社債流通価格にインプライされている期待デフォルト確率の信用リスク・プライシング・モデルによる推定 —改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルを用いて—

家田 明

要 旨

近年、理論的な発展が著しい信用リスクのプライシング・モデルを活用すれば、社債流通市場で観測される価格から期待デフォルト確率という具体的な数字を抽出することが出来る。本稿では、信用リスク・プライシング・モデルの一つとして、Kijima and Komoribayashi［1998］が示した“改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデル”を採用して、本邦の社債流通価格にインプライされている格付ごとの期待デフォルト確率の推定を行った。

その結果、B格、CCC格のデフォルト確率が非常に高い水準にあることを確認した。この点に関しては、B格、CCC格のサンプルが少ないため断定的な結論を導くことは難しいが、これらの格付銘柄に対して市場が格付機関よりも一層厳しい評価を下している等の背景があると推測できる。また、株価情報から推定した期待デフォルト確率と比較すると、本稿のサンプルではBBB格以上では、おおむね同様の傾向があることもわかった。

キーワード： 信用リスク・プライシング・モデル、社債流通価格、格付、期待デフォルト確率

家田 明　日本銀行金融研究所研究第１課（E-mail:akira.ieda@boj.or.jp）

1. はじめに

社債流通市場で観測されるYTM（Yield to Maturity）やJGBスプレッド等の利回り（価格）データをみると、最近は格付に応じて明確な格差が生じるようになってきており、市場が格付に応じた信用リスク見合いのプレミアムを社債の利回り（価格）形成の過程で織り込ませている。しかし、市場がどの程度の信用リスクを社債の利回り（価格）に織り込んでいるかについては、利回り（価格）そのものだけ観測していても、いわば概念的にしか把握出来ない。こうした中、近年、理論的な発展が著しい信用リスクのプライシング・モデルを活用すれば、社債流通市場で観測される利回り（価格）から期待デフォルト確率という具体的な数字を抽出することが出来る。信用リスクに関するプライシング・モデルの中で、本稿ではKijima and Komoribayashi［1998］が示した“改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデル”を採用するが、同モデルを用いると、マルコフ連鎖モデルの枠組みで、信用状態（格付）の遷移行列を計算することにより、先行き何年目までにデフォルトする確率、つまり累積デフォルト確率がいくらかという問題にも答えることが出来る。

本邦市場では、同モデルによる期待デフォルト確率の計算の過程で必要となる各種データの入手が困難であるとの制約も存在するが、同モデルで計算された期待デフォルト確率は一定の指標となり得るとみられるため、こうした手法は市場分析の観点からも有効であると考えられる。また、社債利回り（価格）と同様に株価にも企業の信用状態が反映されていると考えられるが、株価を用いて株式市場がインプライしている企業の期待デフォルト確率を計算することも可能である。社債市場と株式市場におけるそれぞれの価格情報から企業のデフォルト確率を算出し、比較分析を行うことも興味深いと考えられる。

本稿の構成は次の通りである。第２章で、Jarrow, Lando and Turnbull［1997］が示したオリジナルのモデルとその実務上の問題点、さらにKijima and Komoribayashi［1998］が示した改良型モデルを解説する。次に第３章で、改良型モデルを用いて、本邦社債価格にインプライされている期待デフォルト確率の推定を行い、①米国市場との簡単な比較を行うほか、②株価情報から推定される期待デフォルト確率との比較を行う。最後に第４章で、本稿のまとめと分析に関する留意点を再度指摘する。

2. 改良型ジャロウ・ランド・ターブル・モデル

2－1 オリジナルのジャロウ・ランド・ターンブル・モデル

Jarrow, Lando and Turnbull［1997］は、デフォルトおよび信用度（例えば、格付）の変化に関するリスク中立確率の概念を導入し、これを離散および連続時間それぞれの枠組みで、マルコフ連鎖モデルとして展開した（本稿では、これをオリジ

ナルのジャロウ・ランド・ターンブル・モデルと呼ぶ)。以下では、同モデルの離散時間のケースを示すこととする。

まず、社債の信用度(例えば、格付)を表す離散的な状態変数のセットとして状態空間 $N=\{1, 2, \cdots, K, K+1\}$、および状態空間 N上の確率過程$\{X_t,\ t = 0,1,2, \cdots\}$を考える。このうち、状態1は最高の信用度、状態$K$は非デフォルト状態における最低の信用度、$K+1$はデフォルト状態を表す。社債が状態 i にあり、次に状態 j に移る確率をq_{ij}と定義する。

$$q_{ij} = P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i\}, \quad i, j \in N \tag{1}$$

あらゆる状態変化の可能性について、その実現確率を行列 Qとすると、

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1,K+1} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2,K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{K1} & q_{K2} & \cdots & q_{K,K+1} \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

と表現できる。

次に、社債のプライシングを行うために、社債が状態 i(時間 t)から状態 j(時間 $t+1$)に移るリスク中立確率 $\tilde{q}_{ij}(t, t+1)$を定義する。

$$\tilde{q}_{ij}(t, t+1) = \tilde{P}\{\tilde{X}_{t+1} = j \mid \tilde{X}_t = i\}, \quad i, j \in N \tag{3}$$

これらを行列形式 $\tilde{Q}_{t,\,t+1}$としてまとめると、

$$\tilde{Q}_{t,t+1} = \begin{pmatrix} \tilde{q}_{11}(t,t+1) & \tilde{q}_{12}(t,t+1) & \cdots & \tilde{q}_{1,K+1}(t,t+1) \\ \tilde{q}_{21}(t,t+1) & \tilde{q}_{22}(t,t+1) & \cdots & \tilde{q}_{2,K+1}(t,t+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{q}_{K1}(t,t+1) & \tilde{q}_{K2}(t,t+1) & \cdots & \tilde{q}_{K,K+1}(t,t+1) \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

となる。

さて、時刻 t におけるデフォルトのない満期Tの割引債価格を $v_0(t,T)$、同じくデフォルトのある割引債(時刻tにおける状態をjとする)の価格を$v_j(t,T)$とする。ここで、デフォルト過程と金利過程が独立であるという仮定と、デフォルトのある割引債がデフォルトした場合、回収は常に満期に行われる(回収率δ)という仮定をおくと、これら割引債の価格は、

$$v_0(t,T) = \widetilde{E}_t\left[e^{-\int_t^T r(s)ds} \mid \tau_j \geq t\right] \qquad (5)$$

$$v_j(t,T) = \widetilde{E}_t\left[e^{-\int_t^T r(s)ds}\left[1_{\{\tau_j>T\}} + \delta 1_{\{\tau_j \leq T\}}\right] \mid \tau_j \geq t\right]$$

$$= \widetilde{E}_t\left[e^{-\int_t^T r(s)ds}\right] \ \widetilde{E}_t\left[1_{\{\tau_j>T\}} + \delta 1_{\{\tau_j \leq T\}} \mid \tau_j \geq t\right] \qquad (6)$$

と表すことが出来る。ここで、$\widetilde{E}_t$ はリスク中立確率による期待値演算子、$1_{\{A\}}$は定義関数[1]である。

したがって、$\widetilde{P}_t\{A\} = \widetilde{E}_t[1_{\{A\}}]$であることを用いれば、

$$v_j(t, T) = v_0(t, T)\left[\delta + (1-\delta)\widetilde{P}_t\{\tau_j > T\}\right] \qquad (7)$$

を得る。

リスク中立確率 $\widetilde{P}_t\{\tau_j > T\}$ の計算には、単位時間当たりの遷移確率行列（4）式から、累積時間ベースでの遷移確率行列を求める方法を使う。つまり、時間0から時間 n までの間に状態 i から状態 j に遷移するリスク中立確率 $\tilde{q}_{ij}(0, n)$ を求める場合、行列 $\widetilde{Q}_{0,n}$ を

$$\widetilde{Q}_{0,n} = \widetilde{Q}_{0,1}\,\widetilde{Q}_{1,2}\,\widetilde{Q}_{2,3} \cdots \widetilde{Q}_{n-1,\,n} \qquad (8)$$

として算出し、その (i, j) 成分を $\tilde{q}_{ij}(0, n)$ とすればよい。

このためには、各単位時間当たりの遷移確率行列の成分を求めることが必要となる。そこで、現実の確率とリスク中立確率に関して、状態間遷移のリスクプレミアムを

$$\pi_{ij}(t) \equiv \frac{\tilde{q}_{ij}(t,t+1)}{q_{ij}} \qquad (9)$$

と定義する（リスク中立確率と現実の確率の比率として定義）。次に、q_{ij} は例えば格付機関等から公表されている格付遷移行列（あるいは内部格付から作成した格付遷移行列）を使用し、リスクプレミアム $\pi_{ij}(t)$ は市場で観測可能な金融商品から推定することによって、リスク中立ベースでの遷移行列を算出するとのアプローチをとる。

しかしながら、現実の市場では、あらゆる状態間遷移について$\pi_{ij}(t)$を算出するのは困難である。例えば、時点0でのリスクプレミアムについてみると、非デフォルト状態からデフォルト状態への遷移確率に関するプレミアムである$\pi_{j,\,K+1}(0)$については、

1 事象Aが実現したときは1、それ以外は0をとる確率変数である。

$$\tilde{P}_0\{\tau_j \le T\} = 1 - \tilde{P}_0\{\tau_j > T\} = \frac{v_0(0,T) - v_j(0,T)}{(1-\delta)v_0(0,T)} \tag{10}$$

$$\tilde{P}_0\{\tau_j \le 1\} = \tilde{q}_{j,K+1}(0,1) = \pi_{j,K+1}(0)q_{j,K+1} \tag{11}$$

という関係を用いれば、回収率δを既知として、デフォルトのある割引債価格とデフォルトのない割引債価格から

$$\pi_{j,K+1}(0) = \frac{v_0(0,1) - v_j(0,1)}{(1-\delta)v_0(0,1)q_{j,K+1}} \tag{12}$$

と求められる。一方、非デフォルト状態間の遷移確率に関するプレミアムである$\pi_{ji}(0)$（ただし、$i \neq K+1$）については、現実の市場では非デフォルト状態間の遷移確率をベースとした金融商品の取引がほとんどないとみられる[2]ので、推定は極めて困難である。

そこで、非デフォルト状態からデフォルト状態への遷移確率に関するリスクプレミアムは基本的に推定可能であることを前提に、それ以外のリスクプレミアムは、当初の状態 iだけに依存して決まり、遷移後の状態jには依存しない（$i \neq j$の場合）と仮定し、遷移後の状態 jが当初の状態iと等しい（同一状態間遷移）場合のみ、その遷移確率を$\sum_{j=1}^{K+1}\tilde{q}_{ij}(t,t+1)=1$ から計算するとの扱いにする。つまり

$$\pi_{ij}(t) = \pi_i(t), \quad i \neq j \tag{13}$$

とおく。これによって、リスク中立確率と現実の確率は、リスクプレミアムを通じて

$$\tilde{q}_{ij}(t,t+1) = \begin{cases} \pi_i(t)q_{ij}, & i \neq j \\ 1-\pi_i(t)(1-q_{ii}), & i = j \end{cases} \tag{14}$$

と関係づけられる。

さて、確率の定義から

$$0 \le \tilde{q}_{ij}(t,t+1) \le 1, \quad i,j \in N \tag{15}$$

であるので、リスクプレミアムは次の範囲の値をとる。

2 例えば、ある企業がデフォルトした場合にペイオフが変化する金融商品はデリバティブズを含めて一般的であるが、デフォルトではなく格付のみが変化した場合（例：AAA→A）にペイオフが変化するような金融商品はほとんど取引されていないと考えられる。

$$0 \leq \pi_i(t) \leq \frac{1}{1-q_{ii}} \qquad (16)$$

2－2 改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデル

（1）オリジナルのジャロウ・ランド・ターンブル・モデルの実務上の問題点

前節で示した枠組みを使うと、時刻tにおけるリスクプレミアム$\pi_i(0)$は

$$\pi_i(0) = \frac{v_0(0,1) - v_i(0,1)}{(1-\delta)v_0(0,1)q_{i,K+1}} \qquad (17)$$

$$ただし、0 \leq \pi_i(0) \leq \frac{1}{1-q_{ii}} \qquad (18)$$

と計算される。

ここで問題となるのは、(17) 式の分母に非デフォルト状態からデフォルト状態への遷移確率 $q_{i,K+1}$ が含まれている点である。一般に、格付iが十分高い場合、$q_{i,K+1}$ はほぼ0となる。例えば、図表１にMoody'sの格付遷移行列を掲げたが、格付AAAが１年後に格付D（デフォルト）に遷移する確率は0.00%である。したがって、現実の遷移確率を前提とすると、リスクプレミアムの推定の過程で (18) 式の制約に容易に抵触してしまうため、リスク中立確率の推定も不可能となるという実務上の問題が発生するのである[3]。

図表１　Moody'sの格付遷移行列（98/7/27日時点）[4]

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	93.40%	5.94%	0.64%	0.00%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%
AA	1.61%	90.55%	7.46%	0.26%	0.09%	0.01%	0.00%	0.02%
A	0.07%	2.28%	92.44%	4.63%	0.45%	0.12%	0.01%	0.00%
BBB	0.05%	0.26%	5.51%	88.48%	4.76%	0.71%	0.08%	0.15%
BB	0.02%	0.05%	0.42%	5.16%	86.91%	5.91%	0.24%	1.29%
B	0.00%	0.04%	0.13%	0.54%	6.35%	84.22%	1.91%	6.81%
CCC	0.00%	0.00%	0.00%	0.62%	2.05%	4.08%	69.19%	24.06%
D	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100%

3 この問題を回避するために、実務上、例えば格付AAAが１年後に格付D（デフォルト）に遷移する確率が0.00%であっても、その確率を0.00%超の値に置き換えるという扱いがあり得るが、ミスプライシングに繋がる可能性が高いと考えられる。

4 J.P. Morganのホームページから入手したもの。各行列成分は、行に対応する当初の格付が１年後に列に対応する格付に遷移する確率を表している。例えば、当初の格付AAが１年後に格付Aに遷移する確率は図表から7.46%であることがわかる。

(2) 改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデル

Kijima and Komoribayashi［1998］は、リスクプレミアムの推定における前提に改良を加え、Jarrow, Lando and Turnbull［1997］の問題点を克服することに成功した（本稿では、Kijima and Komoribayashi［1998］で示されたモデルを“改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデル”と呼ぶことにする）。

改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルでは、リスクプレミアムに関する仮定を

$$\pi_{ij}(t) = l_i(t)\,,\quad j \neq K+1 \tag{19}$$

とおく。すなわち、オリジナルのジャロウ・ランド・ターンブル・モデルと同様に、リスクプレミアムは、当初の状態 i だけに依存して決まり、遷移後の状態 j には依存しないと仮定するが、遷移後の状態 j がデフォルト状態の場合のみ、その遷移確率を $\sum_{j=1}^{K+1} \tilde{q}_{ij}(t,t+1) = 1$ から計算するとの扱いをとる。これによって、リスク中立確率と現実の確率は、リスクプレミアムを通じて

$$\tilde{q}_{ij}(t,t+1) = \begin{cases} l_i(t)\,q_{ij}, & j \neq K+1 \\ 1 - l_i(t)(1-q_{i,K+1}), & j = K+1 \end{cases} \tag{20}$$

と関係づけられる。

改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルで上記のような仮定をおいたのは、次のような背景に基づいている。時刻0におけるリスクプレミアム $l_j(0)$ を求める場合、まず、

$$\tilde{P}_0\{\tau_j \leq 1\} = \tilde{q}_{j,K+1}(0,1) = 1 - l_j(0)(1-q_{j,K+1}) \tag{21}$$

となるが、これと（10）式を用いれば、

$$l_j(0) = \frac{1}{1-q_{j,K+1}}\,\frac{v_j(0,1) - \delta v_0(0,1)}{(1-\delta)\,v_0(0,1)} \tag{22}$$

$$\text{ただし、}\; 0 \leq l_j(t) \leq \frac{1}{1-q_{j,K+1}} \tag{23}$$

が得られる。（22）式右辺の分母をみると、$q_{j,K+1}$ は $1-q_{j,K+1}$ という形で式内に入っているため、格付 j が十分高く $q_{j,K+1}$ がほぼ0となったとしても、リスクプレミアムが過大になるという問題は回避されるのである[5]（（17）式と比較するとわかりやすい）。

5（20）式では、リスクプレミアムは「遷移後の状態がデフォルトの場合を除いて」、当初の状態が同じならば遷移後の状態に依らず一定と仮定している。これは、オリジナルのジャロウ・ランド・ターンブル・モデルにおける「遷移後の状態が遷移前の状態と同じ場合を除いて」、当初の状態が同じならば遷移後の状態に依らず一定であるという仮定に比べて、非デフォルト状態間遷移に関するリスクプレミアムと、デフォルト事象（特別なイベントであるとみることが出来る）への遷移に関するリスクプレミアムを異なる扱いにしているという点で、直観的には、より現実の世界を反映しているということが可能であると考えられる。

このように$l_j(0)$が求まると、各時点tのリスクプレミアム$l_j(t)$は

$$l_j(t) = \frac{1}{1-q_{j,K+1}} \sum_{k=1}^{K} \tilde{q}^{-1}_{jk}(0,t) \frac{v_k(0,t+1) - \delta v_0(0,t+1)}{(1-\delta) v_0(0,t+1)} \tag{24}$$

ただし、$\tilde{q}^{-1}{}_{jk}(0,t)$ は遷移行列 $\tilde{Q}(0,t)$ の逆行列 $\tilde{Q}^{-1}(0,t)$ の（j, k）成分と計算される（証明はここでは省略する）。より具体的には、

$$\begin{array}{ccccccccccccccccc}
l_j(0) & \to & \tilde{q}_{ij}(0,1) & \to & \tilde{q}_{ij}^{-1}(0,1) & \to & l_j(1) & \to & \tilde{q}_{ij}(1,2) & \to & \tilde{q}_{ij}(0,2) & \to & \tilde{q}_{ij}^{-1}(0,2) & \to & l_j(2) & \to & \cdots \\
 & \uparrow & & & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & & & \uparrow & & & \\
 & \text{(20)式} & & & & \text{(24)式} & & \text{(20)式} & & \text{(8)式} & & & & \text{(24)式} & & &
\end{array}$$

という反復計算を行うことによって、リスクプレミアム $l_j(t)$と累積遷移確率$\tilde{q}_{jk}(0,t)$を交互に得ることが出来る。

3．本邦社債価格にインプライされている期待デフォルト確率の推定

本章では、2章で示した改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルを用いて、本邦社債市場における社債流通価格（利回り）を基に、市場がインプライしている格付ごとの期待デフォルト確率（リスク中立ベース）の推定を行う。推定に当たっては、本邦では公に利用可能な格付遷移行列が事実上存在しないことや割引債ベースでの社債流通価格が入手できない（スポットレート・ベースのイールドカーブが引けない）こと等の推定上の制約があるが、各々一定の仮定を導入することによって、推定を行う。

3－1 使用データ

（1）格付遷移行列

格付遷移行列は、図表1のMoody'sの格付遷移行列（98/7/27日時点）を使用する。これは、本邦の場合、公に利用可能な格付遷移行列が事実上ないことによるものである。なお、最近では、荒木・石渡・西村［1998］が、96年までの社債格付データを用いて計算した本邦の格付遷移行列を示している（図表2）が、特に低格付での区分方法がラフであること（BB以下を一括りにまとめていること）や社債のデフォルト事例が極めて少ないこと[6] 等の推定上の問題があることから、本稿での期待デフォルト確率の推定には使用しない。また、海外格付機関と本邦格付機関では、同一企業に対する格付に有意な格差がある（本邦機関の場合の方が高目の格付を付与する場合が多い）と指摘されることが多いが、本稿ではこの効果を捨象する。

6 荒木・石渡・西村［1998］によれば、「96年度までの実績で実際にデフォルトまで至ったのは対象企業の中、永代産業（デフォルト時CC）ただ1社のみ」である。

図表２　本邦の格付遷移行列（１年後）

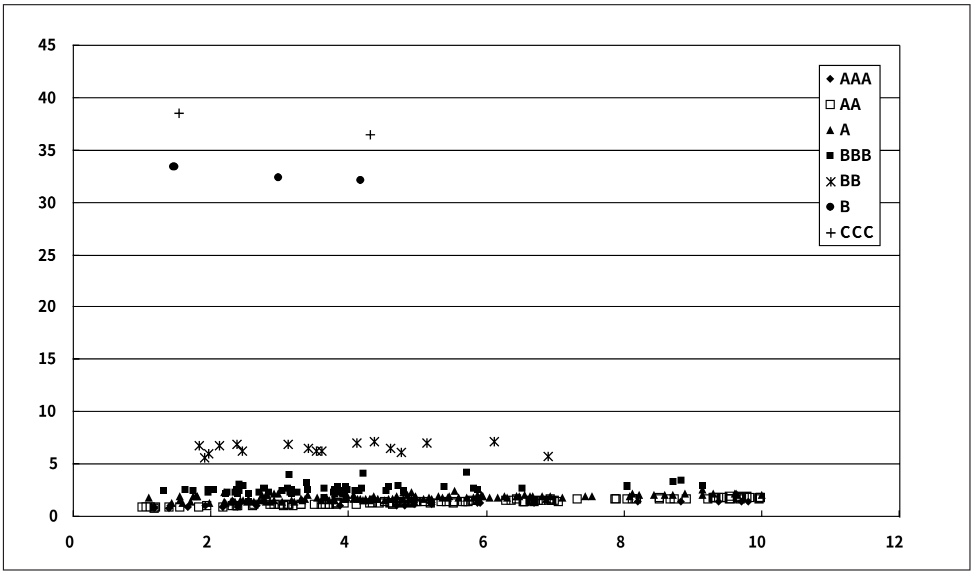
	AAA	AA	A	BBB	BB≥
AAA	96.8%	3.2%	0.0%	0.0%	0.0%
AA	3.1%	93.2%	3.7%	0.0%	0.0%
A	0.1%	3.2%	94.5%	2.1%	0.1%
BBB	0.0%	0.0%	1.8%	96.4%	1.8%
BB≥	0.0%	0.0%	0.0%	7.3%	92.7%

（２）社債利回り

社債の利回りについては、改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルの枠組みでは、本来は割引債ベースの利回りつまりスポットレートが必要となる。しかしながら、格付が同水準の社債であっても発行体が異なれば、流動性プレミアム等の要因によって利回りに格差が発生するのが通常であるほか、特定の発行体に当該格付を代表させようとしても、スポットレート・ベースのイールドカーブを作成するために十分な数の債券を一つの発行体が発行している場合はほとんどないといった問題がある。

このため、本稿では、（１）のMoody’s格付遷移行列における格付区分ごとに、各格付に該当する社債のYTM（図表３）から、回帰分析によってイールドカーブを推定し、その推定されたイールドカーブから各年限のYTMを算出するとのアプローチをとる（YTMはスポットレートに変換せずにそのまま使用する）。

図表３　各格付のYTM分布（横軸：残存年数、縦軸：%）



ここで、分析に用いた社債の利回りデータは、日本証券業協会が公表している公社債店頭基準気配[7]（98年10月9日時点）のうち、日本格付投資情報センター（R&I）から格付を取得している銘柄のデータである[8]。

イールドカーブの推定については、図表３から、格付ごとにイールドが残存年数のみで説明されると仮定して、(25) 式の回帰分析によって行う。

$$YTM_i = \alpha + \beta MAT_i + \varepsilon \qquad (25)$$

ただし、i：銘柄

YTM_i：銘柄のYTM

MAT_i：同残存年数

ε：残差

α, β：定数

回帰分析の結果を図表４に掲げたが、全ての格付において、残存年数が有意に利回りを説明することがわかる。決定係数も、一部の格付で低くなってはいるが、総じてみれば、高目の結果となっている。

図表４　各格付の回帰分析結果[9,10]（括弧内はt値）

	切片α	係数β	R^2		切片α	係数β	R^2
AAA	0.789 (30.393)	0.073 (14.630)	0.89	BBB	2.183 (16.530)	0.115 (3.664)	0.17
AA	0.815 (30.393)	0.104 (14.630)	0.95	BB	6.699 (99.006)	0.089 (5.571)	0.82
A	1.464 (32.093)	0.071 (7.926)	0.31	B	34.029 (158.865)	-0.464 (-5.989)	0.92
				CCC	39.700 (－)	-0.740 (－)	－

この結果を用いて、格付ごとのイールドカーブを得ることが出来る（図表５）。なお、無リスク金利についてもYTMベースとした。

7 残存１年以上の銘柄に限定されている。分析は、さらに残存10年以下の銘柄に限定して行った。

8 発行全銘柄について日本格付投資情報センターから格付を取得している発行体に限定した。また、電力債は分析対象から除いた。

9 BB格にはP社とQ社の２つの発行体が含まれるが、これらの銘柄を合せて上記の回帰分析を行うと極端に決定係数が低くなったため（すなわち、同格付でも、これら２つの発行体では明確な利回り格差が発生）、ここではP社債だけを対象として回帰分析を行った。

10 CCC格銘柄のサンプルは２つのみ（発行体は１社）であった。また、B格銘柄は、B－格銘柄のサンプルで代用した（サンプルにはB－格銘柄〈１社〉しかなかったため）。

図表５　各格付の推定YTM（横軸：残存年数、98年10月9日時点）

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
無リスク	0.26%	0.36%	0.49%	0.57%	0.66%	0.71%	0.77%	0.80%	0.83%	0.86%
AAA	0.86%	0.94%	1.01%	1.08%	1.15%	1.23%	1.30%	1.37%	1.45%	1.52%
AA	0.92%	1.02%	1.13%	1.23%	1.34%	1.44%	1.54%	1.65%	1.75%	1.86%
A	1.53%	1.61%	1.68%	1.75%	1.82%	1.89%	1.96%	2.03%	2.10%	2.17%
BBB	2.30%	2.41%	2.53%	2.64%	2.76%	2.87%	2.99%	3.10%	3.22%	3.33%
BB	6.79%	6.88%	6.97%	7.06%	7.15%	7.24%	7.33%	7.42%	7.51%	7.60%
B	33.56%	33.10%	32.64%	32.17%	31.71%	31.24%	30.78%	30.31%	29.85%	29.38%
CCC	38.96%	38.22%	37.48%	36.74%	36.00%	35.26%	34.52%	33.78%	33.04%	32.30%

３－２ 期待デフォルト確率の推定

本節では、前節で示したデータを用いて、本邦社債市場で価格にインプライされている期待デフォルト確率の推定を行う。推定の枠組み[11]は前章で示したとおりである。なお、推定を進めるに当たっては、回収率δを別途与える必要があるが、以下（１）リスクプレミアムの推定、（２）期待デフォルト確率の推定、においては、一律 δ=0.1と仮定する[12]。次に（３）回収率の影響、ではδを若干変化させてその水準が期待デフォルト確率に与える影響をみる。

（1）リスクプレミアムの推移

まず、リスクプレミアムの推移をみる（図表６）。ここでは、各リスクプレミアムの上限（(23) 式から計算される）をUB〈Upper Bound〉とした。先行きt年後のリスクプレミアム $l_j(t)$ は、まず$t=0$年では、オリジナルのジャロウ・ランド・ターンブル・モデルで指摘されたような $l_j(0)$ が過大に推計される問題は生じていないことがわかる。

ただし、$t=$４年以降では、UBを超過するかまたは0未満となる場合が生じている。このようにtが大きくなると、リスクプレミアムが上下限に抵触する事例がみられる理由としては、リスクプレミアムと格付遷移行列の反復計算の過程で、モデルの各種仮定による誤差が徐々に累積していくこと、あるいは無裁定条件が現実の市場では常に成立しているとは限らないこと等が考えられる。

11 ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルは信用リスクのある割引債の価格のプライシングモデルであるが、本稿では同モデルを利付債に用いた。
12 本稿の分析で用いる国内社債は無担保社債であるので、発行企業が倒産した場合、債券保有者の債権は一般債権に分類されると考えられる。本稿では、一般債権の回収率は低率になる場合が多いとの仮定を置いた。

こうしたことから、本稿では、リスクプレミアムが上下限を抵触しない $l_j(3)$ までを採用し、期待デフォルト確率の算出を行うこととする。

図表６　リスクプレミアム（横軸：年、網掛部分はUB超または0未満）

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	UB
AAA	0.994	0.994	0.995	0.995	0.994	0.993	0.992	0.989	0.987	0.986	1.000
AA	0.992	0.993	0.994	0.994	0.994	0.992	0.992	0.989	0.989	0.988	1.000
A	0.987	0.988	0.989	0.989	0.989	0.989	0.985	0.982	0.981	0.979	1.000
BBB	0.978	0.982	0.986	0.988	0.991	0.997	0.981	0.979	0.983	0.991	1.002
BB	0.947	0.963	0.980	0.998	1.028	1.139	0.968	0.914	0.876	0.836	1.013
B	0.735	0.707	0.656	0.553	0.301	-1.061	2.687	1.569	1.339	1.248	1.073
CCC	0.847	0.821	0.773	0.675	0.447	-0.445	5.106	2.027	1.655	1.519	1.317

（２）期待デフォルト確率の推定

リスクプレミアムと同時に計算される累積格付遷移行列を用いることによって、期待デフォルト確率を算出することが可能となる。具体的には、t 年までの累積格付遷移行列（図表７）において、行ごとに成分の和をとり、それを１から差引くことによって、各々の格付に属する社債が t 年迄にデフォルトする確率が算出できる。

例えば、現時点でAA格の先が、先行き１年間にデフォルトする確率は、

デフォルト確率 =100%－(1.60%+89.85%+7.40%+0.26%+0.09%+0.01%+0.00%)
=0.79%

と求められる。また、CCC格では

デフォルト確率 =100%－(0.00%+0.00%+0.00%+0.53%+1.74%+3.46%+58.62%)
=35.65%

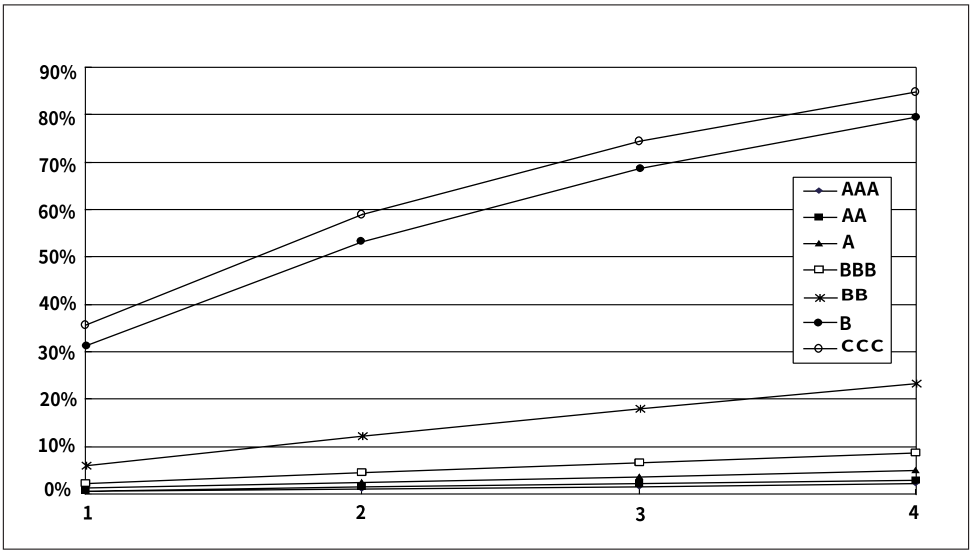
となる。

図表７　累積格付遷移行列の例（１年迄）

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	92.84%	5.90%	0.64%	0.00%	0.02%	0.00%	0.00%
AA	1.60%	89.85%	7.40%	0.26%	0.09%	0.01%	0.00%
A	0.07%	2.25%	91.22%	4.57%	0.44%	0.12%	0.01%
BBB	0.05%	0.25%	5.39%	86.56%	4.66%	0.69%	0.08%
BB	0.02%	0.05%	0.40%	4.89%	82.28%	5.60%	0.23%
B	0.00%	0.03%	0.10%	0.40%	4.67%	61.93%	1.40%
CCC	0.00%	0.00%	0.00%	0.53%	1.74%	3.46%	58.62%

上記の方法で求めた期待デフォルト確率の推移を図表８に掲げた。なお、ここでは、上述のように、リスクプレミアムについてはl_j（3）までを採用したため、４年目迄の期待デフォルト確率が計算される。結果をみると、YTMが30%程度と非常に高い水準となっていたB格、CCC格のデフォルト確率が圧倒的に大きく、４年迄では両者とも80%強の確率でデフォルトを来すことが社債流通価格にインプライされていることになる（なお、本稿末の参考１に１年迄〜４年迄の累積格付遷移行列<回収率は４通り>を示した）。

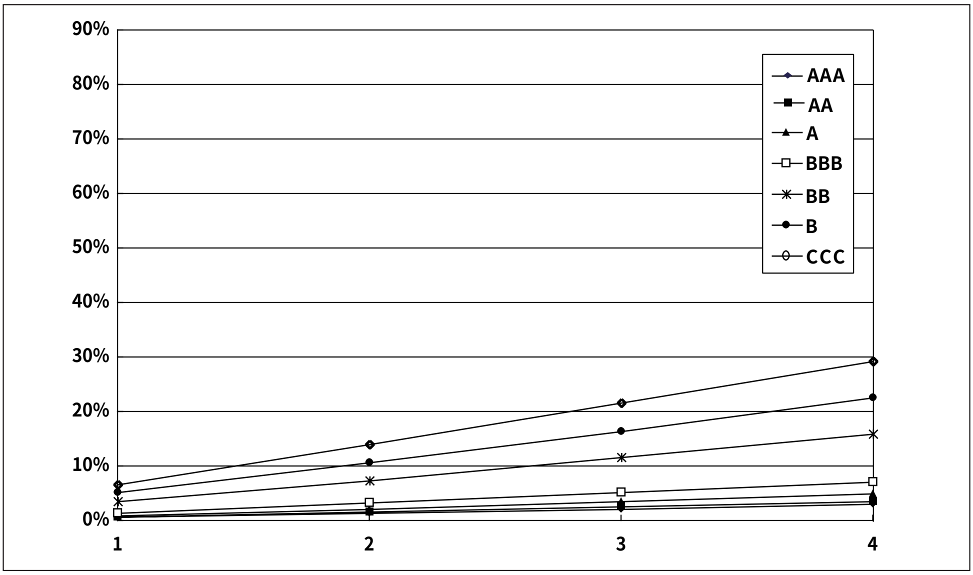
図表８　本邦の格付ごとの累積期待デフォルト確率（横軸：年数）



さて、参考までに、米国の社債価格にインプライされている期待デフォルト確率の算出を行い、本邦市場と米国市場の比較を行ってみる。ここで、米国市場の社債利回りと無リスク金利データは98年10月12日時点のものを、またMoody’sの格付遷移行列は98年7月27日時点ものを使用した[13]。なお、回収率δも上記の本邦市場の場合と同様に0.1と仮定した。この結果が図表９である。これを図表８と比較すると、回収率が日米とも0.1であるとの仮定の下では、期待デフォルト確率はAAA〜BBB格ではほぼ同様の水準となっているが、BB格以下では特にB、CCC格で本邦市場の期待デフォルト確率が米国市場のそれを大きく上回っていることがわかる（なお、本稿末の参考２に１年迄〜４年迄の累積格付遷移行列<回収率は0.1の場合>を示した）。

13　これらのデータはJ.P. Morganのホームページから入手した。なお、利回りデータはYTMベースである。

図表９　米国の格付ごとの累積期待デフォルト確率（横軸：年数）



とくにB、CCC格で本邦市場の期待デフォルト確率が米国市場のそれを大きく上回っていることについては、サンプル数が少ないため断定的な結論を導くことは難しいが、次のような背景が存在すると推測可能である（これらが同時に成立していることも考えられる)。

①市場はB、CCC格企業の信用度に対して格付機関よりも一層厳しい評価を下していること。

②格付機関の格付見直しが、企業の信用度変化に対する市場の評価の変化に遅行する傾向があること。

③社債利回りには信用度に対応するスプレッドのほかに、流動性に対応するスプレッドも内包されるが、このB､CCC格企業の社債利回りには非常に大きな流動性スプレッドが含まれている可能性があること。

（３）回収率の影響

ここまでは回収率 δ=0.1と先験的に仮定してきたが、社債流通価格は期待デフォルト確率と回収率を変数としているため、社債流通価格を所与のものとすると、市場がインプライしている回収率を別途推定できれば、期待倒産確率を正確に算出できることになる。しかしながら、本稿の枠組みでは回収率と期待デフォルト確率を同時に推定することは困難である（回収率は外生的に与えられる）ほか、ヒストリカルデータを使用するとしても、本邦では、これまで社債のデフォルト事例が極めて少なかったため、ヒストリカルデータから回収率を推定することも難しい[14]。

14 米国における社債のデフォルト事例に関するヒストリカルデータを使用するということも案としては考えられるが、日米の倒産法制の相違などもあり、本稿では米国のデータをそのまま使うことは難しいと判断した。

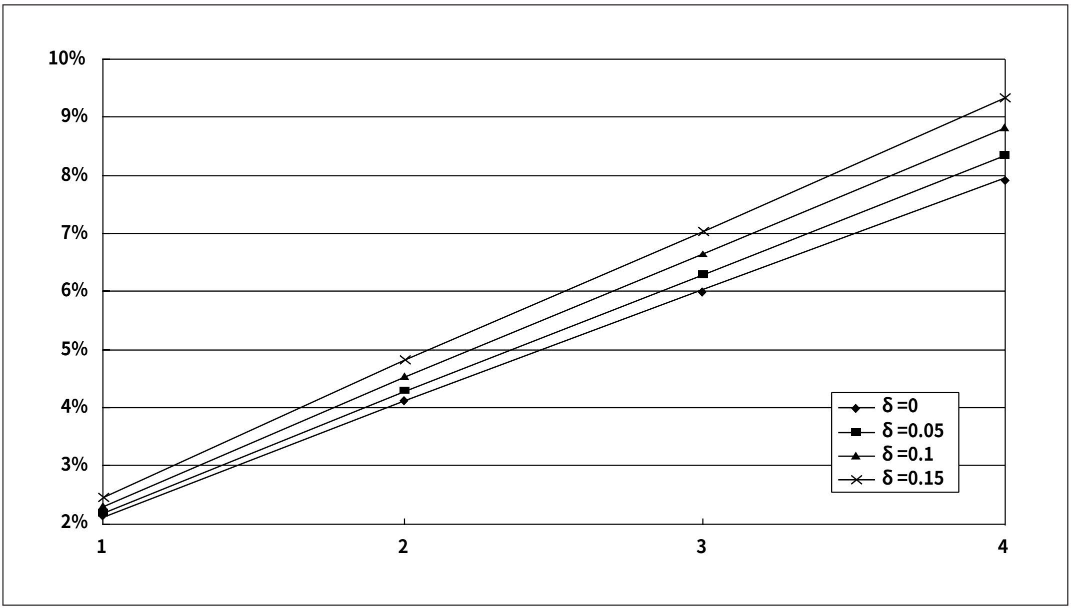
このため、ここでは外生的に回収率δを与える場合、回収率の水準によって、社債価格を所与とした際に期待デフォルト確率がどの程度変わり得るのかをみることとする。

なお、ここでは、回収率δを0～0.15のレンジにおいて0.05刻みで変化させることとする。これは、δを0.2超に設定すると、$l_j(3)$もリスクプレミアムの上下限に抵触するようになるためである。

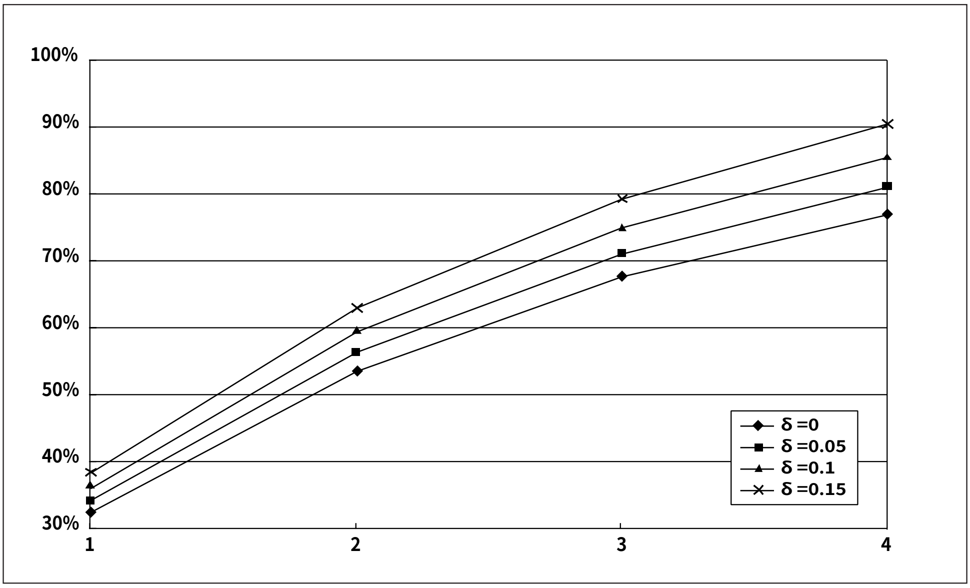
このうちBBB格とCCC格について、回収率ごとの累積デフォルト確率をみると（図表10、11）、いずれも回収率が上昇すると累積期待デフォルト確率も上昇することがわかる（同様の傾向は、他の格付においても得られる）。これは、市場で観測される社債価格を所与とする時に、回収率の増加による社債からの期待キャッシュフローの現在価値上昇が、期待デフォルト確率の上昇による期待キャッシュフローの現在価値低下で調整されるためである。

回収率の水準によってどの程度期待デフォルト確率が異なるかについて、BBB格とCCC格を比較すると、４年迄の累積期待デフォルト確率の格差は、BBB格では最大1.4%ポイント（δ=0の場合とδ=0.15の場合との格差）であるのに対し、CCC格では最大13.5%ポイント格差が発生している（ただし、格差率ベースでは両者とも最大+17%）。したがって回収率を外生的に与える際には、その水準によって、とくに低格付の期待デフォルト確率が相対的に大きく変化するため、結果の解釈には注意が必要であると考えられる。

図表10　各回収率に基づく累積期待デフォルト確率（BBB格）



図表11　各回収率に基づく累積期待デフォルト確率（CCC格）



3－3 株価情報から推定した期待デフォルト確率との比較

前節までは社債価格から期待デフォルト確率を求めてきたが、本節では企業の株価情報にインプライされている期待デフォルト確率を算出し、社債価格から求めた期待デフォルト確率との比較を行う。流通市場での株価形成過程においては、社債価格と同様、市場は企業の信用度に関する情報を価格に反映させていると考えられる。したがって、社債価格と株価からそれぞれ推定された期待デフォルト確率の間には、推定におけるプライシング・モデルやパラメータ設定に絡む諸問題があるにせよ、例えば格付に比例して期待デフォルト確率が大きくなるという共通性があることが予想されるほか、期待デフォルト確率の水準自体についても一定の関係があるということも考えられる。したがって、社債価格と株価からそれぞれ推定された期待デフォルト確率を比較することには一定の意義があると判断できよう。

本稿では、株価情報を用いた期待デフォルト確率の推定を次のように行う（具体的な定式化および期待デフォルト確率の算出手法については、補論を参照されたい）。

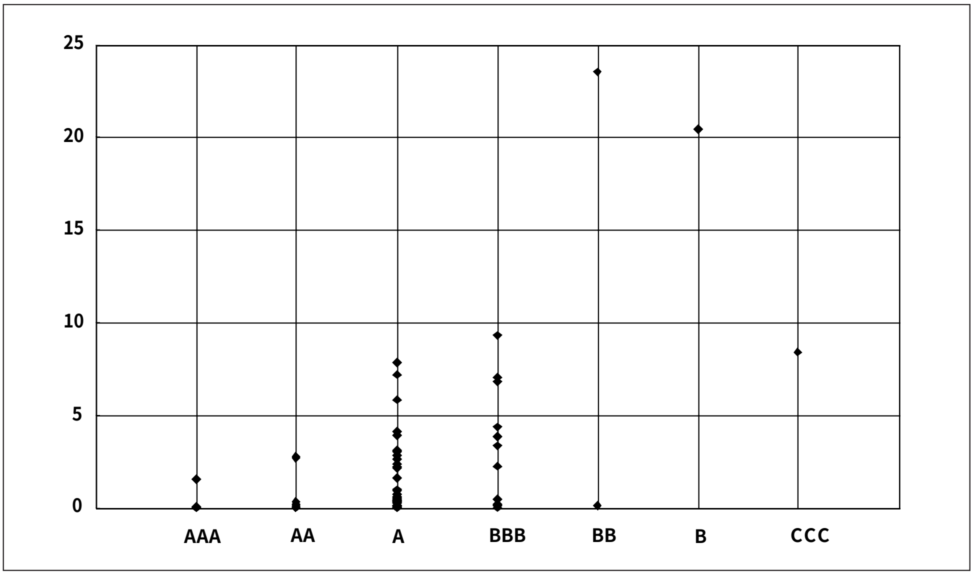
まず、企業の資本構成が、一種類の負債と株主資本からなると仮定する。ここで企業のデフォルトは、負債満期に資産の市場価値が負債の市場価値を下回ることとする。この場合、期待デフォルト確率は「企業資産を原資産とし、負債価値を行使価格とするオプションにおいて負債満期時点でイン・ザ・マネーとなる確率」と定義される。このオプションを評価することにより、株価にインプライされている期待デフォルト確率を推定することができるのである。

さて、3－1でYTM算出に用いた社債の発行企業の株価および財務情報を用いて、

１年後の各社の期待デフォルト確率を推定する[15]。期待デフォルト確率の推定は98年10月9日時点で行うこととし、株価収益率と同ボラティリティ[16]は当日までの3カ月のヒストリカルデータから、財務情報は直近決算データから、各々算出した[17]。

その結果が図表12、13である（図表13には、社債YTMから求めた期待デフォルト確率＜回収率を0.1と仮定＞も参考として掲げた）。全体的には次の諸点を指摘することができよう。

図表12　株価情報から求めた期待デフォルト確率の分布（%）



図表13　株価情報から求めた期待デフォルト確率（上段:平均、下段:分散）

AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
0.23%	0.39%	1.54%	3.42%	11.83%	20.45%	8.37%
(0.57%)	(0.89%)	(2.05%)	(3.21%)	(16.54%)	(－)	(－)

＜参考＞:社債YTMから求めた期待デフォルト確率（回収率=0.1）

0.60%	0.79%	1.32%	2.31%	6.55%	31.48%	35.65%

15　本稿では、将来の特定の時点（ここでは１年後）でデフォルトする確率を求めている。一方、社債YTMから推定した期待デフォルト確率は、将来の特定時点までに（ここでは１年間）デフォルトする確率である。

16　ボラティリティは、本来は予想される将来のボラティリティを使用すべきであるが、ここでは単純にヒストリカル・ボラティリティを将来の予想ボラティリティとみなして期待デフォルト確率の推定を行う。また、ヒストリカル・ボラティリティ算出のためのデータ観測期間も結果として算出される期待デフォルト確率の水準に影響を与え得るが、本稿ではこの点については考慮せず、観測期間３カ月のヒストリカル・ボラティリティのみを使用した。

17　データはBloombergから入手した。ただし、財務情報がBloombergから入手できなかった一部の企業は分析の対象から除外した。

①株価情報から求めた期待デフォルト確率は、サンプル平均でみると、BBB格以上では格付が低いほど大きいこと（この傾向は、社債YTMから求めた期待デフォルト確率の場合と同様である）。

②期待デフォルト確率の水準は、社債YTMから求めた期待デフォルト確率と比較して、BBB格以上ではおおむね同様であること（例えば、A格の期待デフォルト確率は、株価情報から求めたものが1.54%＜平均＞、社債YTMから求めたものが1.32%＜回収率=0.1と仮定＞）。また、BB格以下では、社債YTMから求めた期待デフォルト確率と水準が大きく異なること。

――― BB格以下で社債YTMから求めた期待デフォルト確率と水準が大きく異なることについては、株価情報から期待デフォルト確率を推定する際に用いる株価ボラティリティをヒストリカルデータで代用させていることが背景となっていると考えられる。つまり、BB格以下のような相対的に信用度が低い企業の場合、資産の市場価値と負債の市場価値の差が高格付企業に比べて相対的に接近しているため、資産価値のボラティリティの変化に対するデフォルト確率の変化率は大きくなる。このため、インプット情報である株価のヒストリカル・ボラティリティの置き方によって、算出される期待デフォルト確率は大きく変化し得る可能性があるのである。

③同一格付内でも、期待デフォルト確率にばらつきがみられること。また、格付が低いほど分散が大きくなる傾向があること。

――― 同一格付内でも株価情報から求めた期待デフォルト確率にかなりの格差が発生するということは、本来は社債価格から求まる期待デフォルト確率も個別企業によって大きく異なり得るということを示唆していると考えられる。しかし、ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルでは、格付という、信用度を大きな分類によって区分けする枠組みを前提としていることに加え、個別企業ごとではなく各格付を代表するイールドカーブを使用していること、から同モデルの枠組みを用いて社債価格から個別企業ごとの期待デフォルト確率を推定することは困難である[18]。

――― なお、BBB格以上の銘柄についても、株価ボラティリティをヒストリカル・ボラティリティで代用させているため、②のBB格以下の銘柄と同様に社債価格から推定した期待デフォルト確率と大きく乖離するとの問題が発生する可能性はある。しかし、BBB格以上ではBB格以下の相対的に信用度が低い企業に比べ、資産価値のボラティリティの変化に対するデフォルト確率の変化率は大きくないことから、そうした問題の発生は比較的少ないものと推量される。

18 社債価格から個別企業の期待デフォルト確率を推定するためには、例えばLongstaff and Schwartz［1995］やCathcart and El-Jahel［1998］による信用リスクのある割引債のプライシング・モデルを用いるということが考えられる。前者のモデルを使用した分析例としては、家田・吉羽［1999］がある。

4．おわりに

本稿では、Kijima and Komoribayashi［1998］が示した改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルを用いて、本邦の社債流通価格にインプライされている格付ごとの期待デフォルト確率の推定を行った。その結果、B格、CCC格のデフォルト確率が非常に高い水準にあることが判明した。この点については、B格、CCC格のサンプルが少ないため断定的な結論を導くことは難しいが、これらの格付銘柄に対して市場が格付機関よりも一層厳しい評価を下している等の背景があると推測できる。また、株価情報から推定した期待デフォルト確率と比較すると、本稿のサンプルではBBB格以上ではおおむね同様の傾向があることもわかった。

ただし、本稿の中でも適宜触れたが、モデルの仮定や使用データの面では、以下のような留意点があることを改めて指摘しておきたい。

（1）ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルのリスクプレミアムは、現実の市場からはその全てを推定することは困難であるため、推定可能なもので代用するというアプローチを採用していること。

（2）本邦には公表されているヒストリカルな格付遷移行列がほとんどないため、本稿では米国におけるMoody’s社の格付遷移行列を使用していること。

（3）社債の利回りデータについて、ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルの枠組みでは本来スポットレートを使うべきであるが、本稿ではデータの制約からYTMで代用していること。

（4）本邦では社債デフォルト時の回収率に関するヒストリカルなデータがないため、仮定を置かざるを得ないこと。

しかしながら、そうした留意点はあるが、本稿で示した手法を用いれば、社債市場で観測されるYTMやJGBスプレッド等の利回りベースのデータから、市場が織込んでいる期待デフォルト確率という具体的な数字を得ることができるという点で市場分析の観点から有効性が大きいということが可能である。また、本手法と株価情報から期待デフォルト確率を推定する手法を合せて利用することにより、社債市場と株式市場が織込んでいる個別企業の信用度を比較・分析することができるため、信用リスク管理にも活用可能であると考えられる。

（補論）株価情報にインプライされている期待デフォルト確率の推定

株価情報にインプライされている期待デフォルト確率をオプション価格理論により推定することが出来る。まず企業の資本構成が、一種類の負債と株主資本からなると仮定する。ここで企業のデフォルトは、負債満期に資産の市場価値が負債の市場価値を下回ることとする。この場合の期待デフォルト確率（Expected Default Frequency<EDF>）は、「企業資産を原資産とし、負債価値を行使価格とするオプションにおいて負債満期時点でイン・ザ・マネーとなる確率」と定義される。こうした期待デフォルト確率を計算する手法としてはKMVモデルが有名であり、その考え方の概要については例えばCrouhy and Mark［1998］等に示されている。

ここでは、EDF算出についてMerton［1974］の方式を用い、パラメータの推定方法については基本的に森平［1997］で示されている方法を踏襲する。それらの概要は次のとおりである。

（1）前提となる考え方

時点 t における企業の時価ベースのバランスシートは、資産 A_t、一種類の固定金利負債B_t、および株主資本E_t から構成されると仮定する（現時点は時間0、満期時点は時間 T）。

$$A_t = B_t + E_t \quad (t = 0, \cdots, T) \tag{1}$$

ここで資産 A_t は次のような確率過程（$\tilde{A}_t$）に従うと仮定する。

$$d\tilde{A}_t = r_A \tilde{A}_t\, dt + \sigma_A \tilde{A}_t\, d\tilde{z}_t \tag{2}$$

ただし、r_A：資産の期待成長率

σ_A：資産期待成長率のボラティリティ

$d\tilde{z}_t$：ウィナー過程

この時、満期時点 T における資産の対数値は、平均 $\ln A_0 + \left(r_A - \dfrac{\sigma_A{}^2}{2} \right) T$、分散 $\sigma_A{}^2 T$ の正規分布に従う。

$$\ln \tilde{A}_T = \ln A_0 + \left(r_A - \frac{\sigma_A{}^2}{2} \right) T + \sigma_A \tilde{z}_t \tag{3}$$

（２）期待デフォルト確率EDFの算出

ここでデフォルトの定義は、「満期時点Tにおいて、資産額が負債額を下回り債務超過となっている（すなわち $\tilde{A}_T < B_T$となっている）こと」とする。これを数式で表現すれば以下のとおりである。

$$
\begin{aligned}
EDP &= \Pr(\tilde{A}_T < B_T \mid A_0) \\
&= \Pr(\ln\tilde{A}_T < \ln B_T \mid \ln A_0) \\
&= \Phi\left(\frac{\ln B_T - \left[\ln A_0 + \left(r_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T\right]}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

ただし、Φは標準正規分布の累積密度関数

（３）パラメータの推定[19]

(4) 式には５つのパラメータ（B_T, T, A_0, σ_A, r_A）が含まれている。このうち、負債満期Tは１年とし、満期時点の負債総額 B_T は直近決算時の負債額（簿価）[20]と仮定する。残りの３つのパラメータ（現在の資産時価 A_0、資産のボラティリティσ_A、資産の期待成長率 r_A）は以下の連立方程式（(5)～(7) 式）を解くことによって算出することが出来る。

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{E}_0 &= e^{-r_A T}\int_{-\infty}^{\infty} Max(\tilde{A}_T - B_T, 0)\, f(\tilde{A}_T)\, d\tilde{A}_T \\
&= A_0\Phi(d_1) - B_T e^{-r_A T}\Phi(d_2)
\end{aligned}
\tag{5}
$$

ただし、 $d_1 = \dfrac{\ln\dfrac{A_0}{B_T} + \left(r_A + \dfrac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A\sqrt{T}}$

$d_2 = d_1 - \sigma_A\sqrt{T}$

f は対数正規分布の確率密度関数

Φ は標準正規分布の累積密度関数

$$
\sigma_A = \frac{E_0}{A_0\Phi(d_1)}\sigma_E \tag{6}
$$

19　パラメータ推定の際の論点については、森平［1997］を参照されたい。

20　１年間という比較的短い期間には負債簿価はほとんど変化しないと仮定した。

$$r_A = \frac{E_0}{A_0} r_E + \left(1 - \frac{E_0}{A_0}\right) r_B \tag{7}$$

ただし、σ_E：株価のボラティリティ
E_0：株主資本
r_E：株主資本の期待成長率
r_B：負債時価の期待成長率

――― ここで、連立方程式を解く際には、以下の各種定数について市場で観測される株価情報等を使用する。

・株主資本 E_0：発行済株式数N×株価 S（Nは一定と仮定）
・株価ボラティリティσ_E：日次HV（観測期間３カ月）を年率換算
・株主資本の期待成長率 r_E：日次収益率の平均値（同）を年率換算
・負債時価の期待成長率 r_B：ゼロと仮定[21]

21 基本的に負債時価は市場から入手することが出来ないので、その期待成長率を推定することは極めて困難である。負債の期待成長率は（7）式によって資産の期待成長率に影響を与えるが、資産の期待成長率の水準自体は（4）式におけるEDFの評価にはそれほど大きな影響は与えないので、ゼロと仮定した。

（参考1）本邦社債流通価格から推定される累積格付遷移行列

＜回収率=0の場合＞

1年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	92.90%	5.91%	0.64%	0.00%	0.02%	0.00%	0.00%
AA	1.60%	89.92%	7.41%	0.26%	0.09%	0.01%	0.00%
A	0.07%	2.25%	91.34%	4.57%	0.44%	0.12%	0.01%
BBB	0.05%	0.25%	5.40%	86.77%	4.67%	0.70%	0.08%
BB	0.02%	0.05%	0.40%	4.92%	82.86%	5.63%	0.23%
B	0.00%	0.03%	0.10%	0.42%	4.88%	64.77%	1.47%
CCC	0.00%	0.00%	0.00%	0.55%	1.83%	3.65%	61.87%

2年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	86.42%	10.82%	1.61%	0.05%	0.04%	0.00%	0.00%
AA	2.93%	81.17%	13.46%	0.80%	0.20%	0.03%	0.00%
A	0.17%	4.10%	83.93%	8.19%	1.00%	0.24%	0.02%
BBB	0.10%	0.58%	9.68%	76.03%	8.05%	1.33%	0.14%
BB	0.04%	0.11%	0.98%	8.46%	70.20%	8.38%	0.42%
B	0.00%	0.05%	0.20%	0.88%	7.27%	41.69%	1.86%
CCC	0.00%	0.00%	0.04%	0.93%	2.88%	4.70%	38.35%

3年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	80.56%	14.90%	2.83%	0.14%	0.07%	0.01%	0.00%
AA	4.03%	73.60%	18.41%	1.54%	0.34%	0.06%	0.00%
A	0.28%	5.62%	77.59%	11.07%	1.63%	0.37%	0.03%
BBB	0.15%	0.95%	13.08%	67.27%	10.54%	1.84%	0.18%
BB	0.05%	0.18%	1.66%	11.03%	60.63%	9.36%	0.55%
B	0.00%	0.07%	0.30%	1.33%	8.23%	26.43%	1.75%
CCC	0.00%	0.01%	0.10%	1.19%	3.42%	4.49%	23.74%

4年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	75.12%	18.24%	4.22%	0.30%	0.11%	0.01%	0.00%
AA	4.94%	66.92%	22.42%	2.40%	0.52%	0.10%	0.01%
A	0.41%	6.86%	72.03%	13.34%	2.29%	0.48%	0.05%
BBB	0.19%	1.33%	15.75%	59.98%	12.38%	2.20%	0.22%
BB	0.07%	0.26%	2.40%	12.86%	53.15%	9.20%	0.61%
B	0.01%	0.09%	0.41%	1.70%	8.36%	16.23%	1.45%
CCC	0.00%	0.02%	0.18%	1.37%	3.63%	3.73%	14.60%

＜回収率=0.05の場合＞

1年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	92.87%	5.91%	0.64%	0.00%	0.02%	0.00%	0.00%
AA	1.60%	89.88%	7.41%	0.26%	0.09%	0.01%	0.00%
A	0.07%	2.25%	91.28%	4.57%	0.44%	0.12%	0.01%
BBB	0.05%	0.25%	5.40%	86.67%	4.66%	0.70%	0.08%
BB	0.02%	0.05%	0.40%	4.90%	82.59%	5.62%	0.23%
B	0.00%	0.03%	0.10%	0.41%	4.78%	63.43%	1.44%
CCC	0.00%	0.00%	0.00%	0.54%	1.79%	3.56%	60.33%

2年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	86.38%	10.81%	1.61%	0.05%	0.04%	0.00%	0.00%
AA	2.93%	81.11%	13.45%	0.80%	0.20%	0.03%	0.00%
A	0.17%	4.10%	83.82%	8.18%	1.00%	0.24%	0.02%
BBB	0.10%	0.58%	9.67%	75.87%	8.03%	1.31%	0.14%
BB	0.04%	0.11%	0.97%	8.42%	69.81%	8.23%	0.41%
B	0.00%	0.05%	0.19%	0.86%	7.02%	39.55%	1.76%
CCC	0.00%	0.00%	0.04%	0.90%	2.76%	4.42%	35.98%

3年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	80.50%	14.88%	2.83%	0.14%	0.07%	0.01%	0.00%
AA	4.03%	73.52%	18.39%	1.53%	0.34%	0.06%	0.00%
A	0.28%	5.61%	77.46%	11.05%	1.62%	0.36%	0.03%
BBB	0.14%	0.94%	13.05%	67.09%	10.51%	1.79%	0.18%
BB	0.05%	0.18%	1.65%	10.96%	60.24%	8.98%	0.52%
B	0.00%	0.07%	0.29%	1.27%	7.81%	23.85%	1.57%
CCC	0.00%	0.01%	0.10%	1.13%	3.21%	4.01%	20.97%

4年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	75.04%	18.22%	4.21%	0.30%	0.11%	0.01%	0.00%
AA	4.94%	66.84%	22.38%	2.39%	0.52%	0.09%	0.01%
A	0.41%	6.85%	71.87%	13.30%	2.29%	0.46%	0.04%
BBB	0.19%	1.33%	15.70%	59.79%	12.36%	2.07%	0.20%
BB	0.07%	0.26%	2.38%	12.78%	52.90%	8.48%	0.55%
B	0.01%	0.08%	0.39%	1.61%	7.80%	13.40%	1.18%
CCC	0.00%	0.02%	0.17%	1.27%	3.33%	3.05%	11.67%

＜回収率=0.1の場合＞

1年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	92.84%	5.90%	0.64%	0.00%	0.02%	0.00%	0.00%
AA	1.60%	89.85%	7.40%	0.26%	0.09%	0.01%	0.00%
A	0.07%	2.25%	91.22%	4.57%	0.44%	0.12%	0.01%
BBB	0.05%	0.25%	5.39%	86.56%	4.66%	0.69%	0.08%
BB	0.02%	0.05%	0.40%	4.89%	82.28%	5.60%	0.23%
B	0.00%	0.03%	0.10%	0.40%	4.67%	61.93%	1.40%
CCC	0.00%	0.00%	0.00%	0.53%	1.74%	3.46%	58.62%

2年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	86.32%	10.81%	1.61%	0.05%	0.04%	0.00%	0.00%
AA	2.93%	81.04%	13.44%	0.80%	0.20%	0.03%	0.00%
A	0.17%	4.09%	83.71%	8.17%	1.00%	0.24%	0.02%
BBB	0.10%	0.58%	9.65%	75.70%	8.00%	1.29%	0.13%
BB	0.04%	0.11%	0.97%	8.38%	69.37%	8.06%	0.40%
B	0.00%	0.05%	0.19%	0.83%	6.73%	37.18%	1.65%
CCC	0.00%	0.00%	0.04%	0.85%	2.62%	4.12%	33.36%

3年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	80.43%	14.87%	2.83%	0.14%	0.07%	0.01%	0.00%
AA	4.03%	73.44%	18.36%	1.53%	0.34%	0.06%	0.00%
A	0.28%	5.60%	77.31%	11.02%	1.62%	0.35%	0.03%
BBB	0.14%	0.94%	13.01%	66.89%	10.47%	1.72%	0.17%
BB	0.05%	0.18%	1.64%	10.89%	59.83%	8.54%	0.48%
B	0.00%	0.06%	0.28%	1.21%	7.35%	20.98%	1.36%
CCC	0.00%	0.01%	0.10%	1.05%	2.97%	3.49%	17.89%

4年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	74.96%	18.20%	4.21%	0.30%	0.11%	0.01%	0.00%
AA	4.93%	66.74%	22.34%	2.39%	0.52%	0.09%	0.01%
A	0.41%	6.83%	71.69%	13.27%	2.28%	0.43%	0.04%
BBB	0.19%	1.33%	15.65%	59.59%	12.34%	1.91%	0.18%
BB	0.07%	0.26%	2.36%	12.70%	52.71%	7.60%	0.47%
B	0.01%	0.08%	0.37%	1.52%	7.18%	10.25%	0.88%
CCC	0.00%	0.01%	0.16%	1.16%	3.00%	2.30%	8.40%

＜回収率=0.15の場合＞

1年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	92.81%	5.90%	0.64%	0.00%	0.02%	0.00%	0.00%
AA	1.60%	89.80%	7.40%	0.26%	0.09%	0.01%	0.00%
A	0.07%	2.25%	91.14%	4.57%	0.44%	0.12%	0.01%
BBB	0.05%	0.25%	5.38%	86.44%	4.65%	0.69%	0.08%
BB	0.02%	0.05%	0.40%	4.87%	81.94%	5.57%	0.23%
B	0.00%	0.03%	0.09%	0.39%	4.54%	60.26%	1.37%
CCC	0.00%	0.00%	0.00%	0.51%	1.68%	3.34%	56.71%

2年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	86.26%	10.80%	1.61%	0.05%	0.04%	0.00%	0.00%
AA	2.92%	80.97%	13.42%	0.80%	0.20%	0.03%	0.00%
A	0.17%	4.09%	83.58%	8.16%	1.00%	0.23%	0.02%
BBB	0.10%	0.58%	9.62%	75.51%	7.97%	1.27%	0.13%
BB	0.04%	0.11%	0.96%	8.32%	68.90%	7.86%	0.39%
B	0.00%	0.05%	0.18%	0.79%	6.41%	34.53%	1.52%
CCC	0.00%	0.00%	0.04%	0.81%	2.47%	3.79%	30.42%

3年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	80.36%	14.85%	2.82%	0.14%	0.07%	0.01%	0.00%
AA	4.02%	73.35%	18.34%	1.53%	0.34%	0.06%	0.00%
A	0.28%	5.59%	77.14%	11.00%	1.62%	0.33%	0.03%
BBB	0.14%	0.94%	12.97%	66.67%	10.43%	1.64%	0.16%
BB	0.05%	0.18%	1.63%	10.81%	59.41%	8.01%	0.44%
B	0.00%	0.06%	0.26%	1.14%	6.83%	17.77%	1.13%
CCC	0.00%	0.01%	0.09%	0.97%	2.71%	2.90%	14.44%

4年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	74.86%	18.17%	4.20%	0.30%	0.11%	0.01%	0.00%
AA	4.92%	66.62%	22.30%	2.38%	0.52%	0.08%	0.01%
A	0.41%	6.82%	71.49%	13.23%	2.29%	0.38%	0.03%
BBB	0.19%	1.32%	15.59%	59.38%	12.35%	1.69%	0.14%
BB	0.07%	0.26%	2.35%	12.62%	52.66%	6.45%	0.36%
B	0.01%	0.07%	0.35%	1.41%	6.51%	6.72%	0.53%
CCC	0.00%	0.01%	0.15%	1.04%	2.63%	1.47%	4.72%

（参考2）米国社債流通価格から推定される累積格付遷移行列

＜回収率=0.1の場合＞

1年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	92.81%	5.90%	0.64%	0.00%	0.02%	0.00%	0.00%
AA	1.60%	89.87%	7.40%	0.26%	0.09%	0.01%	0.00%
A	0.07%	2.26%	91.47%	4.58%	0.45%	0.12%	0.01%
BBB	0.05%	0.26%	5.44%	87.33%	4.70%	0.70%	0.08%
BB	0.02%	0.05%	0.41%	5.05%	85.00%	5.78%	0.23%
B	0.00%	0.04%	0.13%	0.55%	6.46%	85.72%	1.94%
CCC	0.00%	0.00%	0.00%	0.76%	2.52%	5.01%	84.98%

2年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	86.19%	10.79%	1.61%	0.05%	0.04%	0.00%	0.00%
AA	2.92%	80.97%	13.44%	0.80%	0.20%	0.03%	0.00%
A	0.17%	4.10%	84.02%	8.21%	1.01%	0.27%	0.02%
BBB	0.10%	0.58%	9.75%	76.55%	8.13%	1.49%	0.16%
BB	0.04%	0.11%	1.01%	8.71%	72.45%	9.84%	0.51%
B	0.00%	0.08%	0.29%	1.29%	11.03%	73.28%	3.29%
CCC	0.00%	0.01%	0.06%	1.45%	4.59%	8.60%	71.26%

3年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	79.93%	14.79%	2.81%	0.14%	0.07%	0.01%	0.00%
AA	4.01%	73.11%	18.31%	1.53%	0.34%	0.07%	0.00%
A	0.28%	5.60%	77.39%	11.05%	1.62%	0.44%	0.04%
BBB	0.15%	0.95%	13.12%	67.51%	10.56%	2.27%	0.24%
BB	0.06%	0.19%	1.71%	11.30%	61.88%	12.53%	0.78%
B	0.01%	0.12%	0.48%	2.11%	14.06%	62.66%	4.14%
CCC	0.00%	0.02%	0.16%	2.07%	6.21%	10.99%	58.83%

4年迄	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	74.23%	18.04%	4.17%	0.29%	0.11%	0.02%	0.00%
AA	4.89%	66.25%	22.20%	2.38%	0.51%	0.12%	0.01%
A	0.41%	6.81%	71.55%	13.28%	2.26%	0.63%	0.06%
BBB	0.19%	1.33%	15.75%	60.11%	12.21%	2.99%	0.32%
BB	0.07%	0.27%	2.45%	13.10%	53.10%	14.05%	1.03%
B	0.01%	0.15%	0.70%	2.93%	15.89%	53.06%	4.59%
CCC	0.00%	0.03%	0.30%	2.61%	7.40%	12.32%	48.12%

参考文献

荒木光二郎・石渡 明・西村昭洋、「格付けを利用した信用リスクの計測について」、『証券アナリスト・ジャーナル』、1998年4月

家田　明・吉羽要直、「社債流通価格にインプライされている期待デフォルト確率の信用リスク・プライシング・モデルによる推定（２）――ロングスタッフとシュワルツのモデルを用いて――」、『金融研究』第18巻別冊第１号（当号）、日本銀行金融研究所、1999年、135-151頁

森平爽一郎、「倒産確率推定のオプション・アプローチ」、『証券アナリスト・ジャーナル』、1997年10月

Cathcart, Lara and Lina El-Jahel, “Valuation of Defaultable Bonds,” *Journal of Fixed Income*, 8 (1), June 1998, pp. 65-78.

CreditMetrics™, J.P. Morgan, 1997.

Crouhy, Michel and Robert Mark, “A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models,” Presentation at the Conference on Credit Modeling and the Regulatory Implications, 1998.

Jarrow, Robert A., David Lando and Stuart M. Turnbull, “A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads,” *Review of Financial Studies*, 10 (2), 1997, pp. 481-523.

Kijima, Masaaki and Katsuya Komoribayashi, “A Markov Chain Model for Valuing Credit Risk Derivatives,” *Journal of Derivatives*, 6 (1), Fall 1998, pp. 97-108.

Longstaff, Francis A. and Eduardo S. Schwartz.,“A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt,” *Journal of Finance*, 50 (3), 1995, pp. 789-819.

Merton, Robert C., “On the Pricing of Corporate Debt : The Risk Structure of Interest Rates,” *Journal of Finance*, 29, 1974, pp. 449-470.