

IMES DISCUSSION PAPER SERIES

社債流通価格にインプライされている期待デフォルト確率の
信用リスク・プライシング・モデルによる推定(2)
ロングスタッフとシュワルツのモデルを用いて

家田 明・吉羽要直

Discussion Paper No. 99-J-19

IMES

INSTITUTE FOR MONETARY AND ECONOMIC STUDIES
BANK OF JAPAN

日本銀行金融研究所

〒100-8630 東京中央郵便局私書箱 203 号

備考：日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズは、金融研究所スタッフおよび外部研究者による研究成果をとりまとめたもので、学界、研究機関等、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図している。ただし、論文の内容や意見は、執筆者個人に属し、日本銀行あるいは金融研究所の公式見解を示すものではない。

社債流通価格にインプライされている期待デフォルト確率の
信用リスク・プライシング・モデルによる推定(2)
ロングスタッフとシュワルツのモデルを用いて

家田 明*・吉羽要直*

要 旨

本稿では、信用リスク・プライシング・モデルの一つであるロングスタッフとシュワルツのモデルを用いて、本邦の社債流通価格にインプライされている個別企業の期待デフォルト確率を推定する。

推定の結果、期待デフォルト確率は、個別企業でなく格付毎の平均的な水準をみると、格付が低いほど大きくなる傾向があり、格付機関の評価と市場の評価が概ね整合的であること、同一格付内でもかなりばらつきがあり、格付という離散的な指標では捉え切れない連続的な信用度を市場の評価が織り込んでいる可能性があること、がわかった。

また、別のタイプの信用リスク・プライシング・モデルである改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデル(家田 [1999])での期待デフォルト確率の推定結果と比較し、各格付の平均的な期待デフォルト確率が両モデルとも同様の傾向があることを示す。さらに、両モデルの長所・短所にも触れ、分析目的に応じてモデルを選択する必要があること等を指摘する。

キーワード：信用リスク・プライシング・モデル、社債流通価格、格付、期待デフォルト確率

*日本銀行金融研究所研究第1課(E-mail: akira.ieda@boj.or.jp, toshinao.yoshiba@boj.or.jp)

目 次

1. はじめに	1
2. ロングスタッフとシュワルツのモデルの概要	2
3. 期待デフォルト確率の推定	5
3 - 1 使用データとパラメータの推定	5
3 - 2 期待デフォルト確率の推定	8
3 - 3 改良型JLTモデルによる推定結果との比較	15
4. おわりに	16
(参考文献)	18

1. はじめに

本邦の社債流通市場における利回りや国債スプレッド等のデータをみると、最近では、社債発行企業の信用リスクに応じた価格形成がなされるようになってきている。こうした市場情報に対して信用リスクのプライシング・モデルを適用すれば、社債発行企業の期待デフォルト確率（リスク中立ベース）を推定することが出来る。本稿では、各種のモデルの中からロングスタッフとシュワルツのモデル（Longstaff and Schwartz [1995]、以下、LS モデルと呼称）を利用し、わが国の個別企業が発行する社債の市場データから、期待デフォルト確率を計算する。

このような推定に関する先行研究としては、Jarrow, Lando and Turnbull [1997] のモデルを改良した Kijima and Komoribayashi [1998]の方法（以下、改良型 JLT モデルと呼称）があり、家田 [1999]はこの方法に基づいてわが国の社債データを分析している。同研究では、マルコフ連鎖モデルの枠組みで、Moody's の格付遷移データを用いて、格付毎に企業のデフォルト確率が計算されている。ただ、そこでは幾つかの仮定が置かれているため、得られた推定結果についてはある程度留意すべき点があった¹。そこで、本稿では、家田 [1999] と共通の社債データを分析対象として、異なるモデルを適用した場合の推定結果を比較分析することにより、この種の方法の有効性と限界について洞察を深めることとしたい。

本稿の構成は次の通りである。第 2 章で、LS モデルのフレームワークを解説する。次に第 3 章で、社債市場データから期待デフォルト確率を推定し、改良型 JLT モデルの結果との比較等を行う。最後に第 4 章で、本稿のまとめを行う。

¹ 例えば、家田 [1999]では格付遷移行列を利用しているが、本邦社債について公に利用可能な格付遷移行列の入手が困難であることから、敢えて米国のデータ（Moody's）で代用している。この点は、本邦においてこれまで社債のデフォルト事例が殆どなかったことに鑑みるとある程度致し方ない面はあるものの、米国のデータをそのまま利用することが許容されるか否かは必ずしも明確でない。また、同研究では、格付という信用度を離散的に捉える状態変数を用いている。このため、導出された期待デフォルト確率は各格付内で中間的なランクに位置する企業に対応するものであって、必ずしも個々の企業の状態（例えば AA 格であっても、A 格への格下げが近い状況など）を正確に反映していない可能性がある。

2. ロングスタッフとシュワルツのモデルの概要

ロングスタッフとシュワルツのモデル (LS モデル) は、デフォルトの発生が企業価値の確率過程に依って決まるという構造を仮定し、モデル化したものである²。具体的には、企業がデフォルト状態に陥るのは、確率過程に従う企業価値 V が一定の水準 K を下回った場合であるとのメカニズムを想定し、それを基に信用リスクのある金融商品の価格が満たす関係式を導出する。

企業価値 V は以下の対数正規過程に従うとする (リスク中立ベースでの表現。 r は無リスク金利、 σ はボラティリティ、 Z_1 はウィナー過程である)。

$$dV = rVdt + \sigma VdZ_1 \quad (1)$$

また、無リスク金利 r は次の確率過程に従うと仮定する (リスク中立ベースでの表現。 α, β は中心回帰性を表すパラメータ、 η はボラティリティ、 Z_2 はウィナー過程である)。これはバシチェック (Vasicek) モデルである。

$$dr = (\alpha - \beta r)dt + \eta dZ_2 \quad (2)$$

さらに、これら 2 つの確率過程の間には以下のような相関があると仮定する (ρ は相関係数である)。

$$dZ_1 dZ_2 = \rho dt \quad (3)$$

この時、信用リスクのある金融商品の価格を H とすると、それは次の偏微分方程式を満たす。

² このため、ロングスタッフとシュワルツのモデルは、各種の信用リスク・プライシング・モデルの中で構造モデル (structural model) に分類される。信用リスク・プライシング・モデルには、この他に、誘導型モデル (reduced form model) という類型がある。これは、デフォルトの発生がポアソン過程に依って記述されることを先験的に仮定したもので、例としては、Jarrow, Lando and Turnbull [1997] や Duffie and Singleton [1998] 等のモデルが挙げられる。これらは、デフォルト発生メカニズムには立ち入らず、デフォルト確率 (default probability, default intensity) という情報のみに基づいて説明を行うことから誘導型モデルと呼称されている。なお、信用リスクのプライシングに関する体系的な解説としては、例えば、小田 [1999] を参照。

$$\frac{\sigma^2 V^2}{2} \frac{\partial^2 H}{\partial V^2} + \rho \sigma \eta V \frac{\partial^2 H}{\partial V \partial r} + \frac{\eta^2}{2} \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + rV \frac{\partial H}{\partial V} + (\alpha - \beta r) \frac{\partial H}{\partial r} - rH = \frac{\partial H}{\partial t} \quad (4)$$

(4)式は、信用リスクのある金融商品の満期におけるペイオフを境界条件として解くことができる。この偏微分方程式を任意の商品について解析的に解くことは不可能であるが³、信用リスクのある割引債については、解析解を導出可能である。

以下では信用リスクのある割引債の解を示しておく。状態変数として $X = V/K$ を定義すると、信用リスクのある割引債（満期 T ）の価格 $P_t(X, r, T)$ は、損失率（=1 - 回収率）を w として、無リスクの割引債価格 $D(r, T)$ 、リスク中立確率下でのデフォルト確率 $Q(X, r, T)$ によって次のように表せる⁴。

$$P_t(X, r, T) = D(r, T) - wD(r, T)Q(X, r, T) \quad (5)$$

ここで、無リスクの割引債価格 $D(r, T)$ は、次式で表される。

$$D(r, T) = \exp(A(T) - B(T)r)$$

ただし、 $A(T)$ 、 $B(T)$ は次の関係式を満たす。

$$\begin{aligned} A(T) &= \left(\frac{\eta^2}{2\beta^2} - \frac{\alpha}{\beta} \right) T \\ &\quad + \left(\frac{\eta^2}{\beta^3} - \frac{\alpha}{\beta^2} \right) (\exp(-\beta T) - 1) - \left(\frac{\eta^2}{4\beta^3} \right) (\exp(-2\beta T) - 1) \\ B(T) &= \frac{1 - \exp(-\beta T)}{\beta} \end{aligned}$$

また、(5)式におけるリスク中立確率下でのデフォルト確率 $Q(X, r, T)$ は、次の

³ 解の導出が困難な商品については、有限差分法等の数値計算によって近似的に解を求めることになる。

⁴ 以下、原論文 Longstaff and Schwartz [1995] に従って、 $P_t(X, r, T)$ 、 $Q(X, r, T)$ 等には引数としてボラティリティを明示しない。ただし、本稿では、次章以降の分析で未知として逆算・推定を行うことから、実際には P_t 、 Q 等の引数にボラティリティが入っているものと解釈されたい。

関数 $Q(X, r, T, n)$ の $n \rightarrow \infty$ での極限值である⁵。

$$Q(X, r, T, n) = \sum_{i=1}^n q_i$$

ただし、各 q_i は次のように表される。

$$q_1 = N(a_1)$$

$$q_i = N(a_i) - \sum_{j=1}^{i-1} q_j N(b_{ij}) \quad i = 2, 3, \dots, n$$

ここで、 $N(\cdot)$ は標準正規分布の累積分布関数であり、引数の a_i 、 b_{ij} は次の関係式を満たす。

$$a_i = \frac{-\ln X - M(iT/n, T)}{\sqrt{S(iT/n)}}$$

$$b_{ij} = \frac{M(jT/n, T) - M(iT/n, T)}{\sqrt{S(iT/n) - S(jT/n)}}$$

ただし、 $M(t, T)$ 、 $S(t)$ は以下の関係を満たす。

$$\begin{aligned} M(t, T) = & \left(\frac{\alpha - \rho\sigma\eta}{\beta} - \frac{\eta^2}{\beta^2} - \frac{\sigma^2}{2} \right) t \\ & + \left(\frac{\rho\sigma\eta}{\beta^2} + \frac{\eta^2}{2\beta^3} \right) \exp(-\beta T) (\exp(\beta t) - 1) \\ & + \left(\frac{r}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\eta^2}{\beta^3} \right) (1 - \exp(-\beta t)) \\ & - \left(\frac{\eta^2}{2\beta^3} \right) \exp(-\beta T) (1 - \exp(-\beta t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S(t) = & \left(\frac{\rho\sigma\eta}{\beta} + \frac{\eta^2}{\beta^2} + \sigma^2 \right) t \\ & - \left(\frac{\rho\sigma\eta}{\beta^2} + \frac{2\eta^2}{\beta^3} \right) (1 - \exp(-\beta t)) \end{aligned}$$

⁵ Longstaff and Schwartz [1995]によれば、 $n=200$ 回の計算で十分収束する。

$$+\left(\frac{\eta^2}{2\beta^3}\right)(1-\exp(-2\beta t))$$

3 . 期待デフォルト確率の推定

本章では、LS モデルを用いて、本邦社債市場における社債市場データ等を基に、市場がインプライしている個別企業毎の期待デフォルト確率（リスク中立ベース）の推定を行う。

なお、期待デフォルト確率の推定に当たっては、割引債ベースでの社債流通価格が入手しづらい（スポットレート・ベースのイールドカーブが引けない）ことや、別途推定すべきモデルのパラメータの数が多い⁶こと、等の制約がある。このため、本稿では、前者については YTM（最終利回り）でスポットレートを代用するという近似計算を採用した。また、後者については幾つかの仮定を導入して、社債市場データ自体から推定すべきパラメータ数を 2 つにまで削減する扱いとした。

3 - 1 使用データとパラメータの推定

（1）社債利回り

社債の利回りについては、信用リスクのある割引債価格を対象とした LS モデルの枠組みでは、本来は割引債ベースの利回りつまりスポットレートが必要となる。しかしながら、スポットレート・ベースのイールドカーブを作成するために十分な数の債券を一つの発行体が発行している例が少ないという問題がある。このため、本稿では、各発行体の YTM ベースのイールドカーブをスポットレートに変換せずにそのまま使用することにする。また、社債 YTM から同期間の JGB 利回り(YTM)を差引いたものを近似的に JGB スプレッドと考える。

分析に用いた社債の利回りデータは、日本証券業協会が公表している公社債

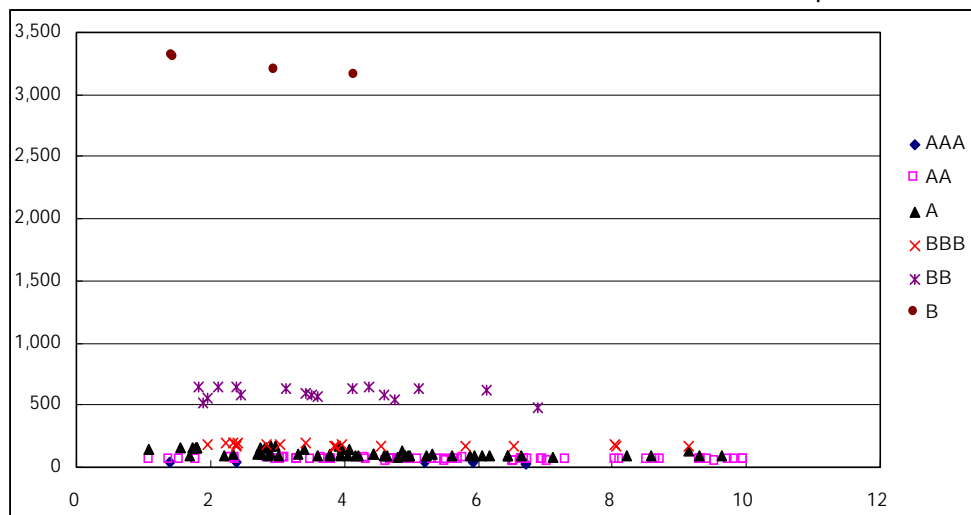
⁶ 合計 7 つ：金利変動過程のパラメータが 3 つ（ α, β, η ）、企業の資産価格変動過程とデフォルト事象に係るパラメータが 3 つ（ σ, X, w ）、両変動過程の相関を表すパラメータが 1 つ（ ρ ）。このほか、時刻 0 時点での無リスク金利 r と社債の満期 T を別途与える必要がある。

店頭基準気配⁷(98年10月9日時点)のうち、日本格付投資情報センター(R&I)から格付を取得している発行体の社債データから選択した(図表1、2)⁸。

[図表1] 分析対象とした格付毎の発行企業数(21社)⁹

AAA	AA	A	BBB	BB	B
1	7	8	2	2	1

[図表2] JGB スプレッドの分布(横軸:残存年、縦軸:bps)



(2) 金利変動過程に関するパラメータの推定

LSモデルでは、無リスクの短期金利の変動が(2)式の確率過程に従うと仮定されているため、そのパラメータを推定する必要がある。(2)式を改めて記述すると、

$$dr = (\alpha - \beta r)dt + \eta dZ_2 \quad (2)$$

である。はじめに、無担コールO/Nレートの時系列データ(97年10月1日~

⁷ 同制度における気配公表対象銘柄は、残存1年以上の銘柄に限定されている。

⁸ 簡便化のため、格付がAA、A等±記号の付されていない銘柄に限定した。また、発行全銘柄について格付を取得している発行体を対象とし、さらに、残存約7年以下の銘柄(残存が約7年以下としたのは、残存がそのレベルを超えると、コンピュータの計算が不安定になるためである)が4個以上ある発行体を選択した。なお、電力債は分析対象から除いた。

⁹ データの制約から、B格の1社についてのみ、B-(マイナス)格企業を採用した。

98年10月8日)と98年10月9日時点において市場で観測される無リスクのスポットレートの期間構造を用いて、パラメータ(α, β, η)を推定したところ、図表3の結果を得た。なお、図表3には98年10月9日時点のLiborから算出した無リスク金利 r も掲げている。

[図表3] 金利変動過程のパラメータ推定結果(リスク中立ベース)

α	β	η	r
0.047248	94.9023	0.009149	0.003639

しかしながら、この推定結果では、推定期間における本邦の金利水準が歴史的にみて極端に低かったことを反映して、中心回帰レートも極めて低いものとなっている。Cathcart and El-Jahel [1998]によれば、LSモデルで、このように中心回帰レートの水準を低く設定して割引債価格をシミュレートすると、マイナスのフォワードレートが発生し、推定に異常を来すことが報告されている¹⁰。そこで、本稿ではこうした事態を回避すべく、(2)式における中心回帰レートが長期平均値と同水準になるよう α を設定し直すこととした。具体的には、図表3の を用いずに、中心回帰レートが1970年から1990年の有担O/Nコールレート(年末値)の平均値6.890%になるように を設定した。

(3) その他のパラメータに関する仮定

(2)節において金利変動過程に関する3つのパラメータを設定したので、残るは4つのパラメータ(X, σ, w, ρ)である。これらのパラメータは、モデルから導出される社債の理論スプレッド($Spread$ 、(6)式)と実際に市場で観測されるJGBスプレッドとの誤差の二乗和を最小化することによって求めることが可能である¹¹。

$$Spread = -\frac{\log(P_t(X, r, T)/D(r, T))}{T} = -\frac{\log(1 - wQ(X, r, T))}{T} \quad (6)$$

ただし、本稿では、計算負荷を軽減する観点から、 w, ρ の2つのパラメータ

¹⁰実際、図表3のパラメータを用いて推定を試みたところ、サンプルによっては解が存在しない結果となった。これは上記のようマイナス金利の発生が排除されていなかったことによるものと考えられる。

¹¹(6)式は、 $D(r, T) = e^{-rT}$ 、 $P_t(X, r, T) = e^{-(r+Spread)T}$ と(5)式を用いることによって導ける。

については外生的に値を与えることとした。具体的には、 w （損失率）は、社債のデフォルト時の回収率が本邦の場合低いと仮定して、0.9 と置いた（すなわち回収率は0.1 である¹²）。また、 ρ （金利の変動過程と企業価値の変動過程の相関係数）は、両確率過程の相関が小さいと仮定して0 と置いた¹³。

3 - 2 期待デフォルト確率の推定

3 - 1 節の仮定を踏まえて、(6)式と市場データから2つのパラメータ(X, σ)を推定することによって、市場価格にインプライされている時点 T までの累積期待デフォルト確率($Q(X, r, T)$)を算出する¹⁴。

(1) 理論スプレッドの期間構造

ここでは、デフォルト確率の推定を行う前に、パラメータ X, σ の水準によって、理論スプレッドの期間構造がどのように変化するかを見ておくことにする。

上述したように、LSモデルでは、企業価値 V が以下の対数正規過程に従うと仮定している（ r は無リスク金利、 σ はボラティリティ、 Z_1 はウィナー過程）。

$$dV = rVdt + \sigma VdZ_1$$

その上で、企業がデフォルト状態に陥るのは、企業価値 V が一定の水準 K を下回った場合（すなわち $X = V/K$ が1以下となった場合）であるとのメカニズ

¹² 本稿の分析で用いる本邦社債は無担保社債であるので、発行企業が倒産した場合、債券保有者の債権は一般債権に分類される。このように一般債権の回収率は低率になる場合が多いことが、上記の仮定の背景にある（家田 [1999]を参照）。

¹³ 金利過程とデフォルト過程が独立であるとの仮定を置いた信用リスク・プライシング・モデルには、JLTモデル等がある。

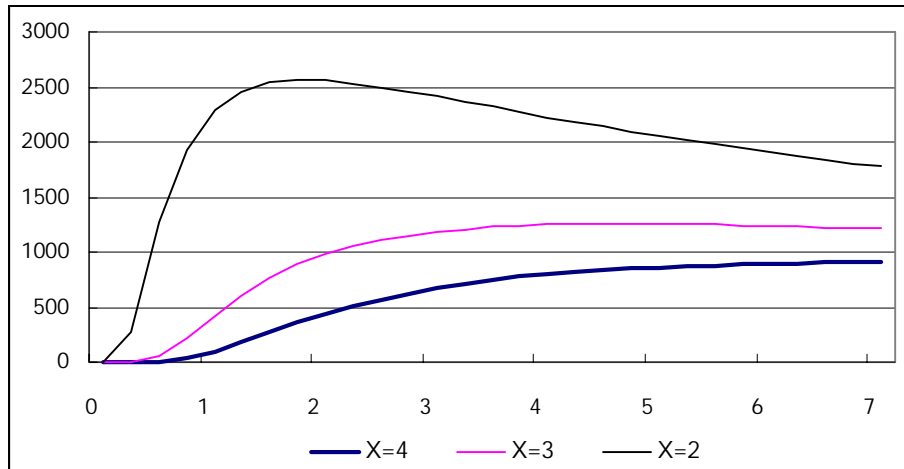
¹⁴ $Q(X, r, T)$ の計算においては、2章で示したように n 回（ $n = 200$ 程度で十分収束）の近似計算を必要とする。実際の市場データへのフィッティングを準ニュートン法（各パラメータを少しずつ動かしながら、理論スプレッドと現実のスプレッドの差が十分小さくなった時点で、そのパラメータの値を推定値とする近似計算手法）で行うという点に加え、パラメータを動かす都度行われる計算では n^2 回のオーダーで演算がなされるという点から、 n が大きいと計算が非常に重くなるとの問題がある。このため本稿では敢えて $n=100$ として計算を行った。

ムを想定している。したがって、 X が一定の時、ボラティリティ項を表す σ が大きいほど、当該企業のデフォルト確率は大きい。一方、 σ が一定の時、企業価値とデフォルト境界（閾値） K との比率 X が1に近いほど、当該企業のデフォルト確率は大きい。

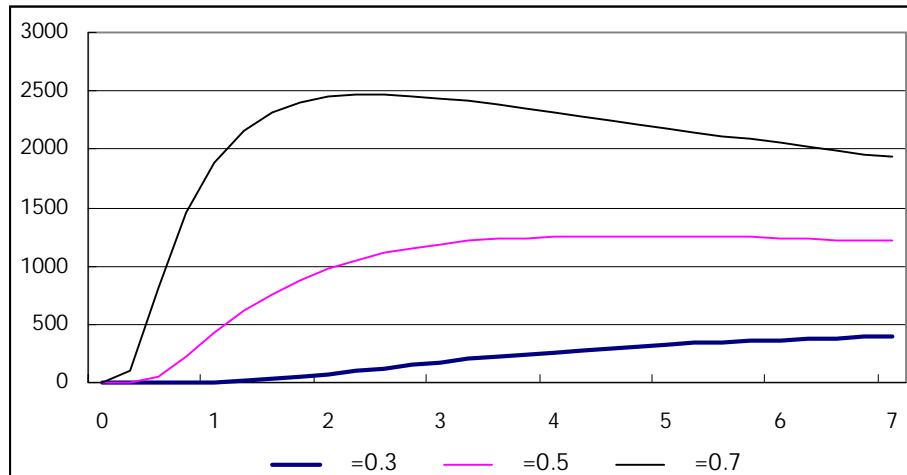
また、他の条件を一定とすると、デフォルト確率が大きいほど、(6)式により理論スプレッドも大きくなることになる。したがって、 σ が大きいほど、また X が1に近いほど、理論スプレッドは大きいとの関係が成立することになる。

この関係を確認するために、実際に X および σ を変化させて理論スプレッドを計算した（その他のパラメータについては前節までの推定結果に固定）結果が図表4、5である。これをみると、上述の関係が明らかに成立していることがわかる。

[図表4] 理論スプレッド曲線の形状（ $\sigma = 0.5$ 、横軸：残存年、縦軸：bps）



[図表 5] 理論スプレッド曲線の形状 ($X = 3$ 、横軸：残存年、縦軸：bps)



図表 4、5 には、さらにもう一点特徴的な性質がみられる。すなわち、スプレッドの期間構造は、信用度の高い（すなわち、 X が十分大きい、ないし σ が十分小さい）企業の場合概ね単調増加である一方、信用度の低い企業の場合一旦上昇した後低下する構造（humped-shape）となっている。換言すれば、時点 t までデフォルトしていないとの条件下で次の単位時間内（ $(t, t+1]$ ）にデフォルトする確率 限界デフォルト確率 が、信用度の高い企業では時間経過とともに増大する一方、信用度の低い企業では一旦増大した後減少するという性質を持つ¹⁵。こうした傾向は、米国社債市場においては実証的に確認されている¹⁶。したがって、LS モデルは、実際に市場で観測されるスプレッドの期間構造の上記特徴を表現可能であると評価できる。

¹⁵ スプレッドの期間構造に関する上記の傾向については、次のように定性的な説明を加えることができる。まず、信用度の高い企業では、期近のデフォルト・リスクは小さいが、年限が経過するにつれて景気変動や産業全体の衰退の影響を受けるため、将来の財務内容は不安定になる可能性がある。このために限界デフォルト確率が単調増加する。一方、信用度の低い企業では、財務内容が不安定で期近のデフォルト・リスクは大きい、デフォルトを起こすことなくそうしたリスクを乗り越えた企業については、財務内容が当初に比較して安定化している場合が多いことから、限界デフォルト確率が減少し、全体としては一旦上昇した後に低下する形（humped-shape）を描く。

¹⁶ 例えば、Sarig and Warga [1989]。

(2) 期待デフォルト確率の推定

次に、実際のデータを用いて期待デフォルト確率の推定を行う。推定は、市場で観測されるスプレッドと LS モデルによる推定スプレッドの誤差の二乗和が最小になるように2つのパラメータ (X, σ) を決定する¹⁷ことによって行った。また、推定を行う対象企業は、市場で4個以上の銘柄(但し、残存1年以上約7年以内)が流通している先に限定した(対象企業数は21社<図表1参照>)。これは、理論スプレッド曲線の形状が図表4、5に掲げたように比較的複雑であることから、最低でも4個以上のデータがないと曲線の形状を十分正確に推定できないと判断したからである。

図表6～8に、市場で観測されたJGBスプレッドのデータとLSモデルによる推定スプレッド(曲線)の具体例を示した。これをみる限り、LSモデルが、本邦社債流通市場で観測されるスプレッド曲線の形状をかなり良く表していることがわかる。

ただし、図表8(大阪瓦斯)の例では、最も信用度が高いAAA格銘柄であるにもかかわらず、スプレッドが一旦上昇した後低下するという構造がみられており、前述の解釈と整合的ではない。この点については、本稿のサンプルが少ないため断定的なことは言えないが、本邦の投資家行動(償却負担忌避等)がスプレッド構造に影響を与えている可能性はある¹⁸。

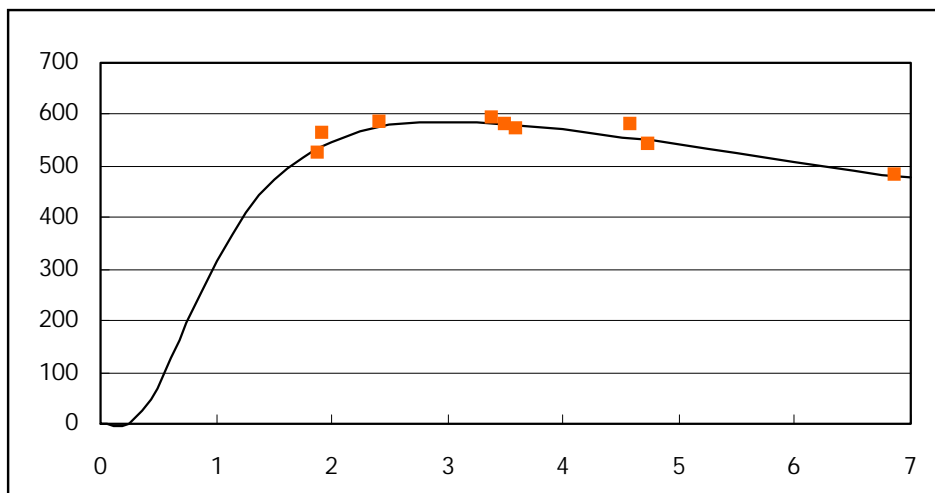
また、 K をバランスシート上の負債と考えれば、市場価値ベースの自己資本比率は $\frac{V-K}{V} = 1 - \frac{1}{X}$ と推定される。ここで図表6～8の各企業について、 X の推定結果から自己資本比率の推定値を算出してみると、日商岩井(BB銘柄)36.7%、伊勢丹(A銘柄)21.1%、大阪瓦斯(AAA銘柄)17.8%となる。すなわち、日商岩井では自己資本比率が36.7%と過大に評価される他、格付が高い企

¹⁷ 具体的には、準ニュートン法を用いて推定を行った。

¹⁸ スプレッドが一旦上昇した後下落する要因としては、オーバー・パーの債券を購入する場合に、償還損の償却が必要となる上、アモチゼーション処理を行っている場合、1年当たりの償却負担は残存期間が短いほど大きくなるため、比較的短い期間の債券が投資家から相対的に敬遠されたことが挙げられる。本邦社債市場のスプレッドと投資家行動の関係の詳細については、家田・大庭 [1998]を参照。

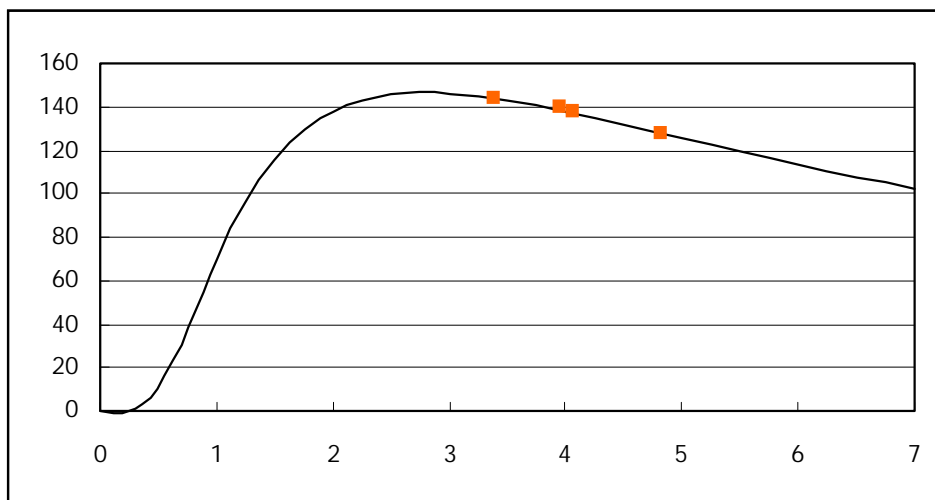
業ほど自己資本比率が減少するという非現実的な傾向も表れている。一方、企業価値変動のボラティリティである σ は、格付が低い企業ほど大きく算出されており問題はない。本稿の分析目的である期待デフォルト確率の推定値そのものは後述するように格付等と整合的な結果となっているが、これは、 X よりの方が期待デフォルト確率の推定値に与える影響が大きいことによるものと考えられる。

[図表 6] BB 銘柄（日商岩井）の例（実線が推定スプレッド、横軸：残存年、縦軸：bps）



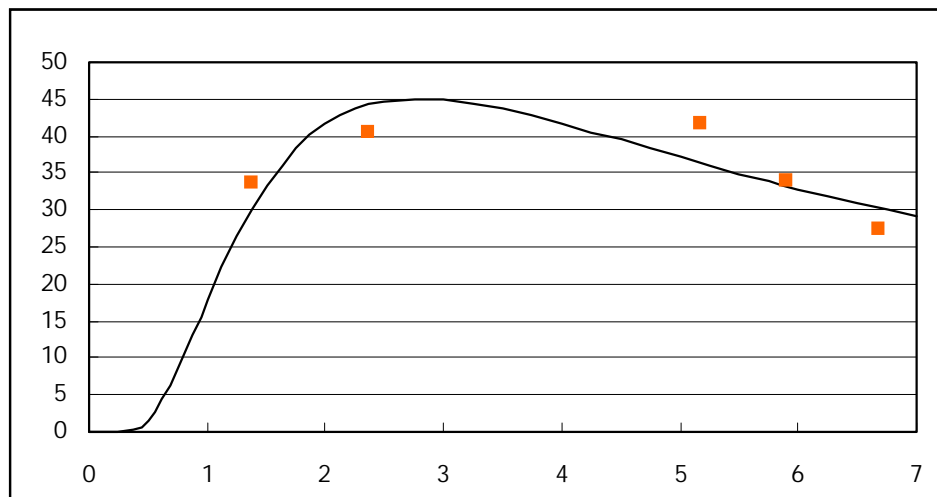
($X=1.580$ 、 $\sigma=0.232$)

[図表 7] A 銘柄（伊勢丹）の例



($X=1.267$ 、 $\sigma=0.108$)

[図表 8] AAA 銘柄（大阪瓦斯）の例

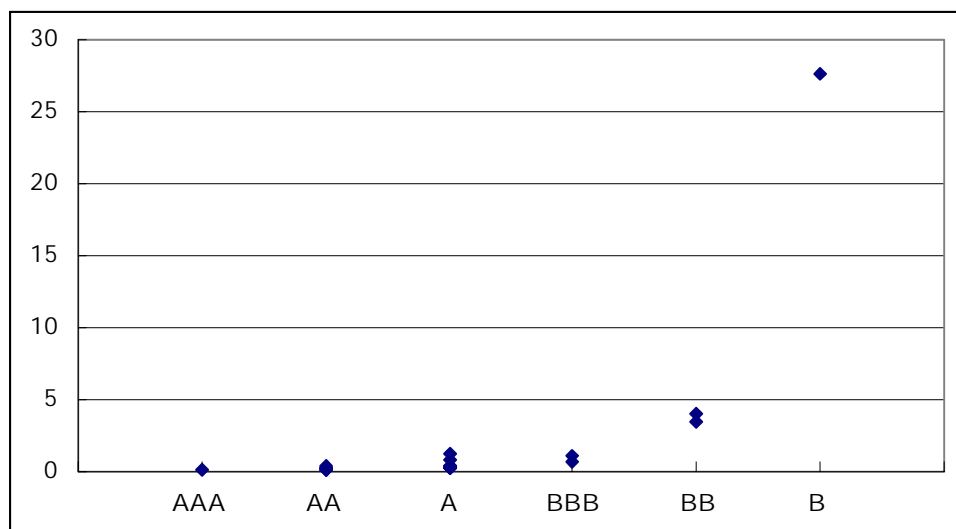


($X=1.216$ 、 $\sigma=0.081$)

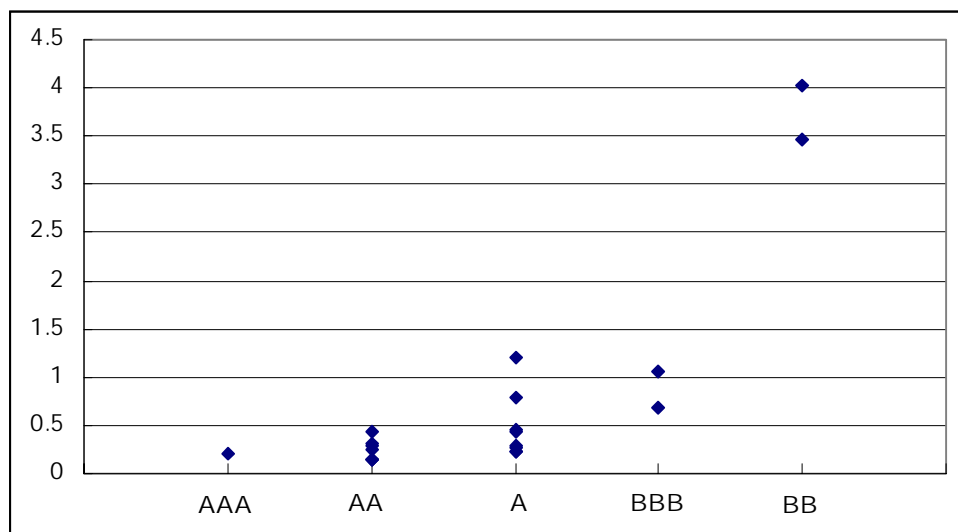
このように理論スプレッドを求めることによって、市場がインプライしている任意の時間までの累積期待デフォルト確率を推定可能である。ただし、本稿では、以下、1年までの累積デフォルト確率に焦点を絞って、比較・分析を行う。

格付別に各企業の累積デフォルト確率の推定値をプロットした結果を図表9、10に示す。図表10は、図表9からB格の例を除き、縦軸のスケールを拡大したものである。

[図表 9] 格付毎の累積期待デフォルト確率（縦軸：％）



[図表 10] 格付毎（除く B 格）の累積期待デフォルト確率（縦軸：％）



これらからは、以下の点を指摘することが可能である。

個別企業ではなく格付毎の平均的な水準をみると、格付が低下するにしたがって、累積期待デフォルト確率は上昇する傾向がある。これは、格付機関の評価と市場の評価が、平均的にみた場合には概ね整合的であることを示唆している。

ただし、同格付であっても累積期待デフォルト確率には一定のばらつきがあり、中にはより上位の格付に属するサンプルよりも低い累積期待デフォルト確率を示す（つまり信用度が高いと評価されている）サンプルがみられる。この理由としては、市場が、格付という離散的な指標では必ずしも捉え切れない企業の連続的な信用度をスプレッドに織込んでいる（格付機関の格付変更在先立って市場の評価がスプレッドに織込まれる）可能性を指摘できる。これには、市場が、当該企業に関する情報の入手において格付機関よりも比較優位な立場にあり、またそうした情報を正確に市場価格に反映することができるということが前提となろう。その一般的な正否を議論することは今後の課題であるが、本稿の分析をみる限りにおいては、企業の信用度を評価するに当たって、格付よりも市場情報を用いて算出の方が詳細な情報を得られる場合があると考えられる。

3 - 3 改良型 JLT モデルによる推定結果との比較

次に、Kijima and Komoribayashi [1998]が示した改良型 JLT モデルにより推定される累積期待デフォルト確率（家田 [1999]）との簡単な比較を行う。

脚注 2 でも示したように、信用リスクのプライシング・モデルは、構造モデル(structural model)と誘導型モデル(reduced form model)に大別される。本稿で用いた LS モデルは構造モデルに、改良型 JLT モデルは誘導型モデルに分類することができる。ここでは、タイプの異なる 2 つのモデルによって推定された累積期待デフォルト確率を比較し、モデルの有効性等について言及することを試みる。改良型 JLT モデルによる推定結果は、家田 [1999]の結果を用いることにする¹⁹。

両モデルによる累積期待デフォルト確率（1年まで）の推定結果を図表 1 1 に掲げた。

[図表 11]累積期待デフォルト確率の比較（LS モデルはサンプル平均）

	AAA	AA	A	BBB	BB	B
改良型JLTモデル	0.60%	0.79%	1.32%	2.31%	6.55%	31.48%
LSモデル	0.20%	0.25%	0.49%	0.87%	3.74%	27.58%

この結果等からは、次の諸点を指摘することができる。

両モデルによって推定された累積期待デフォルト確率を比較すると、各格付毎の水準にはある程度差がある（改良型 JLT モデルによる推定値の方が相対的に大きい）ものの、格付が悪くなるにつれて推定値が大きくなっていくパターンには共通点が見出される。したがって、市場価格情報から算出される期待デフォルト確率と格付情報とを対応付けるような分析においては、構造モデル・誘導型モデルというタイプの異なる信用リスク・プライシング・モデルの何れを用いても同様に有用であることが示唆される。

個別企業（銘柄）の期待デフォルト確率の推定という目的には、企業の信

¹⁹ 本稿のサンプル銘柄は、いずれも家田 [1999]で分析対象とされていたものである。また、推定時点（1998年10月9日時点）のほか、スポットレートの下りに YTM を使用している点、回収率を外生的に 0.1 と置いている点等も、本稿と家田 [1999]の設定は同様である。

用度を離散的に表す格付を用いる改良型 JLT モデルは必ずしも十分ではない²⁰。一方、格付情報を使用しない LS モデルでは、個別企業（銘柄）の価格情報から当該企業に固有の期待デフォルト確率の推定が可能であるというメリットがある。

しかし、LS モデルでは、本稿でも示したように多数のパラメータが含まれており、その幾つかは別途推定するか、あるいは外生的に与えるといった操作を必要とする。また、たとえ少数のパラメータに絞って推定を行おうとしても、複雑な方程式に最適化計算を適用するために多大な時間を必要とするという欠点もある。一方、改良型 JLT モデルの場合は、パラメータの数も LS モデルほど多くなく、期待デフォルト確率の推定もごく短時間で行うことができるというメリットがある。

このように LS モデル、改良型 JLT モデルとも、モデルの枠組みによる長所・短所を持つ。したがって、分析目的に応じてモデルの選択を行うことが必要となる。

4 . おわりに

本稿では、信用リスクのプライシング・モデルの一つである LS モデルを使用して、わが国の社債流通市場データから、個別企業の期待デフォルト確率の推定を行った。これは、同モデルを用いることにより、企業の信用度を離散的に捉える格付を前提とすることなく、個別企業が発行する社債の市場データから、直接、期待デフォルト確率を計算することが出来るという点に注目したことによるものである。

計算の結果、同モデルによって推定された期待デフォルト確率は、個別企業でなく格付毎の平均的な水準をみると、格付が低いほど大きくなる傾向があり、格付機関の評価と市場の評価が概ね整合的であること、同一格付内でもかなりばらつきがあり、格付という離散的な指標では捉え切れない連続的な信

²⁰ 改良型 JLT モデルでは、格付機関等が公表している格付遷移行列と格付に応じた（平均的な）クレジットスプレッドを用いるため、推定される期待デフォルト確率も各格付毎の平均値となる。

用度を市場の評価が織り込んでいる可能性があること、が判明した。

また、格付機関等が公表している格付遷移行列を用いる改良型 JLT モデルを用いた期待デフォルト確率の推定結果と比較を行い、各格付の平均的な期待デフォルト確率が LS モデルの推定結果と同様の傾向があることを示した。さらに、両モデルの長所・短所にも触れ、分析目的に応じてモデルの選択を行うことが必要となること等を指摘した。

以上のように本稿で示した手法を用いれば、社債市場で観測される YTM や JGB スプレッド等の利回りデータから、市場が織り込んでいる期待デフォルト確率を具体的に得られるという点で、市場分析において有効性が大きい。また、社債流通価格を時系列で用いることによって市場が織り込んでいる個別企業の信用度の変化を分析することができるため、信用リスク管理にも活用可能である。

以 上

(参考文献)

Cathcart, L. and L. El-Jahel, "Valuation of Defaultable Bonds." *Journal of Fixed Income*, June 1998, pp.65-78.

Duffie, D. and K. J. Singleton, "Modeling Term Structures of Defaultable Bonds." Working Paper, Graduate School of Business, Stanford University, 1998.

Kijima, M. and K. Komoribayashi, "A Markov Chain Model for Valuing Credit Risk Derivatives." *Journal of Derivatives*, Fall 1998, pp.97-108.

Jarrow, R. A., D. Lando and S. M. Turnbull, "A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spread." *Review of Financial Studies* 10 (2), 1997, pp.481-523.

Longstaff, F. A. and E. S. Schwartz, "A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt." *Journal of Finance* 50 (3), 1995, pp.789-819.

Sarig, O. and A. Warga, "Some empirical estimates of the risk structure of interest rates." *Journal of Finance* 44, 1989, pp.1351-60.

家田明、「社債流通価格にインプライされている期待デフォルト確率の信用リスク・プライシング・モデルによる推定 改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルを用いて」、IMES Discussion Paper No.99-J-18、日本銀行金融研究所、1999年6月

家田明・大庭寿和、「国内普通社債の流通市場における Libor スプレッドの最近の動向」、IMES Discussion Paper No.98-J-10、日本銀行金融研究所、1998年7月

小田信之、「信用リスクを反映した金融商品のプライシング」、『金融研究』、第18巻第1号、日本銀行金融研究所、1999年3月