

エクスポージャーの変動を考慮した 信用リスク評価： コミットメント・ラインへの応用

ふじわらしげあき
藤原茂章

要 旨

サブプライム・ローン問題に端を発する世界的な金融市場の混乱や、コベナンツ（融資免責条項）を緩和した融資枠契約の増加により、流動性リスクや信用リスクが高まった証券化ビークル等に対し、金融機関が追加的な与信を求められる事例が発生している。これらはエクスポージャーの変動を考慮したリスク管理がいかに重要であるかを示す好例である。また、将来のエクスポージャー変動は、バーゼルIIの先進的内部格付アプローチにおいてもモデル内に織り込むことが求められている。本稿では、エクスポージャーが変動する与信形態として、コミットメント・ラインを取り上げ、企業価値変動と関連して新規借入需要が確率変動する信用リスクモデルを構築した。そのうえで、シミュレーションを通じて、デフォルト時エクスポージャー、デフォルト率、デフォルト時損失率、期待損失、非期待損失の相互依存関係について考察を行った。また、コベナンツの緩和の程度を簡便にモデル化し、その水準設定が期待損失などに及ぼす影響を検証した。

キーワード：コミットメント・ライン、デフォルト率、デフォルト時損失率、
デフォルト時エクスポージャー、期待損失、非期待損失

本稿を作成するに当たっては、統計数理研究所山下智志准教授、日本銀行のスタッフから有益なコメントを頂いた。本稿に示されている意見は、筆者個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者個人に属する。

藤原茂章 日本銀行金融研究所企画役補佐 (E-mail: shigeaki.fujiwara@boj.or.jp)

1. はじめに

2007年央に深刻化したサブプライム・ローン問題は、世界的な金融市場の混乱を引き起こした。そして、こうしたローンを直接保有していない金融機関にもさまざまな影響が及んでいる。例えば、証券化されたサブプライム・ローンに投資するある種の運用ビークル¹は資金調達の一部を ABCP に依存していたが、そのロールオーバーが困難となり、欧米銀行の流動性補完ファシリティ（バックアップ・ライン）を多額に使用したといわれている。こうした不測の流動性供給により銀行のバランスシートが急拡大し、銀行自身が資金繰りに窮するのみならず、信用リスクが高まった先への与信が多額の損失につながるような事態が生じていると指摘されている。このような事例は、金融機関にとって事前にエクスポージャーの変動を考慮したリスク管理がいかに重要であることを示している。

実際、バーゼル II においても、エクスポージャーの変動を考慮した信用リスク評価が求められている。バーゼル II における第 1 の柱では、資産のリスク量を勘案した自己資本比率の算出において、信用リスク、市場リスク、オペレーショナル・リスクの計測が必要となる（Basel Committee on Banking Supervision [2005a, b]）。このうち、信用リスクに関しては、銀行は標準的手法、基礎的内部格付手法、先進的内部格付手法の 3 つの中から 1 つを選択することになっている。先進的内部格付手法を選択した銀行は、損失額を決定する 3 つの要素、すなわち、デフォルト率（probability of default：以下、PD）、デフォルト時損失率（loss given default：以下、LGD）、デフォルト時エクスポージャー（exposure at default：以下、EaD）の推計が求められる。

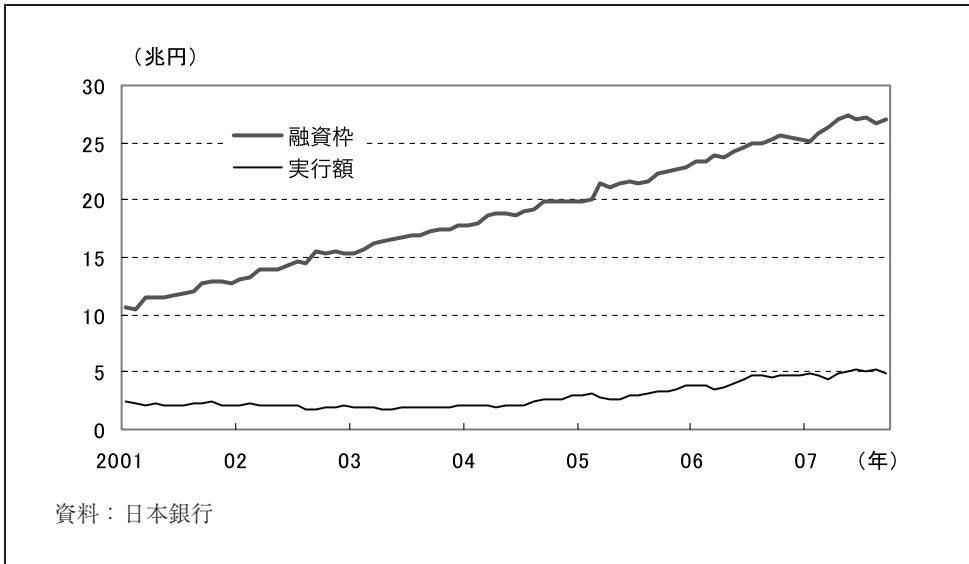
上記のうち、PD、LGD については、すでに多くの研究がなされており、モデル化が進展している。その一方、EaD については信用リスク評価時点のエクスポージャーで代用しているものがほとんどであり、満期に至るまでのエクスポージャーの変動を扱った先行研究は、筆者の知る限り、Moral [2006]、山下・吉羽 [2007]、Kupiec [2007] など一部にとどまっている。

エクスポージャーが変動する代表例としては、①デリバティブ²、②手形、住宅ローンなど元本部分が割賦償還されるもの（期限前償還等も含む）、③追加融資、④コミットメント・ラインなどが挙げられる。これらのうち、追加融資やコミットメント・ラインは、エクスポージャーの増加を通じてリスク量が大きくなりやすいと考えられるため、エクスポージャーの変動を前提に信用リスクを評価するモデルが必要になる。特に、コミットメント・ラインにおいては、銀行は企業の要請に応じて受動的に貸出を行う（クレジット・ライン分の引出権オプションを売却し、手数料収入を得ている）ため、上限はあるもののエクスポージャーのコントロールが不可

1 ABCP Conduit（導管）と呼ばれる SPC がその一例であり、CP などによる比較的短期の資金調達を通じてさまざまな証券化商品に投資を行っている。銀行は、こうした SPC に対し証券化商品を提供したり、ABCP の発行業務を行うに際し流動性補完ファシリティの提供を行っている。

2 例えば、金利スワップでは約定時点でのエクスポージャーはゼロであるが、その後のイールド・カーブ（6M フォワードレートのカーブ）の変動に伴い、エクスポージャーが正や負に確率変動する。

図1 コミットメント・ラインの市場規模



能となる。そこで、信用リスクが高まった企業へのエクスポージャー増加を防ぐ目的で、コベナンツ（融資免責条項）が事前に設定されている。コベナンツとしては、ある財務指標が一定水準より悪化するといった観察や検証が容易な条項が複数組み合わせられて用いられる。最近の欧米貸出市場ではコベナンツ・ライト（コブライト）と呼ばれる比較的免責条項の緩い契約が増加したといわれており、こうした融資ではエクスポージャーの変動を考慮したリスク管理の必要性が一段と求められよう。

本邦におけるコミットメント・ラインの融資枠、実行額を示したものが図1である³。融資枠は2001年以降、一貫して増加しており、足許では30兆円に迫る水準になっている。これに対し、実行額は、2004年央までは2兆円程度であり変化はみられないが、それ以降は増加傾向を辿り、足許では5兆円を上回っている。

本稿では、近年、市場規模が拡大してきたコミットメント・ラインを取り上げ、コベナンツを考慮しながらエクスポージャーの確率的な変動を取り込んだ信用リスクモデルの一例を提示することを目的としている。企業価値変動と関連して新規借入需要が確率変動するような信用リスクモデルを構築し、EaDやPD、LGDに相関が生じるような想定下でコミットメント・ラインの信用リスク評価を行った。

モデルやパラメータ設定の妥当性については、個社データなどに基づくより詳細な検証が必要であることはいうまでもないが、因果性を確認しやすい簡単なモデル設定とシミュレーションによって、以下のような点を中心に検討を行った。

- 1) EaDとPD、LGDの間にどのような相互依存関係が発生するのか。
- 2) その結果、期待損失（expected loss：以下、EL）や、非期待損失（unexpected

³ 集計対象行は、都銀、信託銀、埼玉りそな銀行、新生銀行、あおぞら銀行、地銀、地銀II。

loss：以下、UL) にどのような影響を及ぼすのか。

- 3) コバナンツの設定水準で信用リスクがどのように変わってくるか、最適設定に関連する要因は何か。

その結果、以下のことが判明した。

- ① 企業価値が低下する際に、新規借入が必要となるような企業に対する与信では、EaD と PD が正相関するため信用リスク量がより大きくなる。
- ② PD が上昇する際にエクスポージャーの拡大に歯止めが掛かるようなコバナンツの存在は信用リスク量のコントロール上、有益である。緩和的なコバナンツ設定は、場合によっては損失拡大につながりやすくなるが、これは企業価値変動と新規借入需要の相関構造に強く依存している。
- ③ したがって、コミットメント・ラインの提供量やコバナンツ設定においては、この相関構造に対する検証が信用リスクのコントロール上、重要となる。
- ④ 貸出金利収入増と EL の増加というトレードオフ関係を最適化するようなコバナンツ水準が存在する。

本稿の構成は以下のとおりである。2 節では、エクスポージャーの変動を取り扱った先行研究を紹介する。3 節では、まず、コミットメント・ラインの概略を説明した後、個別企業の財務データを参考に、コミットメント・ラインの資金需要の確率モデル化を試みる。その際、企業価値変動と資金需要変動を関連付けることで、信用リスクモデルとして一般的なマートン型構造モデルがリスク評価に活用できるようモデル化している。4 節では、モンテカルロ・シミュレーションによりコミットメント・ラインの信用リスク評価を行う。また、銀行にとっての最適コバナンツ設定に関する考察を示す。最後に、5 節でまとめを行う。

2. エクスポージャーの変動を取り扱った先行研究

本節では、エクスポージャーの変動を取り扱った Moral [2006]、山下・吉羽 [2007]、Kupiec [2007] について、その概要を紹介する。

(1) Moral [2006]

モラルは、EaD を

$$\text{EaD}_T = E_t + \text{LEQ}_T(L - E_t), \quad (1)$$

のように分解した。ここで、 E_t は t 期のエクスポージャー、 L は $t = 0$ に設定されたコミットメント・ラインの限度額、 LEQ_T は、 t 期におけるコミットメント・ライ

ン未実行分のうち、デフォルト時刻 T までに引き出される額の割合である。モラルは LEQ (loan equivalent) を推計することで EaD の将来変動を表そうと試みている。具体的には以下の 3 通りの簡便な手法を紹介している。

① 実現値の単純平均

今、1 年先までの LEQ を考えるとする。推定を行おうとしているコミットメント・ラインと類似（例えば、企業業種が同一、スタンドバイないしはリボルビング〈3 節で後述〉のタイプが一致するなど）のデフォルトに関するデータを収集し、それらのデフォルト時エクスポージャーとデフォルト 1 年前時点のエクスポージャーから、実際に観測された LEQ を計算する。このとき、観測された LEQ と推定値の誤差二乗和を最小にするように、LEQ の推定値を定める（すなわち、観測された LEQ の単純平均を LEQ の推定値とする）。

② 実現値の加重平均

① ではすべての観測データが同等に扱われているが、個別データの重要性に応じた重み付けをして、推計値を算出する方法も考えられる。リスク管理においては、すでに引出額が融資限度額に近いものが更にどれだけ引き出されるかよりも、引出し枠が十分に残っているものが今後どれだけ引き出されるかを知ることの方が重要であろう。この場合、個々の LEQ の加重平均を LEQ の推定値とすればよい。加重平均の取り方としては、コミットメント・ライン未実行額の二乗でウエイト付けすることが考えられる。

③ 損失関数の最小化

コミットメント・ラインの引出額を過大評価したときと過小評価したときとでは、リスク管理における誤推計のダメージは異なるであろう。このため、LEQ の推計に際し、引出額過小評価のペナルティを大きくすることが考えられる。モラルは、その応用例として、所要自己資本の推計において過小評価時の誤差のウエイトを大きくした非対称な評価関数を挙げている。PD、LGD に推計誤差がないとすると、所要自己資本の推計誤差は EaD の推計誤差のみから生じる。このとき、LEQ の推計値は評価関数を最小化することで求められる⁴。

(2) 山下・吉羽 [2007]

山下・吉羽は、期待損失額を最小にするよう追加融資が行われる状況を考え、エクスポージャーの変動が EL や UL⁵ に及ぼす影響について解析的な評価を行っている。

企業価値は幾何ブラウン運動に従い、銀行は期中の特定時点で追加融資が行えるとする。貸出満期時に債務超過状態にあると全額回収が不能となり、デフォルトが

4 PD や LGD に推計誤差があったり、時間可変であると、LEQ の推計値にはこれらが反映されてしまう。こうしたバイアスを回避するためには、EaD 単独での推計法が望ましいと考えられる。

5 UL は、ストレス時の期待損失 (SEL) から EL を差し引いたものと定義する (詳細は 4 節で後述)。

発生すると考える。こうしたモデル設定のもとで、追加融資が行われるのは企業価値が低いとき（PDの低下がEL抑制に寄与）か、高いとき（利息収入の増加が寄与）であることを示している。また、EL最小化原則により追加融資が行われるとULは逆に大きくなることを指摘し、銀行の意思決定を期待値のみで行うことのリスクを示唆している。

(3) Kupiec [2007]

バーゼルIIにおける自己資本算出式は、EaD、LGDを所与としたうえで、漸近単一ファクターモデル（ASRFモデル）に基づいて導出されている。一方、景気後退期にはPD、LGD、EaDがともに大きくなる⁶という実証分析が知られている。キュピエックはこうしたPD、LGD、EaDの相関をモデル化することを試みた。具体的には、企業価値、およびLGD、EaDを決定する潜在変数を正規分布に従う共通ファクターと個別ファクターを用いて記述し、共通ファクターを通じてPD、LGD、EaDに相関を持たせている。また、こうしたモデル設定下でポートフォリオの損失率の解析解を導出している。もっとも、キュピエックは、EaD変動の背景にある要因、例えば企業の資金需要の変動などを明示的にはモデルに織り込んでおらず、単に確率過程として導入するにとどまっている。

3. コミットメント・ラインと資金需要のモデル化

(1) 定義と概要

コミットメント・ラインは、特定融資枠契約法⁷により「一定の期間及び融資の極度額の限度内において、当事者の一方の意思表示により、当事者間において当事者の一方を借主として金銭を目的とする消費貸借を成立させることができる権利を相手方が当事者の一方に付与し、当事者の一方がこれに対して手数料を支払うことを約する契約」と定められている。

より具体的に契約の特徴をまとめると、次のようになる⁸。

6 景気後退期にEaDが大きくなるのは、業績低迷による資金繰りの悪化等から資金ニーズが強まる背景にあるものと思われる。また、LGDが景気後退期に大きくなる理由としては、担保付融資においては景気後退時に担保価値が低下するため、デフォルト時に回収率が小さくなることが考えられる。Pykhtin [2003] は、PDとLGDの相関を無視すると信用リスクの過小評価につながると指摘している。

7 1999年3月施行。本法律の施行が日本でコミットメント・ライン契約が普及し始める契機となった。本法律によりコミットメント・ライン契約で借手が払う手数料が利息制限法、出資法の適用を受けない旨が定められた。

8 主として第一勧業銀行国際金融部 [2001] を参考にした。

- 借入企業は融資枠内であれば、いつでも借入が可能。
- コミットメント・ラインのタイプは、主としてスタンドバイ方式（緊急時の借入を想定、CPの発行が困難となった場合のバックアップ）と、リボルビング方式（平時の借入を想定）の2タイプに分類される。
- 借入金利は指標金利（Tibor、プライム・レート等）に契約時に決められたスプレッドを上乗せする場合と、貸出金利そのものを契約時に決めておく場合がある。
- 借入企業は融資枠ないしは未実行分に対して手数料（コミットメント・フィー）を支払う。
- 銀行は企業の財務状況等によりコミットメント・ラインの引出しを拒否できる免責条項（コベナンツ）を契約に組込むケースがある。コベナンツに用いられる指標としては、自己資本比率、インタレスト・カバレッジ・レシオ等がある。

(2) 資金需要の決定要因

米国等ではコミットメント・ラインの市場が古くから発達していたこともあり、多くの先行研究が行われている（Campbell [1978]、Martin and Santomero [1997]）。もっとも、手数料のフェア・バリュー導出に関するものが多く、コミットメント・ライン引出しの動機となる資金需要のモデル化には焦点が当てられておらず、その簡便な想定は本稿の目的である信用リスク評価モデルに適していない。具体的には、コミットメント・ラインを全額引出すか、全く引出さないかという設定のために融資枠の部分的な引出しが表現できなかつたり、引出しが満期でしか行えないといったものが多く、EaDが連続的に確率変動する様子を表すには適さない。このため、本稿では、個別企業の財務データを参考にしつつ、まず、コミットメント・ラインの資金需要をモデル化していく。

本稿では、資金需要を決定する要因として企業価値の変動に着目した。一般に、企業価値が拡大しているときは資金需要が増加していると考えられる。ただし、借入金圧縮のように財務改善を続けながらの企業価値拡大も生じ得るし、負債レバレッジを効かせて成長を続ける財務戦略もあり得る。したがって、両者の関係は企業によっても時期によってもさまざまであろう。また、企業価値が低下する場合、資金需要が減少するとは限らない。資金繰りの逼迫により需要が高まるケースや、ある業務部門からの撤退・人員リストラ等で一時的に資金需要が高まるケースもあり得よう。なお、コミットメント・ラインは資金繰り対応として契約される側面が強いため、資金需要のうち設備投資資金と運転資金は区別して考えた方がより適切と考えられるが、本稿では単純化のために資金用途の考察とこれらに対応したモデル化は避けている。

以下では、まず個別企業の財務データを用いて企業価値と資金需要の関係を検証する。企業価値は総資産、資金需要は負債総額によって、大まかな変動を捉えた。いずれも簿価を用いており、株式時価総額により総資産を負債総額と株式価値の和で時価評価するという調整は行わなかった。これは、株価が国内外の他金融資産、特に近年連動性を強めている他先進国の株式市場に強く影響されているため、負債と総資産の関係がかえって見え難くなることによるものである。

使用したデータソースは日本政策投資銀行の財務分析支援パッケージであり、データ期間は1999～2004年度の年度計数、対象企業は、東証1部上場の不動産、建設である。これらの業種は企業価値や負債総額の変動が大きかったほか、金融機関による資金繰り支援・財務改善支援が集中したといわれている業種である。図2に各企業の総資産、負債総額の前年度比をプロットした。

図2は、総資産額と負債総額の変動が強く正相関していることを示しているが、45度線から大きく乖離した変動パターンも少なからず観察される。建設業では、総資産が減少するなか負債総額が増加している企業、あるいは、負債総額が総資産ほど減少していない企業が相当数存在する。逆にデット・エクイティ・スワップや銀行の債権償却により総資産の減少以上に負債を圧縮した企業も含まれていると推測される（第3象限の45度線下方）。不動産業では、建築業ほど顕著でないものの、類似した傾向が窺われる。

次に、総資産が増加している領域をみると、負債レバレッジが拡大しているケースが多い。特に建設業ではそうした傾向が観察される。逆に、負債の伸びを相対的に抑制しつつ総資産を増加させているケースも少なくない。

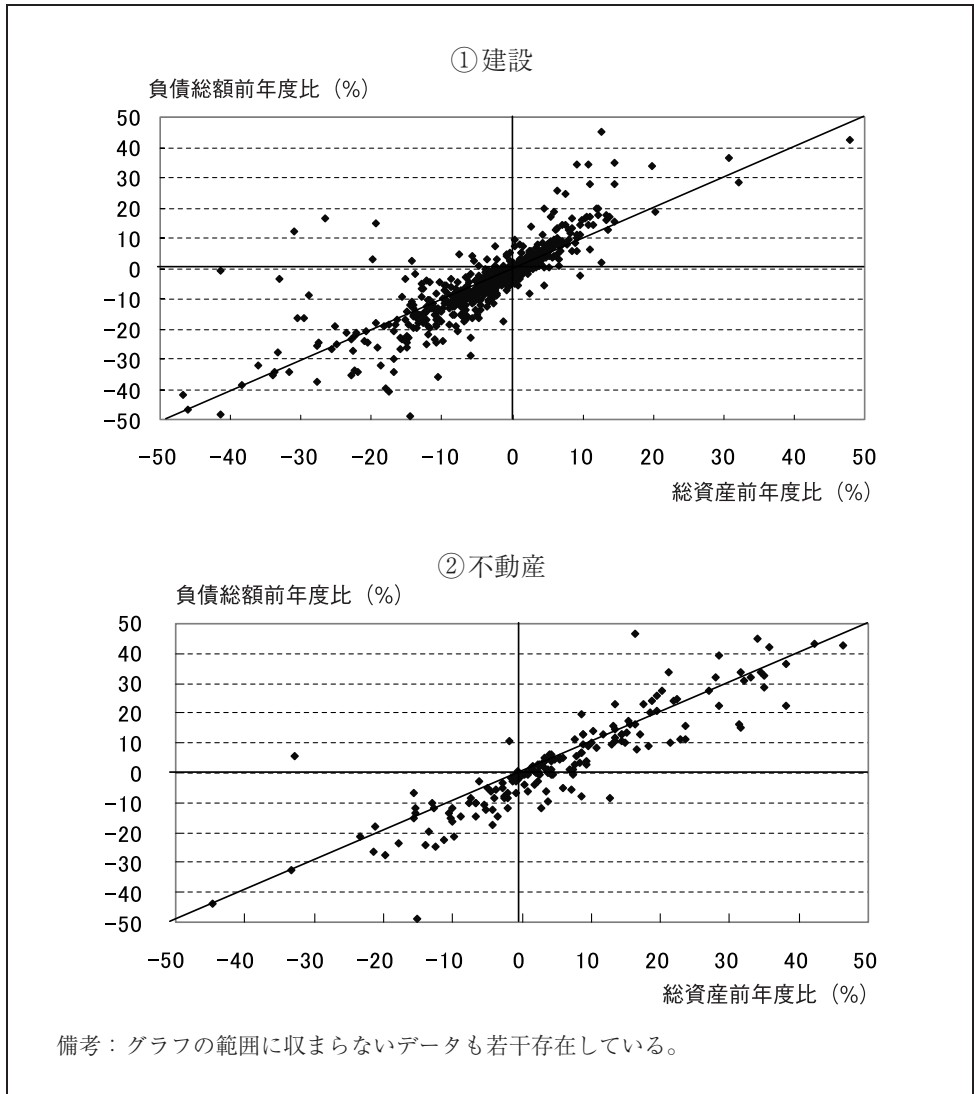
(3) 資金需要のモデル化

企業価値の変動が資金需要に影響を及ぼし、かつ、銀行は多額のコミットメント・ラインを提供しており、既存貸出の満期 T 時点までの資金需要はコミットメント・ラインの使用で満たされるという前提を基に、モデル化を進めていく。まず、企業価値の変動を標準的な信用リスクモデルであるマートン型構造モデルにより記述する。すなわち、企業の資産価値 A_t は、以下の幾何ブラウン運動に従うとする。

$$dA_t = \mu A_t dt + \sigma_1 A_t dW_{t,1}. \quad (2)$$

ただし、 μ 、 σ_1 はそれぞれ企業の資産価値伸び率のドリフト、ボラティリティである。負債は借入のみであり、期初時点の借入 E_0 にコミットメント・ラインの引出額を加えたものが満期時点の負債額となる。企業価値が満期時点でこれを下回っていた場合、デフォルトが発生すると考える。このときの債務超過額がデフォルト時損失となる。

図2 総資産と負債総額



コミットメント・ラインの引出しタイミングについては、満期までの時間 T を n 分割することで離散表現する。引出し可能時点は、 $t = \Delta t, 2\Delta t, \dots, (n-1)\Delta t$ で与えられる。ただし、 $\Delta t = T/n$ である。

このとき、コミットメント・ライン引出しによる新規借入額 ΔE_t ($\equiv E_t - E_{t-\Delta t}$) を、

$$\Delta E_t = \max[1_{\{\text{Ratio}_t > \alpha\}} \cdot \Delta E'_t, 0], \quad (3)$$

とモデル化する。ここで、

$$\Delta E'_t = b\Delta t + D_+ \Delta A_t 1_{\{\Delta A_t \geq 0\}} + D_- \Delta A_t 1_{\{\Delta A_t < 0\}} + \sigma_2 \sqrt{\Delta t} \varepsilon_{t,2}, \quad (4)$$

とする。 $1_{\{\cdot\}}$ は定義関数で $\{\cdot\}$ 内が真であるとき 1 をとり、それ以外はゼロをとる。(4) 式の $\Delta E'_t$ が、資金需要の確率変動を企業価値の変化と結びつけて表現したものである。直近の企業価値の変化に対し、企業価値上昇時は $D_+ \Delta A_t$ 、企業価値低下時は $D_- \Delta A_t$ の資金需要が生じると想定する。 $\Delta A_t = 0$ の場合でも、負債が趨勢的に増加・減少することもあり得るため、時間トレンド項 $b \Delta t$ を含んでいる。また、確率項 $\sigma_2 \sqrt{\Delta t} \varepsilon_{t,2}$ により E'_t を確率過程として表現している。ここで、 σ_2 は資金需要の不確実性を表すボラティリティ、 $\varepsilon_{t,2}$ は標準正規分布に従う確率変数である。(2)、(4) 式の誤差項は互いに独立とする。(3) 式において MAX 関数を組み込んでいるのは、コミットメント・ラインはいったん引き出されると満期 T になるまで返却されないと想定しているためである。現実には借入返済により負債の減少が生じ得るが、元々の貸出の満期選択が設備投資や企業の業務内容変更等により大幅な負債の増減が生じないタイムスパンで設定されており、この間の運転資金など臨時的な資金繰り対応にコミットメント・ラインが使用されると考えれば、妥当な想定であろう。したがって、本稿のモデルは比較的短期間の信用リスク評価を前提としたものになっている。

新規資金需要 $\Delta E'_t$ が発生すると、コベナンツ ($1_{\{\text{Ratio}_t > \alpha\}}$) に抵触しない限り、融資枠内であれば資金需要全額の借入が行われるとする。一方、コベナンツに抵触すればコミットメント・ラインの引出しは拒否され、新規貸出は行われぬ。コベナンツとしては、一般的にはインタレスト・カバレッジ・レシオなどの財務指標が用いられているが、本稿では信用リスクモデルと簡便に関連付けるため時価ベースの自己資本比率である Ratio_t ((企業価値 - 負債額)/企業価値) を用いることにする。すなわち、資金需要発生時の自己資本比率が α を上回っていればコミットメント・ラインの引出しが行われる。

いったん、コミットメント・ラインの引出しが行われると、企業価値、負債額が同額増加し、その後、企業価値は再び幾何ブラウン運動に従う。また、貸出の際の担保は考慮せず、LGD は (負債額 - 企業価値)/負債額 で与えられる。

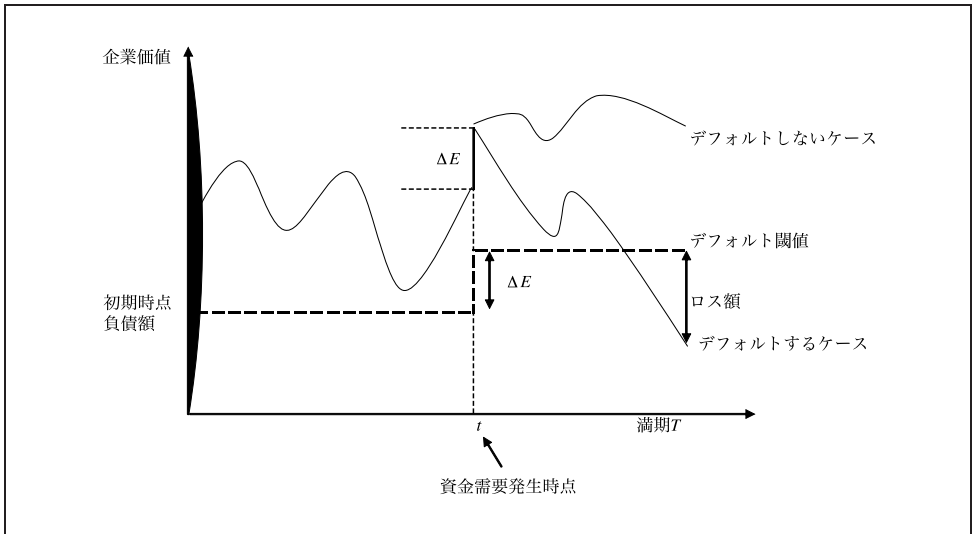
図 3 にモデルのイメージを示す。

(4) D_+ 、 D_- の決定

3 節 (3) ではコミットメント・ラインの資金需要に資産価格の変化を取り込んだモデルを提示したが、ここでは、具体的な D_+ 、 D_- の値について検討していく。図 4 の散布図は図 2 と同様のデータについて、1999 年度の総資産額を 100 と基準化したうえで、総資産、負債総額の前年度差をプロットしたものである。差分を考えたのは、(3) 式のモデル設定に合わせてパラメータ D を考察するためである。また、ヒストグラムは、これらの基準化された前年度差の各データにつき、原点からの傾きの分布を表示したものである。

建設、不動産のどちらにおいても、 ΔA の正負にかかわらず、傾き 1.0 をピークと

図3 エクスポージャー変動モデルのイメージ



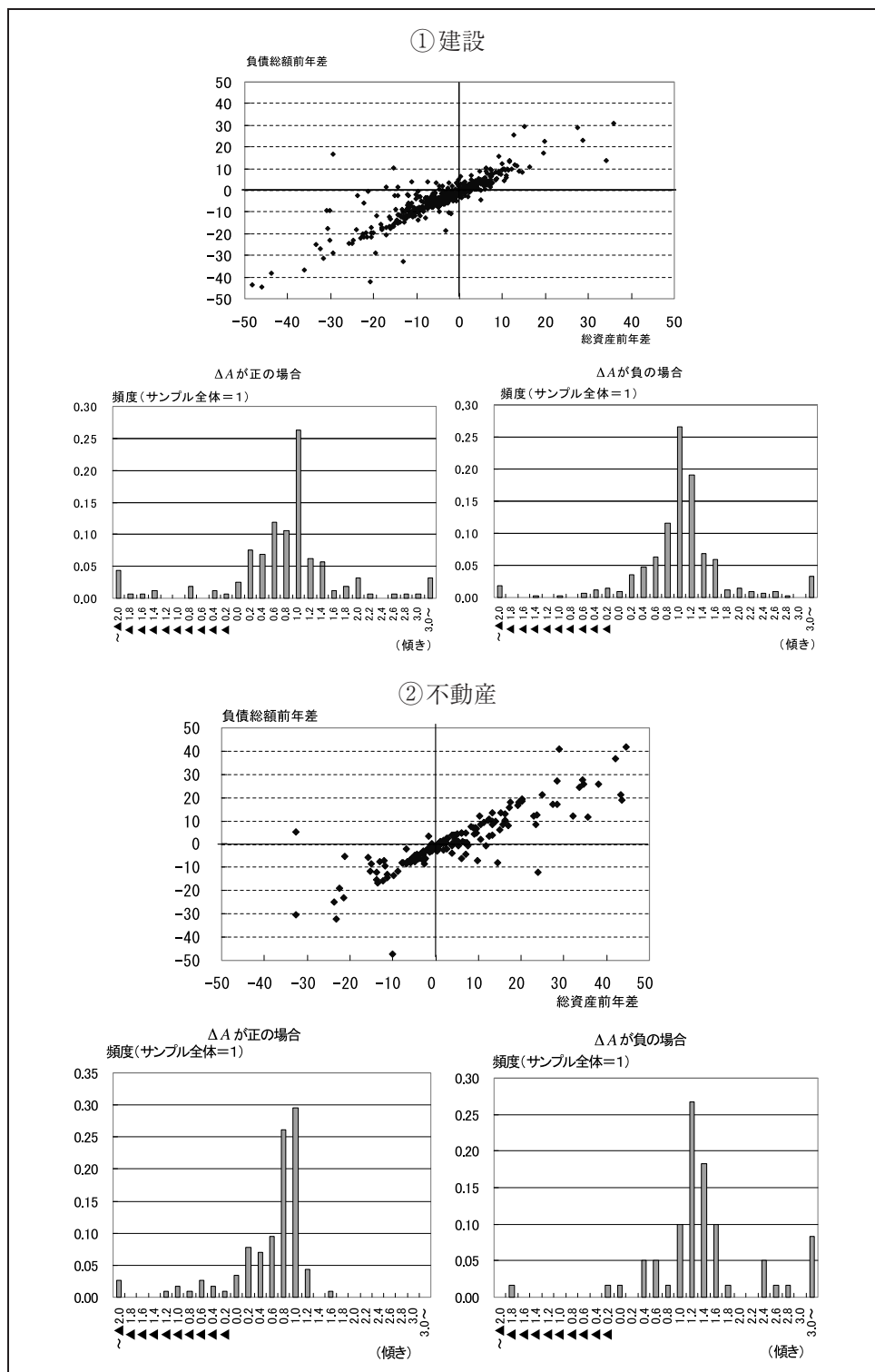
した分布となっている。これより、「 D_+ や D_- の値が1であり、(4) 式中の確率項の存在により傾き1まわりの分布が生じている」という仮説が考えられる。傾きの分布を詳細にみると、 ΔA が正の場合、ピークは1であるが負の方向に裾が長くなる傾向があり、特に不動産業で顕著である。これに対し、 ΔA が負の場合、概ね対称な分布となっている。

こうした観察を参考に本稿では D_+ を1と設定する。一方、 D_- については、「コミットメント・ラインを契約した企業は、企業価値が低下するような局面において負債額を抑制することができないか、むしろ、新たな借入が必要となる懸念を有している」という想定のもと、 D_- をゼロもしくは負に設定する。こうした仮定は、本来、コミットメント・ラインを契約した企業の個社データに基づく実証分析によって検討されるべきである。本稿では、データが存在しないという制約下におけるアプローチとして、上記のような仮定に基づく信用リスク分析を行う。

4. シミュレーション結果

シミュレーションでは、EaDが企業価値変動に依存するよう拡張した信用リスクモデルについて、その特性を大まかに捉えるため、以下のような簡単な設定を用いた。まず、連続時間モデルを離散化した2期間3時点モデル（現在、6ヵ月後、1年後）を想定し、資金需要は6ヵ月経過時点で発生するとした。初期時点での負債およびコミットメント・ライン引出しによる負債の満期は、いずれも1年後時点とする。以上のような前提のもと、モンテカルロ・シミュレーションによりPD、ELGD、EL、ULを試算する。

図4 基準化した総資産と負債総額



シミュレーションの前に、(2)式、(4)式の D_+ 、 D_- 以外のパラメータ、および初期時点の企業価値 (A_0)、初期時点の負債額 (E_0) の設定を、資金循環統計における非金融法人の年度計数 (1979~2006年) を用いて行う。まず、非金融法人部門の自己資本比率の通期平均値を基に、 $A_0 = 100$ 、 $E_0 = 70$ とした。同比率の時系列推移をみると、概ね 20~50% の範囲で変動している。リスク評価期初時点において債務レバレッジが高まっているなど、ある特定のシナリオは想定せず、平均値を用いた。次に、(2)式のパラメータについて、総資産の前年比系列の平均、分散を計算し、これから $\mu = 5\%$ 、 $\sigma_1 = 10\%$ とした。最後に、(4)式のパラメータについて 1979年の負債額を 70 に基準化し、負債額の前年差系列の平均、分散から $b = 2$ 、 $\sigma_2 = 7$ とした。

もともと、これらのパラメータ設定のもとでは、1年後を評価時点とした PD が 0.003% と非常に小さな値となる⁹。本稿では、モデルの特性がシミュレーション結果から解釈しやすくなるよう、やや PD の高い企業を想定し、 σ_1 を 20% とした。他のパラメータは上述のとおりである。このとき 1年後を評価時点とした PD は 2.7% となり、社債格付が BB 格の企業に概ね相当する。

また、コミットメント・ラインの融資枠は 20 とし、銀行にとっての貸出金利収入は考慮しない。シミュレーション回数は計算結果を安定させるため 20 万回とした。

(1) $D_- = 0$ のケース

まず、パラメータ D_- をゼロと想定したケースを検証する。シミュレーションにより、コベナンツを変化させたときのコミットメント・ライン引出額の期待値、PD、ELGD (Expected LGD)、EL、UL を図 5 に示す。グラフの横軸はコベナンツの値 (自己資本比率、%) を表している¹⁰。

このうち、UL については、次のように算出している。銀行の与信ポートフォリオが十分に分散化され、どの債務者への与信額も、ポートフォリオ全体の中で十分に小さいという仮定のもとで、1ファクター・マートン・モデル¹¹を想定し、ストレス時 EL (SEL) から EL を控除したものを UL とする。また、ストレス時の共通ファクターについて信頼水準 99.9% を想定し、 $-\sqrt{T}\Phi^{-1}(99.9\%)$ とする。共通ファクターと企業価値との相関は $\sqrt{R} = \sqrt{0.18}$ とする¹²。

図 5 では、コベナンツが -50 から 50 までの場合を想定している。コベナンツの値としては、初期時点の自己資本比率である 30% 近辺ないしは若干下回る水準が現実的ではないかと思われる。それにもかかわらず、あえて幅広いコベナンツを想定

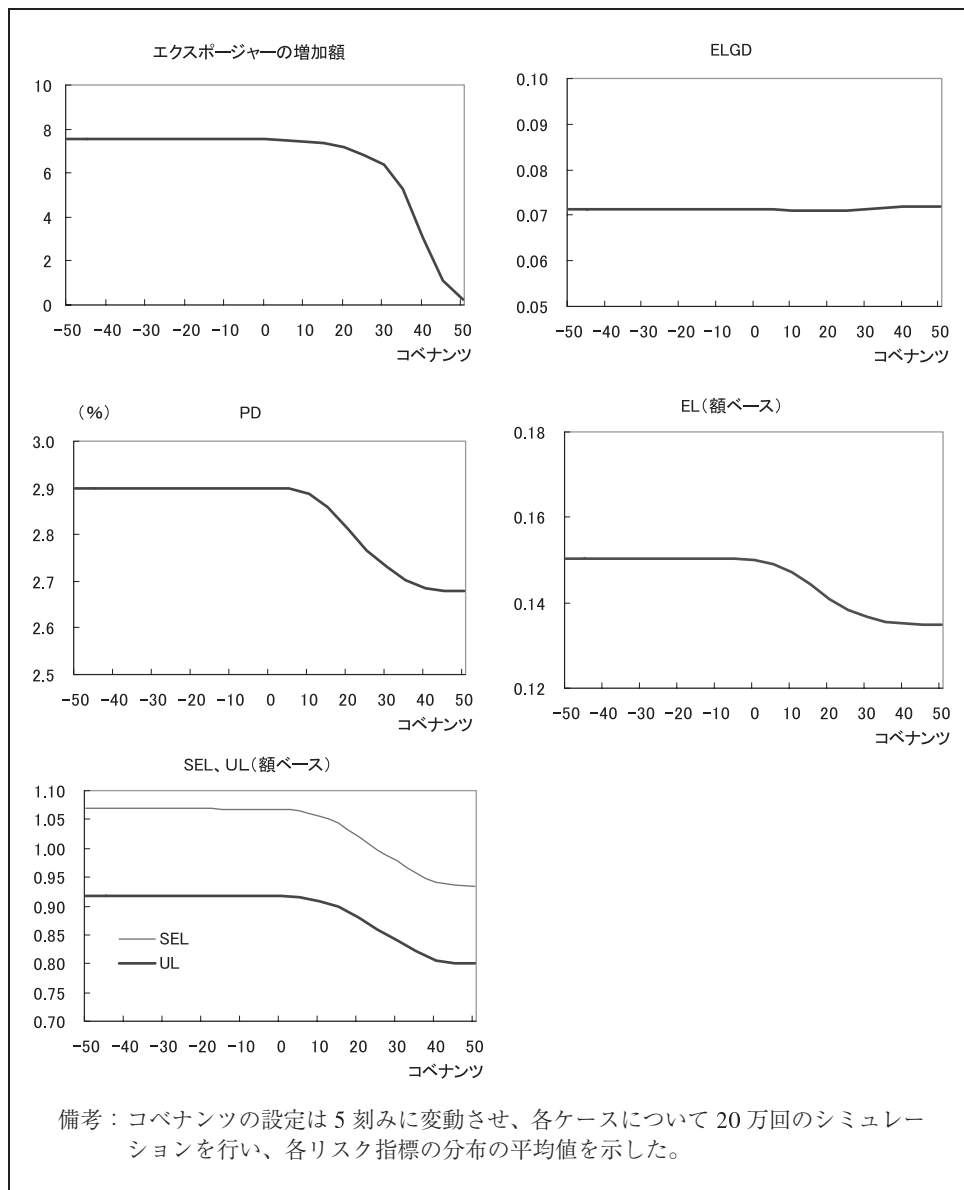
9 グローバル・ベースでみた社債格付けでは、AA 格の 1 年後 PD が概ね同水準の値とされている。

10 本稿におけるコベナンツは、「自己資本比率が α を下回るかどうか」の条件を指すが、以後では簡単化のために α のことをコベナンツと呼んでいる。

11 1ファクター・マートン・モデルや UL の定義については、例えば、山下・吉羽 [2007] 等を参照。

12 R については、パーゼル II における信用リスク計測で事業法人向け与信に対して 0.12~0.24 に設定することが要求されているため、ここではその中間値をとり、0.18 とした。

図5 $D_- = 0$ の場合のシミュレーション結果



しているのは次のような理由による。まず負値（負債超過状態）を考慮しているのは、モデルでは期中でのデフォルトを想定していないため、満期までの間に負債超過となることもあり得るためである。また、30%超のところを考慮しているのは、信用リスクが高い企業に現状以下の企業価値の低下を認めない、あるいは今後の増資を前提に高い手数料でコミットメント・ラインを提供するといったやや極端な状況を考え、こうしたケースにおいて、コベナンツを厳しく設定した場合の結果を観察するためである。

次に、各指標の変化をコバナンツの水準別に説明する。標準的な設定範囲と考えられるケースを①0～30%とし、極めて緩和的に設定したケースを②0%以下、何らかの事情により厳しく設定したケースを③30%以上と大まかに3通りに分けてシミュレーション結果をみていく。

エクスポージャーの増加額

① 0～30%

エクスポージャーの増加額の期待値は、6強～8弱となり、負債額は初期の70から1割程度増加することになる。10%以下ではほぼ一定となっており、コバナンツの存在によりエクスポージャー増加額が制約されているわけではないことがわかる。

② 0%以下

コバナンツの水準設定は制約条件となっておらず、(2)式のパラメータ設定下で、企業価値上昇の確率を反映した新規借入需要の水準が8弱となっている。

③ 30%以上

企業価値の改善に伴う新規借入需要がコバナンツにより満たされないケースが増加するため、平均値でみたエクスポージャーの増加額は低下する。

PDの変化

マートン型構造モデルの場合、PDを決定する要因は負債比率である。すなわち、債務レバレッジを効かせるほど、PDが上昇することになる。これを式で説明すると次のようになる。

今、コミットメント・ライン引出し直前における資産価値を A 、負債額を E 、満期までの時間を T とすると、PDは次式で与えられる。

$$PD = \Phi\left(\frac{1}{\sigma_1\sqrt{T}}\left\{\ln\frac{E}{A} - \left(\mu - \frac{\sigma_1^2}{2}\right)T\right\}\right). \quad (5)$$

ここで、 Φ は正規分布の分布関数である。(5)式から他のパラメータを一定とすると、PDは負債比率 (E/A) により決定されることがわかる。

次に、コミットメント・ラインの引出しがPDにもたらす影響を考える。コミットメント・ラインの引出額を ΔE とすると、引出し直後のPDは、

$$PD = \Phi\left(\frac{1}{\sigma_1\sqrt{T}}\left\{\ln\frac{E + \Delta E}{A + \Delta E} - \left(\mu - \frac{\sigma_1^2}{2}\right)T\right\}\right), \quad (6)$$

となり、コミットメント・ラインの引出しによりPDが上昇(低下)するのは、負債比率 $(E + \Delta E)/(A + \Delta E)$ が E/A から上昇(低下)するときであることがわかる。コミットメント・ラインの引出額にかかわらず負債比率は、資産超過状態 ($E < A$)

でコミットメント・ラインを引出せば必ず上昇し、負債超過状態 ($E > A$) でコミットメント・ラインを引出せば必ず低下する。これらの事実を踏まえ、コベナンツ水準変更に伴う PD の変化をみていく。

① 0～30 %

資産超過の場合はコミットメント・ライン引出しにより、必ず PD は上昇するが、コベナンツが厳しくなると引出しが抑制される。このため、PD はコベナンツの減少関数となる。

② 0 % 以下

PD は 2.9 % でほぼ一定となっている。厳密にみれば、1)負債超過の場合にコミットメント・ラインの引出しが PD を抑制させる効果が存在し、2)コベナンツの厳格化はこの効果を弱めるため、①と逆に PD はコベナンツの増加関数となる。ただし、前出のエクスポージャーの検証でみたようにコベナンツが制約条件として効いているわけではないため、2)の効果は非常に小さく、グラフ上で PD はほぼ一定のように観察されている。

③ 30 % 以上

コベナンツの厳格化とともにコミットメント・ラインの引出しが抑制されるため、前述の効果により PD は減少し、最終的には引出しがない場合の PD である 2.7 % に収斂する。

ELGD の変化

コベナンツの水準によらず、0.07 でほぼ一定である。これは、ELGD のコミットメント・ライン引出額に対する感応度が小さいため、コベナンツによりコミットメント・ラインの引出しが抑制されても、ELGD には、ほとんど影響を与えないことによる。直感的に説明すると次のようになる。ELGD は、条件付期待値 $E[1 - A_T/E_T | A_T < E_T]$ で計算される。ここで、 A_T 、 E_T はそれぞれ満期時の企業価値、負債額であり、 A_T/E_T の分布が ELGD を決定することになる。コミットメント・ラインの引出額が ΔE であるときの A_T/E_T の分布 (対数値) を考えると、

$$\ln \frac{A_T}{E_T} \sim N\left(\ln \frac{A + \Delta E}{E + \Delta E} + \left(\mu - \frac{\sigma_1^2}{2}\right)T, \sigma_1^2 T\right), \quad (7)$$

となる。 $\ln(A + \Delta E)/(E + \Delta E)$ は ΔE に対する感応度が小さく、 $\ln(A_T/E_T)$ の分布が ΔE の影響をあまり受けないために、ELGD はコベナンツによらず、ほぼ一定となる。微分計算による説明を補論に示した。

EL の変化

EL は、EaD、PD、ELGD の積に概ね一致する。ここで ELGD は、上述のとおりほぼ一定であるため、EL の形状は EaD と PD の形状で大まかに説明される。厳密には、3 変数ともに相関を持って確率分布するような信用リスクモデルになっている

るため、EL は、EaD、PD、ELGD の積ではなく、シミュレーションごとの損失額の平均値によって求めている。EL を 3 変数の積として理解するのは適切ではないが、ここではコベナンツ水準が EL に及ぼす影響を先に検証した EaD と PD を通じて解釈するために、こうした見方を用いる。

① 0～30 %

主に PD の低下により EL も緩やかに減少する。EaD の増分が減少する効果も EL 低下に寄与している。

② 0 % 以下

EaD、PD がほぼ一定であるため、EL もおよそ 0.15 で一定になっている。

③ 30 % 以上

①に比べて、EL の減少が緩やかとなる。これは、EaD の増分幅は急速に減少するものの、既存のエクスポージャーに対しても影響を及ぼす PD の低下が緩やかなものとなっているためである。最終的にはコミットメント・ラインの引出しがない場合の EL である 0.14 に収斂する。

SEL の変化

① 0～30 %

SEL はコベナンツの減少関数になっている。これは、コベナンツにより期中のエクスポージャーを抑制しておく、満期時にストレス事象が発生していても、SEL を小さくすることができるためである。SEL は、コベナンツ 0 % から 30 % にかけて 0.1 低下している。これは EL の低下幅 0.01 よりも大きく、コベナンツの効果は EL よりも SEL に顕著に表れている。

② 0 % 以下

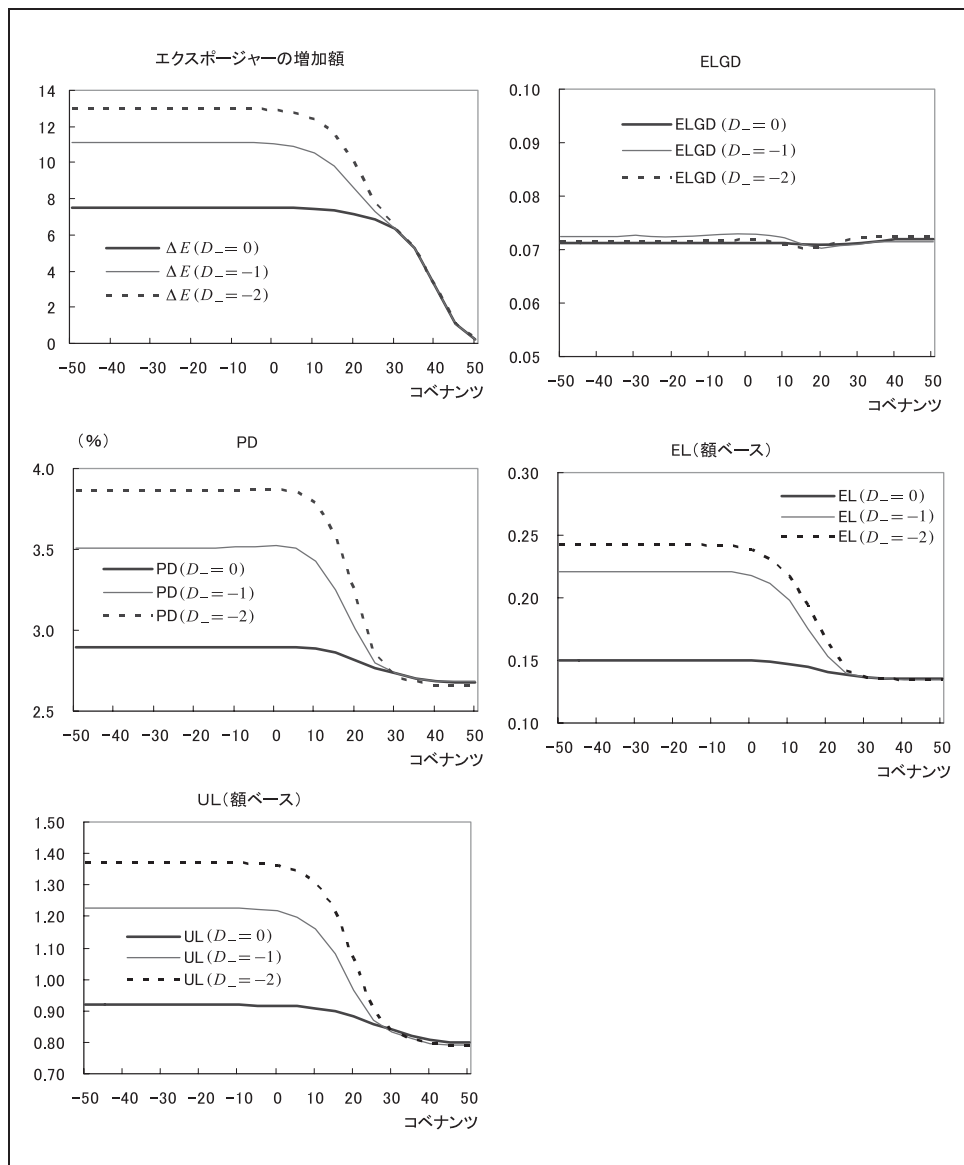
エクスポージャーの増加額および PD がほぼ一定であるため、SEL も一定となっている。コベナンツが制約とならず、新規借入需要が全部満たされるため、SEL は最大となっている。

③ 30 % 以上

EL と同様、①に比べて SEL の減少幅が緩やかなものとなる。また、曲線が下に凸となる領域が EL に比べて右側に位置している。これはエクスポージャー増加額の減少が EL より SEL に対して強く効くためである。最終的には、コミットメント・ラインの引出しがない場合の SEL である 0.95 に収斂している。

なお、UL (= SEL - EL) については、EL の変動が SEL より小さいため、SEL とほぼ同様の形状となっている。

図6 D_- を変化させた場合のシミュレーション結果



(2) D_- が -1、-2 のケース

これまでの、 $D_- = 0$ として、企業価値の低下による資金需要は発生しないと想定してきた。以下では、銀行にとってよりリスクの高い「企業価値が低下する中での借入増」を想定し、 $D_- = -1, -2$ の場合について、リスク量の変化を観察する。なお、 D_- 以外のパラメータはすべて同じ設定とし、 D_- の変化の影響をみる。図6がシミュレーションの結果である。

エクスポージャーの増加額

D_- を「 $0 \rightarrow -1 \rightarrow -2$ 」と小さくすれば、企業価値低下時においてより多くの資金需要が発生するため、エクスポージャーの増加額は大きくなる。コミットメント・ラインに上限がない場合には、(4) 式の設定によりエクスポージャーの増加幅は D_- の線形関数になる。一方、図 6 では、 $D_- = 0$ から -1 にかけての増分より、 -1 から -2 にかけての増分が小さくなっている。これは、シミュレーションにおいて、新規借入需要がコミットメント・ラインの上限 20 に達するケースが少なからず発生し、平均的な EaD が抑制されたことによるものである。

コベナンツを 0~30% とした場合、エクスポージャーの増加額が減少し始める領域をみると、 D_- がゼロのときは 20% 近辺となっている一方、 D_- が -1 のときは 0% 近辺となっている。これは、 $D_- = -1$ の場合、コベナンツが緩和的であると、増大しやすい新規借入需要に対し抑制が効かなくなるリスクが大きいことを示している。一方、コベナンツの水準が 30% に近づくと、企業価値低下時の資金需要がコベナンツにより抑制されるようになるため、エクスポージャーの増加額は D_- の値によらず等しくなっている。これらはコベナンツとエクスポージャー増加額の関係が D_- の値により大きく変わり得ることを示しており、企業価値低下時の資金需要を予測したうえでのコベナンツの適切な設定が重要であることを示唆している。

PD の変化

D_- を小さくすると PD は大きくなり、 D_- が 0 と -2 の場合では最大でおよそ 1% の差が生じている。 D_- の低下により、PD が大きくなるのは次のような理由による。

初期時点から企業価値がどちらの方向に変化しても新規借入需要が生じるが、最初のうちは依然として資産超過となっている場合がほとんどである。この場合、PD を決定する負債比率は、コミットメント・ライン引出額が多いほど、つまり D_- が小さいときほど、上昇する。このため、 D_- の低下により PD が上昇することになる。

D_- が -1 や -2 の場合、PD はコベナンツが 20% から 0% にかけて急激に上昇する。緩和的なコベナンツの設定下では、EaD と PD の両者が強い正相関を持って増加することから、信用リスクを一段と大きく押し上げる。その一方、コベナンツの水準が 25% 程度以上であれば、企業価値が下落した際のエクスポージャーの拡大が抑制されるため、PD は D_- によらず等しい値となっている。

ELGD の変化

D_- およびコベナンツの値によらず、0.07 でほぼ一定である。企業価値低下時により多くの資金需要が生じるような場合、コベナンツが緩和的であると ELGD は増大すると直感的に予想される。しかし、コミットメント・ライン引出し時に資産と負債が同額増加するという仮定や、(2) 式の幾何ブラウン運動のパラメータが一定であるという仮定が成立する限り、マートン型構造モデルの枠組においては、 $D_- = 0$

の場合と同様に ELGD はコベナンツ設定にほとんど影響されない（補論参照）。こうした直感とのギャップは上記 2 つの仮定が成立しない可能性を示唆している¹³。

EL、UL の変化

コベナンツが 30% 以下の場合については、 D_- の低下により、EaD と PD がともに大きくなるため、EL、UL とともに大幅に拡大する。特に、UL については、SEL が D_- の線形関数とならず、非線形的に拡大するため、リスク量が増大しやすい。図 6 では、コミットメント・ラインの融資枠に 20 の上限を置いたため抑制されたに過ぎず、 D_- が負であるような状況での安易なコミットメント・ライン提供や緩和的なコベナンツ設定には、大きな信用リスクが潜んでいるといえよう。

(3) 最適なコベナンツの設定

ここまでは、貸出金利収入がないケースを想定してきたため、銀行はコベナンツを厳しく設定するほど EL（常に正）を小さくすることができた。もっとも、金利収入が存在する場合の収益を考えると、コベナンツを低く設定することにより、①コミットメント・ライン引出し増による金利収入の増加と②デフォルト時の期待損失額の増加がトレードオフになるため、どこかに最適なコベナンツ水準が存在するものと思われる。ここでは、銀行がデフォルト時期期待損失額を含めた期待収益額を最大化するという想定のもとで①、②のトレードオフを検証した¹⁴。

以下では、シミュレーションにより最適なコベナンツの水準を検討する。シミュレーションの設定は次のとおりである。銀行はコミットメント・ラインの引出しが実行された場合、事前に決められた金利 r で貸出を行う。調達コストは r_f とする。初期時点負債額 E_0 、およびコミットメント・ライン引出額 ΔE は、額面金額とする。すなわち、企業が実際に借入れる金額はこれらを貸出金利で割引いた金額とする¹⁵。シミュレーションのパラメータ設定は $D_- = 0$ の場合と同じであり、貸出金利 r は 3%、調達金利 r_f は 1%、2% の 2 通りを想定する。

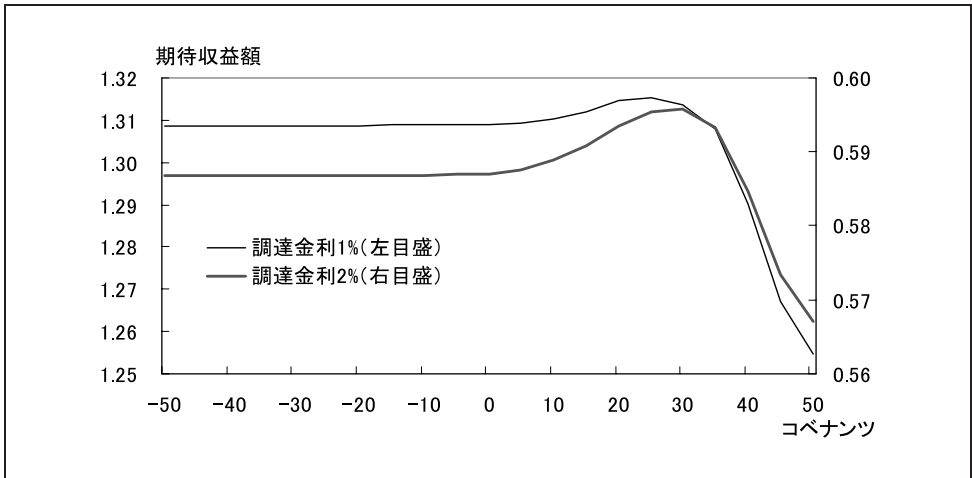
13 たとえ業績の悪化した企業であっても、貸出実行時点では借入分のキャッシュが必ず手元に入ってくる。したがって、コミットメント・ライン引出し時に資産と負債が同額増加するという仮定は、不自然ではないと思われる。もっとも、現実には、キャッシュが企業活動に振り向けられた瞬間、劣化した総資産に変化するという事態は十分考えられる。この場合は、コミットメント・ライン引出額ほど企業価値は増加しないことになる。(7) 式中の $(A + \Delta E)/(E + \Delta E)$ の分子が目減りするため、ELGD は拡大し得る。

やや長い目でみても、業績の悪化した企業は借入分のキャッシュを効率的に使用できないとも考えられる。この場合、資産価値伸び率の趨勢を示す (2) 式の μ が期中に低下したとみなすこともできよう。一方、モデル設定においては、 D_- が小さいということは期初時点で判明していると仮定しており、これに添う限り μ の低下の可能性は事前に織り込まれている必要がある。こうした問題を回避するためには、 μ を企業価値の関数としたり、 D_- を μ の水準に応じた確率変数とする対応等が考えられる。

14 UL などで計測したリスク量について、収益とリスクのトレードオフを考える方法もある。ここでは簡単化のためリスク中立的な銀行を想定した。

15 この設定は、(8) 式で定義する収益の表現を簡便にするためのものであり、融資が割引形式であるか利付形式であるかは本質的な問題ではない。

図7 最適なコベナンツ



以上の設定のもとで、デフォルト時損失額を加味した期待収益 π は、

$$\pi = E_0(1 - e^{(r_f - r)T}) + E[\Delta E](1 - e^{(r_f - r)\tau}) - E[(E_0 + \Delta E - A_T)^+], \quad (8)$$

となる。ここで、 T は期初から満期までの時間、 τ はコミットメント・ライン引出し時点から満期までの時間である。シミュレーション結果を図7に示す。

調達金利が1%や2%のときのように、貸出金利とのスプレッドがある程度確保されている場合には、期待収益はプラスとなっており、銀行はコミットメント・ライン利用分を含む貸出により収益を上げられる状況になっている。最適なコベナンツの値は調達金利2%のとき30%、調達金利1%のとき25%となっており、あまり緩和的にコベナンツ水準を設定しないのが最適となっている。調達金利が1%の場合、金利収入が比較的大きくなるため、エクスポージャー拡大のボリューム効果がコベナンツを緩和的に設定することによる信用リスク増加の悪影響を上回る。このため、最適なコベナンツの値は小さくなる。

5. まとめ

本稿では、エクスポージャーが確率変動する場合の信用リスク評価モデルを構築し、これをコミットメント・ラインの信用リスク評価に応用した。コミットメント・ライン契約を通じた貸出では、銀行は貸出に対し受動的であり、いったん、契約を結ぶと適切なリスク管理が難しい。このため、契約時のコベナンツ条項がリスク管理上、重要となる。そこで、企業の資金需要を企業価値の変動と関連付けて明示的に表現することでEaD、PD、ELGDが相互依存関係を持つモデルを考え、これをコ

ミットメント・ラインに応用し、EL や UL などのリスク指標を算出した。また、コミットメント・ラインのコベナントについて緩和的な場合から厳格な場合までさまざまなケースを想定し、EaD や PD、ELGD、EL、UL がどう変化するかを検証することで、モデルに内包されたこれら確率変数間の相互依存関係のメカニクスについて考察した。

これにより以下の点が定量的に検証された。

- ① 企業価値が低下する際に、新規借入が必要となるような企業に対する与信では、EaD と PD が正相関するため信用リスク量がより大きくなる。
- ② PD が上昇する際にエクスポージャーの拡大に歯止めが掛かるようなコベナントの存在は信用リスク量のコントロール上、有益である。緩和的なコベナント設定は、場合によっては損失拡大につながりやすくなるが、これは企業価値変動と新規借入需要の相関構造に強く依存している。
- ③ したがって、コミットメント・ラインの提供量やコベナント設定においては、この相関構造に対する検証が信用リスクのコントロール上、重要となる。
- ④ 貸出金利収入増と EL の増加というトレードオフ関係を最適化するようなコベナント水準が存在する。

もっとも、コミットメント・ラインに関する個社データが一般に利用可能な状態で存在しないため、本稿で用いたモデルやパラメータ設定の妥当性については、検証が不十分である。また、モデルの挙動を理解しやすくするため、単純化の仮定を幾つか用いている。この点については、次のようなモデル拡張が考えられよう。データに基づくモデル検証を含め、これらの点は今後の課題である。

- ① 資金需要モデルにおいて、 D_+ 、 D_- を定数としているが、企業価値の関数にする、あるいは確率変動させることでモデルの適応性を高める。
- ② 新規資金需要は、コミットメント・ライン引出し可能時点で常に発生すると仮定しているが、資金需要の有無を含めた発生タイミングをモデル化することも考えられる。
- ③ 資金返済をすべて満期一括とするのではなく、途中での資金返済も可能にする。
- ④ 資金需要を外生的に与えたが、例えば、企業の株主価値を最大化するように資金需要が決定されるといった内生変数化の拡張方向もあり得る。

補論. ELGD のコミットメント・ライン引出しによる変化

額面 X のコミットメント・ライン引出しが行われた場合の ELGD は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{ELGD} &= \frac{(E + X)\Phi(d) - (A + X)\exp(\mu T)\Phi(d - \sigma_1\sqrt{T})}{(E + X)\Phi(d)}, \\ d &= \frac{1}{\sigma_1\sqrt{T}} \left\{ \ln \frac{E + X}{A + X} - \left(\mu - \frac{\sigma_1^2}{2} \right) T \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

ここで、ELGD のコミットメント・ライン引出額 X に関する感応度をみるために一次微分を計算する。

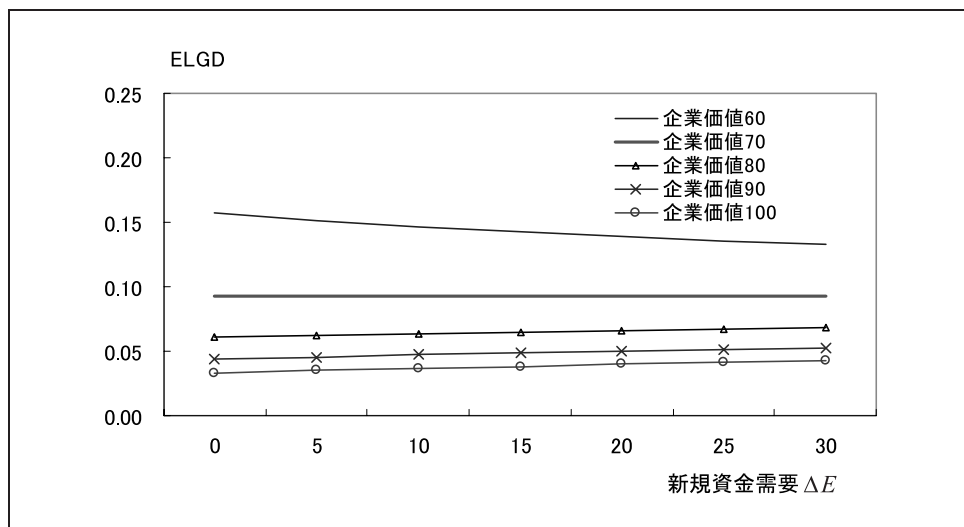
$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{ELGD}}{\partial X} &= \frac{1}{(E + X)^2 \Phi^2(d)} [(\Phi(d) - \exp(\mu T)\Phi(d - \sigma_1\sqrt{T}))(E + X)\Phi(d) \\ &\quad - \{(E + X)\Phi(d) - (A + X)\exp(\mu T)\Phi(d - \sigma_1\sqrt{T})\} \\ &\quad \times \{(E + X)\Phi(d)\}]. \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

(A-2) 式の分子は以下のように変形される。

$$\begin{aligned} &(E + X)\Phi^2(d) - (E + X)\exp(\mu T)\Phi(d)\Phi(d - \sigma_1\sqrt{T}) \\ &- \{(E + X)\Phi(d) - (A + X)\exp(\mu T)\Phi(d - \sigma_1\sqrt{T})\} \\ &\times \left\{ \Phi(d) + \frac{(E + X)(A - E)\phi(d)}{\sigma_1\sqrt{T}(A + X)(E + X)} \right\} \\ &= -(E + X)\exp(\mu T)\Phi(d)\Phi(d - \sigma_1\sqrt{T}) \\ &\quad + (A + X)\exp(\mu T)\Phi(d)\Phi(d - \sigma_1\sqrt{T}) - \frac{(A - E)(E + X)\Phi(d)\phi(d)}{\sigma_1\sqrt{T}(A + X)} \\ &\quad + \frac{(A - E)\exp(\mu T)\Phi(d - \sigma_1\sqrt{T})\phi(d)}{\sigma_1\sqrt{T}} \\ &= (A - E)\exp(\mu T)\Phi(d)\Phi(d - \sigma_1\sqrt{T}) \\ &\quad + \frac{(A - E)\phi(d)}{\sigma_1\sqrt{T}} \left\{ -\frac{E + X}{A + X}\Phi(d) + \exp(\mu T)\Phi(d - \sigma_1\sqrt{T}) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

ここで、 $\phi(\cdot)$ は標準正規分布の密度関数である。

図 A-1 コミットメント・ライン引出しによる ELGD の変化



(A-3) 式からは、 $\partial ELGD / \partial X$ の分母は分子に比べてオーダーが大きいため、 X を変化させても ELGD はあまり変化しないことがわかる。図 A-1 は、いくつかの資産価値の状態でコミットメント・ライン引出しがあった場合の ELGD の変化をみたものである。パラメータは $D_- = 0$ のケースと同一である。図から、コミットメント・ライン引出額によらず ELGD はあまり変化しないことがわかる。言い換えれば、コベナントによりコミットメント・ラインの引出しが抑制されても、ELGD にはあまり影響がないということになる。

参考文献

- 第一勧業銀行国際金融部『法人融資枠設定と融資取引』、BSI エデュケーション、2001年
 山下智志・吉羽要直、「追加融資を考慮した信用リスク：構造モデルによるELとUL
 の解析解」、金融研究所ディスカッションペーパー No. 2007-J-17、日本銀行金融
 研究所、2007年
- Basel Committee on Banking Supervision (BCBS), “International Convergence of
 Capital Measurement and Capital Standards,” Basel Committee Publications
 No. 107, November 2005a. (<http://www.bis.org/>で入手可能)
- Basel Committee on Banking Supervision (BCBS), “An Explanatory Note on the Basel
 II IRB Risk Weight Functions,” July 2005b. (<http://www.bis.org/>で入手可能)
- Campbell, T. S., “A model of the market for lines of credit,” *Journal of finance*, 33 (1),
 1978, pp. 231–244.
- Kupiec, P. H., “A Generalized Single Common Factor Model of Portfolio Credit Risk,”
 presented at 17th Annual Derivatives Securities and Risk Management Conference,
 Federal Deposit Insurance Corporation’s Center for Financial Research, 2007.
- Martin, J. S., and A. M. Santomero, “Investment opportunities and corporate demand
 for lines of credit,” *Journal of Banking and Finance*, 21, 1997, pp. 1331–1350.
- Moral, G., “EAD Estimates for Facilities with Explicit Limits,” in B. Engelmann and
 R. Rauhmeier, eds. *The Basel II Risk Parameters*, Springer, 2006, pp. 197–242.
- Pykhtin, M., “Unexpected Recovery Risk,” *Risk*, 16 (8), 2003, pp. 74–78.

