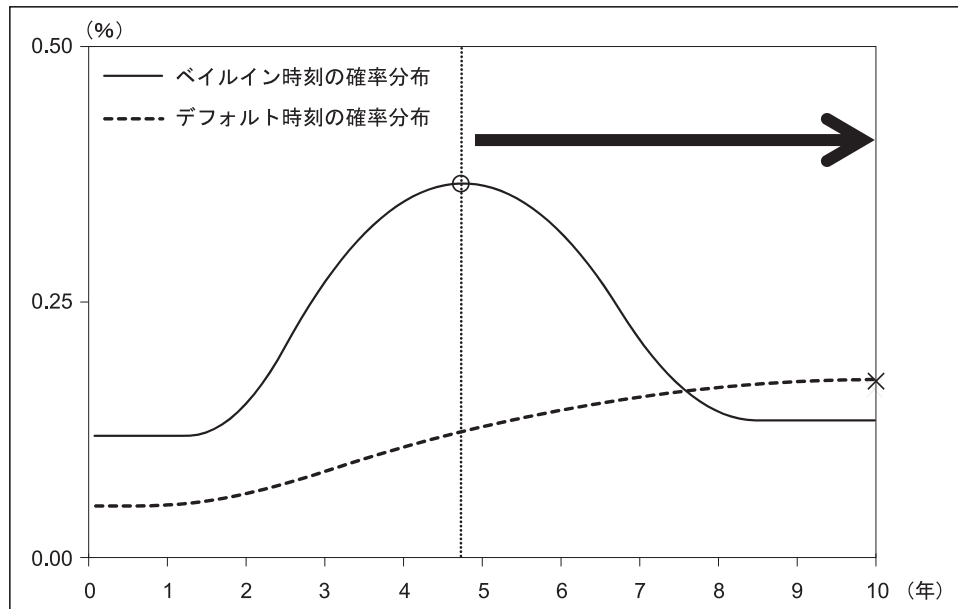


図 12 ドイツ銀行ショック前後における D 行のバイルイン確率の期間構造

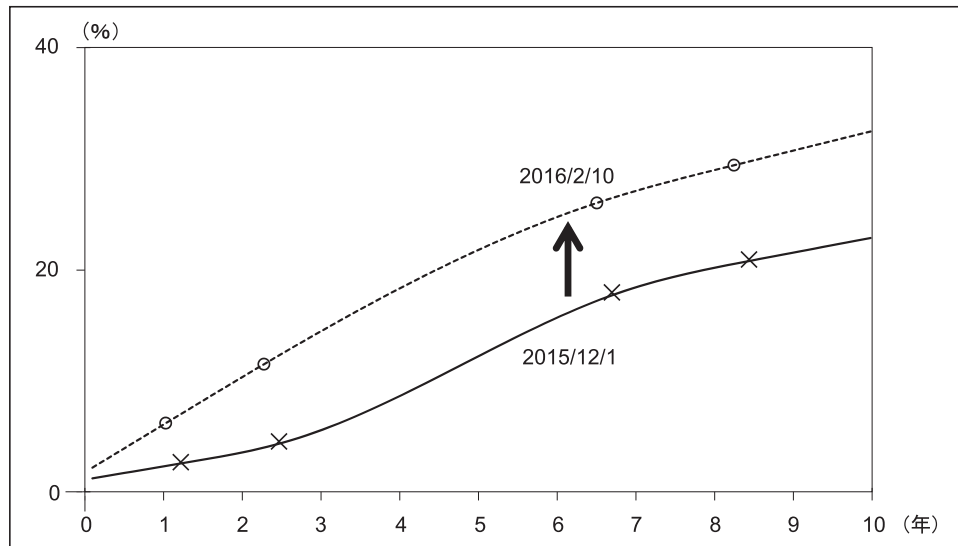
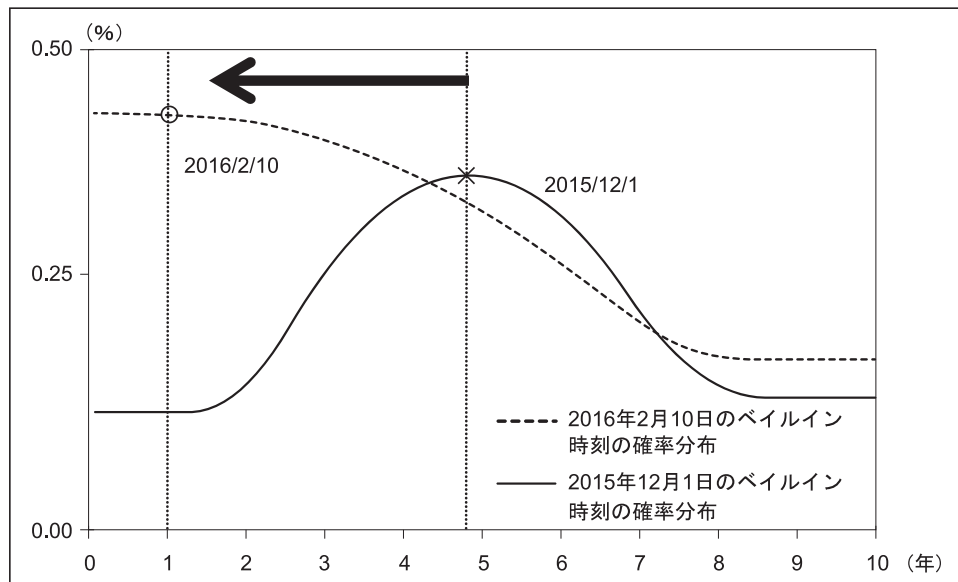


図 13 ドイツ銀行ショック前後における D 行のバイルイン時刻の確率分布



かを示している。比較対象として、同ショックの直前 3 ヶ月の間に、バイルイン時刻が最も長いと推計された 12 月 1 日との比較を行った。実線がショック前（12 月 1 日）のバイルイン確率を、破線がショック後（2 月 10 日）のバイルイン確率をそれぞれ示している。これらから推計されたバイルイン時刻の確率分布を図 13

に示している。実線がショック前（12月1日）のバイルイン時刻の確率分布、破線がショック後（2月10日）のバイルイン時刻の確率分布である。この結果から、ショック前（12月1日）にはバイルイン時刻は4.7年と推計されていたが、ショック後には1年と推計され、バイルインまでの時間が大幅に短くなっていたことがわかる。ドイツ銀行ショックによって、投資家がバイルインをよりリアリティのある課題として認識したことを反映していると考えられる。

現時点では、同一発行体が似たような商品性で発行している CoCo 債の銘柄数が限られているため、これ以上詳細な期間構造を分析することはできない。将来、CoCo 債の発行銘柄数がさらに増加すれば、バイルイン確率の期間構造は、投資家が見込む銀行の損失吸収バッファの時間的推移について、有益な情報をもたらすと考えられる。

4. おわりに

本研究では、CoCo 債市場から金融機関のバイルイン確率を推計する手法を提示するとともに、実際の市場データを用いて実証分析を行った。また、実際に発行されている CoCo 債の多用な商品性に対応するために、過去に開発されたプライシング・モデルの拡張を行った。本研究は、CoCo 債市場から発行体のバイルイン確率を、複数の商品性、複数の発行体、および時系列方向に対し、包括的に分析した初めての研究である。

本研究の主な結果は以下のとおりである。第1に、CoCo 債のバイルイン確率は、CDS から算出されるデフォルト確率と比べ、金融機関の資本健全性が意識される局面で鋭敏に反応する。これは、バイルイン確率が、金融危機の早期警戒指標として活用できる可能性があることを示唆している。

第2に、CoCo 債の累積発行残高が増加すると、発行体のデフォルト確率（バイルインで資本注入された場合に、さらにデフォルトにまで発展する確率）が低下する傾向があることがわかった。この結果は、CoCo 債の累積発行残高の増加により、発行体がデフォルトしにくくなると投資家が考えていることを示している。この結果は、バーゼル III における CoCo 債の導入目的と整合的である。

さらに、発行体の地域別主成分分析から、日本のバイルイン確率の共通主成分は、欧州と比較してかなり低いことが示された。この結果から、日本の金融機関の資本の健全性が相対的に頑健であると投資家が考えていることや、投資家の利回り追求の動きが、日本においてより顕著であることが示唆される。

最後に、今後の発展について述べる。まず、本研究では、データの蓄積不足により、複数の金融機関を対象として、バイルイン確率の期間構造を分析できなかつ

た。将来的に1金融機関当たりのCoCo債発行銘柄数が増えれば、より多くの金融機関のバイルイン確率の期間構造の分析が可能となり、バイルイン時刻の比較が可能となるだろう。また、バイルイン確率の期間構造分析に関して、本研究で示したようなスプライン補間で援用する方法でなく、プライシング・モデルで包括的に評価するためには、今回使用したモデルにジャンプ項を追加する必要がある。ジャンプ項の追加により、株価の急落を表現できるため、短期のバイルイン確率をより厳密に表現できるようになる。最後に、本研究では、CoCo債のみのバイルイン確率の推計を行ったが、本研究の手法は、現在発行が増加しているTLAC債のバイルイン確率にも応用できる可能性がある。TLAC債のトリガーは、金融機関の実質破綻であるため、TLAC債のバイルイン確率は、CoCo債と比較すると早期警戒指標としての意味は弱くなると考えられるものの、CoCo債と合わせて包括的に評価することによって、ブルーデンス分析の有効性をさらに高めることができると考えられる。

参考文献

- Albul, Boris, Dwight M. Jaffee, and Alexei Tchisty, “Contingent Convertible Bonds and Capital Structure Decisions,” 2015 (available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2772612> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2772612>).
- Avdjiev, Stefan, Bilyana Bogdanova, Patrick Bolton, Wei Jiang, and Anastasia Kartasheva, “CoCo Issuance and Bank Fragility,” NBER Working Paper No. 23999, the National Bureau of Economic Research, 2017.
- Black, Fischer, and John C. Cox, “Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions,” *The Journal of Finance*, 31(2), 1976, pp. 351–367.
- Brigo, Damiano, Joao Garcia, and Nicola Pede, “Coco Bonds Valuation with Equity- and Credit-Calibrated First Passage Structural Models,” 2013 (available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2225545> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2225545>).
- Cheridito, Patrick, and Zhikai Xu, “A Reduced Form CoCo Model with Deterministic Conversion Intensity,” 2014 (available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2254403> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2254403>).
- Chung, Tsz-Kin, and Yue-Kuen Kwok, “Enhanced Equity-Credit Modelling for Contingent Convertibles,” *Quantitative Finance*, 16(10), 2016, pp. 1511–1527.
- Corcuera, José M., Jan De Spiegeleer, Albert Ferreiro-Castilla, Andreas E. Kyprianou, Dilip B. Madan, and Wim Schoutens, “Pricing of Contingent Convertibles under Smile Conform Models,” *Journal of Credit Risk*, 9(3), 2013, pp. 121–140.
- De Spiegeleer, Jan, Jan Dhaene, and Wim Schoutens, “Swiss Re’s \$750m Solvency Trigger Coco Is Much Riskier than It Seems,” *Creditflux*, 2013.
- , Stephan Höcht, Ine Marquet, and Wim Schoutens, “CoCo Bonds and Implied CET1 Volatility,” *Quantitative Finance*, 17(6), 2017, pp. 813–824.
- , and Wim Schoutens, “Pricing Contingent Convertibles: A Derivatives Approach,” *Journal of Derivatives*, 20(2), 2012, pp. 27–36.
- , and ———, “CoCo Bonds with Extension Risk,” *Wilmott*, 71, 2014, pp. 78–91.
- Di Persio, Luca, Michele Bonollo, and Luca Prezioso, “Implicit Trigger Price Determination for Contingent Convertible Bond,” *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 106(3), 2016, pp. 769–789.
- Dufour Partanen, Bianca, “On the Valuation of Contingent Convertibles (CoCos): Analytically Tractable First Passage Time Model for Pricing AT1 CoCos,” Master’s Thesis, Royal Institute of Technology, 2016.
- Erismann, Marc, “Pricing Contingent Convertible Capital—A Theoretical and Empirical Analysis of Selected Pricing Models,” PhD diss., University of St. Gallen, 2015.
- Glasserman, Paul, and Behzad Nouri, “Contingent Capital with a Capital-Ratio Trigger,”

- Management Science*, 58(10), 2012, pp. 1816–1833.
- Henriques, Roberto, and Saul Doctor, “Making Cocos Work,” JP Morgan: Europe Credit Research, 2011.
- Kamada, Koichiro, “Understanding Contingent Capital,” Bank of Japan Working Paper Series No. 10-E-9, 2010.
- Madan, Dilip B., and Wim Schoutens, “Conic Coconuts: The Pricing of Contingent Capital Notes Using Conic Finance,” *Mathematics and Financial Economics*, 4(2), 2011, pp. 87–106.
- Neuberg, Richard, Paul Glasserman, Benjamin Kay, and Sriram Rajan, “The Market Implied Probability of European Government Intervention in Distressed Banks,” Office of Financial Research Working Paper 16-10, 2016.
- Pennacchi, George, “A Structural Model of Contingent Bank Capital,” Federal Reserve Bank of Cleveland Working Paper 10-04, 2010.
- , and Alexei Tchisti, “A Reexamination of Contingent Convertibles with Stock Price Triggers,” 2015 (available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2773335> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2773335>).
- Ritzema, Berend Pieter, “Understanding Additional Tier 1 CoCo Bond Prices Using First-Passage Time Models,” Master’s Thesis, Erasmus Universiteit Rotterdam, 2015.
- Serjantov, Andrei, “On Practical Pricing Hybrid Capital Securities,” Presentation at Global Derivatives Trading and Risk Management, 2011.
- Song, Dandan, and Zhaojun Yang, “Contingent Capital, Real Options, and Agency Costs,” *International Review of Finance*, 16(1), 2016, pp. 3–40.
- Stamcar, Robert, “CoCo Risk: Practical Approaches to Measuring Risk,” Working Paper, Axioma, 2016.
- Su, Lujing, and Marc O. Rieger, “How Likely Is It to Hit a Barrier? Theoretical and Empirical Estimates,” Working Paper No. 594, National Centre of Competence in Research Financial Valuation and Risk Management, 2009.
- Sundaresan, Suresh, and Zhenyu Wang, “On the Design of Contingent Capital with a Market Trigger,” *The Journal of Finance*, 70(2), 2015, pp. 881–920.
- Teneberg, Henrik, “Pricing Contingent Convertibles Using an Equity Derivatives Jump Diffusion Approach,” Master’s Thesis, Royal Institute of Technology, 2012.
- Vullings, Daniël, “Contingent Convertible Bonds with Floating Coupon Payments: Fixing the Equilibrium Problem,” DNB Working Paper No. 517, 2016.
- Wilkens, Sascha, and Nastja Bethke, “Contingent Convertible (CoCo) Bonds: A First Empirical Assessment of Selected Pricing Models,” *Financial Analysts Journal*, 70(2), 2014, pp. 59–77.

補論 1. CDS 価格からインプライド・ボラティリティを推計する方法

CoCo 債のトリガー・イベントが発生したとき、同債の発行体の資本は大きく毀損しており、発行体の株価のボラティリティは平時と比べ高くなっていると考えられる。このため、ヒストリカル・ボラティリティを用いて CoCo 債のバイルイン確率を推計すると、確率を低く見積もってしまう可能性がある。Henriques and Doctor [2011] は、金融機関がデフォルトする際の株価水準に仮定を置き（現時点の株価の 5% まで減価するとデフォルトする）、CDS から株価のインプライド・ボラティリティを推計する手法を提案した。この手法は、CoCo 債のクレジット・デリバティブ・アプローチと同様に、CDS をバリア・オプションの一種とみなし、株価が現在株価の 5% に下落したときにデフォルトが発生することをモデル化する。(4) 式と同様の考え方から、デフォルト発生時のトリガー株価を S_D とすると、CDS のデフォルト確率 P_D は、以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 P_D &= N\left[\frac{\ln(S_D/S) - \mu T}{\sigma_D \sqrt{T}}\right] + \left(\frac{S_D}{S}\right)^{2\mu/\sigma_D^2} N\left[\frac{\ln(S_D/S) + \mu T}{\sigma_D \sqrt{T}}\right] \\
 &= N\left[\frac{\ln(0.05) - \mu T}{\sigma_D \sqrt{T}}\right] + (0.05)^{2\mu/\sigma_D^2} N\left[\frac{\ln(0.05) + \mu T}{\sigma_D \sqrt{T}}\right]. \quad (\text{A-1})
 \end{aligned}$$

また、(1) 式と同様の考え方で、CDS スプレッドは $CS_{CDS} = Loss_{CDS} \times \lambda_{CDS}$ と表せる。ここで、 $Loss_{CDS}$ は慣例に従い 60% と設定し、(3) 式と同様の考え方で、 $\lambda_{CDS} = -\ln(1 - P_D)/T$ と表せることを用いると、インプライド・ボラティリティ σ_D を推計できる。

補論 2. 転換株価が事前に定まっていない CoCo 債のバイルイン確率

株式転換型の CoCo 債には、転換株価がトリガー・イベントの発生する X 日前に設定されるものが存在する。つまり、こうした CoCo 債では、転換株価が予め定まっていない。このとき、この CoCo 債の転換株価は、トリガー株価の関数だと考えられる。ここで、転換株価はトリガー株価の Value at Risk の 99%点であると仮定すれば、以下のように表せる。

$$C_P = H \left(1 + 2.33\sigma \sqrt{\frac{X}{260}} \right). \quad (\text{A-2})$$

この転換株価を用いると、損失率が非常に小さくなる傾向にあるため、CoCo 債スプレッドが非常に小さくない限り、バイルイン確率はほぼ 100%になってしまう。そこで、株式転換後の株式の希薄化の効果を考えると、損失率は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} \text{Loss}_{\text{CoCo, with dilution}} &\rightarrow 1 - \frac{H}{C_P} \times \frac{\text{\#of issued stocks}}{\text{\#of issued stocks} + \text{\#of converted stocks}} \\ \text{where \# of converted stocks} &= \frac{\text{Total volume of the CoCo}}{C_P}. \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

(1) 式に、この損失率を代入し、市場価格で最適化することで、転換株価が定まっていない CoCo 債のバイルイン確率を推計することができる。

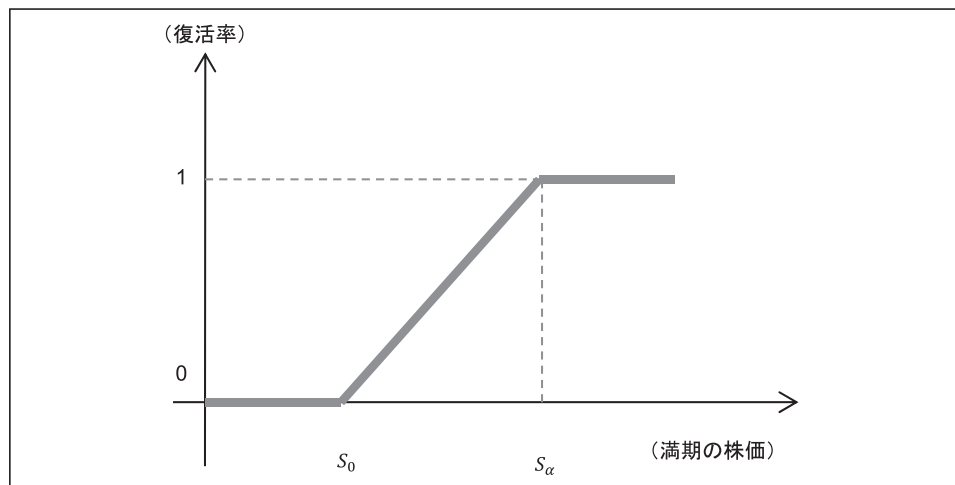
補論 3. 復活率が変動する一時元本削減型の CoCo 債のバイルイン確率

一時元本削減型の CoCo 債では、元本が復活した際の元本の復活率が、発行体金融機関の資本健全性に依存する可能性がある。本研究では、復活率は償還時点の発行体株価に比例して回復すると仮定した手法を考案した。具体的には、償還時点の株価 S_T と元本が復活する株価水準 S_0 を用いて、復活率は $(S_T - S_0)/S_0$ に比例した $\alpha(S_T - S_0)/S_0$ に等しいと考えた¹⁷。また、復活率は 1 を超えないと仮定した。ここで α は比例係数であり、0 から 1 の間の値を取る。このとき、一時元本削減型の CoCo 債のペイオフは以下のように表される (図 A-1)。

$$Payoff = \begin{cases} 1 & \text{for } \tau > T \text{ (case 1),} \\ \max\left[\alpha\left(\frac{S_T - S_0}{S_0}\right), 0\right] - \max\left[\alpha\left(\frac{S_T - S_\alpha}{S_0}\right), 0\right] & \text{for } \tau \leq T \text{ (case 2),} \\ 0 & \text{for } \tau \leq T, S_T < S_0 \text{ (case 3).} \end{cases} \quad (\text{A-4})$$

ここで、 $S_\alpha = (1 + 1/\alpha)S_0$ であり、 τ はトリガー株価への初回の接触時間を表し、以

図 A-1 一時元本削減型 CoCo 債 (変動復活率) のペイオフ関数



.....
 17 本研究では、元本が復活する株価水準 S_0 を一般的な形で記述しているが、実際にバイルイン確率を求める際には、CoCo 債の発行時株価とすることや CoCo 債のトリガー株価 H として計算すること等が考えられる。また、 α は具体的に 1 として計算すること等が考えられる。

下のように表示する。

$$\tau = \min \{t > 0 | S_t < H\}. \quad (\text{A-5})$$

上記のペイオフにおいて Case 1 は、CoCo 債が一度も元本が削減されず、償還を迎えた場合を表している。また、Case 2 は、償還までに元本が一時的に削減され、その後復活した場合を表す。このとき、仮定により復活率は $\alpha(S_T - S_0)/S_0$ となる。この第 1 項目の max 関数により復活率が正であるように、第 2 項目により復活率が 1 以下になるように、それぞれ制限をかけている。Case 3 では、償還時点で元本が削減されており、復活率が 0 となっている¹⁸。

$$0 \leq \max \left[\alpha \left(\frac{S_T - S_0}{S_0} \right), 0 \right] - \max \left[\alpha \left(\frac{S_T - S_\alpha}{S_0} \right), 0 \right] \leq 1. \quad (\text{A-6})$$

この関数が常に最小値の 0 をとるとき、ペイオフ関数は永久元本削減型の CoCo 債のものと一致する。また、この関数が常に最大値の 1 をとるとき、ペイオフ関数は (6) 式のように復活率が常に 1 となる。このため、このモデルによる CoCo 債スプレッドは (7) 式の条件を満たす。

次に、各ペイオフの期待値から計算したスプレッドは、割引現在価値を p として、下記のとおりになる。まず、 p の第 1 項は、トリガー株価を H としたときにトリガーに到達しない確率を割り引いたもの、第 2、3 項は、トリガー株価が H 、行使価格が S_0 のダウン・イン・コール・オプションの価格を調整したもの、第 4、5 項はトリガー株価が H 、行使価格が S_α のダウン・イン・コール・オプション価格を調整したものと一致する。よって、下記のように CoCo 債スプレッドを表すことができる。

$$CS_{CoCo}(H) \equiv -\frac{\ln p}{T} - r,$$

$$p = e^{-rT} \left\{ 1 - N \left[\frac{\ln \left(\frac{H}{S} \right) - \mu T}{\sigma \sqrt{T}} \right] - \left(\frac{H}{S} \right)^{\frac{2\mu}{\sigma^2}} N \left[\frac{\ln \left(\frac{H}{S} \right) + \mu T}{\sigma \sqrt{T}} \right] \right\}$$

$$+ \frac{\alpha S}{S_0} \left(\frac{H}{S} \right)^{\frac{2\mu}{\sigma^2} + 2} N \left[\frac{\ln \left[\frac{H^2}{S S_0} \right] + (\mu + \sigma^2) T}{\sigma \sqrt{T}} \right]$$

$$- \alpha e^{-rT} \left(\frac{H}{S} \right)^{\frac{2\mu}{\sigma^2}} N \left[\frac{\ln \left[\frac{H^2}{S S_0} \right] + \mu T}{\sigma \sqrt{T}} \right]$$

.....
18 Case 3 は Case 2 の特殊な場合である。したがって、以下では Case 1 と Case 2 のみを考慮する。

$$\begin{aligned}
& -\frac{\alpha S}{S_0} \left(\frac{H}{S}\right)^{\frac{2\mu}{\sigma^2}+2} N \left[\frac{\ln \left[\frac{H^2}{S S_\alpha} \right] + (\mu + \sigma^2)T}{\sigma \sqrt{T}} \right] \\
& + \alpha \frac{e^{-rT} S_\alpha}{S_0} \left(\frac{H}{S}\right)^{\frac{2\mu}{\sigma^2}} N \left[\frac{\ln \left[\frac{H^2}{S S_0} \right] + \mu T}{\sigma \sqrt{T}} \right]. \tag{A-7}
\end{aligned}$$

この式から導出される理論的なスプレッドとマーケット・データの誤差が最小となるような H を推計し、その H を (4) 式に代入することで、一時元本削減型におけるバイルイン確率を推計できる。

