日本のコール市場における流動性効果について

林　文夫

要　旨

本稿では、日本のコール市場において、無担保翌日物コールレートと準備預金残高の間に「流動性効果」と呼べる関係が存在するかを分析する。法定準備預金制度のもとでは、積み期間中のどの日の準備預金も同様に法定準備金にカウントされる。それにもかかわらず、流動性効果があると積み期間中の日々の準備預金は完全に代替的にならず、準備預金需要とコールレートの間に負の関係が発生する。しかし、日銀は日々の金融調節を通じてコールレートが望ましい範囲に推移するように準備預金を供給するので、この流動性効果をコールレートと準備預金残高の間の相関関係から推定することはできない。本稿では、日中複数の時点で観測されるコールレートのデータを利用して、この問題を解決する。流動性効果の推定にあたっては、次の点を考慮に入れる。第1に、日本では日中決済の時点が複数回あり、異なる決済時点のコールレートの水準は異なる要因に依存する。特に、為決と呼ばれる5時決済のコールレートは、いわゆる「積み上幅」に依存する。第2に、準備預金の増減要因である銀行券要因と財政要因のうち事前に予想される部分は、日銀の金融調節によって完全に相殺されている。このような制度的条件のもとでは、朝方のコールレートの変化と予期せざる銀行券要因の相関から流動性効果が推定できることが示される。

キーワード：コールレート、準備預金、積み上幅

本稿は、筆者が日本銀行金融研究所に客員研究員として在籍中に取りまとめたペーパーに加筆修正したものである。本稿を作成するにあたっては、金融研究所と金融市場局のスタッフ、特に三尾仁志氏から多大な教示を得た。日本のコール市場についての著者の理解は彼にその多くを負っている。また、匿名のレフェリーから得たコメントも、本稿を改訂する上で有益であった。なお、本稿で示されている内容および意見は筆者個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。

林　文夫　東京大学経済学部経済学研究科教授（E-mail: hayashi@e.u-tokyo.ac.jp）

1. はじめに

本稿は、日本のコール市場の日々のデータを用いて、準備預金の供給と翌日物金利であるコールレートの間に短期的な負の相関が存在するかを検証する。

法定準備預金制度のもとでは、ある一定の期間（積み期間）内に、銀行は日銀に当座預金として預ける準備預金の積数を法定額まで積み立てなければならない。本稿で使われる「流動性効果」という言葉をより正確に定義するために、まず、銀行が準備預金を保有する唯一の理由は、法定準備制度であるとしよう。この場合は、積み期間内のある日の準備預金と別の日の準備預金は、ともに同様に法定準備金額にカウントされるため、銀行にとっては完全に代替的になる。したがって積み最終日以外の日の銀行の準備預金に対する需要曲線は、残り積み期間のコールレートの予想値の水準で無限に弾力的になり、その日のコールレートは、予想コールレートに等しくなる[1]。コールレートがこのように決定されれば、日々のコールレートの変化は同じ積み期間内では予測不可能になる。すなわち、確率論の用語を用いれば、コールレートはマーティンゲール過程に従う。中央銀行による準備預金の追加的な供給は、それが残り積み期間のコールレートの予想値に影響を与えない限り、当日のコールレートを下落させない。

金融機関の間の決済の大部分は日銀当座預金の間の残高の振替により行われるため、法定準備制度がなくても、銀行は決済を円滑にするため、ある程度の当座預金残高を保有しようとする。このような決済需要は、当座預金の保有コストであるコールレートの減少関数と考えられる。いいかえれば、当座預金を一単位追加的に保有することによる決済の円滑化という限界便益は、当座預金の残高が増大するにつれて減少する。すぐ上で考察したマーティンゲールのケースは、法定必要準備の水準があまりにも大きいため、法定額を満たす実際の当座預金の水準では、限界便益がゼロにまで下落したケースである。実際の当座預金の水準で限界便益が正であるという意味で「流動性効果」があれば、コールレートはマーティンゲール過程に従わない。また、中央銀行による当座預金の追加的な供給は、それがコールレートの予想値に影響を与えなくても、当日のコールレートを下落させる。

本稿の5章で示すように、実際の日次コールレートはマーティンゲールではない。したがって、日本の場合、当座預金の流動性効果を検出するのは容易なのだが、これは金融政策の効果という観点からはあまり重要な結果ではない。というのは、日銀当座預金を通じた銀行間決済は、そのほとんどが時点ネット決済であり、特に日本のコール市場では、午後1時決済の取引が70%以上を占めるからである。マーティンゲール性の棄却は、準備預金である午後5時決済時点での当座預金に流動性効果があることを示すだけで、一番重要な午後1時時点の当座預金に流動性効

1 この点の、日本のコール市場に即した説明は、翁［1993］を参照。

果があるかどうかはこの結果だけではわからない。

本稿の6章では、日中の決済時点が複数回あることを明示的に考慮に入れた銀行行動のモデルを展開するが、そこで明らかになるのは、午後1時時点の当座預金の需要曲線は、流動性効果が消失するまで右下がりで、それ以上の当座預金の水準では、コールレートの予想値の水準で水平になる。したがって、午後1時時点の流動性効果の存在を検証するためには､当座預金の需要曲線の傾きを推定すればよいが､この推定に最小自乗法を使うのは適当でない。その理由は、日銀が日々の金融調節を通じて、コールレートが望ましい範囲に推移するように当座預金を供給するからである。これは、計量経済学では「同時性の問題」と呼ばれる。アメリカの短期金融市場における流動性効果の最近の研究であるHamilton［1997］では、この同時性の問題は、当座預金残高の外生的な変動要因である財政資金を操作変数とする手法により解決している。同様の手法は日本のコール市場にも適用できるが、操作変数と午後1時の当座預金残高の相関が弱いため、信頼できる推定値を得ることはできない。本稿では、コールレートの日中の変動を利用して、この同時性の問題を解決する。

図1は、コールレートの代表である無担保翌日物レートを1996年からグラフにしたものである。時折みられる上方スパイクは3月末や9月末に起こっている一方、下方スパイクは積み最終日（毎月15日）にしばしばみられる。このような季節性を除けば、コールレートはそれほど変動していない。特に、1999年9月ぐらいから0.02%となる日が増え、11月ぐらいからはほぼ0.02%の定数になっている。しかし、このコールレートは、日中の取引レートの加重平均で、日中の変動の大きさは加重平均からは判断できない。図2は、朝9時と午後3時半の無担保コールレートをプロットしたものである。これをみればわかるように、日中のレートはかなり変動している。しかもその変動は、三洋証券・拓銀・山一證券が破綻した1997年11月以降、大幅に上昇したことがわかる。

日中の複数時点のレートを用いた流動性効果の推定は7章で行われるが、それ以前の章では、その準備として次のようなことを行う。2章では、日本のコール市場の制度的側面を簡単に復習する。流動性効果の推定には、準備預金の増減についての予想が観測されることが必要だが、3章では、日銀の公表する予想が合理的かどうかを検討する。4章では、コールレートに影響を及ぼす日銀の金融調節がどのような要因に依存するかを検討する。ここで明らかになる金融調節に関する事実は、7章での流動性効果の推定で重要になる。コールレートがマーティンゲールに従わないことは、5章で実証される。これを受けて6章は、流動性効果が存在する場合の銀行行動のモデルを提示する。このモデルでは、日中決済の時点が複数回あるという日本のコール市場の特徴を考慮に入れる。このモデルから導出される当座預金の需要曲線は7章で推定される。8章は、本稿で得られた主要な結論を述べる。

図1　無担保翌日物コールレート（加重平均）

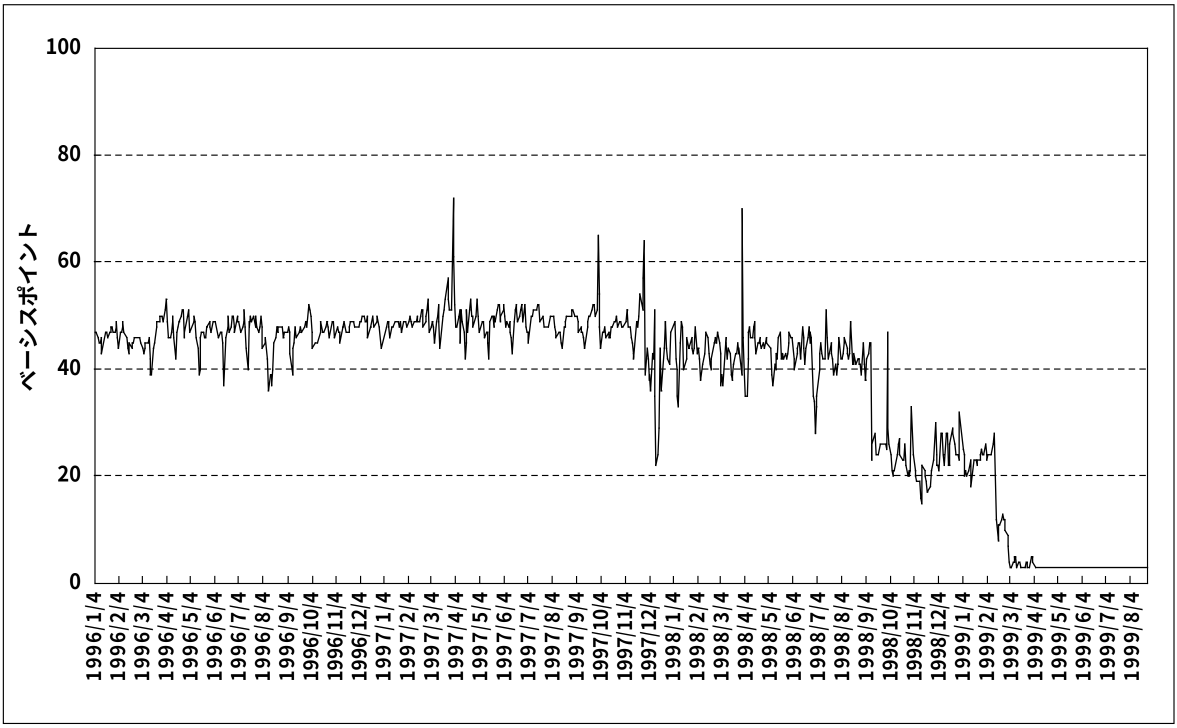
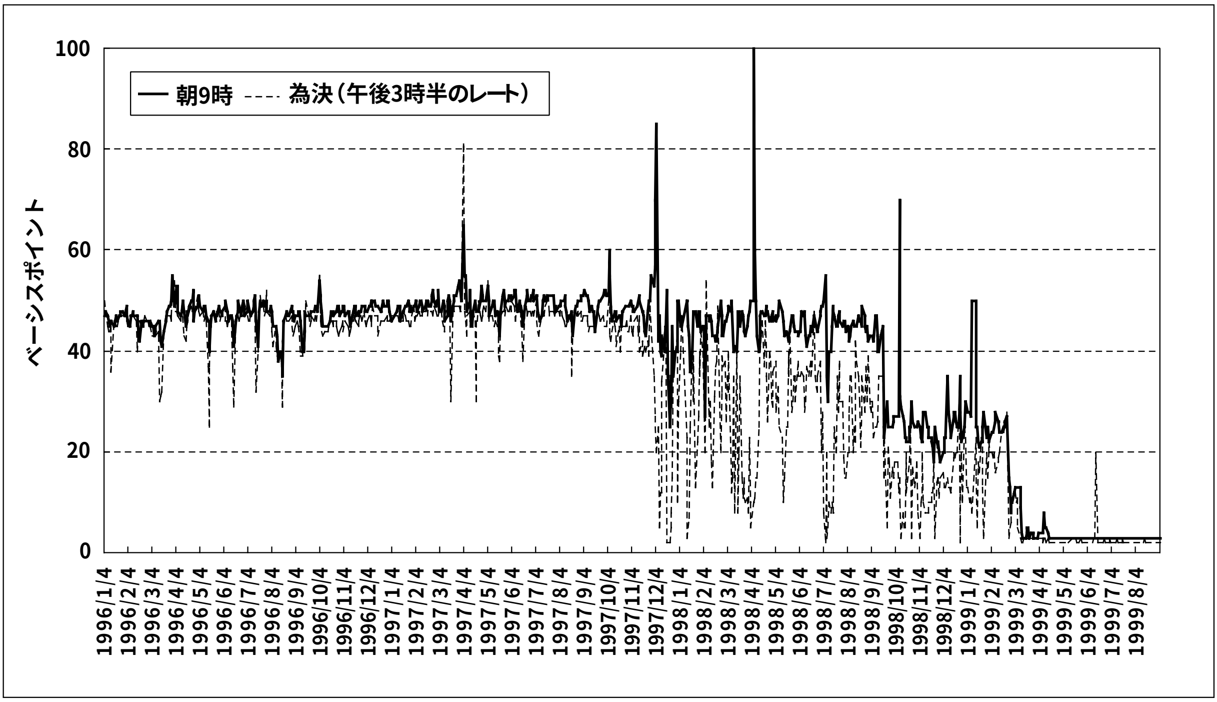


図2　時点別無担保コールレート



2．日本の準備預金市場

この章では、日本の準備預金市場（コール市場）の制度的側面を復習するとともに、本稿で使われる記号の大部分を導入する[2]。

(1) 準備預金制度と日銀による金融調節

日本の準備預金制度では、市中銀行は、個人や法人から預かる普通・当座・定期預金について、当該月の平均預金残高の一定割合を、その月の16日から翌月の15日までの間（「積み期間」）に、日銀に当座預金として預けなければならない。この当座預金は必要準備預金あるいは法定準備預金と呼ばれるが、その平均残高に積み期間の日数を掛けたものをREQと書くことにする。積み期間における第t営業日の終わりの当座預金の残高をR_t、第t営業日末までの累積残高（積数）を$CUMBAL_t$とすると、定義により

$$CUMBAL_t \equiv c_1R_1+c_2R_2+\cdots+c_tR_t \tag{1}$$

が成り立つ。ここでc_tは、第t営業日の翌日が土日祝日でなければ1、土日祝日の場合は、第t営業日から連続的に続く土日祝日の日数に1を足したものである。例えば、第t営業日が金曜日の場合、c_tは、次の週の月曜日が祝日でなければ3となる。第T営業日が積み期間の最終日とすると、法定準備金の制約は、次のように書ける。

$$CUMBAL_T \geq REQ \tag{2}$$

個別銀行にとって、日銀に保有する当座預金（準備預金）が変動する要因は、①他の準備預金制度対象金融機関の当座預金との間の資金の振替、②準備預金対象金融機関以外で日銀に当座預金を保有している経済主体（例えば政府）との間の資金の振替、③日銀当座預金への現金の預入れ・引出し、④③以外の日銀との金融取引（例えば、日銀からの売出手形の購入）に分けられる。金融機関全体では、このうち①は相殺されるので、マクロの準備預金R_tの変動要因は、②、③、④になる。日本銀行の出版物では、②は「財政要因」、③は「銀行券要因」、④は「金融調節」と呼ばれる。例えば、法人が政府に対して税金を納めるために、その取引銀行が日銀に保有する当座預金から政府当座預金に振替れば、財政要因が負（財政への資金の揚げ）、逆に政府が個人あるいは法人に取引銀行を通じて支払いを行うと正（財政からの支払い）になる。財政要因には、政府による外国為替市場への介入による準

2 この章で扱う事項のより詳細な説明、特に準備預金関連統計の日銀による公表形式の2000年3月16日からの変更については、日銀金融市場局のスタッフによる解説（宮野谷［2000］）を参照。

備預金の変動も含まれる。

銀行券要因の実績値を$CASH$、財政要因の実績値を$FISCAL$、金融調節の実績値を$OPER$と書くと、準備預金制度の対象となる金融機関全体の準備預金増減の恒等式は、

$$CASH_t + FISCAL_t + OPER_t = R_t - R_{t-1} \qquad (3)$$

と書ける[3]。日銀は、当日の$CASH_t$と$FISCAL_t$について、その予想値を前営業日の午後5時半に発表する。それを$ECASH_t$、$EFISCAL_t$と書くことにする。$CASH_t$と$FISCAL_t$の速報値は、当日の午後5時半に発表される。実績値は、翌営業日の午前10時に発表されるが、速報値は実績を億円単位で最後の2桁を四捨五入した値であり、この論文では、両者を区別しないことにする[4]。したがって、第t営業日の午後5時半には、$CASH_t$と$FISCAL_t$の速報・実績値と、$ECASH_{t+1}$と$EFISCAL_{t+1}$が発表されるわけである。

日銀が行う金融調節とは、日銀が市中の金融機関と結ぶ資金の貸借契約（日銀貸出しを含む）と、国債の市中の金融機関からの買切りとの総体である。そのそれぞれは「オペ」と呼ばれるが、その金利は入札で決定される。入札が行われる日はオファー日、日銀が市場に提示する希望額はオファー額と呼ばれる。個々の貸借契約は、売出手形・買入手形・CPの現先などいろいろな形態をとるが、そのいずれでも、資金が貸し手の当座預金から借り手の当座預金に入金される時点（「スタート」と呼ばれる）と借り手が貸し手に返済する時点（「エンド」）がある。金融機関の間での日中の決済は、「交換」（1時）、「3時」、「為決」（5時）に集中するが、オペのスタートやエンドはこの3決済時点のいずれかである。国債買切りオペにはエンドはない。したがって、第t営業日の金融調節の実績値$OPER_t$とは、その日がスタートかエンドのオペの落札額のネットの総額である。オファー日とスタートが同じ日であるオペは「即日オペ」と呼ばれるが、即日オペは朝9時20分にオファーされる「即日定例オペ」（スタートは3時、まれに為決）、通常午前9時30分から11時の間にオファーされる「即日追加オペ」（スタートは3時）、そして午後12時10分にオファーされる「即日為決オペ」と呼ばれるべきオペ（スタートは為決）の3つに分類で

3 ただし、2000年3月16日からは、この恒等式で、準備預金適用先以外の金融機関（例えば短資会社）が日銀に保有する当座預金の増減は、$FISCAL_t$でなく$R_t - R_{t-1}$に含まれる。いいかえれば、日銀が日々発表する資金需給表では、R_tは、2000年3月15日までは準備預金適用先の金融機関の当座預金、2000年3月16日からはすべての金融機関（政府を除く）が日銀に保有する当座預金の残高を表す（宮野谷［2000］参照）。ゼロ金利が定着する以前の期間は、準備預金非適用先の金融機関の当座預金の水準はごく低い水準であったので、両者に大きな差はない。いずれにせよ、本稿では準備預金適用先の金融機関の当座預金（すなわち準備預金）が分析の対象であり、R_tは2000年3月15日までの資金需給表におけるのと同様、金融機関全体の当座預金ではなく準備預金を指す。

4 例えば、1999年6月2日の銀行券要因の速報値は5,800億円、実績値は5,761億円。速報値と実績値に差はないので、2000年3月16日以降は、日銀は実績値を公表しないことになった。

きる[5]。したがって第t営業日の金融調節の実績額は、次のように4つの要素に分解できる。

$$
\begin{aligned}
OPER_t = & \; OPER_{0t} && \text{（オファー日が前日かそれ以前のオペ）} \\
& + OPER_{1t} && \text{（即日定例オペ）} \\
& + OPER_{2t} && \text{（即日追加オペ）} \\
& + OPER_{3t} && \text{（即日為決オペ）}
\end{aligned} \tag{4}
$$

即日オペは、そのスタートが3時か5時だから、交換（1時）時点での当座預金に影響を与えることはできない。この事実は流動性効果の推定で重要になる。

（2）積み上幅

準備預金市場の需給の逼迫度を示す指標として、日銀が公表し市場が注目する指標に、「積み上幅」と呼ばれるものがある[6]。この概念を定義するために、当日が積み期間の第t営業日目としたときの当日を含めた残りの暦の上での日数（calendar days）をm_tとすると、m_tは

$$
\begin{aligned}
m_t &= \text{当該積み期間で、当日第}\,t\,\text{営業日を含めた残りの暦の上での日数} \\
&= c_t + c_{t+1} + \cdots + c_T
\end{aligned} \tag{5}
$$

と書ける。ここでc_tは、すでに定義した、営業日を暦の上での日数に変換する係数である。したがって、当営業日を除いた積み期間の残り日数はm_{t+1}である。明日（第t+1営業日）以降、残りの積み期間で積まなければならない法定準備預金は、1日当たりにすると、$(REQ - CUMBAL_t)/m_{t+1}$となる。これは、「平均所要準備額」と呼ばれる。積み上幅は、当日の準備預金残高からこの平均所要準備額を引いたものとして定義される。ただこの定義で、R_t、したがって$CUMBAL_t$（$= CUMBAL_{t-1} + c_t R_t$）は、当日市場が閉まる5時以降にならないと計算できない額なので、「事後的な積み上幅」と呼ぶ。すなわち[7]、

5 即日為決オペは、平時には、積み最終日に$CUMBAL_t$がREQにちょうど等しくなるように資金吸収するために用いられるが、1997年11月以降、金融システム不安が顕在化した時期には、ほかのオペによって朝方潤沢に供給された資金を午後5時に吸収するためにも用いられた。日銀の金融調節のより詳しい記述については、宮野谷［2000］第3節（6）を参照。

6 ゼロ金利局面では超過準備は銀行にとって利子費用がかからないので、以下で定義する積み上幅は、需給の逼迫度を示す指標にはなり得ない。実際、2000年3月16日からは日銀は積み上幅の公表をとりやめた。

7 なお、積み最終日（第T営業日）には、m_{T+1}=0なので、（6）式は使えない。日銀は積み最終日の積み上幅を、（12）式により定義している。

$$第t営業日の事後的積み上幅 = R_t - \frac{REQ - (CUMBAL_{t-1} + c_t R_t)}{m_{t+1}} \quad (6)$$

R_tは当日末までわからないが、即日オペがオファーされた各時点での R_tの予想は、その時点までのオペのオファー額と前述の $ECASH_t$と$EFISCAL_t$、そして資金需給の恒等式 (3) により、次のように予想できる。

$$R_{nt} \equiv R_{t-1} + ECASH_t + EFISCAL_t + \sum_{i=0}^{n} OPER_{it} \qquad (n=1,2,3) \quad (7)$$

また、$CUMBAL_t$は、これのc_t倍に$CUMBAL_{t-1}$を足したものにより予想することができる。このようにして得られたR_tと$CUMBAL_t$の予想に基づいた積み上幅を、「事前的積み上幅」と呼ぶ。すなわち、

$$Z_{nt} \equiv 第t営業日の第n時点の事前的積み上幅 = R_{nt} - \frac{REQ - (CUMBAL_{t-1} + c_t R_{nt})}{m_{t+1}} \quad (8)$$

山一破綻以降のように、即日追加オペが常態化した状況では、朝方の積み上幅Z_{1t}は、事後的な積み上幅の予想ではあり得ないことは注意を要する。

後の使用のために、この式を以下のように書き直す。書き直すにあたって、$CUMBAL_t$、m_t の定義から得られる次の関係を用いる。

$$m_t = m_{t+1} + c_t\,,\ CUMBAL_t = CUMBAL_{t-1} + c_t R_t \quad (9)$$

この関係を使えば、Z_{nt} は

$$\begin{aligned} Z_{nt} &= \frac{m_t}{m_{t+1}} R_{nt} - \frac{1}{m_{t+1}}\left(REQ - CUMBAL_{t-1}\right) \\ &= \frac{m_t}{m_{t+1}}\left(R_{t-1} + ECASH_t + EFISCAL_t + \sum_{i=0}^{n} OPER_{it}\right) - \frac{1}{m_{t+1}}\left(REQ - CUMBAL_{t-1}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

さらに第 t-1営業日の（3）式を使うと、この式は次のように書ける。

$$\begin{aligned} Z_{nt} = &\frac{m_{t-1}}{m_{t+1}}\left(R_{t-2} + CASH_{t-1} + FISCAL_{t-1} + OPER_{t-1}\right) \\ &+ \frac{m_t}{m_{t+1}}\left(ECASH_t + EFISCAL_t + \sum_{i=0}^{n} OPER_{it}\right) \\ &- \frac{1}{m_{t+1}}\left(REQ - CUMBAL_{t-2}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

このような積み上幅の定義では、当日の準備預金残高が、明日以降の平均所要準備額と対比されている。当日の市場の逼迫度の指標としては、当日の準備預金残高には、当日の平均所要準備額を対比させるのがより自然に思われるかもしれない。こういう考えに立てば、例えば事後的積み上幅は（6）式ではなく、

$$\text{修正積み上幅} = R_t - \frac{REQ - CUMBAL_{t-1}}{m_t} \tag{12}$$

として定義されるべきということになる。しかし、6章で示されるように、この修正された積み上幅よりも、通常の積み上幅の方がより適切な資金需給の指標である。

3. 銀行券要因・財政要因の予想は合理的か？

本稿の7章の実証分析では、銀行券要因と財政要因についての日銀の公表する予想値*ECASH*と*EFISCAL*が、市場の予想でもあるというケースを検討する。そこでこの章では、日銀の公表する予想が合理的であるかどうかをテストする。

銀行券要因についても財政要因についても、その第t 営業日の実績値 Y_t の予想（ Y_t^e ）は、前日の午後5時半に発表される。その時点で、Y_{t-1} も同時に発表される。したがって、Y_t^e が形成された時点で、Y_t^e ばかりでなく第 $t-1$ 営業日の予測誤差 $Y_{t-1} - Y_{t-1}^e$ も知られており、期待が合理的であれば予測誤差は時系列相関を示さないはずである。

銀行券要因と財政要因の予測誤差は、

$$UCASH_t \equiv CASH_t - ECASH_t\ ,\ UFISCAL_t \equiv FISCAL_t - EFISCAL_t \tag{13}$$

と定義される。図3は、予測誤差*UCASH*と*UFISCAL*の日次データを1996年初からゼロ金利政策が開始される1999年2月12日までプロットしたものである。これからわかるように、ほとんどの日について、予測誤差は千億円以内にとどまっている。最も大きい予測誤差は、1998年10月23日の財政要因である。これは、その日に日本長期信用銀行が国有化されたことによる。すなわちこの日、日銀から預金保険機構に融資された3兆円近くの巨額の資金が長銀によって当座預金として日銀に預けられた。長銀国有化の日の財政要因の予測誤差については、その日の各紙の朝刊で2兆～3兆円の日銀融資が予想されていたことを考慮に入れ、 $EFISCAL_t$はその日の午後5時半に発表された速報値に等しく、予測誤差はゼロだったとする（ただし、このような修正は、予想の合理性のテストには大した影響を及ぼさない）。

$UCASH_t$ と$UFISCAL_t$の時系列相関がゼロであるかを検定した結果が表1に収められている。まず、1次の自己相関係数をみると、*UCASH*が0.23で、これは非常に有意な値である。*UFISCAL*の1次自己相関係数は–0.098で、そのt 値は、2.7でかなり有意である。次に、2次以上の自己相関を考慮に入れるため、いわゆるLjung-Boxの

図3　銀行券要因と財政要因の予測誤差

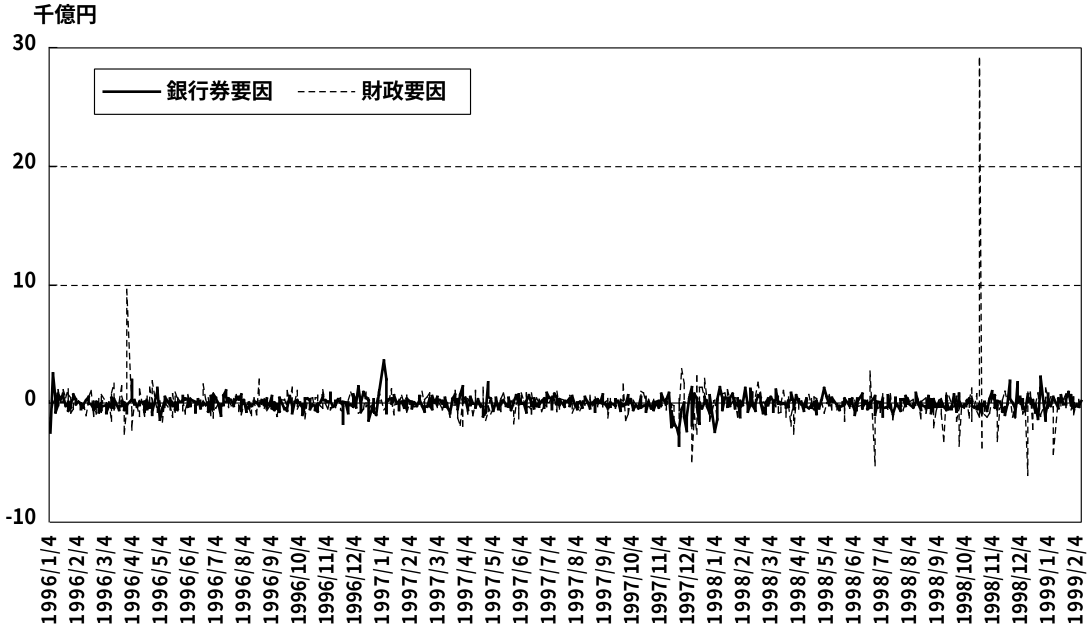


表１　*UCASH, UFISCAL* の時系列相関

	一次の相関係数	Q（12）
UCASH	0.23 （0.036）	61.6 [*p*=0.0%]
UFISCAL	－0.098 （0.036）	11.6 [*p*=2.2%]

備考：サンプルは、1996年1月4日から1999年2月12日まで。サンプルサイズは767。括弧内の数字は標準誤差。カギ括弧内の数字は*p*値。時系列相関がゼロという帰無仮説のもとで、Q統計量は自由度が12のカイ自乗分布に従う。

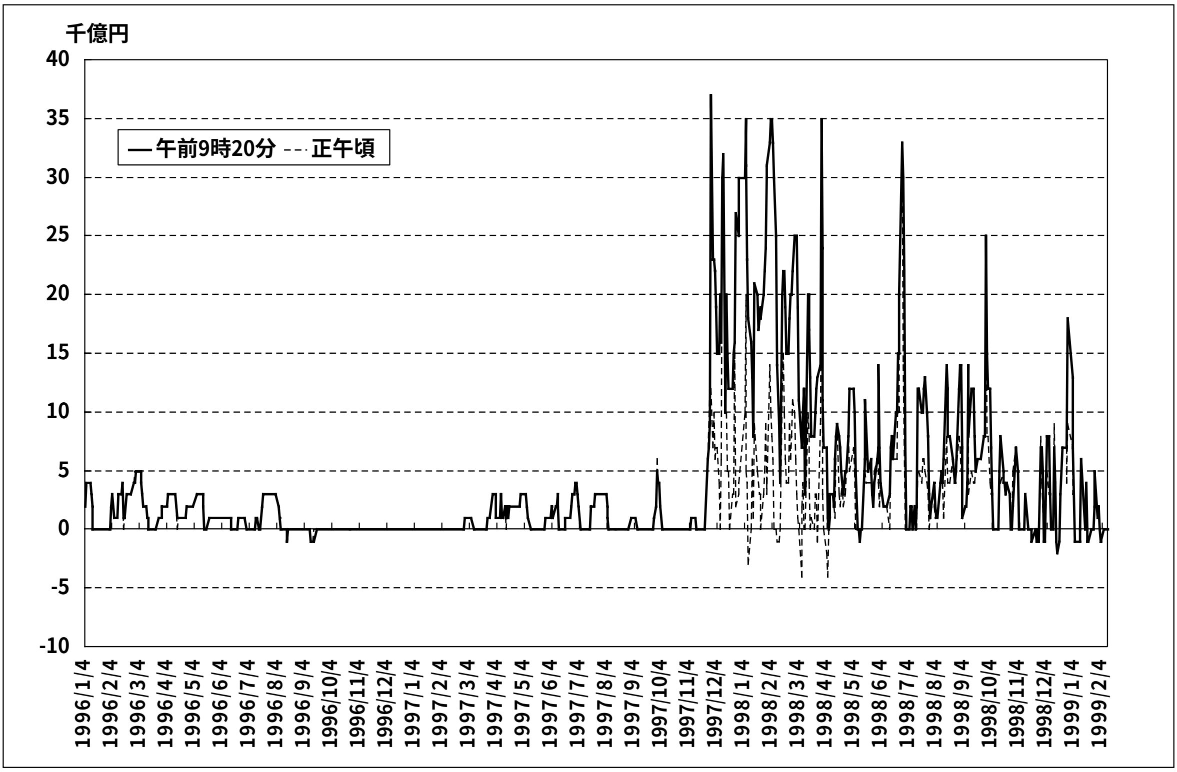
*Q*を12次の自己相関係数まで取り込んで計算すると[8]、表1に示されているように、*UCASH*についても*UFISCAL*についても、非常に有意な値となる。したがって、時系列相関がないという帰無仮説は、銀行券要因についても財政要因についても、容易に棄却できる。

8 Ljung -Boxの*Q*については、例えばHayashi［2000］Chapter 2を参照。

4. 日銀金融市場局の反応関数

図4は、2章で定義された、定例オペ時と為決オペ時の事前的積み上幅（(8)式で$n=1,3$とおいたもの）を、ゼロ金利が開始される1999年2月12日までプロットしたものである。三洋・拓銀・山一が破綻し（以下では「山一破綻」と呼ぶ）、金融システム不安が顕在化した1997年11月27日以前は、即日追加オペはほとんどなく、即日為決オペは積み最終日のみに行われたので、この2つの事前的積み上幅の差はほとんどない。1997年11月以降は、金融システム不安が沈静化する1998年の末までは、朝方の（定例オペ時の）大幅な積み上幅は、即日追加・為決オペにより午後5時の為決時点までに吸収されるので、2つの事前的積み上幅に大きな乖離がみられる（これがいわゆる「交換時ジャブジャブ調節」である）。ゼロ金利局面では即日追加オペはほとんどうたれていないため、2つの積み上幅はほぼ一致している。金融調節のこのような変化は、図5をみればもっとはっきりする。日銀の『経済統計月報』に掲載されている「短期市場オペレーション」から、個々のオペのスタート時点とエンド時点と落札額がわかるので、当日までのオペによる当日の各決済時点での当座預金残高の変動は計算できる。山一破綻以前と以降（1999年2月12日まで）についてその平均値を図示したのが図5である。山一破綻以降は交換時点の資金が大量

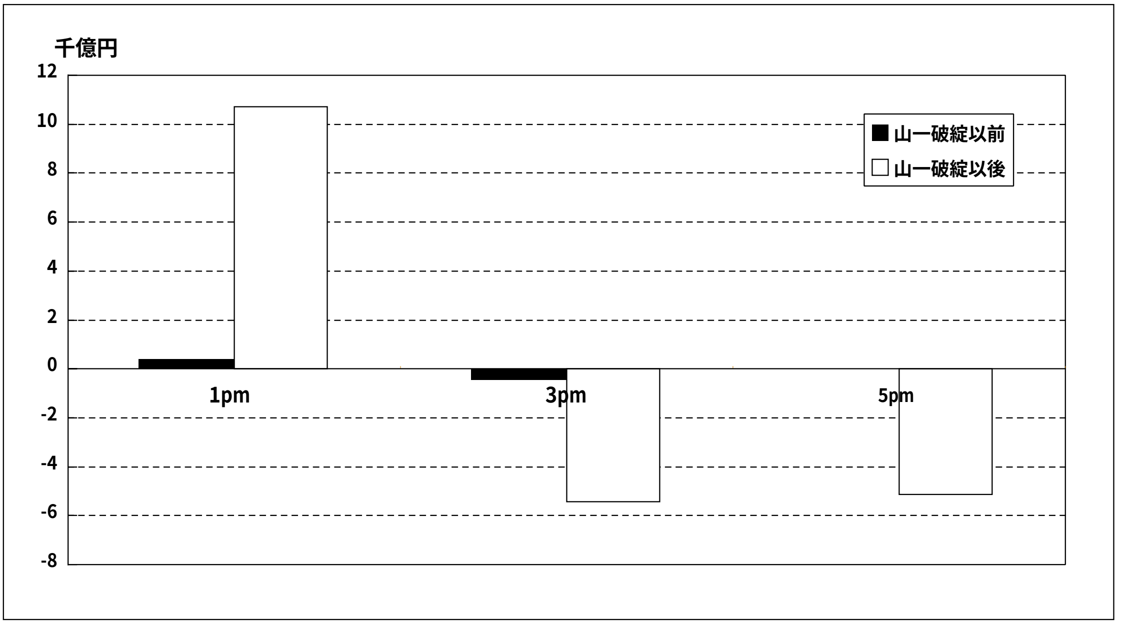
図4　事前的積み上幅



に供給され、それが為決時点までに大部分吸収されたことがわかる。

事前的積み上幅は、その値を任意の水準に決められるという意味で、日銀がコントロールできる。この積み上幅はどのように決定されてきたのだろうか。この問題は、7章の流動性効果の推定結果を解釈するために重要になる[9]。

図5　スタート時点別のオペレーションの額



(1) 朝方の事前的積み上幅

まず朝方の事前的積み上幅について、次のような反応関数を推定した。

$$
\begin{aligned}
Z_{nt} = {} & \psi_0 + \psi_1 Z_{n,t-1} \\
& + \psi_2 \cdot \left(\frac{m_t}{m_{t+1}} ECASH_t \right) + \psi_3 \cdot \left(\frac{m_t}{m_{t+1}} EFISCAL_t \right) \\
& + \psi_4 \cdot \left(\frac{m_{t-1}}{m_{t+1}} UCASH_{t-1} \right) + \psi_5 \cdot \left(\frac{m_{t-1}}{m_{t+1}} UFISCAL_{t-1} \right) \\
& + \psi_6 \cdot (i_{1t} - BENCH_t) \\
& + \psi_7 \cdot MARCH_t + \psi_8 \cdot MARCH_{t-1} + \psi_9 \cdot SEPT_t + \psi_{10} \cdot SEPT_{t-1}
\end{aligned}
\qquad (14)
$$

9 アメリカ連銀の詳細な研究は、例えばFeinman［1993］を参照。

ここで変数の定義は次のとおりである。m_tは2章ですでに定義した残り積み日数、Z_{nt}は当該積み期間の第 t 営業日における（8）式あるいは（10）式で定義した朝方の事前的積み上幅、$ECASH_t$ 、$EFISCAL_t$、$UCASH_{t-1}$、$UFISCAL_{t-1}$は前章で定義された日銀券・財政要因の予想値と予測誤差、i_{1t} は午前9時時点でのコールレート[10]、$BENCH_t$は当該積み期間第 t 営業日時点で最近のディレクティブで指定されたコールレートの目標値（1998年9月10日までは0.5%、1999年2月12日までは0.25%）、$MARCH_t$ は、t が3月末であれば1、そうでなければ0のダミー変数、同様に$SEPT_t$ は9月末のダミー変数である。ダミー変数について、当期の値だけでなく前期の値も回帰式に含める理由は、従属変数の前期の値（Z_{t-1}）が回帰変数に含まれているからである。$ECASH$、$EFISCAL$、$UCASH$、$UFISCAL$に m_t/m_{t+1} や m_{t-1}/m_{t+1} という係数がかかっているのは、（11）式から明らかなように、それが積み上幅の定義における銀行券要因・財政要因の係数だからである。積み上幅、銀行券・財政要因は千億円、コールレートはベーシスポイント（0.01%）が単位である。（14）式の右辺の変数はどれも日銀金融市場局金融調節課が朝方の定例オペの時点で観測できる変数である。

この反応関数の推定結果は表2にあるが、推定においては次の点を考慮に入れた。

1. サンプル期間は1996年1月4日から1999年2月12日までだが、図4から明らかなように、山一破綻の前後では積み上幅の値が大きく異なるので、推定は、1997年11月27日の前後の2期間に分けて行った。
2. サンプル期間には30個程度の積み期間が含まれるから、パネルデータで使われる推定手法が使われるべきだが、誤差項に時系列相関がない場合は、データは積み期間によってグループ分けせずプールして単純に最小自乗法を用いる方法（pooled OLSと呼ばれる）が適切であることが知られている[11]。誤差項の時系列相関の指標であるBreusch-Godfrey統計量（ラグは5までとった）は[12]、表2の最後の欄に示されているように、いずれのサンプル期間でも有意だが、誤差項の1次の自己相関係数を計算してみると、0.06から0.13程度であるので、あえて時系列相関の調整は行わない。
3. 2章で述べたように、積み最終日の積み上幅の定義はその他の日の定義と違うので、積み最終日はサンプルから除いた。また、ψ_1は前日の積み上幅の影響を表すが、積み期間の最初の営業日の前日は別の積み期間に属するので、各積み期間の最初の営業日もサンプルから除いた。

10 時点別コールレートのデータは、テレレートやロイター等の金融情報ベンダーによりリアルタイムで配信されている。本稿では、日銀で収集されたデータに基づき分析を行った。このデータから、日中7つの時点（午前9時、10時、11時半、午後12時半、午後1時半、2時半、3時半）の取引レートのデータが入手可能である。i_{1t} はこのうち午前9時のレート。

11 例えば、Hayashi［2000］Chapter 5を参照。

12 Breusch-Godfrey統計量については、例えば、Hayashi［2000］Chapter 2を参照。

表2　日銀金融市場局の反応関数
（1）Pooled OLSによる推計

回帰式の番号	サンプル期間、サンプルサイズ（n）	右辺の変数									R^2	Breusch-Godfrey統計量
		前日の従属変数	*ECASH*	*EFISCAL*	前日の*UCASH*	前日の*UFISCAL*	朝方レートのターゲットからの乖離	*UCASH*	*UFISCAL*	9時を除く午前中の平均レートのターゲットからの乖離		
（a）従属変数は朝方の事前的積み上幅												
#1	1996/1/4から1997/11/21 n = 420	0.93 (0.020)	–0.0021 (0.0047)	–0.0024 (0.0017)	–0.044 (0.035)	–0.016 (0.025)	0.049 (0.011)	——	——	——	0.85	25.7 [p = 0.0%]
#2		0.93 (0.020)	–0.0037 (0.0047)	–0.0025 (0.0017)	–0.051 (0.035)	–0.014 (0.025)	0.047 (0.011)	0.084 (0.040)	–0.029 (0.028)	——	0.85	25.2 [p = 0.0%]
#3	1997/11/25から1999/2/12 n = 272	0.96 (0.024)	–0.086 (0.036)	0.017 (0.013)	–0.33 (0.21)	–0.038 (0.077)	0.33 (0.039)	——	——	——	0.87	20.8 [p= 0.1%]
#4		0.96 (0.024)	–0.088 (0.037)	0.018 (0.013)	–0.31 (0.22)	–0.044 (0.078)	0.33 (0.039)	–0.026 (0.28)	–0.069 (0.091)	——	0.87	21.1 [p = 0.1%]
（b）従属変数は為決時点の事前的積み上幅												
#5	1997/11/25から1999/2/12 n = 272	0.67 (0.050)	–0.051 (0.035)	0.023 (0.013)	–0.46 (0.22)	–0.073 (0.077)	0.11 (0.049)	–0.66 (0.28)	–0.19 (0.088)	0.086 (0.052)	0.60	14.9 [p= 1.1%]

備考：括弧内の数字は標準誤差。積み最終日と積み期間の最初の営業日はサンプルから落としてある。ラグの数が5のBreusch-Godfrey統計量は，誤差項の時系列相関がないという帰無仮説のもとで，自由度5のカイ二乗分布に従う。定数および季節ダミーの係数はスペース節約のため表示していない。*UCASH*, *UFISCAL*, *ECASH*, *EFISCAL* には、本文の（14）式 に示されている係数を掛けて回帰式に入れている。

4. 長銀国有化時点での財政要因の予想値と予測誤差は、前章と異なり、約3兆円の予測誤差をそのまま推定に用いる。その理由は、長銀の国有化が10月23日の決定当日に公表されたため、日銀としては、事前にその影響を織り込んだ上で23日の金融調節を行うことが困難であったからである。この3兆円の準備預金の増加は、その日に相殺されず、2営業日後（10月27日）に金融調節で吸収された。ただ、予測誤差をゼロとした場合、表2（1）に示された結果はほとんど変わらない。
5. 山一破綻後のサンプルでは、積み上幅に大きな変動がみられるが、ごく少数の非常に大きな値が最小自乗法推定値に大きな影響を及ぼす可能性がある。そのようなことが発生しているか調べるため、反応関数の誤差項が分散の異なる2つの正規分布の加重平均に従うという仮定のもとで最尤法（Maximum Likelihood）による推定も行った。すなわち、上記反応関数の誤差項を ζ_t とすると、ζ_t は次のような分布に従うとする[13]。

$$\zeta_t = \sigma\upsilon_t, \upsilon_t \text{の分布関数は} f(\upsilon_t) = \frac{1-p}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\upsilon_t^2}{2}\right) + \frac{p}{\sqrt{2\pi}\tau}\exp\left(-\frac{\upsilon_t^2}{2\tau^2}\right) \quad (15)$$

すなわち υ_t は $1-p$ の確率で標準正規分布 $N(0, 1)$ に、p の確率で分散が τ^2 の正規分布に従う。p が0でなく τ^2 が1よりはるかに大きければ、この分布は、正規分布に比べて裾（tail）が厚く、山一破綻以降のデータのような、まれに非常に大きい値をとる従属変数のモデルとして適切である。このモデルの最尤法による推定は、表2（2）にある[14]。

表2（1）の回帰式#1、#3は、pooled OLSによる、2つのサンプルにおける反応関数の推定結果である。この結果から次のポイントが読み取れる。

（i）山一破綻前後どちらのサンプル期間でも、$m_t/m_{t+1}ECASH_t$、$m_t/m_{t+1}EFISCAL_t$ の係数がゼロに近く、統計的に有意でない（$m_t/m_{t+1}ECASH_t$ は、表1では山一破綻以降有意だが、表2（2）の最尤法では有意でない）。これは、金融市場局が、予想される銀行券要因と財政要因の変動を相殺するように金融調節を行っていたことを意味する。そのような金融調節は、当日第 t 営業日の予想される銀行券要因と財政要因（$ECASH_t$、$EFISCAL_t$）が高い（低い）ときは、（10）式で $n=1$ とした式からわかるように、非即日オペ（$OPER_{0t}$）と当日の定例即日オペ（$OPER_{1t}$）をその分だけ減額（増額）することによって達成される。

13 Hamilton［1997］は、ここの σ が時間を通じて変化するモデルを推定している。

14 最尤法の推定値は最小自乗法と異なり明示的な解（closed-form solution）がないので、尤度関数の最大値を逐次的数値計算（iterative numerical algorithm）によって求めなくてはならない。山一破綻前のサンプルについては、この逐次計算が収束しなかったので、表2（2）には山一破綻後のサンプルについての結果のみ報告してある。山一破綻前は、図4からわかるように異常値はみあたらないので、（15）式のようなモデルを推定することは本質的に困難である。表2（2）および表3以降の最尤法の推定値を逐次計算によって求めるにあたって、回帰係数については最小自乗法による推定値を初期値とした。τ と p については2種類の初期値（$(\tau = 1.2, p = 0.9)$ $(\tau = 4, p = 0.1)$）を用い、σ については（15）式によって与えられる誤差項の標準偏差が最小自乗法による誤差項の標準偏差の推定値に等しくなるような値を初期値とした。いずれの初期値から出発して逐次計算を行っても、同じ推定値を得た。

表2　日銀金融市場局の反応関数（続き）
（2）最尤法による推計

表2と対応する回帰式の番号	サンプル期間	右辺の変数 前日の従属変数	*ECASH*	*EFISCAL*	前日の*UCASH*	前日の*UFISCAL*	朝方レートのターゲットからの乖離	*UCASH*	*UFISCAL*	9時を除く午前中の平均レートのターゲットからの乖離	σ	τ	p
（a）従属変数は朝方の事前的積み上幅													
#3	1997/11/25から1999/2/12	0.96 (0.019)	–0.025 (0.032)	0.017 (0.011)	–0.27 (0.20)	–0.072 (0.049)	0.29 (0.046)	——	——	——	1.9 (0.21)	3.0 (0.36)	0.27 (0.082)
#4		0.97 (0.019)	–0.023 (0.032)	0.018 (0.012)	–0.27 (0.20)	–0.070 (0.052)	0.29 (0.045)	0.098 (0.22)	–0.013 (0.16)	——	1.9 (0.22)	3.1 (0.36)	0.27 (0.087)
（b）従属変数は為決時点の事前的積み上幅													
#5	1997/11/25から1999/2/12	0.65 (0.045)	0.006 (0.025)	0.015 (0.008)	0.14 (0.17)	–0.020 (0.050)	0.083 (0.040)	–0.84 (0.19)	–0.003 (0.083)	0.13 (0.034)	1.7 (0.11)	5.5 (0.92)	0.10 (0.029)

備考：4章で説明されている最尤法による推定値。（σ, τ, p）の定義については、本文の（15）式を参照。括弧内の数字は標準誤差。積み最終日と積み期間の最初の営業日はサンプルから落としてある。サンプルサイズは272。定数と季節ダミーの係数はスペース節約のため表示していない。*UCASH,UFISCAL, ECASH, EFISCAL* には、本文の（14）式に示されている係数を掛けて回帰式に入れている。回帰式#1と#2の推定値は、逐次計算が収束しなかったので報告していない。

(ii) 山一破綻以前のサンプルでは、即日オペは定例オペでしかほとんど行われなかったので、予想される銀行券・財政要因の相殺はできても、予期せざる銀行券・財政要因の相殺は、その当日には行われない。しかしその相殺を行わないと、翌日の積み上幅に影響が出る。すなわち、(11) 式で、$CASH_{t-1}$と$FISCAL_{t-1}$のうち予測可能な部分 ($ECASH_{t-1}$, $EFISCAL_{t-1}$) は、すぐ上で述べたように非即日オペと定例即日オペで相殺される。回帰式#1で前日の予期せざる銀行券・財政要因 ($m_{t-1}/m_{t+1}UCASH_{t-1}$, $m_{t-1}/m_{t+1}UFISCAL_{t-1}$) の係数がほぼゼロなのは、前日の予期せざる銀行券・財政要因も、当日の定例即日オペで相殺されたことを意味する。これに対し、山一破綻以後のサンプル期間 (回帰式#3)では、前日の予期せざる銀行券要因 $UCASH_{t-1}$の係数がかなりゼロから離れており、相殺が不完全だったことを示すようにみえる。しかしこの推定値は5%で有意にゼロから異ならない。表2 (2) からわかるように、この係数の最尤法による推定値も有意でない。山一破綻以前以後どちらのサンプルでも、$UCASH_t$、$UFISCAL_t$は、1日限りの準備預金の増加要因である。

(iii) 前日の積み上幅の係数が1に近いことあることからわかるように、当日の積み上幅は、前日までの積み上幅が高いほど高い。このことは、金融調節課が、積み上幅の日々の変動を滑らかにするように金融調節を行っていることを示している。

(iv) $i_{1t} - BENCH_t$の係数からうかがわれるように、朝9時のコールレートi_{1t}は、金融調節に影響を及ぼすが、その大きさはサンプル期間によって異なる。コールレートはベーシスポイント、積み上幅 Z_t は千億円で測られているので、山一破綻以後のサンプル期間で $i_{1t} - BENCH_t$の係数が0.33ということは、朝方のレートが目標レートよりも1ベーシスポイント高いときには、積み上幅が330億円追加されるように定例の9時20分の金融調節が行われるということである。この係数を山一破綻前のそれ (0.049) と比べると、朝方レートの1ベーシスポイントの上昇に対して、金融市場局は、山一破綻前に比べて7倍の資金供給を行ったことがわかる。

(v) 回帰式#2や#4におけるように、$m_t/m_{t+1}UCASH_t$と $m_t/m_{t+1}UFISCAL_t$を右辺に加えてみると、どちらのサンプルでも有意ではない。朝方の定例オペは、$UCASH_t$や$UFISCAL_t$に反応していないことがわかる。

(2) 為決時点の事前的積み上幅

次に、山一破綻以後、朝方積み上幅と大幅な乖離を示した為決時点の事前的積み上幅 ((8) 式におけるZ_{3t}) について検討する。即日為決オペがオファーされるのは午後12時10分で、その時までのコールレートの値はわかっている。さらに、その日の銀行券要因・財政要因も金融市場局はある程度把握しているかもしれない。そこで、為決時の事前的積み上幅についての反応関数には、(14) 式の右辺に入れた回帰変数のほかに、$m_t/m_{t+1}UCASH_t$、$m_t/m_{t+1}UFISCAL_t$、そして (i_{2t}+ i_{3t})/2−

$BENCH_t$（ここにi_{2t}, i_{3t} は10時と11時半に観察される交換時のレート）を加える。このような反応関数を山一破綻以後のサンプルで推定した結果は表2（b）に収められている（回帰式#5参照）。朝方の積み上幅の反応関数と同じく、$m_t/m_{t+1}\ ECASH_t$ と $m_t/m_{t+1}\ EFISCAL_t$の係数はほぼゼロだから、予想される銀行券・財政要因に積み上幅が影響されないよう金融調節が日中維持されていることがわかる。推定結果からさらに次のようなことがわかる。

（vi）当日の予期せざる財政要因（$m_t/m_{t+1}UFISCAL_t$）の係数は有意にゼロから異ならない（この傾向は表2（2）ではより顕著である）。財政からの支払いは午前中だが3時にずれ込むこともあるといわれており、財政への資金の揚げは午後3時（外国為替の円決済を含む）であるから、金融調節課が、当日の財政要因を相殺するように即日為決オペをオファーすることは実は不可能である[15]。

（vii）予期せざる銀行券要因（$m_t/m_{t+1}UCASH_t$）の係数はかなり–1に近い（この傾向は表2（2）ではより顕著である）。銀行は、日銀当座預金からの銀行券の引出しを朝9時に、預入れを午後3時に行うといわれているので、金融調節課は、正午までに銀行券要因のかなりの部分を知ることができる。–0.84という表2（2）の推定値は、金融調節課がその日の銀行券要因の相当部分を為決オペの一部で相殺したことを意味する。

（viii）$(i_{2t}+i_{3t})/2-BENCH_t$の係数が正であるのは、朝9時以降のコールレートの動きにも金融調節課が積み上幅を調節することにより対応していたことを意味する。

5. コールレートはマーティンゲールか

では、いよいよ、準備預金は積み期間のどの時点でも完全代替的であるという仮説の検討に移ろう。コールレートはマーティンゲール過程に従うか否か、すなわちコールレートの変化は予測不可能か、をテストすればよいわけだが、テストに際してはいくつかの問題をクリアしなければならない。

第1に、コールレートの日時データといえば日中加重平均レートだが、このレートを使うのは適当でない。6章で示すように、準備預金の完全代替性のもとでは、コールレートは日中でもマーティンゲールであるはずである。サンプルの単位期間（ここでは1日）よりも細かい期間（例えば1分）単位でマーティンゲールを示す確率過程をサンプルの単位期間で平均して得られる確率過程はマーティンゲールではなく、その変化は正の自己相関を示すことは広く知られている（これはtime aggregation problem と呼ばれる）。マーティンゲール仮説をテストするには、日中平均でなく日中の時点ごとのデータを用いなくてはならない。

15 長銀国有化時点での財政要因の3兆円の予測誤差をゼロとした場合には、回帰式#5の$UFISCAL_t$の係数が–0.19から–0.78に変わるが、最尤法による推定値はほとんど変わらない。

第2に、ではどの時点のレートを使用すべきかという問題が起こる。日中7つの時点（午前9時、10時、11時半、午後12時半、午後1時半、2時半、3時半）のレートが本稿では使用可能だが、どの時点のレートを使用するのが適当だろうか。日中観測されるコールレートは、スタートが1時のものもあれば、スタートが3時あるいは5時のものもある。午前中のレートはスタートが1時（「交換」）、午後のレートのうち1時から3時の約定分は3時スタート、3時以降の約定分のスタートが5時（「為決」）の決済時がほとんどといわれている。これらの時点別レートについて次のことがいえる。

(a) 準備預金制度は、その日の末（すなわち為決の決済が完了した後）の準備預金残高が対象だから、マーティンゲール仮説が妥当するのは、日中7つのレートのうち午後3時半に観察される為決がスタートのレートである。

(b) 6章で示すように（(36)式参照）、12時半に観測される交換がスタートのレートと3時半に観測される為決スタートのレートの差も、交換時点の流動性効果がないときは予測不可能になる。交換時点の当座預金に流動性効果があるときは、交換時レートは為決時レートよりも平均して高くなり、交換時点から為決時点への変化は負になる傾向が出る。

(c) 午前9時、10時、11時半、午後12時半の4つのレートは、交換（1時）の資金の貸借金利の実は先物レートである。例えば、午前9時の取引とは、その時のレートで交換時の資金の貸借を行う約束である。したがって、交換時の資金は、朝9時でも、あるいは午後12時半でも調達できる。銀行がリスク中立的であれば、市場均衡の結果、先物レートはスポットレートの予想値になるはずであるから、朝方の先物レートの変化はやはり予測不可能になる。この先物契約を結んだ時点では決済を行われないので、この結論は交換時点の当座預金に流動性効果があるなしに依存しない。

この章では、日々の為決時レートについてのマーティンゲール仮説（すなわち、その日々の変化が予測不可能か）ばかりでなく、(c) で述べた午前9時から12時半にかけての2つの日中レートの変化が予測不可能かどうかも検定する。交換時点の流動性効果の推定は7章で行う。

日々の為決時レートについてのマーティンゲール仮説の検定には、回帰式を用いる（が、後で述べるように、回帰式の推定法としては最小自乗法は用いない)。当積み期間の第 t 営業日の為決のコールレート（午後3時半に観測されるレート）を i_{7t} とし、その時点で入手可能な情報に含まれる変数を Ω_{7t} とすると、準備預金の完全代替性のもとでは i_{7t} はマーティンゲールなので、第 t–1営業日の第7時点（午後3時半）から第 t 営業日の同時点にかけてのコールレートの変化 $i_{7t}- i_{7,t-1}$ は、$\Omega_{7,t-1}$ に含まれるどの変数とも相関していない。したがって $i_{7t}- i_{7,t-1}$ を $\Omega_{7,t-1}$ に属する変数に回帰した場合、回帰係数はすべてゼロになるはずである。回帰変数（回帰式の右辺の変数）としては、定数のほかに、第 t–2営業日から第 t–1営業日への変化 ($i_{7,t-1}- i_{7,t-2}$)、第 $t-1$ 営業日正午頃に発表される第 t–1営業日の為決時点での事前

的積み上幅（表2の回帰式#5の従属変数）[16]、そして季節ダミーの第 t–1から第 t 営業日への変化と第 t–2から第t–1営業日への変化とを入れる。例えば、$MARCH_t$が、3月末日に1、その他の日に0の値をとるダミー変数とすると、回帰変数は$MARCH_t-MARCH_{t-1}$, $MARCH_{t-1}-MARCH_{t-2}$を含む[17]。帰無仮説のもとでは当積み期間の積み最終日から次の積み期間の初日へのコールレート変化は予測不可能である必要はないのでプールされたサンプルから落とす。

マーティンゲール仮説のテストに関する第3の問題は、山一破綻後は、コールレートは貸倒れのリスクプレミアムを含むようになった可能性が高いことである。日中各時点の取引レートは、その時点で成立した個々の取引レートの平均だが、そのなかに危ないと噂される銀行との取引が入っていれば、その時点での平均レートが一時的に高くなる。この高くなった分を、為決時レート（午後3時半のレート）についてw_{7t}と書き、リスクフリーのレートを i^*_{7t}と書くと、観察されたコールレートi_{7t}は $i_{7t}=i^*_{7t}+w_{7t}$と書ける。その変化は

$$i_{7t}-i_{7,t-1}=(i^*_{7t}+w_{7t})-(i^*_{7,t-1}+w_{7,t-1})=(i^*_{7t}-i^*_{7,t-1})+(w_{7t}-w_{7,t-1}) \quad (16)$$

となる。このw_{7t} は測定誤差と解釈できる。このw_{7t}に時系列相関がなくても、その変化$w_{7t}-w_{7,t-1}$ は、計算すればすぐわかるように、1次の自己相関係数は負になる。特に、測定誤差の分散が $i^*_{7t}-i^*_{7,t-1}$の分散よりはるかに大きければ、1次の自己相関係数は–0.25になる。したがって、リスクフリーレート i^*_{7t} が理論どおりマーティンゲールでも、観察されたコールレートの変化 $i_{7t}-i_{7,t-1}$ は負の時系列相関を示し得る。為決時レートのように、取引高が小さい市場では、この効果は交換時のレートに比べて大きいことが予想される。そこで、上記回帰式から、$i_{7t-1}-i_{7,t-2}$ とそれに対応する季節ダミーの変化（第 t–2から第t–1営業日への変化）を落とした回帰式も推定した。

為決時レートの日々の変化は、図6（a）にある。この図から明らかなように、レートは時々非常に大きな変化を示す。例えばHamilton［1997］が強調したように、従属変数がこのような性質を持つ場合には、最小自乗法による推定値は、サンプルサイズが非常に大きくはないときには、異常値に強く依存するという欠点がある。そこで、回帰式の推定法としては、前章の（15）式で説明した最尤法による（ただし、為決時レートの変化についてばかりでなく、この章のどの推定結果についても、最小自乗法による推定値は最尤法による推定値と本質的な違いはなかった）。推定結果は、山一破綻前のサンプルとリスクプレミアムが存在するかもしれないと考えられる後半のサンプルのそれぞれについて、表3に収められている。

16 事後的積み上幅は、午後５時半にならないと判明しないので、回帰式に入れるのは適当でない。

17 $MARCH_{t-1}-MARCH_{t-2}$も回帰式に入れる理由は、為決時レートのt–2 から t–1 への変化（$i_{7,t-1}-i_{7,t-2}$）も回帰式に入っているからである。また、$ECASH_t$、$EFISCAL_t$を回帰式に入れるのは自然な発想だが、前章でみたように（(i) 参照)、日銀の金融調節の結果、これらの変数は第t日の準備預金に影響を与え得ない。いずれにせよ、$ECASH_t$、$EFISCAL_t$は、第t–1日の午後3時半の時点では公表されていない。

図6（a）　為決レートの日々の変化

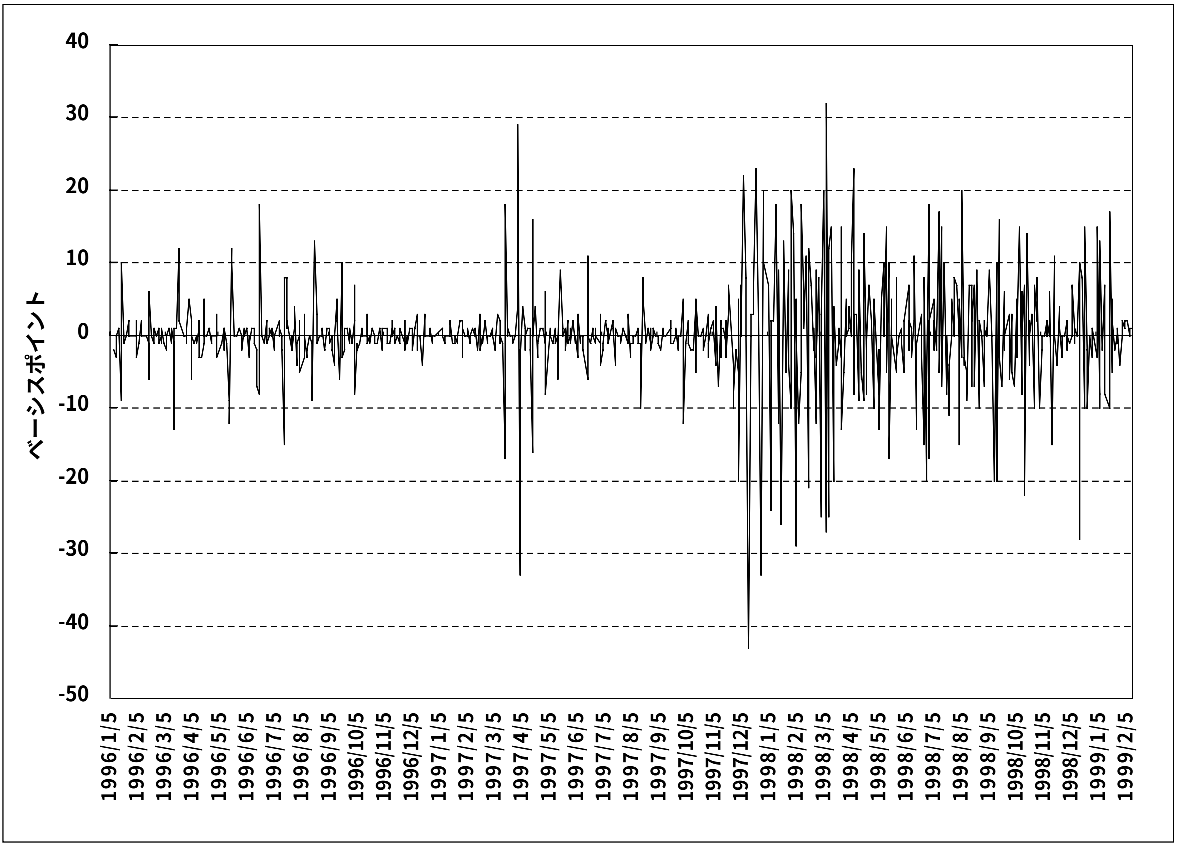


表3　為決レートはマーティンゲールか

サンプル期間 （nはサンプルサイズ）	右辺の変数		σ	τ	p
	前日の従属変数	前日の積み上幅			
1996/1/4から1997/11/21 n = 442	–0.062 (0.026)	–0.14 (0.063)	1.3 (0.072)	5.7 (0.057)	0.16 (0.028)
	———	–0.12 (0.20)	1.2 (0.070)	5.7 (0.55)	0.17 (0.029)
1997/11/25から1999/2/12 n = 286	–0.26 (0.048)	–0.018 (0.084)	1.8 (0.29)	6.3 (1.0)	0.67 (0.050)
	———	–0.009 (0.033)	1.5 (0.36)	7.5 (1.7)	0.73 (0.051)

備考：4章で説明されている最尤法による推定値。(σ, τ, p）の定義については、本文の（15）式を参照。括弧内の数字は標準誤差。積み上幅は、為決時点の事前的積み上幅。従属変数は午後3時半のコールレートの前日から当日にかけての変化。積み期間の初日は、前日からの変化は予測不可能である必然性はないので、サンプルから落としてある。定数と季節ダミーの係数は表には示していない。

(i) リスクプレミアムが重要だったとは思われない山一破綻前のサンプルで1期前の従属変数の係数は有意である。これはマーティンゲール仮説とは相容れない。係数は負だから、為決時レートの日々の変動は一時的である。日々の変動が一時的なのは、日銀が積み期間内でコールレートを平準化するように金融調節をした結果と解釈できる。

(ii) 山一破綻前のサンプルで前日の積み上幅の係数が負で有意だが、これを流動性効果で説明するのは難しいようにみえる。当日積み上幅が上昇し、流動性効果の結果その日の為決時レートが下がれば、当日から翌日にかけてのレートの変化は増大するはずだからである。しかし、この負の係数は、コールレートを望ましい水準に導くように準備預金を供給する金融調節と流動性効果によって説明できる。当日コール資金の取り意欲が上昇すると、日銀はレートの上昇を阻止するために即日オペにより積み上幅を増やす。積み上幅を十分増やせば、当日の為決レートの上昇の阻止はできるだろうが、その結果、積みの進捗が進みすぎて翌日以降の金融調節が難しくなるおそれがある。したがって、積み上幅は増大するが、為決レートの上昇を完全に阻止するほどには増大しないだろう。この結果、積み上幅が増大したとき、当日の為決レートは翌日の為決レートに比べて上昇し、当日から翌日にかけてのレートの変化は減少する。

(iii) 山一破綻以降のサンプルで1期前の従属変数の係数が–0.25に近いのは、リスクプレミアムの存在の大きさを示唆している。

(iv) 山一破綻後のサンプルで、前日の積み上幅が有意でないのは、日銀が為決時の準備預金の流動性効果が消失するまで為決時の積み上幅が上昇するように、金融調節を行ったと解釈できる（図4でみられるように、交換時の積み上幅も「ジャブジャブ」だが、為決時の積み上幅も、山一破綻前に比べればはるかに大きい）。

(v) (15) 式における τ（標準偏差が1でない方の分布の標準偏差）、p（その分布から実現値が発生する確率）の最尤法による推定値から、山一破綻以前は、異常値が発生する確率は低いが、その確率は山一破綻以降大幅に上昇し、誤差項の分布の裾が厚くなったことがわかる。

この結果は、少なくとも山一破綻前のサンプルでは、コールレートについてのマーティンゲール仮説が棄却できることを示している。しかしこのことは、毎年同じ日に上方スパイクが観察されることを示す図2から明らかなことで、わざわざ回帰分析を行う必要はない。この章の回帰分析で明らかになったことは、3月末日や9月末日のように決済が集中する特別な日に限らず、それぞれの日の為決時点での当座預金残高は完全代替的でないということである。

次に、朝9時から午後12時半（交換）までの変化 $i_{4t} - i_{1t}$ が予測不可能かを検証しよう。この午前中のレートの変化のプロットは図6 (b) にある。予測不可能性をテストするために、上と同じく最尤法で回帰式を推定した。回帰式に季節ダミーは入

図6（b） 朝9時から午後1時にかけてのレートの変化

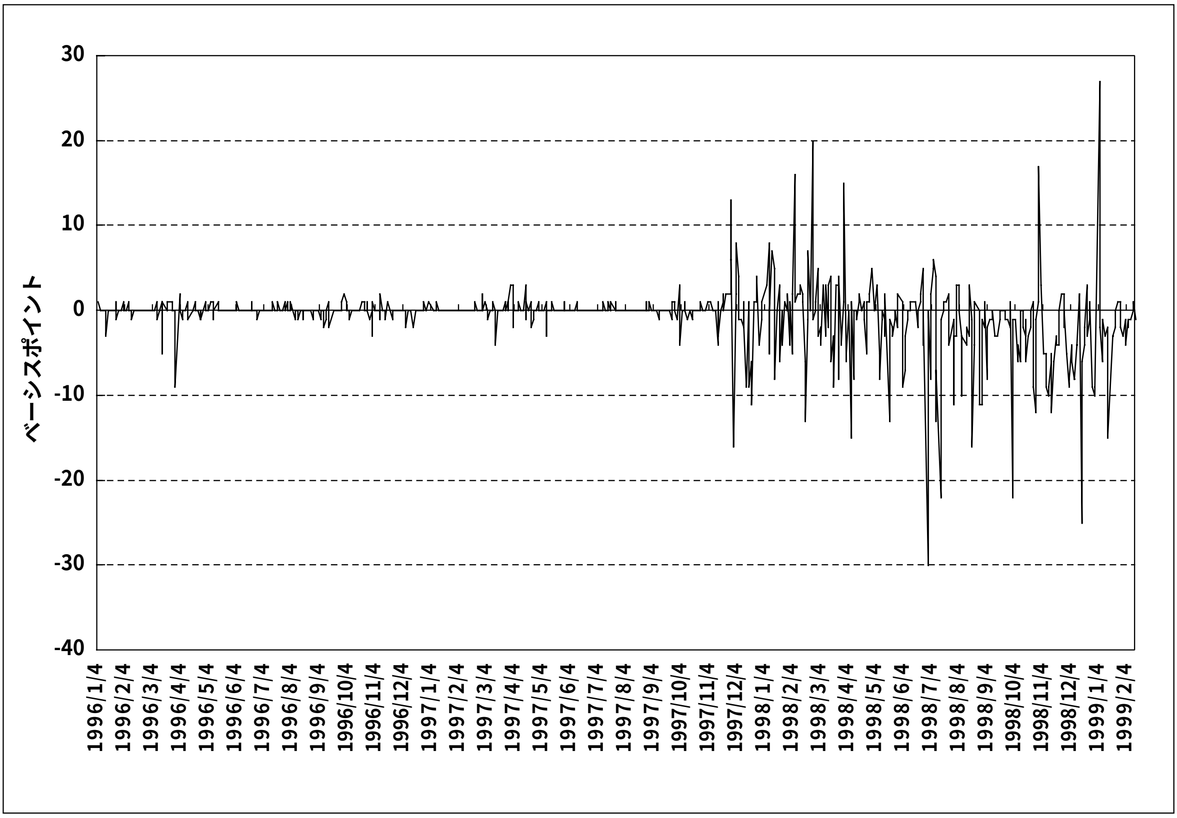


表4 朝方のレートの変化は予測不可能か

サンプル期間 （nはサンプルサイズ）	右辺の変数			σ	τ	p
	定数	前日のi_7-i_4	前日のi_4-i_1			
1996/1/4から1997/11/21 $n=466$	0.063 (0.077)	0.11 (0.026)	0.11 (0.038)	0.95 (0.062)	4.1 (0.45)	0.16 (0.037)
1997/11/25から1999/2/12 $n=300$	–0.71 (0.49)	0.16 (0.029)	0.31 (0.041)	4.4 (0.35)	4.2 (0.57)	0.14 (0.044)

備考：4章で説明されている最尤法による推定値。（σ, τ, p）の定義については、本文の（15）式を参照。括弧内の数字は標準誤差。i_4 は午後12時半に観察される、決済が交換時点のレート。i_1は午前9時に観察される、決済が交換時点のレート。従属変数は、i_4-i_1。

れていない。表4に収められた最尤法の結果をみると、いずれのサンプルについても、前日の日中レートの変化（朝9時から午後12時半（交換）までの変化$i_{4,t-1} - i_{1,t-1}$と交換から午後3時半までの変化 $i_{7,t-1} - i_{4,t-1}$)、との間に正で有意な相関があることがわかる。この結果は、先物レートがスポットレートの不偏推定値でないことを意味する。

6. 流動性効果の定式化

前章の結果は、論文の冒頭で紹介した標準的なモデルがデータと整合的でないことを示している。この章では、それを受けて、流動性効果が存在するような銀行行動のモデルを提示する。そのモデルの推定は次章で行う。

(1) 流動性のモデル：決済が1日に1回の場合

イ．銀行の最適化問題

流動性を無視した標準的なモデルは、準備預金には利子費用がかかるので、その法定必要額だけ保有し、その保有額を積み期間の中で最適に配分するというものであった。本章のモデルは、これを一般化し、当座預金として保有される準備預金は、その残高が大きいほど決済がより円滑に行われるという便益があると想定する。すなわち、当該銀行は資金ショートを発生させそうなときには、日銀から緊急融資を仰ぎ決済を完了するが、そのために有形・無形のコストがかかる。第t 営業日の準備預金残高をR_t とすると、R_t が大きければ大きいほど、資金ショートが発生する可能性が低くなるので、期待コストは低くなる。したがって、この期待コストを$g(R_t\,;\eta_t)$ と書けば（ここでη_t は、gをシフトさせる変数である）、$g(R_t\,;\eta_t)$ はR_tの減少関数である。いいかえれば、準備預金R_t を追加的に1単位増やす便益は、$-g'(R_t\,;\eta_t)$（ここに$g'(R_t\,;\eta_t)$ はgのR_t に関する1次微係数）である。

Furfine［2000］は、このg 関数を、決済時の直前になっても予測不可能な当座預金への資金の流出入の確率分布から導出している。彼の定式化では、準備預金の限界便益 $-g'$ は、θ を中央銀行からの緊急融資の懲罰レート、η_t を予測不可能な資金流出の標準偏差として、

$$-g'(R_t\,;\eta_t) = \theta\Phi(-R_t/\eta_t)$$

と書ける。ここに$\Phi(\,.\,)$は標準正規分布の累積密度関数である（これは、予期せざる資金流出入の確率分布が正規分布であるという仮定による）。この例からわかるように、準備預金の限界便益は、 η_t で測られた不確実性とともに増大する一方、準備預金の限界便益 $-g'$ は、準備預金が増えるに従ってゼロに収束する。

いずれにせよ、gを資金ショートの期待コストとすると、積み期間の第t 営業日における銀行の最適化問題は、次のようになる。

$$\begin{aligned}&\min_{\{R_t,R_{t+1},\cdots,R_T\}} \mathrm{E}\left[c_t(i_tR_t+g(R_t;\eta_t))+\cdots+c_T(i_T R_T+g(R_T;\eta_T)|\Omega_t\right] \\ &\text{s.t.}\quad c_tR_t+c_{t+1}R_{t+1}+\cdots+c_TR_T \geq REQ-(c_1R_1+\cdots+c_{t-1}R_{t-1})\end{aligned} \tag{17}$$

ここに、i_tは第t 営業日のコールレート、Ω_tは第t 営業日に入手可能な情報集合である。目的関数のi_tR_tは、利子がつかない当座預金残高R_tの機会費用を表す。ここでは銀行はリスク中立的であると仮定しているので、目的関数は費用の期待値である。このモデルは、次の節で導くモデルの特殊形になるのでここでは導出しないが、注意すべき点は、休日の扱い方である。制約条件にc_t（営業日を暦の上での日数に変換する係数）が入るのは、法定準備制度ではそのように準備預金の積数が計算されるからである。c_t を目的関数にどのように入れるかについては、いろいろな見解があり得る。話を具体的にするために、第t営業日は金曜日で、次の週の月曜日は休日でないとしよう。この場合、$c_t = 3$ である。休日にも経済活動が継続すると考えれば、金曜に借りて月曜に返す資金には、3日分の機会費用がかかるので、上記目的関数におけるように、金曜のR_tの機会費用は、$c_ti_tR_t$であるべきである。一方、休日には当座預金の振替を行う日銀ネットは稼働しないから、資金ショートは起こり得ない。したがって$g(R_t;\eta_t)$にはc_tは掛かるべきでないかもしれない。それにもかかわらず、上記目的関数において$g(R_t;\eta_t)$にもc_tが掛かっているのは、そうしないと2章で定義した「積み上幅」が適切な流動性の尺度になり得ないからである。上記の目的関数で暗黙のうちに仮定されているのは、銀行にとって、金曜日の資金ショートのコストは、他の平日に比べて3倍大きいということである。

ロ．最適条件：法定準備金の制約がbindingである場合

この問題の解が満たすべき条件を導くために、最適解からの次のような変更を考えよう。第 t 営業日の当座預金残高を$1/c_t$ 単位増やし、残りの $T–t$ 営業日の残高をそれぞれ$1/m_{t+1}$ 単位減らす。このような変更後も、制約条件は満たされている。第t 営業日の当座預金残高を$1/c_t$単位増やすことによる限界便益は,

$$c_t\{i_t+g'(R_t;\eta_t)\}/c_t=i_t+g'(R_t;\eta_t)$$

である。一方、残り積み期間にわたって準備預金を$1/m_{t+1}$ 単位減らすことによる限界コストは、

$$\mathrm{E}\left[c_{t+1}\{i_{t+1}+g'(R_{t+1};\eta_{t+1})\}+\cdots+c_T\{i_T+g'(R_T;\eta_T)\}\middle|\,\Omega_t\right]/m_{t+1}$$

となる。したがって、この変更による目的関数の変化分は

$$\mathrm{E}\left[i_t + g'(R_t;\eta_t) - \frac{c_{t+1}\{i_{t+1}+g'(R_{t+1};\eta_{t+1})\}+\cdots+c_T\{i_T+g'(R_T;\eta_T)\}}{m_{t+1}} \middle| \Omega_t \right] \quad (18)$$

となる。$(R_t, ..., R_T)$ が最適なら、この変化分はゼロになるべきだから、最適条件は、

$$i_t + g'(R_t;\eta_t) = \bar{i}_t + \mathrm{E}\left[\frac{c_{t+1}g'(R_{t+1};\eta_{t+1})+\cdots+c_T g'(R_T;\eta_T)}{m_{t+1}} \middle| \Omega_t \right] \quad (19)$$

である。ここに、$\bar{i}_t$ は、将来のコールレートの加重平均

$$\bar{i}_t \equiv \mathrm{E}\left[\frac{c_{t+1}i_{t+1}+c_{t+2}i_{t+2}+\cdots+c_T i_T}{m_{t+1}} \middle| \Omega_t \right] \quad (20)$$

である。流動性効果がなくg'がゼロの場合は、$i_t = \bar{i}_t$ であり、i_t が積み期間内でマーティンゲールであることは、容易に証明できる[18]。

ハ．最適条件：法定準備金の制約がbindingでない場合

以上は、法定額REQが十分に大きく、最適化問題（17）式における制約条件が等式で成立する（binding）場合を検討した。では制約条件がbindingではない場合はどうか。山一が破綻した1999年11月の積み期間やゼロ金利局面では超過準備が発生したので、このケースを検討するのも重要になる（また、次節で述べるように、交換時点の準備預金も超過準備と考えることができる）。このケースでは、（17）式は制約条件なしの最適化問題になり、R_t は自由に選べるので、最適条件は

$$i_t = -g'(R_t;\eta_t) \quad (21)$$

18 このことは、本文でのような最適解からの変更ではなく、次のような変更を考えればより容易に理解できる。第t営業日の当座預金残高を $1/c_t$ 単位増やし、第T営業日の残高を$1/c_T$ 単位減らす。このような変更後も、制約条件は満たされている。限界便益を限界費用に等しくおくことにより最適性条件

$$i_t + g'(R_t;\eta_t) = \mathrm{E}\left[i_T + g'(R_T;\eta_T) \,|\, \Omega_T \right]$$

を得る。流動性効果がなくg'がゼロの場合は、この式は

$$i_t = \mathrm{E}\,[i_T \,|\, \Omega_T]$$

となる。したがって

$$\mathrm{E}\,(i_{t+1} \,|\, \Omega_t) = \mathrm{E}\,[\mathrm{E}(i_T \,|\, \Omega_{t+1}) \,|\, \Omega_t] = \mathrm{E}\,(i_T \,|\, \Omega_t) = i_t$$

が成立し、i_t がマーティンゲールであることがわかる。

となる。すなわち、限界便益 $-g'$が準備預金のコストであるコールレートに等しくなるように準備預金需要R_t が決められる。いいかえれば、縦軸にコールレートi_t 、横軸に準備預金需要R_t をとったとき、$-g'(R_t;\eta_t)$ は銀行の準備預金に対する需要関数そのものである。

ニ．積み上幅の解釈

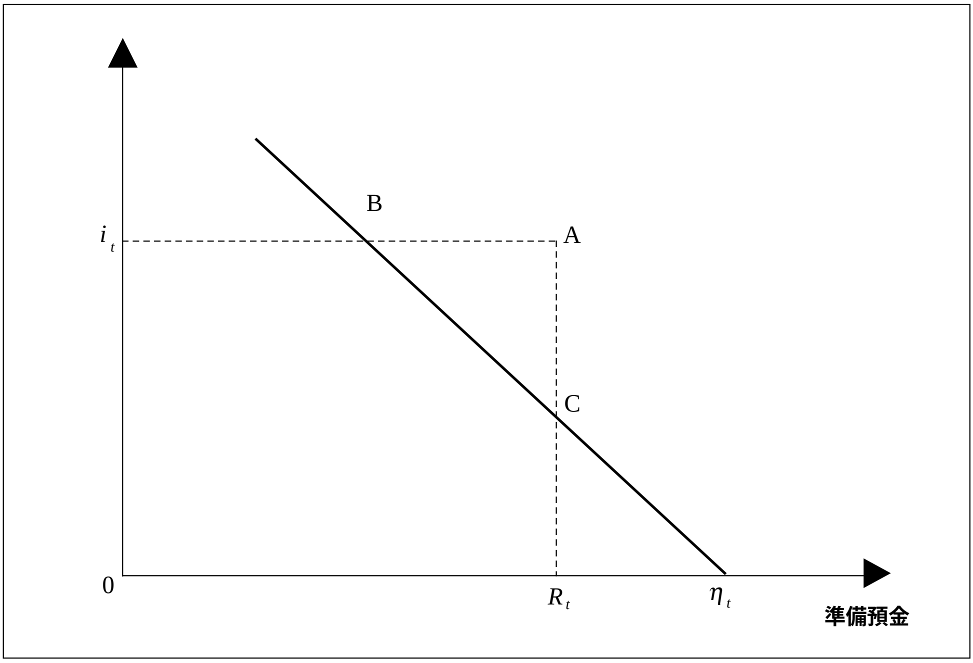
ここで、法定準備金の制約がbindingでないときの需要関数 $-g'(R_t;\eta_t)$が、次のような形状をとると仮定しよう。

$$-g'(R_t;\eta_t)=\begin{cases}-\beta\cdot(R_t-\eta_t) & (0\le R_t\le\eta_t),\\ 0 & (\eta_t<R_t)\end{cases} \tag{22}$$

この需要関数を図示すれば、図7（a）のように傾きが $-\beta$ 、横軸の切片がη_t の直線になる。R_t が横軸の切片η_t より大きい場合は、流動性効果が消失し、需要曲線は横軸と一致する。シフトパラメータ η_t は、その値が増大するとその分だけ需要曲線を右に水平にシフトさせるので、コール市場で「取り意欲」と呼ばれるものに相当すると思われる。

さて、法定準備金の制約がbindingである場合に戻り、どの時点でも流動性効果が消失しておらず、$-g'(R_t;\eta_t)=-\beta\cdot(R_t-\eta_t)$であるとすると、法定準備金の制約がbindingである場合の最適条件（19）式は、次のように変形できる。

図7（a） 準備預金需要



$$i_t = \overline{i_t} - \beta \cdot \left\{ R_t - \mathrm{E}\left[\frac{c_{t+1}R_{t+1} + c_{t+2}R_{t+2} + \cdots + c_T R_T}{m_{t+1}} \middle| \Omega_t \right] \right\} + \varepsilon_t \qquad (23)$$

ここに、

$$\varepsilon_t \equiv \beta \cdot \left(\eta_t - \mathrm{E}\left[\frac{c_{t+1}\eta_{t+1} + c_{t+2}\eta_{t+2} + \cdots + c_T \eta_T}{m_{t+1}} \middle| \Omega_t \right] \right) \qquad (24)$$

である。この項 ε_t は、今日のηが残りの積み期間のηに比べてどれほど大きいかを示すので、「相対取り意欲」とでも呼ぶべきものである。「取り意欲」（η）がパーマネントに上昇しても「相対取り意欲」は変わらないので、法定額を達成するための準備預金の残り積み期間にわたる配分は影響されないことを（23）式は示している。ここで法定準備金の制約条件 $c_{t+1}R_{t+1} + \cdots + c_T R_T = REQ - CUMBAL_t$（ここに $CUMBAL_t \equiv c_1R_1 + \cdots + c_tR_t$）を（23）式に代入することにより、

$$i_t = \overline{i_t} - \beta \cdot \left(R_t - \frac{REQ - CUMBAL_t}{m_{t+1}} \right) + \varepsilon_t \qquad (25)$$

を得る。この式で大括弧内は、2章で「積み上幅」と呼んだものにほかならない。

この式は、個々の銀行について成立するが、式が線形なので、R_t, REQ, $CUMBAL_t$をマクロの（準備預金制度対象の金融機関全体の）値と読み換えても成立する。すなわちこの式は、日銀がコントロールできるマクロの積み上幅が与えられたときに市場均衡の結果成立するコールレートの値を決定する式と読むことができる。この式により、コールレートが2つの要因で決まることがわかる。第1は、$\overline{i_t}$で表される期待要因である。第2は、右辺の第2項（積み上幅の項）と「相対取り意欲」ε_tとの和で、これは流動性効果を表す。

法定準備の制約がbindingなケースの準備預金需要は、制約条件と最適条件を満たすR_t の値だが、この値とコールレートの組合せが図7（a）のA点で与えられるとしよう。この点は、上述したように「相対的取り意欲」に依存する。法定準備の制約がbindingでないケースの準備預金需要と同じコールレートの組合せはB点である。この図からわかるように、準備預金制度がなかったときに保有するであろう準備預金の水準（図でB点にあたる）が準備預金制度のもとでの準備預金需要（A点にあたる）より低いからといって、準備預金制度のもとでの準備預金の水準で流動性効果がないと考えるのは誤りである。

（2）流動性のモデル：決済が1日に2回の場合

前節のモデルは、日本では銀行間の決済が1日に「交換」（1時）、「3時」、「為決」（5時）の3回あることを無視している。そこで、1日に2回決済時点（a、bと呼ぶ）

がある場合にモデルを拡張しよう。2回決済の場合を考察すれば、n回の場合への拡張は容易である（次章の実証分析では、交換時点がa、為決がb にあたる）。第 t 営業日の a 時点での当該銀行が日銀に保有する当座預金残高をR_{at}、b 時点の残高をR_{bt} とする。当日の朝から a までの資金需給（日銀の金融調節プラス銀行券・財政要因）をX_{at}、a から b までのそれをX_{bt} と書く。当日の a スタート・翌日の a エンドの借入をF_{at}（コール市場からの調達額）、当日のb スタート・翌日の a エンドの借入をF_{bt} とする。それぞれの利子率をi_{at}、i_{bt} とする。この2種類の借入だけで、当該銀行はaと b の2時点での当座預金残高を自由に調節できるので、スタートとエンドがその他の組合せの借入を考慮する必要はない。

イ．銀行の目的関数

簡単のため、まず積み期間は2日しかないとし、R_{b0} を第1日朝の当座預金残高（その前日末残高）とすると、第1日については、

$$R_{b0}+X_{a1}+F_{a1}=R_{a1},\ R_{a1}+X_{b1}+F_{b1}=R_{b1} \tag{26}$$

が成り立つ（ここでは、前日からの借入はないと暗黙に仮定しているが、以下の議論を辿ればわかるように、前日からの借入は下記のCを変えるだけで結論に影響を及ぼさない）。第2日については、

$$R_{b1}+X_{a2}+F_{a2}-(1+i_{a1})F_{a1}-(1+i_{b1})F_{b1}=R_{a2},\ R_{a2}+X_{b2}+F_{b2}=R_{b2} \tag{27}$$

が成り立つ。この銀行は、翌日に当日の借入を返済した後の当座預金残高を最大化するように第1日、第2日の借入計画を決める。その返済した後の当座預金残高は、

$$R_{b2}-(1+i_{a2})F_{a2}-(1+i_{b2})F_{b2} \tag{28}$$

であるが、(26) 式、(27) 式を用いれば、この目的関数は、

$$C-\left[(1+i_{a2})i_{b1}R_{b1}+i_{b2}R_{b2}+(1+i_{a2})(i_{a1}-i_{b1})R_{a1}+(i_{a2}-i_{b2})R_{a2}\right] \tag{29}$$

となる。ここに、

$$C\equiv(1+i_{a1})(1+i_{a2})(R_{b0}+X_{a1})+(1+i_{a2})X_{a2}+(1+i_{b1})(1+i_{a2})X_{b1}+(1+i_{b2})X_{b2} \tag{30}$$

である。(29) 式のカギ括弧内の項は、

$$(i_{b1}+i_{a2}i_{b1})R_{b1}+i_{b2}R_{b2}+(i_{a1}-i_{b1}+i_{a2}i_{a1}-i_{a2}i_{b1})R_{a1}+(i_{a2}-i_{b2})R_{a2} \quad (31)$$

とも書ける。

このCは与えられた値だから、目的関数（29）式を最大化することは、その表現のカギ括弧内を最小化することに等しい。さらに、2次の項（例えば $i_{a2}i_{b1}$）は無視して差し支えないので、カギ括弧内の表現（31）式は

$$i_{b1}R_{b1}+i_{b2}R_{b2}+(i_{a1}-i_{b1})R_{a1}+(i_{a2}-i_{b2})R_{a2} \quad (32)$$

によって近似できる。前節では、準備預金のコストはコールレートだったが、決済が2時点のモデルでは、法定準備にカウントされないaでの当座預金のコストは、$i_{at}-i_{bt}$である。

この議論が任意の積み日数の場合に拡張できることは容易にわかろう。休日の効果について前節と同じ仮定をおけば、積み日数がTの積み期間の第 t 営業日において、当該銀行が最小化する目的関数は、

$$E\left[\sum_{s=t}^{T} c_s\{(i_{as}-i_{bs})R_{as}+i_{bs}R_{bs}\}\middle|\Omega_{at}\right] \quad (33)$$

となる。ここで、Ω_{at}は、第t営業日時点 a で入手可能な情報集合である。この最適化問題で、R_{as} は、Ω_{as} に基づいて決めることができるとする。同様に、R_{bs} は Ω_{bs}（第 s 営業日の b 時点で入手可能な情報集合）の関数である。

ロ．最適条件

前節と同じように、決済時点 a で資金ショートする期待コストを $g_a(R_{at};\eta_{at})$、時点 b のそれを $g_b(R_{bt};\eta_{bt})$とすると、流動性効果がある場合の目的関数は、

$$E\left[\sum_{s=t}^{T} c_s\left\{(i_{as}-i_{bs})R_{as}+g_a(R_{as};\eta_{as})+i_{bs}R_{bs}+g_b(R_{bs};\eta_{bs})\right\}\middle|\Omega_{at}\right] \quad (34)$$

となる。期待コスト関数のシフト項 η_{at}、η_{bt} は、それぞれの時点で観測可能とすれば、$\eta_{at}\in\Omega_{at}$、$\eta_{bt}\in\Omega_{bt}$ である。法定準備金の積数にカウントされる当座預金は R_{bt} だから、この最小化問題における制約条件は、

$$c_tR_{bt}+c_{t+1}R_{b,t+1}+\cdots+c_TR_{bT}\geq REQ-(c_1R_{b1}+\cdots+c_{t-1}R_{b,t-1}) \quad (35)$$

である。

この最適化問題で、R_{as} $(s=t, t+1, \cdots, T)$ は制約条件に入らないので、前節の超過準備のケースと同様に扱うことができる。最適条件は容易に導くことができて、

$$i_{at} - \mathrm{E}\,(i_{bt}|\Omega_{at}) = -g'_a(R_{at}\,;\,\eta_{at}) \geq 0 \qquad (36)$$

となる。法定準備を満たすためだけなら、決済時点 a で当座預金を保有する必要はない。時点 a でのコールレートは、b でのコールレートに、準備預金にカウントされない a 時点での当座預金を保有するコストに等しい流動性プレミアムを上乗せしたものと解釈できる。

R_{bt}については、目的関数（34）式でR_{at}に依存する項とR_{bt}に依存する項は加法分離的だから、R_{bt}の最適条件は、決済時点が1つしかない場合と同じで、

$$i_{bt} + g'_b(R_{bt};\eta_{bt}) = \overline{i_{bt}} + \mathrm{E}\left[\frac{c_{t+1}g'_b(R_{b,t+1};+\eta_{b,t+1}) + \cdots + c_T\,g'_b(R_{bT};\ \eta_{bT})}{m_{t+1}}\,\middle|\,\Omega_{bt}\right] \qquad (37)$$

となる。ここに

$$\overline{i_{bt}} \equiv \mathrm{E}\left[\frac{c_{t+1}i_{b,t+1} + c_{t+2}i_{b,t+2} + \cdots + c_T\,i_{bT}}{m_{t+1}}\,\middle|\,\Omega_{bt}\right] \qquad (38)$$

この式で期待値をとるときの情報集合が Ω_{at}でなくΩ_{bt}なのは、R_{bt}がΩ_{bt}に基づいて決められることによる。

ハ．積み上幅

各決済時点での当座預金の需要関数 $-g'_j(R_{jt}\,;\,\eta_{jt})(\,j=a,\ b)$ が、前節と同じように（22）式で与えられる形状をとるとすると、（36）式は、

$$i_{at} - \mathrm{E}\,(i_{bt}|\Omega_{at}) = \begin{cases} -\beta_a \cdot (R_{at} - \eta_{at}) \geq 0 & (0 \leq R_{at} \leq \eta_{at}), \\ 0 & (\eta_{at} < R_{at}) \end{cases} \qquad (39)$$

となる。ここに、β_aは、時点aにおけるβである。この時点aでの当座預金に対する需要関数は、縦軸にi_{at}、横軸にR_{at}をとれば、図7（b）のようになる。これは、図7（a）の需要関数を期待レートE$(i_{bt}|\Omega_{at})$だけ上方にシフトしたものにほかならない。

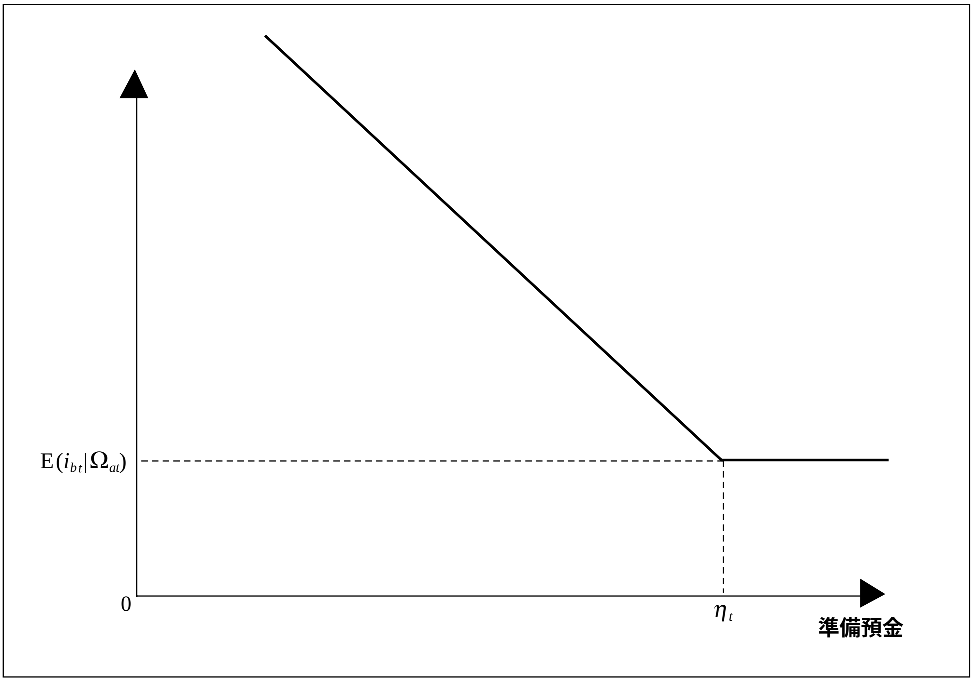
最適条件（37）式は、積み期間の残りのどの日の時点bでも$R_{bt} \leq \eta_{bt}$とすれば、前節と同じような変形を繰り返すと、

$$i_{bt} = \overline{i_{bt}} - \beta_b Z_{bt} + \varepsilon_{bt} \qquad (40)$$

と変形できる。ここに、

$$Z_{bt} \equiv R_{bt} - \frac{REQ - (CUMBAL_{t-1} + c_t R_{bt})}{m_{t+1}} \qquad (41)$$

図7（b） 午後１時の準備預金需要



$$CUMBAL_{t-1} \equiv c_1 R_{b1} + \cdots + c_{t-1} R_{b,t-1} \tag{42}$$

$$\varepsilon_{bt} \equiv \beta_b \cdot \left(\eta_{bt} - \mathrm{E}\left[\frac{c_{t+1}\eta_{b,t+1} + c_{t+2}\eta_{b,t+2} + \cdots + c_T \eta_{bT}}{m_{t+1}} \,\middle|\, \Omega_{bt} \right] \right) \tag{43}$$

である。ここで定義したZ_{bt}は、b時点での積み上幅である。またε_{bt}は、b時点での準備預金についての「相対取り意欲」である。

7. 流動性効果の推定

前章では、(39) 式と (40) 式を、個々の銀行について導出したが、流動性効果が消失していないような当座預金の範囲では、いずれの式も線形なので、R_{at}とZ_{bt}を個々の銀行の変数でなくマクロの変数としても成立する。この章では、これらの式（あるいはこれらから導かれる式）をマクロのデータを使って推定することを試みる。決済時点aとしては、一番取引高の大きいいわゆる交換時点（1時）をとる。モデルではbは、当日の最終の決済時点なので、午後5時のいわゆる為決時点となる。したがって、i_{at}には交換時点のコールレート、i_{bt}には為決時点R_{at}のコールレートのデータを用いる。交換時点で観察されるレートは、スタートが当日の交換、エンド

が翌日の交換、為決時点でのレートはスタートが為決、エンドが翌日の交換であるといわれているので、このデータの選択は、モデルの変数概念と一致している。

（1）交換時の流動性プレミアムと当座預金

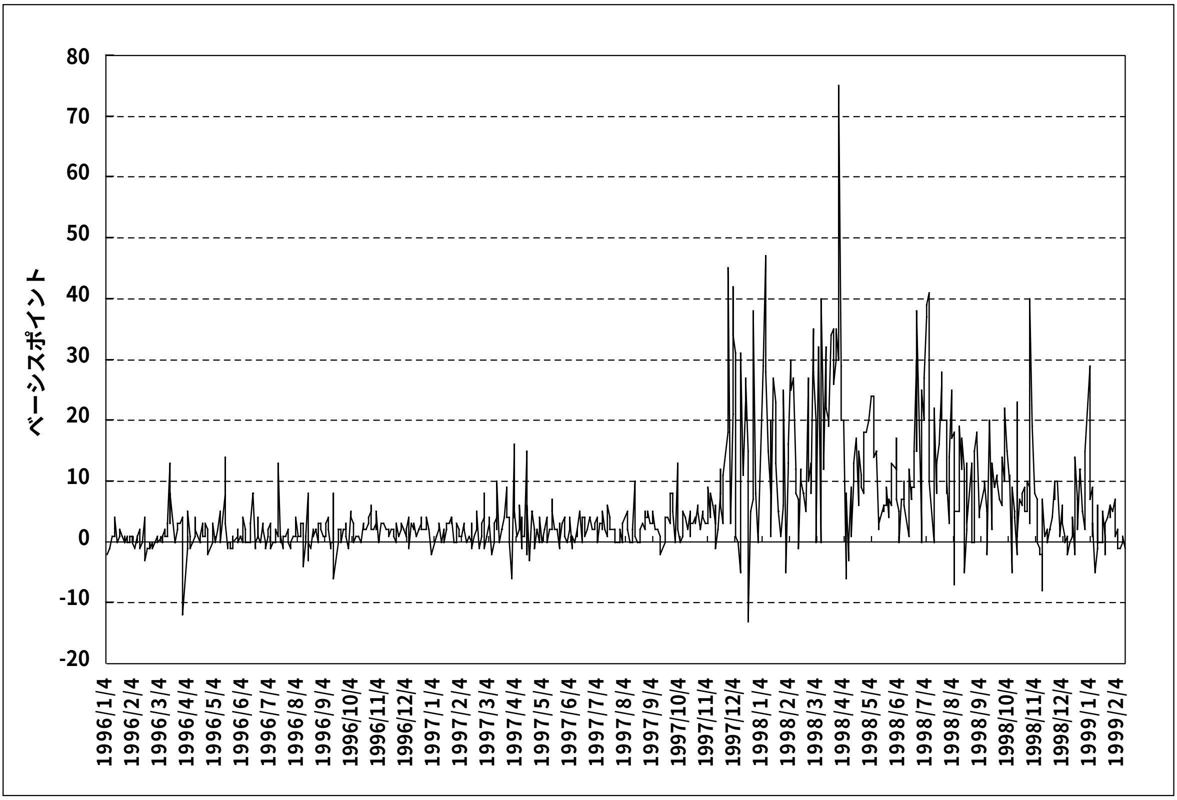
まず、交換時レートと為決時レートの差を説明する（39）式の推定を検討しよう。（40）式からわかるように、交換時レートから為決時レートを引いた差は、交換時点での当座預金のプレミアム（流動性効果）と解釈でき、その期待値はゼロ以上のはずである。図8（a）は、この差（$i_{4t}-i_{7t}$）をプロットしている。この図から、当座預金の流動性効果は、山一破綻以降大幅に上昇したことがわかる。

流動性効果が存在する場合は、（39）式は $i_{at}-\mathrm{E}(i_{bt}|\Omega_{at})=-\beta_a\cdot(R_{at}-\eta_{at})$ と書けるが、i_{bt} の予測誤差$i_{bt}-\mathrm{E}(i_{bt}|\Omega_{at})$ を ξ_tと書くと、この式は

$$i_{at}-i_{bt}=-\beta_a R_{at}+(\beta_a\eta_{at}-\xi_t)\,,\quad \xi_t\equiv i_{bt}-\mathrm{E}(i_{bt}|\Omega_{at}) \qquad (44)$$

となる。この式からβ_aを推定することを試みるが、それには2つの問題を解決しなくてはならない。第1に、交換時点aでの当座預金残高のデータが存在しない。第2

図8（a） 午後1時のレートと5時のレートの差



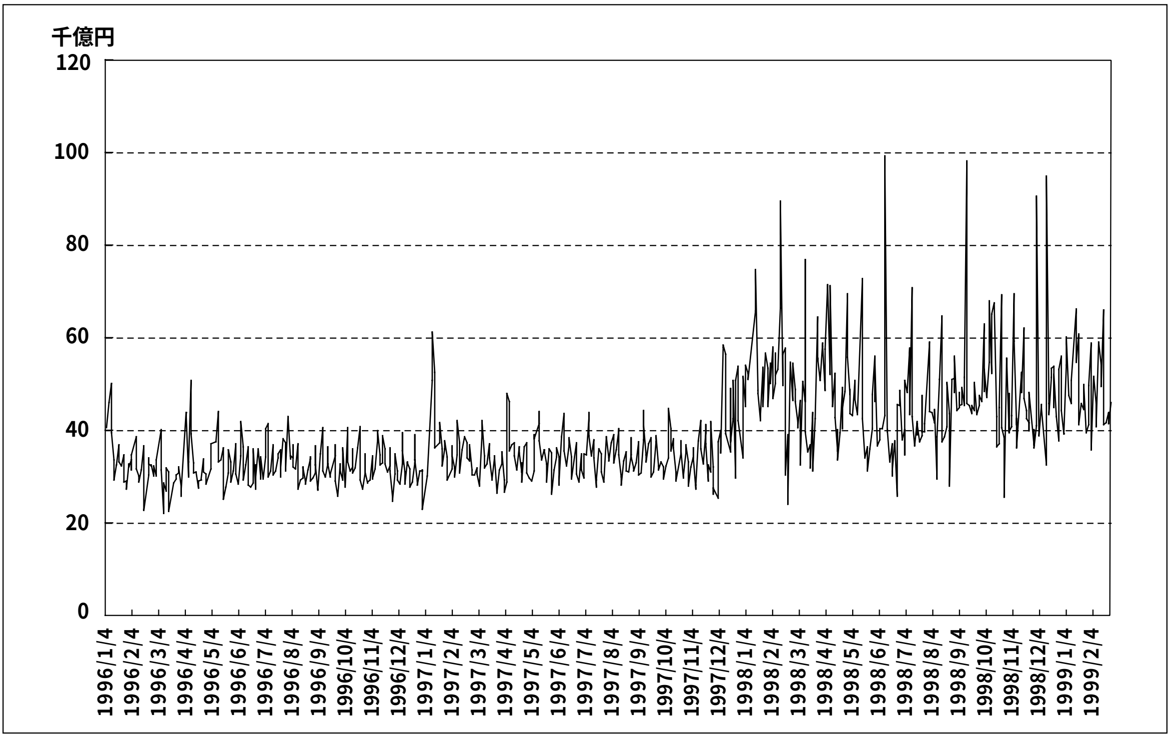
に、計量経済学でいう同時性の問題が存在し、回帰変数R_{at}は内生と考えられる。結論からいうと、おそらくこれらの問題のゆえ、(39) 式の当座預金の係数 β_aの信頼できる推定値を得ることはできなかった。

まず第1の問題（R_{at} のデータがない問題）については、次のような方法で計算してみる。マクロでは個々の金融機関のコール市場からの調達額の合計はゼロだから、金融機関全体のR_{at}は、前日為決時点での残高$R_{bt,t-1}$ に、当日の午前9時から交換時点までの銀行券要因・財政要因・日銀による金融調節を加えたものに等しい。このうち金融調節による残高の変動については、即日オペの影響は、決済が3時か為決なので無視できる。即日オペ以外のオペ（オファー日が前日かそれ以前のオペ）については、図5のところで述べたように、日銀の『経済統計月報』に掲載されている「短期市場オペレーション」から個々のオペのスタート時点とエンド時点と落札額がわかるので、過去のオペによる当日の交換時点での当座預金残高の変動は計算できる。問題は、銀行券要因と財政要因の支払いと受取りの時点別分布のデータがないことである。以下この節では、銀行券要因は午前中に集中し、財政要因は午後に集中すると仮定する。この仮定のもとで、交換時点でのマクロの当座預金残高R_{at} は、

$$R_{at} = R_{b,t-1} + CASH_t + \text{非即日オペのうちスタートかエンドが交換のオペ} \quad (45)$$

として計算できる。ここに$R_{b,t-1}$は、第 t 営業日末の準備預金残高である。図8 (b)

図8（b） 交換時点の準備預金残高



は、こうして計算されたR_{at}をプロットしている。

第2の問題（同時性）は次の事情により発生する。(44) 式の誤差項$\beta_a\eta_{at}-\xi_t$のうち、2番目の項は時点aでの予測誤差だから、市場の予想が合理的なら、回帰変数R_{at}と相関せず、同時性は生じない。しかし1番目の項である交換時の「取り意欲」（η_{at}）は、次のような理由によりR_{at}（交換時点の当座預金残高）と正の相関をしていると考えられる。日銀金融調節課は、政策委員会のディレクティブで指定された加重平均レートの目標水準を達成するように金融調節を行わなくてはならない。交換時点のコールレートi_{at}は、交換時の取引量の大きさから加重平均に大きな影響を及ぼすので、交換時レートを望ましい水準に誘導するのが金融調節課の関心事になる。ところで (44) 式が示すように、R_{at}は交換時レートに影響を及ぼす流動性要因である。即日オペの決済は3時か為決だから、日銀は当日の金融調節によってR_{at}を増減させることは物理的にできないが、非即日オペを適当に組むことにより、前日以前の段階で当日のR_{at}を増減させることはできる。したがって、事前に当日の取り意欲の上昇を予測すれば、金融調節課は当日の交換時レートの上昇を阻止するために、事前にR_{at}を増加させる（事実、金融不安が顕在化した山一破綻以後の期間では、図4からわかるように、交換時点の残高がジャブジャブになるように金融調節をした）。このような理由により、回帰変数R_{at}は、取り意欲η_{at}のうち予測可能な部分 ── したがってη_{at}それ自身 ──と正の相関をする。

この場合は、$i_{at}-i_{bt}$をR_{at}に回帰することにより得られるβ_aの推定値は、この正の相関を反映して下方に同時方程式バイアスがかかり（すなわち、$-\beta_a$に正の値を足したものが推定され）、適切な推定法でなくなる。実際、山一破綻以前以後いずれのサンプルでも、最小自乗法によるβ_aの推定値は正でなく負になる。

この同時性の標準的な解決法は、操作変数法（instrumental variables）と呼ばれる推定法を用いることである。その際に用いる操作変数としては、当日の銀行券要因と財政要因の予測誤差（$UCASH_t$、$UFISCAL_t$）が考えられるが、これらの変数を用いて操作変数法を行うと、最小自乗法の場合と同じくβ_aの推定値は負になり、特に山一破綻以降のサンプルでは、標準誤差は極端に大きくなる。

(2) 朝方のレートの変化を用いた推定

このように、交換時の当座預金残高とそのプレミアムから流動性効果を推定することは困難である。以下では、朝方のレートが先物レートであることに注目した推定を行う。基本的な考え方は、次のようになる。先物レートが朝方変化するのは市場に新しい情報が到着するからである。$UCASH_t$と$UFISCAL_t$は新しい情報だが、もし流動性効果がなければ先物レートはこれには反応しないはずである。なぜなら、4章でみたように、$UCASH_t$と$UFISCAL_t$は一時的な流動性ショックで、将来のコールレートの予想に影響を及ぼし得ないからである。

この考え方を定式化するため、まず交換時レートを説明する式を導く。(40) 式の両辺についてΩ_{at}で条件付けした期待値をとり、それを (44) 式に代入すること

により次の式が得られる。

$$i_{at}=-\beta_a R_{at}-\beta_b \mathrm{E}(Z_{bt}|\Omega_{at})+\mathrm{E}(\overline{i_{bt}}|\Omega_{at})+u_t,\ u_t\equiv\beta_a\eta_{at}-\mathrm{E}(\varepsilon_{bt}|\Omega_{at}) \qquad (46)$$

（ここに$\overline{i_{bt}}$は、(38) 式で定義されているように、残り積み期間における為決時レートの平均値の予想である）。この式から、交換時のレートは、そのときの流動性効果（$\beta_a R_{at}$）、交換時点で予想される為決時の積み上幅（$\mathrm{E}(Z_{bt}|\Omega_{at})$）、期待要因（$\mathrm{E}(\overline{i_{bt}}|\Omega_{at})$）、交換時の「取り意欲」と為決時の「相対的取り意欲」の差に依存することがわかる。

(46) 式は、交換時点aで取引が成立すると想定しているので、その右辺は時点aで観察可能な変数である。しかし朝9時の取引レートは、これらの朝9時での予想値に依存する。任意の変数x について、当日の朝9時の予想を $\mathrm{E}(x|9\text{時})$と書くことにし、$\mathrm{E}\,[\mathrm{E}(x|\Omega_{at})|9\text{時}]=\mathrm{E}\,(x|9\text{時})$ という条件付き期待値の性質を用いると、朝9時のレートi_{1t} についての (46) 式は、

$$i_{1t}=-\beta_a\mathrm{E}(R_{at}|9\text{時})-\beta_b\mathrm{E}(Z_{bt}|9\text{時})+\mathrm{E}(\overline{i_{bt}}|9\text{時})+\mathrm{E}(u_t|9\text{時}) \qquad (47)$$

となる。午後12時半のレートi_{4t} についても同様の操作をすれば、

$$i_{4t}=-\beta_a\mathrm{E}(R_{at}|12\text{時半})-\beta_b\mathrm{E}(Z_{bt}|12\text{時半})+\mathrm{E}(\overline{i_{bt}}|12\text{時半})+u_t \qquad (48)$$

ここで、任意の変数 x について、

$$D(x)\equiv\mathrm{E}(x\,|12\text{時半})-\mathrm{E}(x\,|9\text{時}) \qquad (49)$$

というオペレータDを定義しよう。$D(x)$は、xという変数に関する予想の、朝9時から午後12時半までの変化を表す。(47) 式と (48) 式の差をとることにより、朝 9時から午後12時半にかけてのレートの変化についての次の式を得る。

$$i_{4t}-i_{1t}=-\beta_a D(R_{at})-\beta_b D(Z_{bt})+D(\overline{i_{bt}})+D(u_t) \qquad (50)$$

この式の推定においては、右辺の変数のうち、$D(\overline{i_{bt}})$と $D(u_t)$は誤差項として扱う。山一破綻前のサンプルについては、図8（a）からわかるように、交換時点の流動性効果は認められないので、$\beta_a=0$と仮定する。$D\,(Z_{bt})$については、次のようにして観察可能な変数に関連づけることができる。まず、(10) 式にならって、Z_{bt}が次のように書きかえられることに注目する。

$$Z_{bt} = R_{bt} - \frac{REQ - (CUMBAL_{t-1} + c_t R_{bt})}{m_{t+1}}$$

$$= \frac{m_t}{m_{t+1}} R_{nt} - \frac{1}{m_{t+1}} (REQ - CUMBAL_{t-1}) \qquad (51)$$

$$= \frac{m_t}{m_{t+1}} \left(R_{b,t-1} + CASH_t + FISCAL_t + \sum_{i=0}^{3} OPER_{it} \right) - \frac{1}{m_{t+1}} (REQ - CUMBAL_{t-1})$$

ここに、 $OPER_{it}$（i=0, 1, 2, 3）は、（4）式で定義されている4つのオペである。$OPER_{0t}$、$R_{b,t-1}$、$CUMBAL_{t-1}$とREQは朝9時に知られているので、それらのDはゼロに等しい。したがって、

$$D(Z_{bt}) = \frac{m_t}{m_{t+1}} D(CASH_t) + \frac{m_t}{m_{t+1}} D(FISCAL_t) + \frac{m_t}{m_{t+1}} D\left(\sum_{i=1}^{3} OPER_{it}\right) \qquad (52)$$

が成立する。

すでに述べたように、銀行券要因は、日銀からの引出しが朝9時、預入れが午後3時であり、財政要因$FISCAL_t$は、財政からの資金の支払いが午前中か3時、財政への揚げが3時である。したがって、予測誤差が午後1時までに判明すると仮定するのは、現実的でない。朝9時の予想が$ECASH_t$、$EFISCAL_t$で、予測誤差の一定割合が当日の午後1時までに判明すると仮定すれば、

$$D(CASH_t) = \lambda_c \cdot UCASH_t, \; D(FISCAL_t) = \lambda_f \cdot UFISCAL_t \qquad (53)$$

となる。この式と（52）式を（50）式に代入し$\beta_a = 0$とおくと、

$$i_{4t} - i_{1t} = -\beta_b \lambda_c \cdot \left(\frac{m_t}{m_{t+1}} UCASH_t \right) - \beta_b \lambda_f \cdot \left(\frac{m_t}{m_{t+1}} UFISCAL_t \right)$$

$$+ \left\{ -\beta_b \frac{m_t}{m_{t+1}} D\left(\sum_{i=1}^{3} OPER_{it} \right) + D(\overline{i_{bt}}) + D(u_t) \right\} \qquad (54)$$

が得られる。山一破綻以前のサンプルについて、この式を、ひげ括弧内を誤差項と扱って推定する。回帰変数は$m_t/m_{t+1}UCASH_t$ と $m_t/m_{t+1}UFISCAL_t$であり、回帰係数は$-\beta_b \lambda_c$、$-\beta_b \lambda_f$である。

最小自乗法あるいは最尤法による回帰変数の係数の推定値が一致性を持つためには、誤差項が回帰変数と無相関でなくてはならない。この条件は、山一破綻以前のサンプルでは、次の理由により満たされていると考えられる。当日の$UCASH_t$、$UFISCAL_t$は、翌日以降のオペで相殺されるので（4章の（ii）参照）、期待要因である$D(\overline{i_{bt}})$に影響を与え得ない。4章でみたように（(v) 参照)、朝方の定例即日オペ

$OPER_{1t}$は$UCASH_t$、$UFISCAL_t$と無相関であり、しかも山一破綻以前は$OPER_{2t}$、$OPER_{3t}$（即日追加オペ）はほぼゼロである。したがって、$UCASH_t$、$UFISCAL_t$が当日の「取り意欲」（$D(u_t)$）と相関していないという仮定のもとで、回帰変数は誤差項と相関しない[19]。

5章でみたように、日中のレートの変化は前日のレートの変化と相関があるので、実際の推定では、右辺に定数と$i_{7,\ t-1}-i_{4,\ t-1}, i_{4,\ t-1}-i_{1,\ t-1}$も含めた[20]。したがって、推定する回帰式は、表4に $m_t/m_{t+1}UCASH_t$、$m_t/m_{t+1}UFISCAL_t$を加えたものにすぎない。表5は、最尤法によるこの回帰式の推定結果を収めている（回帰式#1参照）。$m_t/m_{t+1}UCASH_t$、$m_t/m_{t+1}UFISCAL_t$いずれの係数の推定値も正しい符号（マイナス）であり、特に $m_t/m_{t+1}UFISCAL_t$の係数は非常に有意である。これは、表3から得られた結論（為決時点については、山一破綻以前の当座預金の流動性効果が存在したという結論）と整合的である[21]。

表5　交換時のレートと流動性

回帰式の番号	サンプル期間（nはサンプルサイズ）	右辺の変数						σ	τ	p
		定数	前日の i_7-i_4	前日の i_4-i_1	UCASH	UFISCAL	朝方積み上幅の変化			
#1	1996/1/4から1997/11/21 $n=443$	0.10 (0.070)	0.13 (0.024)	0.13 (0.038)	−0.060 (0.083)	−0.28 (0.071)	――	0.92 (0.052)	4.0 (0.49)	0.13 (0.033)
#2		0.10 (0.070)	0.012 (0.023)	0.14 (0.037)	−0.030 (0.11)	−0.26 (0.071)	−0.49 (0.12)	0.95 (0.049)	4.4 (0.60)	0.10 (0.028)
#3	1997/11/25から1999/2/12 $n=286$	−0.64 (0.49)	0.17 (0.029)	0.31 (0.041)	−0.81 (0.53)	0.24 (0.31)	――	4.1 (0.41)	4.1 (0.56)	0.15 (0.054)
#4		−0.21 (0.45)	0.18 (0.027)	0.38 (0.038)	−0.84 (0.45)	0.27 (0.30)	−0.33 (0.070)	3.6 (0.41)	3.7 (0.45)	0.22 (0.067)

備考：4章で説明されている最尤法による推定値。（$\sigma, \tau,\ p$）の定義については、本文の（15）式を参照。括弧内の数字は標準誤差。従属変数は、午後12時半のレートから朝9時のレートを引いたもの（i_4-i_1）。積み最終日はサンプルから落としてある。*UCASH*、*UFISCAL* には、本文の（54）式に示されている係数を掛けて回帰式に入れている。

19 銀行券要因も財政要因も、「企業、家計、政府、さらには非居住者といった幅広い主体の経済活動の結果を反映するものであり、少なくとも短期的には、中央銀行にも、個々の民間金融機関にもコントロールできません。このため、海外中央銀行も含め、これらの要因は日々の金融調節を行ううえでは、「外生的」とされています。」（宮野谷［2000］）といわれているので、これは妥当な仮定だろう。

20 これらの追加的な回帰変数は、$UCASH_t$、$m_t/m_{t+1}UFISCAL_t$ の係数の推定値に大きな影響は及ぼさない。

21 3章でみたように、日銀による銀行券・財政要因の予想は合理性を満たしていない。そこで、rolling regressionによって得られる予想値を使った推定も試みた。例えば、1999年1月4日の $CASH_t$の予想値を計算するためには、それまで1年間のデータを用いて、

$$CASH_t = \lambda ECASH_t + \gamma_0 + \gamma_1 (CASH_{t-1} - ECASH_{t-1}) \quad (55)$$

を推定する。この式から得られた1999年1月4日の予測値を新たな$ECASH_t$とし、それに基づいて$UCASH_t$を新たに計算する。同様にして$UFISCAL_t$も計算する。このようにして得られた$UCASH_t$, $UFISCAL_t$を用いて同じ回帰式を最尤法で推定したが、結果はほとんど変わらなかった。

山一破綻以降のサンプルについて同じ式を推定したのが表5の回帰式#3である。山一破綻以降は、交換時の当座預金残高に流動性効果があると思われるので、(50)式でβ_aはゼロでなく、回帰変数 $m_t/m_{t+1}UCASH_t$ と$m_t/m_{t+1}UFISCAL_t$ は、$D(Z_{bt})$ばかりでなく $D(R_{at})$ の効果も表す。したがって、係数の解釈は難しいが、$UCASH_t$ よりも $UFISCAL_t$ の方が積み上幅と関連が深いとすれば、回帰式#3で m_t/m_{t+1} $UFISCAL_t$ が有意でないのは、為決時点で流動性効果がないという表3の結論と整合的である。

最後に、上記回帰式に朝方の積み上幅の変化 $Z_{1t}-Z_{1,t-1}$ も入れた式を最尤法で推定してみた。この結果は表5の回帰式#2（山一破綻以前)、#4（山一破綻以後）にある。4章で確認したように（(iii）参照)、積み上幅の変化は予想しにくいので、実際の変化は、予期せざる変化$D(Z_{bt})$と密接な関係があるはずである。しかし、積み上幅は市場が将来の金利を予測するときに注目する指標であるといわれているので、$D(Z_{bt})$は$D(\overline{i_{bt}})$と相関していると考えられる。したがって、積み上幅の変化はこの回帰式で内生変数であり、係数はやはり解釈しにくいが、積み上幅が交換時の金利に有意な影響を与えていることは確認できる。特に山一破綻以降、為決時点で流動性効果はないと思われるにもかかわらず朝方の積み上幅の変化が有意なのは、積み上幅が期待要因を通じて交換時点の金利に影響を及ぼした結果と解釈できる。

8. 結論

本稿では、日本の最近のデータを用いてコール市場の流動性効果について検討した。主要な結論は以下のとおりである。

1. 日中の決済時点が複数あるモデルによると、準備預金に本稿の冒頭で定義した「流動性効果」が存在する場合には、それぞれの決済時点のコールレートは、将来のレートの予想値ばかりでなく、その時点での準備預金の残高といわゆる積み上幅に依存する。
2. 日銀はコールレートが目標値の近傍を推移するように準備預金の供給を行うので、準備預金の残高がコールレートに及ぼす影響は、最小自乗法では推定できない。本稿では、朝方観察されるレートは、交換時点で決済される資金のスポットレートに対応する先物レートであるというコール市場の特徴を利用して、準備預金の流動性効果の有無を検討した。得られた推定値によると、山一破綻以前には、決済が集中する午後1時（いわゆる「交換」）では流動性効果は認められないが、午後5時時点（いわゆる「為決」）では流動性効果は存在する。山一破綻以降は、日銀によるいわゆる「交換時ジャブジャブ金融調節」にもかかわらず、交換時の準備預金残高は流動性効果を消滅させるほど十分ではなかった。
3. スポットレートと先物レートの差は、日本のコール市場ではある程度予測可能である。すなわち先物レートはスポットレートの不偏推定値ではない。この事実は、銀行がリスク中立的であるという仮定と両立しない。

参考文献

翁 邦雄、『金融政策』、東洋経済新報社、1993年

宮野谷 篤、「日本銀行の金融調節の枠組み」、金融市場局ワーキングペーパーシリーズ、No. 00-J-3、2000年2月

Feinman, Joshua, "Estimating the Open Market Desk's Daily Reaction Function," *Journal of Money, Credit, and Banking,* vol. 25, 1993, pp. 231-247.

Furfine, Craig, "Interbank Payments and the Daily Federal Funds Rate," forthcoming, *Journal of Monetary Economics*, 2000.

Hamilton, James, "Measuring the Liquidity Effect," *American Economic Review*, vol. 87, pp. 80-97, 1997.

Hayashi, Fumio, *Econometrics,* forthcoming, Princeton University Press, 2000.