

金融市場における期待形成の変化 オプション取引価格の情報変数としての 有用性に関する一考察

白塚重典
中村 恒

要 旨

本稿では近年著しく発展しているデリバティブ市場に着目し、オプション取引価格の情報変数としての有用性について検討を加える。オプション取引価格からは、原資産の将来価格の期待分布（インプライド確率分布）に関する情報を得ることができる。この情報を利用することで、市場参加者の原資産価格変動の期待について、どれだけの広がりがあるのか、上昇・下落どちらの方向へのリスクを大きいと考えているのか、あるいは期待分布の裾がどれほど重く、市場に大幅な価格変動が生じるリスクがどの程度あると考えているのか、といった点を検討することができる。本稿では、こうした手法の有用性をケース・スタディにより検討する。具体的には、株価指数オプションおよび長期国債先物オプションを採り上げ、インプライド確率分布を推計し、その変化を時系列的に観察する。ケース・スタディの対象期間は、1989年から1990年にかけてのバブル崩壊期、1992年から1994年の株価ボトム期¹、およびデフレ・スパイラルの懸念が高まった1995年の3つの期間とし、市場の期待形成の変化とその金融政策運営上の含意を検討する。

キーワード：オプション、インプライド確率分布、期待形成、
金融政策、情報変数

本稿の作成に当たっては、北川源四郎教授（統計数理研究所）、倉澤資成教授（横浜国立大学）、林 文夫教授（東京大学）、深尾光洋教授（慶應義塾大学）、星 岳雄準教授（カリフォルニア大学サンディエゴ校）、永原裕一専任講師（明治大学）、佐藤整尚助手（統計数理研究所）の各先生方から有益なコメントを頂戴した。なお、本稿で示されている内容および意見は筆者たち個人に属し、日本銀行あるいはシカゴ連邦準備銀行の公式見解を示すものではない。

白塚重典 シカゴ連邦準備銀行調査局

（派遣中、E-mail:Shigenori.Shiratsuka@chi.frb.org）

中村 恒 日本銀行企画室（E-mail:hisashi.nakamura@boj.or.jp）

1 本稿では1992年8月に日経平均株価（終値）が1万5000円を割り込んだ前後を「株価ボトム期」として記述している。しかしながら、本稿脱稿後、日経平均株価（終値）は1998年8月末以降、1万4000円を割り込み、1992年8月18日に記録したバブル崩壊後の最安値（1万4309円、終値ベース）を更新している。

1. はじめに

本稿では、近年著しく発展しているデリバティブ市場に着目し、オプション取引価格の情報変数としての有用性を検討する。そのために、オプション市場での価格データを基に価格変動に関する期待分布を推計し、その変化を時系列的に眺めることを通じて、市場参加者の期待形成の変化とそれに金融政策が及ぼした影響を検証する。

一般に、資産価格の変動には、市場参加者の期待形成の変化が大きく影響している。例えば、バブル期には資産価格が大幅に変動し、同時に実体経済も大きく変動したが、その背景としては、人々の期待形成が大きく変化していたことが大きかったと推測される。すなわち、バブルの発生・拡大期は期待が著しく強化していたため、金利が多少上昇してもそうした期待はほとんど変化しなかったと考えられる。そのような状況の下では、期待の変化を生み出す金利の上昇幅はかなり大きなものとならざるを得ない。このことは逆に言えば、期待が修正されるまでは高金利であっても引き締め効果はあまり発揮されないが、いったん期待の修正が行われると、もともとの金利上昇の効果に、さらにリスク・プレミアムの拡大を通じた期待修正の効果加わるため、資産価格への下方圧力が極めて大きくなることを意味している。

こうした問題意識に立脚して、以下ではオプション市場での価格データを基に、市場で形成される資産価格の水準に対して、市場参加者がどのような期待を形成し、それがどのように変化したかを検証する。具体的には、同一の原資産、満期日までの残存期間を有する異なる権利行使価格のオプション価格を使って、市場における原資産価格の期待分布（インプライド確率分布、implied probability distribution）を推計する。この手法では、市場参加者の資産価格変動の期待にどれだけの広がりがあるかを観察できるだけでなく、彼らが上昇・下落どちらの方向へのリスクを大きいと考えているのか、また、期待分布の裾がどれほど重く、市場に大幅な価格変動が生じるリスクがどの程度あると考えているのか、等の情報を抽出できる。

本稿では、こうした手法の有用性をケース・スタディにより検証する。ケース・スタディの対象としては、データの制約から主として1989年から1990年にかけてのバブル崩壊期²、1992年から1994年初にかけての株価ボトム期、およびデフレ・スパイラルの懸念が高まった1995年の3つの期間を採り上げる。その上で、市場の期待形成がどう変化し、その期待動向と将来資産価格に対する期待形成や金融・実体経済指標との関係がどの時点で、どのように変化したか、また金融政策の運営はこのような期待形成にどのような影響を及ぼしたか、といった点を時系列的に考察する。

2 バブル生成期において市場参加者の期待形成がどのように変化したかも興味深い論点であるが、わが国のオプション取引の開始は、日経平均株価オプションが1989年6月、債券先物オプションが1990年5月となっており、分析対象期間はバブル崩壊期以降に限定される。

本稿の構成は以下のとおりである。まず、第2節では、市場参加者の期待形成の変化を検証する基本的な枠組みを解説した上で、わが国オプション市場の特性を踏まえ、どのような手法を採用することが適当かを検討する。また、推計される各統計量の変動から市場参加者の期待形成のどのような変化が捕捉されるかとの概念整理を行うほか、本稿で採用する離散近似手法が抱える推計誤差の問題について検討する。第3節では、ケース・スタディを通じて、金融市場における期待形成のどのような変化がインプライド確率分布の変化から読み取れるかを、金融政策運営と関連させながら検証する。最後に第4節では結びとして政策的含意を含めた結論を述べる。また、補論では、インプライド確率分布の計算方法を具体的に解説するとともに、本稿で利用したオプション取引の概要を整理する。

2. 期待形成の変化を検証する基本的な枠組み

1970年代以降、デリバティブ取引価格を利用して、資産価格に対する市場の期待を抽出する方法が開発され、現在でもその手法は改善・発展を継続している³。本節では、こうした研究成果を踏まえ、デリバティブ取引価格を利用した市場における期待抽出の具体的な方法を概観する。また、利用するわが国のオプション市場データについて解説し、実証分析上の留意点を指摘する。その上で、本稿でどのような分析手法を採用するかを議論する。さらに、推計結果の見方について説明を加えるほか、本稿で採用する離散近似手法が抱える推計誤差の問題について検討する。

(1) デリバティブ情報を利用した市場期待の抽出方法

まず、資産市場でのデリバティブ情報を用いて市場参加者の将来資産価格の期待動向を分析する手法について解説する。

イ．市場期待の抽出方法

資産市場でのデリバティブ情報を用いて市場参加者の資産価格変動に関する期待動向を分析する手法として、以下の3つを挙げることができる。

第一に、スワップ金利や国債利回り等からインプライド・フォワードレートを導出し、マチュリティ別に期待金利を観察する方法がある。第二に、オプション価格情報を使って、ブラック＝ショールズ・モデル (Black and Scholes [1973]) から推計したインプライド・ボラティリティを観察し、将来資産価格に対する期待動向のバラツキを評価する手法がある。そして第三は、オプション価格情報を使用する点では第二の手法と同様であるが、期待分布のバラツキを観察するにとどまらず、同価格データから市場における原資産価格の将来期待の分布 (リスク中立インプライ

3 これらの手法について包括的なサーベイを行った研究として、Neuhaus [1995]、Söderlind and Svensson [1997]、Bahra [1996, 1997]、小田・吉羽 [1998] 等がある。

ド確率分布、risk-neutral implied probability distribution) 全体を導出する手法である。

この中で、第三の手法は、期待分布全体を推計することにより、将来の資産価格に対する市場期待を一層詳しく観察することができる。すなわち、市場参加者が抱く将来の資産価格動向に関する期待に、どれだけの広がりがあるか、上昇・下落どちらの方向へのリスクを大きいと考えているか、あるいは、期待分布の裾がどれほど重く、大きな価格変動が生じるリスクがどの程度存在すると考えているのか、等の情報をみることができ、金融政策運営の期待形成に対する影響を仔細に観察するには有用である。そこで以下では、インプライド確率分布の具体的な抽出方法について若干詳しく説明する。

ロ．インプライド確率分布の推計方法

インプライド確率分布の抽出方法は、事前に特定の分布関数を仮定するか否かを基準に、大きく2つに分類される。

事前に特定の分布関数を仮定するモデルとしては、原資産価格がジャンプ確率分布過程⁴に従うことを仮定したモデル (Malz [1996]、Bates [1991、1996、1997]) や原資産価格の確率密度関数が3つの対数正規分布を合わせた分布型に従うと仮定するモデル (Melick and Thomas [1997]) 等が考案されている。このほかにも様々な確率分布を仮定することで多くのバリエーションが想定可能である。しかし、現実の分析では、原資産価格がどのような確率分布に従っているのかを事前に認識することは不可能であり、推計過程で恣意性を排除できないとの欠点を有する。

他方、事前に特定の分布型を仮定しない、より制約の少ない分析方法としては、オプション価格データから有限差分法 (finite difference method)⁵を用いて直接原資産価格の分布型を推計する方法 (Breedon and Litzenberger [1978]、Neuhaus [1995]) や、スプライン関数と呼ばれる円滑化曲線を利用する方法 (小田・吉羽 [1998]) 等が挙げられる。

4 株価等の資産価格については、社会・経済を巡る情報が断続的に発生するため、時間的に連続して変動すると仮定する必然性は必ずしも高くない。この点に対応し、非連続的な価格変動を確率モデルとして表現する手法の一つとして、ファイナンス理論では、ジャンプ確率分布過程がしばしば利用される。ジャンプ確率分布過程としては、価格変動が離散的なポアソン過程に従うと仮定する純粋ジャンプ確率分布過程のほか、価格変動が連続的な変動を表すウィーナー過程と非連続的な変動を表すポアソン過程を加重した確率過程に従うと仮定する拡散ジャンプ分布過程が一般に利用されている。

5 有限差分法は、微分方程式を差分方程式に近似・変換し、数値計算によって解を求める方法で、デリバティブ価格を表した偏微分方程式の解を得るために広く利用されている。具体的には、例えば S を説明変数とする1階微分可能な連続関数 $f(S)$ があるとすると、説明変数に適当な有限区間を設定し、その区間を微小区間にさらに等分し、区分点を $S_1, S_2, \dots, S_k, \dots$ 、各区間の幅を ΔS とおけば、 S_k 点における1階の導関数 $\partial f / \partial S|_{S=S_k}$ を差分近似すると、前方差分近似 $\{f(S_{k+1}) - f(S_k)\} / \Delta S$ 、後方差分近似 $\{f(S_k) - f(S_{k-1})\} / \Delta S$ 、中心差分近似 $\{f(S_{k+1}) - f(S_{k-1})\} / 2\Delta S$ 、等の近似が主に考えられる。本稿では、これらの中で、対称性を有する中心差分近似を利用している。なお、有限差分法の詳細については、Hull [1997] 第15章を参照のこと。

(2) わが国への適用上の留意点

本稿で分析対象とするオプションは日経平均株価オプション（ヨーロピアン・オプション）と債券先物オプション（アメリカン・オプション）であり⁶、それぞれの実資産は日経平均株価と10年物利付国債先物である（各オプション取引の詳細については補論2を参照）⁷。以下ではこれら2種類のオプション・データについて、データ分析上どのような制約があるかを整理し、どのような推計手法を適用することが望ましいかを検討する。

第一の制約は、権利行使期間は、ともに最長で6ヶ月しか存在しないとの点である。この制約のため、各時点で推計できる将来金利期待の分布は、長くても半年先までしか分析できない。しかも中心限月交代の時期には、取引価格が資産価格に対する期待を正確に反映しないことが指摘されている。このため本稿では、原則として各時点において取引量が最大となっている限月を中心限月とみなすが⁸、その場合にも、可能な限り各限月の最終取引日前1週間を分析対象から排除することとする。

第二に、終値ベースのデータを利用することの限界である。すなわち、終値ベースのデータでは、異なる権利行使価格のオプション・プレミアムが、必ずしも同一時点で取引されていたとの保証はない。このため、オプション間で終値のついた時間帯に開きがあれば、権利行使価格間で裁定が十分働かない可能性が考えられる。この場合、推計されたインプライド確率分布の確率密度もバイアスを持ち得ることになる。

こうしたデータ上の問題に対処する方策としては、次の2つの方向での対応が考えられる。第一は、インプライド確率分布が複数の対数正規分布の合成であると仮定したり、スプライン関数により近似したり、といったかたちで、妥当な推計結果を得るために追加的な制約条件を果たす方策である。第二は、データ精査を十分にを行った上で、単純な離散近似を行う方策である。

本稿では、これら2種類の方策のうち後者を採用する。データ精査の工夫として、第一に、アウト・オブ・マネーとなっているプット/コール・オプションの両者を利用して推計を行った点が挙げられる。すなわち、まずアウト・オブ・ザ・マネーとなっているプット/コール・オプションそれぞれを使って2つのインプライド確率分布を推計しておき、アット・ザ・マネーを境界としてこれら2つのインプライド確率分布を合算する。また第二は、推計を行う際に、マイナスの相対頻度が得ら

6 ただし、本稿では、債券先物オプションについても、補論1で示すヨーロピアン・オプションの計算方法を適用する。一般に、アメリカン・オプションは権利行使日が任意であるため、ヨーロピアン・オプションよりも計算が複雑である。しかしながら、Chen and Scott [1993] では、アメリカン・タイプの金利先物オプションについて、売り手が証拠金を差し入れ、これが日々値洗いされる場合には、ヨーロピアン・オプションとして価格付け可能であることを示している。このため、同様の取引制度となっているわが国の債券先物オプションについては、ヨーロピアン・オプションとして評価することで問題ないと判断される。

7 このほか、ユーロ円金利先物オプションの取引も行われているが、取引開始が1991年7月と遅く、分析期間と重なる期間が短いほか、市場取引量も非常に少ないことから価格データの信頼度に問題が残るため、本稿では採り上げない。

8 債券先物オプションについては、原則として債券先物の中心限月と一致させている。なお、債券先物の中心限月は、債券先物の取引量が最大の限月であるが、債券先物オプションの取引量もほぼ同時期に取引量が最大の限月が交替している。

れる観測値を排除している点である。これは、前述のとおり、終値ベースのデータを使うため、異なる権利行使価格のオプション価格が必ずしも同時に取引されているわけではなく、完全に裁定が働いていない可能性がある点に配慮したものである。

要約すると、本稿で採用する推計手法は、プット・コール両者のオプション取引価格をアット・ザ・マネーの権利行使価格を境界として合算することで、両者の情報を効果的に活用できるとのメリットを有している。これは、日本のオプション市場のように、権利行使価格の設定数が限定的なオプション市場において、インプライド確率分布を推計する上で有利な手法であると考えられる。

(3) 期待形成変化の検証方法

本稿では、期待分布の変化を、推計されたインプライド確率分布における1次から4次までのモーメントとなる平均値、標準偏差、歪度、過剰尖度の4つの統計量を使って検証する。以下では、これら4種類の統計量の定義・意味を解説した後、これら統計量の変化から市場参加者の期待形成の変化をどう解釈できるか、との点を整理する。また、離散近似による推計手法がもたらすバイアスの可能性についても評価を加える。

イ．統計量の導出

具体的には、導出した確率分布のヒストグラムから平均 μ 、標準偏差 $Stdv$ 、歪度 $Skew$ (skewness)、過剰尖度 $Ex-Kurt$ (excess kurtosis) を求める。ただし、株価にしろ債券価格にしろ正の値しか取り得ない。従って、市場参加者の期待が、同一の確率空間に対応した同一の母集団に属しているとしても、将来資産に対する期待分布は対数正規分布に従う。すなわち、分布は右に歪んでいると予想される。しかし、上述した4種類の統計量の大きさを評価する際には、対数正規分布をベンチマークとするのは不便である。そこで本稿では、これらの統計量について、あらかじめ対数変換した権利行使価格を使って算出し、統計量の評価は正規分布をベンチマークとする。すなわち、補論に示すように有限差分法を使って表した(A-13)(A-14)式から導かれる $p(K_i)$ を用いれば、4種類の統計量はそれぞれ、

$$\mu = \sum \frac{\ln(K_i) + \ln(K_{i+1})}{2} p(K_i) \quad (1)$$

$$Stdv = \sqrt{\sum \left(\frac{\ln(K_i) + \ln(K_{i+1})}{2} - \mu \right)^2 p(K_i)} \quad (2)$$

$$Skew = \sum \left(\frac{\ln(K_i) + \ln(K_{i+1})}{2} - \mu \right)^3 p(K_i) / Stdv^3 \quad (3)$$

$$Ex - Kurt = \sum \left(\frac{\ln(K_i) + \ln(K_{i+1})}{2} - \mu \right)^4 p(K_i) / Stdv^4 - 3 \quad (4)$$

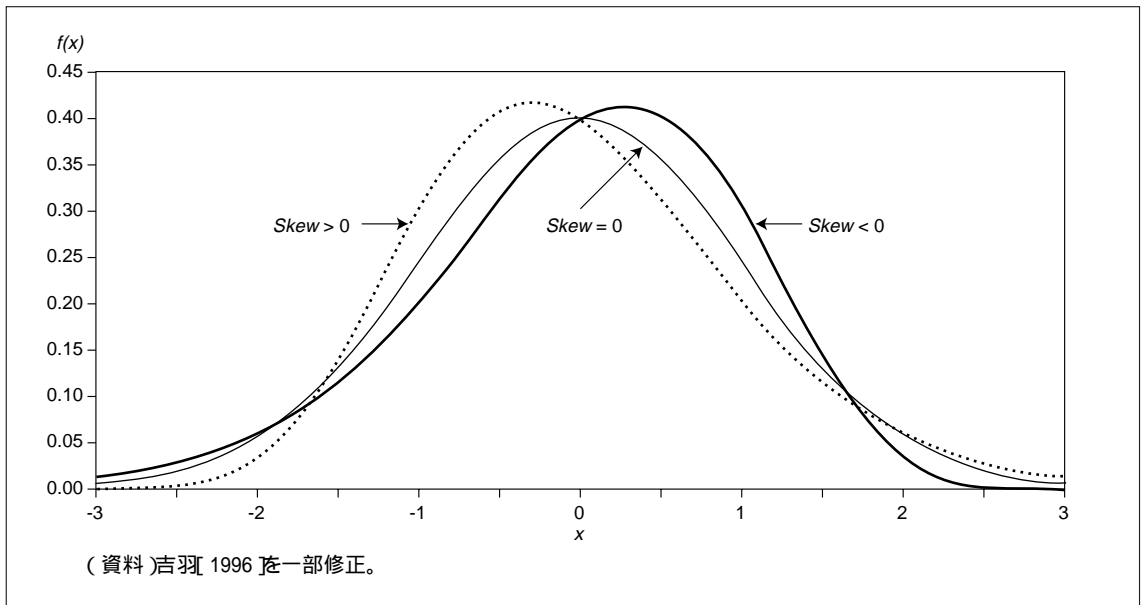
と表せる。

もっとも、推計されるリスク中立確率分布は、上述のとおり、真の確率分布に比べ平均値がリスク・プレミアムに対応する分、平行移動することになるが、リスク・プレミアムの大きさ自体を推計することは難しい⁹。このため、以下では、リスク・プレミアムの変化に影響を受けない2次以上のモーメントの変動に着目し、その時系列的な変動を考察することとする¹⁰。

ここで、各統計量の変化から読み取れる期待形成の変化を整理すると以下のとおりである。まず、2次のモーメントに相当する標準偏差からは、平均を観察するだけでは判別することのできない分布のバラツキ、すなわち、市場期待がどれほど広がりをもっているのかを観察することができる。

次に、3次のモーメントである歪度は、分布の左右の非対称度合いを表す統計量であり、正規分布ではゼロの値をとる。そして右に歪んだ分布では正、左に歪んだ分布では負の値をとる。これを図に表すと図1のとおりである。

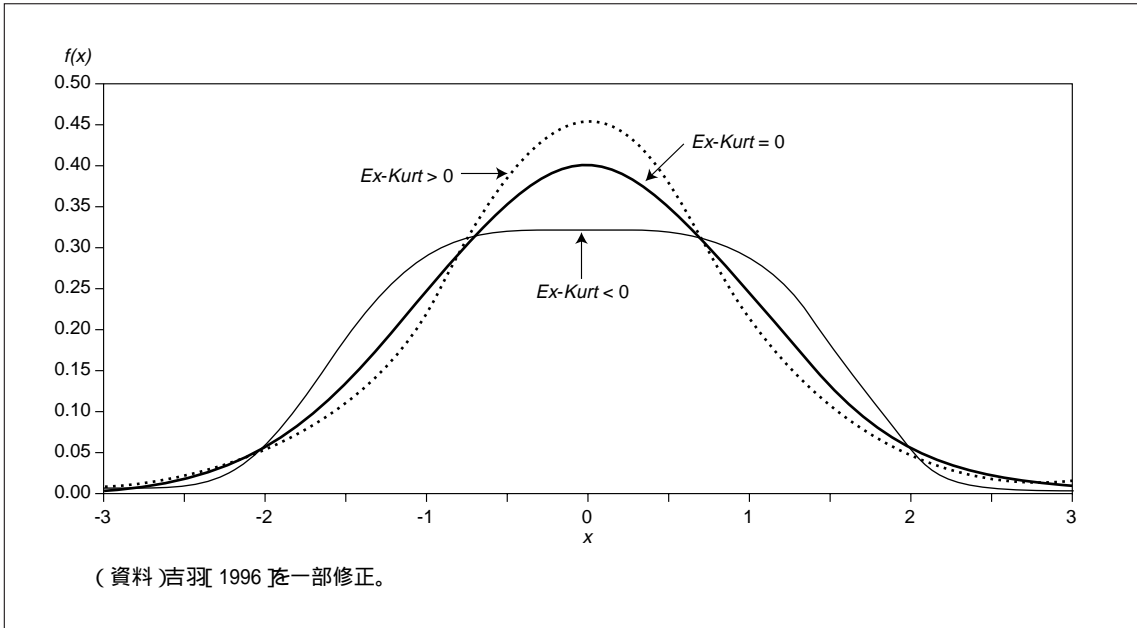
図1 歪度の概念図



9 本稿のモデルはリスク中立の世界を仮定しているが、実際の市場参加者は必ずしもリスク中立的とは限らない。また、その場合、時間を通じてリスク選好度は変動している可能性が高い。この場合、リスク中立を仮定して導出されたインプライド確率分布は、真の確率分布と異なることになる。ただし、Cox and Ross [1976] によると、リスク中立インプライド確率分布は、真の確率分布に比べ、平均値がリスク・プレミアムに対応する分平行移動するだけで、2次以降の高次モーメントには影響しないことが示されている。このことから、上記の方法でリスク中立インプライド確率分布を抽出したとき、標準偏差以上のモーメントについて問題は生じないものの、期待値の変動の中にはリスク・プレミアムの変動が含まれており、しかもその動向を識別することが不可能である。

10 ただし、Bates [1991] 等で指摘されているとおり、満期日までの残余期間と期待分布の標準偏差は大きめに比例することが一般に知られている。このため、推計された標準偏差については、360を満期日までの残余期間で除した値の平方根を乗じて年率換算値に調整している。

図2 過剰尖度の概念図



この歪度からは、分布自体がどちらの方向に歪みを持っているかがわかるため、市場期待が将来の資産価格について上方・下方のいずれの方向に変動するリスクが大きいと予想しているかを観察することができる。例えば、分布が右に歪んでいるときは、平均よりも高い資産価格が実現することを期待する市場参加者が相対的に多いことを示している。

最後に、4次のモーメントから3を差し引いたものが過剰尖度と呼ばれ、分布の幅と高さとの関係を表す分布の「尖り」度合いを示す統計量である。この統計量も歪度同様、正規分布のときゼロとなる。また、正のとき中心における確率密度が高く中心で尖っている形状を示し、かつ裾が重い (fat-tail) ことを意味する。逆に、負のときは中心において分布型が潰れている形状であり、裾が軽い。これを図に表すと図2のとおりである。

ここで過剰尖度の変化から読み取れる期待形成の変化について若干詳しく整理しておく。分布の形状は、過剰尖度の上昇により、分布中心付近の尖り度合いが高まると同時に、分布裾野付近の厚みが増す、との変化を示す。これを代表的個人の期待形成動向として直観的に捉えたと、資産価格が分布の中心からあまり変動しない可能性が高まっているとの予想と、大幅に振れる可能性も高まっている、すなわち資産価格が異常値をとる可能性が高まっているとの予想、との2通りの解釈が可能である。このため、過剰尖度の変化を単独に観察するだけでは、そこから読み取れる期待形成の含意は必ずしも明確でない。

そこで、この2通りの解釈のいずれをとるかについては、分布全体のバラツキの尺度である標準偏差との組み合わせで判断する必要がある。具体的には、歪度の上昇は、標準偏差が低下、ないしは不変の場合には、分布中心の尖り度合いを高める効果が大きく、現状の相場水準に対する確信度の高まりと解釈できる。逆に、標準偏差が上昇している場合には、裾野の厚みを増す効果が大きく、相場が異常値をとる可能性の高まりと考えられる。以上の解釈について整理しなおすと表1のとおりである。

表1 過剰尖度・標準偏差の解釈

		過剰尖度	
		上 昇	低 下
標準偏差	上昇	価格変動リスクの高まり + 異常値期待の高まり	価格変動リスクの高まり + 相場水準への確信度の後退
	下落	価格変動リスクの後退 + 相場水準への確信度の高まり	価格変動リスクの後退 + 異常値期待の後退

ロ．統計量の変化の解釈

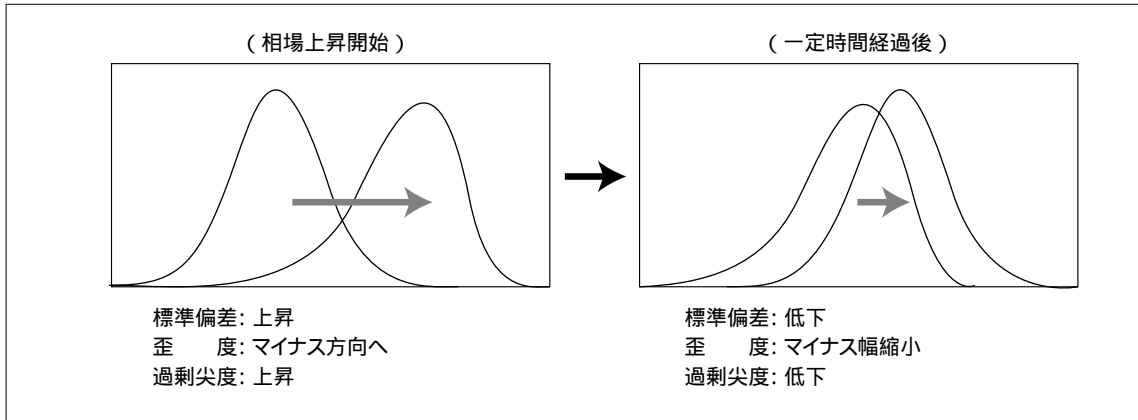
では、相場が変動した時に、各統計量はどのように変化し、そこから市場参加者のどのような期待の変化が読み取れるであろうか。この点を検討するため、図3として、相場上昇時に典型的にみられる期待分布の変化をイメージ図化した。まず、相場上昇時に典型的に観察される各統計量の変化は、図3左側に示したとおり、標準偏差と過剰尖度が上昇し、歪度がマイナス方向へ変化する。その後、少し時間において標準偏差と過剰尖度が低下するとともに、歪度のマイナス幅が縮小し、分布形状は総じて正規分布に近い方向に変化する¹¹。

本稿では、こうしたインプライド確率分布の変化について、市場全体を代表するような投資家（代表的投資家）を考え、その期待分布が変化する過程を捉えていると解釈する¹²。すなわち、代表的投資家の株価変動率の期待分布は、長期的には正規分布に従うが、短期的には、景気変動等を反映して、上昇・下落いずれかの方向への変化の確信度が高まる。例えば、相場が上昇を始めた局面では、企業業績の向上期待が高まることから、当面、上昇を続けると予想し、期待分布の右側が膨らむ。この結果、分布は左方向に裾の長い形状に変化し、歪度がマイナスとなる。また、価格変動リスクが高まるため、標準偏差が上昇すると同時に、主として分布の左裾野の厚みが相対的に増し、過剰尖度も上昇する。

11 相場下落時については、歪度が逆方向のプラスへ変化するが、標準偏差、過剰尖度については、上昇時と同様に変化することが一般的である。従って、以下での議論は、相場下落時についても、歪度の符号を逆方向に読み替えることで、同様の議論が可能である。

12 インプライド確率分布の変化を経済理論上、どのように解釈することができるか、との点については、特に星 岳雄先生との議論から多くの示唆を得た。

図3 相場上昇時の期待分布の変化（イメージ図）



以上の議論を総括すると、相場の短期的な変化の方向が変化した場合に、歪度は相場と逆方向に変化する一方、標準偏差と過剰尖度は大きくなる。こうした3つの統計量の変化は、外生的なショックに対して期待分布がどう反応したかを示しており、マーケットに加わった予想されないショックの大きさが読み取れる。また、その変化がどの程度速やかに調整されるかは、出遅れた期待がどの程度スムーズに調整されたかを示していることになる。

八．離散近似によるバイアス

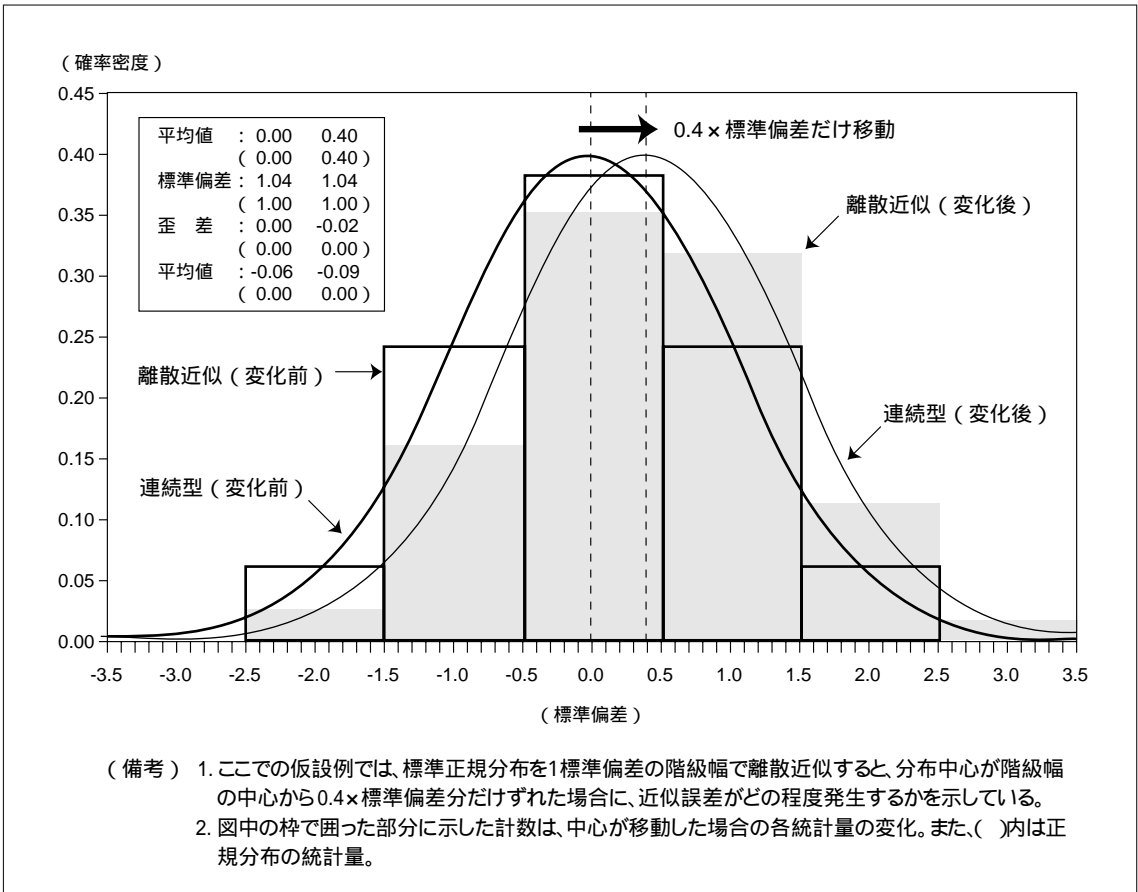
以上では、連続的な確率分布を仮定して各統計量の意味を検討した。しかしながら、実際に本稿で採用する分析手法は、有限差分法と呼ばれる考え方を使得連続的な分布を離散的に近似するものである。この場合、離散近似を行うことで各統計量にバイアスが生じる可能性が考えられる。そこで、連続的な標準正規分布に対して離散近似を行った場合、真の確率分布の中心が離散近似の階級内を移動することで、どの程度の近似誤差が生じ得るか、との点をシミュレーションにより検証する¹³。

まず、図4として、真の分布中心を階級幅の中心から $0.4 \times$ 標準偏差分だけずらすと近似誤差がどの程度発生するか、との仮設例を示した。真の分布である正規分布は、濃い実線から薄い実線に変化し、移動前の分布、移動後の分布について離散近似したものが、それぞれ濃い実線のヒストグラムとシャドーをかけたヒストグラムである¹⁴。

13 離散近似によるバイアスの問題については、北川源四郎、永原裕一、佐藤整尚の各先生との議論から大きな示唆を得た。

14 現実の資産価格の変動は、分布が左右対称ではなく、かつ裾の厚い形状をしていることが一般的であり、分布の裾の厚さを示す指標となる過剰尖度を注目することが多い。しかしながら、本稿の分析フレームワークでは、離散近似に伴うバイアスは、過剰尖度において最も大きく、この統計量の解釈に当たってはこの点を念頭において、幅をもった解釈をすることが必要と考えられる。

図4 離散近似によるバイアス（仮設例）

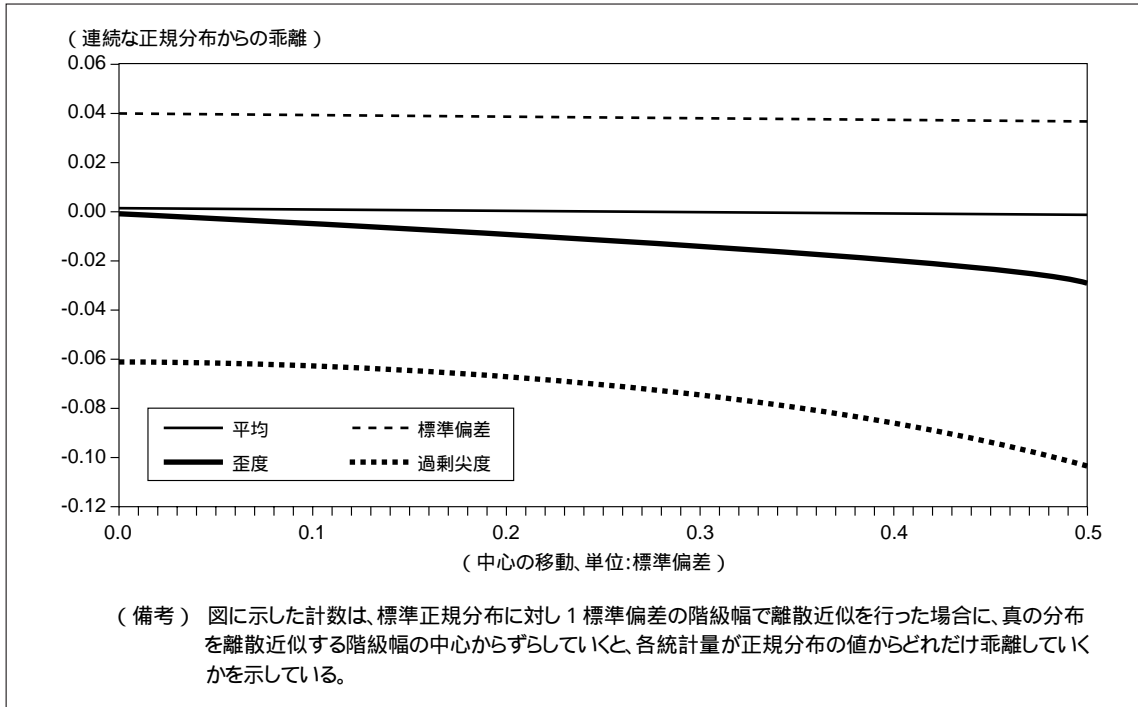


この場合、真の確率分布は左右対称の正規分布であるにもかかわらず、この真の分布の中心が、離散近似の階級幅の中央から右方向にずれたため、近似された分布形状は左に裾の長い形状を示している。図中の枠内に示した各統計量の誤差をみると、平均および標準偏差の誤差は小さく、かつ分布中心がずれても拡大しない。これに対して、歪度、過剰尖度の誤差は、若干ではあるが拡大することがわかる。

次に、この点をやや詳しく検討するため、分布中心のずれに合わせて、近似誤差がどの程度変化するかをシミュレーションしてみた(図5)¹⁵。各統計量の誤差を順にみると、まず平均については、誤差はほぼ無視できる大きさである。また、標準偏差については、誤差の大きさは0.04ポイント程度生じているが、この誤差の大きさは安定しており、真の分布が中心からずれることによって拡大しない。歪度

15 ここでの想定は、引き続き離散近似の階級幅は1×標準偏差であり、階級の中心から0.01×標準偏差ずつ分布の中心をずらしていくと、各統計量の値が正規分布の値からどの程度乖離していくかをプロットしている。

図5 離散近似による各次モーメントへの影響（シミュレーション）



については、真の分布が中心からずれるにつれて誤差が拡大するが、誤差の大きさは最大でも0.04ポイントにとどまっている。この間、過剰尖度の誤差は、0.06ポイントから0.10ポイントに拡大し、特に、真の分布が中心から0.25×標準偏差分程度以上ずれると、誤差の拡大テンポが大きくなる。

では、こうした離散近似の誤差が実際の推計上、どの程度の影響を及ぼし得るかをチェックしておく。実際のオプション取引においては、権利行使価格の刻みは、原資産価格の水準や満期日までの残存日数にかかわらず一定の大きさで設定される。このため、上述した標準偏差を基準とした誤差の影響は、原資産価格や残存日数が変化するにつれて変動する。そこで、表2として、株価の水準と満期日までの残存日数によって、権利行使価格の刻みの半分（250円）が、どの程度の大きさの株価変動ボラティリティ（標準偏差の年率換算値）に相当するかを試算した。

この試算結果をみると、株価が2万8000円程度を超える水準では、オプションの残存日数が5日以下にならない限り、権利行使価格の刻み幅の半分に相当する株価変動は、離散近似の誤差の影響が拡大する標準偏差の0.25倍を超えない¹⁶。しかし

16 評価基準となる標準偏差としては、1989年から1996年までの日経平均株価の日次変動ボラティリティ（年率換算値）を利用。

表2 株価・満期日までの残余日数と権利行使価格の刻みの相対的な大きさ

株価	満期日までの残余日数								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45
14,000	15.2	10.7	8.7	7.6	6.8	6.2	5.7	5.4	5.1
16,000	13.3	9.4	7.7	6.6	5.9	5.4	5.0	4.7	4.4
18,000	11.8	8.3	6.8	5.9	5.3	4.8	4.5	4.2	3.9
20,000	10.6	7.5	6.1	5.3	4.7	4.3	4.0	3.8	3.5
22,000	9.6	6.8	5.6	4.8	4.3	3.9	3.6	3.4	3.2
24,000	8.8	6.3	5.1	4.4	4.0	3.6	3.3	3.1	2.9
26,000	8.2	5.8	4.7	4.1	3.6	3.3	3.1	2.9	2.7
28,000	7.6	5.4	4.4	3.8	3.4	3.1	2.9	2.7	2.5
30,000	7.1	5.0	4.1	3.5	3.2	2.9	2.7	2.5	2.4
32,000	6.6	4.7	3.8	3.3	3.0	2.7	2.5	2.3	2.2
34,000	6.2	4.4	3.6	3.1	2.8	2.5	2.4	2.2	2.1
36,000	5.9	4.2	3.4	2.9	2.6	2.4	2.2	2.1	2.0
38,000	5.6	3.9	3.2	2.8	2.5	2.3	2.1	2.0	1.9
40,000	5.3	3.8	3.1	2.7	2.4	2.2	2.0	1.9	1.8

- (備考) 1. 表中に示した数値は、株価、残存日数によって、オプション権利行使価格の刻み幅の半分に相当する金額(250円)が、どの程度の大きさの株価変動ポラティリティ(標準偏差の年率換算値)に相当するかを示している。
2. シャドーを付した数値は、評価基準となる標準偏差を上回るもの。なお、評価基準としては、1989年から1996年までの日経平均株価の日次変動ポラティリティ(年率換算値)に0.25を乗じた値を利用(22.3×0.25=5.566)。

ながら、株価が2万4000円まで低下すると、20日を超える残存日数であっても、標準偏差の0.25倍を超えてしまい、誤差の影響が無視し得ない可能性が指摘される¹⁷。

以上の試算結果を踏まえると、従来、わかりやすさの観点から採用されることが多かった、分布形状そのものの変化をあるイベント前後の2時点で比較し、市場参加者の期待分布の変化を分析するとのアプローチは、ある特定時点におけるオプション価格に依存しているため、離散近似のバイアスを期待の変化と見誤るリスクが存在する。また、既に指摘したとおり、わが国の株価指数オプション取引は、権利行使価格の設定数も少なく、また取引の厚み自体も必ずしも十分とは言えない¹⁸。従って、特定時点の分布形状に頼って期待形成の変化を跡付けると、一時的なミスプライスといった攪乱要因の影響を受けやすい、との問題も考えられる。

17 日経平均株価オプション取引が開始された1989年当時は、株価水準が3万円を超えており、権利行使価格の刻みは500円程度であっても大きなバイアスをもたらしていなかったと考えられる。しかしながら、その後の株価下落から、権利行使価格の刻みは相対的に粗くなっており、ここで示した試算結果は、権利行使価格の刻みについて見直しの必要性を示唆するものと理解することもできよう。

18 日経平均株価オプションでは、通常取引されている権利行使価格は5つ程度であるが、米国S&P500株価指数オプションでは、30件程度にのぼっている。

このため、本稿では、金融市場参加者の期待形成の変化を検証するために、オプション価格から算出される統計量（標準偏差、歪度、過剰尖度）を時系列的にプロットし、その変化を観察する、とのアプローチをとる¹⁹。また、その際には、上述したような、権利行使価格の設定の肌目が粗いため、離散的な近似を行うことによるバイアスが生じやすいとの点を考慮して、分布形状を捉える各種の統計量の趨勢的な変動を大まかに観察し、価格変動と分布形状の変化を検証することに主眼を置く。

3. 金融市場を巡る環境変化と期待形成の動き

本節では、前節で紹介した分析手法を、金融市場に大きな変化が生じた時期に適用し、金融市場参加者の期待形成がどのように変化したかを検証する。具体的には、1989年後半から1990年にかけてのバブル崩壊期、1992年から1994年初にかけての株価ボトム期、1995年のデフレ懸念が大きく高まった時期、の3つの期間を採り上げる。

(1) 概観：金融市場の動向と期待形成の変化

ここでは、まず各期間のケース・スタディを行う前に、金融・為替市場、株式市場の動向や景気動向、金融政策対応を把握しておくとともに、日経平均株価オプションから抽出されるインプライド確率分布の変化の大きな流れを整理しておく。

イ．金融市場の動向と金融政策

まず、図6を使って、1989年後半から1996年にかけての金融市場の動向と金融政策の流れを振り返る。

バブル崩壊期における金融政策の大まかな流れをみておくと、1989年5月31日に予防的な金融引き締めが開始されている。その後、同年10月半ばには2回目の金融引き締めを実施しており、さらに、日経平均株価がピークアウトする4日前となる12月25日にも公定歩合が引き上げられている。株価ピークアウト後については金融引き締めが1991年半ばまで継続された後、同年7月1日に公定歩合が引き下げられ、2年間余りにわたる引き締め政策から緩和に転じた。そうした中、長短金利の推移をみると、無担コール・レート（オーバーナイト）は公定歩合動向をスムーズにしたがって比較的パラレルに推移している姿がみてとれる一方、10年物国債（最長期）の利回りは、時に無担コール・レートと反対の動きを示しながら推移している。また、株価の動向を眺めると、1989年12月に史上最高値3万8915円を記録した

19 推計されたインプライド確率分布について時系列的な変化を検証する方法は他にも様々なアプローチが考えられる。例えばSöderlind [1998] では1992年の欧州通貨危機時における英国の金融政策に対する市場の期待形成の評価が試みられている。そこでは、分布形状を表す各種の統計量をみる代わりにリスク中立期待値（risk neutral expected value）の周りにおける90%の信頼区間が示されている。

図6 金融・為替市場の推移

(1) 長短金利



(2) 為替レート・株価



(資料) 日本銀行、『経済統計月報』

が、翌年2月から5月にかけて株価は大幅に下落した。そしていったんは反転上昇したものの1990年半ばを過ぎると株価は再び大きく下落し一時2万円台を割り込んだ。その後、株価は2万6000円台まで持ち直す局面もみられたが1991年後半には2万2000円程度まで低下した。この間、経済企画庁の景気基準日付では、1991年4月に平成景気がピークアウトしている。

その後、株価ボトムに至る1992年央にかけても、金融政策は緩和基調が継続され、計4回にわたる引き下げにより、公定歩合は3.25%にまで低下した。この間、市場金利は、公定歩合の引き下げのほか、景気の減速感の強まりを受けて低下した。短期金利は1992年4月に無担コール・レート（オーバーナイト）が5%を割り込んだほか、長期金利も短期金利の低下を受けるかたちで低下した。こうした中、株価は企業収益の下方修正を背景に1992年4月上旬まで大幅に下落した後、8月央にかけては景気の先行き不透明感の広がり等から再び軟化し、8月18日にはバブル崩壊後の最安値（終値1万4309円）を記録した。その後は、8月末の総合経済対策策定等を契機に幾分持ち直し、年明けには1万7000円前後で推移し、1993年3月には政府の追加的経済対策の策定が確実になったことから2万円台まで急回復した。

金融政策は、1993年度に入って以降も景気停滞の長期化を背景に緩和政策を継続し、公定歩合は1993年4月に2.5%に引き下げられた後、1993年9月にはさらに1.75%に引き下げられた。こうした中、短期金利はほぼ一貫して低下基調を辿った一方、長期金利については、1993年春の景気指標の好転から一時的に上昇をみたが、その後の円高の進行や景況感の後退を背景に1994年初まで大幅に低下した。この間、株価は市場の景況感を反映して、1993年春に上昇をみた後、同年10～11月にかけて下落、その後やや持ち直すといった展開を示した。為替レートは、1993年夏にかけて急速に円高が進行した。

最後に、デフレ懸念が大きく高まった1995年から1996年にかけての金融情勢を振り返っておくと、まず、為替レートは、メキシコ通貨情勢の混乱等を背景として、1995年2月頃から急速に円高・ドル安方向へ動き始めた。3月以降は、こうした流れが一気に加速し、4月中旬には一時80円/ドル割れを記録した。こうした中、景気の先行きに対する市場の見方は弱気化し、株価は1995年6月中旬に1万5000円を割り込んだ。こうした情勢を眺め、金融政策の運営は、1995年3月末に無担コール・レート（オーバーナイト）について、平均的に公定歩合を若干下回る水準まで低下させる低め誘導策がとられたほか、4月には公定歩合が引き下げられる（1.75%→1%）等、金融緩和措置がとられた。その後、短期金利は、1995年7月（無担コール・レート・オーバーナイトの低め誘導）、9月（公定歩合引き下げ<1%→0.5%>）の金融緩和措置を受けて一段と低下し、史上最低圏での動きとなった。この間、長期金利も低水準で推移した。また、為替レートも、7月以降、主要先進国による協調行動等を受けて、円高の修正が急速に進展し、100円/ドル前後での展開となった。この間、株価は7月以降持ち直している。

ロ．株価期待形成の大きな流れ

こうした金融市場の動向や金融政策の運営の中で、株価オプション価格の変動から推計されるインプライド確率分布に関する統計量の変動をみると、市場の期待形成について、大まかに言って以下のような変化が観察される（図7）。

まず、標準偏差の動きについては、株価が大きく低下する局面で上昇する傾向が観察される。こうした標準偏差の上昇は、株価がピークをつけた1989年末から2万円割れを記録した1990年秋、1991年央から株価がボトムを記録した1992年央、1993年後半から1994年初、円高が急速に進行し、デフレ・スパイラル懸念が高まった1995年初から同年央、の4つの局面で顕著である。また、全体を均してみれば、1989年末を境に標準偏差の水準が上昇しており、株式市場が調整局面に入った後は、市場参加者の間で価格変動リスクがより大きく認識されるようになっていたと推測される。

次に、歪度については、株価の上昇局面ではマイナスの、逆に下落局面ではプラスの方向に振れる姿が確認される。例えば、株価のピークに至る1989年後半についてやや詳しくみると、この期間には7月後半、9月後半、11月後半から12月末と、株価の上昇ピッチが高まった局面が3度みられるが、いずれの時期も若干のプラスであった歪度がマイナスへ転じている。また、1991年10月にかけての株価が大きく下方修正された局面では、歪度はプラスに転じている。こうした相場変動と歪度の関係は、前節で示した上昇・下落の確信度合いの調整速度が相場の上昇・下落局面で非対称になる、との仮説と整合的である。また、過剰尖度をみると、平均的にはマイナスの値を示しているが、大きな価格変動が生じている時期には、マイナス幅が縮小し、プラスに転じる時期もみられるほか、極めて大きな価格変動が生じた日に跳ね上がる傾向が観察される。

ここでインプライド確率分布の統計量を株価の日次変動データの統計量と比較しておく。表3として両者の基礎統計量を示したが、この表をみると、平均値はほぼ同一の値となっているほか、標準偏差も似通った傾向を示しているのに対し、歪度、過剰尖度は全く異なる値を示している。歪度は、時系列データではプラスの値をとる期間が多いが、インプライド確率分布は1992年を除きマイナスの値をとっている。また、過剰尖度は、時系列データでは一貫してプラスの値をとり、裾の厚い（fat-tail）形状となっているのに対し、インプライド確率分布は、マイナスの値を示している。

以下では、こうしたインプライド確率分布の統計量の変化を、1989年後半から1990年にかけてのバブル崩壊期、1992年から1994年初にかけての株価ボトム期、1995年のデフレ懸念が大きく高まった時期、の3つの期間について詳しく検証し、金融市場での期待形成の変化を跡付ける。

図7 株価の変動と期待変化の大きな流れ

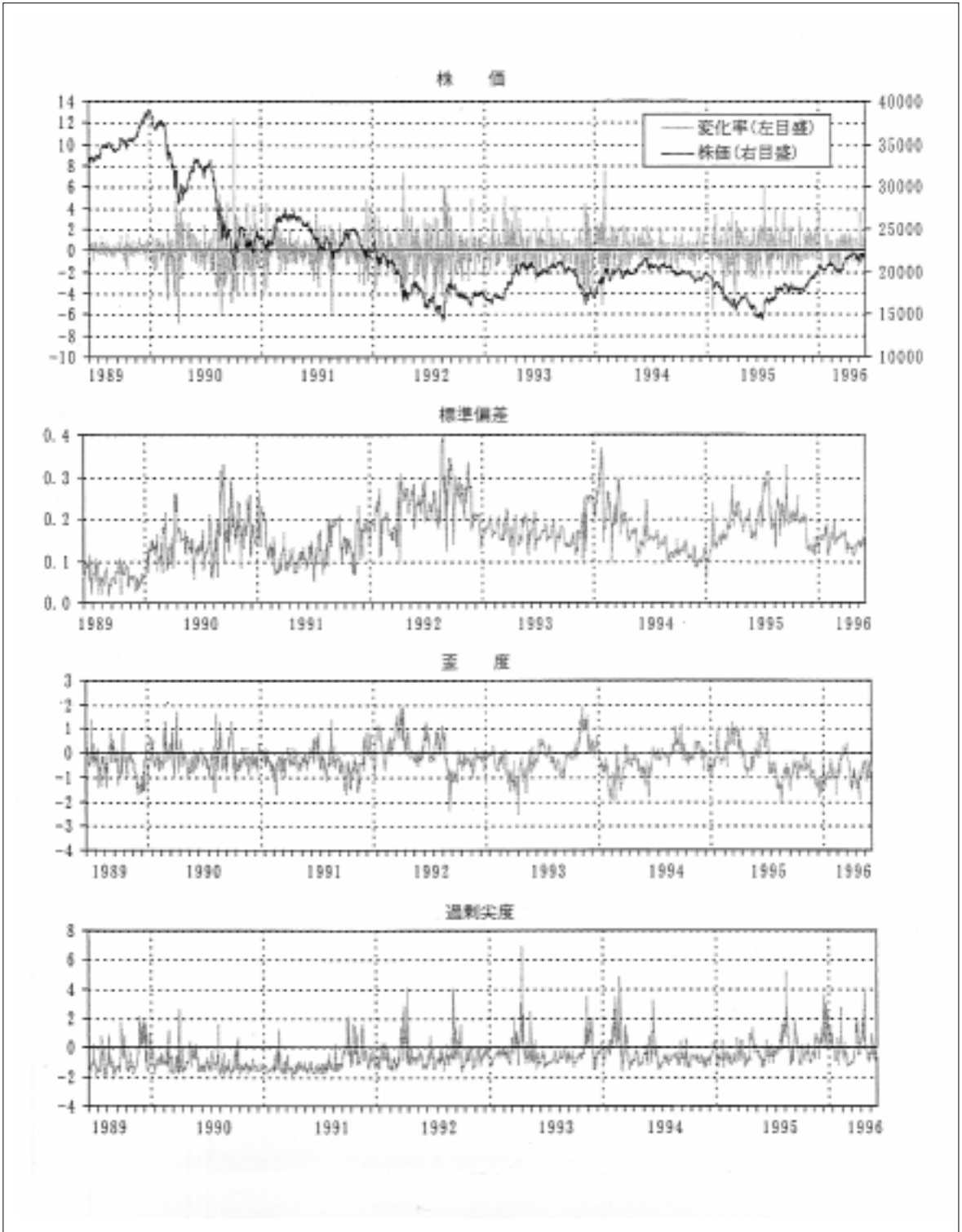


表3 基礎統計量の比較

	時系列データ				インプライド確率分布			
	平均	標準偏差	歪度	過剰尖度	平均	標準偏差	歪度	過剰尖度
通期	-5.663	23.197	0.443	5.348	-5.753	16.411	-0.274	-0.603
1989年後半	31.377	8.321	-0.346	1.323	31.206	6.285	-0.452	-0.866
1990年	-39.233	32.447	0.829	5.751	-38.632	15.359	-0.151	-1.140
1991年	-3.700	21.066	-0.065	2.508	-2.386	13.311	-0.352	-1.046
1992年	-25.286	29.785	0.436	1.064	-25.185	23.188	0.051	-0.569
1993年	2.956	20.505	0.252	1.813	3.234	17.362	-0.203	-0.362
1994年	13.406	17.753	0.867	8.910	10.410	16.227	-0.345	-0.453
1995年	0.739	22.503	0.122	2.304	0.348	19.230	-0.362	-0.126
1996年前半	28.048	14.657	0.698	2.897	29.271	14.918	-0.713	-0.073

(備考) 平均値、標準偏差は年率換算値。

(2) バブル崩壊期における期待形成

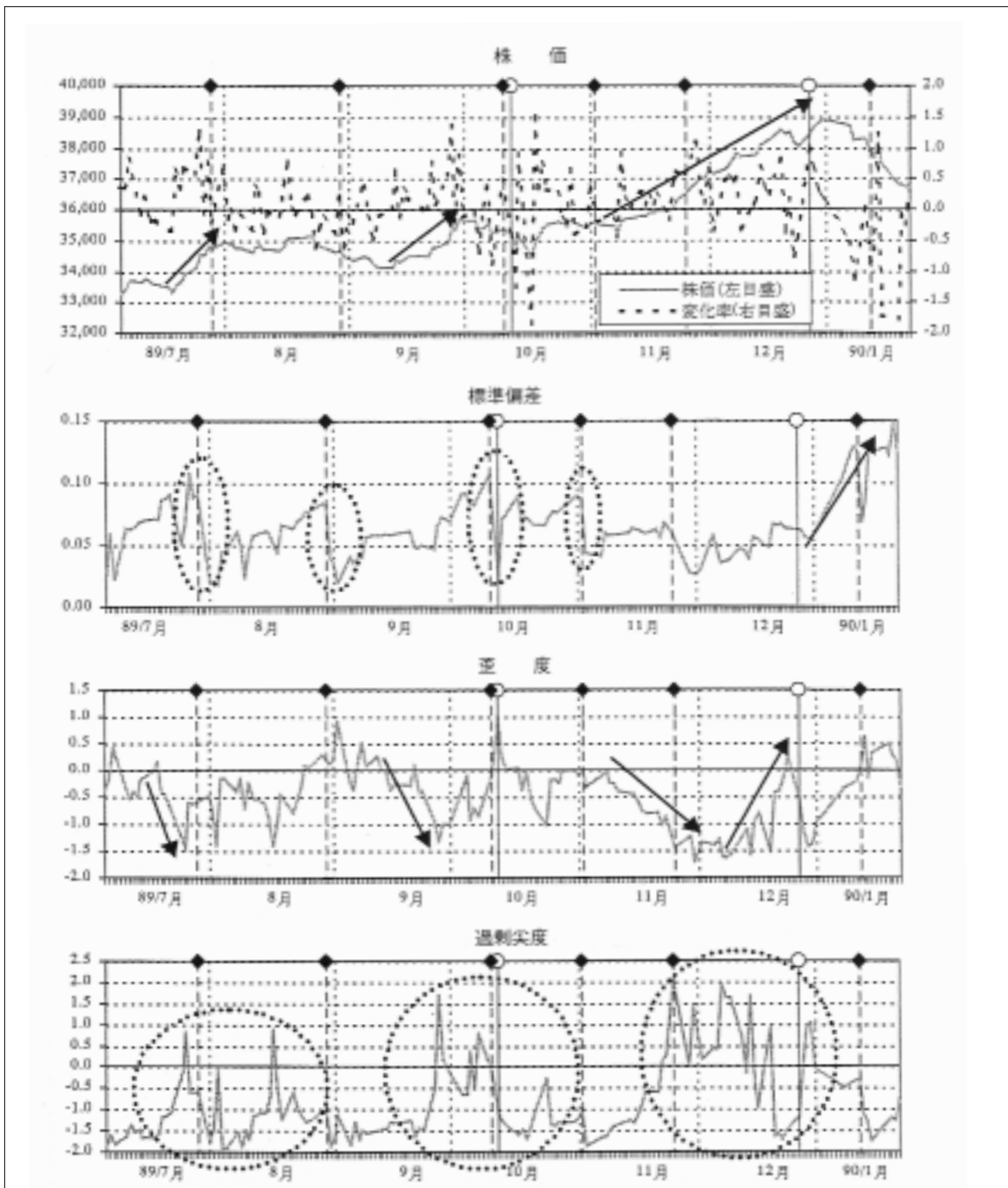
まず、バブル崩壊期について、株価・金利変動、金融政策運営の観点から、特徴的な動きを示していると思われる、日経平均株価オプションの取引開始から1989年12月29日に株価がピークアウトするまでの期間、株価ピークアウト後、3万円台を割るまで株価が大きく下落した1990年4月までの期間、日経平均株価がいったん回復した後、急速に下落し、一時的に2万円を割り込んだ1990年7月から11月までの時期、の3つの時期についてやや詳しく検討する。ここでの議論のポイントは、強気の確信度がどのように変化し、それに対し金融政策の対応がどのような影響を及ぼしたか、との点にある。

イ．日経平均株価のピークアウト前(89/7月～90/1月)

まず第一の日経平均株価オプションの取引開始から1989年12月29日に株価がピークアウトするまでの期間について採り上げる。

図8として、この期間における株価期待形成の変化を示した。1989年後半の株価ピークに至るまでの期間は、前述したとおり、7月後半、9月後半、11月後半から12月末までと、株価の上昇ピッチが高まった局面が3度みられており、いずれの時期もゼロ近傍の値をとっていた歪度がマイナスへ転じている。また、標準偏差がほぼ横這いで推移している中で、過剰尖度は株価が大きく上昇した局面では、激しく上下に変動している。こうした株価上昇局面で歪度が下落すると同時に過剰尖度が上昇するとの状況は、株価上昇が市場における強気の確信度を高めていることの表れと考えられる。

図8 日経平均株価の期待動向（89/7月～90/1月）



（備考）図中の 印を付した縦線は公定歩合変更日を示す（89年10月11日：3.25% 3.75%、89年12月25日：3.75% 4.25%）。また、 印を付した縦破線は限月の交替を示す。

この間の推移を、金融政策との関係でもう少し仔細にみると、まず、10月11日の公定歩合引き上げ（3.25→3.75%）に向けて、標準偏差と歪度が上昇するとともに、過剰尖度も上下にボラタイルな動きを示しつつ上昇している。こうした分布形状の変化からは、公定歩合引き上げ観測が高まる中で、株価変動リスクも高まっていた姿が窺われる。この時期の市場では、公定歩合引き上げは織り込み済みとの見方もみられたが、これは推計されたインプライド確率分布の動きとは必ずしも整合的ではない。

ここで、標準偏差の動きに注目すると、1989年7月から一貫して限月交替時に大きな段差が生じている。特に、1989年10月物から11月物への移行時（1989年10月中の縦破線）は、段差が大きいだけでなく、次限月への移行も権利行使日直前までずれ込んでいる。こうした標準偏差の動きについては、公定歩合引き上げ観測が高まる中で、目先の株価変動リスクが大きく、その結果として取引限月の移行が遅れ、標準偏差にも段差が生じていたとの解釈が可能であろう。

次に、12月末の株価ピークに至る11月央からの1ヶ月半にわたる上昇局面においては、まず、株価上昇に合わせて歪度が低下した後、12月中旬には、株価上昇の続く中で歪度が上昇に転じ、急速にマイナス幅を縮小している。また、この間、標準偏差は緩やかに低下する一方で、過剰尖度は上下に大きく変動しつつも上昇トレンドを示している。こうした期待分布の変化からは、株価の上昇を反映して、株価上昇に対する確信度が高まる傾向にあったと推測される。この上昇局面は、7月後半、9月後半の2回の株価上昇局面よりも期間が長くかつ上昇幅も大きい。この時期には、潜在的な株価下落リスクは高まっていたと推測されるが、株価上昇につれて、こうした株価下落リスクに対する認識が希薄化していった可能性が考えられよう²⁰。

最後に、1990年に入り株価が下落に転じた後をみると、歪度が大きく上昇しているほか、標準偏差が大きくなっており、市場参加者が株価下落リスクに対し、より強い警戒感を抱き始めていたことが推測される。実際、公定歩合引き上げ後、市場では高値警戒感が急速に増し、先行き不透明感が高まったと報道されている。

ロ．日経平均株価のピークアウト後（89/12月～90/5月）

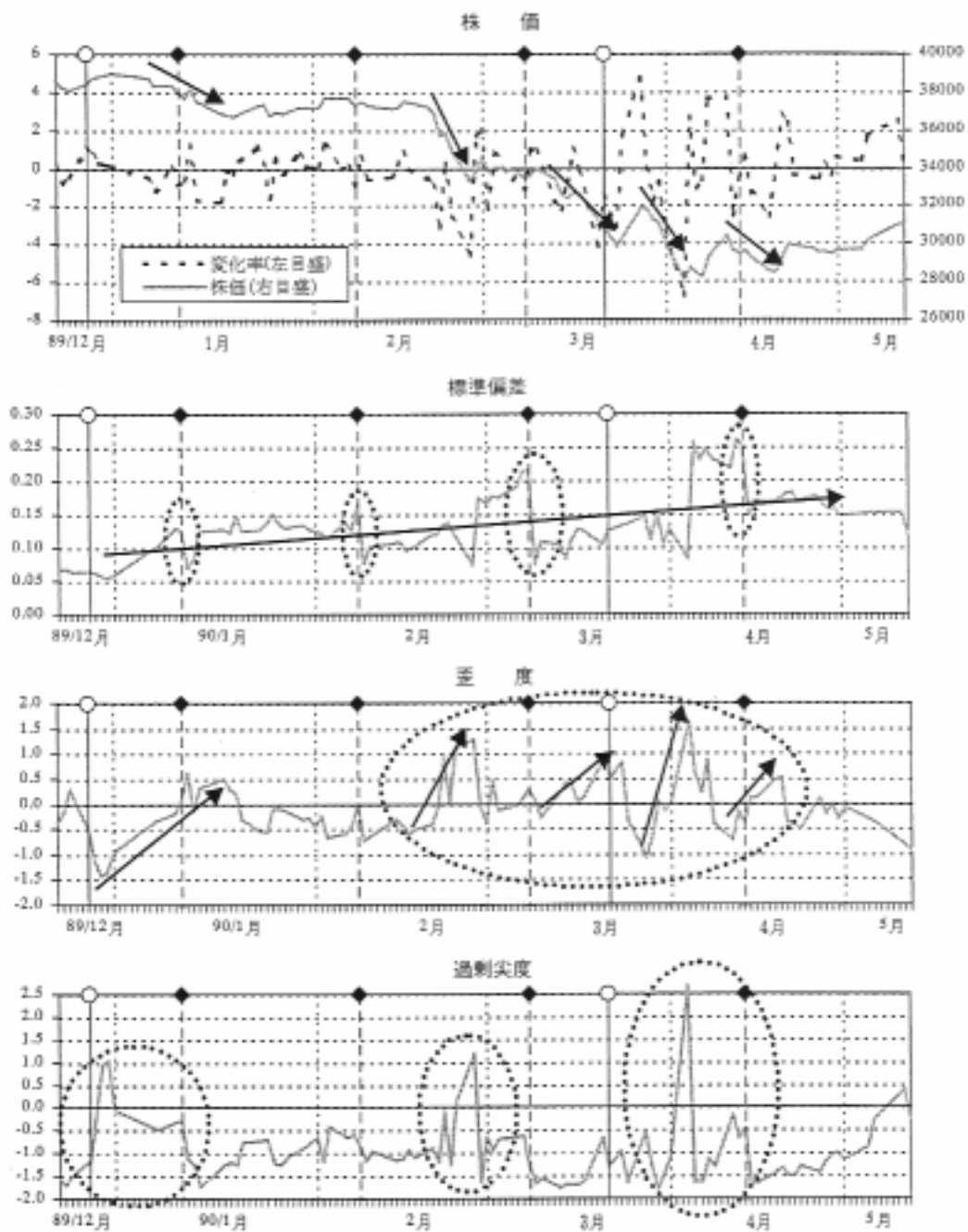
次に、株価ピークアウト後、3万円台を割るまで株価が大きく下落した1990年4月頃までの期間についてみておく（図9）。この期間に日経平均株価は、1万円程度下落し、大きく分けて5回の下落局面が観察されている。

まず、期待分布の変化を大掴みにみると、歪度は2月央以降、相場の下落傾向を反映して若干のプラスで推移する中で、株価下落局面では上昇している。また、標準偏差は漸次上昇傾向を辿っているほか、過剰尖度は大きな下落局面ではプラス方向へ跳ね上がり、ボラタイルな動きを示している。こうした統計量の動きは、前節で整理した典型的な統計量の動きと整合的である²¹。

20 この時期には、個人投資家を中心として投資信託の大量設定が行われたとの事情も指摘されている。

21 なお、こうした中で、3月20日に引き締めが強化（4.25→5.25%）されるが、利上げは織り込み済みとの声も聞かれ、全般的に期待形成の動きには大きな影響は及んでいない。

図9 日経平均株価の期待動向（89/12月～90/5月）



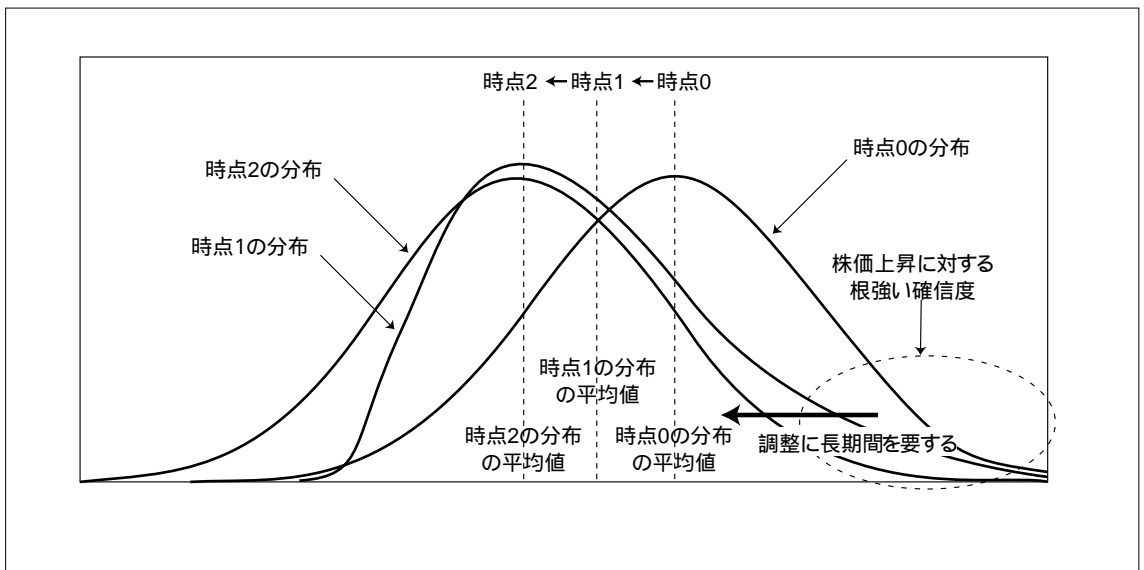
（備考）図中の 印を付した縦線は公定歩合変更日を示す（89年12月25日：3.75%→4.25%、90年3月20日：4.25%→5.25%）。また、 印を付した縦線は限月の交替を示す。

ただし、この時期の特徴は、株価下落に対して歪度が大きく上昇する一方で、株価下落が一服した後も、歪度は上昇前の水準までなかなか低下しない、との点である。こうした歪度の大幅な変動と調整時間の長さは、株価が下落局面に入った後も、株価上昇に対する強気の確信が後退せず、株価期待の下落方向への調整が遅れていた可能性を示唆している²²。

図10には、この時期の期待形成の動きを概念図化した。ここでは、相場が時点0から時点1、そして時点2へと下落するケースを想定している。この時、株価が低下を始めても、市場参加者の株価上昇への確信度はなかなか低下せず、通常の下落時と比べて、分布形状の右方向の歪みがより大きくなり、その収束にも時間を要したと考えられる。

なお、4月後半に入ると、2万8000円を底値とした取りあえずの底値感が広がり、しかも為替円高をインフレ懸念の後退から金利上昇を抑制すると好感する向きがみられたため、株価に対する反発上昇期待が市場の一部に生じていたとも報道されている。実際、期待分布をみても、標準偏差や過剰尖度の上昇傾向も一服しているように見受けられ、市場の期待形成も一時的にせよ、落ち着きを取り戻す方向にあったと考えられる。

図10 株価ピークアウト後の期待形成の動き（概念図）



22 この時期には、為替円安の進行や米国金利の上昇に伴い外部経済環境が不透明化し、相場の方向感が掴みづらくなったとの見方も強く、市場には底値を探る動きの中で相場の先行きに対する不安感が増大していたとの事情も影響していたと考えられる。

八．引き締め強化・株価一時2万円割れ（90/7月～11月）

第三の期間として、1990年7月から同年11月までを採り上げる。この期間の株価は、同年5月に株価がいったん持ち直した後、7月後半以降、再び株価が大きく下落し、10月には一時的に2万円を割っている²³。この時期の株価期待分布の動きをみると（図11）、標準偏差は総じてみると上昇傾向にあるほか、歪度は価格下落局面で上昇する典型的なパターンを示している。

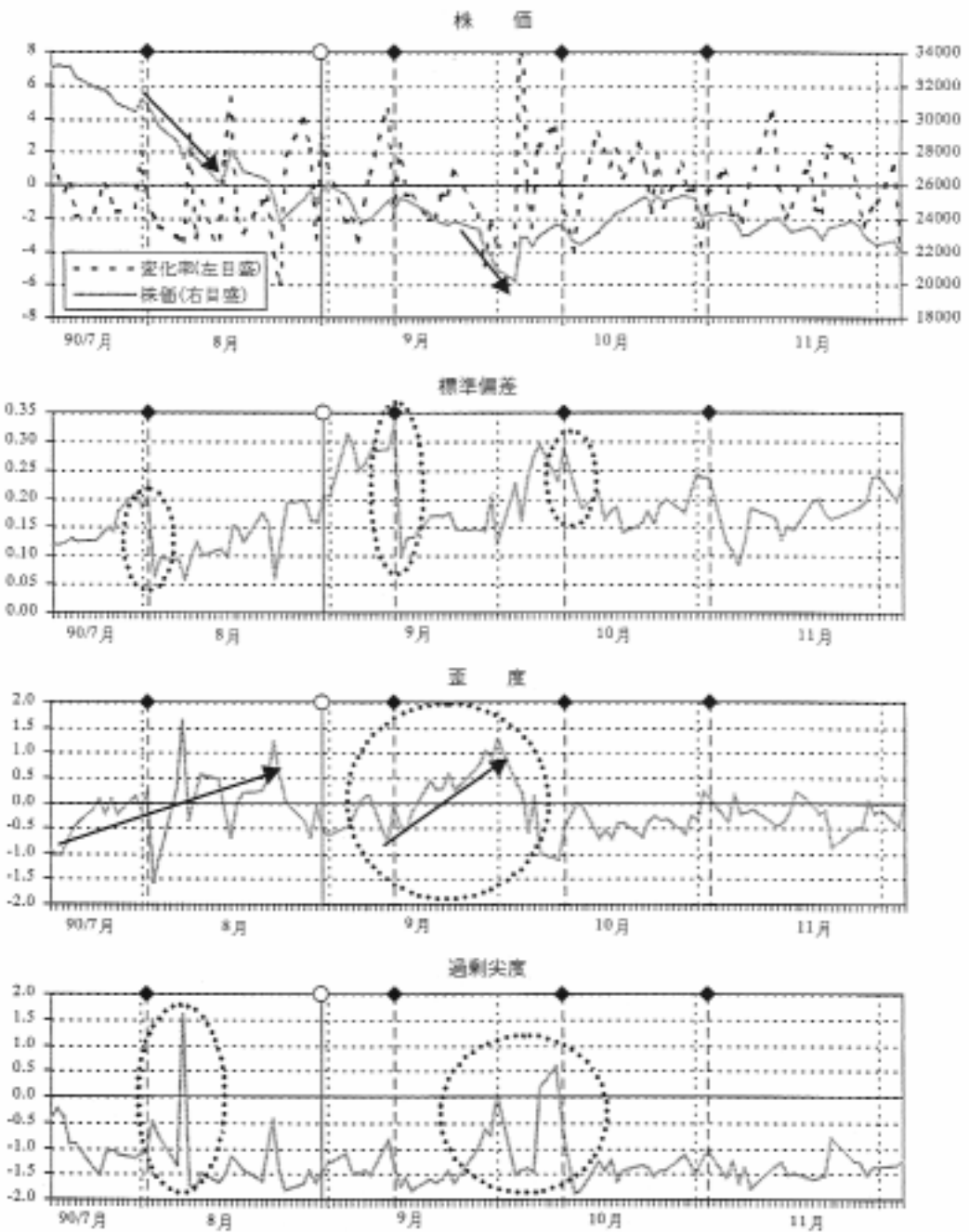
ただし、7月から9月にかけては限月交替直前に標準偏差が切り上がり、交替前後で大きな段差が生じている点が注目される。特に、9月物から10月物への移行は権利行使日3日前の9月11日までずれ込んでおり、かつ標準偏差の段差も極めて大きい。8月30日には、イラクによるクウェート侵攻後の石油価格高騰を受けて、ダブル期通算で5度目の公定歩合の引き上げ（5.25%→6.0%）が実施されているが、この時期には市場の中で先行き1ヶ月程度以内での不確実性が特に高まっていたと推測される。

また、9月末から10月初の株価急落に至る局面では、9月中旬から下旬にかけて株価が緩やかに下落する中、歪度が急上昇している。これは、株価期待の下落方向への調整が遅れていた可能性を示唆しており、この株価に対する相対的に強気な確信が大きく修正された結果として、9月末から10月初の株価急落が生じたともできよう。

この間の動きを10年物国債先物価格の期待動向からチェックしておく（図12）。まず、標準偏差については、8月末の公定歩合引き上げに向けて上昇しているが、限月交替時に標準偏差がいったん大きく下落している。これは、公定歩合の引き上げ時期が迫り、目先の価格変動リスクが高まっていることを示唆している。また、下落傾向を辿っていた債券価格が9月末を境として反転上昇（金利は低下）し始めると、標準偏差も急上昇しており、価格変動リスクの高まりが観察される。なお、この時期に上昇した標準偏差は、11月に入ると低下している。この間、歪度については、株価オプション同様、債券先物価格の上昇下落と合わせて反対方向へ動いている。

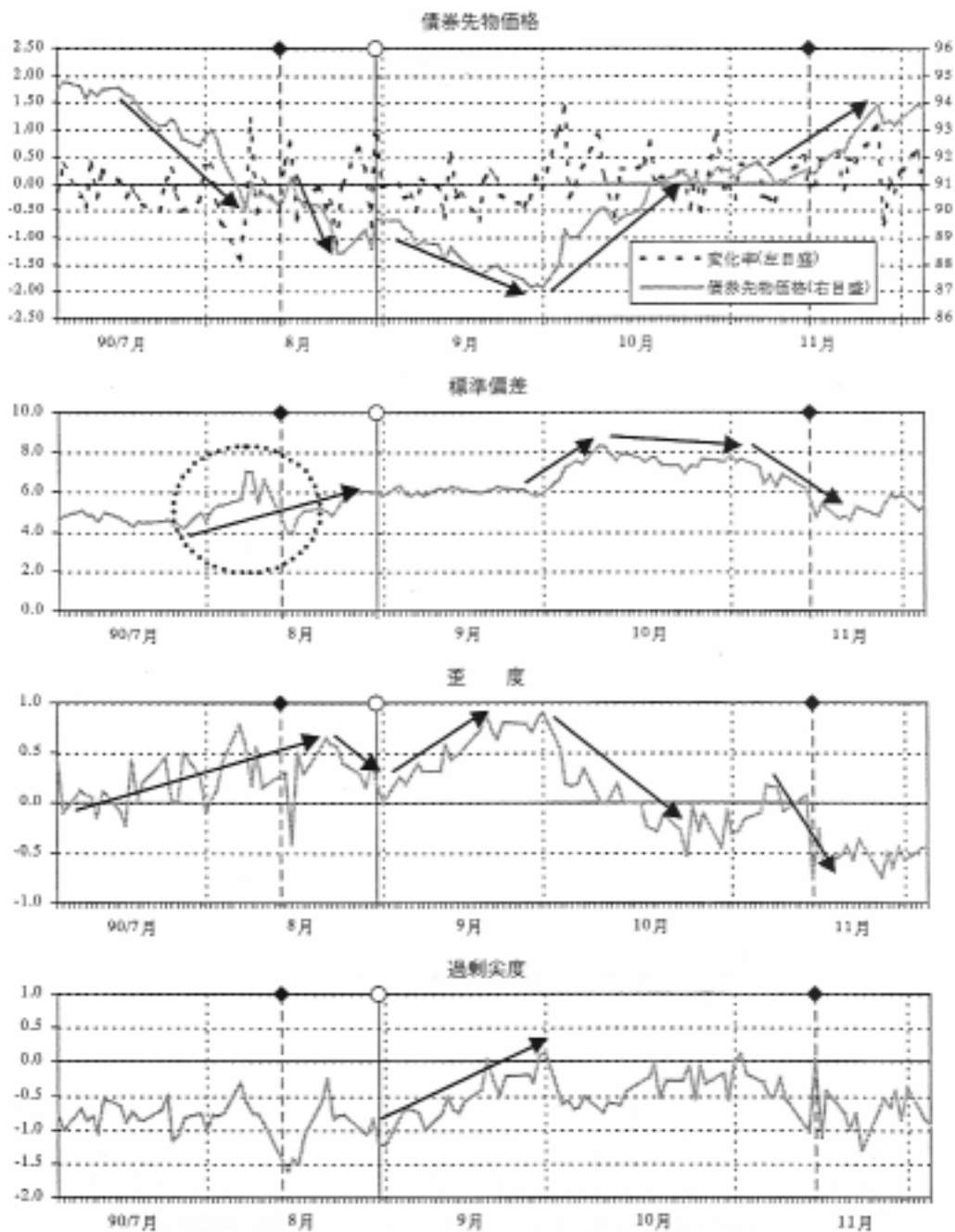
23 この期間における終値ベースでの最安値は、10月1日の2万221円86銭で、2万円台を割り込んでいないが、同日中の最安値は1万9781円70銭を記録しており、瞬間的に2万円を割っている。

図11 日経平均株価の期待動向（90/7月～11月）



(備考) 図中の ○印を付した縦線は公定歩合変更日を示す(90年8月30日: 5.25% → 6%)。また、●印を付した縦破線は限月の交替を示す。

図12 国債先物（10年）価格の期待動向（90/7月～11月）



(備考) 図中の 印を付した縦線は公定歩合変更日を示す(90年8月30日: 5.25% → 6%)、
また、 印を付した縦破線は限月の交替を示す。

(3) 株価ボトム期の期待形成

次に、1992年から1994年初にかけての株価ボトム期について、日経平均株価が1万5000円を割り込み、最近時点でのボトムを記録した時期をはさむ1992年3月から10月にかけて、株価が再下落し、動揺を示した1993年10月から1994年3月にかけて、の2つに分けて検証する。

イ．株価ボトム・日経平均株価の1万5000円割れ(92年3月～10月)

最初に1990年以降の株価最安値(終値ベース)をつけた1992年8月18日前後での期待形成の動きを検証する。

まず、株価期待の変化をみると(図13)、標準偏差は、1991年央から趨勢的に上昇トレンドを辿っており、1992年3月には既にならかなり高い水準に達していた(前出図7を参照)。3月から8月にかけても、株価が大きく下落する局面(3月下旬から4月初、6月央、8月)で標準偏差は上昇しており、価格変動リスクに対する警戒感が一段と高まっている姿が確認される。また、歪度についても、株価変動と逆方向に動くとの傾向がみられるが、6月から8月央にかけて歪度の水準が平均的に上昇しており、株価期待の下落方向への調整が遅れていたと推測される。さらに、過剰尖度が大きく上下していることから、株式市場に大きな動揺が生じていたことが推測される。特に、株価の下落局面の中では、3月下旬から4月初にかけての時期の変動が激しいほか、8月のボトムをつけた後の急回復局面でも、9月中を通じて振れの大きな動きを示しており、期待形成の振れやすい状態が続いていたことが窺われる²⁴。

この間の債券先物市場の期待動向をみておくと(図14)、1992年6月中旬から債券先物価格が上昇傾向(金利は低下)を辿り、金利低下期待が広がっていた。こうしたなか、7月の公定歩合引き下げ前に、標準偏差は幾分低下傾向で推移しているなか、過剰尖度が上下に変動しつつ、ゼロ近傍まで上昇している。これは、この時点における長期金利水準に対する確信度が高まっていたことを意味しており、公定歩合引き下げを織り込んでいたと推測される。

ロ．株価再下落(93/10月～94/3月)

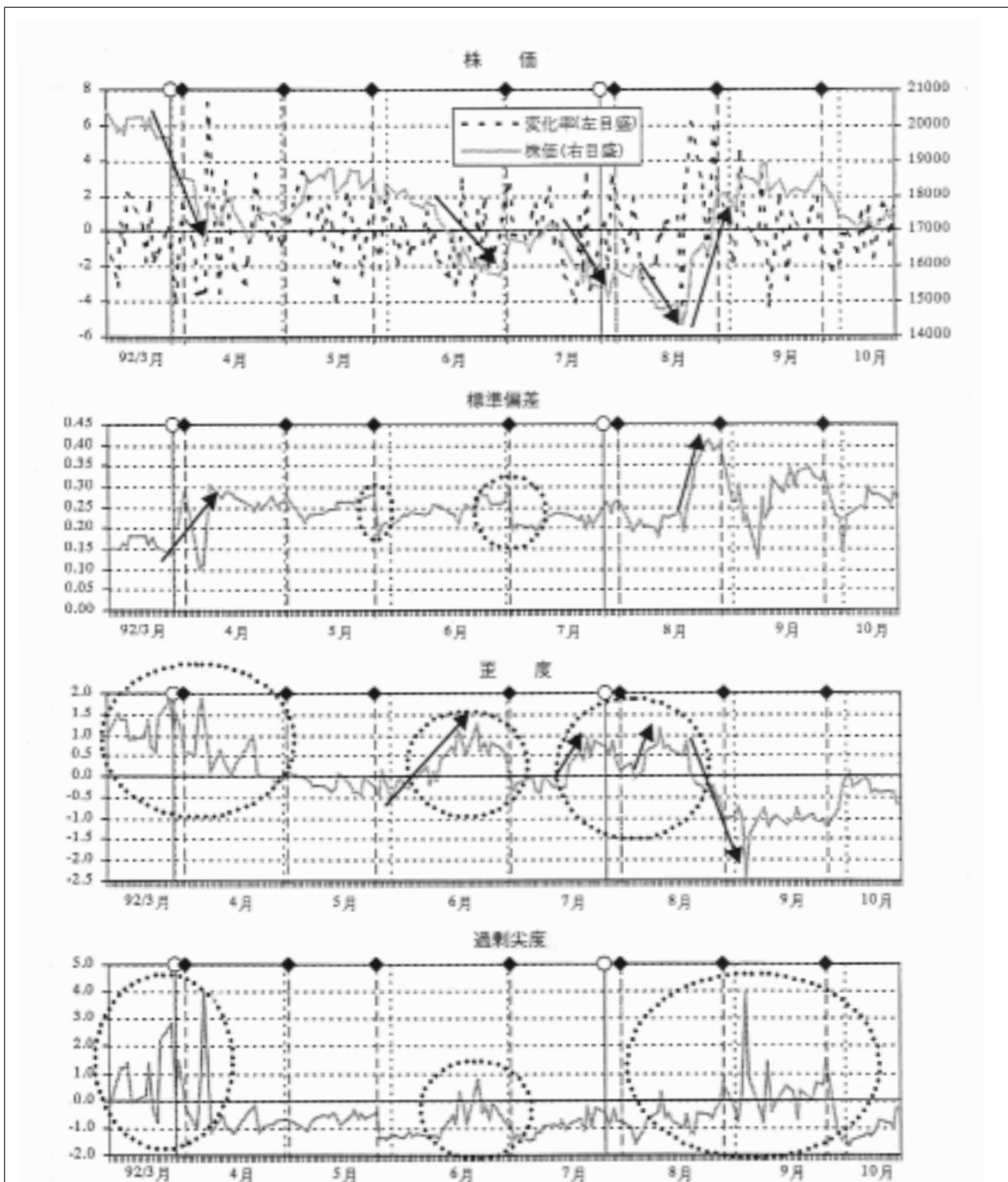
次に、株価が再下落した1993年10月から1994年3月にかけての時期を採り上げる。

まず、株価期待形成の変化をみると(図15)、10月下旬から12月初にかけての株価急落の局面では、標準偏差が上昇するとともに、過剰尖度が大きく上下しながら上昇しており、株価の大幅な変動に対するリスクが高まっていた姿を観察できる。また、歪度も上昇しており、株価下落に対する期待修正が遅れていたと推測される。

越年後、1994年1月中は株価が回復基調を辿るが、同時に標準偏差も急テンポで

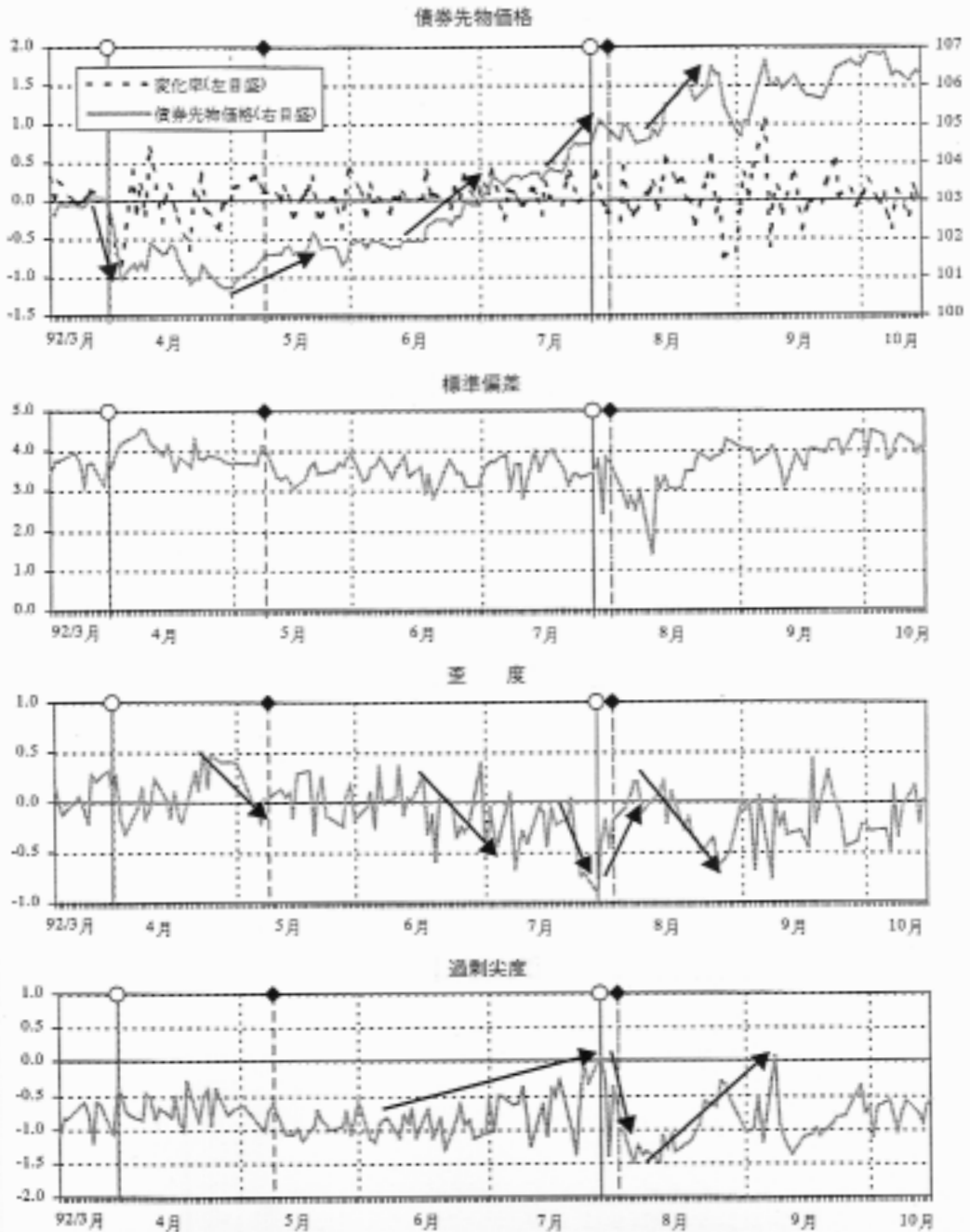
24 このほか、この時期の限月交替は概ね月末前後でありほぼ通常のベースとなっているが、株価ボトム前後の限月交替では、標準偏差に大きな段差が生じており、こうした標準偏差の動きも株価の先行きに対する不確実性が高まっていたことの表れと考えられる。

図13 日経平均株価の期待動向（92/3月～10月）



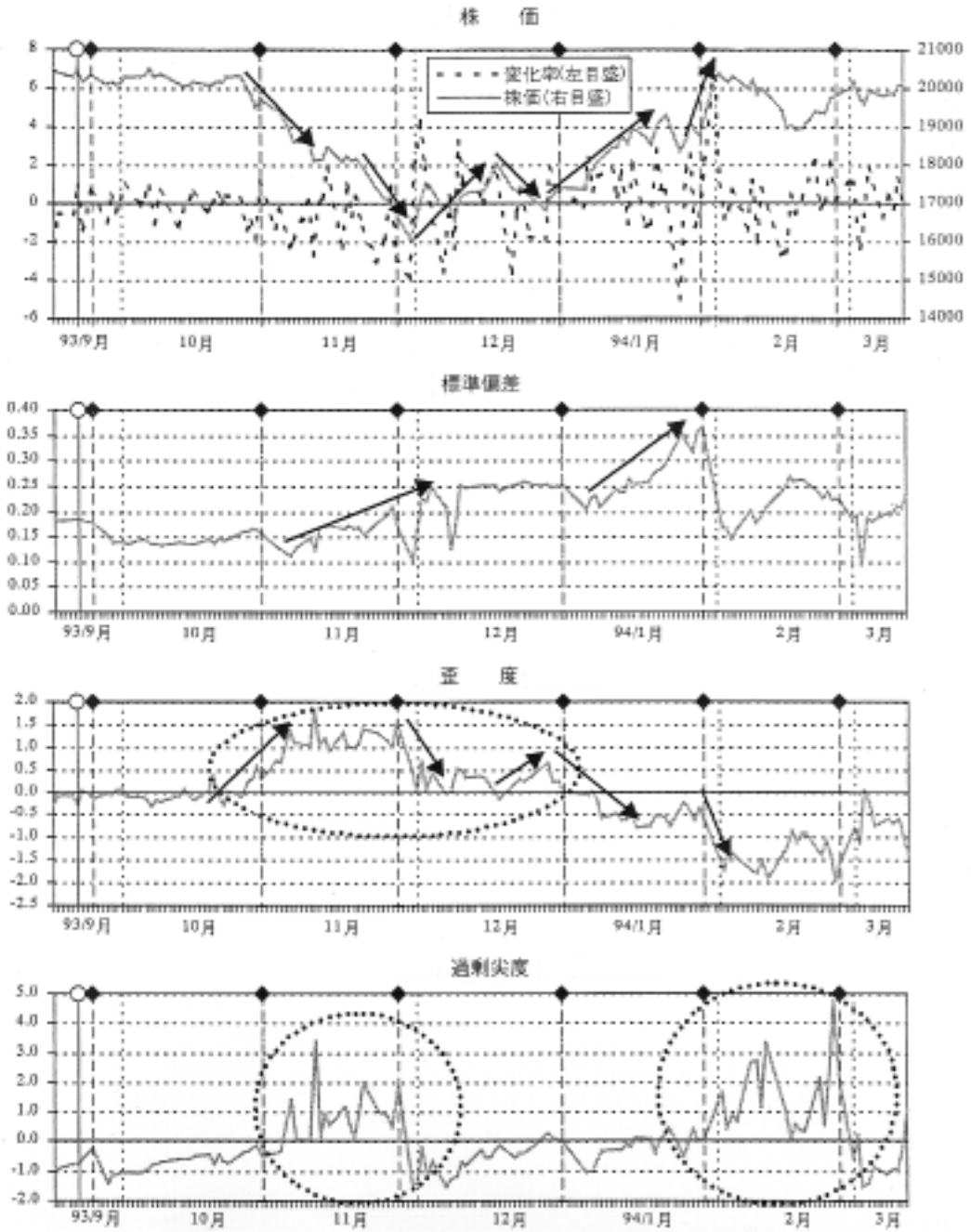
（備考）図中の 印を付した縦線は公定歩合変更日を示す（92年4月1日：4.5% 3.75%、7月27日：3.75% 3.25%）。また、 印を付した縦破線は限月の交替を示す。

図14 国債先物（10年）価格の期待動向（92/3月～10月）



(備考) 図中の ○印を付した縦線は公定歩合変更日を示す(92年4月1日: 4.5% 3.75%、7月27日: 3.75% 3.25%)。また、●印を付した縦点線は限月の交替を示す。

図15 日経平均株価の期待動向 (93/10月~94/3月)



(備考) 図中の 印を付した縦線は公定歩合変更日を示す (93年9月21日: 2.5% 1.7%)、
また、 印を付した縦点線は限月の交替を示す。

上昇し、価格変動リスクの高まりがみられる。また、この時期の限月交替では、標準偏差に極めて大きな段差が生じており、株価回復基調の持続可能性に対する不安感が強かったと推測される。実際、株価回復が一服し、調整色を強めた2月中には、標準偏差が上昇するとともに、過剰尖度が上下に大きく変動しており、株式市場に株価下落の不安心理が広がったことが窺われる。

この間、債券先物市場における期待形成をみると(図16)、まず、1993年11月下旬から翌2月上旬にかけての債券価格上昇(金利低下)局面では、いったん低下した歪度が、相場変動に合わせて上下に変動しつつも、総じてみるとマイナスの値のまま推移している。これは、債券価格について下落リスクが大きく、債券価格上昇に対する確信度は必ずしも高くなかったことを示唆している。また、標準偏差についても、1994年1月中に大幅に上昇した後2月に入って急低下する、との特徴的な動きを示している。この時期には、株価の持ち直しを眺め、年末にかけて高まった早期公定歩合引き下げ観測が後退したほか、国債の増発や資金運用部の売却再開による需給悪化懸念といった要因から、市況が大きく低下するリスクが高まっていたと推測される。

(4) デフレ・スパイラル懸念と期待形成

最後に、円高が急速に進行し、デフレ懸念の高まりをみた1994年後半から1995年の時期に適用し、金融市場参加者の期待形成がどのように変化したかを検証する。具体的には、1995年1月から3月にかけての急速な円高進行期、1995年4月から6月にかけての日経株価が一時的に1万5000円を割れた時期、の2つ時期に焦点を合わせ、やや詳しく市場の期待形成と金融政策の関係を検証する。

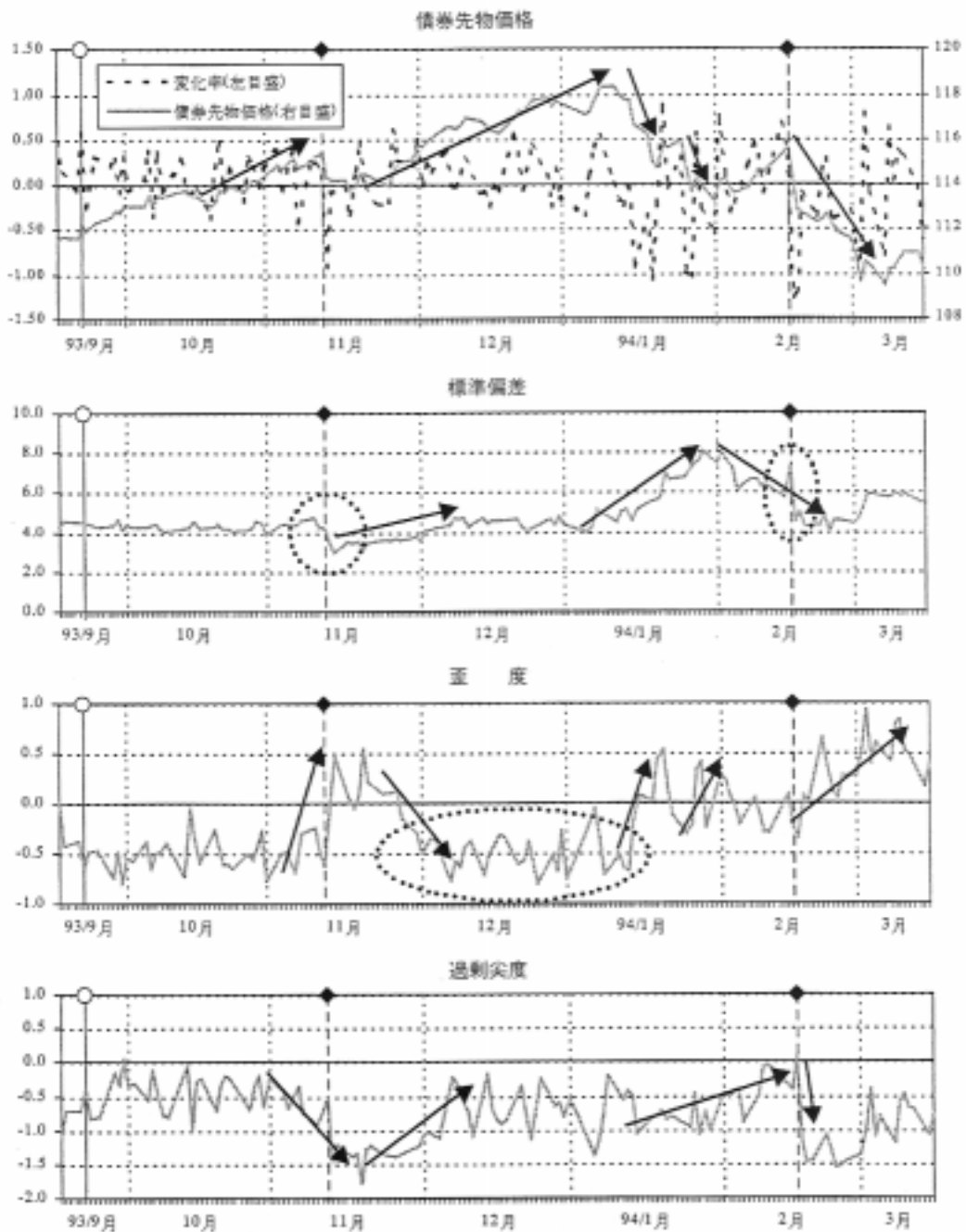
イ・急速な円高の進行(94/12月~95/5月)

まず、急速に円高・ドル安が進行し、一時的に80円/ドル割れを記録した1994年末から1995年5月にかけての時期に焦点をあてる。この時期には、1月頃から徐々に進行した円高への流れが、3月以降一気に加速し、4月中旬には一時80円/ドル割れを記録した。こうした中、株価も1月以降下落基調を辿り、4月初には1万5000円近くまで落ち込んだ。この下落局面においては、短期間で急速に下落する局面とやや長い期間でもう少しゆっくりと下落する局面が交互に表れている。

この局面における株価期待形成の変化をみると(図17)、まず最初の大きな下落である阪神大震災直後の1995年1月下旬には、標準偏差、歪度、過剰尖度がいずれも大きく上昇している。しかしながら、標準偏差の上昇は限月交替とともに上昇前の水準まで低下しているほか、歪度・過剰尖度の上昇も、比較的速やかに元の水準近くまで戻っている。従って、株価下落のインパクトは、一時的なショックとして、スムーズに吸収されたと判断される。

これに対し、2月下旬から4月初にかけての下落局面では、歪度は株価の変動と逆方向に上下しつつも、一貫してプラスの値をとり続けている。また、標準偏差は上昇傾向を辿っているほか、過剰尖度もボラタイルな動きをみせている。こうした

図16 国債先物（10年）価格の期待動向（93/9月～94/3月）



(備考) 図中の 印を付した縦線は公定歩合変更日を示す(93年9月21日: 2.5% 1.75%)。また、 印を付した縦破線は限月の交替を示す。

図17 日経平均株価の期待動向（94/12月～95/5月）

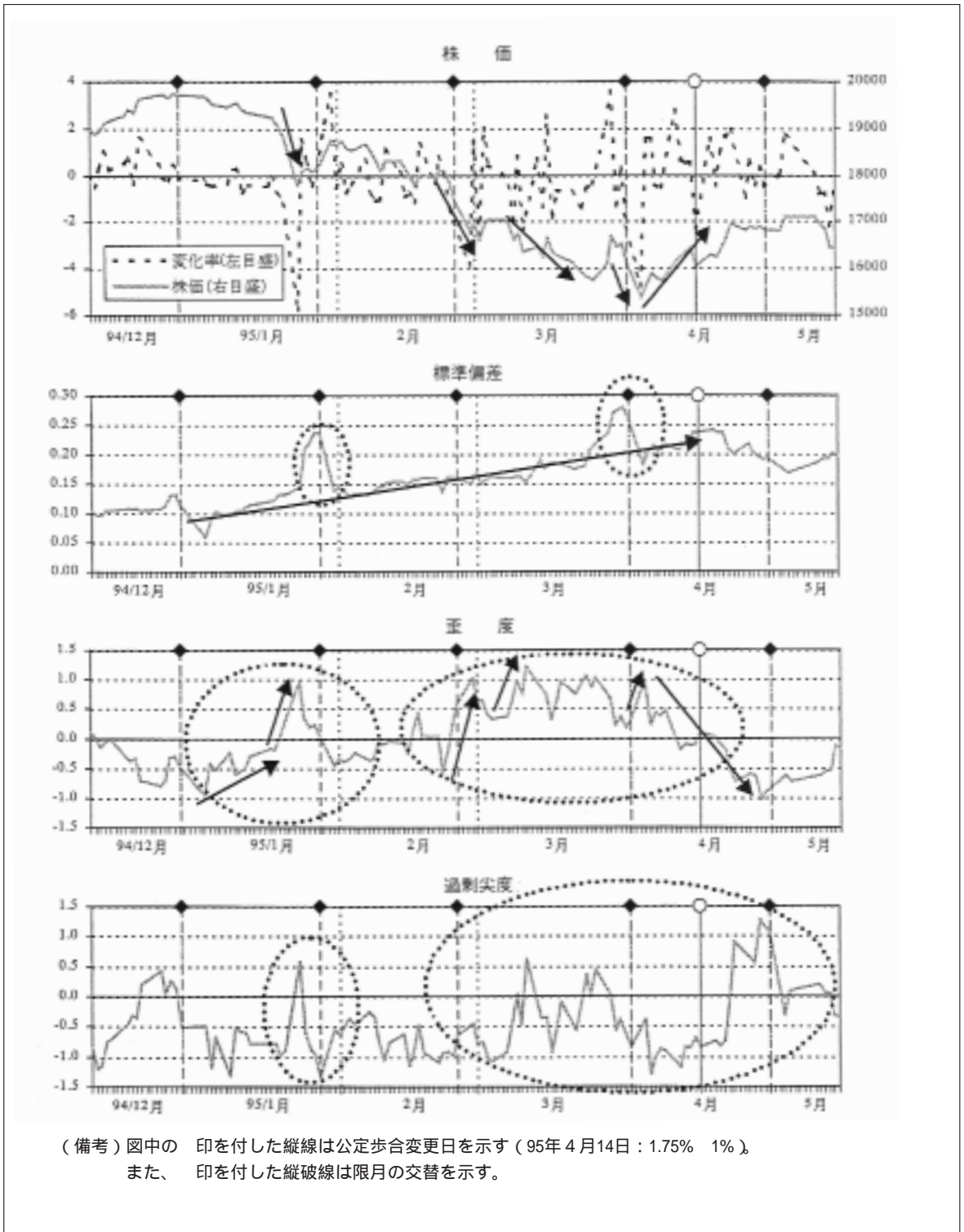
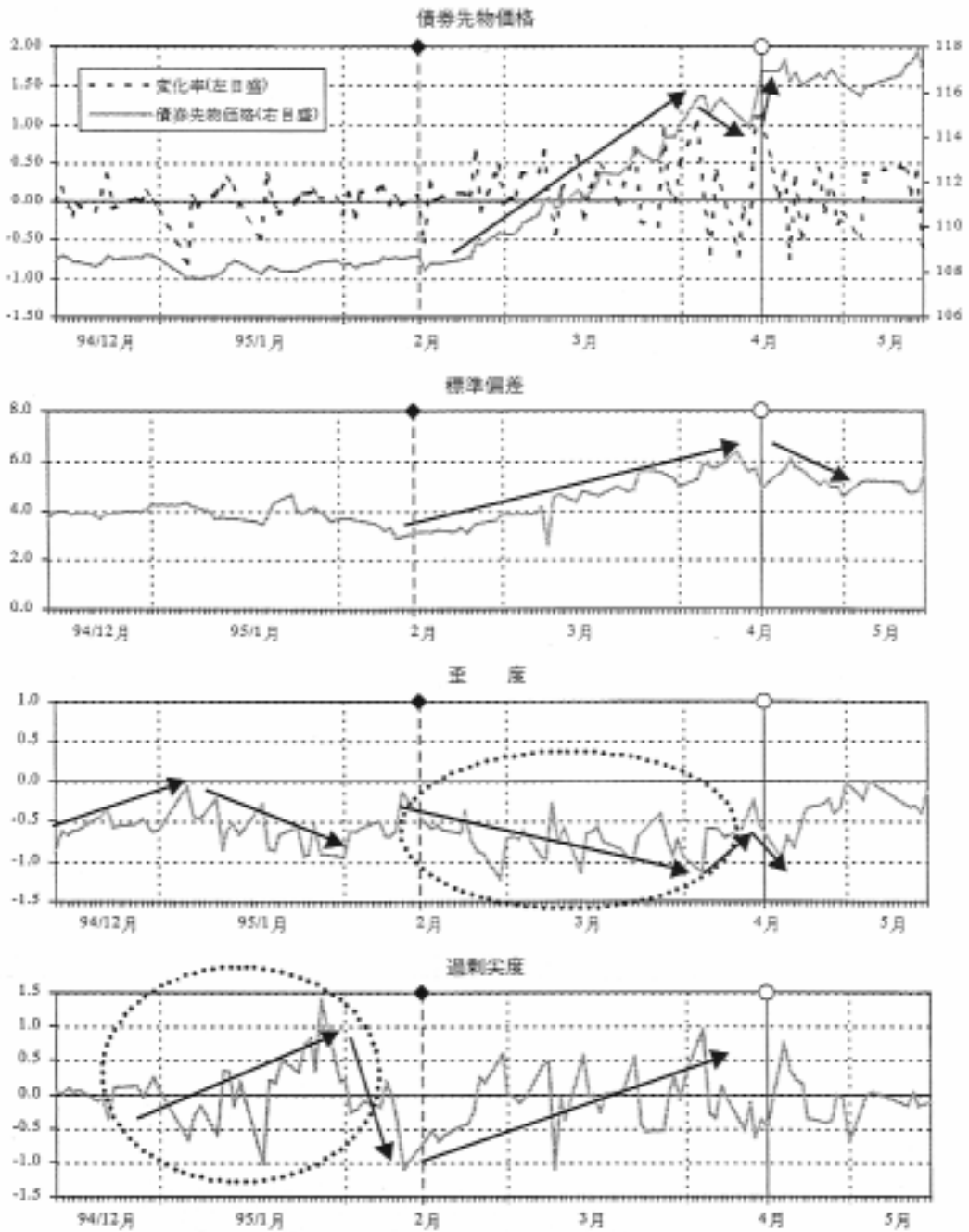


図18 国債先物（10年）価格の期待動向（94/12月～95/5月）



(備考) 図中の 印を付した縦線は公定歩合変更日を示す（95年4月14日：1.75% → 1%）。
また、 印を付した縦破線は限月の交替を示す。

統計量の動きは、価格変動リスクが高まる一方で、株価下落方向への期待の修正が遅れていたことを示唆している。

この間、債券市場では、2月下旬以降、長期金利が低下を始め、債券先物価格も上昇する。債券先物価格に関する期待分布の動きをみると（図18）標準偏差が2月央から4月央にかけて大きく上昇しているほか、歪度は上下の変動幅を大きくしている。また、歪度は債券価格上昇に合わせて緩やかに低下している。こうした統計量の変化は、2月下旬以降、債券市場参加者が4月に行われた公定歩合引き下げを織り込み始めていたことを示している。

ロ．日経平均株価の1万5000円割れ（95/4月～9月）

次に、日経平均株価が1万5000円を割り込んだ1995年4月から9月にかけての時期を採り上げる。この期間には、急激な円高・ドル安の動きは一服し、7月以降、反転円安の流れに向かうが、こうした中、株価は6月中旬と6月末から7月初の2度にわたり1万5000円を割り込んでいる。

この下落局面における期待分布の変動をみると（図19）、歪度は6月中旬の下落に合わせて上昇した後、高止まっているほか、標準偏差が上昇している。また、過剰尖度についても、跳ね上がり幅こそ小さいものの、不安定な動きを示している。こうした統計量の変動は、株価下落に対する調整の遅れを示しており、実際、この時期には、経済対策の景気浮揚効果に関する評価の相違等の影響から、相場観のバラツキが広がっていたとみられる。

また、その後、7月央から9月にかけても、ややイレギュラーな動きを示している。この時期の特徴は、過剰尖度が大きなプラスの値を示していることと、限月交替時における標準偏差の大幅な段差である。こうした変化は、7月以降の株価回復過程の中で、市場参加者の間で、株価下落リスクが依然として大きく認識されていたと推測される。

また、債券先物価格は、5月から7月にかけて景気腰折れ懸念が強まる中で債券価格が上昇した後、7月中旬から下落に転じている。その後、8月央以降、債券先物価格は再び上昇傾向を辿っている。この時期の債券価格に関する期待分布をみると（図20）、7月上旬の相場転換点の前後では、標準偏差が上昇するとともに、過剰尖度も上下に変動しつつ上昇傾向を辿っており、価格変動リスクの高まりが観察される。また、8月央から公定歩合が引き下げられた9月上旬にかけては、標準偏差が上昇しており、市場参加者が公定歩合引き下げを織り込みつつあったと考えられる。ただし、8月央の限月交替時には、標準偏差に大きな段差がついており、この時期に相場観の大きな変化が生じていた可能性が推測される。

図19 日経平均株価の期待動向（95/4月～9月）

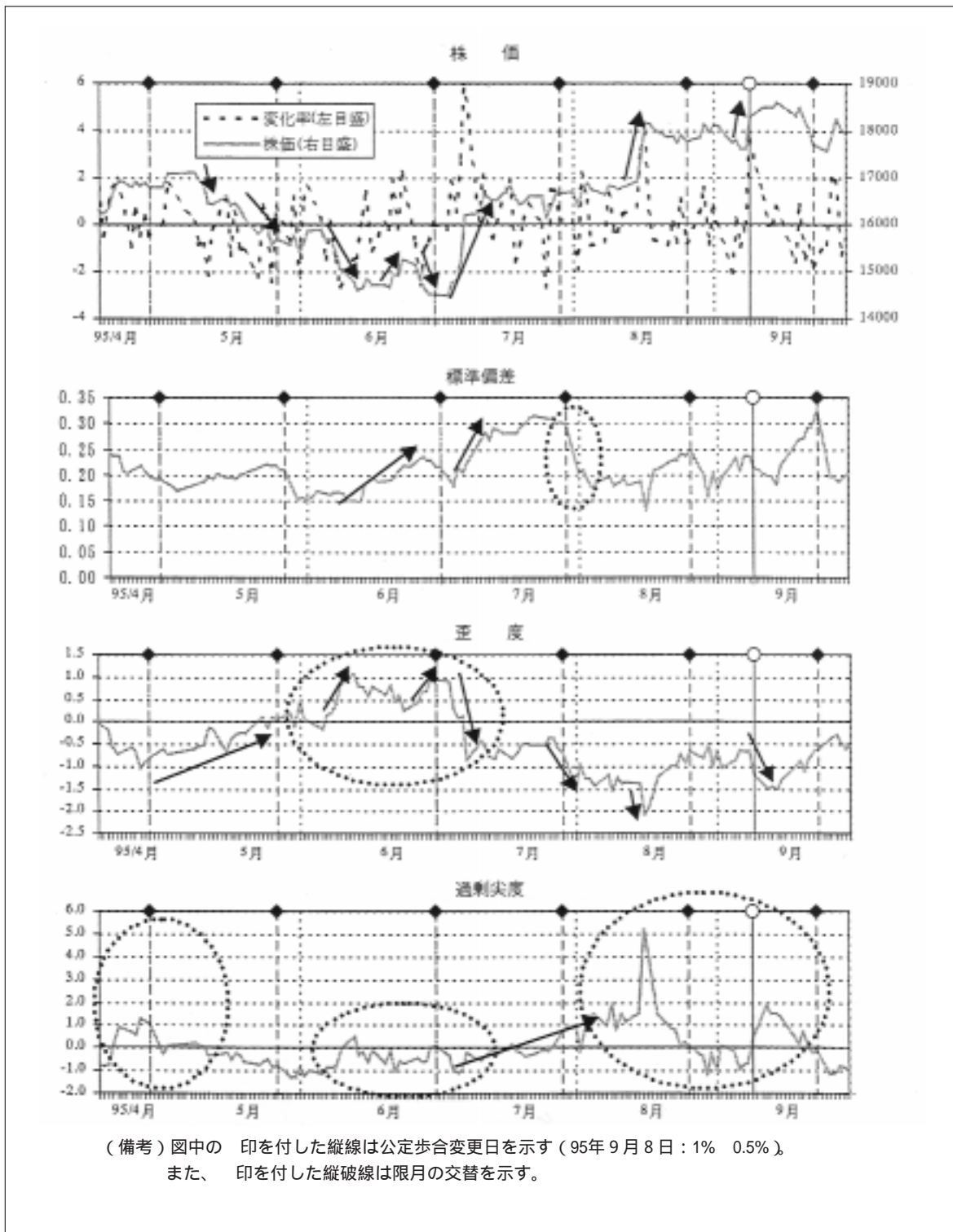
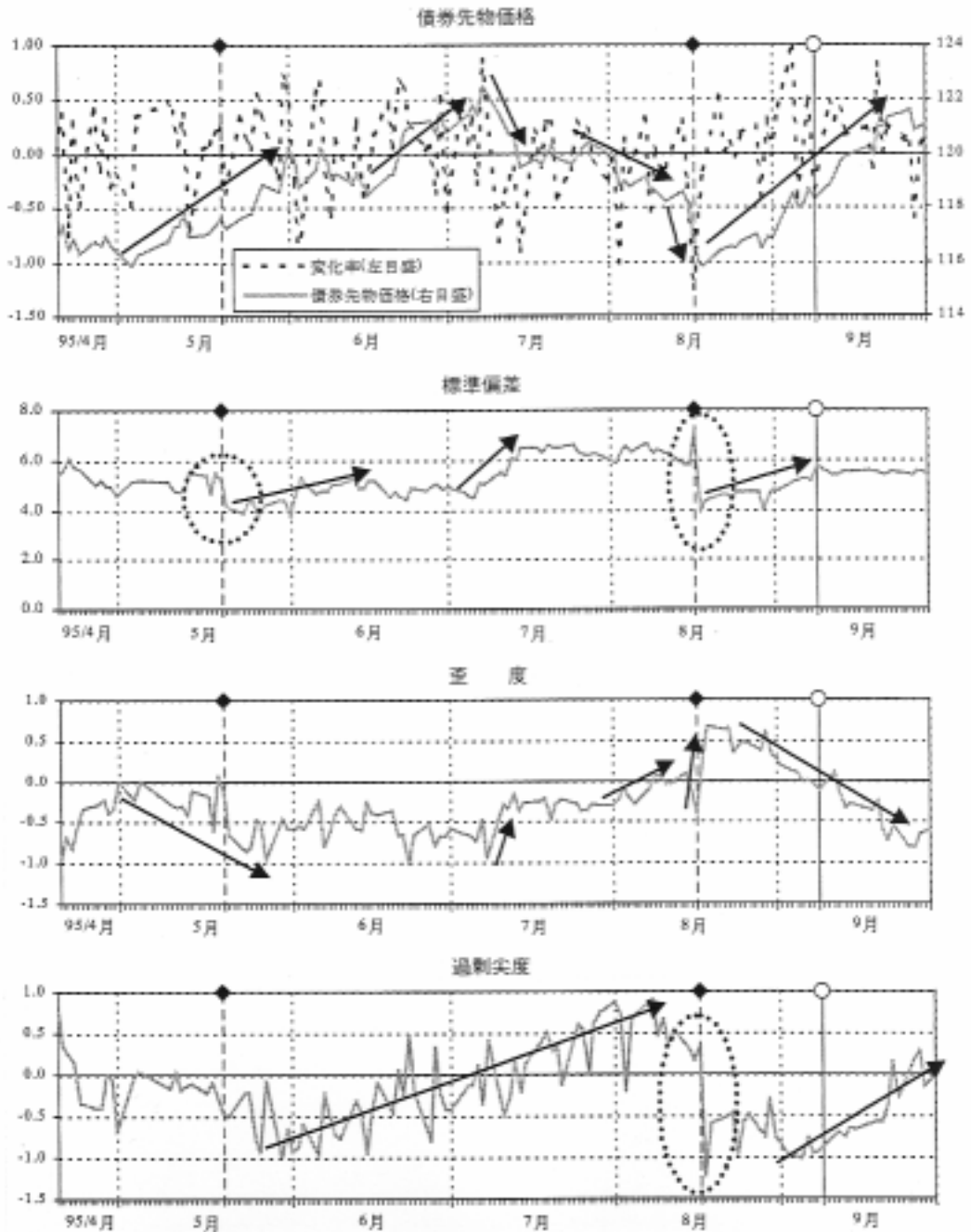


図20 国債先物（10年）価格の期待動向（95/4月～9月）



(備考) 図中の 印を付した縦線は公定歩合変更日を示す(95年9月8日:1% 0.5%)。また、 印を付した縦破線は限月の交替を示す。

4. 結び

本稿では、1989年から1990年にかけてのバブル崩壊期、1992年から1994年初にかけての株価ボトム期、および1995年のデフレ懸念が高まった時期、の3つの局面について、インプライド確率分布の形状変化を推計した。その結果を基に、市場の期待形成がどう変化し、その期待動向と将来資産価格に対する期待形成や金融・実体経済指標との関係がどの時点で、どのように変化したか、また金融政策の運営はこのような期待形成にどのような影響を及ぼしたか、といった点を時系列的に考察した。

その分析結果を総括すれば、経済主体の多様な期待の形成については、平均値だけではわからない情報が多く、同じ平均値でも期待分布の形状によって異なる政策含意があることが確認された。特に、市場で形成される株価については、時期によってその確信度合いが大きく異なっており、株価変動の背後にある市場参加者の期待形成をフォローしていくことで、市場情報を質・量ともに高め得ると考えられる。この分析結果は、オプション取引価格から推計されるインプライド確率分布が、金融政策運営上、有用な情報を提供し得ることを示している。

本稿では、資産価格の大きな変動と期待分布の形状変化を捉える各種統計量の動きの関係に関して、典型的なパターンを見出し、それに対する解釈を整理している。しかしながら、こうしたオプション価格から抽出した情報をどう解釈し、政策判断に活用していくかとの研究は、まだ端緒についたばかりである²⁵。例えば、本稿で検証した資産価格の変動から期待分布への影響とは逆に、分布の形状変化に関する特定のパターンが相場の変動にどのような影響があるのか、といった論点は、今後、市場の流動性やストレス時の分析との関係でも検討を要する課題と考えられる。

また、金融政策運営上の資産価格の位置付けを考える上では、Woodford [1994]、Bernanke and Woodford [1997] が指摘するように、中央銀行が資産価格に対するフィードバック・ルールを基に政策運営を行おうとすると、資産価格と将来の金融政策に関する市場参加者の期待の間に双方向の因果関係が生じるため経済が不安定化する危険がある、との点に注意する必要がある。

25 オプション価格情報から将来の資産価格に対する期待を抽出する方策は、実際に各国の中央銀行によって実用化されている。それらの現状を概観すると、インプライド・フォワードレートはG7のほとんどの国において活用されている。しかしながら、オプション価格情報の活用については、ブラック＝ショールズ・モデルから推計したインプライド・ボラティリティを使って将来資産価格期待のパラツキを評価するのにとどまっている国が多く、リスク中立インプライド確率分布を政策運営に活用している事例は、かなり限られている。

補論1 . インプライド確率分布関数の推計方法

補論1では、インプライド確率分布関数の推計方法として、確率密度関数を直接推計する方法、累積密度関数を推計する方法の2つの手法を紹介する。なお、本稿で採用するのは、後者の累積密度関数を推計する方法である。

(1) 確率密度関数を直接推計する方法

まず、確率密度関数を直接推計する方法について紹介しておく。今、リスク中立な世界を想定すると、ヨーロピアン・タイプのコールオプション価格 C は、

$$\begin{aligned} C &= \exp[-r(T-t)]E[\max(0, F_T - K)] \\ &= \exp[-r(T-t)]\int_{-\infty}^{+\infty} w(F_T) \max(0, F_T - K) dF_T \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

と表せる。なお、 F_T は権利行使時点($t=T$)における原資産価格であり、 K は権利行使価格、 r は無リスク金利、 $w(F_T)$ は現時点からみた F_T の確率密度分布関数とする。ところで、実際のオプション取引では、オプションの売り手に対しては、将来発生し得る債務弁済能力を担保するために、一定のルールに従って、新規の売り付けごとに証拠金を差し入れることが義務づけられている。そして日々の取引においてその証拠金を使った値洗いが行われ、もし証拠金に一定基準以上の不足が生じればその不足額の追加差し入れが実行される。ここで、証拠金は当初の差し入れ以降不足が生じないと仮定すれば、(A-1)式は、

$$C = \int_{-\infty}^{+\infty} w(F_T) \max(0, F_T - K) dF_T \quad (\text{A-2})$$

と単純化することが可能である。さらに権利行使価格について最適化がなされれば、

$$C_K = -\int_K^{+\infty} w(F_T) dF_T \quad (\text{A-3})$$

$$C_{KK} = w(K) \quad (\text{A-4})$$

を得る。なお、 C_K 、 C_{KK} はそれぞれコールオプション価格の権利行使価格に関する1階、2階の微係数である。

また、プットオプション取引について、プットオプション価格を P とおけば、コールオプションと同様の定式化を行って、

$$P_K = \int_{-\infty}^K w(F_T) dF_T \quad (\text{A-5})$$

$$P_{KK} = w(K) \quad (\text{A-6})$$

を得る。なお、 P_K 、 P_{KK} はそれぞれプットオプション価格の権利行使価格に関する1階、2階の微係数である。

しかしながら、実際のオプション取引を観察すると、そこで設定される権利行使価格は不連続であり厳密な意味で(A-3)(A-4)(A-5)(A-6)式は成立しない。そこで(A-4)式を2階の差分によって離散近似する(Breeden and Litzenberger[1978])と、ある権利行使価格 K_i に対する確率密度 $w(K_i)$ は、

$$w(K_i) \approx \frac{C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1}}{(K_{i+1} - K_{i-1})^2} \quad (\text{A-7})$$

となる。従って、ある $\kappa (> 0)$ に対して閉区間 $[K_i - 0.5\kappa, K_i + 0.5\kappa]$ における確率、すなわち相対頻度(以下、 $p(K^*)$ と表記)は、

$$p(K_i^*) \approx w(K_i) \cdot \kappa \quad (\text{A-8})$$

となる。ここで、 $\kappa = K_{i+1} - K_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ とすれば、(A-8)式より、

$$p(K_i^*) \approx \frac{C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1}}{K_{i+1} - K_{i-1}} \quad (\text{A-9})$$

が導かれる。つまり、3つのコールオプション価格が存在すれば1つの権利行使価格に対する相対頻度が決定されることがわかる。

プットオプションについても同様に、(A-6)式について2階の差分近似を行うことで、

$$p(K_i^*) \approx \frac{P_{i+1} - 2P_i + P_{i-1}}{K_{i+1} - K_{i-1}} \quad (\text{A-10})$$

を得る。しかし、この手法には、分布の両端部分の確率が捕捉できない欠点がある。観察可能な権利行使価格の範囲が十分大きくない場合には、捕捉できない裾野部分が大きくなり、確率の総和が1よりも小さくなる。しかも、把握されない部分が上方の裾野なのか下方の裾野なのかが判別できず、例えば将来資産価格の分布型の歪みを導出できない可能性が生じることになる。

(2) 累積密度関数を推計する方法

次に、オプション価格から直接に確率密度分布を推計するのではなく、累積密度分布を推計する方法(Neuhaus[1995])をみておく。この方法は、権利行使価格の範囲の制約から分布の両端部分の確率が捕捉できない点では上記方法と同様の欠点を持つが、直接導出する分布型が累積密度分布であることから、直接捕捉されなかった補集合が分布の上方なのか下方なのかを判別できるとの利点がある。具体的な手法を説明すると以下のとおり。

まず(A-3)式より、

$$C_K = -\int_K^{+\infty} w(F_T) dF_T = -p(F_T \geq K) \quad (\text{A-11})$$

であり、これはコールオプション価格の権利行使価格に関する1階の微係数が累積密度の情報を保有していることを意味している。ここで、1階の有限差分法を用いれば、

$$p(F_T \geq K_i) \approx \frac{C_{i-1} - C_{i+1}}{K_{i+1} - K_{i-1}} \quad (\text{A-12})$$

ゆえに、相対頻度は

$$P(K_i) = P(F_T \geq K_i) - P(F_T \geq K_{i+1}) \approx \frac{C_{i-1} - C_{i+1}}{K_{i+1} - K_{i-1}} - \frac{C_i - C_{i+2}}{K_{i+2} - K_i} \quad (\text{A-13})$$

となる。また、プットオプションについては、(A-5)式を使って、同様に、

$$P(K_i) = P(F_T \leq K_{i+1}) - P(F_T \leq K_i) \approx \frac{P_{i+2} - P_i}{K_{i+2} - K_i} - \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{K_{i+1} - K_{i-1}} \quad (\text{A-14})$$

を得る。因みに、Breedon and Litzenberger [1978]では権利行使価格 K_i^* の周辺における一定間隔の区間での相対頻度を導出したのに対し、ここでは、相対頻度を隣り合う2つの権利行使価格の間で定義している。

以上の考察を踏まえると、累積密度関数を推計する方法をとった場合、コールオプションから、最も安い権利行使価格より上方の確率密度分布が推計されると同時に、プットオプションから、最も高い権利行使価格より下方の確率密度分布が推計される。従って、両方の確率密度分布を統合することで捕捉できない裾野部分を排除することができる。本稿では、分析の目的が市場参加者の期待形成の変化を観察することにあることを鑑み、Breedon and Litzenberger [1978]の手法ではなく、Neuhaus [1995]の手法を用いることとする。

ところで、実際のオプション市場では、コールオプション取引とプットオプション取引のそれぞれが、イン・ザ・マネー (in-the-money) のオプション価格においてミスプライスを起こしやすいことが知られている。従って本稿では、コールオプション取引、プットオプション取引のそれぞれアウト・オブ・ザ・マネー (out-of-the-money) のオプションから導出した相対頻度を、アット・ザ・マネー (at-the-money) を境にして合算させ全体の頻度分布として近似することとする²⁶。すなわち、アット・ザ・マネーの左側は、プットオプション取引のアウト・オブ・ザ・マネー部分から導出した相対頻度を、右側はコールオプション取引のアウト・オブ・ザ・マネー部分から導出した頻度分布を使用することとする。

26 ただし、アウト・オブ・ザ・マネーのオプションであっても、アット・ザ・マネーから大きく乖離したディープ・アウト・オブ・ザ・マネー (deep-out-of-the-money) のオプションでもミス・プライスは生じやすい。このため、計算された確率密度が負になるような明らかなミス・プライス・データは排除している。

補論2 . オプション取引の概要

補論2では、本稿で分析の対象とする日経平均株価オプションおよび債券先物オプションの取引の概要について整理する（表A-1を参照）。

まず日経平均株価オプションは、1989年6月に取引が開始された。限月は直近の連続する4ヶ月であり、権利行使価格は取引開始前日の日経平均株価を基準に500円刻みで上下2種類ずつ合計5個設定される。また取引最終日は各限月の第2金曜日の前日、権利行使期間は取引最終日の翌日となるヨーロピアン・タイプのオプションである。

一方、債券先物オプションは、1990年5月に取引が開始された。取引限月は、3、6、9、12月限月のうちの直近2限月であり²⁷、権利行使価格は先物の前日終値を参考に中心価格を設定し中心価格から上下3つずつ1円刻みで合計7つ設定される。取引最終日は対象となる先物受渡決済日の属する月の前月末、権利行使期間は取引開始日から取引最終日まで6ヶ月間のアメリカン・タイプのオプションである。

表A-1 オプション取引の概要

	日経平均株価オプション	債券先物オプション
取引開始時期	1989年6月12日	1990年5月11日
上場取引所	大阪証券取引所	東京証券取引所
原資産	日経平均株価(日経225)	長期国債先物(10年)
取引単位	日経平均株価の1,000倍	長期国債先物の額面1億円
取引限月	直近の連続する4ヶ月	3、6、9、12月限月のうちの直近2限月(平成9年11月20日より、上記4限月以外について取引期間の短いオプション取引を開始)
取引最終日	各限月の第2金曜日の前日	各限月の前月末日
取引期間	4ヶ月	6ヶ月
権利行使価格	取引開始前日の日経平均株価を基準に500円刻みで上下2つずつ合計5つ(その後、株価が大きく変動した場合、追加設定)	取引開始前日の債券先物価格を基準に1円刻みで上下3つずつ合計7つ(その後、債券先物価格の変動に応じて追加設定)
権利行使期間	取引最終日の翌日(ヨーロピアン・タイプ)	取引開始日から取引最終日まで(アメリカン・タイプ)
呼び値	プレミアムが1000円以下の場合は5円刻み、1000円超の場合は10円刻み	1銭
値幅制限	日経平均株価前日終値が2万円未満の場合、上下1000円ずつ、2万円以上3万円未満の場合1500円、3万円以上4万円未満の場合2000円、4万円以上の場合2500円	(プレミアムベースで)前日終値から上下2円

(資料) 各オプション上場の証券取引所ホームページ

(日経平均株価オプション: <http://www.ose.or.jp>、債券先物オプション: <http://www.tse.or.jp>)

27 ただし、平成9年11月20日から、従来から取引のあった4限月以外の月についても、取引最終日の属する月の前月20日を取引開始日とする取引期間の短いオプション取引が開始されている。

参考文献

- 小田信之・吉羽要直、「デリバティブ商品価格から導出可能な市場情報を利用したマーケット分析方法」、『金融研究』第17巻第2号、日本銀行金融研究所、1998年。
- 吉羽要直 「リスク・リバーサル取引の理論的含意について」 『金融研究』第15巻第2号、日本銀行金融研究所、1996年。
- Bahra, Bhupinder, “Probability Distributions of Future Asset Prices Implied by Option Prices,” *Bank of England Quarterly Bulletin*, August 1996, pp. 299-311.
- , “Implied Risk-Neutral Probability Density Functions from Option Prices: Theory and Application,” Bank of England Working Paper Series, No.66, 1997.
- Bates, David S., “The Crash of '87: Was It Expected? The Evidence from Options Markets,” *Journal of Finance*, 46(3), 1991, pp. 1009-1044.
- , “Dollar Jump Fears, 1984:1992: Distributional Abnormalities Implicit in Currency Futures Options,” *Journal of International Money and Finance*, 15(1), 1996, pp. 65-93.
- , “Post-'87 Crash Fears in S & P 500 Futures Options,” NBER Working Paper Series, No. 5894, 1997.
- Bernanke, Ben S., and Michael Woodford, “Inflation Forecasts and Monetary Policy,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(4), 1997, pp. 654-684.
- Black, Fischer, and Myron Scholes, “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, 81(3), 1973, pp. 637-659.
- Breeden, Douglas T., and Robert H. Litzenberger, “Prices of State-Contingent Claims Implicit in Option Prices,” *Journal of Business*, 51(4), 1978, pp. 621-651.
- Chen, Ren-Raw, and Louis Scott, “Pricing Interest Rate Futures Options with Futures-Style Margining,” *Journal of Futures Markets*, 13(1), 1993, pp. 15-22.
- Cox, John C., and Stephen Ross, “The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes,” *Journal of Financial Economics*, 3(1/2), 1976, pp. 145-166.
- Hull, John C., *Options, Futures, and Other Derivatives*(3rd ed.), London: Prentice Hall, 1997.
- Malz, Allan M., “Using Option Prices to Estimate Realignment Probabilities in the European Monetary System: The Case of Sterling-Mark,” *Journal of International Money and Finance*, 15(5), 1996, pp. 717-748.
- Melick, Williams R. and Charles P. Thomas, “Recovering an Asset's Implied PDF from Option Prices: An Application to Crude Oil during the Gulf Crisis,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 32(1), 1997, pp. 91-115a.
- Neuhaus, Holger, “The Information Content of Derivatives for Monetary Policy: Implied Volatilities and Probabilities,” Discussion Paper 3/95, Economic Research Group of the Deutsche Bundesbank, 1995.
- Söderlind, Paul, “Extracting Expectations about 1992 UK Monetary Policy from Option Prices,” CEPR Discussion Paper, No. 1823, 1998.

, and Lars E. O. Svensson, "New Techniques to Extract Market Expectations from Financial Instruments," *Journal of Monetary Economics*, 40(2), 1997, pp. 383-429.

Woodford, Michael, "Nonstandard Indicators for Monetary Policy: Can Their Usefulness Be Judged from Forecasting Regressions?" in N. Gregory Mankiw ed. *Monetary Policy*, University of Chicago Press, 1994, pp. 95-115.