

# 定額郵便貯金の実質価値について

鎌田 康一郎

1. 目的、構成、要旨
  2. 定額郵便貯金のオプション性
  3. 定額郵便貯金の実質価値
  4. 期日指定定期預金の実質価値の計算
  5. 定額郵便貯金と期日指定定期預金の比較
  6. おわりに
- 補論

## 1. 目的、構成、要旨

近年、郵便貯金、中でも定額郵便貯金（以下、定額郵貯）をめぐる、その採算性、民間金融機関により提供されている預金商品との競合性、さらには定額郵貯への資金シフトがマネーサプライおよび実体経済動向に及ぼす影響等、幅広い観点から議論が行われている。

とくに、採算性ないし競合性の問題については、「定額郵貯は、長期的にみた場合、商品提供側として、十分に採算のとれる金融商品」とする郵政省と、「定額郵貯は、その潜在リスクをも合わせて評価した場合、極めて高コストの資金調達手段であるため、提供することが困難」とする民間金融機関の間で主張が真っ向から対立している。しかし、このように活発な論争が展開されているにもかかわらず、実際に定額郵貯、ひいては郵便貯金特別会計（以下、郵貯特会）の採算性等を

具体的な数値によって検証しようという試みは少なく、大方の議論は極めて抽象的なものに止まっているといわざるを得ない。

このように、定額郵貯の採算性につき定量的な分析がほとんどなされていない背景の1つとして、定額郵貯は以下に述べるようにオプションに類似した商品性を備えており、これがその実質的な価値の評価を困難なものとしている点が指摘される。すなわち、定額郵貯は、6か月の据置期間経過後は、継続期間に応じてあらかじめ決められた金利が付利されたうえで、預金者がこれを自由に解約（償還）しうるといった商品性を備えているが、これは株式、債券等の資産を任意の時点にあらかじめ決められた行使価格で売る権利、つまり、アメリカン・プット・オプションにほかならない。定額郵貯は、こうしたオプションを預金者に提供しているという意味において、アメリカン・プット・オプション付き債

---

本論文の作成に当たっては、池尾和人先生（京都大学）から懇切丁寧なご指導を頂いたほか、久保田敬一先生（武蔵大学）から有益なコメントを頂いた。

券とみなすことが可能である。したがって、他の預金商品との比較において定額郵貯の採算性を論じる際には、こうしたオプションの価値（オプション・プレミアム）を勘案した定額郵貯の実質価値を計算する必要がある。

民間金融機関により提供されている預金商品の中にも、例えば期日指定定期預金（以下、期日指定）のように、オプション性を有するものが存在する。しかしながら、期日指定は最長継続期間が3年であるのに対し、定額郵貯は10年という長期に亘るため、預金者が暗黙のうちに享受しているオプション・プレミアム相当分<sup>1)</sup>が相対的に高い水準にのぼることが考えられる。<sup>2)</sup>したがって、定額郵貯の採算性を論ずるに当たっては、とくにオプション・プレミアム相当分を明示的に計測し、これを勘案したうえで実質価値を算出することが重要となる。本論文の目的は、以上のような認識に基づき、オプション理論を採用しつつ、定額郵貯の実質価値を計測する際の理論的なフレームワークを提示するとともに、実際のデータを用いることによって、定額郵貯に含まれるオプション・プレミアム相当分を算出することである。<sup>3)</sup>

定額郵貯のモデルを構築する際にとくに注意が必要なのは、既存のオプション価格モデルが、取引に際しての摩擦が全くなく、完全に金利裁定が行われる世界を前提としているのに対し、定額郵貯等は、金利が規制されている<sup>4)</sup>ために、必ずしもこうした仮定が満たされず、したがって、既存のモデルを直接適用することが困難な点である。本論文は、この点を勘案しつつ、預金者がリスク中立的であるという仮定<sup>5)</sup>の下で、定額郵貯に含まれるオプション・プレミアム相当分を計測するスキームを提示している。

本論文の構成は以下のとおりである。2.では、定額郵貯の持つオプション性をその具体的商品スキームに沿ってごく簡単に説明する。3.では、そうしたオプション性を考慮した定額郵貯の実質価値を計算するための諸仮定を説明したうえで、具体的な計算スキームの考え方を単純化した3期間モデルにより解説する。4.では、同様に、民間の提供しうる最長の預金として、期日指定をモデル化する。5.では、具体的なデータを用いて、定額郵貯のオプション・プレミアムを実際に計算するほか、定額郵貯が期日指定に比べてどの程度

- 
- 1) 預金者が定額郵貯の発行体である郵貯特会からオプション付き債券を購入している限り、そのオプション・プレミアムは本来預金者が負担する筋合いにある。
  - 2) 通常のオプション価格理論（例えば、Cox and Rubinstein [1985] 等を参照）によると、オプション・プレミアムはオプションの期間が長くなるほど増加する。
  - 3) むろん、定額郵貯の問題は、他の預金商品と比較した場合の採算性、競合性といった本論文での観点はもとより、定額郵貯に対する金利設定方式、課税制度における問題点等、より幅広い視点から議論されるべきものである。また、郵便貯金制度についても、財政投融资制度を含めたトータルとしての公的金融のあり方、民間金融機関とのバランスというさらに大きな視野をもって評価すべきであろう。しかし、本論文ではそうした問題に立ち入らずに、あくまで定額郵貯の実質価値の計測という問題に関心を集中させることとする。
  - 4) なお、定額郵貯・期日指定を含む定期性預貯金の金利は、1993年6月を目途に、全て自由化される予定である。
  - 5) 預金者のリスク中立性に関する問題点については、脚注10)を参照。

有利な商品であるかを計測する。なお、補論では、実際に上記5.での計算に用いた、預金者の預金保有期間が3期間を超える一般的な場合についての定額郵貯と期日指定の実質価値計算フォーミュラを示す。

本論文の論点は多岐に亘るが、あらかじめ主要な結論を要約しておくのと以下のとおりである。

- ① 定額郵貯は、貯金証書（原資産）に、それを満期前任意の時点であらかじめ決められた金利を付利して解約（償還）することができる、いわばアメリカン・プット・オプションを付加した金融商品として捉えることができる。
- ② 定額郵貯のほか、民間金融機関が提供している期日指定等も、同様にオプション性を備えた預金商品であるが、両者の商品性を比較した場合、定額郵貯は、その継続期間が最長10年に亘る（期日指定は3年）点が大きな特徴である。
- ③ このように、オプション性を有する預金の実質価値を計測する場合には、暗黙のうちに預金者が享受しているオプション・プレミアム相当分を明示的に考慮する必要がある。とくに、定額郵貯については、その継続期間が長期に亘ることから、オプション・プレミアム相当分の計測がとくに重要となる。

— 例えば、預金者の預金保有期間を4年と仮定した場合、定額郵貯に含まれるオプション・プレミアム相当分は最大0.69%、預金保有期間が10年の場合には

最大1.45%となる。

- ④ こうしたオプション・プレミアム相当分を考慮した定額郵貯の実質価値と期日指定のそれとを比較すると、一般的にいて、現時点が高金利局面になればなるほど、また、預金者の預金保有期間が長くなればなるほど、高くなる傾向にある。もっとも、現時点が低金利局面で、しかも、預金者の預金保有期間が短い場合には、期日指定の実質価値の方が高くなる場合も存在する。  
— 期日指定との実質価値の格差は、預金保有期間が4年の場合には最大0.57%、10年の場合には1.17%となる。もっとも、預金保有期間が2年間の場合は、期日指定の実質価値が定額郵貯のそれを上回る。
- ⑤ さらに、こうしたオプションを提供している郵貯特会は、期間が10年に亘るオプションの売建てポジションをヘッジする手段が存在しないため、<sup>6)</sup>金利変動如何ではかなりの損失を被る可能性がある点は留意が必要である。

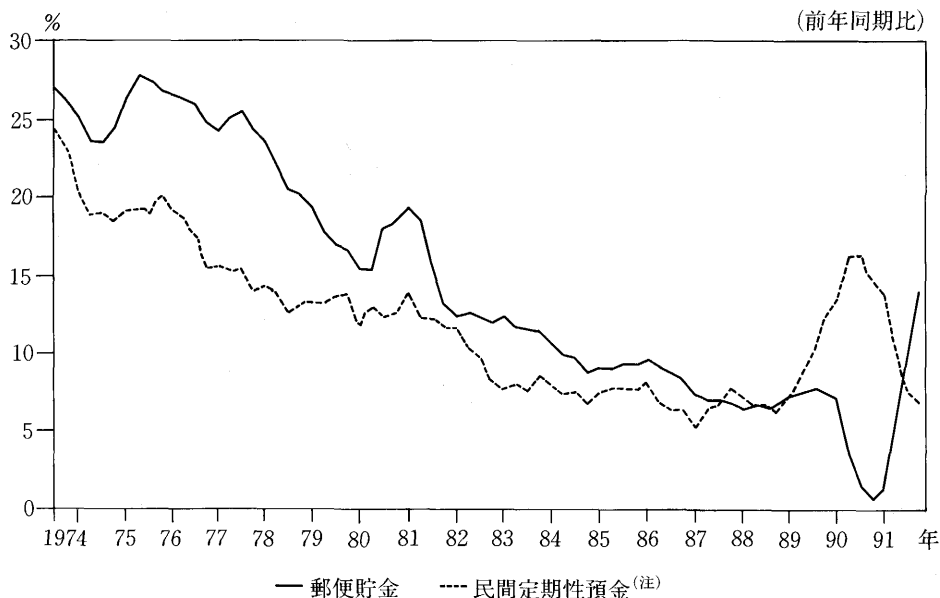
## 2. 定額郵便貯金のオプション性

### (1) オプション取引と定額郵便貯金の商品性 イ. 定額郵便貯金の動向

定額郵貯の残高の推移をみると（第1図）、その伸び率は、1980年代を通じてほぼ一貫して民間の定期性預金の伸び率を上回っている。また、89年央以降は小口MMCの導入（89年6月）を契機に伸び率が大きく低下したものの、91年以降は伸び率を回復、再び民間の

6) 理論的には、オプションの売り手は、原資産(underlying asset)の価格動向如何で無限大のリスクを被ることとなるため、現物市場で反対売買を行うことによりヘッジ・オペレーションを行う（典型的にはデルタ・ヘッジ）。

第1図 個人貯蓄残高の推移



(注) ここでの民間定期性預金には個人部門のみが含まれ、法人企業部門は含まれていない。また、この中には、通常の規制金利定期性預金（1992年6月以降廃止）のほか、小口MMC等の自由金利預金が含まれている。

定期性預金の伸び率を上回るに至っている。

このように、定額郵貯がその表面金利の低さ（第2図）にもかかわらず、他の金融商品に比し、相対的に高い伸び率を維持してきた背景としては、①利息計算方式における優位性等に加え、②定額郵貯のオプション性が指摘できる。そこで、以下では、定額郵貯の商品性を整理しつつ、そのオプション性について説明する。

#### ロ. オプション取引の概要

定額郵貯のオプション性を論ずるに当たり、まずオプション取引の仕組みについて、簡単に要点を整理しておこう。

オプション契約とは、株式、債券等の資産（原資産）をあらかじめ定められた価格および期間（日）に買う権利（コール・オプション）や売る権利（プット・オプション）を売

買する取引である。オプションは、その権利の種類および権利行使が可能な期間（日）に応じ、大きく以下のように分類される。

#### 【権利の種類】

##### ○コール・オプション：

対象となる原資産をあらかじめ定められた価格でオプションの売り手から購入する権利。

##### ○プット・オプション：

対象となる原資産をあらかじめ定められた価格でオプションの売り手に売却する権利。

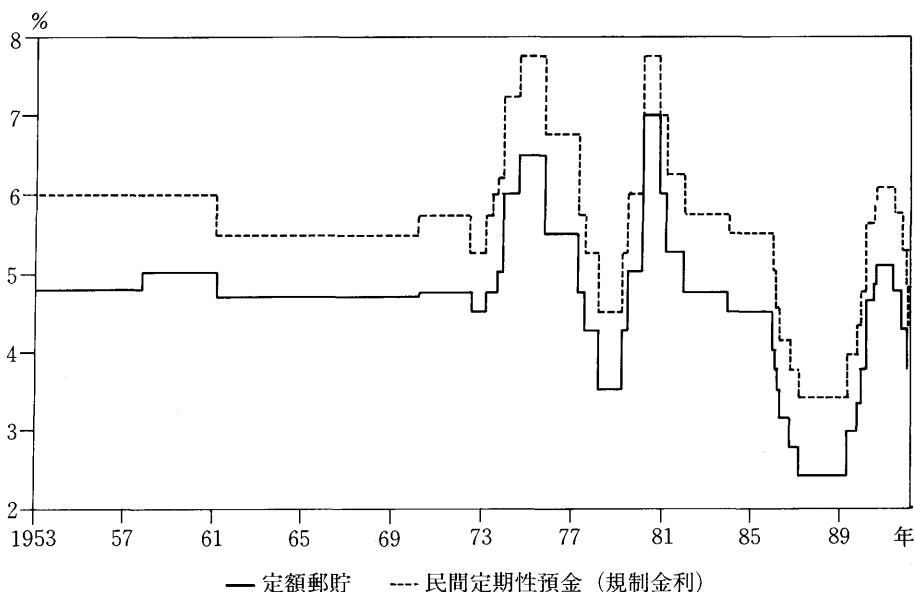
#### 【権利行使期間】

##### ○アメリカン・オプション：

満期日までの期間であれば、いつでも権利行使が可能であるようなオプション。

##### ○ヨーロピアン・オプション：

第2図 定額郵貯と民間定期性預金の金利の推移（1年もの）



満期日においてのみ、権利行使が可能であるようなオプション。

任意の時点でオプションが持つ価値、すなわちオプション・プレミアムは、理論的には、①対象となる原資産の価格、②その変動率 (volatility)、③権利行使価格 (exercise price)、④安全資産の利回り、および⑤満期までの期間、の5つのファクターによって決定されると考えられる。例えば、原資産価格の変動率が高くなるとオプション・プレミアムの理論価値は増加するほか、満期までの期間が長いほどオプション・プレミアムは上昇

する。<sup>7)</sup>

さらに、先物取引等他の派生商品 (derivatives) との比較でみた場合、オプション取引の特徴の1つとして、オプションの売り手と買い手の間でリスク負担が非対称となる点が指摘される。すなわち、オプションの買い手の損失は原資産価格 (株価、金利等) の変動にかかわらず一定に止まる一方、売り手の損失は原資産価格の動向如何で無限大となる可能性がある。<sup>8)</sup>したがって、定額郵貯のようにオプション性を備えた商品を提供する場合には、金利動向如何では、これを提供する

7) オプション・プレミアムの決定モデルの詳細については、例えば、Cox and Rubinstein [1985] 等を参照。

8) 例えば、いま権利行使価格が  $k$  円のコール・オプションを  $c$  円のプレミアムを支払って購入したとしよう。権利行使日に原資産価格 ( $x$  円) が権利行使価格を上回った場合 ( $x \geq k$ ) には、オプションの買い手はオプションを行使し、原資産を現物市場で売却することで、 $x - k - ce^{rT}$  ( $r$  は契約当初に支払ったプレミアム  $c$  を現在価値に割り戻すための利子率) だけのキャッシュ・フローを得る一方、仮に原資産価格が権利行使日に権利行使価格を下回った場合でも、損失は  $-ce^{rT}$  に止まる。逆に、これを売り手のサイドから見ると、オプションが行使されなかった場合のキャッシュ・フローは  $ce^{rT}$  に止まる一方、行使された場合の損失は  $k - x + ce^{rT}$  となり、 $x$  の値如何では、この値はマイナス無限大となる (第3図<次頁>参照)。

郵貯特会に大きなリスクが発生する可能性がある点には留意が必要であろう。

ハ. 定額郵便貯金の商品性とオプション

次に、定額郵貯の持つ商品性が、以上で述べたオプション取引の概念といかに対応するかについてみることにしよう。まず、定額郵貯のスキームを確認しておくのと以下のとおりである。

【定額郵貯のスキーム】

最長継続期間：10年間

据置期間：6か月間

適用金利：継続期間3年以下の場合は、継続期間が長くなるほど高い金利（半年刻み）を口座開設当初に遡って適用。3年超の場合は、一律「3年以上」の金利を口座開設当初に遡って適用（第1表）。

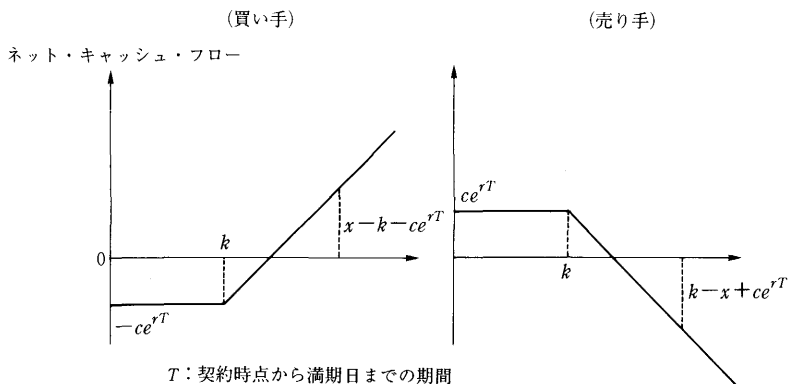
利息計算：半年複利

これをやや敷衍すると、預金者は、定額郵貯に加入して貯金証書を受け取ると、その証書を保有している限り、加入当時にオファーされていた金利を最長10年間享受しうる。この際、先行き市場金利が下落した場合には、現在の貯金証書を保有し続けて、それまでの高い金利を享受すればよいし、逆に金利が上昇し、かつ、預け替えた方が有利と考えれば、半年という極めて短い据置期間を経過している限り、いつでもペナルティーを支払うことなく貯金を解約できる。こうした定額郵貯のスキームを前述のオプション取引におけるさまざまな概念に対応させてみると、定額郵貯は貯金証書を原資産証券とし、行使価格（金利）があらかじめ半年毎に設定された、期間10年の、アメリカン・プット・オプションを付与された、貯蓄商品であるということがで

第1表 定額郵貯の金利体系の推移

改訂年月日	(単位 %)					
	1年未満	1年以上	1年6か月以上	2年以上	2年6か月以上	3年以上
3. 7.29	4.25	4.75	5.5	5.85	5.9	6.0
3.11.25	3.75	4.25	5.0	5.35	5.4	5.5
4. 1.20	3.25	3.75	4.5	4.85	4.9	5.0

第3図 満期日におけるコール・オプションのキャッシュ・フロー



## 定額郵便貯金の実質価値について

きる。

利息計算：1年複利

### (2) 定額郵便貯金と期日指定定期預金の比較

オプション性を兼ね備えた預金商品は、必ずしも定額郵貯に限定されているわけではない。例えば、民間金融機関によって提供されている預金商品の中にも、期日指定のようにオプション性を持つものが存在する。期日指定のスキームを(1)ハ.での定額郵貯の例にならって整理すると以下のとおりであるが、これによると、期日指定も期間等の違いはあるものの、基本的には定額郵貯と同じアメリカン・プット・オプションを付与された預金商品と考えることが可能である。

#### 【期日指定のスキーム】

最長継続期間：3年間

据置期間：1年間

適用金利：継続期間が1年以上2年未満の場合には1年定期預金の金利、2年以上の場合には2年定期の金利を適用。継続期間が1年に満たなかった場合には、定期預金の中途解約利率が適用される（第2表）。

第2表 期日指定の金利体系の推移

(単位 %)

改訂年月日	中途解約	1年以上	2年以上
3. 7.29	4.25	5.75	6.0
3.11.25	3.75	5.25	5.5
4. 1.20	3.25	4.75	5.0

定額郵貯と期日指定のオプション性を比較すると（第3表）、最長継続期間が、定額郵貯は10年の長期に亘るのに対し、期日指定は3年に止まっている点がオプションの価値の算定に当たって重要である。すなわち、前述のとおり、オプションの価値は期間が長いほど高まるため、定額郵貯の期間の長さは定額郵貯の実質価値を増加させる。<sup>9)</sup>

### 3. 定額郵便貯金の実質価値

#### (1) 実質価値計算のための諸仮定

本節では定額郵貯の実質価値を実際に算定するが、前述のとおり、定額郵貯の金利が規制金利である状況の下では、完全な金利裁定を前提とした既存のオプション価格モデルをそのまま適用することは不可能である。そこ

第3表 定額郵貯と期日指定のオプション性の比較

	定額郵貯	期日指定
オプションの種類	アメリカン・プット	アメリカン・プット
原資産	貯金証書	預金証書
行使価格	当初示された金利体系	当初示された金利体系
最長継続期間	10年	3年

9) むろん、オプションの価値は、その期間だけではなく、原資産価格、行使価格等、さまざまな要因に規定されている。例えば、定額郵貯の場合、表面金利が期日指定に比べ低い点是不利であるが、純粋にオプション価値といった観点からこれをみた場合、行使価格が低い（その分オプション価値が高い）といった側面も持つ点は留意が必要である。

で、実質価値の算定に当たり、いくつかの仮定を設ける必要が生ずるが、このうち主なものをあらかじめ列挙すると以下のとおりである。

- ①定額郵貯の金利体系—異なる継続期間の間での金利格差の固定性
- ②金利の確率過程—1階のマルコフ性
- ③預金者の預金保有期間—いくつかのシミュレーションを実施

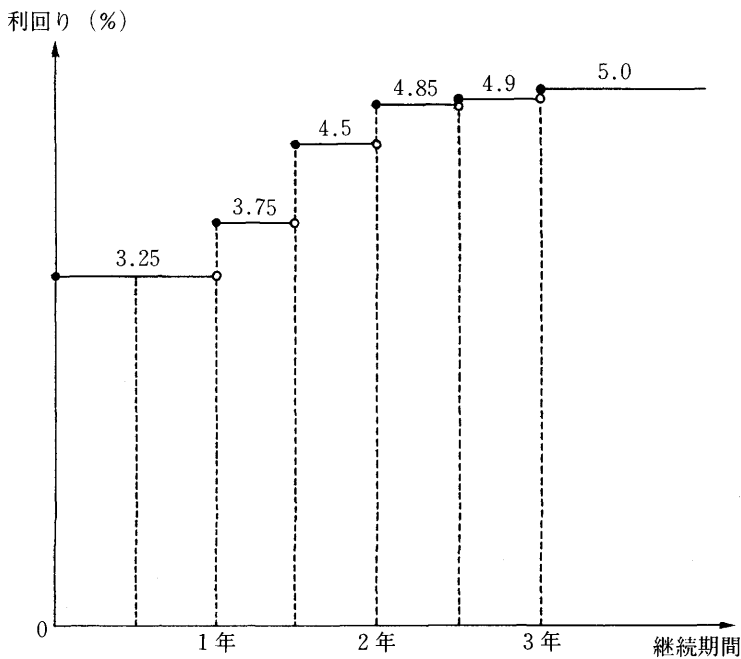
④預金者のリスク態度—リスク中立性<sup>10)</sup>  
以下、定額郵貯を考える際に特有の問題である①～③について、やや詳細に説明することとしよう。

①定額郵貯の金利体系に関する仮定

前述のとおり、定額郵貯の貯金証書はオプション取引における原資産証券に相当するが、そこで示されている金利体系は、オプションの行使価格としての意味を持つことから、定額郵貯の実質価値を計算する際の重要なファクターとなる。

第4図は、平成4年1月20日における定

第4図 定額郵貯の金利体系（平成4年1月20日現在）



10) しばしば、オプションは原資産の価格変動リスクをヘッジする手段として用いられ、その価格であるオプション・プレミアムはそうした損失に対する保険料としての性格を持っており、通常は、原資産価格のボラティリティーと投資家のリスク態度に依存して決まる。仮に、預金者がリスク回避的であるとすると、預金者は期待収益だけでなく、リスク（収益の分散）を同時に考慮しながら効用最大化を行うこととなるため、その運用の期待収益はリスク中立的な預金者のそれよりも小さくなる。リスク回避的な預金者を仮定したオプション・プレミアムの計測も理論的には可能であるが、その場合には、定額郵貯の実質価値を計算するスキームは、以下で示したような単純なかたちではありえず、かなり複雑化する。



## 定額郵便貯金の実質価値について

額郵貯の金利体系を示したものであるが、これによると、定額郵貯の金利体系は、継続期間が3年以下の場合には継続期間の長さに応じて半年毎に高い金利が適用され、3年超の場合には同一の金利が適用される、計6段階から成っていることが分かる。

本論文では、その時々で成立している金利体系全般を「金利局面」と呼称する。実際に分析を行うに当たっては、預入期間3年超の定額郵貯に適用される金利水準（ここでは、4.0%～8.0%まで0.5%刻みで9レベルを設定）に対応して、全部で9通りの「金利局面」（「金利局面1」、「金利局面2」、…、「金利局面9」）を想定する。また、各々の金利局面における定額郵貯の金利体系（「金利体系1」、「金利体系2」、…、「金利体系9」）は、各々の3年超の金利水準を基準として、過去のデータから得られた各継続期間の間の平均的な金利格差を

これより差し引くことで構築する。こうした計算方式は、定額郵貯の金利体系において、各継続期間の間の金利格差が金利局面にかかわらず一定であると仮定することを意味している。この点、過去に実際の定額郵貯の金利体系の推移をみると、金利体系は極めて硬直的に決定されており、この仮定は十分に現実妥当性を持つように思われる。<sup>11)</sup> 以上のように計算された各金利局面に対応する定額郵貯の金利体系は第4表に示されている。

各継続期間毎の金利は定額郵貯の口座開設当初に遡って適用される。したがって、金利局面が $i$  ( $i=1, \dots, 9$ )である時に貯金して、 $t$ 期間<sup>12)</sup>継続した場合に適用される表面金利（年率）を $r_{i,t}$ とすると、 $t$ 期間後のリターンは $(1+r_{i,t}/2)^t$ となる。例えば、平成4年1月20日に口座を開設し、2年6か月継続したとすると（この時の表面

第4表 金利局面と定額郵貯の金利体系

(単位 %)

金利局面	1年未満	1年以上	1年6か月以上	2年以上	2年6か月以上	3年以上
1	2.35	2.75	3.50	3.82	3.90	4.00
2	2.85	3.25	4.00	4.32	4.40	4.50
3	3.35	3.75	4.50	4.82	4.90	5.00
4	3.85	4.25	5.00	5.32	5.40	5.50
5	4.35	4.75	5.50	5.82	5.90	6.00
6	4.85	5.25	6.00	6.32	6.40	6.50
7	5.35	5.75	6.50	6.82	6.90	7.00
8	5.85	6.25	7.00	7.32	7.40	7.50
9	6.35	6.75	7.50	7.82	7.90	8.00

11) 厳密には、例えば低金利局面では金利格差が縮小する傾向がみられるが、仮にこうした金利格差の変動性をモデルに導入した場合でも後の結論は大きくは影響されない。

12) 定額郵貯は半年毎の複利で計算されるため、本論文では半年を1期間としてカウントする。

金利4.9%)、リターンは $(1+0.049/2)^5$ となる(第1表参照)。

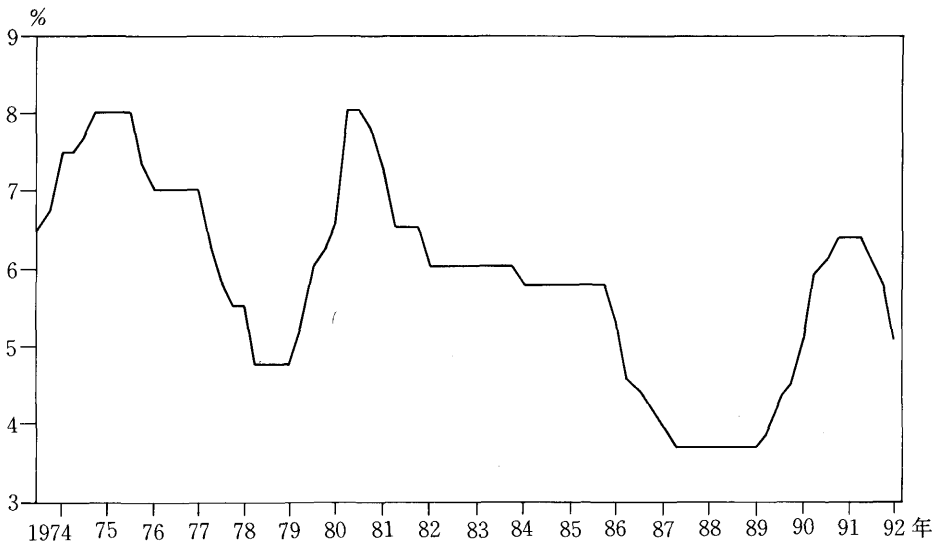
②金利の確率過程に関する仮定

定額郵貯の実質価値を計算するに当たって重要ないま1つのファクターは、金利の確率過程、すなわち、将来いかなる金利局面がいかなる確率過程に従って生じるのかという点である。この点は、本来的には金利の決定メカニズムを明示的にモデルの中に取り入れることが必要であるが、ここでは計算の簡単化のため、将来の金利局面の確率分布は今期の金利局面のみに依存する、つまり、次期に成立する金利局面の確率は今期に成立している金利局面のみを条件とする条件付き確率であると仮定する。こうした確率過程は1階のマルコフ過程と呼ばれる。<sup>13)</sup>

実際の計算過程においては、今期の金利局面が $i(i=1, \dots, 9)$ である場合に、次期の金利局面が $j(j=1, \dots, 9)$ となる条件付き確率 $(P(j|i))$ を何らかのかたちで得る必要がある。本論文では、この条件付き確率を、過去における実際の月次データ(1973年7月~92年1月、第5図参照)を用いて、現在の金利局面が $i$ である場合、その半年後に金利局面が $j$ となる確率として計算している(計算に当たり実際に用いた頻度分布については第5表参照)。

いうまでもなく、ここで得られた確率分布は、過去において実際に生じた結果にすぎず、これらのデータから推定された確率分布は、真の確率分布から乖離しているかもしれないし、たとえ推定された確率分布が真の確率分布をかなり正確に近似して

第5図 定額郵貯の表面金利(3年以上)の推移



13) いま任意の確率過程 $\{x_t\}$ を考える。一般の確率過程では、 $x_{t+1}$ の従う確率分布は、時点 $t$ までにこの確率過程がどのような値を採ってきたかという全ての「履歴」(すなわち、 $x_i, i \leq t$ の全ての値)に依存していると考えるのが最も一般的である。これに対し、 $x_{t+1}$ の従う確率分布が、時点 $t$ での $x_t$ の値にしか依存しない場合、 $\{x_t\}$ は1階のマルコフ過程であるという。

第5表 過去の金利局面の推移頻度

(単位 回)

金利局面		次 期								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
今期	1	21	5	1	0	0	0	0	0	0
	2	6	4	4	0	1	0	0	0	0
	3	0	2	7	3	4	4	0	0	0
	4	0	1	6	1	0	3	0	0	0
	5	0	3	3	5	43	5	0	0	0
	6	0	0	0	2	10	8	0	4	5
	7	0	0	0	2	4	0	12	3	0
	8	0	0	0	0	0	4	0	2	7
	9	0	0	0	0	0	2	6	4	10

いるとしても、定額郵貯のオプション・プレミアムを計算する際に必要な現時点で預金者が想定している将来の金利の確率過程ではないかもしれない。実際に第5表に示された頻度分布をみても、その分布型はかなり滑らかさを欠いたものとなっており、こうした問題を十分にクリアしているとはいえないように思われる。このため、第9図では、ややアド・ホックではあるが、ア prioriに山型の滑らかな頻度分布(第6表)を想定した場合のオプション価値についても計算した。<sup>14)</sup>

### ③預金保有期間に関する仮定

定額郵貯の最長継続期間は10年の長期に亘るため、高金利局面で一度貯金してしまえば、期日指定の3倍超の長期間に亘って

高金利を享受しうる。一方、期日指定の最長継続期間は3年であり、3年が過ぎてしまえば、預金者は金利リスクに晒されてしまう。すなわち、預金者の預金保有期間が3年超の場合は、たとえ現在の金利水準が高くとも、3年後に金利が下がってしまえば、1期間当たりの平均預金金利は低下する筋合いにある。しかしながら、期日指定の表面金利は定額郵貯のそれより高いため、預金者の預金保有期間が短ければ、期日指定の方が有利になることもありうる。したがって、定額郵貯の有利性を論ずる際、預金者の預金保有期間が1つのポイントとなる。本論文ではいくつかの預金保有期間を想定したシミュレーションを行う。<sup>15)</sup>

14) もちろん、さらに複雑な金利局面を設定するなどして、より sophisticated されたかたちの定式化を行うことは可能である。例えば、預金者は、過去において実際に8%の金利局面が実現していたことを勘案して、将来的には8%よりも高い金利が実現する可能性を想定するかもしれない。この場合には、8%よりも高い金利局面(金利局面10)を想定するのが適当となる。

15) 預金者の預金保有期間は、以下の議論において重要なパラメータの1つであるが、実際の預金者が、平均的にどの程度の預金保有期間を持っているのかという点は、必ずしも十分な結論が得られていない。こ

第6表 滑らかな金利局面の推移頻度

(単位 回)

金利局面		次 期								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
今期	1	4	3	2	1	0	0	0	0	0
	2	3	4	3	2	1	0	0	0	0
	3	2	3	4	3	2	1	0	0	0
	4	1	2	3	4	3	2	1	0	0
	5	0	1	2	3	4	3	2	1	0
	6	0	0	1	2	3	4	3	2	1
	7	0	0	0	1	2	3	4	3	2
	8	0	0	0	0	1	2	3	4	3
	9	0	0	0	0	0	1	2	3	4

(2) 定額郵便貯金の実質価値の測定

定額郵貯の実質価値の測定に当たっては、定額郵貯の商品性の特徴である以下の2点がポイントとなる。

- ① 定額郵貯には、金利局面が変化した時に、現在加入している定額郵貯をそのまま継続するか、あるいは新たな金利体系に預け替えるかというオプションが付与されている。
- ② 定額郵貯は、継続期間が長くなるほど適用金利が高くなる。

以下、定額郵貯の実質価値を計算するスキームを説明するに当たり、これら2つの問題を分けて、段階的に取り扱う。すなわち、最初に②の部分を含象して、継続期間によらず一律の金利が適用されるとし（金利体系が水平のケース）、こうすることによって、①の定額郵貯の持つオプション性の意味を明確にす

る。その後、②を考慮することで、実質価値の測定を完結させる。

なお、ここで定額郵貯の実質価値を計算するに当たっては、定額郵貯の範囲内でのみ預け替え・継続が可能な世界を考察する。すなわち、実際には、定額郵貯の範囲内に限って預け替え・継続するよりも、他の金融商品に乗り換えた方が有利な場合が当然ありうるが、本論文では、簡単化のために、こうした可能性を排除する。仮にそうした可能性を認めれば、預金者にとっての投資パフォーマンスは向上することから（少なくとも低下しない）、ここでの計算結果は、いわば実質価値の最低水準を示したものと解釈できる。

なお、以下では、定額郵貯のオプション性をできるだけ簡単に理解できるように、非常に単純化された3期間モデルで説明するが、実際の数値比較では、3期間を超える場合につ

の問題は、預金者のライフ・サイクルというさらに大きな視点から議論されるべきものであり、本論文のメイン・テーマからは大きくはずれてしまうため、詳しく取り扱うことはしないが、実験的な推測例を脚注19) に示しておいた。

いても計算する。3期間を超える場合の計算スキームの詳細については補論1.を参照されたい。

イ. 定額郵貯のオプション性と実質価値

まず、継続期間によらず一律の金利が適用される場合（金利体系が水平であるケース）を考察する。ここでは、最も単純化された3期間（初期時点：0～3時点）モデルを用いる。

なお、金利局面は全部で  $N$  個あり、それぞれの金利局面に応じて金利  $r_n$  ( $n=1, \dots, N$ )<sup>16)</sup> が適用され、大きな  $n$  ほど高金利に対応すると仮定する。すなわち、

$$r_i > r_j \text{ if } i > j$$

【モデルの期間設定】

	第1期	第2期	第3期
	----- ----- -----		
時 点：0	1	2	3
金利局面：i	x	y	

(イ) 第2時点

最初に、第2時点にいる預金者を考える。この預金者は金利  $r_j$  の貯金を保有しており、かつ、第2時点の金利局面は  $y$  であったとする。この時点で預け替えれば、第2時点以降（第3期）のリターンは  $(1+r_y)$  となり、継続すれば  $(1+r_j)$  となる。したがって、 $r_y \geq r_j$  ならば預け替えた方が有利であり、 $r_y < r_j$  ならば継続した方が有利である。 $\phi_2(y|j)$  を「第2時点に金利  $r_j$  の貯金を保有する預金者が、金利局面  $y$  が生起した時に実現しうる第2時点以降（第3期）のリターンの最大値」と定義

すると、 $\phi_2(y|j)$  は次のような関数となる。

$$\phi_2(y|j) = \begin{cases} 1+r_y & \text{for } y \geq j \\ 1+r_j & \text{for } y < j \end{cases} \quad (1)$$

(1)式は、 $y, j$  が大きくなるほど高い値を採る。

(ロ) 第1時点

次に、1期間遡って、第1時点にいる預金者を考えよう。この預金者は金利  $r_i$  の貯金を保有しており、かつ、第1時点の金利局面が  $x$  であったとする。この時点で預け替える場合の第1時点以降（第2～3期）のリターンを計算すると、

$$(1+r_x) \sum_y \phi_2(y|x) P(y|x) \quad (2)$$

となる。 $\phi_2(y|x)$  は、(イ)での定義を繰り返すと、「第2時点に金利  $r_x$  の貯金を保有する預金者が、金利局面  $y$  が生起した時に実現しうる第2時点以降（第3期）のリターンの最大値」である。第1時点で預け替えるということは、金利  $r_x$  を選択することを意味しているのであるから、(1)式における  $j$  は  $x$  に置き換えられている点に注意しよう。また、 $P(y|x)$  は第1時点の金利局面が  $x$  であったという条件の下で第2時点の金利局面が  $y$  となる確率である。したがって、 $\sum_y \phi_2(y|x) P(y|x)$  は第2時点以降（第3期）に実現可能なりターンの最大値の期待値となっている。 $(1+r_x)$  は第1～2時点（第2期）のリターンであるから、(2)式は預け替えた場合に得られる第1時点以降（第2～3期）のリターンとなる。

一方、この預金者が預け替えずに、金利  $r_i$

16) 定額郵貯の金利は年率表示されており、本論文のように半年を1期間と考える場合は、1期間（半年）当たり  $r_i/2$  の金利が適用されると書くべきであるが、表記を簡単化するためここではとりあえず  $r_i$  は1期間（半年）当たりの金利を表しているものとする。また、定額郵貯の実質価値についても、とりあえず1期間当たりの金利として定義しておくが、後に具体的な計算結果を示す時には年率表示に直される。

のまま継続する場合のリターンを計算すると、上の議論を繰り返せば、

$$(1+r_i) \sum_y \phi_2(y|i) P(y|x) \quad (3)$$

となる。金利  $r_i$  で継続する場合は、(1)式において、 $j$  が  $i$  と置き換わる点に注意しよう。

ここで、預金者はいかなる選択をなすべきか考えてみよう。いま、 $x \geq i$  であるとする、

$$\begin{cases} 1+r_x \geq 1+r_i \\ \phi_2(y|x) \geq \phi_2(y|i) \end{cases}$$

となっていることが分かる。すなわち、 $r_i$  のまま継続するよりも、 $r_x$  で預け替える方が、第1～2時点(第2期)のリターンが大きくなる(上式)ほか、第2時点以降(第3期)のリターンの下限が高まる(下式)というメリットがある。したがって、(2)、(3)式から、

$$\begin{aligned} & \text{預け替える場合のリターン(2)式} \\ & \geq \text{継続する場合のリターン(3)式} \end{aligned}$$

となり、 $x \geq j$  の場合には、預け替える方が有利である。逆に、 $x < j$  の場合には、継続する方が有利である。

したがって、 $\phi_1(x|i)$  を「第1時点に金利  $r_i$  の貯金を保有する預金者が、金利局面  $x$  が生じた時に実現する第1時点以降(第2～3期)のリターンの最大値」と定義すると、 $\phi_1(x|i)$  は次のような関数となる。

$$\phi_1(x|i) = \begin{cases} (1+r_x) \sum_y \phi_2(y|x) P(y|x) & \text{for } x \geq i \\ (1+r_i) \sum_y \phi_2(y|i) P(y|x) & \text{for } x < i \end{cases} \quad (4)$$

$\phi_1(x|i)$  の定義から、(4)式は、 $x, i$  が大きくなるほど高い値を採ることは自明であろう。

#### (ハ) 第0時点

いま、第0時点の金利局面が  $i$  であったと

する。第0時点にいる預金者には、預け替え・継続の選択の余地はなく、必ず金利  $r_i$  を選択しなければならない。したがって、第0～1時点(第1期)のリターンは必ず  $(1+r_i)$  である。一方、第0時点にいる預金者にとって、第1時点でどの金利局面が生起するかは確率的な問題である。したがって、 $\phi_1(x|i)$  は確率変数であると考えなければならない。上述(ロ)での議論を繰り返すと、第0時点以降(第1～3期)のリターン  $\phi_0(i)$  は、

$$\phi_0(i) = (1+r_i) \sum_x \phi_1(x|i) P(x|i) \quad (5)$$

と書ける。この3乗根が、1期間当たりの平均利子率、すなわち、3期間モデルにおける定額郵貯の実質価値と定義される。

#### ロ. 継続期間の取扱い

定額郵貯は継続期間が長くなるほど適用金利が高くなるという②の性質を加えて、定額郵貯の実質価値の計算スキームを完結させよう。

定額郵貯は、継続期間が長くなるほどより高い金利が貯金口座開設当初に遡って適用される。したがって、高金利局面において預け替えることは、必ずしも最善の策になるとは限らない。場合によっては、そのまま継続してより高い金利の適用を口座開設当初に遡って享受する方が有利となる可能性がある。このため、預金者は、預け替えと継続とのどちらが有利であるかを判断するに当たって、その時点以降のリターンではなく、口座開設当初に遡ったリターンを比較しなければならない。

いま、イ.と同様に3期間モデルを考える。以下では第4図に示されるような階段状の金利体系を取り扱わなければならないので、金利体系  $i$  で  $s$  期間継続した場合に適用される

表面金利を  $r_{i,s}$  と表すこととする。イ.の議論では、現在保有している貯金の金利よりも高金利な局面が生じれば、預け替える方が必ず有利であったが、このケースでは、そのまま継続の方が有利となる場合が存在する。例えば、第2時点までに金利体系  $i$  の貯金を2期間継続してきた預金者を考え、かつ、第2時点の金利局面が  $y$  であったとしよう。預け替えた場合の口座開設当初からのリターンを  $A$ 、継続した場合の口座開設当初からのリターンを  $B$  とすると、

$$A = (1+r_{i,2})^2(1+r_{y,1})$$

$$B = (1+r_{i,3})^3$$

となる。したがって、たとえ  $(1+r_{y,1})$  が大きくとも、 $(1+r_{i,3})$  が十分大きければ、 $A < B$  となる可能性があり、この場合は継続した方が有利である。

以下では、より一般的に考えるため、次のような3つの関数  $\phi_t(\cdot)$ 、 $A_t(\cdot)$ 、 $B_t(\cdot)$  を定義する。

$\phi_t(x|i, h)$  : 第  $t$  時点までに金利体系  $i$  の貯金を  $h$  期間継続してきた預金者が、金利局面  $x$  が生じた時に得られる、口座開設当初=第  $t-h$  時点以降 (第  $t-h+1 \sim 3$  期) のリターンの最大値。

$A_t(x|i, h)$  : 第  $t$  時点までに金利体系  $i$  の貯金を  $h$  期間継続してきた預金者が、金利局面  $x$  が生じた時に、「預け替える」ことによって得られる、口座開設当初=第  $t-h$  時点以降 (第  $t-h+1 \sim 3$  期) のリターンの最大値。

$B_t(x|i, h)$  : 第  $t$  時点までに金利体系  $i$  の貯金を  $h$  期間継続してきた預金者が、金利局面  $x$  が生じた時に、「継続する」ことによって得られる、口座開設当初=第  $t-h$  時点以降 (第  $t-h+1 \sim 3$  期) のリターンの最大値。

ここで、 $A_t(x|i, h) \geq B_t(x|i, h)$  ならば預け替える (金利体系  $x$  を選択:  $\phi_t(x|i, h) = A_t(x|i, h)$ ) 方が有利であり、 $A_t(x|i, h) < B_t(x|i, h)$  ならば継続する (金利体系  $i$  を選択:  $\phi_t(x|i, h) = B_t(x|i, h)$ ) 方が有利である。

#### (イ) 第2時点

第2時点までに金利体系  $j$  の貯金を  $k$  期間継続してきた預金者を考え、かつ、第2時点の金利局面が  $y$  であったとしよう。 $A_t(\cdot)$ 、 $B_t(\cdot)$  を具体的に書き出してみると次のようになっている。

$$A_2(y|j, k) = (1+r_{j,k})^k(1+r_{y,1})$$

$$B_2(y|j, k) = (1+r_{j,k+1})^{(k+1)} \quad (6)$$

なお、いまの場合、 $k=1$  or  $2$  である。ここで、 $A_2(y|j, k) \geq B_2(y|j, k)$  となる最小の  $y$  を  $y^*$  と定義すると、 $y^*$  は  $j$  と  $k$  の関数であり、預金者は  $y \geq y^*$  ならば預け替え、 $y < y^*$  ならば継続する。したがって、 $\phi_2(y|j, k)$  は次のように書ける ((1)式参照)。

$$\phi_2(y|j, k) = \begin{cases} A_2(y|j, k) & \text{for } y \geq y^*(j, k) \\ B_2(y|j, k) & \text{for } y < y^*(j, k) \end{cases} \quad (7)$$

#### (ロ) 第1時点

次に、第1時点にいる預金者を考えよう。この預金者は、それまで金利体系  $i$  の貯金を保有しており、かつ、第1時点の金利局面が  $x$  であったとする。なお、当然のことながら、

預金者の継続期間は全て1期間である。

仮にこの預金者が預け替えると、第2時点では、金利体系  $x$  の貯金を1期間継続してきたこととなるので、この場合のリターン  $A_1(x|i,1)$  は、

$$A_1(x|i,1) = (1+r_{i,1}) \sum_y \phi_2(y|x,1) P(y|x) \quad (8)$$

となる。(8)式は、(2)式に対応しているが、若干注意しておく、(8)式の  $(1+r_{i,1})$  が第0～1時点(第1期)のリターンであるのに対し、(2)式の  $(1+r_x)$  は第1～2時点(第2期)のリターンで、(8)式の場合、これはすでに  $\phi_2(y|x,1)$  の中に含まれている。

一方、この預金者が継続すると、第2時点までに金利体系  $i$  の貯金を2期間継続してきたこととなるので、この場合のリターン  $B_1(x|i,1)$  は、

$$B_1(x|i,1) = \sum_y \phi_2(y|i,2) P(y|x) \quad (9)$$

となる。

ここで、 $A_1(x|i,1) \geq B_1(x|i,1)$  となる最小の  $x$  を  $x^*$  と定義すると、 $x^*$  は  $i$  の関数であり、預金者は  $x \geq x^*$  ならば預け替え、 $x < x^*$  ならば継続する。したがって、 $\phi_1(x|i,1)$  は次のように書ける((4)式参照)。

$$\phi_1(x|i,1) = \begin{cases} A_1(x|i,1) & \text{for } x \geq x^*(i) \\ B_1(x|i,1) & \text{for } x < x^*(i) \end{cases} \quad (10)$$

(ハ) 第0時点

いま、第0時点の金利局面が  $i$  であったとする。第0時点にいる預金者には預け替え・継続の選択の余地はない。また、 $\phi_1(x|i,1)$  は第1時点の1期間前からのリターン、すなわち、第0時点以降(第1～3期)のリターンであり、確率分布  $P(x|i)$  に従う確率変数なので、第0時点以降のリターン  $\phi_0(i)$  は、

$$\phi_0(i) = \sum_x \phi_1(x|i,1) P(x|i) \quad (11)$$

と計算される。この3乗根をとったものが、定額郵貯の実質価値と定義される。

4. 期日指定定期預金の実質価値の計算

これまでの議論では、預金者は、有利であると考えれば、好きなだけ継続期間を延長することができた。別の言い方をすると、預金の最長継続期間は、預金者の預金保有期間(3期間)よりも長いと仮定されていた。しかしながら、預金の最長継続期間が、預金者の預金保有期間よりも短い場合には、3.での計算スキームをそのまま用いることはできない。例えば、預金の最長継続期間が2期間で、預金者の預金保有期間が3期間であるとすると、2期間継続した後は、たとえさらに継続することが有利であったとしても、預金者は必ず預け替えなければならない。

このことは、後に定額郵貯と期日指定の実質価値を比較する際にも、重要な意味を持ってくる。例えば、預金者の預金保有期間が4年であったとしよう。定額郵貯の最長継続期間は10年であるから、預金者は好きなだけ継続期間を延長できる。場合によっては、1度も預け替えることなしに4年間継続することが可能である。しかし、期日指定の最長継続期間は3年であるから、少なくとも1度は預け替えなければならない。したがって、こうしたファクターが、預金者の選択行動に少なからず影響を与えることは明白であろう。

ここでは、3.での議論に基づきつつ、預金の最長継続期間が預金者の預金保有期間よりも短い場合について、その実質価値を計算するスキームを説明する。なお、本論文では、多少正確さには欠けるが、3.のように預金の



最長継続期間が預金者の預金保有期間よりも長いケースを定額郵貯の計算スキームと呼び、本節のように預金の最長継続期間が預金者の預金保有期間よりも短いケースを期日指定の計算スキームと呼んでいる。預金者の預金保有期間が10年を超える場合を考える時には、定額郵貯についても、本節のスキームを用いる必要がある。

3.と同様に、本節でも3期間モデルを取り扱うが、より一般的な期日指定の実質価値を計算するための手続きについては、補論2.を参照されたい。

(7)式を用いて、期日指定の実質価値を計算する場合、いかなる変更が加えられなければならないかを考えてみよう。念のために(7)式を再掲すると、

$$\phi_2(y|j,k) = \begin{cases} A_2(y|j,k) & \text{for } y \geq y^*(j,k) \\ B_2(y|j,k) & \text{for } y < y^*(j,k) \end{cases} \quad (7)$$

(7)式は、第2時点までに金利体系 $j$ の貯金を $k$ 期間継続してきた預金者が、金利局面 $y$ が生じた時にいかなる選択を行うかを示している。例えば、 $A_2(y|j,k)$ と $B_2(y|j,k)$ を比較し、前者が後者より小さければ継続する(金利体系 $y$ を選択する)方が有利であり、その時、 $\phi_2(y|j,k) = B_2(y|j,k)$ となる。この場合、 $k$ に制約はおかれておらず、 $k=1$ でも $k=2$ でも同じフォーミュラになる。

しかしながら、預金の最長継続期間を超えて継続できない場合には、多少事情が異なる。例えば、預金の最長継続期間を2期間とすると、継続期間 $k$ が2に達した場合には、預金者は次の時点で必ず預け替え(金利体系 $y$ を選択し)、 $\phi_2(y|j,2) = A_2(y|j,2)$ としなければならない。したがって、(7)式は次のように修正される必要がある。

1)  $k=1$ の場合 (3.と同様)

$$\phi_2(y|j,1) = \begin{cases} A_2(y|j,1) & \text{for } y \geq y^*(j,1) \\ B_2(y|j,1) & \text{for } y < y^*(j,1) \end{cases} \quad (12)$$

2)  $k=2$ の場合 (必ず預け替え)

$$\phi_2(y|j,2) = A_2(y|j,2) \text{ for any } j \text{ and } y$$

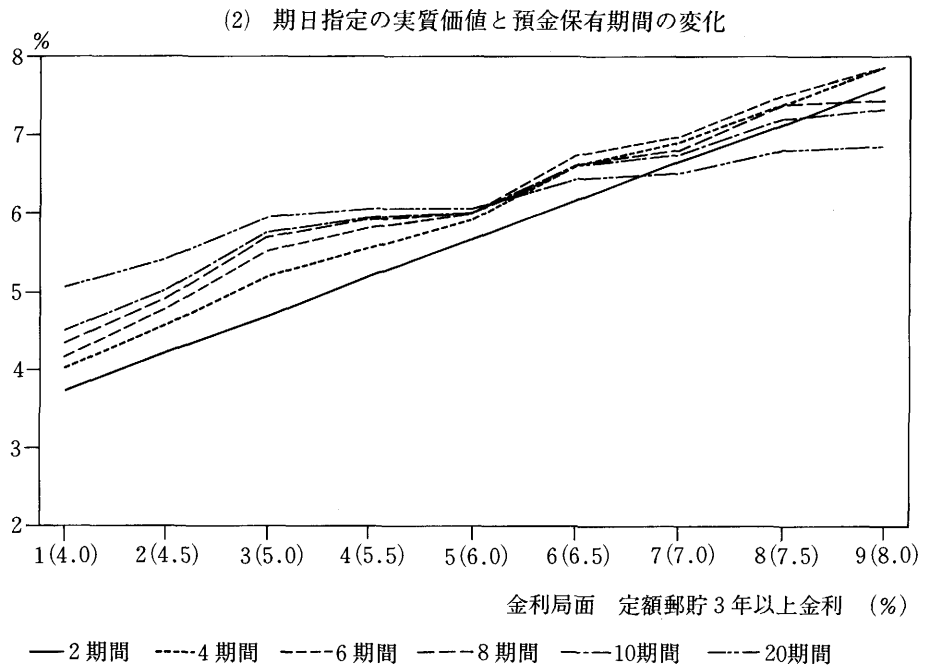
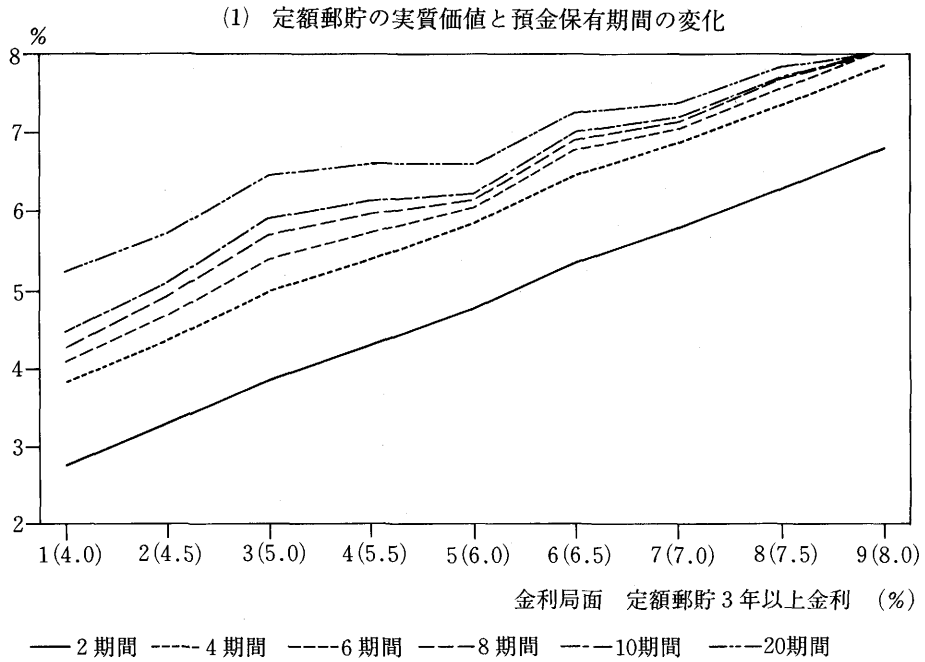
## 5. 定額郵便貯金と期日指定定期預金の比較

本節では、4.までに説明した計算スキームをより一般化した補論のモデルを用いて、実際に定額郵貯と期日指定の実質価値を計算し、いくつかの比較を行うこととする。

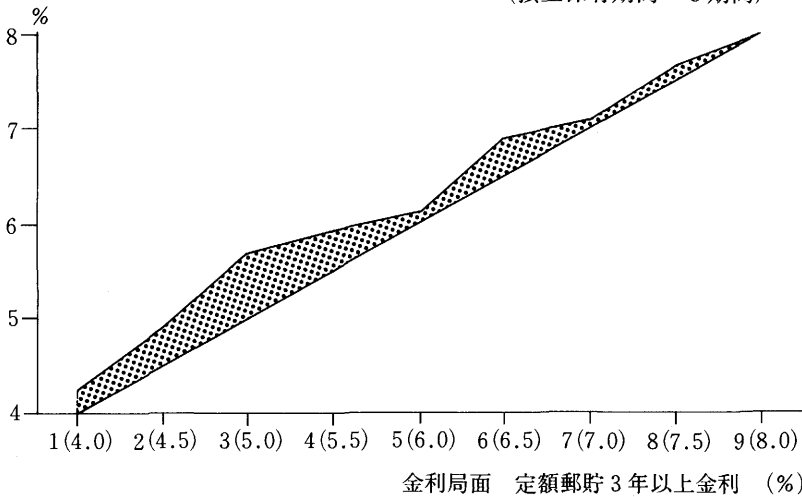
### (1) 定額郵便貯金のオプション・プレミアム

第6図は、いくつかの預金者の預金保有期間について、定額郵貯と期日指定の実質価値を図示したものである(横軸は金利局面<定額郵貯の3年以上金利で代表>)。このうち、預金保有期間が4年である預金者を例にとり、定額郵貯のオプション・プレミアムがどのくらいの水準にあるのかを考えてみる。2.で述べたように、定額郵貯のオプション性は、何らペナルティーを被ることなく、任意の時点で解約できるという点にあり、定額郵貯のオプション・プレミアムとは、こうした任意解約権の価格である。いま、任意解約権の付いていない4年満期の貯金証書を仮想的に考えると、この貯金証書の利回りと実際の定額郵貯の実質価値との差が、預金保有期間が4年である預金者にとっての理論上のオプション・プレミアムと考えられる。第7図の曲線は、第6図のうち預金保有期間が8期間に対応する定額郵貯の実質価値曲線をそのまま移してきたものであるが、この曲線と右上がりの直線(45°線)に挟まれた部分がちょうど

第6図 定額郵貯・期日指定の実質価値と預金保有期間の変化



第7図 定額郵貯のオプション・プレミアムの導出  
(預金保有期間=8期間)



オプション・プレミアムに対応している。第8図は、いくつかの預金保有期間について、同じようにオプション・プレミアムの部分だけを抜き出したもので、これによると、例えば預金保有期間が8期間(4年)の場合、オプション・プレミアムは大きい時で0.69%(金利局面3)にのぼる。<sup>17)</sup>

(2) 期日指定定期預金との実質価値格差

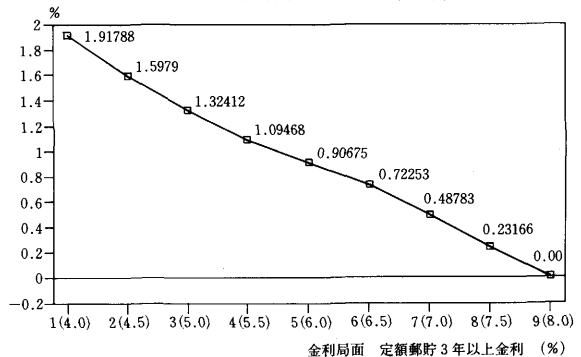
上の議論では、任意解約権の付いていない4年満期の貯金証書という仮想的商品を基準

にオプション・プレミアムを計測したが、預金者にとって意味があるのは、こうした仮想的な商品との利回り格差ではなく、実際に存在する金融商品との利回り格差である。具体的には、定額郵貯の対抗馬として民間金融機関に発売が認められた期日指定との利回り格差等が重要な変数として挙げられよう。

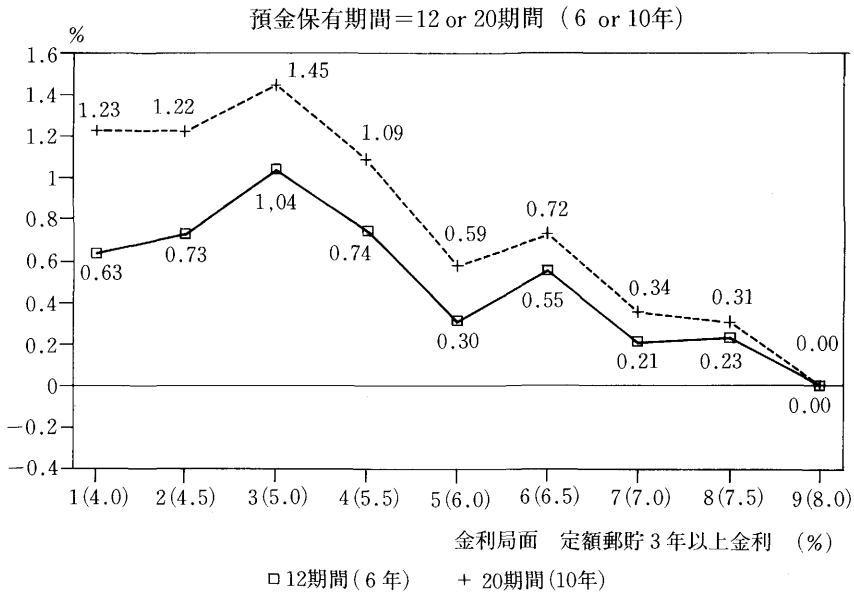
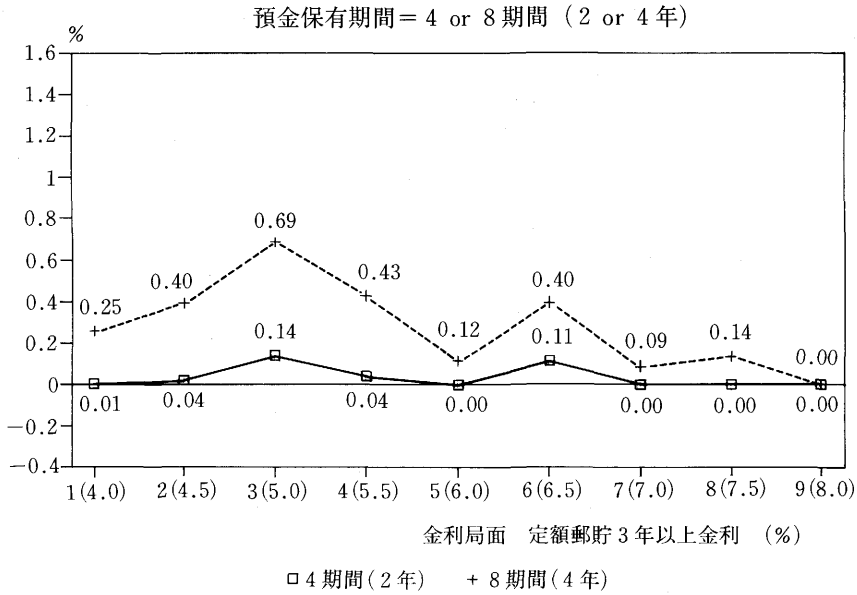
第10図は、いくつかの預金保有期間について、定額郵貯と期日指定の実質価値曲線を重ね合わせたものである。いま、預金保有期間が4年の預金者を例にとって、定額郵貯と期

17) 第8図をみると、定額郵貯のオプション・プレミアムは、金利局面の上昇につれて、起伏を伴いつつ減少する。これは、金利の確率過程を定式化する際に用いられる条件付き確率分布が、過去の実際のデータから求められた結果、かなりいびつなかたちをしているからである。ややアド・ホックではあるが、より均整のとれた確率分布(例えば、第6表)を仮定すると、オプション・プレミアムはスムーズに単調減少することが確かめられる(第9図参照)。

第9図 滑らかな定額郵貯のオプション・プレミアム  
預金保有期間=20期間(10年)

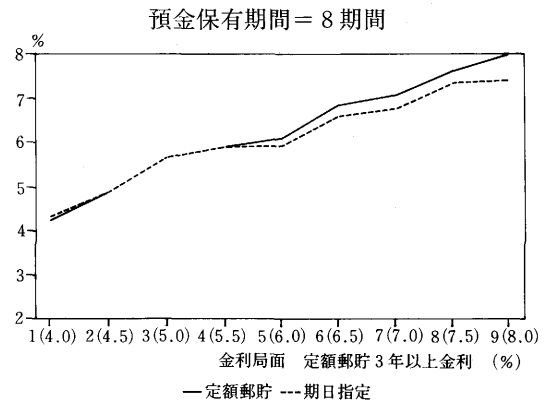
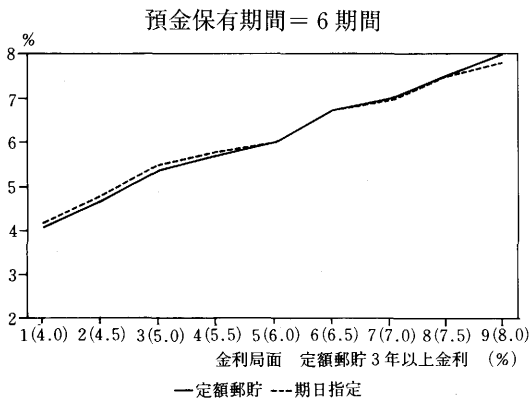
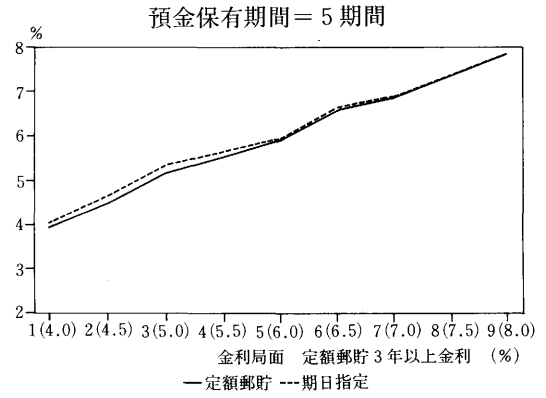
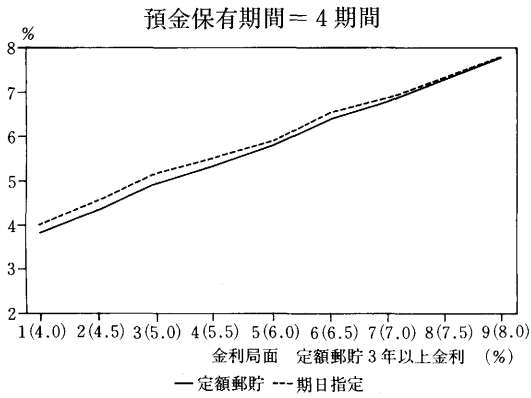
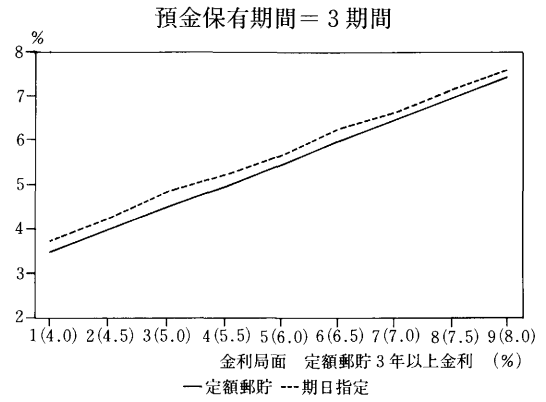
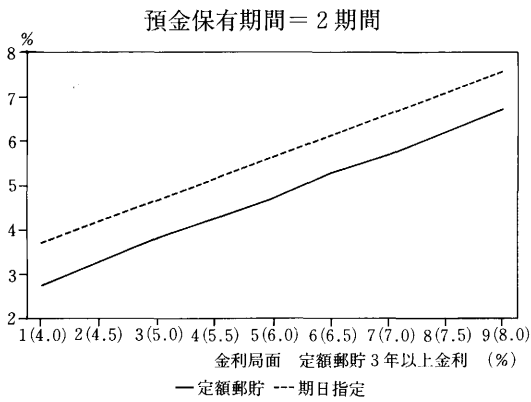


第8図 定額郵貯のオプション・プレミアム



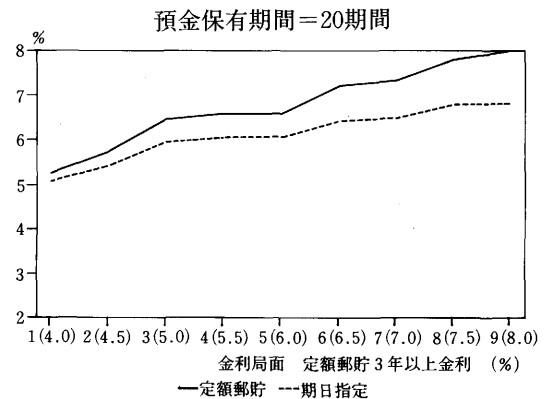
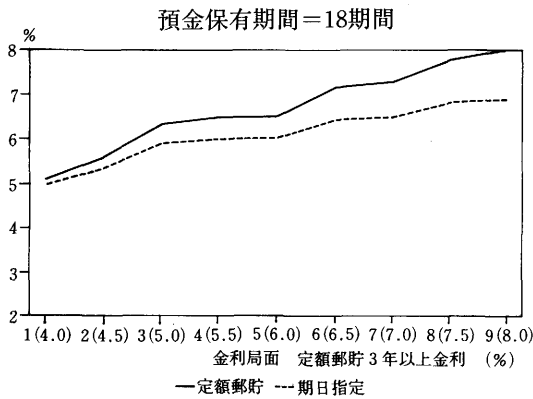
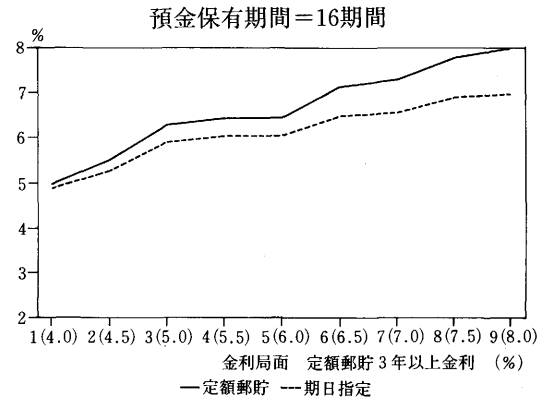
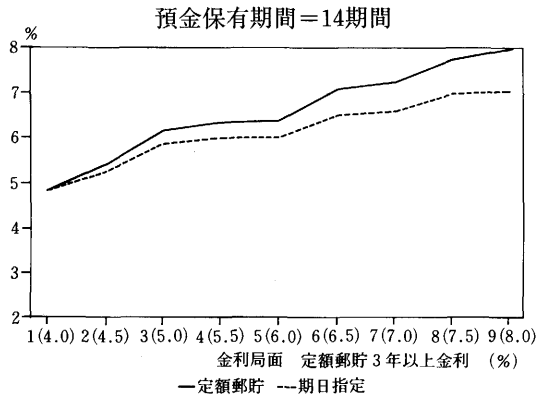
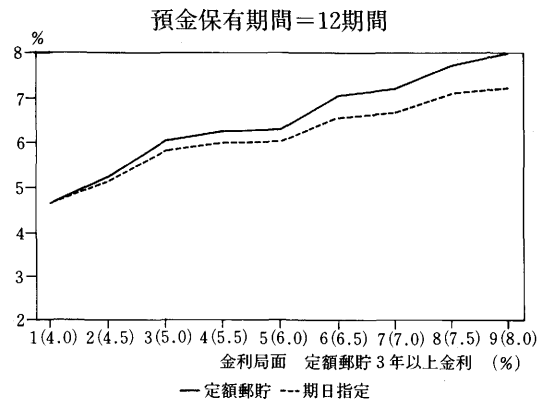
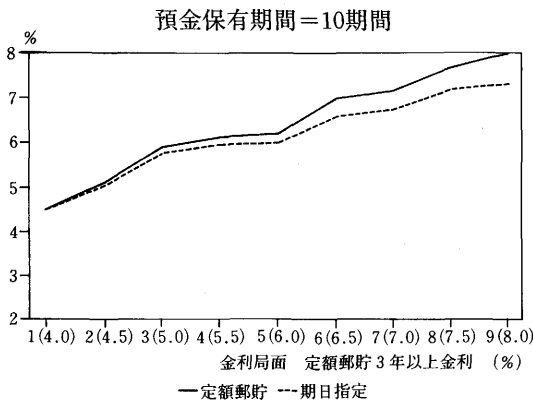
定額郵便貯金の実質価値について

第10図 預金保有期間別の定額郵貯と期日指定の実質価値の比較



(次頁へ続く)

第10図 預金保有期間別の定額郵貯と期日指定の實質価値の比較 (続き)



### 定額郵便貯金の実質価値について

日指定の実質価値格差を計算すると、これは、第10図のうち、預金保有期間が8期間（4年）に対応する定額郵貯の実質価値曲線（実線）と期日指定の実質価値曲線（点線）に挟まれた部分に当たる。第11図は、同じようにいくつかの預金保有期間について、この利回り格差の部分抜き出したものであるが、これによると、例えば預金保有期間が8期間（4年）の場合、定額郵貯は期日指定に比べて、大きい時で0.57%（金利局面9）高い金利を付していることとなる。

ここで、定額郵貯と期日指定の実質価値格差は、大まかにいって、①現時点の表面金利（半年複利ベース）、<sup>18)</sup>②オプション・プレミアム、③最長継続期間経過後の金利低下期待、の3要素に分解できる。③の最長継続期間経過後の金利低下期待とは、期日指定は、最長継続期間である3年を経過すると、低金利の預金を保有しなければならない可能性があるため、その分金利低下リスクを被るというものである。表面金利については、預金保有

期間が短い場合には期日指定の方が高いが、期間が長くなるにつれて両者の差は縮小する（第4、7表）。また、オプション・プレミアムは、定額郵貯・期日指定ともに、現在が高金利局面であるほど、将来預け替える可能性が減少するため、縮小する傾向にある（定額郵貯について第8図を参照）。したがって、定額郵貯と期日指定の実質価値の差は、預金保有期間が長期に亘り、現在が高金利局面であるほど、表面金利やオプション・プレミアムの違いに起因するというよりも、期日指定の最長継続期間経過後の金利低下期待（逆にいえば、定額郵貯が長期に亘り高金利を支払う点）によって説明されるウェイトが大きくなるといえよう。

次に、定額郵貯と期日指定の実質価値格差と預金者の預金保有期間との関係を調べてみよう。第10図によると、4期間までは、期日指定の実質価値の方が全ての金利局面について高いことが分かる。しかし、5期間を超えると、どちらの実質価値が高いかは、金利局

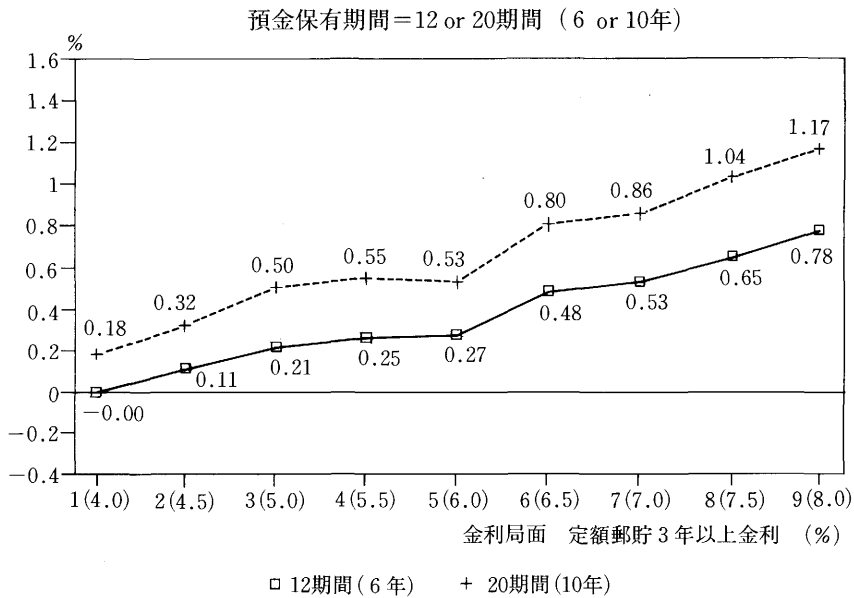
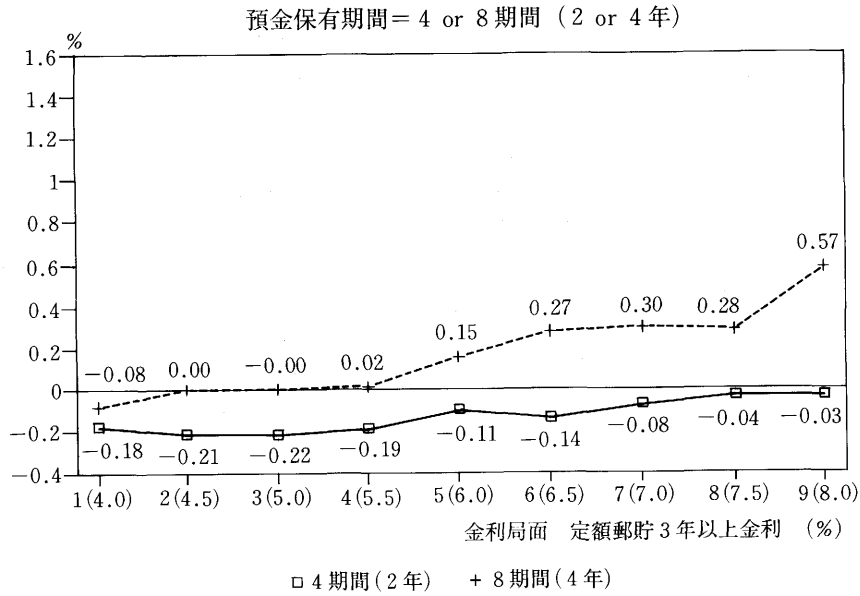
第7表 期日指定の半年複利金利への調整

(単位 %)

金利局面	6か月	1年	1年6か月	2年	2年6か月以上	3年
1	2.35	3.72	3.73	3.96	3.97	3.96
2	2.85	4.21	4.22	4.45	4.46	4.45
3	3.35	4.69	4.71	4.94	4.95	4.94
4	3.85	5.18	5.21	5.43	5.44	5.43
5	4.35	5.67	5.70	5.91	5.93	5.91
6	4.85	6.16	6.19	6.40	6.42	6.40
7	5.35	6.64	6.68	6.88	6.91	6.88
8	5.85	7.12	7.17	7.36	7.39	7.36
9	6.35	7.61	7.65	7.85	7.88	7.85

18) 表面金利の半年複利ベースへの調整については、補論2.を参照。

第11図 期日指定との実質価値格差



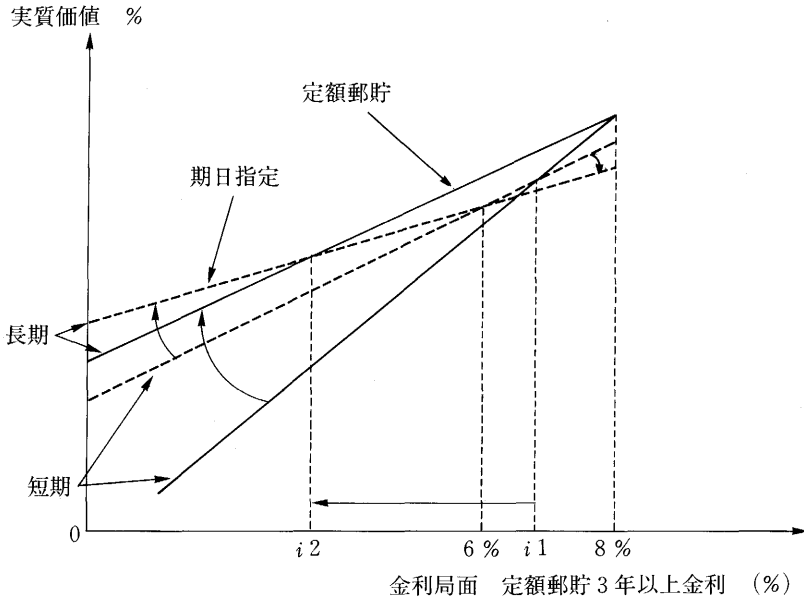


定額郵便貯金の実質価値について

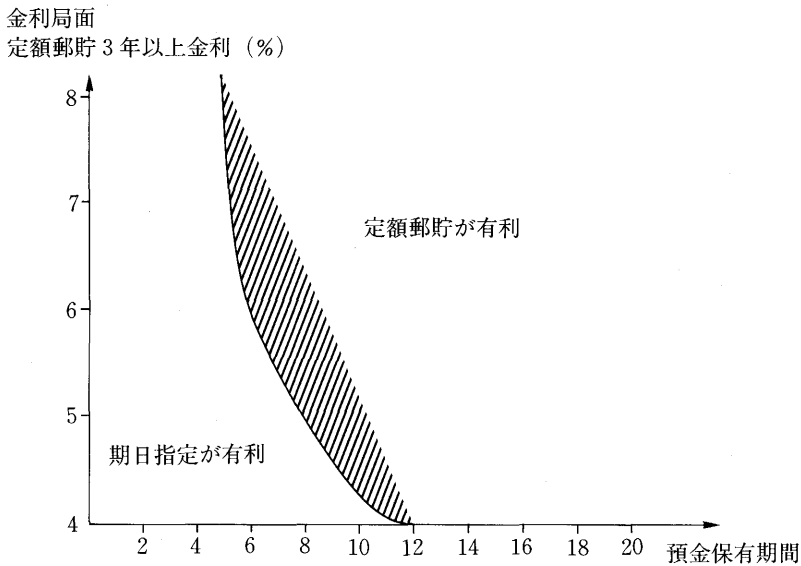
面によって異なり、しかも、預金保有期間が長くなるにつれて、どちらの実質価値が高いかを分ける臨界点が次第に小さくなること

分かる（第12図参照）。定額郵貯と期日指定の有利性の比較をまとめたものが第13図であるが、これによると、預金者にとっては、現

第12図 預金保有期間の変化と実質価値



第13図 定額郵貯と期日指定の有利性の比較



在が高金利局面であるほど、また、預金保有期間が長いほど、定額郵貯が有利になると考えられる。

## 6. おわりに

本論文では、定額郵貯の持つオプション性（アメリカン・プット・オプション）に着目し、オプション・プレミアム相当分を勘案した定額郵貯の実質価値を計測したうえで、競合商品である期日指定との比較優位を収益性の観点から比較した。本論文で得られた結論は多岐に亘るが、このうち主なものを改めて列挙すると以下のとおりである。

① 定額郵貯に含まれるオプション・プレミアム相当分は、預金保有期間が長期化するほど高くなる傾向がある。

— 例えば、預金保有期間を4年と仮定した場合、定額郵貯に含まれるオプション・プレミアム相当分は最大0.69%であるが、保有期間を10年とすると1.45%となる。

② 定額郵貯と期日指定のオプション・プレミアム勘案後の実質価値を比較すると、預金保有期間が長いほど、また、現時点が高金利であるほど、前者が後者を上回る程度は拡大する傾向がある。

— 定額郵貯と期日指定の実質価値の差は、預金保有期間が4年の場合、最大0.57%、10年の場合、1.17%となる。

③ 逆に、預金保有期間が短い場合には、期日指定の実質価値が定額郵貯のそれを上回る場合も存在する。

もちろん、本論文で示された計測結果は、3.で示されたようなさまざまな仮定に立脚したものであり、ここで算出されたオプション・プレミアムの水準、あるいは定額郵貯、

期日指定の実質価値は、ある程度の留保をもって評価される必要がある。しかしながら、本論文で提示された分析のフレームワークや結果は、郵貯に関わる問題を考えていくうえでも極めて有用であると考えられる。

以下では、郵貯をめぐる問題に関し、本論文で必ずしも明示的には扱われなかった問題を指摘することにより、結びに代えたい。

まず、郵便貯金は、郵貯特会を通じ、財政投融资の原資として公的金融をファイナンスする役割を担っている。したがって、郵貯問題を論ずるに当たっては、本論文における郵貯の採算性といった「入口」の問題のみならず、財投を通じた資金配分の効率性等、「出口」の問題を含めたより包括的な費用・便益分析を行うことが必要であろう。

また、本論文では、預金者の預金保有期間は一定であると仮定されていたが、これは、所得・消費の異時点間配分の観点からみると、将来消費と現在消費の間の利子率弾力性（異時点間代替率）がゼロであると仮定していることに等しい。しかし、ライフ・サイクル仮説の観点からみると、高利回りが得られるほど、預金者は消費を延期して、預金保有期間を長期化しようとする可能性がある。この場合には、預金保有期間は金融商品の実質価値、ひいては、金利局面の増加関数となり、その実質価値は、低金利局面では預金保有期間が短くなるため低下する一方、高金利局面では預金保有期間が長くなるため上昇する。もっとも、こうした仮定を数値計算として具体化するためには、金利局面の変化が定量的にどれほど預金保有期間を変化させるのか、すなわち、将来消費と現在消費の利子率弾力性という新たな情報を動学モデルの中で明示的に考慮する必要がある。

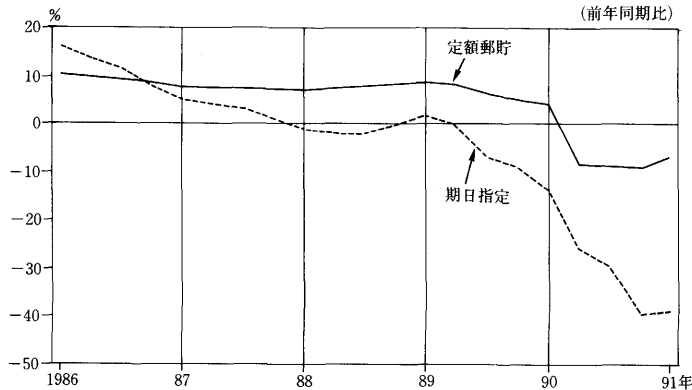
## 定額郵便貯金の実質価値について

最後に、本論文では、高金利局面において、かつ、預金保有期間が長期に亘る場合に、定額郵貯の実質価値が高くなる傾向があることを指摘したが、逆に、このことは、郵貯が高コストで預金吸収を図っていることを意味し

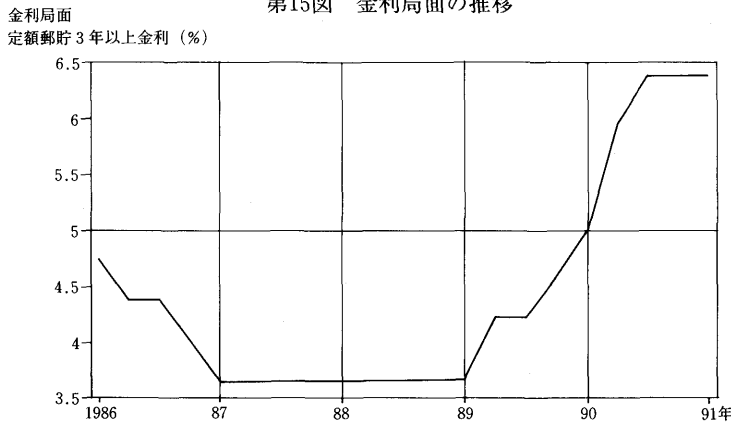
ている。今後、郵貯特会を通じ、資金が安定的に循環してゆくための前提として、郵貯特会の採算性およびその安定性がいかに確保されるべきかといった観点からのアプローチが必要となろう。<sup>19)20)</sup>

19) 郵貯の資金調達コストを計測するうえで、預金者の預金保有期間が実際にどの程度の長さであるのかという問題は非常に興味深い。第14、15図は、それぞれ、定額郵貯と期日指定の四半期毎の残高伸び率（前年同期比）と定額郵貯3年以上の金利の推移を描いたものである。第14図をみると、1990年以降、金利の引上げとともに両者の残高伸び率の格差が拡大しているようにみえる。この間の定額郵貯の金利はちょうど5%で、この金利水準で定額郵貯が有利になるのは預金保有期間が8期間（4年）の場合に当たる。ここから、預金者の平均的な預金保有期間は4年であったと推論できる。しかし、こうした推論はかなり大胆であり、あくまで実験的なものであることに留意されたい。とくに、小口MMCが、期間の短いものから順次導入された経緯を考え合わせれば、金利の自由化は期日指定に相対的に不利に働いたと推測されるなど、こうした環境変化が推定に大きなバイアスを与えている可能性が大きいように思われる。

第14図 定額郵貯と期日指定の残高の推移

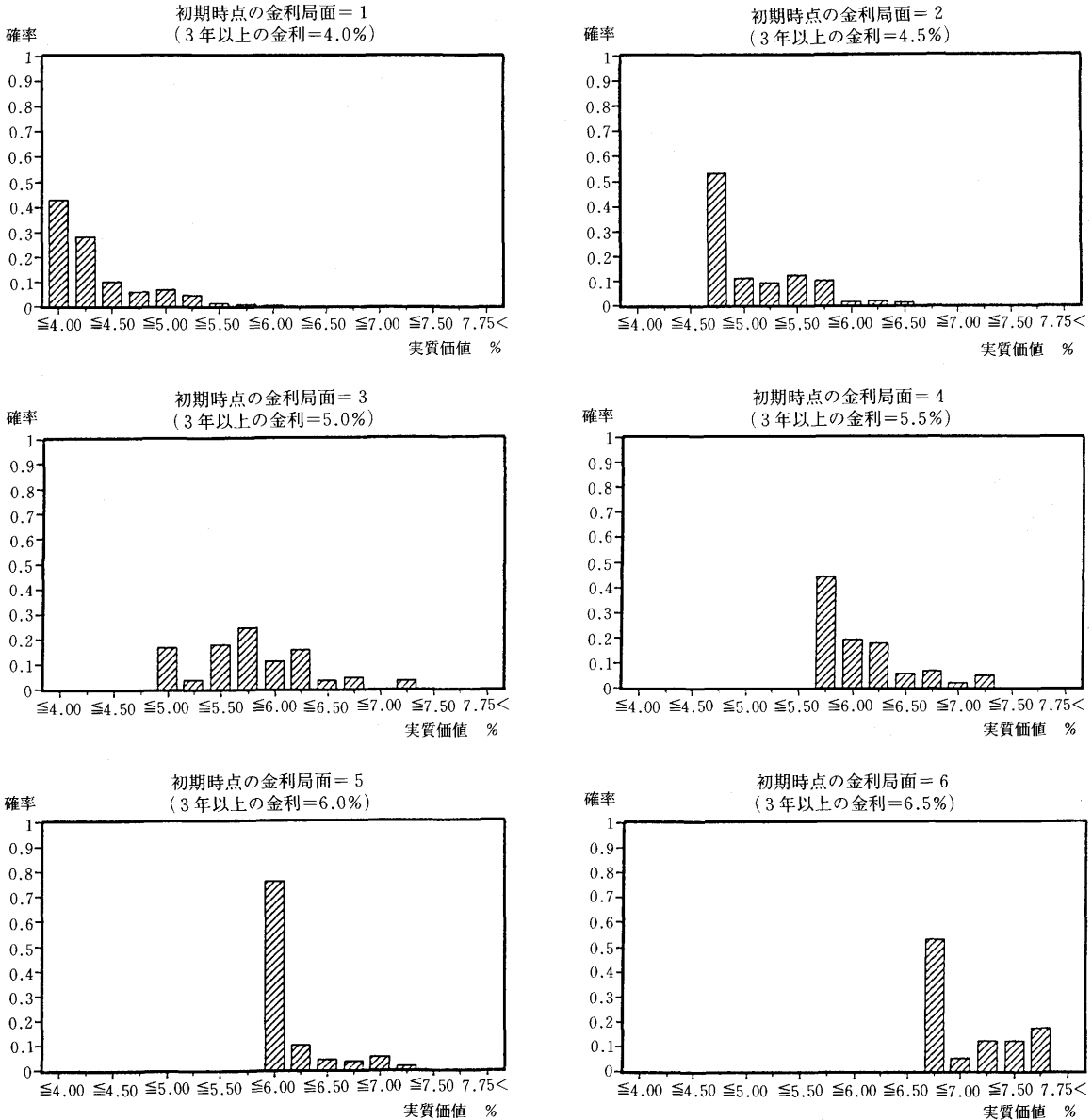


第15図 金利局面の推移



20) 3.で求められた定額郵貯の実質価値はリターンの期待値(平均値)であるが、これと並んで重要な情報を含んでいるのはリターンの確率分布そのものである。これは、3.で求められた預金者の最適化行動を前提に導出できる。例えば、預金者の預金保有期間を8期間(4年)として定額郵貯のリターンの確率分布を計算すると、第16図のように初期時点に応じて9通りの確率分布が得られる。ここからリターンの分散を計算し、オプションの売り手である郵貯特会がどの程度の収益リスクに晒されているのかを具体的に把握できる。

第16図 定額郵貯のリターンの確率分布(預金保有期間=8期間)



(次頁へ続く)

補論1. 定額郵便貯金の実質価値の計算  
(一般的なケース)

ここでの目的は、3.で展開された3期間の定額郵貯の実質価値の計算スキームを預金者の預金保有期間を $T$ 期間と一般化して、さまざまな預金保有期間についての分析ができるようにすることである。<sup>21)</sup>

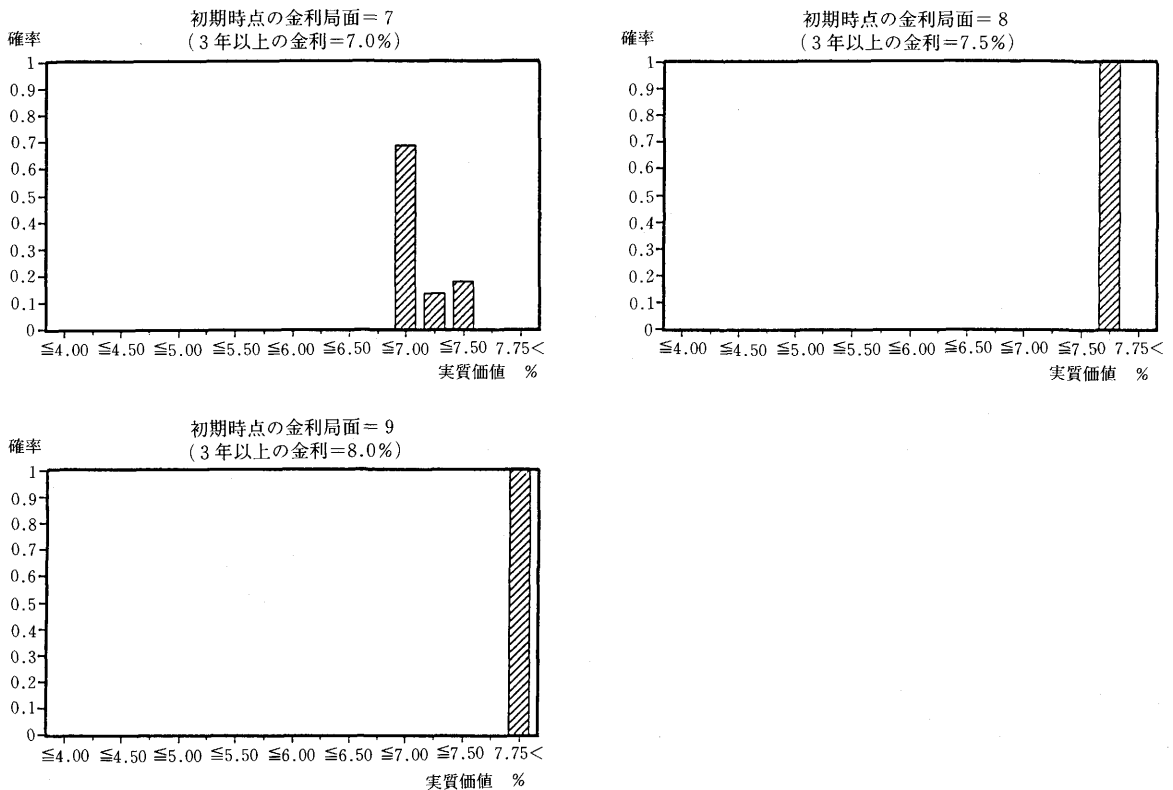
本論文では、定額郵貯の実質価値を計算するため、初期時点に投下された1単位の資金が、解約時点までに、元利合計でどれくらいに膨れ上がるのか、その期待値を計算し、これを預金成果と呼ぶ。また、この預金成果の $T$ 乗根をとったうえで、半年複利型の年率表

面金利を計算し、これを定額郵貯の実質価値と定義する。

初期時点(第0時点)の金利局面は初期条件として与えられる。したがって、初期時点の預金者には、預け替えるか継続するかといった選択の余地はない。例えば、本論文では、 $N$ 個の金利局面に応じて $N$ 個の初期条件が与えられ、それぞれの金利局面でどれだけの預金成果が得られるかを計算する。

定額郵貯の実質価値を計算するに当たっては、預け替えることにより得られる預金成果と継続することにより得られる預金成果を表す2つの預金成果関数と、それらをもとに預け替えるか継続すべきかという戦略を決定す

第16図 定額郵貯のリターンの確率分布(預金保有期間=8期間) (続き)



21) ここでは、とりあえず預金保有期間が20期間(10年:定額郵貯の最長継続期間)以下の場合を考える。

る反応関数が中心的な役割を果たす。

なお、第0時点(初期時点)と第T時点(最終時点)においては選択の余地はないので、預金者は、第1時点から第T-1時点までの各時点に、その時々金利局面をみながら、預け替える(その時の金利局面に対応する新しい金利体系に乗り換える)べきか、継続する(現在保有している貯金の金利体系にそのまま止まる)べきかを決定する、といったモデルを考えることとなる。また、第T-1時点とそれ以前については若干状況が異なるので、以下の説明では期間を2つに分けて解説する。

また、「それ以上の期間については継続金利が一律となる最小の継続期間」をMと定義すると、継続期間がM期間以上の場合(定額郵貯の場合には3年以上のケース)には、計算上便利な性質があるため、この点についても解説する。

### (1) 預金成果関数と反応関数

最初に、以下の議論で中心的な役割を果たす預金成果関数と反応関数という2種類の関数を定義しておこう。

#### ① 預金成果関数

預金成果関数とは、3.で定義した $\phi_t(x|i, h)$ 、 $A_t(x|i, h)$ 、 $B_t(x|i, h)$ のことであり、そこでの定義をT期間モデルに修正すると、

$\phi_t(x|i, h)$ ：第t時点までに金利体系iの貯金をh期間継続してきた預金者が、金利局面xが生起した時に得られる、口座開設当初=第t-h時点以降(第t-h+1~T期)のリターンの最大値。

$A_t(x|i, h)$ ：第t時点までに金利体系iの貯金をh期間継続してきた預金者が、金利局面xが生起した時に、「預け替える」ことによって得られる、口座開設当初=第t-h時点以降(第t-h+1~T期)のリターンの最大値。

$B_t(x|i, h)$ ：第t時点までに金利体系iの貯金をh期間継続してきた預金者が、金利局面xが生起した時に、「継続する」ことによって得られる、口座開設当初=第t-h時点以降(第t-h+1~T期)以降のリターンの最大値。

#### ② 反応関数

預金者は、第t時点において、預け替えるか継続すべきかという選択を行わなければならないが、反応関数とは、これを決定する関数で、 $f_t(x|i, h)$ と表される。 $f_t(x|i, h)$ は次のような関数である。

$$A_t(x|i, h) \geq B_t(x|i, h) \Rightarrow \text{預け替える} \Leftrightarrow f_t(x|i, h) = x$$

$$A_t(x|i, h) < B_t(x|i, h) \Rightarrow \text{継続する} \Leftrightarrow f_t(x|i, h) = i$$

3つの預金成果関数と反応関数は次のような関係になっている。

$$\phi_t(x|i, h) = \begin{cases} A_t(x|i, h) & \text{for } x \in \{x: f_t(x|i, h) = x\} \\ B_t(x|i, h) & \text{for } x \in \{x: f_t(x|i, h) = i\} \end{cases}$$

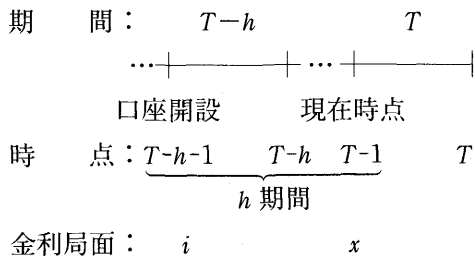
この場合に注目すべき点は、3.の仮定の下では、第t時点の金利局面(x)、第t時点に保有している貯金の金利体系(i)、継続期間(h)の3つさえ与えられれば、それ以

外の情報は第  $t$  時点における預金者の意思決定に全く影響を及ぼさないという点である。また、定額郵貯は、継続期間が長くなるほど高い金利が口座開設当時に遡って適用されるため、現時点での決定は、現時点以降の預金成果のみならず、現在保有している貯金の口座開設当初に遡って、預金成果に影響を与える。したがって、現時点での行動を決める反応関数は、口座開設当初からの預金成果を累積している預金成果関数  $A_t(x|i, h)$ 、 $B_t(x|i, h)$  をもとに決定されなければならない。なお、金利体系  $i$  の貯金を  $h$  期間継続した場合に適用される 1 期間当たりの金利（半年分の金利）を  $r_{i, h}$  と表す。

(2) 第  $T-1$  時点における預金者の選択

最初に、第  $T-1$  時点における預金成果関数や反応関数を計算する。いま、第  $T-1$  時点までに金利体系  $i$  の貯金を  $h$  期間継続してきた預金者を考え、かつ、第  $T-1$  時点の金利局面が  $x$  であったとしよう。

【モデルの期間設定】



すると、3.での議論と同様に、

$$A_{T-1}(x|i, h) = (1+r_{i, h})^h (1+r_{x, 1})$$

$$B_{T-1}(x|i, h) = (1+r_{i, h+1})^{(h+1)}$$

と書ける。すると、(1)の議論から、

$$A_{T-1}(x|i, h) \geq B_{T-1}(x|i, h) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \text{預け替える} &\Leftrightarrow f_{T-1}(x|i, h) = x \\ A_{T-1}(x|i, h) < B_{T-1}(x|i, h) &\Rightarrow \\ \text{継続する} &\Leftrightarrow f_{T-1}(x|i, h) = i \end{aligned}$$

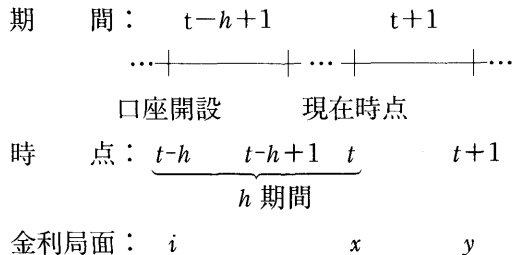
したがって、

$$\begin{aligned} \phi_{T-1}(x|i, h) &= \begin{cases} A_{T-1}(x|i, h) & \text{for } x \in \{x : f_{T-1}(x|i, h) = x\} \\ B_{T-1}(x|i, h) & \text{for } x \in \{x : f_{T-1}(x|i, h) = i\} \end{cases} \end{aligned}$$

(3) 第  $t (< T-1)$  時点以降における預金者の選択

次に、一般的に第  $t$  時点にいる預金者が、新しい金利局面に対してどのような反応を示すかについて考えてみよう。

【モデルの期間設定】



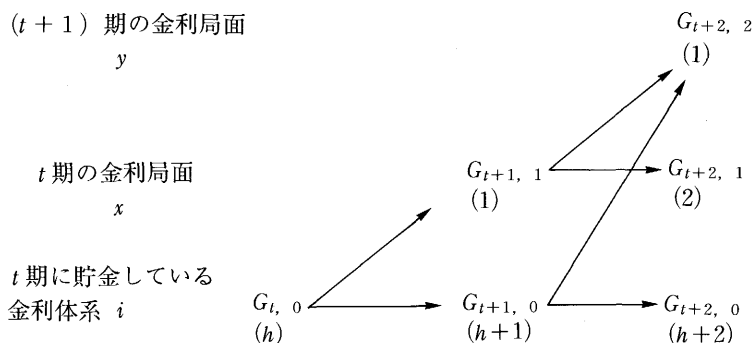
第 A-1 図は預金者の意思決定を図示したものであるが、とくに、

第  $t$  時点に保有している貯金の金利体系 ( $i$ )  
 < 第  $t$  時点の金利局面 ( $x$ )  
 < 第  $t+1$  時点の「期待」金利局面 ( $y$ )

という場合を描いてある。いま、仮に、第  $t$  時点の預金者が、金利局面が  $x$  であった時に、預け替えるという選択を行ったとしよう。すると、この預金者の第  $t-h$  時点以降（第  $t-h+1 \sim T$  期）における預金成果関数  $A_t(x|i, h)$  は次式で表される。

$$\begin{aligned} A_t(x|i, h) &= (1+r_{i, h})^h \sum_y \phi_{t+1}(y|x, 1) P(y|x) \\ &= (1+r_{i, h})^h \sum_{S1} A_{t+1}(y|x, 1) P(y|x) \end{aligned}$$

第 A-1図 預け替え・継続の選択ツリー



(注) (・) 内の数値は継続期間。

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{S2} B_{t+1}(y|x,1)P(y|x) \\
 S1 = & \{y : f_{t+1}(y|x,1) = y\}, \\
 S2 = & \{y : f_{t+1}(y|x,1) = x\}
 \end{aligned}$$

上式のうち  $(1+r_{i,h})^h$  は金利体系  $i$  の下で  $h$  期間継続した分のリターン (第  $t-h \sim t$  時点 <第  $t-h+1 \sim t$  期> のリターン) である。また、 $S1$  は次のような金利局面の集合である。この預金者は、第  $t$  時点で、その時の金利局面  $x$  に対応する新しい金利体系に預け替えているのであるから、第  $t+1$  時点では、金利体系  $x$  の貯金を 1 期間継続しているはずである。 $S1$  は、第  $t+1$  時点の金利局面のうち、再び新しい金利に預け替えるというインセンティブを与える金利局面の集合である。第 A-1 図では、 $G_{t,0} \rightarrow G_{t+1,1} \rightarrow G_{t+2,2}$  と進むケースに当たる。 $A_{t+1}(y|x,1)$  は、金利体系  $x$  の貯金を 1 期間継続している預金者が、第  $t+1$  時点に金利局面  $y$  が生じた場合に預け替える場合の第  $t$  時点以降の預金成果であり、 $P(y|x)$  は金利局面  $y$  が生起する確率であるから、 $A_t(x|i,h)$  の第 2 式の  $\{\cdot\}$  内の上段部分は、第  $t+1$  時点で預け替えた場合の第  $t$  時点

以降 (第  $t+1 \sim T$  期) の預金成果になっている。

一方、 $S2$  は、 $S1$  の補集合であり、第  $t+1$  時点の金利局面のうち、第  $t$  時点では預け替えるが、第  $t+1$  時点では継続するという金利局面の集合である。第 A-1 図では、 $G_{t,0} \rightarrow G_{t+1,1} \rightarrow G_{t+2,1}$  と進むケースに当たる。 $B_{t+1}(y|x,1)$  は、金利体系  $x$  の貯金を 1 期間継続している預金者が、第  $t+1$  時点の金利局面が  $y$  であった場合に、そのまま貯金を継続するとした場合の第  $t$  時点以降 (第  $t+1 \sim T$  期) の預金成果で、 $P(y|x)$  は金利局面  $y$  が生起する確率であるから、 $A_t(x|i,h)$  の第 2 式の  $\{\cdot\}$  内の下段部分は、第  $t+1$  時点で貯金を継続した場合の第  $t$  時点以降 (第  $t+1 \sim T$  期) の預金成果を表している。

以上を総合すれば、 $A_t(x|i,h)$  は、第  $t$  時点の金利局面が  $x$  であった時に金利体系  $x$  に預け替える場合の第  $t-h$  時点以降 (第  $t-h+1 \sim T$  期) の預金成果になっている。

一方、仮に、第  $t$  時点の預金者が、金利局面  $x$  の生起に対して、貯金を継続するという選択を行ったとしよう。すると、この預金者



の第  $t-h$  時点以降 (第  $t-h+1 \sim T$  期) における預金成果  $B_t(x|i, h)$  は次のような式で表される。

$$\begin{aligned} B_t(x|i, h) &= \sum_y \phi_{t+1}(y|i, h+1)P(y|x) \\ &= \sum_{S3} A_{t+1}(y|i, h+1)P(y|x) \\ &\quad + \sum_{S4} B_{t+1}(y|i, h+1)P(y|x) \\ S3 &= \{y : f_{t+1}(y|i, h+1) = y\}, \\ S4 &= \{y : f_{t+1}(y|i, h+1) = i\} \end{aligned}$$

上式のうち、S3は次のような金利局面の集合である。仮定により、この預金者は、第  $t$  時点の金利局面が  $x$  であったことに対して、これまで保有してきた金利体系  $i$  で継続することに決めたのであるから、第  $t+1$  時点では、金利体系  $i$  の貯金を  $h+1$  期間継続しているはずである。S3は、こうした状況下で第  $t+1$  時点の金利局面のうち、新しい金利体系に預け替えるというインセンティブを与える金利局面の集合である。第 A-1図では、 $G_{t,0} \rightarrow G_{t+1,0} \rightarrow G_{t+2,2}$  と進むケースに当たる。 $A_{t+1}(y|i, h+1)$  は、金利体系  $i$  の貯金を  $h+1$  期間継続している預金者が、第  $t+1$  時点の金利局面  $y$  に対し、預け替えた場合の第  $t-h$  時点以降 (第  $t-h+1 \sim T$  期) の預金成果であり、 $P(y|x)$  は金利局面  $y$  が生起する確率であるから、 $B_t(x|i, h)$  の第 2 式の上段部分は、第  $t+1$  時点で預け替えた場合の第  $t-h$  時点以降 (第  $t-h+1 \sim T$  期) の預金成果となっている。

一方、S4は、S3の補集合であり、第  $t+1$  時点の金利局面のうち、 $t$  時点に引続き、第  $t+1$  時点でも貯金を継続するという金利局面の集合である。第 A-1図では、 $G_{t,0} \rightarrow G_{t+1,0} \rightarrow G_{t+2,0}$  と進むケースに当たる。 $B_{t+1}(y|i, h+1)$  は、金利体系  $i$  の貯金を  $h+1$  期間継続している預金者が、第  $t+1$  時点の

金利局面  $y$  に対し、貯金を継続とした場合の  $t-h$  時点以降 (第  $t-h+1 \sim T$  期) の預金成果で、 $P(y|x)$  は金利局面  $y$  が生起する確率であるから、 $B_t(x|i, h)$  の第 2 式の下段部分は、貯金を継続した場合の第  $t-h$  時点以降 (第  $t-h+1 \sim T$  期) の預金成果を表している。

以上を総合すれば、 $B_t(x|i, h)$  は、 $t$  時点の金利局面  $x$  に対し、貯金を継続とした場合の第  $t-h$  時点以降 (第  $t-h+1 \sim T$  期) の預金成果を計算していることとなる。

第  $t$  時点の預金者は、この  $A_t(x|i, h)$  と  $B_t(x|i, h)$  を比較して、預け替えるべきか継続すべきかを判断する。すなわち、反応関数  $f_t(x|i, h)$  を導出するわけである。

$$\begin{aligned} A_t(x|i, h) &\geq B_t(x|i, h) \Rightarrow \\ &\quad \text{預け替える} \Leftrightarrow f_t(x|i, h) = x \\ A_t(x|i, h) &< B_t(x|i, h) \Rightarrow \\ &\quad \text{継続する} \Leftrightarrow f_t(x|i, h) = i \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \phi_t(x|i, h) &= \begin{cases} A_t(x|i, h) & \text{for } x \in \{x : f_t(x|i, h) = x\} \\ B_t(x|i, h) & \text{for } x \in \{x : f_t(x|i, h) = i\} \end{cases} \end{aligned}$$

$A_t$  と  $B_t$  は  $\phi_{t+1}$  の関数であるから、 $\phi_t$  は  $\phi_{t+1}$  の関数となる。また、 $A_t$  と  $B_t$  も  $A_{t+1}$  と  $B_{t+1}$  の関数となっている。 $f_t$  も同様に  $f_{t+1}$  の関数である。したがって、第  $t+1$  時点以降の預金成果関数 ( $\phi_{t+1}$ ,  $A_{t+1}$ ,  $B_{t+1}$ ) と反応関数 ( $f_{t+1}$ ) が与えられれば、第  $t$  時点以降の預金成果関数 ( $\phi_t$ ,  $A_t$ ,  $B_t$ ) と反応関数 ( $f_t$ ) を導出できることが分かった。

#### (4) 預金保有期間全体に亘る預金成果と定額郵貯の実質価値

以上の議論から容易に推論できるように、

預金保有期間全体（第0～ $T$ 期）に亘る預金成果 $\phi_0(i)$ は、第 $T-1$ 時点から初期時点に向かって順次後向きに解いてゆけば、次のようにして求めることができる。

すなわち、 $\phi_0(i)$ は、第1時点までに金利体系 $i$ で1期間継続してきた預金者の口座開設当初（第0時点）以降のリターンの最大値と考えられるから、

$$\phi_0(i) = \sum_y \phi_1(y|i, 1) P(y|i)$$

と書ける。ここで、試しに $A_0(i|1, 1)$ という数値の意味を考えてみると、これは、第0時点までに金利体系1の貯金を1期間継続してきた預金者が、第0時点の金利局面が $i$ であった時に、預け替えることによって得られる、口座開設当初＝第-1時点以降（第0～ $T$ 期）のリターンの最大値であり、

$$A_0(i|1, 1) = (1+r_{1,1}) \sum_y \phi_1(y|i, 1) P(y|i)$$

と表すことができる。したがって、

$$\phi_0(i) = A_0(i|1, 1) / (1+r_{1,1})$$

と書くことができる。これをもとに、定額郵貯の実質価値（年率）は、

$$\text{定額郵貯の実質価値} = [\{\phi_0(i)\}^{1/T} - 1] \cdot 2$$

と計算される。

#### (5) 継続期間が $M$ 期以上の場合

原則的には、継続期間の長短にかかわらず、上の議論がそのまま適用できる。しかし、継続期間が $M$ 期を超える場合には便利な性質があり、後に具体的な数値計算をする時に有用なので、この場合をとくに論じることとしよう。

$A_t(x|i, h)$ の導出は上の議論と全く同じで

ある。しかし、 $B_t(x|i, h)$ を計算するに当たっては、次のような便利な性質がある。預金者が第 $t$ 時点において預け替えるか、継続するかを決定する際に継続期間が意味を持つのは、継続することによって、継続期間全体に亘って適用される金利が引き上げられるからである。しかし、継続期間が $M$ 期以上の場合には、 $M$ の定義から、たとえ継続したとしても適用金利が引き上げられることはない。したがって、この場合には、預金者の反応関数を考える際、継続期間の長短を全く考慮する必要がない。すなわち、次式が成立する。

$$f_t(x|i, M) = f_t(x|i, M+k), \quad k \geq 0$$

さらに、継続期間が長くなったとしても、その分同率の金利が掛け合わされるだけであるから、次式が成立する。

$$\phi_t(x|i, M+k) = \phi_t(x|i, M) (1+r_{i, M})^k, \quad k \geq 0$$

$$A_t(x|i, M+k) = A_t(x|i, M) (1+r_{i, M})^k, \quad k \geq 0$$

$$B_t(x|i, M+k) = B_t(x|i, M) (1+r_{i, M})^k, \quad k \geq 0$$

とくに、 $k=1$ の場合には、

$$f_t(x|i, M+1) = f_t(x|i, M)$$

$$\phi_t(x|i, M+1) = \phi_t(x|i, M) (1+r_{i, M})$$

$$A_t(x|i, M+1) = A_t(x|i, M) (1+r_{i, M})$$

$$B_t(x|i, M+1) = B_t(x|i, M) (1+r_{i, M})$$

これらを $B_t(x|i, M)$ の計算式に代入すると、

$$B_t(x|i, M) = \sum_y \phi_{t+1}(y|i, M+1) P(y|x)$$

$$= (1+r_{i, M}) \sum_y \phi_{t+1}(y|i, M)$$

$$= (1+r_{i, M}) \{ \sum_{S3} A_{t+1}(y|i, M) P(y|x) \}$$

$$+ \sum_{S4} B_{t+1}(y|i, M) P(y|x) \}$$

$$S3 = \{y : f_{t+1}(y|i, M) = y\},$$

$$S4 = \{y : f_{t+1}(y|i, M) = i\}$$

この関係式は、数値計算上は非常に有用である。(3)の議論から分かるように、継続期間  $h$  の預金者の預金成果関数や反応関数を導出するには、継続期間  $h+1$  の預金成果関数や反応関数が必要であり、また、 $h+1$  の場合を計算するには  $h+2$  の場合が必要といった具合に、次々と継続期間が長期に亘る場合を考えなければならない。しかし、上の関係式を用いれば、継続期間についてはせいぜい  $M$  種類の預金成果関数や反応関数を構成すれば足りることとなる。

## 補論 2. 期日指定定期預金の実質価値の計算 (一般的なケース)

定額郵貯の実質価値を計算するスキームを作ってしまうと、期日指定の実質価値を計算するスキームにたどりつくのは比較的容易である。基本的な変更点は、最長継続期間以降は全く選択の余地はなく、新しい金利体系に預け替えなければならないという点である。定額郵貯の実質価値を計算する際にも、預金保有期間を10年以下に限定して考えているため、預金者の預金保有期間が10年を超える場

合には、以下のスキームを用いる必要がある。

計算上の大きな変更点は、継続期間が最長継続期間に達している場合には、選択の余地なく、新しい金利に乗り換えなければならないという点である。すなわち、

$$f_t(x|i, M) = x \text{ for any } i \text{ and } x$$

計算論理上はこれ以外に変更する必要はないが、期日指定は1年複利であるため、この点を調整する必要がある。例えば、1年6か月間預金したとすると、複利されるのは1回だけであるから、この点を次の式によって定額郵貯の場合と同じ半年複利型の金利に調整する必要がある。

$$\begin{aligned} & (1 + \text{調整金利}/2)^3 \\ & = (1 + \text{表面金利}) \times (1 + \text{表面金利}/2) \end{aligned}$$

こうした調整を施した後の適用金利の体系を定額郵貯の9つの局面に応じて示すと第7表のようになる。

以上

[日本銀行金融研究所研究第1課]

### 【参考文献】

- 池尾和人、『銀行リスクと規制の経済学』、東洋経済新報社、1990年  
 森村英典・木島正明、『ファイナンスのための確率過程』、日科技連、1991年  
 Cox, J.C., and M. Rubinstein, *Option Market*, Prentice-Hall, 1985.  
 Wong, M.A., *Trading and Investing in Bond Options*, John Wiley & Sons, 1991.