

流動性の理論と景気変動

かとう りょう
加藤 涼

要 旨

本稿は、情報の非対称性が存在する資本市場において、企業の流動性需要が発生するメカニズムを明らかにしたHolmström and Tirole [1998] のモデルを無限期間の動学的一般均衡 (dynamic general equilibrium: DGE) モデルに拡張することで、流動性の需給の変化が景気変動に与える影響と、1990年代の日本経済における金融問題に対する含意を導いたものである。

本稿の主眼は、構築されたDGEモデルが、リアル・ビジネス・サイクル (real business cycle: RBC) ・モデルやトービンのQモデルでは再現することができない現実の設備投資やGDPの動学特性を再現できることを示すことにある。本稿のモデルは、外生的なショックがピークアウト (あるいはボトムアウト) した後も、持続的に景気が拡大したり後退したりする現象を再現する。また、企業の流動性依存度 (設備投資1単位当たりに必要な流動性資金) が景気と逆相関するという、いわゆる「レンディング・ビュー」の実証研究によって確認されている事実についても厳密な金融契約のモデルと一般均衡分析の枠組みから理論的背景を提示する。さらに、本稿のモデルを用いることで、景気浮揚策としての税金投入による不良債権の一括処理に理論的根拠を与えることができる。

キーワード：流動性、不完全資本市場、動学的一般均衡モデル、不良債権問題

.....
本稿の執筆に当たっては、清谷春樹氏 (内閣府、カリフォルニア大学デービス校)、陣内了氏 (プリンストン大学)、慶田昌之氏 (東京大学)、山田克宣氏 (京都大学) から有益なコメントを得た。記して感謝したい。ただし、ありうべき誤りは、すべて筆者に属する。なお、本稿の理論モデル部分は、Kato [2006] に基づいており、本稿は同論文のモデルを簡略化したうえで日本経済に対する政策含意に重点を置く形で加筆・修正したものである。本稿に示されている意見は、筆者個人に属し、日本銀行あるいは国際通貨基金の公式見解を示すものではない。

加藤 涼 日本銀行国際局 (現 国際通貨基金政策企画審査局、E-mail: rkato@imf.org)

1 . はじめに：不完全資本市場型DGEモデルと日本経済

基本的なリアル・ビジネス・サイクル (real business cycle : 以下、RBC) ・モデルの拡張として、資本市場に不完全性を取り入れるという方向性がある。コーポレート・ファイナンス (企業の資金調達) の問題は、企業家にとって重要な経営判断の1つである。仮に資本市場が完全であれば、モディリアーニ=ミラーの定理 (以下、MM定理) が成り立ち、コーポレート・ファイナンスは企業行動の効率性やマクロ経済に対して影響を与えないことになるが、現実にはそうではない。コーポレート・ファイナンスや金融資本市場、貸出市場の複雑な構造を、より現実的に描写した動学的一般均衡 (dynamic general equilibrium : 以下、DGE) モデルの特性を、完全資本市場を前提としたRBCモデルのそれと比較し、不完全な資本市場がマクロ経済変動にどのような帰結を与えうるのか理論的に考察することは、それ自体、興味深い研究テーマといえるだろう。

経済政策における問題意識としても、日本の1990年代の経験は不完全資本市場の重要性を多くの人々に実感させるのに十分なものだったと思われる。いわゆる「失われた10年」の原因についての議論は現在でも決着はみていないが、1990年代の日本経済において、金融問題・不良債権問題が何らかの足かせとなっていたという見方自体に対する異論は少ないだろう¹。本稿で紹介する不完全資本市場のDGEモデルの政策含意については最終節で触れるが、日本の不良債権問題のような金融問題をマクロ政策の視点から分析するためには、以下の理由から、不完全資本市場を取り入れたDGEモデルは有益な分析ツールとなりうる。

まず、基本的なRBCモデルでは、資本市場は完全であり、資金は常に効率的に配分されるため、企業の資金調達方法は問題ではない。ところが現実の経済では、優れた経営資源を持つ企業家が資金の目処が立たずに起業することが難しかったり、黒字企業が資金ショートで倒産したりするような事例が少なからず観察される。逆に、投資機会が大きいとは思えないような成熟企業に資金が滞留しているような例も珍しくない。こうした資金のミスアロケーションは、資本市場が完全ではなく、効率的な資金配分が達成されていないことを示唆している。

以下で展開するモデル²は、企業が直接的にはリターンが得られないにもかかわらず「流動性」を保有することが意味を持つような状況を描写する。このモデルは、現実に観察される事象である、景気が持続的に拡大したり後退したりする現象や、景気循環における企業の流動性需要のパターンを説明することができる。このほか、日本経済に対する含意として、純資産の再分配が持続的な景気後退を引き起こしうること、また、これを逆に捉えれば、資産の1度限りの再分配 (one-time transfer) がマクロ的な景気浮揚効果を持ちうることから、(景気対策

1 もっとも、原因のほとんどすべてを全要素生産性 (total factor productivity: TFP) の低下に求める見方もある (Hayashi and Prescott [2002])。

2 前述のように本稿の理論モデル部分は、Kato [2006] に基づいている。

としての) 不良債権問題の公的資金による一括処理に理論的な根拠を与えることが導かれる。

これらの帰結が得られるメカニズムについては、モデルを解説した後、4、5節で詳しく述べるが、直感的な理解を簡単に先取りしておこう。

については、RBCモデルとの比較が有用である。通常、RBCモデルでは、技術ショックが景気循環の動学パターンを規定する唯一の要因であることから、プラスの技術ショックが発生した後、これがピークアウトすると同時に景気は後退を始める。一方、不完全資本市場のモデルでは借手の純資産が重要な役割を果たすため、技術ショックがピークアウトしても、純資産が十分蓄積されるまで景気拡大は続くことになる。

の直感的な理解を得るためには、企業が流動性を保有するコストは常に一定であると仮定するのがよい。景気がよい時は企業は採算のよい投資機会に相対的に恵まれているはずであるから、流動性を保有することで設備投資(実物投資)機会を犠牲にするコストが相対的に高くなり、その意味で企業にとって機会費用が高くなる。本質的にはこうしたメカニズムがモデル内において企業の流動性依存度と景気との逆相関を生み出している。

と についても、RBCモデルとの比較が役立つ。RBCモデルでは、金融市場は完全であるから、事前の富(資金)の分布がどのようなものであっても、市場メカニズムによってすべての投資機会に資金は行きわたり、完全にファイナンスされるため、主体ごとの富の分布は景気循環に何の影響も与えない。これはRBCモデルが「代表的個人」を仮定する理由でもある。一方、金融仲介が無コストではないような不完全資本市場の経済では、事前の富の分布が問題となる。そうした状況下で、政府が富の分配に介入することはマクロ的な資源配分の効率性に影響を与える余地がある。したがって、不良債権処理のような債権者と債務者との富の分配に関するような政策のデザインについての含意が導かれることになる。

2. 非対称情報下の金融契約と流動性需要

(1) 企業経営における流動性の役割

Holmström and Tirole [1998] (以下、HT) は、資金の借手・貸手間に情報の非対称性が存在するような状況下で、企業が流動性を需要する環境をモデル化した。HT論文の問題意識は、企業は資本市場が完全である限り、外部資金も含めて保有する資源をリターンのもっとも高い投資プロジェクトに投入するはずであり、たとえば「流動性」が高くとも、リターンが得られない(あるいはリターンが相対的に低い)資産を保有するインセンティブは本来ないはずである。それにもかかわらず、現実には企業にとって一定の流動性を(リターンが低いにもかかわらず)保有することは不可欠といってもよい。こうした経営判断が行われる理由と流動性需要

の変動が経済全体に与える影響をモデル化したのがHT論文である。

本節では、まず、有限期間モデル³であるHTモデルのエッセンスを紹介したうえで、次節以降、これを無限期間に拡張したDGEモデルとして再構築し、景気循環に関するマクロ的な含意を導出する。本節で展開する最適金融契約のセットアップは、基本的にHTモデルと同じであるが、HTモデルが1財経済モデルであるのに対し、ここでは、消費財と資本財（投資財）からなる2財経済を考える点のみが異なっている。

まず、2種類の主体、すなわち貸手である家計と借手である企業家が、それぞれ無数に存在しているような経済を考える。便宜上、経済全体の人口を1に基準化し、このうち企業家の割合を η とし、家計の割合を $(1-\eta)$ とする。家計と企業家を区別する本質的な差異は、プロフィタブル（profitable）な投資プロジェクトを持っているかどうか（投資機会の有無）という点である。投資プロジェクトは、「消費財」を消費財生産に必要な生産要素である「資本財」に変換するという形態をとる。モデル内では、消費財をニュメレールとして扱い、資本財の相対価格を q で表す。

直感的な理解を補助するために、投資技術が規模に対して収穫一定（消費財から資本財への生産が1対1の線形の生産技術）である場合を考えると、 q が1より大きければ、1円で消費財を仕入れて q 円で売れば常に儲かるわけであるから、最適な投資量は無限大となる。これがトービンのQモデルであれば、資本ストックを設置することに調整コストがかかるため、投入資本財の調整コストを加味した限界費用と限界収入（ q ）がつりあうところで、（内点解として）投資量が決定される。HTモデルを含む多くのエージェンシー・モデル（agency model）では、資本市場が不完全なために、（MM定理の世界での）「最善の金融契約」が結べず、何らかのロスが生じる。Qモデルにおける「調整費用」の代わりにこうした金融面での非効率性から生じる費用の存在が、投資量を内点解とする本質的な要因となる。

家計と企業家の金融契約を介した関係は以下のとおりとなっている。まず、金融契約は任意の i 期の期初に結ばれ、期末に終了する。複数期間にまたがる金融契約の可能性を除去することで、後述する無限期間のDGEモデルを大幅に扱いやすい（tractable）ものにすることができる。なお、期中に契約を変更するなどの再交渉の機会はないものとする。さしあたって企業家と家計は、ともに危険中立的であると仮定しよう（この仮定は次節で緩める）。企業家は、 i 単位の消費財を Ri 単位の資本財に変換する確率的な投資機会を保有している。すなわち、確率 π でグロスのリターンが Ri となる一方、確率 $(1-\pi)$ でリターンは1（ネットのリターンはゼロ）となる。これは1要素の線形の生産技術であるから、規模に関して収穫一定である。最も重要なモデルの特性として、各1期間の途中に、確率的に追加資金需要（「流動性ショック」）が発生し、各企業はプロジェクトを完遂させるために追加的な消費財

3 オリジナルのHTモデルは3期間モデルである。本稿で展開するDGEモデルでは、各1期がそれぞれ3つの期間（sub-period）に分かれていると考えるとよい。

投入が必要となるような状況を想定する。追加的に必要な消費財投入は投資プロジェクトによって産出される資本財 (R_i) に比例して大きくなり、 $\tilde{\omega}R_i (= \omega_i)$ であるとする。 ω は分布関数 $\Phi(\omega)$ 、密度関数 $\phi(\omega)$ に従う確率変数である。企業は、追加的に必要な資金額が判明した時点で、資金をファイナンスし、支払いを行ってプロジェクトを続行するか、支払いを止めてプロジェクトを放棄・精算するかの経営判断を行う。

ただし、こうした不確実な流動性ショック自体は、経済に存在する投資機会が失われてしまうことには直結しない。流動性ショックがイディオシンクラティック（相互に無相関）であれば、十分に大量のクレジット・リスクをプールすることによって、金融市場は個別リスクを相殺することができるはずである。したがって経済全体でみれば、確率的な個別企業の流動性需要を含めて、正確に投資プロジェクトの割引現在価値が計算できることになる。経済全体を巨大な1企業とみなせば、この企業は割引現在価値と同じだけの株式・債券発行（あるいは借入）を行うことができるため、MM定理が成立し、投資機会が失われることはない。企業が一見無駄な流動性（投資プロジェクトの限界収益率よりもリターンが低い資産）を保有する理由は、確率的な追加資金投入の必要性だけでは説明できない事象であることがわかるだろう。

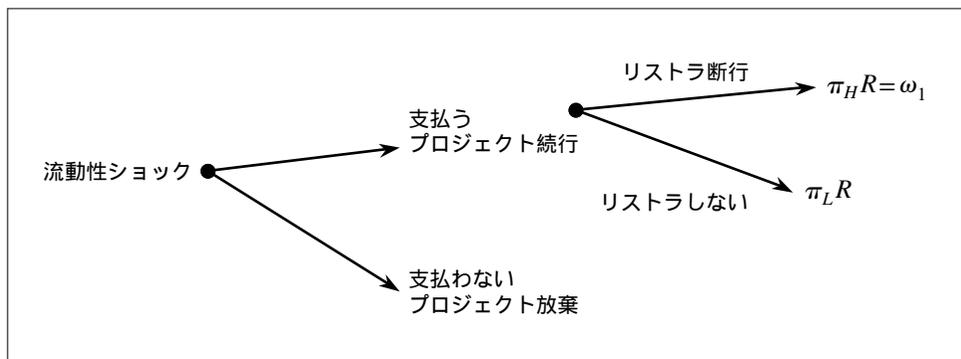
そこで、確率的な追加資金投入の必要性に加えて、資本市場の不完全性として貸手・借手間の情報の非対称性を導入しよう。議論の主旨は以下のとおりとなる。

企業が追加的・確率的な資金需要ショックに直面していても、リターンが無相関なプロジェクトが多数存在しており、リスクが相殺できる限り、企業は投資プロジェクトの割引現在価値と同額の資金調達が可能である。このことは先に述べたとおりであるが、資金の貸手（家計）と借手（企業）の間に情報の非対称性が存在すると、企業が外部から調達可能な最大資金額は、投資プロジェクトの割引現在価値より少額になる（後述）。外部調達可能額と投資プロジェクトの割引現在価値との間に差が生じると、プロフィタブルな投資プロジェクトがファイナンスされないことによって見送られる可能性が生じる。こうした事態を避けるため、企業は一見無駄に見えるリターンの低い資金（流動性）を手元に保有するかもしれない。この場合、一部の企業が資金不足に陥ったり、逆に資金余剰となったりする現象が同時に生じる余地がある。

(2) 不完全情報下の金融契約

モデルをシンプルにするため、情報の非対称性の代表例として基本的なモラル・ハザードが発生する状況を考えよう。つまり、借手には観察できるが貸手にはわからない事象が存在することによって、そうした事象に条件付ける金融契約が結べないような状況を考える。具体的にはさまざまなケースが考えられる。例えば企業経営者がリストラを行えば、投資プロジェクトが成功する確率が高まる一方、リストラを見ればプロジェクトの成功確率は低下するものの、社員からの不満・非難を

図1 モラル・ハザードの構造



回避するという経営者固有の便益 (= B_i) を得ることができる。株主が、経営者がどの程度本気でリストラに取り組んだか、完全には確認できないようなケースは現実にも散見される。

リストラを行った場合のプロジェクトの成功確率を π_H 、行わない場合のそれを π_L と記述しよう ($\pi_H - \pi_L = \Delta\pi > 0$)。モラル・ハザードの構造は図1のように表すことができる。流動性ショック ω が、 $\omega \leq \pi_H R (= \omega_1)$ であるときにはプロジェクトを続行し、逆に ω_1 よりも大きければ、ネットの期待リターンがマイナスになるため、プロジェクトを放棄する。こうした選択が企業価値を最大化する選択であることは明らかである。なお、HTはこの ω_1 を、「最善の放棄水準」(“first-best cutoff”) と呼んでいる。

企業家は、期初に自己資本 ($n > 0$) を保有しており⁴、追加的な資金を外部投資家(ここでは家計)から募ることができる。外部投資家との金融契約には、当初借入額と、クレジット・ライン、すなわち、プロジェクトを続行するための追加的な資金供給の上限額(具体的には、流動性ショックの閾値水準 $\bar{\omega}$)、最終利益の借手・貸手間の分配割合の3点を記載する。最終利益のうち、企業家の消費財単位で計った取り分を $R_f i$ で記述しよう (R_f はシェアを表す)。一般的には、企業家の取り分シェア R_f は、確率的な流動性ショックの実現値に条件付けて記載することができる。しかし、HTモデルにおける「次善の最適契約」は、以下のようなインセンティブ整合性条件が等号で成立することを保証するため、次善の最適契約のもとで企業家の取り分シェア R_f は一意に決まる。

$$\pi_H R_f \geq \pi_L R_f + B. \quad (1)$$

4 ここでは静学モデルを考えているため、企業の自己資本は期初に突然存在しているが、次節以降の無限期間モデルでは、前期に蓄積した資本ストックなどが当期の自己資本に充てられる。

つまり、企業家の取り分は、企業家がリストラを回避しないような最小限の額に抑えられるため、 $R_f = B/\Delta\pi$ となる。一方、外部投資家である家計の取り分は $\pi_H(R - R_f) = \omega_0$ であることが確認できる。HTは ω_0 を、「(外部)投資単位当たりの保証可能リターン」(“pledgeable unit return”)と呼んでいる。この ω_0 は、単位当たりの企業価値である ω_1 よりも小さいため、この差の分だけ外部投資家からの資金調達額が不足し、本来実行すべき投資プロジェクトが見送られる可能性が生じる。企業は流動性を多めに保有することによって、こうしたリスクが実現してしまうリスクを軽減することができる。つまり、完全情報下では、企業は(経済全体でみて)流動性ショックの期待値と同じだけの資金を調達することができるため、有益な投資機会が失われることはない。一方、不完全情報下では、外部調達できる資金に制限が存在するため、一見余分な流動性を需要することが有益な投資機会が失われるリスクを減らし、企業価値を高めることにつながるのである。

ここまでの議論を踏まえて、最適契約問題を下記のようにセットアップすることができる。すなわち、

$$\begin{aligned} \max \quad & qi\pi_H R_f \int_0^{\bar{\omega}} \phi(\omega) d\omega, \\ \text{s.t.} \quad & i - n \leq qi \left[\int_0^{\bar{\omega}} (\pi_H(R - R_f) - \omega) \phi(\omega) d\omega \right], \\ & R_f \geq R_f^{\text{low}} \equiv \frac{B}{\pi_H - \pi_L}. \end{aligned}$$

目的関数は企業のグロスの利益を表している。一方、制約式の1つ目は、外部投資家である家計の無超過利益条件 (break-even condition)、2つ目は、(1)式で示した企業家の行動に対するインセンティブ整合性条件を表している。無超過利益条件の式の左辺は、家計の投資額であり、右辺は追加的な流動性供給分を差し引いたうえでの、グロスのリターンを示している。生産技術や流動性ショックをすべて線形に仮定しているため、無超過利益条件は等号で成立しなければならない。仮に等号で成立しないとすると、企業家は不等式制約を満たしながら自分の取り分を増やす余地があるため、最適解ではないことがわかる。この無超過利益条件が等号で成立するもとで最適契約問題を解くと、 $R_f = B/\Delta\pi$ となり、インセンティブ整合性条件も等号で成立する。

上記の金融契約問題を満たす条件式から、企業レベルの投資量を資本財価格 q と企業家の純資産 n の両方に対する右上がりの関数として導出することができる(導出の詳細は補論1参照)。

$$i = k(q)n. \tag{2}$$

この $k(q)$ をHTは、株価乗数 (equity multiplier) と呼んだ。一定の条件のもとで、 $k(q)$ は、1より大きいいため、純資産1単位の増加に対して、乗数的に投資を増やすこ

とが企業家にとって最適となるためである。こうしたメカニズムは、多くの不完全資本市場のモデルに共通であり、いわゆるフィナンシャル・アクセラレータと呼ばれる現象を生み出す本質的なメカニズムとなっている⁵。これは、純資産の増加が企業にとって単にリソースの増加を意味するのではなく、外部投資家にとっての情報の非対称のコストを軽減するという追加的なベネフィットを持つためである。現実的には、担保となる実物資産を持っている企業の方が外部投資家からのファイナンスを受けやすいという、一見ごく自然なことを記述しているにすぎないが、その「借入のしやすさ」が純資産に対して1対1で増すのではないという点は、必ずしも自明ではないだろう。

ここで、次節以降で用いる準備として、以下の2つの変数、経済全体の（集計した）流動性需要 D と、この流動性需要を投資量で割った流動性依存度 x を定義しておこう。

$$D = \eta qi \int_0^{\bar{\omega}} \omega \phi(\omega) d\omega,$$

$$x = \frac{D}{qI} = \frac{\int_0^{\bar{\omega}} \omega \phi(\omega) d\omega}{\Phi(\bar{\omega}) \omega_1}.$$

I は経済全体の投資アウトプットを表すが、これが $\eta i \omega_1$ ではなく、 $\eta i \omega_1 \Phi(\bar{\omega})$ であることに注意しよう。全プロジェクトのうち、流動性ショックが $\bar{\omega}$ より大きかったものについては、不採算プロジェクトとして放棄されてしまうからである。

3．無限期間モデルへの拡張：DGEモデルの構築

(1) モデルの概要

本節では、前節で展開したモデルを無限期間に拡張し、DGEモデルを構築する。モデル経済には、前節同様、資金の借手である企業家、企業家と同様に消費や労働供給を行うが、資本財を生産する技術（投資機会）を持たないために資金の貸手となる家計、消費財を生産・販売する小売業者（企業家と区別するため生産者と呼ぶ）、銀行が存在している。なお、このモデルで登場する「銀行」は、預金を集め、貸出を行うことで利潤を最大化する商業銀行ではなく、一定の仲介機能を機械的に果たす「間接金融仲介業」を想定している。

.....
5 ただし、本稿のモデルやCarlstrom and Fuerst [1997]のようなフローの設備投資のレベルでエージェンシー・コスト（agency cost）が発生しているような仮定を置いているモデルでは、振幅効果（amplification）はあまり大きくならない。一方、Kiyotaki and Moore [1997]のようなストックのレベルで借入制約式が成立しているモデルでは、より大きな振幅効果が発生することが知られている。

モデルの概要は以下のとおりである。まず、任意の t 期で発生する事象の順序を整理しておく。期初において、最初に生産者に対する技術ショックが明らかになる。生産者は自分の技術水準と、資本財価格を所与として、最適な労働力投入と資本財投入を決定する。家計は前期までに蓄積した資本財を銀行に売却し、対価として消費財を得る。続いて家計はどれだけ貯蓄し、消費するかについての意思決定を行う。一方、銀行は家計の貯蓄を集めて、企業家との（次善の）最適契約に基づき、これを各企業にプロジェクトの初期資金として供給する。残った貯蓄は、企業家の追加的な資金需要（イデオシクラティックな流動性ショック ω ）に備えて、銀行がこれをプールする。

各企業家は投資プロジェクトに着手し、しばらくすると、各プロジェクトごとに追加的に必要な資金額が明らかになる。最適契約で示されているクレジット・ラインを超えないプロジェクトは続行され、期末に新しい資本財が生み出される。追加的な資金需要が高み、クレジット・ラインを超えたプロジェクトは放棄され、資本財は生産されない。期末に完成した資本財は、来期において生産者が消費財を生産するために利用されることになる。

（２）銀行の役割：間接金融と直接金融

このモデルで「銀行」の果たす役割は大きい。本稿では便宜上、銀行と称しているが、HTの用語は、金融仲介業者（financial intermediary）であり⁶、もともと利潤最大化を意図する企業体ではない。銀行は、期初にすべての家計から貯蓄資金⁷を集め、最適契約に沿った形で、初期投資に必要な資金の供給と、期中において追加的な資金（流動性）の供給を行う。こうした金融仲介者としての銀行の行動が果たす最大の役割は、各企業ごとに独立な流動性ショックのリスクをマクロでプールすることで、一種の保険を提供して資金配分の事後的なミスアロケーションをなくすことにある。仮に経済全体で資金の量が十分であっても、既に持っている資金だけで十分投資プロジェクトを完遂できるような企業に多くの資金が供給される一方、追加的な借入、例えば一時的な運転資金を受けて初めて事業を完遂できる企業に流動性が供給されなければ、マクロ経済的には利用すべき投資機会が残存してしまう⁸。こうした非効率性を排除するために、流動性ショックが明らかになった後、事後的に資金配分を調整できる機能が金融市場・金融仲介に求められる。この機能は、分権化（decentralize）された直接金融市場では可能ではない。各企業が流動性

6 同様の機能を持つ金融仲介機関を、Carlstrom and Fuerst [1997] は、「資金ミューチュアル・ファンド（Capital mutual fund）」と呼んでいる。

7 このモデルには貨幣は存在せず、消費財がニューメラルであるため、厳密には「資金」はキャッシュではなく、消費「財」でしかないことに注意が必要である。

8 資金不足の企業と「金余り」の企業（例えば追い貸し先）が並存している経済で、いわゆるクレジット・クラッシュを統計的に検出することには技術的に困難が伴う（加藤 [2003]などを参照）。

ショックに備えて流動性の高い証券を持っていたとしても、その証券のリターンは持ち主である企業の流動性ショックの大きさに応じて保証を提供してくれるわけではない。キャッシュはもちろん通常の有価証券は、保有者の状況と無関係にそのリターンが変化する。一方、クレジット・ラインは、対象企業が資金不足であれば、資金提供を保証してくれるし、不要であれば、何も提供されない。これが直接金融と間接金融の大きな違いであるというのがHTの議論である。

(3) 各主体の動学的最適化問題と効率性条件

各主体ごとの最適化問題とそれらの効率性条件をみてみよう。

まず、家計の意思決定は、標準的な消費と労働供給の動学的最適化問題であり、基本的なDGEモデルやRBCモデルと比べて、2財経済であるという点以外は特に変更はない。

$$\begin{aligned} \max \quad & E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t), \\ \text{s.t.} \quad & q_t k_{t+1}^c = q_t (1-\delta) k_t^c + w_t l_t + r_t k_t^c - c_t. \end{aligned}$$

c_t , l_t , k_t^c , w_t , r_t は、それぞれ家計の消費、労働供給、資本ストック、実質賃金、実質金利（資本のレンタル・コスト）を表している。なお、 β と δ は、割引ファクターと減価償却率を表す固定パラメータである。

モデルは2財経済であるため、前期に蓄積した資本ストックは、今期の期中にいったんすべて消費財に交換され、家計はこの中から消費・貯蓄の決定を行っている。また、期中の機会費用は1であるから、期初に1単位の消費財を資本市場に投資した家計は、期末に $1/q$ 単位の資本財を得る（したがって超過利潤はない）点も、2財経済に拡張したことに伴う変更点として若干の注意を要する。

モデル構築上の技術的な論点として、家計の選好が焦点となる。ここで家計の効用関数にリスク回避的な形状を仮定する。前節の最適契約の枠組みでは家計はリスク中立的であることが仮定されていたが、この点については次のように整合的に扱うことができる。すなわち、金融契約は、期初に結ばれ期末に完全に終了するため、基本的に「期中の問題（intra-period problem）」である。期中にマクロ的な不確実性はないため⁹、期中の問題に関して、家計はリスク中立的であるとみなすことができる。一方、期をまたがる意思決定（inter-temporal optimization）については、経済には不確実性が存在するため、家計の危険回避的な選好は均衡条件に影響を与えることになる。ただし、このように期中の問題と異時点間の最適化の問題を完全に分

9 金融契約は、生産者の技術ショックが明らかになった後で締結されることに注意されたい。資本財価格や純資産などは、技術ショックと同時に明らかになり、期中には変化しない。

離するためには、金融契約がワンショット（one-shot）のゲームであること（来期には誰と契約するかわからないこと）、期中にマクロ的な不確実性が存在しないことの2点が必要条件となる¹⁰。

家計の最適化問題の1階条件は、以下のとおりとなる。

$$u_{c,t} = E_t \beta \left(\frac{q_{t+1}(1-\delta) + r_{t+1}}{q_t} \right) u_{c,t+1},$$

$$w_t = - \frac{u_{l,t}}{u_{c,t}}.$$

オイラー方程式において、資産1単位から得られるリターン部分に資本財の価格が影響することには注意が必要であるが、その他については標準的な関係式となっている。

次に、企業家の最適化問題はこのモデルの大きな特徴点であるため、やや詳しくこれを見てみよう。単純化のため、企業家の労働供給は非弾力的とし、企業家の主要な意思決定は消費・貯蓄（投資）だけに限定する。この際、企業家の効用関数は線形、すなわちリスク中立的であることを仮定する。この仮定は、そもそものHTモデルの環境設定がリスク中立的な借手を想定しているためにこれと整合性を保つ意味があるが、それ以上に、モデル全体を扱いやすくするために大きな効果を発揮する。具体的には、このモデルには企業家については無視できない非均一性（heterogeneity）が存在しており、企業がリスク中立的であるという仮定によって、これに伴う技術的な問題を回避できる。前節で述べたとおり、任意の期中で企業は追加的な資金が必要となり、この流動性ショックは各企業ごとに確率的である。こうした環境を無限期間のDGEモデルに拡張すると、每期ごとに、成功した企業は純資産を増やし、失敗した企業は純資産を減らしていくことになる。つまり、経済全体で見れば、企業家の純資産の分布が期を追うごとに絶え間なく変化していくことになる。技術的には、各企業の純資産ごとに無限個の状態変数が存在するモデルを解くことになるため、計算が莫大になってしまう。しかし、企業の効用関数を線形とすることで、投資、消費とも線形の技術であるため、足し上げることが可能になることや、1階の最適化条件から純資産ほか、企業ごとに異なる変数が消え、オイラー方程式が価格だけの関係式になることといった2つの特徴を得る。この2つの特徴のおかげで、各企業の純資産の合計（あるいは平均）のみを観察すればよいことになり、計算の大幅な単純化を図ることができる¹¹。

10 Carlstrom and Fuerst [1997]などを参照。同論文は、各期の金融契約をワンショット・ゲームとして扱うことについて、モデル経済では匿名（anonymous）の主体が無数に存在するような市場を前提としており、本稿も同様の仮定を置いている。

11 企業家の効用を線形と仮定する工夫は、Kiyotaki and Moore [1997]やCarlstrom and Fuerst [1997]などの非均一（heterogeneous）な企業をモデル化した複数の先行研究で用いられている。

他方、この単純化によって1つの問題が生じる。企業家の投資のリターンは、消費財から投資財を生産することができるという特殊な生産技術のため、家計の投資リターンよりも高い。線形の効用はこうした状況のもとで、企業の過剰貯蓄（投資）を引き起こし、消費を永遠に先送りしてしまうという非現実的な行動をモデル内で生じさせてしまう可能性がある。企業家にとっての高い投資リターンを抑えるのは情報のエージェンシー・コスト（agency cost）にほかならないが、これに加えて企業家の割引率 $\gamma\beta$ が家計のそれよりも少しだけ高いとの設定（ $\gamma\beta < \beta$ ）を置くことによって、安定的な定常均衡を確保することができる¹²。

以上の点に注意して、企業家の最適化問題を記述すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \max \quad & E_0 \sum_{t=0}^{\infty} (\gamma\beta)^t c_t^e, \\ \text{s.t.} \quad & q_t k_{t+1}^c = (1 + \rho_t) n_t - c_t^e. \end{aligned}$$

ここで、 c_t^e 、 k_t^e 、 w_t^e はそれぞれ企業家の消費、資本ストック、実質賃金を表す。ただし、

$$\begin{aligned} n_t &= (1 - \delta) q_t k_t^e + r_t k_t^e + w_t^e, \\ 1 + \rho_t &= \frac{q_t \pi_H R_f \Phi(\bar{\omega}_t)}{1 - q_t h(\bar{\omega}_t)}, \end{aligned}$$

である。 ρ_t は、企業家にとって、純資産を1単位投資した場合の期中のネット利益率を表している。このとき、1階の最適化条件は、

$$q_t = E_t \gamma\beta (q_{t+1} (1 - \delta) + r_{t+1}) (1 + \rho_{t+1}), \quad (3)$$

となることが確かめられる。このオイラー方程式には、純資産など各企業ごとに異なる水準変数が登場せず、価格だけに依存している。このため、この最適条件は、どんな水準の純資産を持っている企業家にも共通に成立することになる。これが、線形効用を仮定することの技術的な大きな利点である。

このオイラー方程式は、資本財価格の決定に大きな役割を果たしている。資本財価格は、(3)式を満たすように決定されるが、(3)式は ρ_t の部分に非線形性があるため、解析的な解を示すことはできない。本質的なアイデアをつかむため、一時的に ρ_t は時間を通じて一定であると仮定してみよう。 ρ_t が時間を通じて一定との仮定のもとで、(3)式を前向きに解くと、

12 このほかに、每期每期一定割合の企業家が死ぬと仮定しても同様の帰結を得る。この点についての詳細は、Kiyotaki and Moore [1997] を参照されたい。

$$q_t = E_t \sum_{j=0}^{\infty} \{\gamma\beta(1+\rho)\}^{j+1} (1-\delta)^j r_{t+j+1},$$

を得る。したがって、当期の資本財価格は、無限期間先までの資本財1単位が生み出す収益の割引現在価値であるという、基本的な株価理論と同様の含意が得られる。基本的な株価理論と異なるのは、各期のリターンが資本の限界生産性だけでなく、 ρ に含まれる情報のコストの時間的変動の影響を受け、より複雑に変化するという点である。

最後に生産者の最適化問題を記述しよう。生産者には情報の非対称性の問題はないため、ファイナンスの問題は明示的に考える必要がない。ごくシンプルに、生産者の生産活動は、限界生産性と限界費用が一致する水準で行われている。すなわち、

$$r_t = v_t F_K(K_t, L_t, H_t), w_t = v_t F_L(K_t, L_t, H_t), w_t^e = v_t F_H(K_t, L_t, H_t),$$

となる。なお、 $F(\cdot)$ は生産関数、 H_t は企業家の労働供給である。 L_t と K_t は、それぞれ集計された家計の労働供給（企業家の労働需要に等しい）と資本ストックを表す。つまり、経済全体の人口を1に基準化していることから、要素市場の均衡条件（market clearing condition）として、

$$L_t = (1-\eta)l_t,$$

$$k_t = (1-\eta)k_t + nk_t^e.$$

が成立する。また、 v_t は技術水準であり、AR(1)の確率過程に従う。

これら、各主体の効率性条件と資源制約、外生的な技術水準の確率過程などの条件式を満たす内生変数ベクトルがモデルの解となる（詳細は補論2を参照）。

4 . カリブレーションとシミュレーション結果：実証研究との関連

(1) カリブレーションによるパラメータの決定

企業家が追加的に必要とする資金、すなわち流動性ショックの確率分布として、 $[0, 2]$ の一様分布を仮定する。これは、平均的な企業が初期投資額と同額の資金をプロジェクトの途中で追加的に必要とするということを意味している。 ω_1 については、標準的なRBCモデルにならい、事後的に1単位の消費財が1単位の資本財に変換されるように設定する。このモデルでは、1単位の投資に対して、 $(1-\Phi(\omega_1))$ の割合のプロジェクトが追加的資金が嵩む（流動性ショックが大きい）ことによって放棄されるため、1単位の投資に対する期待リターン（ $\omega_1\Phi(\omega_1)$ ）が1となるため

に必要な ω_1 は1.414となる。次に、このモデルで最も重要なパラメータである ω_1 と ω_0 の差を考えよう。 ω_0 の ω_1 に対する比率は、情報の非対称性がない場合の最大企業価値に対する外部投資家にとっての企業価値の比率であるから、これを設定することは企業家の私的な利益比率 B を設定することと同値である。 $B=0$ 、または、 $\omega_0 = \omega_1$ であれば、完全情報を仮定していることになり、モデルの動学は標準的なRBCモデルと一致することが確認できる。現実的には $B=0$ ということは考えにくいと思われるが、平均的な企業経営者が外部投資家に対してどの程度、企業価値を保証できているか具体的に数値を設定することは容易ではない。ここではさしあたり外部投資家にとっての企業価値は最大企業価値の75% ($\omega_0/\omega_1 = 0.75$; 外部投資家に対して保証できない価値が25%) と設定する¹³。

これらのパラメータ設定のもとで、資本財を生産する企業家の生産活動プロセスにおけるリソースのロス計算しておこう。1単位の初期投資に対する完全情報(RBCモデル)下でのリターンを100とすると¹⁴、不完全情報下でのリターン($\omega_1 \Phi(\bar{\omega})$)は98.7%となり、およそ1.2%のリソースのロスが発生している計算となる。これが、ミクロ的なエージェンシー・コストのマクロ的なインパクトということになる。

消費者や生産者など、企業家関係以外のパラメータは標準的なRBCモデルにならうこととする¹⁵。家計の効用関数は、消費財に関してCRRA型、労働供給に関して線形で加法的とする以下のものとし、相対的危険回避度 θ を1.5と置く。

$$u(c_t, l_t) = \frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} - \mu l_t .$$

μ については、定常状態の労働供給が0.3(1日のおよそ3分の1)となるように設定した。生産者の生産技術は、次のようなコブ・ダグラス型を仮定する。

$$Y_t = v_t F(K_t, L_t, H_t) = v_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} H_t^{\alpha'} .$$

ただし、企業家の労働供給 H_t は常に一定であると仮定し、 α と α' はそれぞれ0.3と0.01、割引ファクター β と γ は、それぞれ0.99と0.95とした。

企業家と家計の人口割合を表す η についてはCarlstrom and Fuerst [1997]にならう0.3とし、減価償却率(δ)と技術水準の確率過程であるAR(1)パラメータは、典型的なRBC論文の値から、それぞれ0.025と0.9に設定した。

13 このほかのパラメータ設定のもとでのシミュレーション結果については、Kato [2006]を参照。

14 完全情報下で1となるように ω_1 を設定したことに注意されたい。

15 標準的なRBCモデルとして、ここではKing *et. al.* [1988]にならっているが、一部にCarlstrom and Fuerst [1997]のパラメータ設定も参考にした。

(2) シミュレーション結果

プラスの生産性ショックが生じた場合のGDP（生産）と設備投資の動学的な反応（impulse response）を見ると（図2上段）、生産性ショックが1期目にピークを迎えているのに対して、GDPや設備投資は、徐々に持ち上がり、ピークが3四半期ほど遅れていることが確認できる。こうした動学的反応パターンをその形状から、「らくだのコブ状の」（“hump-shaped”）反応と呼ばれている。多くの実証研究が指摘しているように、こうしたゆっくりとした反応（delayed response）は、現実のデータで確認されている一方で、基本的なRBCモデルではこれを再現することはできない¹⁶。

それでは、本節で示したDGEモデルでは、なぜRBCモデルで再現できないGDPや設備投資のゆっくりとした反応が生み出されるのだろうか。直感的な理解としては、RBCモデルでは、設備投資独自の意思決定というものは存在せず、投資は貯蓄の裏側として動くにすぎないため、消費が恒常所得の変化に応じてジャンプするのに伴い、設備投資も瞬時にジャンプする。トービンのQ理論を組み込んだDGEモデルでも¹⁷、設備投資は資本財価格（株価）のみの関数であるため、資本財価格がジャンプした瞬間に設備投資もジャンプしなければならない。

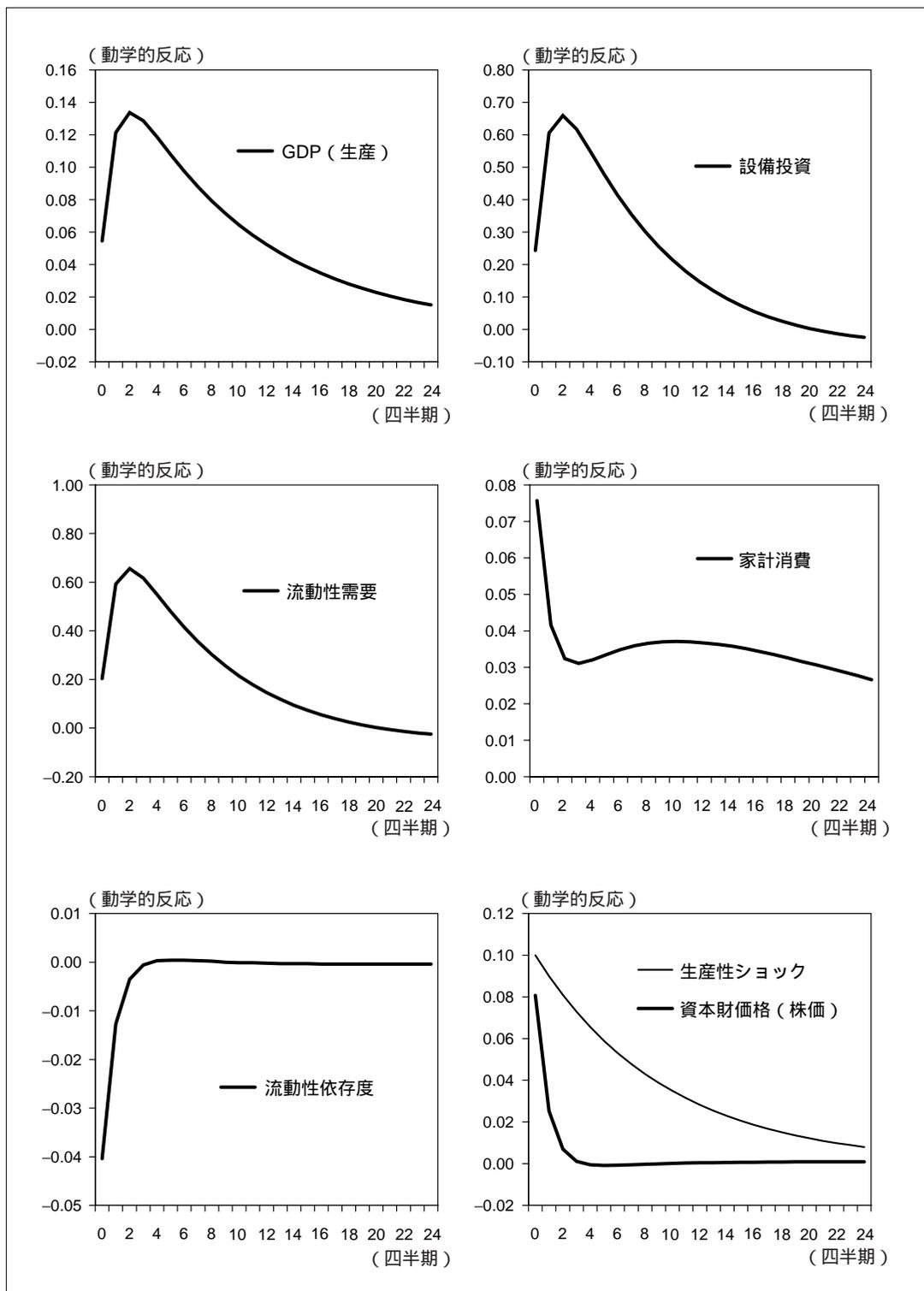
一方、本節のDGEモデルのように情報の非対称性が存在する流動性モデルでは、設備投資は資本財価格に加えて、企業の純資産の関数になっていた。企業家は、生産者の生産性の上昇に伴う資本財価格の上昇によって、自分の投資プロジェクトの利益率が高いことを認識する。資本市場が完全であれば、プロジェクトの利益率の上昇によって、設備投資を一気に増加させることが最適となる。一方、資本市場が不完全な場合、企業家自身の純資産が低い状態では、エージェンシー・コストが高むため、外部調達資金コストが高止まる。こうした資金調達のコストを含めたベースで考えると、生産性が上昇した直後は、経済全体の投資プロジェクトの利益率はさほど上昇していないことになる。投資プロジェクトの利益率が上昇した後、徐々にキャッシュフローを蓄積するに従って、企業の純資産が増加し（エージェンシー・コストは低下）、外部投資家からの資金調達コストが低下して初めて、投資額もピークとなる。

こうした設備投資のゆっくりとした反応を生み出すモデルの技術的な特徴点は、設備投資が資本財価格（あるいは株価やトービンのQ）だけの関数ではなく、純資産というストック変数（状態変数）の関数になっている点である。この点に関して、関連する実証研究について簡単に触れておこう。最もポピュラーな設備投資の実証研究として、トービンのQ型の設備投資関数の推計があるが、総じてQ理論の実証

16 Cogley and Nason [1995] などのRBCモデルへの批判を参照されたい。なお、日本のデータを用いたGDPの動学に関する厳密な実証研究例は少ないが、さまざまな景気分析レポートにおいて、例えば「（生産は）伸びがやや鈍化しつつも増加を続けており」（日本銀行 [2004]）や、「（経済情勢は）悪化テンポが幾分和らいできている」（日本銀行 [1998]）といった表現が散見される。こうした表現は、GDPや生産の2次微分の動学特性に言及したものであり、前述の「らくだのコブ状の」反応と整合的である。

17 Carlstrom and Fuerst [1997] を参照。

図2 生産性上昇シミュレーション



上のパフォーマンスが悪いことはよく知られている。Q理論は設備投資と資本財価格（株価）との間に1対1の正の関係を想定するが、実際にはそうした関係を支持する実証研究はほとんど存在しない。例えばLamont [2000] は、米国のデータを用いて、設備投資と株価の間には、同時点で見て弱い負の相関関係があることを確認しており、こうした関係の現象面での原因として、設備投資が株価にラグをもって反応するという統計的事実を指摘している。

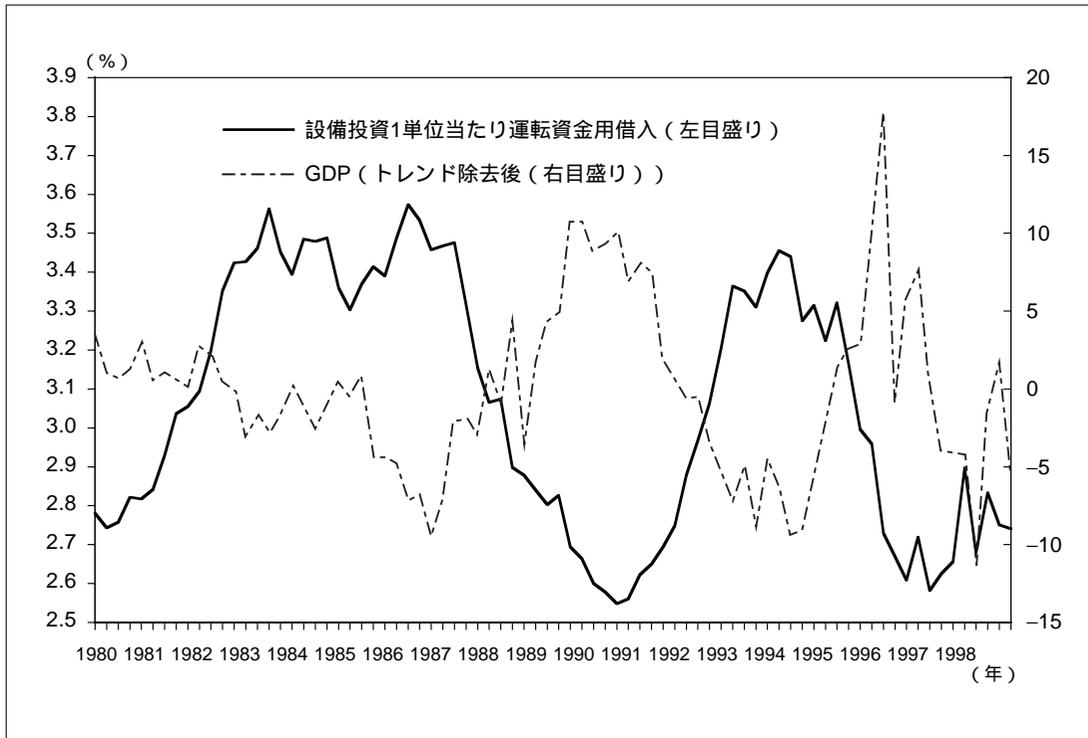
Lamont [2000] は、さらに興味深い統計的事実を報告している。実際の設備投資支出額のデータが株価と弱いマイナスの相関関係にあることは先に述べたが、企業に対するアンケート調査結果を用いて、設備投資計画額の時系列データの特性を調べてみると、同時点で株価と有意に順相関していることが確認できる。設備投資計画額が投資プロジェクトの期待リターンとしての株価とほとんど同時に動く一方で、実際の支出額にはラグがあるということは、企業は何らかの理由で計画を実行に移さない（移せない）理由があるということの意味している。その理由を特定化することは本稿の範囲を超えるが、本稿のモデルが生み出す投資のゆっくりとした反応は、こうした統計的事実を説明する1つの仮説として考慮する価値があるだろう。

シミュレーション結果の中で注目に値するもう一つの特徴点として、企業の流動性の需要パターンがあげられる。まず、実際のデータの特性を確認すると、企業の流動性需要（ここでは運転資金用借入金）は景気と順相関（プロシクリカル）であること、設備投資1単位当たりの流動性、すなわち流動性依存度は景気と逆相関（カウンター・シクリカル）であることが確認できる（図3）。これは、いわゆる「レンディング・ビュー」と呼ばれる、カシャップらの一連の実証研究のファインディングとして知られている¹⁸。レンディング・ビューでは、「不況期には、企業は調達コストが相対的に高い公募増資によるファイナンスを減らすため、結果として銀行借入度が高まる」などとして、こうした現象の背景とみなしている。

DGEモデルのシミュレーション結果を見ると、集計された流動性需要 D は概ね順相関、一方、流動性依存度 x は、技術ショックに対して逆方向に反応しており、逆相関になっている（図2下段）。モデル内で流動性依存度が逆相関になる理由は、次のとおりである。好況期には株価（資本財価格）が高く、投資プロジェクトのプロフィットビリティが平均的に高い状況にある。このため、ある投資プロジェクトに追加的な資金投入が高むことが判明した場合、ほかに利益が高い（追加的な投入資金が少ない）プロジェクトが豊富に存在するため、そのプロジェクトについては、見切りをつけてしまった方が経営判断としては得になる。逆に不況期には、プロフィットなプロジェクトが少ないために、多少の追加投入資金が高んでも、手元のプロジェクトを成功させた方がよいという誘因が発生する。これを経済学的な用語を用いて言い換えると、好況期には機会費用が高いため、流動性を保有する限界便益が相対的に低くなるということの意味している。逆に不況期には機会費用が低い

18 例えば、Hoshi, Kashyap and Sharfstein [1991] など。

図3 流動性依存度



め、流動性を保有して、個々の投資プロジェクトに固執する便益が高まる。こうしたメカニズムが働くことで、企業の流動性依存度は生産性や株価（資本財価格）に対して逆方向に動くという逆相関の現象が発生する。

流動性需要自体は、流動性依存度と設備投資額の積であるから、両者の動きの差し引きが問題になる。前節で設定したパラメータのもとでは、プラスの技術ショックが発生した直後では、流動性依存度の低下と設備投資の上昇の両方が一部相殺し合うため、流動性需要の上昇は緩やかなものとなる（図2中段）。その後は、後者の設備投資の効果が前者を完全に上回るため、徐々に上昇していくパスを描いている。

以上のように、レンディング・ビューの一連の実証研究と本稿のDGEモデルはほとんど同じ現象を説明対象としているが、そのメカニズムは微妙に異なっている。どちらも情報の非対称性といった不完全資本市場を想定しているものの、レンディング・ビューは直接市場を通じた資金調達と銀行借入を明確に区別しているのに対し、本稿のDGEモデル（あるいはHTモデル）は、外部資金と内部資金の区別しか捉えていない。レンディング・ビューは、厳密な金融契約のモデルを明示していないことに加え、部分均衡分析であるため、厳密なDGEモデルの帰結と直接比較することは難しいが、全く異なる2つの手法で、1つの現象にアプローチがなされているという点は興味深いといえるだろう。

5. おわりに：日本経済への含意

最後に1990年代の日本経済に対する含意について若干の議論を行う。本節で展開したモデル経済は、標準的なRBCモデルとは異なり、パレート最適な状況にはない¹⁹。こうした非効率性が生じる本質的な原因は、冒頭で述べたように当然のことながら資本市場が不完全であることに由来している。言い換えれば、金融仲介にはコストがかかるということにほかならない。

仮に投資プロジェクトに恵まれた主体（優れた企業家）が豊富な資金を持っており、投資プロジェクトを持たない主体（モデル内では「家計」であったが、現実的には経営能力の低い企業家であってもよい）が資金を持っていなかったとする。こうした状況では金融仲介はさほど重要ではないため、仲介のコストに由来する資源のロスあまり発生しない。逆に、優れた企業家が資金不足であり、生産性の低い企業家やそもそも投資機会を持たない家計が多くの資金を持っているとすれば、生産面での効率性を確保するには、相対的に大きな金融仲介が必要になる。このため仲介の過程でロスするリソースも大きくなってしまう。つまり、不完全資本市場に由来するリソースの損失は、経済全体の資金の分布状況に依存している。

ここで、バブル崩壊前後の日本経済における資金分布の状況を概観してみよう。図4は、1990年前後時点での日本経済における金融資産の保有残高を企業部門と家計部門とに分けてプロットしたものである。

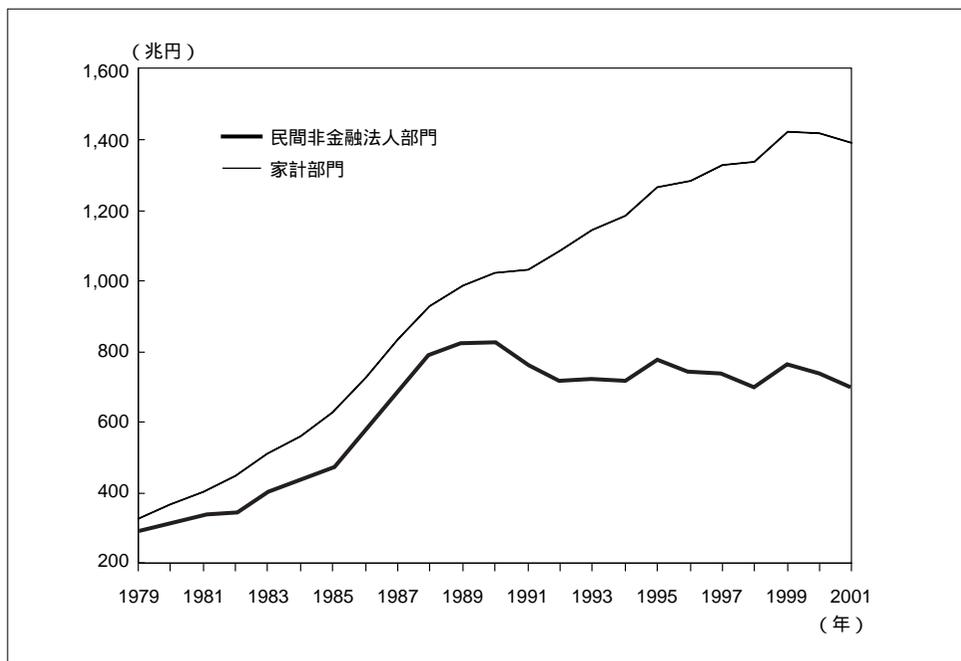
この図をみると、バブル崩壊による金融資産の急低下は、家計部門よりも企業部門で激しかったことがわかる。これは、投資機会が小さい家計部門に相対的に資金の偏りが生じたことを意味しているため、先に述べたとおり、金融仲介のコストが高み、リソースのロスがより大きく発生する状況に日本経済が陥ったことを意味している。より現実的に詳細な議論をするためには、優れた投資機会を持っている企業とそうでない企業（家計）との間でどのような資金分布になっているかを調べる必要があるが、そうした分類を行うことは容易ではない。ここでは、家計部門と企業部門という、ごく大まかな分類を見るだけでも、1990年代の日本において不完全資本市場による資源のロスが拡大していた可能性が強く示唆されるということのみ指摘するにとどめる²⁰。

次に、再びDGEモデルに視点を戻し、家計部門から企業家への純資産の移転を行ったときに経済全体にどのような影響があるかを調べてみよう。このシミュレーションは、投資機会の有無にかかわらず、すべての主体に一律に税金を課し、集めた資金を投資機会のある企業に補助金として与えるという再分配政策を擬似的に表している。より現実的には、税金投入による不良債権の一括処理に近い。両者が完全に同じになる重要な条件として、不良債権の放棄・穴埋めはあくまで投資機会を

19 ただし、次善の最適金融契約が行われる限り、制約条件を所与としたうえでの生産面の効率性は担保されている点に注意が必要である。

20 同様の指摘は吉川 [1998] によってもなされている。

図4 部門別金融資産残高

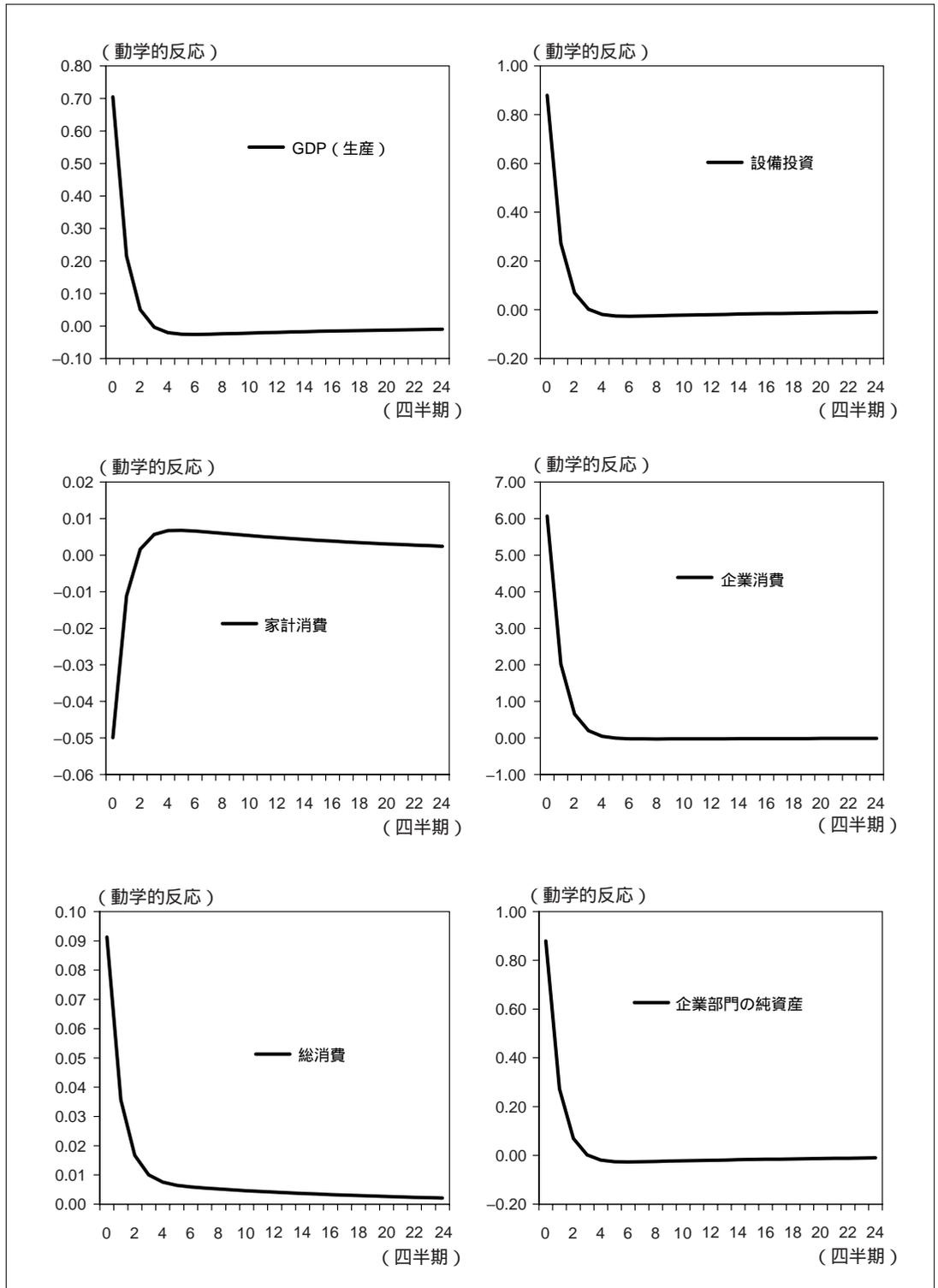


持つ企業にのみ行われなければならないという点である。したがって、集められた税金は、産業再生機構を通じて適正に再配分されるような状況を暗黙的に仮定しているといつてよい。

シミュレーションの結果をみると（図5）、再分配政策が実施された直後には、資金を投入された企業家の生産や消費が上昇する一方、家計部門の消費が低下していることがわかる。再分配シミュレーションの性質上、この結果は予想通りのものといえる。ところが、資金を取り上げられた（課税された）家計部門のその後の消費の動きをみると、補助金を受け取っていないにもかかわらず、政策の施行から数期後には当初の水準を回復し、その後高水準を維持している。企業家の消費と合計した経済全体の消費の動きをみると、結局、合計では消費は一貫してプラス方向に反応していることがわかる（図5最下段左）。

本稿で展開したDGEモデルのメカニズムを考えれば、こうした結果が得られる本質的な理由は、結局のところ不完全資本市場に由来する金融仲介の非効率性を低減させたためという単純な回答が得られる。

図5 再分配シミュレーション（家計 企業）



補論1．最適金融契約と設備投資関数の導出

まず、2節で概略を記した最適契約問題の詳細を以下に示す。

$$\begin{aligned}
 \max \quad & qi\pi_H R_f \int_0^{\bar{\omega}} \phi(\omega) d\omega = qi\pi_H R_f \Phi(\bar{\omega}), \\
 \text{s.t.} \quad & i - n \leq qi \left[\int_0^{\bar{\omega}} (\pi_H(R - R_f) - \omega) \phi(\omega) d\omega \right] \\
 & = qi \left[\omega_0 \Phi(\bar{\omega}) - \int_0^{\bar{\omega}} \omega \phi(\omega) d\omega \right] \\
 & \equiv qih(\bar{\omega}), \\
 & R_f \geq R_f^{\text{low}} \equiv \frac{B}{\pi_H - \pi_L}.
 \end{aligned}$$

本文で述べたように、等号で成立する無超過利益条件を変形することで、そのまま個別企業レベルの投資関数が次のように導かれる。

$$i = \left(\frac{1}{1 - qh(\bar{\omega})} \right) n. \quad (\text{A-1})$$

これを目的関数に代入することで、制約なしの最適化問題に帰着させることができる。

$$\max_{\bar{\omega}} \left(\frac{q\Phi(\bar{\omega})}{1 - qh(\bar{\omega})} \right) \pi_H R_f n.$$

$h(\bar{\omega})$ は、置換積分公式を用いて次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
 h(\bar{\omega}) &= \omega_0 \Phi(\bar{\omega}) - \int_0^{\bar{\omega}} \omega \phi(\omega) d\omega \\
 &= (\omega_0 - \bar{\omega}) \Phi(\bar{\omega}) + \int_0^{\bar{\omega}} \Phi(\omega) d\omega.
 \end{aligned}$$

$h'(\bar{\omega}) = (\omega_0 - \bar{\omega}) \phi(\bar{\omega})$ であるから、1階の最適化条件として、

$$q \int_0^{\bar{\omega}} \Phi(\omega) d\omega = 1,$$

を得る。この関係式から、陰関数 $\bar{\omega} = \psi(q)$ を定義する。これを企業レベルの投資関数(A-1)式に代入すると、企業レベルの投資量は、資本財の価格 q と企業家の純資産 n の両方に対して右上がりの関数として表されることが確認できる。

$$i = \left(\frac{1}{1 - qh(\psi(q))} \right)^n .$$

これを、

$$k(q) = \frac{1}{1 - qh(\psi(q))} ,$$

として再定義したものが、本文の(2)式に相当する。

補論2．モデルの均衡と解

モデルの均衡は、3節で示した経済主体の最適化条件に、資源制約式(A-2, A-3)と外生的な技術水準の遷移式である(A-4)式を加えた、下記の連立方程式体系を満たす K_{t+1} , K_{t+1}^e , H_t , L_t , l_t , n_t , I_t , c_t , c_t^e , q_t , x_t , I_t , D_t , w_t , r_t , $\bar{\omega}_t$ からなる変数ベクトルとなる。

$$u_{c,t} = E_t \beta \left(\frac{q_{t+1}(1-\delta) + r_{t+1}}{q_t} \right) u_{c,t+1},$$

$$w_t = - \frac{u_{l,t}}{u_{c,t}},$$

$$q_t = E_t \gamma \beta (q_{t+1}(1-\delta) + r_{t+1}) (1 + \rho_{t+1}),$$

$$i_t = \left(\frac{1}{1 - q_t h(\bar{\omega})} \right) n_t,$$

$$D_t = \eta q_t i_t \int_0^{\bar{\omega}_t} \omega \phi(\omega) d\omega,$$

$$I_t = \eta \Phi(\bar{\omega}_t) \omega_1 i_t,$$

$$\bar{\omega}_t = \psi(q_t),$$

$$x_t = \frac{D_t}{q_t I_t},$$

$$r_t = v_t F_k(K_t, L_t, H_t),$$

$$w_t = v_t F_L(K_t, L_t, H_t),$$

$$w_t^e = v_t F_H(K_t, L_t, H_t),$$

$$Y_t = (1-\eta)c_t + \eta i_t \left(1 + q_t \int_0^{\bar{\omega}_t} \omega \phi(\omega) d\omega \right) + \eta c_t^e, \quad (\text{A-2})$$

$$\text{ただし、 } Y_t = v_t F(K_t, L_t, H_t),$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t,$$

$$L_t = (1-\eta)l_t, \quad (\text{A-3})$$

$$K_{t+1}^e = \frac{1}{q_t} \{ (1-\rho_t) n_t - c_t^e \},$$

$$\text{ただし、 } n_t = (1-\delta)q_t k_t^e + r_t k_t^e + w_t^e,$$

$$v_{t+1} = \sigma v_t + (1 - \sigma)v^* . \quad (\text{A-4})$$

上記のうち、家計、企業家、生産者の最適条件に加えて、(A-2)式はいわゆるIS方程式であり、財市場の均衡条件を示している。同様に(A-3)式は労働市場の均衡条件を表している。また、マクロの投資量 I は、本文で述べたとおり、個別企業の合計より、流動性ショックにより放棄された部分だけ少なくなっている。技術ショックの確率遷移過程は標準的なRBCモデルや先行実証研究にならって、AR(1)プロセスを仮定する。

上記の連立方程式体系を定常均衡近傍で対数線形近似し、固有値分解を用いてシミュレーションを行った結果を4節に記した。

参考文献

- 加藤 涼、「統計的手法の罨：クレジット・クランチは存在しなかったか」、未定稿、2003年
日本銀行、「金融経済月報（基本的見解）」、日本銀行、1998年12月、2004年9月
- 吉川 洋、『転換期の日本経済』岩波書店、1998年
- Cogley, Timothy, and James M. Nason, “Output Dynamics in Real Business Cycle Models,”
American Economic Review, 85, 1995, pp. 492-511.
- Carlstrom, Charles T., and Timothy S. Fuerst, “Agency Costs, Net Worth and Business
Fluctuations, A Computable General Equilibrium Analysis,” *American Economic Review*, 87,
1997, pp. 893-910.
- Hayashi, Fumio, and Edward C. Prescott, “The 1990s in Japan: A Lost Decade,” *Review of
Economic Dynamics*, 5, 2002, pp. 206-235.
- Holmström, Bengt, and Jean Tirole, “Private and Public Supply of Liquidity,” *Journal of Political
Economy*, 106, 1998, pp. 1-40.
- Hoshi, Takeo, Anil K. Kashyap, and D. Sharfstein, “Corporate Structure and Investment: Evidence from
Japanese Panel Data,” *Quarterly Journal of Economics*, 106, 1991, pp. 33-36.
- Kato, Ryo, “Liquidity, Infinite Horizons and Macroeconomic Fluctuations,” *European Economic
Review*, 50, 2006, pp. 1105-1130.
- King, Robert G., Charles I. Plosser, and Sergio T. Rebelo, “Production Growth and Business Cycles I.
The Basic Neo-classical Model,” *Journal of Monetary Economics*, 21, 1988, pp. 195-232.
- Kiyotaki, Nobuhiro, and John Moore, “Credit Cycles,” *Journal of Political Economy*, 105, 1997,
pp. 221-248.
- Lamont, Owen, “Investment Plans and Stock Returns,” *Journal of Finance*, LV, 2000, pp. 2719-
2745.