

システミック・リスク指標に関する サーベイ：手法の整理と わが国への適用可能性

うちだ よしひこ きくち けんたろう にわ ふみのり はっとり あきお
内田善彦／菊池健太郎／丹羽文紀／服部彰夫

要 旨

本稿では、金融システムの安定性に関する定量分析手法の中でも、特に、近年精力的に開発が進められているシステミック・リスク指標に焦点を絞り、その概要を説明したうえで、わが国のデータに基づいた計測を行う。システミック・リスク指標は、依然として発展途上であり、いくつかの限界が存在する。しかし、本稿の分析結果は、システミック・リスク指標は、金融システムを巡る頑健性をリアルタイムで把握するために有益な手段であり、金融システム・モニタリングを行っていくうえでの強力なツールになることを示している。

キーワード： システミック・リスク、リスク指標、早期警戒指標、ストレステスト、シナリオ分析、マクロ・プルーデンス、金融危機

.....
本稿の作成に当たっては、渡部敏明教授（一橋大学）ならびに日本銀行スタッフから有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。ただし、本稿に示されている意見は、筆者たち個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者たち個人に属する。

内田善彦 日本銀行金融研究所企画役（E-mail: yoshihiko.uchida@boj.or.jp）
菊池健太郎 日本銀行金融研究所企画役補佐
（現 滋賀大学経済学部講師、
E-mail: kentaro-kikuchi@biwako.shiga-u.ac.jp）
丹羽文紀 日本銀行金融研究所企画役補佐
（現 金融市場局企画役補佐、E-mail: fuminori.niwa@boj.or.jp）
服部彰夫 日本銀行金融研究所（E-mail: akio.hattori@boj.or.jp）

1. はじめに

2007～08年の金融危機は、米国のサブプライム住宅ローンのデフォルト率上昇が引き金となった。当該金融危機は、当初、サブプライム住宅ローンを裏付け資産として組み込んだ証券化商品の価格の急落や流動性の低下に伴い、それらを構成していた金融機関等に対する信用不安が拡大した結果として、当該金融機関の資金調達が困難化するという形で表面化した。しかし、それだけにとどまらず、その影響は金融システム全体の健全性が深刻な影響を受けるまでに広がりを見せた。この過程で、例えば金融機関の破綻に対する懸念の高まりは、資金流動性や市場流動性を低下させ、金融機関による金融仲介機能を著しく低下させた。さらには、金融仲介機能の低下が実体経済にも悪影響をもたらした。そのうえ、実体経済の悪化が金融仲介機能を低下させ、金融仲介機能の低下が実体経済のさらなる悪化をもたらすという負の連鎖も発生した。2009年の欧州ソブリン問題も、一部の国の財政悪化に対する懸念を発端に、その影響がさまざまなチャネルを通じて深刻化した。このときにみられた悪化幅やリスクの波及の様態は、当局や多くの市場関係者の事前の想定を超える広範かつ甚大なものであった。

こうした経験が契機となり、適切なマクロ・プルーデンス政策の重要性が強調され、それを受けて金融システムの安定性を定量評価する手法に関する研究が広がりを見せてきている。すなわち、先般の国際金融危機が示すように、システムミック・リスク¹の顕在化は、資産価格の大幅な上昇や下落、為替レートの大幅な減価といった経済環境の急変（以下、トリガー事象と呼ぶ）を契機に、金融システムの脆弱性がその悪影響を増幅させることによって発生し、トリガー事象と金融システムの脆弱性のどちらか一方が欠けても、その発生可能性は激減する。こうした経験を踏まえ、このところ、システムミック・リスクの顕在化の契機となるトリガー事象発生の蓋然性を観測するものと、金融システムの脆弱性の大きさを観測する、とい

.....
1 金融システムの安定が崩れるとき、「システムミック・リスク事象が顕在化した」と表現される場合が多い。しかし、システムミック・リスクという用語に関係者が合意している確定的な定義は今のところない。これは、システムミック・リスクの顕在化が、さまざまな形態をとり得ることに起因していると考えられる。この点について、国際機関による声明や中央銀行関係者による発言等をみると、「かなりの確率で、経済全般に甚大な悪影響を及ぼすような金融システムに対する信認の喪失や、不確実性の高まりを引き起こすイベントが発生するリスク」と、リスク事象を比較的包括的に捉えるものが多い（例えば Group of Ten [2001] では、システムミック・リスクを、“the risk that an event will trigger a loss of economic value or confidence in, and attendant increases in uncertainty about, a substantial portion of the financial system that is serious enough to quite probably have significant adverse effects on the real economy” と定義している）。これは、トリガー事象が実体経済に影響を及ぼし、それが金融セクターにフィードバックされるという金融と経済の負の相乗作用により、金融セクターの不安定化と経済の悪化が深刻化していくという、過去の金融危機においてしばしばみられた事象を踏まえたものといえる。

う 2 種類の研究が進められている²。このうち前者が早期警戒指標に関する研究であり、後者がシステミック・リスク指標に関する研究とマクロ・ストレステストに関する研究である。

早期警戒指標は、資産価格の大幅な上昇と下落など、トリガー事象が発生する 1~3 年前に、トリガー事象を予測する経済変数を見つけ出したうえで、その変数を指標化したものである。

システミック・リスク指標は、トリガー事象が発生した場合に、金融システムや経済セクター等に生じる悪影響の程度を、確率モデルを用いてリスク指標として計測するものである。

マクロ・ストレステストとは、あらかじめ設定したストレス・シナリオのもと、金融システムにどのような影響が生じるのかを検証する、シナリオ分析の 1 手法である。例えば、景気後退や市場金利の上昇といったシナリオが顕在化する際に、金融機関に発生する信用コストや有価証券損益等を期間収益で吸収することができるか、損失に対するバッファとして自己資本は十分な水準を維持しているか等を評価するものである³。

歴史を振り返ると、金融危機は、さまざまなトリガー事象を契機に、さまざまなルートを通じて発生してきた。例えば、ある銀行への取り付けが他の銀行に波及するケース、為替レートの大幅な減価により、金融機関の外貨建て負債に対する返済負担が急速に高まり、金融システムの安定が動揺したケース、資産価格の大幅な下落を契機に、金融機関の不良債権が増加する中で、金融機関の貸出姿勢の厳格化が景気の悪化を招き、それが更なる金融機関の健全性を悪化させたケース、金融機関の経営悪化に伴う政府の負担増を通じて、ソブリン・リスクが高まり、それが金融機関の経営悪化に拍車をかけたケースなどが実際に起こっている。

こうした経験を踏まえると、システミック・リスクの顕在化を回避し、金融システムの安定を維持するためには、包括的⁴かつ悉皆的⁵にリスクの評価を行ったう

2 実務面でも、将来に発生し得るシステミック・リスクの顕在化について、トリガー事象と金融システムの脆弱性それぞれから別個に分析すべきとの立場は広がりを見せつつある。例えば、Bernanke [2013] は、トリガー事象の発生だけでは、影響が広範に及ぶシステミック・リスクの顕在化に発展しえないとして、システミック・リスクに関するモニタリングではトリガー事象発生時の蓋然性と金融システムの脆弱性を区別する必要がある、とした。

3 マクロ・ストレステストでは、元となるシナリオを各経済指標の変化幅に対応づける際にマクロ経済モデルが用いられることが多い。もっとも、現時点で用いられているマクロ経済モデルは均衡まわりで線形化されたものがほとんどであるため、各経済指標の変化幅が非線形に広がるような事象を捉えることができていない、というのが実情である (Borio, Drehmann, and Tsatsaronis [2012])。なお、本稿ではマクロ経済モデルを用いたシナリオ作成手法の詳細には立ち入らず、早期警戒指標とシステミック・リスク指標のみをとりあげる。

4 トリガー事象発生時に生じるさまざまな状況変化を包括的に把握し悪影響の大きさを適切に評価できること。

5 ここでは、シナリオとしてのトリガー事象の抽出が悉皆的であること。

えて、対応策を立案し、実行に移す必要がある。その際、上記の早期警戒指標、システミック・リスク指標、マクロ・ストレステストのうち、どれか1つの方法を用いるのではなく、それぞれの長所を活かす形で適切に併用することが重要である。さらに、これらの手法には互いに異なる複数の計測手法が提案されており、それぞれの特徴を踏まえたうえで、分析結果を適切に併用することが必要となる。例えばシステミック・リスク指標では、さまざまな形態をとり得るシステミック・リスクに対応できるよう、多様な「トリガー事象」と「損失⁶」の組み合わせごとに多種類の指標が提案されており、複数の指標を複眼的に用いることで、リスク評価を包括かつ悉皆的なものに近づけることが可能となる。

本稿では、金融システムの安定性を定量評価する各種手法のうち、システミック・リスク指標に焦点を当て、個々の指標の基になっている考え方や計測手法について先行研究を使って紹介する。そのうえで、わが国のデータを用いてシステミック・リスク指標を実際に計測し、これらの指標が1990年代後半～2000年代前半のわが国の金融危機や2007年以降の世界的な金融危機に当たる時期にどのように推移したかを分析する。

本稿の構成は以下のとおりである。2節では、金融システムの安定性の定量分析手法に関する鳥瞰を示す。3節では、システミック・リスク指標に関する先行研究について、システミック・リスク顕在化の経路に焦点を当てた分類を行ったうえで、各指標の概要を個別に解説する。4節では、3節で紹介したシステミック・リスク指標について、わが国のデータに基づいた計測結果を示す。5節では、本稿のまとめを行う。なお、補論1では早期警戒指標の概要を、補論2ではシステミック・リスク指標の詳細をそれぞれ解説する。

2. 金融システムの安定性を定量化する手法の概要⁷

(1) 早期警戒指標

早期警戒指標は、システミック・リスクが顕在化する前にはリスクの蓄積とも呼べる典型的な特徴が現れるため、適切なデータを抽出したうえで統計的な処理を施せば、事前にその蓋然性を把握できるとの考え方に基づくものである。具体的に

.....
6 「金融システムが被る悪影響」のこと。

7 金融システムの安定性を定量評価する試みは、1節で記したように、トリガー事象発生の蓋然性を観測する早期警戒指標と、金融システムの脆弱性の大きさを観測するシステミック・リスク指標、マクロ・ストレステストに大別できる。ここでは、早期警戒指標と、システミック・リスク指標について、その概観を示す。

は、過去に発生したシステミック・リスク顕在化事象に関連するデータを用いて、トリガー事象の発生とデータの関係性をモデル化することで、トリガー事象が発生するおおよそ1~3年前に一定の規則性を表す経済変数を見つけ出すというものである。

こうした研究は、1990年代に発生したメキシコ危機やアジア危機を受けて、一時期、通貨危機を対象に活発に行われた（Kaminsky, Lizondo, and Reinhart [1998]、Demirgüç-Kunt and Detragiache [1998, 2000]、Kaminsky and Reinhart [1999]、Goldstein, Kaminsky, and Reinhart [2000] 等）。これらの研究の多くは、新興国のみのデータ、もしくは、先進国と新興国が混在したデータを用いている。もっとも、最近では、2007~08年の世界的な金融危機の発生の前に、米国や欧州の一部で住宅価格の大幅な上昇があったことを踏まえ、トリガー事象としてのバブルに対する早期警戒指標を構築する研究も増えてきている（Alessi and Detken [2011]、Barrell *et al.* [2010]、Gerdesmeier, Reimers, and Roffia [2011]、Lo Duca and Peltonen [2013] 等）。これらの研究の共通点として、データとして先進国のデータのみを用いている点を挙げることができる。さらに、これらのうち複数の研究で、バブルを最もよいパフォーマンスで予測する変数は信用量であるとの結果が報告されている。

早期警戒指標の考え方についてやや詳しくみると、以下のようになる。ここでは、簡単化のため、現時点 (t) からトリガー事象の発生を観測する時点までの時間を N 個に分割し、各時点を $t, t+\Delta, \dots, t+N\Delta$ と表現する。まず、想定するトリガー事象を考え、時点 $t+N\Delta$ に当該事象が発生しているときには1、発生していないときには0をとる確率変数を Y とおく。次に、当該事象が発生する前に特徴的な動きを示す金融変数を含む経済変数 ($X_{t+i\Delta}, 0 \leq i \leq N$) を選択する⁸。このとき、トリガー事象発生 k 期前までの $X_{t+i\Delta}$ ($0 \leq i \leq N-k$) が時刻 $t+N\Delta$ に発生するトリガー事象の蓋然性についての事前情報を含んでいるとすれば、トリガー事象が顕在化する場合には $E(Y|X_{t+i\Delta}, 0 \leq i \leq N-k)$ ⁹ の値が1に近づき、顕在化しない場合には0に近づかずである。したがって、早期警戒指標では、 $k=0$ のとき、この値が、トリガー事象が顕在化する場合には1、顕在化しない場合には0となり、かつ、 k が0に近づくとつれトリガー事象の顕在化の有無に応じて1または0に近づく X を選択することが重要となる。そのうえで、1に近づく可能性が有意に上昇することを判別できる k のうち最大値が選択される¹⁰。

8 選択する変数は複数個でもよい。変数が複数個の場合、 X_t はベクトル値変数とすればよい。

9 $E(\cdot)$ はヒストリカル確率測度のもとでの期待値を示す。なお、ヒストリカル測度とは、観測する経済変数をあらかじめ定めたとき、あらかじめ定めた観測期間に観測される過去データから構成される観測測度を指す。また、 $E(Y|A)$ は、 A が実現するときの Y の条件付期待値を表す。

10 早期警戒指標の分析に関する代表的な手法と、早期警戒指標の限界については、補論1を参照されたい。

(2) システミック・リスク指標

システミック・リスク指標は、トリガー事象が発生した場合に金融システムや経済セクター等に生じる悪影響の程度を、確率モデルを用いてリスク指標として計測するものである。一例として、金融機関間の相互連関性¹¹が強いことが、システミック・リスクの顕在化と深い関係がある場合を考えよう。すなわち、金融機関間の相互連関性の強さがトリガー事象発生時の悪影響をより大きくさせる場合がある。この悪影響の程度を捉えるため、個別金融機関に対するショックの発生が金融セクター全体にもたらすリスクを定量化したもの（Adrian and Brunnermeier [2011]）や、金融セクター全体に影響するショックの発生に関する個別金融機関の寄与度を定量化したもの（Acharya *et al.* [2010]、Huang, Zhou, and Zhu [2009, 2010, 2011]）がある。また、あるトリガー事象から生じる悪影響が金融セクター内にとどまらず、他のセクターに波及するほか、逆に、他のセクターで生じた悪影響が、金融セクターに波及することも考えられる。例えば、金融セクターと実体経済間の相互依存性を捉えるリスク指標は、De Nicolò and Lucchetta [2010] や Giesecke and Kim [2011] 等で研究されている。これらの研究で提案されているリスク指標は、経済セクターが悪化する場合の金融セクターのリスクの状況を指標化したものと、金融セクターが悪化する場合の経済セクターのリスクの状況を指標化したものがある。また、欧州債務危機等であらためて関心が高まっているソブリン・リスクについては、Jobst and Gray [2013] が、金融セクターと公的セクター間の相互依存のリスクに関する指標を提案している。

それに加え、金融市場において、大幅な価格変動や市場機能の低下に伴って金融商品間の価格整合性が喪失すれば、金融機関をはじめとする市場参加者が、市場を通じた取引を正常に行えなくなり、資金調達や資産の価格変動リスクのヘッジ等に支障をきたすことになる。2007年夏に発生した世界的な金融危機は、しばしば、「市場型システミック・リスク事象」の発生と称される。これは、価格が正常につかず取引が行われなくなったり、カウンターパーティ・リスクへの懸念が高まり取引相手の選別が厳しくなることで資金調達が困難化したり、資金確保のために資産を無理に市場で売却することで価格の下落に拍車がかかるなど、市場機能が極度に低下したことを指している。このような、市場機能が低下するリスクを捉えるシステミック・リスク指標は、Severo [2012] や Diebold and Yilmaz [2009, 2014] 等で提案されている。

.....
11 金融機関間の相互連関性とは、異なる金融機関間の資産価値相関の強さ、金融機関同士の直接的な取引数の多さ、取引規模の大きさといった金融機関間の総体的な強さを表すもので、他の金融機関と相互連関性が強い金融機関に何らかのショックが生じると、金融セクター全体への影響が甚大なものとなる可能性がある。

上記の先行研究で提案されてきたシステミック・リスク指標の多くは、金融機関の株価や CDS (credit default swap) スプレッド等、日次観測が可能な市場データを通して計測される。このため、有価証券報告書等からのみ取得可能なバランスシートのデータを用いる指標と比べると、高頻度なモニタリングが可能である。また、システミック・リスク指標は、さまざまなデータを使って、現実のセクター間やセクター内の相互依存性を踏まえたテイル・リスクを捉える指標であり、限られた時系列データだけでは把握が難しい複雑な情報を有しているという利点もある。ただし、実際のシステミック・リスク指標は、金融機関間や産業セクター間のリスクの相互依存、公的セクターへの影響等、さまざまな波及経路ごとに関係が進められているため、システム全体としての脆弱性をどう考えるかという問題には、直接答えてはならず、さまざまな指標を総合的に評価する必要があるという限界がある。

システミック・リスク指標の考え方についてやや詳しくみると、以下のようになる。ここでは、簡単化のため、現時点 (t) からトリガー事象の発生を観測する時点までの時間を N 個に分割し、各時点を $t, t+\Delta, \dots, t+N\Delta$ と表現する。時点 $t+N\Delta$ でトリガー事象が発生した場合に 1、発生しない場合に 0 をとる確率変数を V とおき、時点 $t+N\Delta$ における金融システム、もしくは経済セクターにおいて発生する損失を L とする。 $S(\cdot)$ を L が従う確率分布から得られる統計量とする¹²。なお、先行研究では、 $S(\cdot)$ として分位点や期待値が選択される場合が多い。トリガー事象発生の有無や損失の大きさを説明する金融変数を含む経済変数 ($X_{t+i\Delta}, 0 \leq i \leq N$) が適切に選択できたとする。このとき、トリガー事象発生 k 期前までの ($X_{t+i\Delta}, 0 \leq i \leq N-k$) が時刻 $t+N\Delta$ にトリガー事象が発生した際に生じる損失の大きさについての事前情報を含んでいるとすれば、トリガー事象発生時の損失の大きさを時点 $t+(N-k)\Delta$ までのデータを統計処理して得られる量 $S(L|V=1, X_{t+i\Delta}, 0 \leq i \leq N-k)$ で評価できる。したがって、この値をモニタリングすれば、トリガー事象発生時の悪影響の大きさを事前に評価することが可能となる¹³。

なお、トリガー事象発生時には、金融市況は大きく変化し、金融市況から算出されているシステミック・リスク指標も急速に変化する。このため、統計処理が必要なシステミック・リスク指標の情報と、株価や CDS スプレッド等の市場から直接観察されるデータから得られる情報に質的な相違はなく、わかりやすさや活用のしやすさからみれば、金融市況を直接観察の方がよいのではないか、という議論が生じうる。しかし、トリガー事象発生時における金融システムの頑健性は、トリガー事象発生時の実際の金融市況の下落を吸収できるだけのバッファがあるかどうか

12 ここでは $S(\cdot)$ はヒストリカル確率測度のもとでの統計量を示すものとするが、ヒストリカル確率測度の代わりにリスク中立確率測度が用いられる場合もある。

13 システミック・リスク指標では 1 か月から半年前までの ($X_{t+i\Delta}, 0 \leq i \leq N-k$) を観測してトリガー事象発生時の影響度を評価するよう k を設定することが多い。

だけではなく、トリガー事象が発生したもとの、最悪の状態として発生した金融市況の更なる下落による損失をカバーできるだけのバッファがあるかどうかによって決まる¹⁴。このため、金融システムの頑健性を評価する指標として、システムミック・リスク指標を活用する意義は大きいと考えられる。

3. 主なシステムミック・リスク指標の紹介

本節では、2節で説明した手法の中の1つであるシステムミック・リスク指標に焦点を当て、先行研究で提案された代表的ないくつかの手法について解説を行う¹⁵。解説に際しては、システムミック・リスクの顕在化の仕方に応じて、(1) 金融機関間の相互連関のリスクに係る指標、(2) 金融セクターと実体経済間の相互依存性のリスクに係る指標、(3) 金融セクターと公的セクター間の相互依存性のリスクに係る指標、(4) 金融市場の機能不全のリスクを表す指標の4つのカテゴリーに分類し、各手法の概要を解説する。

まず、システムミック・リスク指標について数理面を含め、やや厳密に定義しておく。以下では、考える確率空間を (Ω, \mathcal{F}, P) とする。 P は、リスク指標に応じて、ヒストリカル確率測度かリスク中立確率測度のいずれかとなる。また、フィルトレーションを \mathcal{F}_t とする。簡単化のため、現時点 (t) からトリガー事象の発生の有無を観測する時点までの時間を N 個に分割し、各時点を $t, t+\Delta, \dots, t+N\Delta$ と表現する。時点 $t+N\Delta$ でトリガー事象が発生した場合に1、発生しない場合に0をとる確率変数を V とおき、時点 $t+N\Delta$ における金融システム、もしくは経済セクターにおいて発生する損失を L とする¹⁶。 $S(\cdot)$ を、確率分布から得られる統計量を導出する汎関数とすると、システムミック・リスク指標は L の条件付確率分布 $P(L \in dL | V = 1, \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta})$ を用いて、 $S(P(L \in dL | V = 1, \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta}))$ と定義される。先行研究では、 $S(\cdot)$ として分位点や期待値を得る汎関数が選択される場合が多い¹⁷。

14 これは、例えば長期金利上昇時における保有債券の損失額と、VaR との関係と同じである。

15 各指標の詳細については補論2も参照。なお、本節では、4節で行った分析において、データ制約などから、わが国のデータを使って計測していないシステムミック・リスク指標も含め、紹介している。

16 「損失」といっても、必ずしも単位は金額とは限らない。格下げ数や変化率等が単位になる場合がある。ここでは、金融セクターや経済セクターで生じる何らかの悪影響の程度を「損失」と呼んでいる。

17 本稿で取り上げるシステムミック・リスク指標の中には、 $V = 1$ を条件とすることなしに、 $P(L \in dL | \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta})$ の統計量をそのまま用いるものもある。例えば、 L を金融システムの安定性を損なう何らかの損失としたうえで、リスク指標を $P(L \in dL | \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta})$ の信頼水準 $p\%$ のVaRとするものである。このようなリスク指標は、「 $p\%$ の確率で発生し得る事象が発生した場合の悪影響の程度」を表すものであり、テイル・イベントに基づく指標といえることから、本稿では、このようなリスク指標もシステムミック・リスク指標に含まれると位置付けている。

表1 システミック・リスク指標の例

システミック・リスク指標として、「 $t+(N-k)\Delta$ から $t+N\Delta$ の間に、非金融セクターで生じる格下げ数が、信頼水準 99% の最大格下げ数を超える格下げが起きる事象が発生する場合における、金融セクターで生じる格下げ数の期待値」を定義する場合の、各要素の例

要素	例
トリガー事象 V	$t+(N-k)\Delta$ から $t+N\Delta$ の間に、非金融セクターで生じる格下げ数が、信頼水準 99% の最大格下げ数を超える格下げが起きる事象が発生する
損失 L	$t+(N-k)\Delta$ から $t+N\Delta$ の間に、金融セクターで生じる格下げ数
観測期間	$(N-k)\Delta$ (t から $t+(N-k)\Delta$ まで)
リスク評価期間	$k\Delta$ ($t+(N-k)\Delta$ から $t+N\Delta$ の間)
汎関数 S	期待値
リスクを計測するための確率測度 P	ヒストリカル確率測度

また、リスク評価期間¹⁸($k\Delta$) は長くても半年、観測期間 ($(N-k)\Delta$) は半年から 1 年とする場合が多い。以上をまとめると、システミック・リスク指標とは例えば表 1 のようなものである。

システミック・リスク指標では、トリガー事象 V と損失 L の相互依存性の強さが指標の値を決める重要な要因となる。すなわち、トリガー事象 V が発生するときにはいつも損失 L が上昇するような場合、システミック・リスク指標は大きな値をとる。例えば、 V を金融セクターで生じる何らかのトリガー事象とし、 L を経済セクターから生じる損失とする。このとき、 $P(L \in dL | V = 1, \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta})$ は、金融セクターでトリガー事象が発生する場合に経済セクターで生じる損失の確率分布であり、 $S(P(L \in dL | V = 1, \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta}))$ はそれを指標化したものとなるため、経済セクターと金融セクターの相互依存性が強いほど同指標は大きな値をとる。このようにトリガー事象と損失を位置付ければ、1 節脚注 1 で示したような、経済セクターと金融セクターが同時に悪化するというシステミック・リスクの定義に忠実な形で、システミック・リスクを計測することが可能となる。

また、 $S(P(L \in dL | V = 1, \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta}))$ として、システミック・リスク指標を定義する意義は、異なるトリガー事象が発生した場合の影響度の違いや、異なる損失に対する影響度の違いを比較することが可能となる点にもある。例えば、 L_D を金融セクター全体で生じるデフォルト時損失額とし、 V_A を金融機関 A が $t+N\Delta$ 期¹⁹

18 VaR の保有期間と同じ。VaR になぞらえて、少なくない文献で保有期間と標記されているが、本稿ではリスク評価期間という語を用いる。

19 ($t+(N-1)\Delta, t+N\Delta$) の期間。

にデフォルトする事象、 V_B を金融機関 B が $t + N\Delta$ 期にデフォルトする事象とする。このとき、 $S(P(L_D \in dL | V_A = 1, \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta}))$ と $S(P(L_D \in dL | V_B = 1, \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta}))$ を比べると、金融機関 A と金融機関 B のデフォルトのどちらが金融機関全体への寄与度が大きいのかを比較することができる。また、 L_G を経済セクターの成長率とし、 V_{AB} を 2 つ以上の金融機関が $t + N\Delta$ 期に同時にデフォルトする事象とすると、 $S(P(L_D \in dL | V_{AB} = 1, \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta}))$ と $S(P(L_G \in dL | V_{AB} = 1, \mathcal{F}_{t+(N-k)\Delta}))$ を比べることで、金融セクターで生じた事象が金融セクター内だけに広がることと、経済全体に広がることの差を指標の差異として捉えることができ、实体经济への波及の大きさを確認できる。

さらに、さまざまなトリガー事象と損失の組み合わせで定義された複数のシステミック・リスク指標を同時に計測し、比較することで、どのようなトリガー事象に対して金融システムや経済全体がより脆弱なのかを分析することも可能となる。

(1) 金融機関間の相互連関のリスクに係る指標

金融システム全体にリスクが顕在化する一例として、ある金融機関の経営危機をきっかけに、当該金融機関と取引のある金融機関の健全性が悪化することが考えられる。また、多くの金融機関に共通するエクスポージャーに何らかのショックが生じて、金融機関の資産価値が同時に大きく劣化することによって、金融システム不安が生じる場合もある。

このような金融機関同士の直接の取引関係や共通のエクスポージャーといった、金融機関間の相互連関がもたらすリスクを定量化する研究は、2007 年以降、活発化している。例えば、Adrian and Brunnermeier [2011] による「CoVaR」、Acharya *et al.* [2010] による「MES (Marginal Expected Shortfall: 限界期待ショートフォール)」、Huang, Zhou, and Zhu [2009, 2010, 2011] による「DIP (Distress Insurance Premium: 危機保険料)」、Segoviano and Goodhart [2009] による「JPoD (Joint Probability of Distress: 同時デフォルト確率²⁰)」等が提案されている。

(CoVaR)

CoVaR は、個別銀行の株価が下落すると同時に、銀行業株価指数がどの程度悪化しているのかを収益率ベースでリスクとして計測するものである。A 銀行株価の下落をトリガー事象とする CoVaR を時系列でプロットすると、A 銀行の経営が悪化すると同時に金融セクター全体の健全性の状況がどのように変化したのか、ま

20 本稿では各金融機関の経営悪化確率として CDS 市場に織り込まれるデフォルト確率を用いるため、同時経営悪化確率ではなく同時デフォルト確率と訳した。

表 2 CoVaR

	トリガー事象 V	損失 L	汎関数 S	確率測度 P
CoVaR	リスク評価期間の個別銀行の株価収益率が悪化し、下側 5%点 (95% VaR) の値をとる	リスク評価期間の銀行業株価指数収益率	下側 5%点 (95% VaR)	ヒストリカル確率測度

表 3 MES

	トリガー事象 V	損失 L	汎関数 S	確率測度 P
MES	リスク評価期間の銀行業株価指数収益率が悪化し、下側 5%点 (95% VaR) の値をとる	リスク評価期間の個別金融機関の株価収益率	期待値	ヒストリカル確率測度

た、過去の水準と比べて現状どのようになっているのかなどを分析することができる。さらに、A 銀行株価の下落をトリガー事象とする CoVaR と B 銀行株価の下落をトリガー事象とする CoVaR の水準を比較すると、どちらの銀行のリスクの顕在化に対して金融セクター全体が脆弱性を有しているのかを評価することもできる (表 2)。

(MES)

MES は、CoVaR と同様に、銀行の株価に基づき計測される指標で、銀行業株価指数が下落する場合に、個別銀行株価がどの程度悪化するのかを収益率ベースでリスクとして計測するものである。当該指標は、金融セクター全体のリスクが顕在化する場合において、どの銀行がどの程度、金融セクター全体の悪化に寄与しているのかを示している (表 3)。

なお、MES を用いて、金融セクターの自己資本が不足するリスクを捉える指標として、Acharya *et al.* [2010] が提唱した SES (Systemic Expected Shortfall) や Brownlees and Engle [2012] が提唱した SRISK があるが、これらの指標の詳細は補論 2(1) 口で解説する。

(DIP)

DIP は、サンプルとする金融機関全体の負債総額の一定割合を占める金融機関がデフォルトに陥った状態をトリガー事象と捉えたうえで、当該事象が発生した場合の金融機関全体におけるデフォルト時損失総額の条件付期待値として、金融システムのリスク量を計測するものである。また、このリスク量に対するサンプル内の金融機関ごとの寄与度もリスク指標として活用する。DIP は、CoVaR や MES とは異なり、金融機関株価の下落ではなく、金融機関のデフォルトを利用している。そこで、金融機関のデフォルト確率を CDS スプレッドから計測し、モデルの入力変数と

表4 DIP

	トリガー事象 V	損失 L	汎関数 S	確率測度 P
DIP _I	サンプル内のいくつかの金融機関がデフォルトし、デフォルト時損失総額が一定値（例：サンプル金融機関の負債総額の15%）を超える	金融機関から生じる損失額総計	期待値	リスク中立確率測度
DIP _{II}		個別金融機関から生じる損失額		

して用いる。また、DIPには、複数の金融機関の同時デフォルトの可能性が影響を及ぼす。DIPでは、複数金融機関の同時デフォルトが金融機関間の資産相関により生じると仮定するが、資産相関を観測することは難しいため、Huang, Zhou, and Zhu [2009, 2010, 2011]では金融機関間の株価相関でこれを代替している。また、このリスク指標は、CoVaRやMES等と違い、リスク中立測度のもとでリスクを計測する点が特徴的である。したがって、当該リスク指標は、金融機関の実質的な信用力だけでなく、リスク・プレミアムを内包したものとなっている。リスク・プレミアムは、金融機関の信用力の変動の不確実性を反映したデフォルト・リスク・プレミアムと市場流動性を反映した流動性リスク・プレミアムから構成される。これらのリスク・プレミアムには、市場参加者のリスク回避度や価格のボラティリティが影響を与える。金融システム不安は、金融機関の実際の信用力の悪化から生じるだけでなく、リスク回避度やボラティリティの極端な高まりから生じる場合もあるため、DIPは、前者だけでなく、後者の要因のリスクも捉える指標となっている（表4）。

(JPoD)

JPoDは、DIPと同様、金融機関のデフォルトを利用したものである。JPoDを扱ったSegoviano and Goodhart [2009]では、3つのリスク指標が提案されている。1つ目は、サンプル内の全ての金融機関が同時にデフォルトする「同時デフォルト確率」である。また、サンプル内の金融機関のうち少なくとも1社がデフォルトした場合に、同時にデフォルトする金融機関数の期待値として定義される「銀行安定指数 (Banking Stability Index)」がある。さらに、サンプル内の特定の金融機関がデフォルトした場合に別の金融機関がデフォルトする条件付確率を表す「カスケード確率」もある（表5）。

(2) 金融セクターと実体経済間の相互依存性のリスクに係る指標

システミック・リスク顕在化の過去事例を踏まえると、システミック・リスク指標として金融セクターと実体経済の間の相互依存性を扱うリスク指標を考察するのは自然な流れといえる。このような指標を扱った先行研究のうち、代表的なもの

表5 JPoD

	トリガー事象 V	損失 L	汎関数 S	確率測度 P
JPoD _I (同時デフォルト確率)	特になし (空集合)	サンプル内のすべての金融機関が同時にデフォルトする	期待値	リスク中立確率測度
JPoD _{II} (銀行安定指数)	サンプル内の金融機関のうち少なくとも1社がデフォルトする	サンプル内の金融機関のデフォルト総数		
JPoD _{III} (カスケード確率)	特定の金融機関がデフォルトする	別の特定の金融機関がデフォルトする		

して、Giesecke and Kim [2011] 等による「DIM (Default Intensity Model: デフォルト強度モデル)」²¹ や De Nicolò and Lucchetta [2010] による「GDP at Risk」がある。

(DIM)

DIM に関する先行研究²² をみると、トリガー事象や損失に対応させるものとして、デフォルト数を用いる場合と格下げ数を用いる場合がある。4 節のわが国のデータを用いた実証分析では、格下げ数が増加することを考察の対象とするため、以下の説明では、格下げ数をトリガー事象や損失として使用する。

DIM では、金融セクターを含む全経済セクターでの企業の格下げ数をハザード・モデルを用いてモデル化するだけでなく、金融セクターでの金融機関の格下げ数も同様にモデル化する²³。そして、観測期間中の格下げ実績からモデル・パラメータを推定したうえで、リスク評価期間中に経済セクター（金融セクターを含まない）と金融セクターで生じる格下げ数を計算する。この際、トリガー事象 V のセクターと損失 L のセクターを入れ替えることによって、金融セクターで極端な格下げが生じた場合の経済セクターにおける格下げ数 (DIM_I) と経済セクターで極端な格下げが生じた場合の金融セクターの格下げ数 (DIM_{II}) の2種類の指標を用いた。また、同様にしてトリガー事象 V を定義せず、損失 L のみをリスク評価期間内に生じる金融セクターにおける格下げ数としたうえで、汎関数 S を99%点としたものを DIM_{III} として、金融機関の相互連関のリスクにかかわるリスク指標として用いた (表6)。

21 ローンポートフォリオのリスクを対象としているものの、同様の考え方に基づく研究に山中・杉原・中川 [2010]、Yamanaka, Sugihara, and Nakagawa [2012] がある。

22 脚注21で示した研究も含めて考えている。

23 DIM モデルでは、複数企業から構成されるプールごとに1つの格下げ強度が割り当てられる。信用リスクモデルの分野では、こうしたモデリング手法を「トップダウン・アプローチ」と呼ぶ場合がある。これに対し、個別企業に1つの格下げ強度を割り当てたうえで、複数企業ポートフォリオの格下げ数の多寡を計測する手法を「ボトムアップ・アプローチ」と呼ぶ場合がある。

表6 DIM

	トリガー事象 V	損失 L	汎関数 S	確率測度 P
DIM _I	リスク評価期間内に生じる金融セクターにおける格下げ数が、観測期間内に生じた当該値が従う確率分布の上側 1%点 (1% VaR) を超える場合	リスク評価期間内に生じる経済セクターにおける格下げ数	期待値	ヒストリカル確率測度
DIM _{II}	リスク評価期間内に生じる経済セクターにおける格下げ数が、観測期間内に生じた当該値が従う確率分布の上側 1%点 (1% VaR) を超える場合	リスク評価期間内に生じる金融セクターにおける格下げ数	期待値	ヒストリカル確率測度
DIM _{III}	特になし (空集合)	リスク評価期間内に生じる金融セクターにおける格下げ数	99%点	ヒストリカル確率測度

表7 GDP at Risk

	トリガー事象 V	損失 L	汎関数 S	確率測度 P
GDP at Risk _I	リスク評価期間の銀行株価指数収益率が、観測期間内に生じた当該値が従う確率分布の下側 5%点 (95% VaR) を下回る場合	リスク評価期間の実質 GDP 成長率	下側 5%点 (95% VaR)	ヒストリカル確率測度
GDP at Risk _{II}	リスク評価期間の実質 GDP 成長率が、観測期間内に生じた当該値が従う確率分布の下側 5%点 (95% VaR) を下回る場合	リスク評価期間の銀行株価収益率	下側 5%点 (95% VaR)	ヒストリカル確率測度

(GDP at Risk)

GDP at Risk では、実質 GDP 成長率と銀行株価指数収益率の相互依存性をモデル化する。この際、トリガー事象 V 、損失 L を入れ替えることによって、上述の 2 種類の指標を考えることができる (表 7)。

(3) 金融セクターと公的セクター間の相互依存性のリスクに係る指標

金融セクターと公的セクター間の相互依存性から生じるシステムック・リスクの顕在化例を示すと以下ようになる。まず、金融機関が経営危機に陥った場合に、政府がコストを負担する形で当該金融機関をベイル・アウトするとすれば、政府部門に金融機関のデフォルト・リスクが転嫁されることになる。仮に、複数金融機関

が同時に破綻すれば、処理コストが急増することから、財政状況が悪化してしまう可能性がある。財政状況が悪化する事態に陥れば、政府の支払い能力に対する信認が低下し、国債利回りが上昇することも考えられる。このような事態が生じると、金融機関では、保有する国債をはじめとする資産価値の下落や、担保の価値下落に伴う資金調達能力の低下等、経営に深刻な悪影響が生じることにもなり得る。こうした形で、金融システムと財政の間の負の相乗作用が働く可能性がある。

(SCCA)

Jobst and Gray [2013] は、将来、金融機関がデフォルトした際には政府が金融機関を救済するとしたうえで、救済のために政府が負担するコストが増大するリスクを指標化し、それを SCCA (Systemic Contingent Claims Analysis: システミック条件付請求権分析) と呼んだ。

ここでは、金融機関が破綻した際、CCA (contingent claims analysis)²⁴ の考え方にに基づき株式価値はゼロとなると仮定したうえで、一般債権者のデフォルト時損失額は負債額面から当該金融機関の資産価値と、政府等からの支援を控除した額と仮定する。ここで、株価は当該金融機関がデフォルトした時点でその価値がゼロとなるため、株価には当該金融機関の債務の処理方法は反映されない。すなわち、資産価値と負債額面の差をデフォルト時損失額として形式的に評価する。一方、金融機関が発行する社債を参照資産とする CDS には、金融機関がデフォルトした場合に一般債権者が被る損失見込みが反映される。もし、CDS 市場の市場参加者が参照金融機関の破綻時に政府が金銭的支援を行うことを織り込んでいるとすれば、その分だけ CDS スプレッドは小さくなる²⁵。Jobst and Gray [2013] は、金融機関のデフォルト時に一般債権者が被る損失額について、株価から示唆される額と CDS スプレッドから示唆される額には差が存在し、それは、当該金融機関がデフォルトした場合に政府が負担するコストの期待値を表現していると仮定した²⁶。そのうえで、金融機関ごとに計算された救済のために政府が負担するコストを、各金融機関

24 CCA は、Merton [1974] が提案した株価を用いた企業価値評価手法のこと。資産価値が負債満期に負債額面を下回った場合をデフォルトとみなすことで、株価が資産価値を原資産としたヨーロッパ型コール・オプション (権利行使価格は負債額面) に一致すると考える。この考え方にに基づけば、ある企業が負債満期時点で債務超過に陥った場合、当該企業は速やかに清算され、清算時に株主が受け取るペイオフはゼロとなる。また、このとき一般債権者のデフォルト時損失額は、資産価値が負債額面を下回った金額となる。

25 一般に、CDS スプレッドはデフォルト時損失額を一定としたうえでデフォルト確率の変化に応じて決まるとされているが、参照企業の先行きに懸念が生じている時期には、デフォルト時損失額の変化分も勘案される。ある金融機関の先行きに懸念が生じている状況において、もし市場参加者は政府救済の有無や規模を具体的な形で予測できるとすれば、CDS スプレッドを観測することで、政府救済に伴う費用の期待値に関する情報を抽出できる。

26 実際には、当該金融機関に対する一般債権者の一部が債務減免等に応じる可能性があるが、ここでは政府以外からの金銭的支援はないと仮定している。

表 8 SCCA

	トリガー事象 V	損失 L	汎関数 S	確率測度 P
SCCA	特になし (空集合)	金融機関の破綻時に政 府が行う金銭的支援額	上側 5%点 (5% VaR)	ヒストリカル確 率測度

の健全性の遷移の相互依存関係を踏まえたうえで合算し、市場全体でみたときの当該コストの増大リスクを指標化した²⁷。この指標の正確な定義は表 8 のとおりである。

(4) 金融市場の機能不全のリスクを表す指標

2007～08年の金融危機では、欧米の金融機関間でカウンターパーティ・リスクに対する警戒感が極度に高まったことに加え、資金流動性制約に直面した市場参加者によるポジションの巻き戻しにより、金融商品間の価格整合性が崩れ、市場の価格発見機能が著しく低下した。こうした状況を受け、株価をはじめとする資産価格が大幅に下落し、市場参加者はさらにリスク回避姿勢を強め、その結果、市場流動性が低下するなど、金融市場は混乱状態に陥った。このような金融市場が機能不全に陥るリスクを指標化したものに、システムミック流動性指標や、ボラティリティ・スピルオーバー指標がある。

(システムミック流動性指標)

Severo [2012] は、市場参加者のポジションの大幅な巻き戻しなどに起因して、平常時はおおよそ成立している市場間の裁定関係が崩れる事象を指標化し、それをシステムミック流動性指標と名付けた。

システムミック流動性指標は、平常時ならばほとんどゼロ近傍にあると考えられる、さまざまなベース・スプレッドの広がり度合いを指標化したものである。Severo [2012] では、ベース・スプレッドとして、カバー付き金利平価、国債のオンザラン・オフザラン銘柄間の金利スプレッド、短期国債と OIS (overnight index swap) のスワップ・スプレッド、社債スプレッドと CDS スプレッド間のベースを選択している。市場間の裁定関係が崩れると、これらのベース・スプレッドは拡大する。これら複数のスプレッドの広がり度合いを表現するために、Severo [2012] では、スプレッドの過去の時系列データを主成分分析したときに得られる第 1 主成分の主成分得点 (principal component score) を計測した。

ここで、Severo [2012] が提案したシステムミック流動性指標をリスク指標化するた

27 合算の詳細は補論 2(3) イ参照。

表9 システミック流動性指標

	トリガー事象 V	損失 L	汎関数 S	確率測度 P
システミック流動性指標	特になし (空集合)	6ヵ月先の市場の裁定関係の崩れを表す指標の時系列データに対する第1主成分得点	上側1%点 (1% VaR)	ヒストリカル確率測度

め、将来のリスク評価期間内でも同主成分得点と同じ分布に従うと仮定し、リスク評価期間の満期時点で、それが +2 標準偏差、すなわち上位 2.3% 点を取った場合をシステミックなリスクが顕在化した事象として考察してみよう。しかし、これは複数のベース・スプレッドを1つの指数に集約した主成分得点を過去の各時点で計測したうえで、その分布を作成し、リスク評価期間の満期時点の上位 2.3% 点をとったものであるため、必ずしもリスク評価期間内に生じ得るベース・スプレッドの拡大リスクを計測するものとはなっていない。

そこで、本稿では、入力変数である複数のベース・スプレッドが過去の変動から観測された分布に従って変動すると仮定したうえで、リスク評価期間の満期時点で生じるベース・スプレッドの変動をシミュレートし、それらを第1主成分得点に置き換えて、その上位 1% 点をリスク指標とする (表9)。

(ボラティリティ・スピルオーバー指標)

Diebold and Yilmaz [2009, 2014] は、ある市場でのボラティリティの変動が他の市場でのボラティリティに影響を与える、いわゆる、ボラティリティ・スピルオーバー指標を提案した。本指標の詳細は補論 2(4) 口を参照されたい。

4. わが国のデータを用いた計測結果

本節では、データの利用可能性なども踏まえつつ、3節で概要を説明したリスク指標のうちの代表的な指標を、1990年代以降のわが国データを使って実際に計測する。そして、わが国の多くの金融機関がそのほとんどの期間を不良債権問題処理に苦しんだ1997年初～2004年末の時期と、世界的な金融危機や欧州債務危機を経験した2007年初～2012年末の動きを説明する。そのうえで、両期間におけるシステミック・リスク指標の違いからみた金融システムを巡る頑健性の相違点を検討する。なお、分析で用いたデータ等の詳細については、補論2を参照されたい。

(1) 1997年初～2004年末におけるシステミック・リスクの状況

まず、金融機関間の相互連関のリスクに係る指標をみると、CoVaR、MESとも、1997年入り後に上昇を始め、1997年末に一段と上昇した。その後、2000年末までは、横ばい圏内で推移したが、2001年には上昇を始め、2004年央まで高水準で推移した(図1上中図)。DIM_{III}(銀行セクターにおける格下げ数の99%点)も、1998年²⁸には高い水準を示し、いったん落ち着いたものの2000年入り後に上昇を始め、2003年初まで高水準で推移した(図1下図)。こうした動きは、わが国で発生した金融システム不安と軌を一にしている。すなわち、1997年入り後、北海道拓殖銀行の経営存続に対する懸念が高まり、実際、1997年11月には、三洋証券、北海道拓殖銀行、山一証券が相次いで破綻している。その後、2000年代入り後、ITバブル崩壊の影響もあって、実体経済の悪化が金融システムに波及する形で(この点は後述)、一時的に落ち着きを取り戻しつつあったわが国金融システムは再び不安定さを増し、こうした状況は2004年まで続いた。

次に、金融セクターと実体経済間の相互依存性のリスクに係る指標をみると、DIM_I(銀行セクターで極端な格下げが生じた場合の経済セクターにおける格下げ数)、DIM_{II}(経済セクターで極端な格下げが生じた場合の銀行セクターの格下げ数)は、1998年後半に高水準にあったが、2000年春ごろにかけて低下した。しかし、再度上昇に転じ2001年春に既往のピークを記録、その水準の高まりは2003年央まで続いた(図2)。こうした動きは、わが国の1990年代後半～2000年代の金融システム不安時に、金融セクターと実体経済の相互依存性のリスクも同時に高まっていたことを示している。すなわち、バブル崩壊後の1990年代後半には、企業倒産の増加と企業業績の悪化などから金融機関の財務内容が悪化し、1997年には複数の金融機関が破綻する事態となった。この間、他の金融機関は資本制約が厳しくなるなどして貸出態度を慎重化させ、これが企業マインドを通じて景気下押し圧力となった。また、2000年代入り後、ITバブル崩壊を契機にわが国経済は輸出を中心に広範に悪化した。その結果、企業倒産の増加と企業業績の悪化から金融機関の不良資産は再度増加に転じ、金融機関は合併や不良債権処理に伴う公的資金受け入れ等により経営資本を強化する必要に迫られた。こうした状況は2003年まで続いた。

.....
28 DIM はデータ取得の制約から1998年4月から算出。

(2) 2007年初～2012年末におけるシステミック・リスクの状況

金融機関間の相互連関のリスクに係る指標をみると、CoVaR、MES、DIM_{III}とも、2005～07年央までは低位安定して推移していたが、パリバ・ショックが生じた2007年8月に入って上昇を始め、2008年9月には、米国リーマンブラザーズ証券の経営破綻（リーマン・ショック）をきっかけに大幅に上昇した。その後、2009～10年にかけて下降に転じ、2012年まで低位安定した状況が続いた（図1）。

次に、金融セクターと実体経済間の相互依存性のリスクに係る指標をみると、DIM_I、DIM_{II}は、2007年8月以降幾分上昇した後、2008年冬から2009年春頃にかけて急上昇した。その後は低下傾向に転化し、2010～12年までは比較的低位に落ち着いている（図2）。これは、パリバ・ショック時にはさほど懸念されていなかった金融セクターと実体経済の相互依存性のリスクが、リーマン・ショックをきっかけに生産活動が急激に低下したことを受けて顕在化したと解釈できる。すなわち、パリバ・ショックがわが国の景気へ与えた影響は限定的であったが、リーマン・ショック後、世界的に需要が瞬間蒸発と言われるほど急減し、それに伴って企業業績も大幅に悪化した。こうしたもとの、金融と実体経済の負の相乗作用のリスクが、一時的にせよ、高まったことを示している。当時は金融機関の金融仲介機能が低下し、実体経済にも悪影響をもたらしたが、さらにそれが金融仲介機能の低下につながるという負の連鎖も発生した。

さらに、金融セクターと公的セクター間の相互依存性のリスクに係る指標をみても、SCCAは、2007年秋に幾分上昇した後、2008年冬に急上昇した。その後は、2009年中には低位水準にまで戻り、2012年まで低位安定している（図3）。このことは、リーマン・ショック時には、わが国でも潜在的な金融機関の破綻コストの高まりが、公的セクターに係るリスクに関する懸念につながったことが示唆される。

最後に、金融市場の機能不全のリスクを表す指標をみると、システミック流動性指標は、2007年以降の上昇トレンドの中で、2008年3月中旬にいったん急上昇し、さらに2008年10月に大きく上昇した。この後は、下落傾向に転じた後、2010年以降は低位安定している（図4）。こうした動きは、2007～09年にかけて発生した、短期金融市場の混乱や市場流動性の枯渇といった事象を捉えたものとなっている。すなわち、2007年後半に発生した証券化商品価格の暴落とそれに続く流動性の低下、主として証券化商品を積極的に扱った金融機関に対する信用不安は、幅広い金融商品の流動性の低下につながった。さらに、2008年3月中旬には、資金制約に直面した海外投資家によるポジション調整の影響を受けた円金利市場と国内CDS市場における市場価格の急変動がみられた²⁹。その後リーマン・ショックをきっかけ

.....
29 この点については、日本銀行金融市場局 [2008] で指摘されている。

に、わが国にも広がった投資家のリスク削減を企図したポジション解消の動き等を受けて、各種市場流動性は一段と低下し、金融市場は機能が大きく低下した。

(3) 指標からみた両期間の比較

上述でみたように各種システミック・リスク指標の動きは、わが国で発生した金融危機を概ね的確に捉えたものとなっている。もっとも、1997年初～2004年末と2007年初～2012年末の2つの期間では、各種のシステミック・リスク指標が捉えたリスクにいくらかの違いがみられる。ここでは、指標の動きの観点とその解釈の観点の2点から両期間における違いを評価し、両期間に表れた金融システムの脆弱性の相違点を検討してみる。

まず、指標の動きの観点からみると、両期間では悪化したリスクの継続性とピークの水準の違いが表れている。1997年初～2004年末の期間では、各種システミック・リスク指標が悪化すると長期間にわたって高止まっている。一方で、2007年初～2012年末の期間では、各種システミック・リスク指標が悪化すると、比較的短期間のうちに平常時の水準に戻る傾向がみられる。また、両期間ともにデータがある金融機関の相互連関のリスクに係る指標や、金融セクターと実体経済間の相互依存性のリスクに係る指標についてみると、1997年初～2004年末の期間における悪化時のピークは、2007年初～2012年末の期間における悪化時のピークに比べ小さいことがわかる。すなわち、1990年代に発生したわが国の金融危機はその悪化の長期性が、2008～09年の金融危機はその悪化度合いが特徴になっているといえる。

このような指標の動きを踏まえ、それぞれの期間で表れたわが国金融システムの脆弱性について解釈を考えると、両期間では与えられ得る解釈が異なってくる。すなわち、1997年初～2004年末の間では、3つの過剰（債務、設備、雇用）の調整が緩やかにしか進まないもとの、長期にわたって金融システムを巡る脆弱性が持続していたと解釈できる。一方、2007年初～2012年末の間に表れた金融システムの脆弱性は、大きなショック（リーマン・ショックやその後の世界的な需要の瞬間蒸発）によって一時的に悪化したものの、金融システムや企業セクターの財務状況の健全性が比較的維持されたもとの、全体としては健全な状態が維持されたと解釈できる。

図 1 金融機関間の相互連関のリスクに係る指標

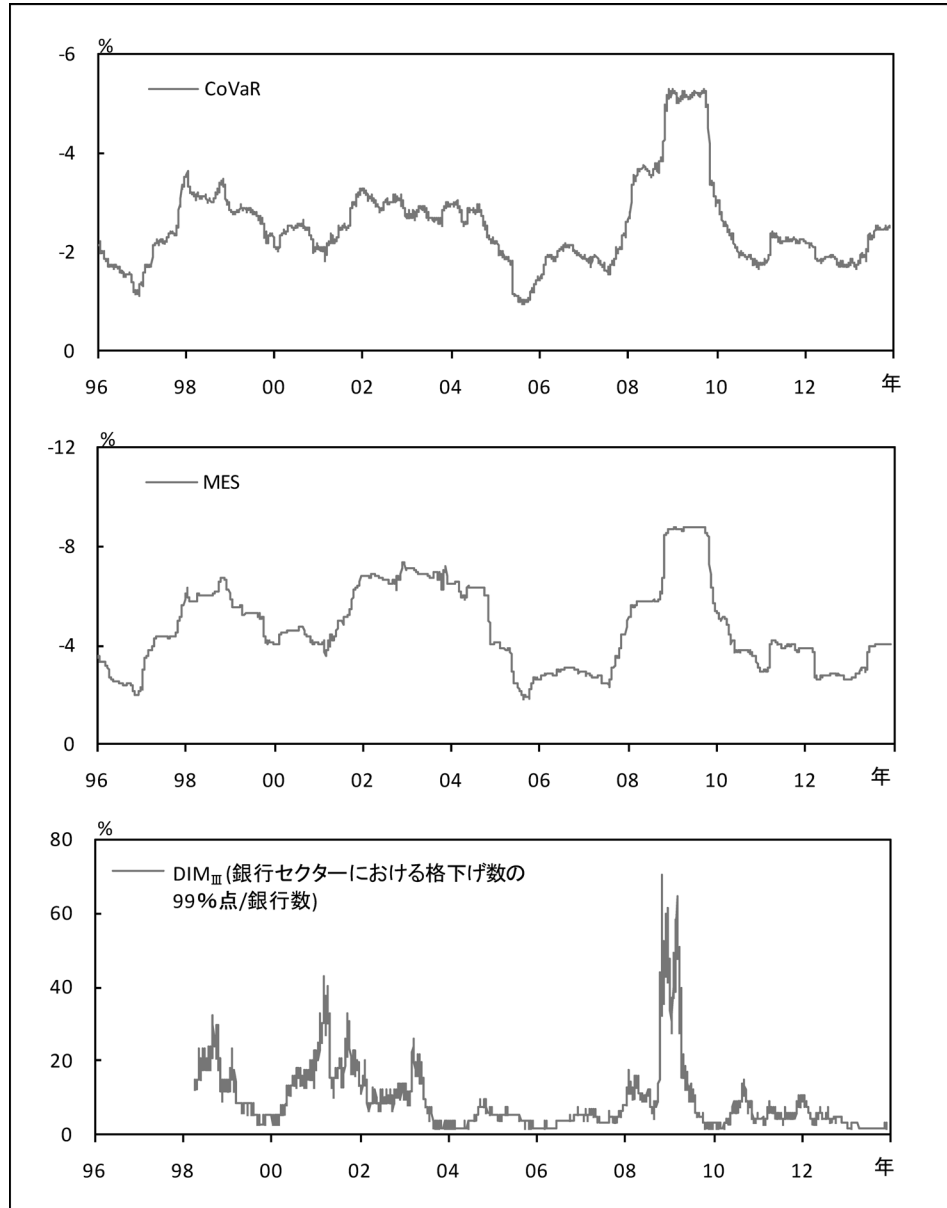


図2 金融セクターと実体経済間の相互依存性のリスクに係る指標

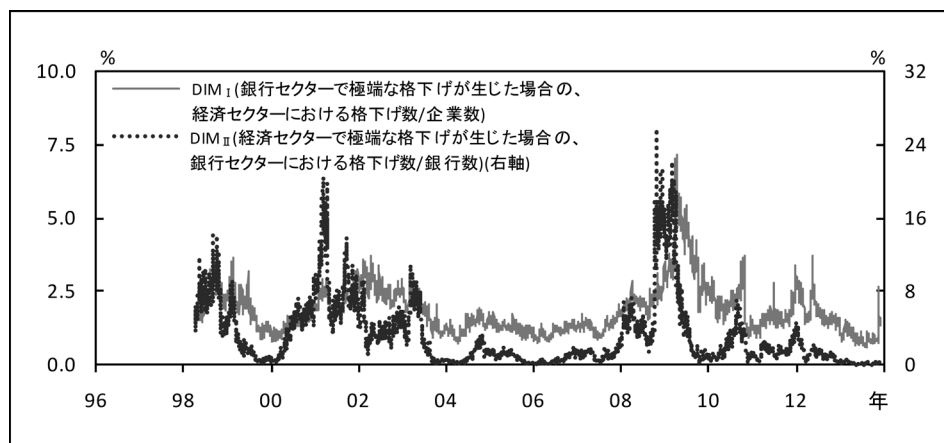


図3 金融セクターと公的セクター間の相互依存性のリスクに係る指標

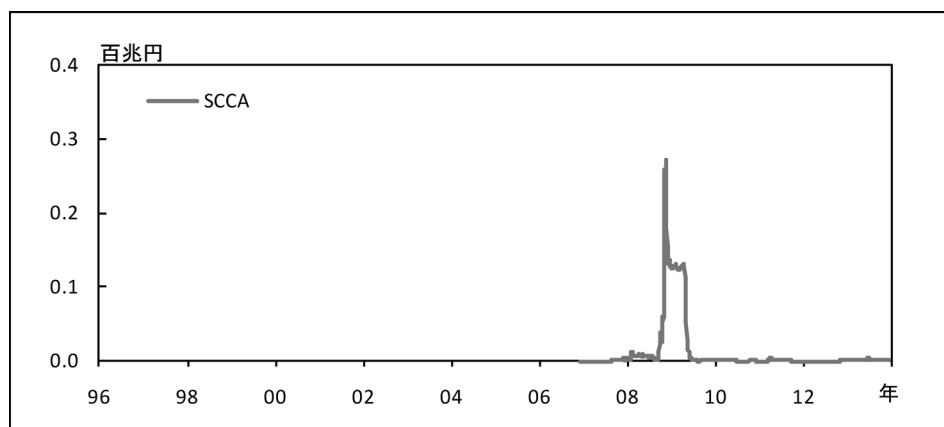
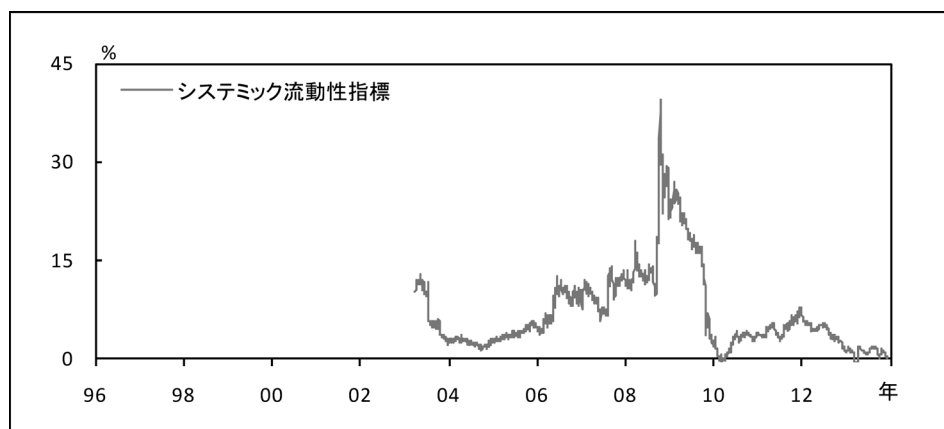


図4 金融市場の機能不全のリスクを表す指標



5. むすびにかえて：実務的な観点からの留意点

本稿では、金融システムの安定性の定量分析手法の中でも、特に、システミック・リスク指標に焦点を絞って考察を行った。そこでは、主なシステミック・リスク指標を列挙したうえで、それらについて概説するとともに、わが国のデータに基づいた計測結果を示した。分析の結果、システミック・リスク指標は、金融システムを巡る頑健性をリアルタイムで把握するために有益な手段であり、金融システムのモニタリングを行っていくうえでの強力なツールになることが示唆された。実際、国際機関や海外中銀の中には、マクロ・プルーデンスの観点から、こうしたツールを積極的に活用する動きがみられている。

しかし、システミック・リスク指標には、いくつかの限界がある点に留意する必要がある。第1に、シナリオ設定における限界である。システミック・リスク指標は何らかのトリガー事象が発生した場合の金融システムへの影響を定量化するという意味で、シナリオ分析の一種と捉えることができる。システミック・リスク指標をシナリオ分析の一種と捉えた時、用いられるシナリオは、過去データを統計的に処理することで設定される。このため、過去に経験したことがないような危機が発生する場合には、システミック・リスク指標から、金融システムの頑健性を適切に評価することは困難である。第2に、使用データの特徴からの限界である。システミック・リスク指標に関する研究では、データ更新頻度を重視し金融指標を用いる動きが広がっているが、必ずしもシステミック・リスク発生のメカニズムを直接の考察対象とはしていないため、金融指標に含まれるごく短期的な変動³⁰を過大評価してしまう可能性がある。特に、市場機能が低下している場合には、金融指標の指標としての有用性は著しく低下する可能性があることが知られている。ただ、残念ながらシステミック・リスク顕在化前後の金融指標から適切に有意な情報のみを抽出する方法に関する研究は必ずしも実効的な成果を挙げているとはいえないのが実情である。システミック・リスク指標を活用していくためには、これらの限界を乗り越える対応が必要になる。以下では、そうした対応について記述し、むすびにかえることにする。

.....
30 事後的には、こうした短期的な変動をノイズとして考えることもできるが、これには現時点では分析不能ではあるが何らかの構造を持つ変動と、観測結果に対して中立となる白色ノイズが含まれる。

(1) マクロ・ストレステストとの併用

システミック・リスク指標をシナリオ分析の一種と捉えた時、システミック・リスク指標とマクロ・ストレステストは両者とも金融システムの脆弱性を評価するツールである点で共通しているものの、シナリオの設定という点では、相違点がある。前者で想定されるシナリオは、上述したように、過去のデータから演繹されるストレス事象であるのに対し、後者で想定されるシナリオは、極端ではあるが現実起こりうると考えられる、過去データからは演繹されないストレス事象を設定する。

これまでの金融危機では、危機はさまざまな形態で発生してきており、中には、市場では事前に想定されていなかったルートを通じて発生してきたものもある。例えば、先般の欧州債務危機では、当局だけでなく、市場でも十分予想できていなかったソブリンのデフォルト・リスクが鍵となった。このように、これまで経験してこなかったリスク・シナリオは、システミック・リスク指標では捉えきれない一方、マクロ・ストレステストでは、概念上捉えることが可能である。こうした点を踏まえ、システミック・リスク指標を活用する際には、両手法の特性を十分に踏まえつつ、システミック・リスク指標とマクロ・ストレステストを相互補完的に活用することが有効であると考えられる。

(2) 複数のシステミック・リスク指標の併用³¹

本稿でみてきたように、システミック・リスク指標にはさまざまなものが存在している。例えば、指標作成に用いられるデータとしては、株価や CDS 等の金融市況が中心であるが、格下げデータ、GDP 成長率など、金融市況以外のデータから算出される指標もある。これらの指標を組み合わせることで、システミック・リスク発生メカニズムを直接の考察対象としない、というシステミック・リスク指標の位置付けを大きく変えることなく、金融市況を用いることの問題を極小化することが可能であろう。

いずれにせよ、システミック・リスク指標は発展途上であり、今後の研究の蓄積が強く期待される。

31 複数指標を組み合わせる場合、どの指標を選択するか、各指標のウエイトをどうするかは問題となるが、理論的または実証的な妥当性を備えた方法は未だ示されておらず、今後の課題である。現時点では、複数指標をわかりやすい形で同時標記した（同時標記されたリスク指標の一覧表を *Blancher et al.* [2013] では“Dashboard”と呼んだ）うえで、エキスパート・ジャッジメントを用いることでこの問題に対処しているというのが実情である。

参考文献

- 日本銀行金融市場局、『金融市場レポート』2008年7月号、日本銀行金融市場局、2008年
- 山中 卓・杉原正顯・中川秀敏、「Self-exciting 性をもつイベント発生強度モデルによる社債ポートフォリオのリスク解析」、『京都大学数理解析研究所講究録』第1675巻、京都大学数理解析研究所、2010年、226～233頁
- 渡部敏明、「Realized Volatility—サーベイと日本の株式市場への応用—」、『経済研究』第58巻第4号、岩波書店、2007年、352～373頁
- Acharya, Viral, Robert Engle, and Matthew Richardson, “Capital Shortfall: A New Approach to Ranking and Regulating Systemic Risks,” *The American Economic Review*, 102(3), 2012, pp. 59–64.
- , Lasse H. Pedersen, Thomas Philippon, and Matthew Richardson, “Measuring Systemic Risk,” Federal Reserve Bank of Cleveland Working Paper, 10-02, 2010.
- Adrian, Tobias, and Markus K. Brunnermeier, “CoVaR,” NBER Working Paper, No. 17454, National Bureau of Economic Research, 2011.
- Alessi, Lucia, and Carsten Detken, “Quasi Real Time Early Warning Indicators for Costly Asset Price Boom/Bust Cycles: A Role for Global Liquidity,” *European Journal of Political Economy*, 27(3), 2011, pp. 520–533.
- Alizadeh, Sassan, Michael W. Brandt, and Francis X. Diebold, “Range-Based Estimation of Stochastic Volatility Models,” *The Journal of Finance*, 57(3), 2002, pp. 1047–1091.
- Barrell, Ray, E. Philip Davis, Dilruba Karim, and Iana Liadze, “Bank Regulation, Property Prices and Early Warning systems for Banking Crises in OECD Countries,” *Journal of Banking and Finance*, 34(9), 2010, pp. 2255–2264.
- Bernanke, Ben S., “Monitoring the Financial System,” Speech at the 49th Annual Conference on Bank Structure and Competition, Board of Governors of the Federal Reserve System, May 10, 2013.
- Blancher, Nicolas, Srobona Mitra, Hanan Morsy, Akira Otani, Tiago Severo, and Laura Valderrama, “Systemic Risk Monitoring (“SysMo”) Toolkit—A User Guide” IMF Working Paper, 13/168, International Monetary Fund, 2013.
- Borio, Claudio, Mathias Drehmann, and Kostas Tsatsaronis, “Stress-testing Macro Stress Testing: Does It Live Up to Expectations?” BIS Working Papers, No 369, Bank for International Settlements, 2012.
- Brownlees, Christian T., and Robert Engle, “Volatility, Correlation and Tails for Systemic Risk Measurement,” working paper, 2012
(http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1611229 から入手可能)。
- Chernozhukov, Victor, and Len Umantsev, “Conditional Value-at-Risk: Aspects of model-

- ing and estimation,” *Empirical Economics*, 26, 2001, pp. 271–292.
- De Nicolò, Gianni, and Marcella Lucchetta, “Systemic Risks and the Macroeconomy,” IMF Working Paper, 10/29, International Monetary Fund, 2010.
- Demirgüç-Kunt, Asli, and Enrica Detragiache, “The Determinants of Banking Crises in Developing and Developed Countries,” IMF Staff Papers, 45(1), 1998, pp. 81–109.
- , and ———, “Monitoring Banking Sector Fragility: A Multivariate Logit Approach,” *The World Bank Economic Review*, 14(2), 2000, pp. 287–307.
- Diebold, Francis X., and Kamil Yilmaz, “Measuring Financial Asset Return and Volatility Spillovers, with Application to Global Equity Markets,” *The Economic Journal*, 119(534), 2009, pp. 158–171.
- , and ———, “On the Network Topology of Variance Decompositions: Measuring the Connectedness of Financial Firms,” *Journal of Econometrics*, 2014, forthcoming.
- Engle, Robert, and Simone Manganelli, “CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles,” *Journal of Business & Economic Statistics*, 22(4), 2004, pp. 367–381.
- Garman, Mark B, and Michael J. Klass, “On the Estimation of Security Price Volatilities from Historical Data,” *The Journal of Business*, 53(1), 1980, pp. 67–78.
- Gerdesmeier, Dieter, Hans-Eggert Reimers, and Barbara Roffia, “Early Warning Indicators for Asset Price Booms,” *Review of Economics and Finance*, 1, 2011, pp. 1–19.
- Giesecke, Kay, and Baeho Kim, “Systemic Risk: What Defaults Are Telling Us,” *Management Science*, 57(8), 2011, pp. 1387–1405.
- Goldstein, Morris, Graciela Kaminsky, and Carmen M. Reinhart, “Assessing Financial Vulnerability: An Early Warning System for Emerging Markets,” Institute for International Economics, 2000.
- Gray, Dale F., and Andreas A. Jobst, “Modelling Systemic Financial Sector and Sovereign Risk,” *Sveriges Riksbank Economic Review*, 2, 2011, pp. 68–106.
- Group of Ten, “Report on Consolidation in the Financial Sector,” Bank for International Settlements, January, 2001.
- Huang, Xin, Hao Zhou, and Haibin Zhu, “A Framework for Assessing the Systemic Risk of Major Financial Institutions,” *Journal of Banking and Finance*, 33(11), 2009, pp. 2036–2049.
- , ———, and ———, “Assessing the Systemic Risk of a Heterogeneous Portfolio of Banks during the Recent Financial Crisis,” BIS Working Papers, No 296, Bank for International Settlements, 2010.
- , ———, and ———, “Systemic Risk Contributions,” Finance and Economics Discussion Series, 2011-8, Federal Reserve Board, 2011.

- International Monetary Fund, “World Economic Outlook: Sustaining the Recovery,” International Monetary Fund, October 2009.
- Jobst, Andreas A., and Dale F. Gray, “Systemic Contingent Claims Analysis—Estimating Market-Implied Systemic Risk,” IMF Working Paper, 13/54, International Monetary Fund, 2013.
- Kaminsky, Graciela, Saul Lizondo, and Carmen M. Reinhart, “Leading Indicators of Currency Crises,” IMF Staff Papers, 45(1), 1998, pp. 1–48.
- , and Carmen M. Reinhart, “The Twin Crises: The Causes of Banking and Balance-of-Payments Problems,” *The American Economic Review*, 89(3), 1999, pp. 473–500.
- Koenker, Roger, and Gilbert Bassett, “Regression Quantiles,” *Econometrica*, 46(1), 1978, pp. 33–50.
- Lo Duca, Marco, and Tuomas A. Peltonen, “Assessing Systemic Risks and Predicting Systemic Events,” *Journal of Banking and Finance*, 37(7), 2013, pp. 2183–2195.
- Merton, Robert C., “On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates,” *The Journal of Finance*, 29(2), 1974, pp. 449–470.
- Segoviano, Miguel A., and Charles Goodhart, “Banking Stability Measures,” IMF Working Paper, 09/4, International Monetary Fund, 2009.
- Severo, Tiago, “Measuring Systemic Liquidity Risk and the Cost of Liquidity Insurance,” IMF Working Paper, 12/194, International Monetary Fund, 2012.
- Stock, James H., and Mark W. Watson, “Forecasting Using Principal Components From a Large Number of Predictors,” *Journal of the American Statistical Association*, 97(460), 2002, pp. 1167–1179.
- , and ———, “Implications of Dynamic Factor Models for VAR Analysis,” NBER Working Paper, No. 11467, National Bureau of Economic Research, 2005.
- Yamanaka, Suguru, Masaaki Sugihara, and Hidetoshi Nakagawa, “Modeling of Contagious Credit Events and Risk Analysis of Credit Portfolios,” *Asia-Pacific Financial Markets*, 19, 2012, pp. 43–62.

補論 1. 早期警戒指標について

1990年代以降、新興国で発生した通貨危機を予測するため、早期警戒指標の研究が行われてきた。近年では、先般の世界的な金融危機の発生を踏まえ、従来の研究で使われてきた手法を活用し、資産価格の大幅な上昇や下落等トリガー事象を早期に把握するための早期警戒指標の研究が精力的に行われている。以下では、早期警戒指標の分析の詳細を紹介したうえで、早期警戒指標の留意点を説明する。

(1) 早期警戒指標分析の枠組み：シグナリング・アプローチ

早期警戒指標の特定は、①トリガー事象の発生時期の特定、②トリガー事象の予兆を捉える有効な指標の検討、③トリガー事象の予測期間の設定（通常は1～3年）、④シグナルを発出する手法の検討、という4つのステップで行われる。

第1ステップでは、例えば、住宅価格のトレンドから一定以上乖離した時期をトリガー事象の発生時期として特定するといった手法がとられている。第2ステップでは、多くの研究では、経常収支・資本収支といった対外インバランスを示す指標、住宅投資・設備投資等の経済指標、信用量・マネーといった金融指標、金利等の金融市況が、早期警戒指標の候補として検討されている。第3ステップでは、危機発生のどれくらい前に予兆を捉えるべきかという予測期間を設定する。先行研究では、1～3年程度に設定する事例が多くみられている。それは、政策当局者にとって1～3年程度あれば、予測の検証も含めて、対応策を検討・実施することができる十分な期間と考えられているためである。最後の第4ステップでは、候補となる指標のうち、トリガー事象の予測指標として最もよいパフォーマンスを持つものは何かを分析する。具体的な分析手法として最も多くの先行研究で使用されているものは、シグナリング・アプローチである³²。

シグナリング・アプローチは、早期警戒指標の候補となる指標に任意の閾値を設定し、閾値を越えた場合、トリガー事象発生に関するシグナルが発せられると考える枠組みのことである。そのもとで、シグナル発出に伴う第1種の過誤（トリガー事象が発生したにもかかわらず、シグナルが発せられない）と第2種の過誤（トリガー事象が発生しなかったにもかかわらず、シグナルが発せられた）をバランスよく小さくするという観点から、早期警戒指標を選択することになる³³。

32 そのほかには、多変量回帰分析アプローチがある。このアプローチは、トリガー事象を説明するのに有効な多変量をプロビット・モデルやロジット・モデルに組み込み、将来のトリガー事象の発生確率を推定したうえで、発生確率が閾値を超えた場合にシグナルが発出される枠組みのことである。

33 シグナルが発生するかどうかと、その場合にトリガー事象が発生するかどうかに応じて、次のよう

(2) 早期警戒指標の留意点

上記のような手法によって選択された早期警戒指標には、その分析上、誤差が含まれている。例えば、IMF [2009] では、トリガー事象としてのバブル発生シグナルが発信されたにもかかわらず、実際にはバブルが発生しない確率は約 35%、シグナルが発信されていないにもかかわらず、バブルが発生する確率は約 45%、と報告しており、早期警戒指標には、かなりの予測誤差が存在している。こうした大きな予測誤差の理由としては、そもそも、バブル発生早期警戒指標の構築は、将来の資産価格の変動を予測する試みと等しいことが考えられる。この点、市場が効率的であればあるほど、早期警戒指標の構築は困難になる³⁴。

また、当局が特定の指標を早期警戒指標として重視していることを、民間の経済主体が認識した場合には、その指標が大きく変動しないような形で、行き過ぎた金融・経済活動が生じる可能性もある。その場合には、その指標の早期警戒指標としての有用性が失われる。

このため、早期警戒指標の活用にあたっては、その限界を認識したうえで、市場参加者の行動等に関するソフト・インフォメーションを組み合わせ、トリガー事象発生リスクを検討していく必要がある。

な 4 種類の組み合わせにまとめることができる。シグナル発生・トリガー事象発生：A、シグナル発生・トリガー事象発生せず：B、シグナルなし・トリガー事象発生：C、シグナルなし・トリガー事象発生せず：D。具体的には、早期警戒指標は、NS 比（Noise-to-Signal Ratio、第 2 種の過誤 / (1 - 第 1 種の過誤)、すなわち、 $(B/(B+D))/(A/(A+C))$ で表される）を最小化するものとして計算される。

34 これを効率的市場仮説の立場から解釈すると、以下のように考えることができる。まず、ストロング型の効率的市場仮説が成立していると仮定すると、将来の価格を予測することは不可能である。すなわち、私的情報を得たとしても、それらは瞬時に資産価格や証券価格に織り込まれることとなる。すなわち、ストロング型の効率的市場仮説が成立している場合には、いかなる情報を用いてもバブルを予測することはできず、早期警戒指標は構築できない。次に、セミ・ストロング型の効率的市場仮説が成立していると仮定すると、あらゆる公開情報は瞬時に資産価格に織り込まれることとなるため、公開情報のみを用いる限りにおいて、早期警戒指標の構築は不可能となる。ウィーク型の効率的市場仮説が成立する場合には、現在のある資産の価格には過去の当該資産の価格の履歴情報が完全に織り込まれるが、その場合には、当該資産の価格履歴以外の何らかの公開情報を用いることで、当該資産の価格がバブル的に破裂する事象を予測する早期警戒指標が構築できる可能性がある。さらに、そもそも効率的市場仮説が成立しない場合には、早期警戒指標が構築できる可能性が高い。以上の議論から、早期警戒指標の構築を可能とする立場は、効率的市場仮説が成立しないか、成立したとしてもウィーク型の仮説のみが成立するとする立場に依拠しているということができる。

補論 2. 個別指標に関する先行研究と本稿で用いたモデルの詳細

(1) 金融機関間の相互連関のリスクに係る指標

イ. CoVaR

CoVaR とは、ある金融機関の経営危機が他の金融機関に健全性の悪化を引き起こし得るといふ、システミック・リスクの顕在化経路に着目した指標である (Adrian and Brunnermeier [2011])。

CoVaR は、ある金融機関 i の株価収益率 r^i が $(100 - p)\%$ 点 (VaR_p^i) をとるときの金融セクター全体の株価収益率 r の $(100 - q)\%$ 点 ($CoVaR_{q,p}^i$) として定義される。すなわち、

$$\Pr(r \leq CoVaR_{q,p}^i | r^i = VaR_p^i) = q/100,$$

と書ける³⁵。

また、上述の定義から、金融機関 i を他の金融機関 j に置き換えた $CoVaR_{q,p}^j$ も同様にして計算でき、両者の値を比較することでシステミック・リスク顕在化に対する個別金融機関の影響の大小の比較が可能となる。個別金融機関の影響の大小の比較をより明確に把握するため、まず、 $CoVaR_{q,p}^i$ と $CoVaR_{q,50}^i$ ³⁶ との差として、 $\Delta CoVaR_{q,p}^i$ を以下のように定義する。

$$\Delta CoVaR_{q,p}^i := CoVaR_{q,p}^i - CoVaR_{q,50}^i.$$

このとき、 $\Delta CoVaR_{q,p}^i$ の値が大きい金融機関ほど、当該金融機関の経営危機が他の金融機関に波及したときの影響が大きいといえる。

CoVaR の算出は、分位点回帰 (quantile regression) と呼ばれる手法を用いて推定する³⁷。具体的には、Adrian and Brunnermeier [2011] は、 t 期における金融セクター全体の株価収益率 r_t の $(100 - q)\%$ 点である $VaR_{t,q}$ を、 t 期の金融機関 i の株価収益率 r_t^i と $t-1$ 期の金融指標 (VIX、レポ・TB 金利スプレッド、TB 金利等) を表すべ

35 ここで、 $\Pr(A|B)$ は、事象 B のもとでの、事象 A の条件付確率を表している。

36 金融機関 i の株価収益率が平均的な水準にある場合 (50%点) の、金融セクター全体の株価収益率の $(100 - q)\%$ 点。

37 分位点回帰とは、被説明変数の分位点を説明変数で回帰する統計手法。線形回帰を用いた分位点回帰は Koenker and Bassett [1978] が開発し、Chernozhukov and Umantsev [2001] が VaR の推計に応用した。本稿が用いた回帰も線形分位点回帰である。なお、Engle and Manganelli [2004] では非線形分位点回帰を用いて VaR の推計を行っているが、この場合、回帰係数を安定的に計算するために必要となるデータが膨大となる。

クトル X_{t-1} で説明する線形回帰式、

$$VaR_{t,q} = \alpha_q^i + \beta_q^i r_t^i + \gamma_q^i X_{t-1} + u_t^i, \quad (A-1)$$

で表現した。ここで、 α_q^i 、 β_q^i 、 γ_q^i はそれぞれパラメータで、 u_t^i は誤差項を表す。(A-1) 式は、個別金融機関の株価収益率と $(100 - q)$ %点における金融セクター全体の株価収益率の関係を表しているため、個別金融機関の株価収益率に $(100 - p)$ %点における個別金融機関の株価収益率を代入すると、 $CoVaR_{t,q,p}^i$ および $\Delta CoVaR_{t,q,p}^i$ は、

$$\begin{aligned} CoVaR_{t,q,p}^i &= \alpha_q^i + \beta_q^i VaR_{t,p}^i + \gamma_q^i X_{t-1}, \\ \Delta CoVaR_{t,q,p}^i &= \beta_q^i (VaR_{t,p}^i - VaR_{t,50}^i), \end{aligned} \quad (A-2)$$

と表すことができる。(A-2) 式をみると、 $VaR_{t,p}^i$ が大きくなるか、パラメータ β_q^i が大きくなると、システミック・リスク顕在化に対する金融機関 i の影響度合いが大きくなることを示している。

本稿では、日本の3メガバンクを対象に、東証銀行業株価指数を金融セクター全体の株価として用いた $\Delta CoVaR_{q,p}^i$ を計算した。用いたデータは1984年1月～2013年11月までの日次データで、合併前の個別銀行の株価収益率については、合併対象行の株価収益率を時価総額加重平均して遡及した³⁸。観測期間は1年、リスク評価期間は1日、信頼水準は $p = q = 95\%$ とした。また、個別金融機関の株価収益率のVaRの計算はヒストリカル法を用いた。なお、金融指標を表すベクトル X_t には、日経平均株価の日次収益率、3ヵ月円 Libor と3ヵ月国債金利のスプレッド、国債の10年物と3ヵ月物の長短スプレッドを用いた。

□. MES、SES、SRISK

MES (Marginal Expected Shortfall: 限界期待ショートフォール)、SES (Systemic Expected Shortfall) とは、金融セクターの状態が全体として悪化したときに、個別の金融機関に生じる健全性の悪化を計測することで、各金融機関と金融セクター全体の連動性を計測するものである (Acharya *et al.* [2010])。

まず、金融機関 i のMESは、以下のように、金融セクター全体の株価収益率 r が $(100 - p)$ %点 (VaR_p) を下回ったときの金融機関 i の株価収益率 r^i の期待値として定義される。

$$MES^i = E[r^i | r \leq VaR_p]. \quad (A-3)$$

.....
38 以下、本稿で用いる個別銀行の株価データでは同様の処理を行っている。

定義より、すべての金融機関のMESをおおのの株式時価総額で加重平均すると、金融セクターの株価収益率の期待ショートフォール (Expected Shortfall) に一致する。

次に、SESは、金融セクターが全体として自己資本不足に陥ったとき³⁹の、不足した資本額全体に対するある金融機関の寄与に着目した指標である (Acharya *et al.* [2010])。

具体的には、金融機関*i*のSESは、金融セクター全体の株式価値の総和*W*が資産価値の総和*A*に所要自己資本比率*k*を掛けた額を下回ったときの、金融機関*i*の自己資本の不足額の期待値として定義される。すなわち、*Aⁱ*、*Wⁱ*をそれぞれ金融機関*i*の総資産価値および株式価値とすると、

$$SES^i = E[kA^i - W^i | W - kA < 0],$$

と表される⁴⁰。定義より、すべての金融機関のSESを合算すると、金融セクター全体が自己資本不足に陥ったときの自己資本不足額の期待値⁴¹となる。なお、Acharya *et al.* [2010]は、以下のように、SESは1期前のMESとレバレッジ比率から説明できると仮定した。

$$SES_t^i = \alpha + \beta MES_{t-1}^i + \gamma LVG_{t-1}^i + u_t^i.$$

ここで、*LVG_tⁱ*は金融機関*i*のレバレッジ比率、*u_tⁱ*は回帰式の誤差項、 α 、 β 、 γ はパラメータであり、金融セクターの自己資本が不足するような金融危機時のデータから計算されている。なお、この回帰式の計測結果にMESとレバレッジ比率を代入すると翌期のSESが計算できる⁴²。

ただし、こうした枠組みで計算されたSESは、過去の金融危機時にしか当てはまらず、新たな危機の発生によってパラメータが変化した場合には、有効ではないという問題がある。こうした問題に対処するために提唱された指標がSRISKである。SRISKとは、SESと同様に金融機関の自己資本が不足することを対象としたシステムミック・リスク指標であるが、条件となるトリガー事象を金融セクターの株価収益率が悪化した場合とすることで、SESのように特定のパラメータに依存しない形

39 ここでは、観測対象となる金融機関のバランスシートを合算して、金融セクター全体としての自己資本不足額を計算する。

40 預金取扱金融機関に対する規制上の所要自己資本比率は、リスク・アセットをベースとして計算されるが、ここでは財務諸表に計上された額をベースに所要自己資本額が計算できると仮定している。

41 自己資本の期待値ではなく、自己資本不足額の期待値であることを踏まえると、これは期待ショートフォールに近い統計量である (ただし、分位点の代わりに、所要自己資本を用いている)。

42 Acharya *et al.* [2010]では、米国金融機関を対象に、①2009年2月に実施された米国ストレステストで公表された必要な追加資本額、②金融危機中 (2007年7月~2008年12月)の金融機関の株価下落率、③金融危機中 (同)の金融機関のCDSスプレッドの上昇幅からパラメータを推定している。

でリスク量を計測しようとするものである (Brownlees and Engle [2012] や Acharya, Engle, and Richardson [2012])。具体的には、金融機関 i の SRISK は、

$$SRISK^i = \max(E[kA^i - W^i | r^s \leq r^*], 0), \quad (A-4)$$

と定義される。ここで、 r^* は金融セクターの株価収益率の悪化を示す閾値である。金融機関 i の負債額面を B^i とすると、(A-4) 式は、

$$SRISK_i^i = \max(kB_i^i - (1 - k)W_i^i(1 + MES(r^*)), 0), \quad (A-5)$$

と変形できる。このように、SRISK は特定のパラメータではなく、金融機関の負債額面、株式価値、および、株価収益率が閾値となったとき MES から計算できることがわかる⁴³。

本稿では、(A-3) 式を用いて MES を算出した。考察対象金融機関を日本の 3 メガバンクとしたうえで、1984 年 1 月～2013 年 11 月の株価収益率の日次データを用いた。なお、金融セクター全体の株価には東証銀行業株価指数を用いた。

ハ. DIP

DIP (Distress Insurance Premium : 危機保険料) とは、ある金融機関がデフォルトしたときに金融セクター内に生じる損失額に着目した指標で、当該損失を保証する保険料と解釈できる (Huang, Zhou, and Zhu [2009, 2010, 2011])。

金融セクター全体の DIP (DIP_I) は、金融セクター全体で生じる損失額が金融セクター全体の負債総額の一定割合⁴⁴ を超えたときの、当該損失額の期待値として定義される。すなわち、

$$DIP_I = E[L | L \geq L^*],$$

と書ける。また、個別金融機関の DIP (DIP_{II}) は、同じ条件のもとでの各金融機関で生じる損失額の期待値として定義される。すなわち、金融機関 i の DIP_{II} は、

$$DIP_{II}^i = E[L^i | L \geq L^*],$$

.....
43 観測期間が長期である場合、MES の計算において用いる同期間の株価収益率のヒストリカル分布が観測期間中に変化する場合を無視することができないため、何らかの工夫や捨象が必要になる。Acharya, Engle and Richardson [2012] では、当該問題を避けるため、極値理論を用いて長期の MES (6 ヶ月間で金融セクター全体の株価が 40% 以上下落するという条件のもとで計測した MES) と短期の MES (1 日で金融セクター全体の株価が 2% 以上下落するという条件のもとで計測した MES) の関係を、

$$(長期の MES^i) \approx 1 - \exp(-18 \times (短期の MES^i)),$$

となることを理論的に導出したうえで MES を計算し、これを (A-5) 式に代入して SRISK を計測している。

44 Huang, Zhou, and Zhu [2009] では 15%。

と書ける。ここで、 L^i は金融機関 i のデフォルト時損失額、 L は金融セクター全体の損失額 (L^i の総和)、 L^* は金融セクター全体の負債総額 (各金融機関の負債総額の総和) の一定割合に相当する量である。定義から DIP_{II}^i の総和は DIP_I と等しいので、 DIP_{II} はシステミック・リスクの顕在化で生じる損失額に対する各金融機関の寄与分と解釈できる。

DIP は、シミュレーションによって計算される。シミュレーションでは、金融機関の資産価値の変化率が多変量正規分布に従うと仮定した⁴⁵ うえで、多次元正規乱数を発生させ、CDS スプレッドから逆算したデフォルト確率と整合的なデフォルト境界を用いてデフォルトを判定する。さらに、デフォルト時損失額についても別途分布を仮定し、シミュレーションを用いて算出する。

二. JPoD

JPoD (Joint Probability of Distress : 同時デフォルト確率)、銀行安定指数 (Banking Stability Index)、カスケード確率とは、金融機関が連鎖デフォルトする事象に着目したリスク指標 (Segoviano and Goodhart [2009]) である。

JPoD は、金融セクター内の全ての金融機関が同時にデフォルトする確率として、以下のように定義される。

$$JPoD = \Pr(Y_t^1 < y^{1*}, Y_t^2 < y^{2*}, \dots, Y_t^n < y^{n*}).$$

ここで、 Y_t^i ($i = 1, 2, \dots, n$) を t 期における各金融機関の健全性を表す確率変数、 y^{i*} ($i = 1, 2, \dots, n$) を金融機関 i がそれを下回るとデフォルトするデフォルト境界とする。銀行安定指数は、金融セクター内の金融機関のうち少なくとも 1 社がデフォルトする条件のもとでの金融機関のデフォルト社数の期待値として定義される。すなわち、

$$\text{銀行安定指数} = \frac{\sum_{i=1}^n \Pr(Y_t^i < y^{i*})}{1 - \Pr(Y_t^1 \geq y^{1*}, Y_t^2 \geq y^{2*}, \dots, Y_t^n \geq y^{n*})},$$

である。最後に、カスケード確率は、ある金融機関 i がデフォルトする条件のもとでの他の金融機関が 1 社以上デフォルトする確率として定義される。すなわち、

$$\text{カスケード確率 } i = 1 - \frac{\Pr(\{Y_t^i < y^{i*}\} \cap \{Y_t^j \geq y^{j*}\}_{j \neq i})}{\Pr(Y_t^i < y^{i*})},$$

と書ける。

.....
45 金融機関の資産価値の変化率が多変量正規分布に従うという仮定は、分布のファットテール性や裾依存性を考慮できず、リスクを過小評価する可能性がある点には留意が必要である。

これらの指標を計測するためには、 Y_t^i ($i = 1, 2, \dots, n$) の同時確率密度関数とデフォルト境界 y^{i*} ($i = 1, 2, \dots, n$) が必要となる。Segoviano and Goodhart [2009] は、 y^{i*} を固定したうえで、各金融機関のデフォルト相関を相関係数にもつ多変量標準正規分布との差異が最小となるように、各時点 t における同時確率密度関数 $p_t(y^1, y^2, \dots, y^n)$ を求めた。具体的には、まず、デフォルト境界 y^{i*} ($i = 1, 2, \dots, n$) について、各 i に対する Y_t^i ($i = 1, 2, \dots, n$) の周辺確率密度関数が標準正規分布に従うとしたうえで、各時点 t において、 $\Pr(Y_t^i < y^{i*})$ が金融機関 i の CDS スプレッドから逆算されるデフォルト確率に一致するよう定める。次に、目的とする多変量同時確率密度関数と各金融機関のデフォルト相関を相関係数にもつ多変量標準正規分布の同時確率密度関数 $\phi(y^1, y^2, \dots, y^n)$ の間の「距離」をカルバック・ライブラー情報量⁴⁶ で定義し、これが最小となるよう $p_t(y^1, y^2, \dots, y^n)$ を求める。この際、目的とする多変量同時確率密度関数とデフォルト境界から計算されるデフォルト確率が観測されたデフォルト確率と一致するように計算する。このとき、 $p_t(y^1, y^2, \dots, y^n)$ は

$$p_t(y^1, y^2, \dots, y^n) = \phi(y^1, y^2, \dots, y^n) \exp\left(-\left(1 + \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i 1_{\{y^i < y^{i*}\}}\right)\right), \quad (\text{A-6})$$

となる。(A-6) 式は、ラグランジュ未定乗数法を用いて $n+1$ 個の制約⁴⁷のもとでカルバック・ライブラー情報量を最小化させて導出できる多変量同時確率密度関数を示している⁴⁸。このように同時確率密度関数 $p_t(y^1, y^2, \dots, y^n)$ を求めることで、各金融機関のデフォルト確率を市場データに合致させつつ、経時変化する状態変数のテイル依存関係を表現できる⁴⁹。

46 目的とする多変量同時確率密度関数 $p_t(y^1, y^2, \dots, y^n)$ と多変量標準正規分布の同時確率密度関数 $\phi(y^1, y^2, \dots, y^n)$ との間のカルバック・ライブラー情報量は、両者の分布同士の距離を示す尺度の 1 つであり、 $p_t(y^1, y^2, \dots, y^n)$ のエントロピー

$$H(P) := - \int \dots \int p_t(y^1, y^2, \dots, y^n) \ln p_t(y^1, y^2, \dots, y^n) dy^1 dy^2 \dots dy^n,$$

と $p_t(y^1, y^2, \dots, y^n)$ と $\phi(y^1, y^2, \dots, y^n)$ の交差エントロピー

$$H(P, \Phi) := - \int \dots \int p_t(y^1, y^2, \dots, y^n) \ln \phi(y^1, y^2, \dots, y^n) dy^1 dy^2 \dots dy^n,$$

を用いて、 $H(P, \Phi) - H(P)$ と書ける。カルバック・ライブラー情報量が小さければ、分布同士の距離は小さいと考えることができる。

47 各金融機関のデフォルト率 $\Pr(Y_t^i < y^{i*})$ に関する条件 (n 個) と求める多変量同時確率密度関数の積分値が 1 となる条件 ($\int \dots \int p_t(y^1, y^2, \dots, y^n) dy^1 dy^2 \dots dy^n = 1$)。

48 導出は Segoviano and Goodhart [2009] を参照。

49 各リスク指標は、時点 t ごとに得られた同時確率密度関数を定義に従って積分することで計算できる。

(2) 金融セクターと実体経済間の相互依存性のリスクに係る指標

イ. DIM

DIM (Default Intensity Model: デフォルト強度モデル) とは、セクター内やセクター間に生じる負の相互作用等によってデフォルト連鎖が生じる等、さまざまな経路からの波及効果に伴う金融機関や企業のデフォルト強度⁵⁰の変化に着目した指標である (Giesecke and Kim [2011])。

DIM は、あるセクターにおけるデフォルト企業の、当該セクター内の全て企業に対する比率に関する分布の統計量 (分位点や期待値) として定義される。ここでは、あるセクター⁵¹内の企業のデフォルト強度は、当該セクター内における他の企業のデフォルトの発生で上昇する (自己励起性) という性質と、当該セクターを含む全セクターで生じるデフォルト強度の上昇と依存関係をもつという性質を同時にモデル化し、当該セクター内や他のセクターとの間でのデフォルトの伝播を計測する。

なお、本稿では計測に当たって、わが国では経営危機に陥った金融機関を法的整理しない傾向があり、デフォルトを対象にすると、システムック・リスクの顕現化を十分に捕えられない可能性がある点を考慮して、Yamanaka, Sugihara, and Nakagawa [2012]⁵²を参考に、デフォルト強度ではなく企業の格下げの強度をモデル化した。そのうえで、①金融セクターにおいて 99%点 (リスク評価期間 6ヵ月、以下同じ) を超える格下げが発生したときの非金融セクターにおける格下げ数比率の期待値、②非金融セクター (全経済セクターから金融セクターを除いたもの) において 99%点を超える数の格下げが発生したときの金融セクターにおける格下げ数比率の期待値、③金融セクターにおける格下げ数比率の 99%点を計算した。

このうち、①および②は Giesecke and Kim [2011] では計測されておらず、本稿が追加的に導入したリスク指標である。これらは、一方のグループで発生したショックがもう一方のグループにどのように伝播するかを計測したもので、金融セクターと実体経済間の相互依存性をより重視したリスク指標といえる。

DIM では、時刻 t における全経済セクターの格下げ強度 λ_t^* が従うモデルを、

$$\lambda_t^* = \exp(\beta^* X_t) + \int_0^t \exp(-\kappa(t-s)) dJ_s \quad (\text{A-7})$$

ただし、 $J_s = \nu_1 + \dots + \nu_{N_s}^*$, $\nu_n = \max(\gamma, \delta \lambda_{d(n)-}^*)$,

.....
50 単位時間内に発生するデフォルトの回数の期待値として定義されるが、デフォルトするまでの時間の逆数と考えて差し支えない。

51 多くの場合、金融セクターを念頭に置く。

52 Yamanaka, Sugihara, and Nakagawa [2012] では、Giesecke and Kim [2011] に類似する自己励起性を考慮するモデルをもとに、企業の格付け変更データを用いて社債ポートフォリオの信用リスクを評価するモデルを提案している。

と定義する。ここで、 N_s^* は初期時点から時刻 s までの格下げ総数、 $d(n)-$ は n 番目の格下げが発生する直前の時刻、 X_t は複数の金融指標からなるベクトル、 β^* 、 γ 、 δ 、 κ はパラメータである。格下げ強度 λ_t^* は、時刻 t における金融変数から期待される平常時の水準 ((A-7) 式の右辺第 1 項) と、過去にセクター内で発生した格下げが同セクターの格下げ強度を高めるという自己励起性の影響 ((A-7) 式の右辺第 2 項) で説明される。特に、過去に発生した n 番目の格下げは、発生直前の格下げ強度 $\lambda_{d(n)-}^*$ の水準によって決まる影響幅 v_n (v_n は、格下げ強度に与える影響の下限 γ と影響の強さ δ という 2 つのパラメータをもつ) が時間による減衰効果 $\exp(-\kappa(t-d(n)))$ を伴って (κ は減衰する速度を表すパラメータ) 時刻 t の格下げ強度に影響を与える構造となっている。なお、本稿では、金融指標 X_t として、日経平均株価の前年比、日本国債のターム・スプレッド (10 年-3 ヶ月、1 年のラグを取ったもの)、社債のクレジット・スプレッド (BBB 格-AA 格)⁵³ を用いた。

次に、金融セクターにおける格下げ強度 λ_t は、全経済セクターにおける格下げ強度 λ_t^* を用いて、 $\lambda_t = \lambda_t^* Z_t$ 、 $Z_t = \Phi(\beta X_t)$ と定める⁵⁴。ここで、 X_t は前述した複数の金融指標からなるベクトル、 Φ は標準正規分布の分布関数を表し、 β はパラメータである。 Z_t は全経済セクターにおける格下げのうち金融セクターで発生した格下げの割合 Z_t を意味している⁵⁵。DIM では、このような構造によって、金融セクターもしくは非金融セクターで発生した実際の格下げが、(A-7) 式を通じて全セクターの格下げ強度を高め、互いのセクターの格下げ強度に影響を与えるという相互依存性を表現している。

λ_t^* に関するパラメータ $\theta_1 = (\beta^*, \kappa, \gamma, \delta)$ および Z_t に関するパラメータ $\theta_2 = \beta$ は、それぞれ最尤法により推定する。いずれの変数も尤度関数を具体的に記述できるため容易に計算できる⁵⁶。

53 日本証券業協会が公表する R&I 格付けごとの利回りから計算。

54 非金融セクターにおける格下げ強度は $\lambda_t^*(1-Z_t)$ となる。

55 このため、 Z_t は細分化過程 (thinning process) と呼ばれる。

56 λ_t^* に関する対数尤度関数 $l_1(\cdot, \theta)$ は、用いるデータの全期間を $[0, T]$ として、

$$l_1(\cdot, \theta_1) = \int_0^T \log(\lambda_{s-}^*(\theta)) dN_s^* - \int_0^T \lambda_s^*(\theta) ds,$$

と表される。これは、企業の格下げ実績データから (A-7) 式にもとづき λ_t^* を求めることで、数値的に計算できる。また、 Z_t に関する対数尤度関数 $l_2(\cdot, \theta)$ は、

$$l_2(\cdot, \theta_2) = \sum_{N=1}^{N_T} Y_{d(N)} \log(Z_{d(N)}(\theta_2)) + (1 - Y_{d(N)}) \log(1 - Z_{d(N)}(\theta_2)),$$

と表される。なお、 Y_t は、時刻 t に全経済セクター内でデフォルト (格下げ) が発生した際、デフォルト (格下げ) した企業が金融セクターに所属する場合に 1、非金融セクターに所属する場合に 0 の値を取る変数、 $d(N)$ は N 番目の格下げが発生した時刻である。

推計されたモデルを用いて、金融セクターおよび非金融セクターにおける各時点の格下げ社数の分布を、モンテカルロ・シミュレーションを用いて計算する。具体的には、①金融変数 X_t について過去データのヒストリカル分布（日次データ、観測期間は6ヵ月）から先行きのサンプル・パスを生成する、②格下げが発生するまでの間隔が強度 λ^* の指数分布に従うとしたもとの、乱数を発生させて次の格下げ時刻 τ を決める、③時刻 τ における λ^* の値を同時刻の金融変数 X_τ と格下げ実績を用いて更新する、④時刻 τ がリスク評価期間を超えるまで②、③を繰り返すと、全経済セクターにおける格下げ社数のシミュレーションが1回計算される。なお、発生した格下げがどのセクターで起きたかは、乱数を発生させて各時点の格下げの発生割合 $Z_t = \Phi(\beta X_t)$ を基準に決定する。この計算を繰り返し行うことで各セクターにおける格下げ社数の分布が得られる。DIM は、得られた分布の99%点もしくは条件付き期待値として計測される。

本稿では、1998年4月～2013年11月までのR&Iの格付けデータを用いた。政府や地方自治体等を除くR&I格付けが付与された日本の全企業を対象に、格付け符号が1ノッチ以上格下げされた場合を格下げと認識し、格下げ数の時系列データを作成した。また、金融セクターは銀行のみを対象とした。

□. GDP at Risk

GDP at Risk とは、実体経済におけるショックや金融セクターと実体経済の相互関連性に着目し、実体経済と金融セクターを表す2変数のファクター付きベクトル自己回帰モデル（factor-augmented VAR）をベースにした、リスク指標である（De Nicolò and Lucchetta [2010]）。

GDP at Risk は四半期実質 GDP 成長率 ($GDPG_t$) と金融システム全体のリスクを表す指標 (FS_t)⁵⁷ の2変数を、ファクター付きベクトル自己回帰モデルを用いて定式化したうえで、分位点回帰によって計算される各変数の $(100 - p)\%$ 点 (VaR_p) として定義される。

2変数ファクター付きベクトル自己回帰モデルは、

$$\begin{aligned} GDPG_t &= \alpha_1 + \beta_1 F_t + \gamma_{11}(L)GDPG_t + \gamma_{12}(L)FS_t + u_t^1, \\ FS_t &= \alpha_2 + \beta_2 F_t + \gamma_{21}(L)GDPG_t + \gamma_{22}(L)FS_t + u_t^2, \\ F_t &= H(L)F_{t-1} + K v_t, \end{aligned} \tag{A-8}$$

を用いる⁵⁸。このモデルは、通常のベクトル自己回帰モデルに2変数に影響を与え

.....
57 De Nicolò and Lucchetta [2010] では、 FS_t に用いるデータを特定していないものの、例として金融機関株式ポートフォリオの超過リターンや、金融システム内のリスクを示すリスク指標（デフォルト距離や DIP 等）をあげている。

58 (A-8) の第3式を行列表示で書くと、 $F_t = [f_t^1, f_t^2, \dots, f_t^m]'$ 、 $v_t = [v_t^1, v_t^2, \dots, v_t^m]'$ 、 $H = (\eta_{ij})$ 、 $K = (\kappa_{ij})$

る多変量の共通ファクター F_t が加わるモデルとなっており、共通ファクター F_t はパラメータと共に同時に推定される⁵⁹。なお、 α_i 、 β_i 、 γ_{ij} ($i, j = 1, 2$)、 $H = (\eta_{ij})$ 、 $K = (\kappa_{ij})$ はパラメータで、 L はラグ・オペレーター（すなわち、 $\gamma_{ij}(L)$ 、 $\eta_{ij}(L)$ は係数がパラメータのラグ多項式）、 u_t^1 、 u_t^2 、 v_t は誤差項である。次に、 $GDPaR_t$ の 5 % 点 $GDPaR_t$ および FS_t の 5 % 点 $FSaR_t$ を、分位点回帰を用いて推計すると、

$$\begin{aligned} GDPaR_t &= \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1 F_t + \hat{\gamma}_{11}(L)GDPG_t + \hat{\gamma}_{12}(L)FS_t + \hat{u}_t^1, \\ FSaR_t &= \hat{\alpha}_2 + \hat{\beta}_2 F_t + \hat{\gamma}_{21}(L)GDPG_t + \hat{\gamma}_{22}(L)FS_t + \hat{u}_t^2, \end{aligned} \quad (\text{A-9})$$

を得る。ここで $\hat{\alpha}_i$ 、 $\hat{\beta}_i$ 、 $\hat{\gamma}_{ij}$ は (A-8) 式のパラメータの推定値、 \hat{F}_t は (A-8) 式を推計して求められる共通ファクターである。

(A-9) 式を用いて、リスク指標を計算する。De Nicolò and Lucchetta [2010] は、本補論 (1) イの CoVaR の考え方を参考に、①前期に実質 GDP 成長率、金融システム全体のリスクを表す指標が共に 5% 点まで下落したときの、当期の実質 GDP 成長率の分布の 5% 点 ($Co(GDPaR_t)$)、②前期に実質 GDP 成長率、金融システム全体のリスクを表す指標が共に 5% 点まで下落に達したときの、当期の金融システム全体のリスクを表す指標の分布の 5% 点 ($Co(FSaR_t)$)、をリスク指標として提案している。これらのリスク指標は、

$$\begin{aligned} Co(GDPaR_t) &= \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1 \hat{F}_t + \hat{\gamma}_{11}(L)GDPaR_t + \hat{\gamma}_{12}(L)FSaR_t, \\ Co(FSaR_t) &= \hat{\alpha}_2 + \hat{\beta}_2 \hat{F}_t + \hat{\gamma}_{21}(L)GDPaR_t + \hat{\gamma}_{22}(L)FSaR_t, \end{aligned}$$

と書ける。また、前期に指標の下落が生じることを条件としない 5% 点の値との差分、

$$\begin{aligned} \Delta Co(GDPaR_t) &:= Co(GDPaR_t) - GDPaR_t, \\ \Delta Co(FSaR_t) &:= Co(FSaR_t) - FSaR_t, \end{aligned}$$

として、

$$\begin{pmatrix} f_t^1 \\ f_t^2 \\ \vdots \\ f_t^l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_{11}(L) & \eta_{12}(L) & \cdots & \eta_{1l}(L) \\ \eta_{21}(L) & \eta_{22}(L) & \cdots & \eta_{2l}(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{l1}(L) & \eta_{l2}(L) & \cdots & \eta_{ll}(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{t-1}^1 \\ f_{t-1}^2 \\ \vdots \\ f_{t-1}^l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & \cdots & \kappa_{1m} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} & \cdots & \kappa_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \kappa_{l1} & \kappa_{l2} & \cdots & \kappa_{lm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_t^1 \\ v_t^2 \\ \vdots \\ v_t^m \end{pmatrix},$$

と表せる。

59 De Nicolò and Lucchetta [2010] では、ファクター付きベクトル自己回帰モデルの推計において、主成分分析による共通ファクター F_t の推計と単純なベクトル自己回帰モデルとしてのパラメータ推計を交互に繰り返して漸近的に推計結果を得る手法を採用している（詳細は、Stock and Watson [2002, 2005] を参照）。また、ラグ次数やファクター数は、最終予測誤差 (FPE) 基準と赤池情報量基準 (AIC) の和を最小化することで決定している。

によって定義される値をリスク指標とすることがある。

金融セクターと実体経済の相乗作用を重視する観点から、①前期の金融システム全体のリスクを表す指標が5%点まで下落したときの、当期の実質GDP成長率の5%点 ($Co(GDPaR_t)'$)、②前期の実質GDP成長率が5%点まで下落したときの当期の金融システム全体のリスクを表す指標の5%点 ($Co(FSaR_t)'$)、を計測し、これらの平常時との乖離幅 ($\Delta Co(GDPaR_t)'$ 、 $\Delta Co(FSaR_t)'$) をリスク指標として考えることができる。これらは、

$$\begin{aligned} Co(GDPaR_t)' &= \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1 F_t + \hat{\gamma}_{11}(L)GDPG_t + \hat{\gamma}_{12}(L)FSaR_t, \\ Co(FSaR_t)' &= \hat{\alpha}_2 + \hat{\beta}_2 F_t + \hat{\gamma}_{21}(L)GDPaR_t + \hat{\gamma}_{22}(L)FS_t, \\ \Delta Co(GDPaR_t)' &:= Co(GDPaR_t)' - GDPaR_t, \\ \Delta Co(FSaR_t)' &:= Co(FSaR_t)' - FSaR_t, \end{aligned}$$

と書ける。

GDP at Risk は、データとして実質GDP成長率を用いるため、その更新頻度は四半期ごとである。実質GDP成長率を代替する他の経済指標を用いれば、更新頻度を月次とすることは可能となるが、主にマーケットデータを用いて計測されている他のシステミック・リスク指標と比べると、更新間隔が長く、タイムリーなリスク計測ができない点には留意が必要である。また、十分な精度で分位点回帰を行うためには多数のデータが必要であるため、計測では非常に長い時系列データを要する点にも注意が必要である。

(3) 金融セクターと公的セクター間の相互依存性のリスクに係る指標

イ. SCCA

SCCA (Systemic Contingent Claims Analysis: システミック条件付請求権分析) とは、金融機関がデフォルトする際には必ず政府が金融機関を救済 (ベイル・アウト) するとしたうえで、1つ以上の金融機関がデフォルトしたときに、政府が負担する救済コストが増加するリスクを指標化したものである (Gray and Jobst [2011])。SCCA では、金融市場が織り込む救済コストを、株価やCDS価格からオプション理論を用いて算出する。

SCCA は、金融セクター全体で生じる政府による金融機関救済コストの現在価値の統計量⁶⁰として定義される。株価とCDSスプレッドのそれぞれに織り込まれる

60 分位点または期待ショートフォールを用いることが多い。

金融機関のデフォルト時損失額の現在価値は、平常時にはほぼ一致するが、システミック・リスク顕在化時には前者が後者を大幅に上回る。この差は政府によるベイル・アウトによって株主は損失を被るものの、社債保有者は損失の一定割合を回避できるということを市場が織り込んでいることから生じると考える。そこで、各金融機関について株価と CDS スプレッドそれぞれから将来のデフォルト時損失額の現在価値を計測したうえで、これらの差を合算して金融セクター全体で生じる政府による金融機関救済コストの現在価値を計測する。

まず、株式市場からみた将来のデフォルト時損失額の計測手法を説明する。Merton [1974] が提案した CCA⁶¹ によれば、金融機関の負債の現在価値は、負債額面の現在価値から、負債額面が行使価格の資産価値を原資産とするプット・オプションの現在価値を控除したものと等しい。すなわち、金融機関の負債の現在価値 $D_E(t)$ は、金融機関の資産価値が原資産のプット・オプションの現在価値を $P_E(t)$ 、負債額面を B 、無リスク金利を r 、リスク評価期間を T とすると、 $P_E(t) = Be^{-r(T-t)} - D_E(t)$ と表すことができる。なお、プット・オプションの現在価値 $P_E(t)$ は、資産価値の変動が幾何ブラウン運動に従うと仮定⁶² すると、

$$P_E(t) = Be^{-r(T-t)}\Phi(-d_2) - A(t)\Phi(-d_1),$$

$$\text{ただし、} d_1 = (\log(A(t)/B) + (r + \sigma_A^2/2)(T-t))(\sigma_A \sqrt{T-t})^{-1}, \quad (\text{A-10})$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T-t},$$

と書ける。ここで、 $A(t)$ は t 期における金融機関の資産価値、 σ_A は資産価値のボラティリティである。また、 Φ は標準正規分布の分布関数である。(A-10) 式からは、デフォルト時損失額の算出には $A(t)$ および σ_A が必要であることがわかる。ここで、金融機関の株式時価総額 $E(t)$ が、

$$E(t) = A(t)\Phi(-d_1) - Be^{-r(T-t)}\Phi(-d_2),$$

と表すことができることから、この式を伊藤の公式を用いて微分して、ボラティリティ項を比較すると、

$$\sigma_A = \frac{E(t)}{A(t)\Phi(d_1)}\sigma_E,$$

が得られる。なお、 σ_E は株価のボラティリティである。これら 2 式から $A(t)$ および σ_A を得ることができる。したがって、株式時価総額、株価ボラティリティ、負

61 脚注 24 を参照。

62 この仮定は、ファットテール性を考慮できず計測する金融機関のデフォルト時損失額の現在価値を過小評価する可能性がある点には留意が必要である。本稿では、Gray and Jobst [2011] にならい、同仮定を採用した。

債総額を使用すれば、株式市場が織り込む金融機関のデフォルト時損失額が計算できることがわかる。

次に、CDS 市場からみた金融機関のデフォルト時損失額の現在価値は、CDS スプレッド S_{CDS} を用いて、

$$P_{CDS}(t) = (1 - \exp(-S_{CDS}(t)(1 - D_B(t)/B)L_{CDS}^{-1}(T - t)))Be^{-r(T-t)}, \quad (\text{A-11})$$

で与えられる。なお、 $D_B(t)$ は社債の流通価格、 L_{CDS} は CDS のデフォルト時損失率である（本稿では、 $L_{CDS} = 0.65$ とした）⁶³。(A-11) 式はいくつかの仮定を置けば、次のように導出される。まず、金融機関が発行する債券について、そのデフォルトに関するハザードレートを h 、デフォルト時損失率を L_{Bond} とすると、債券のクレジット・スプレッド S_{Bond} は、 $S_{Bond} = hL_{Bond}$ と表される。また同様に CDS のクレジット・スプレッドは $S_{CDS} = hL_{CDS}$ と表される。ここで、当該債券のデフォルト時損失額が $B - D(t)$ （すなわち、 $L_{Bond} = 1 - D(t)/B$ ）で決まると仮定すると、同債券のクレジット・スプレッドは、 $S_{Bond} = h((B - D(t))/B)$ となる。CDS のクレジット・スプレッドは $S_{CDS} = hL_{CDS}$ と表されるので、

$$\begin{aligned} S_{Bond} &= h(1 - D(t)/B) \\ &= S_{CDS}(1 - D(t)/B)L_{CDS}^{-1}, \end{aligned}$$

を得る⁶⁴。この式と、同債券の時価に関する恒等式、

$$Be^{-r(T-t)} - P_{CDS}(t) = Be^{-(r+S_{Bond})(T-t)},$$

から (A-11) 式が導出される。

本文 3 節 (3) で説明したとおり、いくつかの仮定のもとで当該金融機関に対する政府の救済コストの現在価値は、

$$P_E(t) - P_{CDS}(t),$$

に等しい。

続いて、上述の方法を用いて算出した個別金融機関に対する救済コストの時系列データを用いて、複数の金融機関に対する救済コストの同時分布を推計する。Gray

.....
63 Gray and Jobst [2011] では、社債の流通価格ではなく、株式市場からの情報から計測した $D_E(t)$ を用いている。本稿では株式市場の情報を用いることなく $P_{CDS}(t)$ を計測するため、 $D_E(t)$ に代えて、複数の流通済社債の価格から CDS の満期に合う社債価格を理論的に導出し、それを社債の流通価格とした。

64 本稿では、CDS スプレッドに対する調整項を $(1 - D_B(t)/B)L_{CDS}^{-1}$ としたが、Jobst and Gray [2013] では、CDS や債券の回収率について異なる設定を置いている（CDS の回収率は 100%、債券の回収率は対時価ベース）ため、調整項の形状は異なる。

and Jobst [2011] は、分布が多次元の一般化極値分布に従うと仮定し、分布を推定した⁶⁵。彼らは、この分布を用いて、金融セクター全体でみた将来の政府による金融機関救済コストの総額の分布を構成したうえで、その分位点または期待ショートフォールをリスク指標とした。

本稿では、日本の3メガバンクを対象に将来の政府による金融機関救済コストの総額の分布を計測した。用いた市場データは、2006年1月～2013年11月までの日次の株価時価総額、CDS スプレッド、社債価格である。負債総額は各時点における直近の財務諸表の値を用いた。各金融機関の政府による救済コストの計測は、上述の方法を用いた。金融セクター全体でみた将来の政府による金融機関救済コストの総額の分布を構成する手法には Gray and Jobst [2011] が提案した同時分布の推定法ではなく、金融機関ごとに政府による救済コストの分布を、観測期間1年のヒストリカル分布で計測し、それらを単純合算し、その99%点をリスク指標の値とする簡便法を用いた⁶⁶。

なお、わが国金融機関のデータを用いた計測結果をみると、金融危機時においても債券時価が極端に下落する場面がみられなかったこともあって、計測した2006年以降の期間において、CDS市場からみた金融機関のデフォルト損失額は、株式市場からみた金融機関のデフォルト損失額と比較してかなり小さい水準にとどまっていた。すなわち、わが国金融機関のデータでは政府による救済が行われる期待が高く、SCCAの水準は概ね株式市場からみた金融機関のデフォルト額で説明される傾向にある。

(4) 金融市場の機能不全のリスクに係る指標

イ. システミック流動性指標

システミック流動性指標とは、システミック・リスクが顕現化する際の金融市場における流動性に着目した指標で、市場の裁定関係の成立度合いを示す複数のデータを合成して計算する (Severo [2012])。

システミック流動性指標は、市場の裁定関係の成立度合いを示す複数の時系列データを変数とし、それらを主成分分析したときの第1主成分の主成分得点の値として定義される。Severo [2012] は、市場の裁定関係の成立度合いを示す変数とし

65 Gray and Jobst [2011] では、多次元の一般化極値分布はテイルに関する情報がより細かく表現できるとしている。なお、具体的な分布の形状や推計方法は Jobst and Gray [2013] を参照。

66 分位点の単純合算が実際に生じる救済コストの合計を下回らないためには、金融機関ごとの救済コストに有意な相関がないという条件が必要である。このため、考察対象となる金融機関の損失分布に強い非線形相関がある場合には、単純合算は必ずしも適切とは言えない。本稿では、用いたデータに単純合算が不適切となるほどの事象が含まれていないことを確認したうえで、単純合算を用いている。

て、①カバー付き金利平価、②国債のオン・オフ・スプレッド、③短期国債と OIS のスプレッド、④CDS と社債のスプレッドの 4 種類（計 36 系列）を採用した。

本稿では、過去のデータから将来時点の第 1 主成分得点の分布を予測したうえで、その分位点をリスク指標とした。具体的には、まず、全期間のデータを主成分分析して第 1 主成分得点の計算に必要な結合係数を求める。次に、市場の裁定関係の成立度合いを示す変数の観測期間 6 ヶ月の日次データのヒストリカル分布から、リスク評価期間後（ここでは 6 ヶ月後）の将来時点の分布をシミュレートする。最後に、市場の裁定関係の成立度合いを示す変数の分布から、結合計数を用いて第 1 主成分得点の分布を構成したうえで、その $(100 - p)\%$ 点をリスク指標とした。市場の裁定関係の成立度合いを示す変数として、本稿が用いた変数は、①カバー付き金利平価（円／ドル、円／ユーロの 2 系列）、②国債のオン・オフ・スプレッド（5 年債の 1 系列）、③短期国債と OIS のスプレッド（3 ヶ月、6 ヶ月の 2 系列）、④CDS と社債のスプレッド（流動性の高い 5 社の総和、1 系列）の計 6 系列である。なお、計算では 2002 年 3 月～2013 年 11 月の日次データを用いた。

ロ. ボラティリティ・スピルオーバー

ボラティリティ・スピルオーバー (Volatility Spillover) とは、金融資産間の収益率もしくはそのボラティリティの相互関連の強さに着目したリスク指標で、VAR (自己ベクトル回帰) モデルの分散分解を用いて計算するものである (Diebold and Yilmaz [2009, 2014])。

ボラティリティ・スピルオーバーは、具体的には、複数の金融資産の収益率、もしくはそのボラティリティを変数とした VAR モデルを推計し、資産 j のショックに対する資産 i のリスク評価期間後（ここでは H 期先時点）の分散分解 d_{ij}^H を用いて定義される。 d_{ij}^H は、資産 j に生じた何らかのショックが資産 i に及ぼすショックの強さを表している。Diebold and Yilmaz [2009, 2014] は、ラグ次数を 2 とした VAR モデル、

$$X_t = \Psi_1 Y_{t-1} + \Psi_2 Y_{t-2} + u_t,$$

に対して⁶⁷、変数間の相互関連性の強さを表す指標として以下を用いた。

67 X_t は分析の対象となる変数ベクトル、 Ψ_i はパラメータ行列、 u_t は誤差ベクトルである。Diebold and Yilmaz [2009] は、 X_t として、19 カ国の週次株価収益率と、当該対象国の週次株価ボラティリティの 2 種類の変数の組み合わせを用いている。ここでは、株価ボラティリティとして、Garman and Klass [1980] や Alizadeh, Brandt, and Diebold [2002] が提案した、当該株価の観測期間中の高値、安値、始値、終値を用いて

$$\sigma^2 = 0.511(H_t - L_t)^2 - 0.019((C_t - O_t)(H_t + L_t - 2O_t) - 2(H_t - O_t)(L_t - O_t)) - 0.383(C_t - O_t)^2,$$

と定義される、やや簡易的な計算から得られる数値を用いている。

$$C^H = \frac{1}{N} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N d_{ij}^H.$$

C^H は、各変数の予測誤差のうち自分自身のショックに起因するものを除いた平均であり、 C^H の上昇は、発生したショックが他の資産に伝播しやすいことを示している^{68,69}。

.....
 68 Diebold and Yilmaz [2009, 2014] では、VAR の推定を行う観測期間を 1 日ずつずらすことで、 C^H の時系列推移を計測している。なお、観測期間を 100 日、 H を 12 日としている。

69 株価のボラティリティについては、非定常性や長期記憶性を持つことが知られている（例えば渡部 [2007]）が、Diebold and Yilmaz [2009, 2014] ではこれらを考慮していない。

