

IMES DISCUSSION PAPER SERIES

市場リスク算出の枠組みにおける
流動性リスクの計測

大澤 真・村永 淳

Discussion Paper No. 98-J-2

IMES

INSTITUTE FOR MONETARY AND ECONOMIC STUDIES
BANK OF JAPAN

日本銀行金融研究所

〒100-8630 東京中央郵便局私書箱 203 号

備考： 日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズは、金融研究所スタッフおよび外部研究者による研究成果をとりまとめたもので、学界、研究機関等、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図している。ただし、論文の内容や意見は、執筆者個人に属し、日本銀行あるいは金融研究所の公式見解を示すものではない。

市場リスク算出の枠組みにおける 流動性リスクの計測

大澤 真*・村永 淳**

要 旨

本稿は、実務家および中央銀行にとって市場リスク計測の精緻化において残された課題となっている流動性リスクに焦点を当てている。我々はまず流動性リスクを定義したうえで、これが執行コストと機会コストに分解できることを示す。これまで先行研究によって示された市場流動性や価格ないしスプレッド変動のティック・バイ・ティックのダイナミクスに関するスタイルズド・ファクトに基づき、1日の中での執行タイミング、日中のビッド・アスク・スプレッドの変動、および個別の取引によるマーケット・インパクト、を反映させた修正市場リスク計測値を提案する。こうしたリスク計測値を日本の株式市場に適用し、流動性の効果がバリュー・アット・リスクに代表される従来の市場リスク計測にどのような影響を及ぼすかを定量的に例証する。

キーワード：流動性リスク、マーケット・インパクト、ビッド・アスク・スプレッド、市場リスク、VaR、VWAP

*： 日本銀行 ロンドン事務所（E-mail: ohsawa@boj.co.uk）

**： 日本銀行 金融研究所 研究第1課（E-mail: jun.muranaga@boj.or.jp）

本論文は、BIS ユーロカレンシー・スタンディング委員会の下で行われた日・米・英中央銀行のリサーチャーによる共同研究の一環として作成されたものである。本論文と同様な幾つかの他の論文の内容を集約して作成された報告書 *THE MEASUREMENT OF AGGREGATE RISK* および個別論文の英語版は、BIS の World Wide Web サイト（<http://www.bis.org>）でアクセス可能である。また、報告書本体の邦訳については、日本銀行月報 1997 年 12 月号に掲載されているほか、日本銀行の WWW サイト（<http://www.boj.or.jp>）でもアクセス可能である。なお、論文中の意見は著者個人に属するものであり、必ずしも日本銀行、金融研究所、もしくは BIS ユーロカレンシー・スタンディング委員会の見解を示すものではない。

(目次)

1 . はじめに	1
2 . 流動性リスクの定義	3
3 . 先行研究における流動性の影響に関するスタイライズド・ファクト	5
3 - 1 . 日中の価格変動のボラティリティ	5
3 - 2 . ビッド・アスク・スプレッドの決定要因	6
3 - 3 . マーケット・インパクト	7
4 . 日中の流動性パターンおよび価格変動を反映した修正市場リスク計測値	8
4 - 1 . 日中の価格変動を反映させた修正市場リスクの計測	9
4 - 2 . 日中のビット・アスク・スプレッドの変動を勘案した 修正市場リスク計測値	11
4 - 3 . 流動性の異なる証券の に関するリスク	12
5 . 要約および今後の研究課題	15

1. はじめに

この数年間、市場リスクの定量化は金融機関および中央銀行にとって大きなテーマであった。市場リスクをより正確に計測する目的で、技術面で数多くの努力が払われてきた¹。

もっとも注目を浴びた分野のひとつに、市場リスクファクターの将来の変動についていかに適切な仮定を置くかという問題がある。こうした研究の方向性のひとつは、日次の価格変動の特性について、より注意深く分析することである。例えば、Mori, Ohsawa, and Shimizu (1996) は、市場価格のファット・テイルな（裾が厚い）分布および様々なリスクファクターの相関が崩れることを明示的に取り込む技術を提案し、こうした市場価格の特性がバリュー・アット・リスク (VaR) の計算にどの程度影響を及ぼすかを示した。その他の研究では(例：Fallon (1996) や Alexander (1996))、VaR モデルの正確性向上の観点から、移動平均法、GARCH およびインプライド・ボラティリティといった様々なタイプのボラティリティ・モデルの有効性を評価している。

市場リスク算出のための入力情報として用いられる将来の価格変動に関するもう一つの研究の方向性は、**日中の価格変動**をより注意深く分析することであり、本稿もそうした研究の延長線上に位置付けられる。市場においては、通常の市場リスク算出のフレームワークで想定されているように最終出来値や最終仲値で必ずしも取引できるわけではなく、実際は日中変動するビッドないしアスク価格を反映する。ブラック・マンデー以降、非常に多くの学術文献が示しているように、ティック・バイ・ティックの価格変動に関する理解の鍵は、取引行動と価格変動の間関係をよりよく理解することである。言い換えれば、これは取引行動の価格へのインパクトであり、「流動化リスク」ないしは「流動性リスク」と呼ぶことができる。

¹ 市場リスク計測に関する包括的なレビューをした民間銀行および中央銀行の最近の文献として、Wilson (1996) と Board of Governors of the Federal Reserve System ed. (1996) の Part II の Session 4 がある。

実務家の間では、特に市場がストレス的な状況にある場合において流動性リスクが重大な関心事項であることは広く認識されている。しかし、流動性リスクを定量的に計測する手法は、通常の状態についてもストレス的な状況についても、かなり未発達な段階にあるとみられる²。ポジションを時価評価する際に、現在の標準的実務では仲値（あるいはビッド・アスク・スプレッドの間のどこかで決まる最終出来値）が用いられる。より現実的かつ保守的な方法、例えばロング・ポジションとショート・ポジションをそれぞれビッド価格とアスク価格で評価するといった手法は、実務において広く用いられてはいない。ビッドないしアスク価格が用いられている場合であっても、どのビッドないしアスク価格を用いるべきであるかの判断は個々のトレーダーに任されており、ミドル・オフィスにより集中的に監視および管理されていない場合が多い。日次のリスク管理における流動性リスクの定量化に関しては、市場リスクに流動性の影響を取り込む努力およびストレス・テストは未成熟な段階にある。

しかしながら、近年、こうした方面で幾つかの進展がみられる。例えばエマージング・マーケットのような流動性の乏しい市場でしばしば起こる市場価格の突然のジャンプを取り込むために、幾つかの企業では5～10日間という比較的長い保有期間についてヒストリカルにみて最悪な価格変動を用いたワーストケース・シナリオを用いている³。ある企業は、各商品の流動性に応じてバリュー・アット・リスクの算出に用いるポジションの保有期間を調整することを検討している。またある企業は、流動性の低いポジションを流動化するのに必要な時間について、トレーダーの予想時間と実際にポジションをクローズするのに要した時間の差を定期的にチェックしている。流動性リスクの計測においてより複雑なのは、取引量が価格に及ぼすインパクトの計測である。現在、この効果を日次のリスク管理に取り込んでいる企業はない。しかしながら、コンピュータによる資産管理の普及や年金ファンドのパフォーマンスをより正確に

² 以下の記述は、1996年の夏に行なった日本および米国の主要なトレーディング・ハウスに対する非公式なインタビューに基づいている。

³ 流動性が乏しい市場のヒストリカル・ボラティリティを用いる際の問題点は、実際に取引できるビッドないしアスク価格の有効なクォートが消え、極めて長い期間（ときには数日間続くこともある）現れないことである。取引が途絶える前のデータのうち有効なクォートを外挿することにより日次のヒストリカル・ボラティリティを計算すると、本来の市場のボラティリティを過小評価する可能性が高い。

評価しようという関心が強くなったことに伴い、価格へのインパクトを定量化するニーズは強まっている。

本稿の目的は、日中の価格および取引データを基に流動性リスクを定量化する計測方法を提案することである。それらは、市場リスクをより正確に計測するために有用と考えられる。まず、2. で流動性リスクの執行コスト成分と機会コスト成分の区別を明確にし、我々の議論で扱う流動性リスクの範囲を定義する。3. では、ファイナンスの文献に示されている日中の価格やビッド・アスク・スプレッドの変動や取引行動の価格へのインパクトに関するスタイライズド・ファクト（広く認識されている事実）についてサーベイする。4. では日中における流動性のパターンや価格の変動を反映した幾つかの異なる修正市場リスク計測値を示し、日本の株式市場について流動性効果がどの程度VaRに代表されるような市場リスク計測に影響を及ぼすか定量的に示す。5. では今後の研究課題について論じる。

2. 流動性リスクの定義

本稿では、**流動性リスク**を「保有ポジションを適切なタイミングに適切な価格で流動化できないリスク」と定義する⁴。この定義に則ると、流動性リスクは、理論的には**執行コスト**（取引を即時に行うことによって生じるコスト）の変動と**機会コスト**（取引を先送りせざるを得ないことに伴うコスト）の変動に分けることができる。執行コストは、必ずしも容易に二分できるわけではないが、

取引コストを反映して決まる「**ビッド・アスク・スプレッド**」と「**取引行動が価格に及ぼすインパクト**」（以下、「**マーケット・インパクト**」と呼ぶ）から構成される。図表1が示すように、執行コストは意図した取引が完了する

⁴ 「流動性リスク」という言葉は、**ファンディング・リスク**まで含んだ概念として解釈されている場合もある。事実、最後の貸し手機能（lender of last resort）が発動されないという想定の下で、ファンディング・リスクが市場金利上昇のトリガーとなり、トレーディング・ポジションに大きなロスをもたらすこともある。しかしながら、本稿における我々の分析の視点には、ファンディング・リスクは含まれていない。

までに要する時間の増加に連れて減少する。反対に、機会コストすなわち取引を先送りさせることに伴うコストは、執行時間とともに増加する。トレーダーに要求されるのは、流動性リスクを最小化するためにこれらの2つのコストのバランスを取ることである。図表1が示すように、一般に流動性リスクは2つのコストの和とみなすことができ、トレーダーは日々の取引行動の中で暗黙のうちこれを最小化しようとしていると考えられる。

マーケット・マイクロストラクチャーに関する文献の多く(例えば、Glosten and Harris (1988))が示すように、投資家が直面する執行コストの重要な成分であるビッド・アスク・スプレッドは、注文処理コスト(order-processing cost)と逆選択コスト(adverse selection cost)に分けられる。このうち、逆選択コストは、マーケット・メーカーが優位な情報を持つ投資家(情報トレーダー)と取引するために存在するものである。これは、マーケット・メーカーが情報トレーダーとの取引で被る損失を穴埋めするべく非情報トレーダーから取得する利益を表すと考えられている(Glosten and Milgrom <1985>)。George, Kaul, and Nimalendran (1991)はAMEX/NYSEおよびNASDAQにおける株式の日次および週次のデータを用いた実証分析により、クォートされているスプレッドのほとんどが注文処理コストで占められており、逆選択コストの成分はわずか8~13パーセントに過ぎないことを示した。

流動性リスクの機会コスト部分に関する特筆すべき唯一の理論的成果として、Longstaff (1995)がある。彼のモデルにおいては、流動性プレミアムは基本的に限られた取引期間の価格変化によって決定されるので、流動性プレミアムの最大価値はルックバック・オプションのプレミアムとして算出される。オプションの原資産価格のパスは、将来価格のパスおよび売買タイミングが完全に予見できているという条件の下で算出される最適価格として決定され、権利行使価格はBlack-Scholesの確率過程により決定される。しかし、実際は市場リスク算出において機会コストの変動性を明示的に取り込むことは容易ではない。「はじめに」の節でも述べたように、適切な保有期間を決定する客観的、科学的方法は存在しないが、流動性リスクの機会コスト成分を反映させるべく、特定のポジションに対して保有期間を便宜的に調整することを検討している企業もある。したがって、後述の分析において、我々は主に流動性リスクの執行コスト成分

に焦点を当てる。このため、それは、図表1が示しているように、流動性の欠如が極めて長い期間にわたって一切の取引を阻害してしまうようなストレス的状况においては、我々が計測する流動性リスクはリスク量を過小評価してしまう傾向がある。

3．先行研究における流動性の影響に関するスタイライズド・ファクト

本節では、過去に発表された学術論文を基に、異なる市場や期間における取引行動とビッドないしアスク価格やスプレッドの変化の間の関係についてのスタイライズド・ファクトと、それに関する理論的説明をレビューする。ここでは、包括的なサーベイを行なうことよりもむしろ、後に続く章で試みる市場リスク量算出の枠組みの中での流動性リスク計測に際して念頭に置くべきスタイライズド・ファクトに焦点を当てる。

3 - 1．日中の価格変動のボラティリティ

Amihud and Mendelson (1987) が示したニューヨーク証券取引所 (NYSE) の株の日中変動に関する最初によく知られるスタイライズド・ファクトは、寄付きにおいて板寄せ方式を採用している市場においては、寄付きベース (open-to-open) でみた日次収益率ボラティリティが終値ベース (close-to-close) でみたものより大きくなるというものである。この現象に関する理論的説明としては、2つの流れがある。Stoll and Whaley (1990) は、出来値はビッド価格とアスク価格の間で大きく変動するため、寄付きにおいて独占的な立場にあるスペシャリストたちが設定する広いビッド・アスク・スプレッドが、寄付き時の市場価格をよりボラタイルにするのであると論じている。これとは対照的に、Lee and Lin (1995) は、スペシャリストは夜間の取引停止の間に累積したプライベート・インフォメーションをより多く市場に出させるために即時性の対価を小さく設定して取引を推奨すると仮定している。スペシャリストは、こうした取引促進により、直面する逆選択問題を低減させ、その後の日中取引 (ザラバ) における収益性を向上させることができる。いずれにせよ、ほとんど全ての企業が全社

ベースの市場リスク算出において終値を用いている中であっては、こうした事実は市場リスク管理について重要なインプリケーションを持っている。

Amihud and Mendelson (1987) はこれ以外のスタイライズド・ファクトとして、**寄付ベースの収益率の分散は終値ベースの収益率よりもファット・テイル(裾が厚い分布)になっている**ことを示しており、これも市場リスク定量化のうえで注意する必要があるだろう。

3 - 2 . ビッド・アスク・スプレッドの決定要因

ビッド・アスク・スプレッドについて比較的知られている事実としては、**取引頻度が低い株式はビッド・アスク・スプレッドが大きい**というものがある。こうしたスプレッドの大きさに関しては、幾つかの説明が示されている⁵。一つの説明は、在庫と流動性の効果を用いたものである。第2の理由としては、取引が少ない株式の流動性を供給するただ1人のマーケット・メーカーの独占的な市場支配力が挙げられる。3番目の説明は、マーケット・メーカーが応じなければならぬ取引には情報に基づく取引であるリスクが存在し、その結果、非流動的な株式については当然、大きなスプレッドが要求されるというものである。

ビッド・アスク・スプレッドに関するこの他のスタイライズド・ファクトとしては、**ビッド・アスク・スプレッドの越年時の季節的変動**がある。NYSE株式のスプレッドは12月末から翌1月末にかけて有意に縮小するが、これが1月の超過収益率をもたらすと言われている。この傾向が小型株ないしは低価格株に特徴的であると指摘されることから、この季節的なアノマリーはしばしば「サイズに関するアノマリー」と呼ばれる。例えば、Clark, McConnell and Singh (1992) は1982年から1987年にかけてのNYSEの株価データを分析してこうした越年時のスプレッド縮小を発見している。Ritter and Chopra (1989) は1月の超過収益はポートフォリオの組み替え戦略(すなわち、よりハイ・リスクの株式へ

⁵ 以下の要約は、Easley, Kiefer, O'hara, and Paperman (1996) による。

の投資)によるものと位置づけている。こうした戦略は、税効果上の損出しを目的とした売却や、ポートフォリオの決算調整、収益の留保 (parking-the-proceeds) といった多様な理由により、年末に下落株を売った投資家が採る典型的行動である。

日本の株式市場では、1日に2セッション(前場・後場)あるため、ビッド・アスク・スプレッドは寄付き、昼休みの前後、引け前に大きくなる**W字型のパターン**を示す。日中の出来高やボラティリティの変動も同様にW字型の傾向を示す。1日1セッションの米国株式市場のU字型の変動とは対照的である。Bollerslev and Melvin (1994) は、ティック・サイズ(取引価格の刻み幅)の制約から離散的にクォートされるスプレッドのデータについてプロビット分析を行い、**外国為替市場(独マルク/米ドル・レート)におけるビッド・アスク・スプレッドの大きさが原資産為替レートのボラティリティと正の相関を持つこと**を発見した。

株式市場ではビッド・アスク・スプレッドとその他の指標(出来高やボラティリティ)の間に正の相関が存在するという上記のスタイライズド・ファクトに対して、Bollerslev and Domowitz (1993) は、**外国為替市場ではクォートの提示頻度がビッド・アスク・スプレッドの変化に影響を及ぼさないこと**を示した。Glassman (1987) は、外国為替市場の出来高はビッド・アスク・スプレッドとは若干の負の相関を持つと結論づけている。事実、スプレッドは週末や休日の前に有意な幅拡大する。Locke and Sarkar (1996) は、複数の先物市場についてボラティリティが大きい日のビッド・アスク・スプレッドが必ずしも拡大しないことを示している。これらの結果は、株式市場と為替あるいは先物市場の間では流動性供給の迅速さ(readiness)に何らかの相違があることを示しているのかもしれない。

3 - 3 . マーケット・インパクト

動学的な流動性の分析において最も重要なスタイライズド・ファクトとして、**マーケット・インパクトの特徴**がある。マーケット・インパクトは、取引量な

いしはオーダー・フローに対するビッドないしアスク価格の変化（感応度）として定義される（以下では、 β と呼ぶ）。以下に挙げる米国株式市場における特徴は、ブラック・マンデー以降に発表された数多くの実証論文によって確認されている（Hebner <1996> によるサーベイを参照）。

- a. ほとんど全ての論文において、 $\beta > 0$ が成り立つことが示されている。
- b. β は取引規模に対して上に凸の形状となる（これは、プライベート情報を隠蔽するような取引行動（いわゆる「ステルス・トレーディング」）や、大口取引を行う際に有利な価格提示をする仲介業者を探すインセンティブがより強まることなどの影響と考えられる）。しかしながら、取引規模が大きくなるに連れて情報に基づく取引の割合が増加する場合、 β は取引規模に対して下に凸の形状となる。
- c. 取引頻度が高い証券ほど β は小さい。
- d. β は買い注文による取引と、売り注文による取引とでは非対称である。しかしながら、どちらが大きいかという点については、研究によって区々の結果が示されている。

Watanabe (1996) は、日本の国債先物の日中データを分析し、これまでの研究では、同時的相関を示すに止まるか、もしくは強い因果関係が認められていなかった出来高とボラティリティの間に、有意な因果関係が存在することを示した。

4．日中の流動性パターンおよび価格変動を反映した修正市場リスク計測値

上述の日中の価格変動および取引行動に関するスタイライズド・ファクトを念頭に置きつつ、より正確な市場リスク定量化を実現するうえで有用と考えられる幾つかの流動性リスク計測値を提案する。我々がリスク計測値を適用する市場は東京証券取引所（東証）であり、ティック・バイ・ティックのデータは日興証券からこの研究の目的のために提供していただいた⁶。ここでは、データ

⁶ データの内容は東証1部上場の1,200超の銘柄についてのビッドおよびアスク価格、出来値と出来高、観測期間は1995年10月2日から1996年9月30日である。

の制約から日本の株式市場に焦点を絞らざるを得ないが、以下で示す計測値は、基本的に他国および他の市場へも援用可能である。東証上場株式から成る仮想ポートフォリオに基づくシミュレーションにより、流動性リスク量が VaR の枠組みで算出される市場リスク量にどの程度影響を及ぼすかを示す。

我々が提案する最初の修正市場リスク計測値は、日中の流動性の変動パターンを反映する取引毎の価格変動を勘案するものである。これを用いて、まず、東証の寄付き（実際の取引が最も活発で、流動性の低い株式の相当部分の取引が寄付きに集中）も NYSE と同様に大きなボラティリティと尖度（kurtosis）を示すか確認する。2番目に、日中の価格変動を日中の取引パターンとより正確に関連づけ、さらに「執行タイミングリスク」を定量化するため、「出来高加重平均価格（VWAP; volume-weighted average price）」を導入し、VWAP の日次ボラティリティおよび日中の実際の出来値のヒストグラムを反映した市場リスク計測を行う。は1日を通して平均的な取引執行パフォーマンスから乖離して執行されるリスクを明示的に表している。より正確な市場リスク計測のために我々が提案する2番目の修正は、ビッド・アスク・スプレッドの日中変動を価格リスク算出の中に明示的に取り込む手法である。最後に、マーケット・インパクトを表すを用いた市場流動性計測値を提案する。のヒストリカルな分布を用いれば、市場リスク計測値をより正確に把握することができると考えられる。

4 - 1 . 日中の価格変動を反映させた修正市場リスクの計測

東証における流動性の低い株式のほとんどは寄付きの板寄せで取引されるので、市場リスクをより正確に計測するためには寄付き価格のボラティリティや分布について注意深く観察することが重要である。ここでは日次データを用いて、寄付きのボラティリティおよび尖度（kurtosis）が引けよりも大きくなるというスタイライズド・ファクトが日本の株式市場にも適用できるか否かを確認する。東証には1日に2つのセッション（前場・後場）があるので、2つの寄付きおよび引けのボラティリティ指標をそれぞれ計算する。結果が図表2であるが、予想とは異なり、東証の寄付きと引けの間にはボラティリティも尖度も

ともに有意な差はみられない。サンプル 500 銘柄のうち寄り付きベースのボラティリティおよび尖度の方が大きくなるのは、それぞれ 237 銘柄、230 銘柄である（これらの銘柄の平均した寄り付きベースのボラティリティおよび尖度はそれぞれ 5.9%、29.4%高い）。この結果は、明らかに NYSE において観察された実証結果に反する。これは、NYSE の引けが価格が大幅に動かない「終値（MOC; market-on-close）注文⁷」に特徴づけられるのに対し、TSE の引けは寄り付きと同様の板寄せ方式で行われることも要因として考えられる。そこで、以下では、流動性の影響を市場リスク計測に反映するために、東証上場株式のティック・バイ・ティックの日中価格変動をより注意深くみることにする。

図表 3 はサンプル中のある銘柄の出来値のヒストグラムを示したものであるが、これをみても分かるとおり、出来値は日中大きく変動する。1 日の間の執行タイミングリスクは、その日の平均的な取引コストから乖離するリスクとして定義され、市場の他の参加者と比較して好ましくない価格で取引することと解釈できる。執行タイミングコストは単純に不適切な取引戦略を採ったために発生すると考えられるが、市場において流動性の制約が生じた場合、特にストレス的な状況においては、トレーダーは悪いタイミングで取引を執行せざるを得なくなるであろう。そうした意味で、取引執行コストは機会コストも含んでいると解釈することもできる。

図表 3 から判断して、観測期間について累積し、日次の VWAP で基準化した日々の出来値の分布は、およそ正規分布であるとみなせる。日次の VWAP の変動が対数正規過程に従うと仮定し、VWAP の日次変化および日次の出来値という 2 つの正規分布に関する 2 段階のモンテカルロ・シミュレーション（100,000

⁷ 終値注文とは、直前の価格および板寄せに基づき、終値で執行されることが保証されている取引である。もし終値注文（の売りと買い）が均衡しない場合、不均衡分は取引所にあるビッドあるいはアスクで執行され、終値が決まる。すなわち買い注文が超過している場合は売り板と付け合わされ、売り注文が超過している場合は買い板と付け合わされる。それ以外の終値売り・買い注文は、不均衡分が執行された価格で付け合わされる。終値買い注文の規模と終値売り注文の規模が等しい場合、全ての終値注文は NYSE における直前の出来値で付け合わされる。この執行手順の結果、全ての終値注文は同じ終値で執行されることとなる。

回)を行なった⁸。サンプルの中からランダムに抽出した5つの株式から成る仮想ポートフォリオ(ポートフォリオの基本統計量は図表5)を用いてシミュレーションを行った結果(図表4)、執行タイミング・リスクを勘案したVaRはVWAPによるVaR、引けの仲値を用いた通常のVaRいずれよりも有意に大きいことが示された。

4 - 2 . 日中のビッド・アスク・スプレッドの変動を勘案した修正市場リスク計測値

過去のマーケット・マイクロストラクチャーの文献が指摘しているように、日本株式のビッド・アスク・スプレッドは1日の間にも大幅に変動する(図表6)。上述の執行タイミング・リスクに関するシミュレーションと同様に、同じ仮想ポートフォリオを用いて日中のビッド・アスク・スプレッドの変動によるリスクを定量化する。ここでも引けの仲値について対数正規プロセスを仮定する。アスクないしビッド価格をそれぞれ仲値プラスないしマイナス(1/2×ビッド・アスク・スプレッド)として定義し、ビッド・アスク・スプレッドの確率密度関数を観測期間1年のデータに基づくヒストリカル(ノンパラメトリック)シミュレーションによって求める⁹。ビッド価格に関するシミュレーション

⁸ このシミュレーションのプロセスは、数学的には以下のように記述できる。

$$P_{ex} = P_{VWAP}^0 \exp(\sigma_{VWAP} \varepsilon_a \sqrt{t}) + \sigma_H \varepsilon_b$$

P_{ex} : 保有期間満期における期待執行価格

P_{VWAP}^0 : 評価日(1996年9月末)におけるVWAP

σ_{VWAP} : 観測期間におけるVWAPのヒストリカル・ボラティリティ

σ_H : 各観測日のVWAPで規準化された出来値を1995年10月から1996年9月まで累積した分布の標準偏差

t : 保有期間(今回のシミュレーションでは1日)

$\varepsilon_a, \varepsilon_b$: 標準正規乱数

⁹ シミュレーションのプロセスは、以下の式で記述される。

$$P_{bid} = P_m^0 \exp(\sigma_m \varepsilon \sqrt{t}) - \frac{1}{2} f(u)$$

$$P_{ask} = P_m^0 \exp(\sigma_m \varepsilon \sqrt{t}) + \frac{1}{2} f(u)$$

P_{bid} : 保有期間満期におけるビッド価格

結果を図表 7 に示した。まず、分布の期待値が仲値の分布と比べ低くなっていることが分かる。さらに、信頼区間 99 パーセントの VaR で表される修正市場リスク値が通常の VaR よりも大きくなることが示された。これは、市場リスク算出におけるビッド・アスク・スプレッドの重要性を示唆している¹⁰。

4 - 3 . 流動性の異なる証券の に関するリスク

前章で述べたように、（取引量に対するビッドないしアスク価格の感応度）で定義されるマーケット・インパクトがマーケット・マイクロストラクチャーの文献で大きな注目を集めつつある。3 . で述べたように、過去の文献のほとんどは理論的検討に基づいて先験的に与えられる の特性に着目しているが、我々はそこからもう一步踏み込んで市場リスク算出におけるマーケット・インパクトが持つインプリケーションを引き出すことを目的として の統計的分布を調べることを試みる。

まず、標準的市場規模（normal market size）で規準化した出来高の価格へのインパクトの割合として を定義する。標準的市場規模は、1 日を通して一定という仮定の下、日次の単位取引当たりの平均出来高で近似する¹¹。価格インパクト

P_{ask}	: 保有期間満期におけるアスク価格
P_m^0	: リスク評価日の引け時点における仲値
t	: 保有期間（今回のシミュレーションでは 1 日）
σ_m	: 仲値のヒストリカル・ボラティリティ
$f(\bullet)$: ビッド・アスク・スプレッドの確率密度関数
ε	: 標準正規乱数
u	: 一様乱数

¹⁰ ビッド・アスク・スプレッドに関するヒストリカル・シミュレーションを行うに当たっては、スプレッドの分布が図表 8 のようになる銘柄を恣意的に排除している。この場合の分布の裾の部分は、ビッドあるいはアスク価格のいずれかが市場から消えていることを表している。こうした非流動的な市場環境について注意深く分析した上で流動性リスク算出に組み込むことが望ましいが、本稿ではこの問題は扱わない。この結果、通常の VaR と修正 VaR の差が過小評価されている可能性がある。

¹¹ 標準市場規模は時間経過とともに変動する注文で表現するべきと考えられるが、それらは我々のデータ・セットでは入手不能な情報である。

は、取引前のビッドないしアスク指値から取引後のビッドないしアスク指値への変化率として計測される。アスク価格の変化とビッド価格の変化が異なる場合は、変化率が大きい方を採用する。もし、ビッド（アスク）価格の変化率の方が大きければ、売り（買い）注文によるマーケット・インパクトと解釈できる¹²。図表9および10をみると、の期待値および信頼区間90パーセント点が、ともに分析対象となる証券の流動性の水準と負の相関を持っていることがわかる。我々の分析においては、売り注文による取引と買い注文による取引は区別されていないが、先行研究で述べられているように、2つの取引の間にはに関する非対称性が存在する可能性もある。

図表11は、市場リスク算出においてで表されるマーケット・インパクトは無視できないことを示している。そこで、が通常の市場リスク計測値にどのような影響を及ぼすかを検証するために、VaRを算出する。前節と同様、仲値については対数正規プロセスを仮定する。マーケット・インパクトの定量化においては、これまでのシミュレーションと同じ仮想ポートフォリオを持っているトレーダーが、保有ポジションを一挙にではなく段階的に流動化することを追加的に仮定している。このシミュレーションにおいて、トレーダーは保有ポジションを幾つかに分割して流動化するが、分割する大きさは評価日における単位取引当たりの平均出来高に等しいと仮定している。この仮定は、トレーダーは全ポジションを流動化するためには取引を少なくとも2、3回行なう必要があり、各取引が価格の下落圧力を生じることを意味している。シミュレーションの結果を図表12に示す¹³。を勘案した市場リスク計測（「」が付加され

¹² 取引を判別する伝統的な方法は、出来値を取引執行時点の指値と比較するというものである。しかし、この方法には幾つかの欠点が存在することも指摘されている。その他の方法としては、指値の信頼性の問題を回避して出来値だけを用いる方法もある。Lee and Ready (1991) はこの問題に関する簡潔なレビューを行っている。

¹³ シミュレーションのプロセスは、数学的には以下のように記述される。

$$P_{bid}^i = P_{bid}^{i-1} \cdot \exp\left(-\frac{V^i g_\lambda(u_2^i)}{NMS}\right) \quad \text{ただし} \quad P_{bid}^0 = P_m^0 \exp(\sigma_m \varepsilon \sqrt{t}) - \frac{1}{2} E[f(u_1)]$$

$$P_{ask}^i = P_{ask}^{i-1} \cdot \exp\left(\frac{V^i g_\lambda(u_2^i)}{NMS}\right) \quad \text{ただし} \quad P_{ask}^0 = P_m^0 \exp(\sigma_m \varepsilon \sqrt{t}) + \frac{1}{2} E[f(u_1)]$$

P_{bid}^i : 取引後のビッド価格

た VaR」) は通常の VaR よりもはるかに大きいことが分かる。信頼区間 99% のリスク量が同 95% のリスク量と比較して正規分布のそれよりも増加割合が大きいことから、 が付加された VaR の分布がファット・テイル (裾が厚い形状) となっていることも特徴的である。この市場リスク計測値は、このほか、初期の保有ポジションが大きくなると対応するリスク量が遡増するといった特徴を有している。例えば、初期ポジションを 2 倍にしたときのリスク量は 3 倍になる。

しかしながら、このシミュレーションの結果は慎重に解釈すべきである。まず第 1 に、我々が用いた は先験的に当てはめた標準市場規模の仮定に基づいて算出されているが、実際は、標準市場規模自体がある種の確率過程に従い、リスク計測に包含されるべきものであると考えられる。とくに、ストレス的な状況においては、市場に出されている注文 (標準市場規模) は容易に消滅し得るし、その結果大きなマーケット・インパクトが発生する可能性がある。2 番目に、我々が用いた は、個々の取引の 1 次的な価格インパクトを勘案しているという意味で静態的なリスク計測から 1 歩踏み込んではいるが、例えば他の市場参加者の群衆行動 (herding behavior) 等によって引き起こされる 2 次的な価格への影響までは把握できていない。もし市場全体について集計したセンシティブティ・データが入手可能であれば、将来の価格変動に関する一定のシナリオ下でのセンシティブティ情報から将来の取引パターンを予測することにより、こうした 2 次的な効果を捉えることができるかもしれない。その際は、Shimizu (1997) が示したような手続きに従い、 を用いて価格インパクトを導出するこ

P_{ask}^i	: 取引後のアスク価格
P_m^0	: リスク評価日の引け時点における仲値
t	: 保有期間 (今回のシミュレーションでは 1 日)
σ_m	: 仲値のヒストリカル・ボラティリティ
$f(\bullet)$: ビッド・アスク・スプレッドの確率密度関数
$g_\lambda(\bullet)$: の確率密度関数
ε	: 標準正規乱数
u_1, u_2^i	: 一様乱数
V^i	: 各取引の出来高
NMS	: 標準市場規模 (今回のシミュレーションでは、定数を仮定して日次の単位取引当たり平均出来高を用いている)

とになるだろう。この課題は検討するに値するものであるが、本稿の対象には含まれていない。

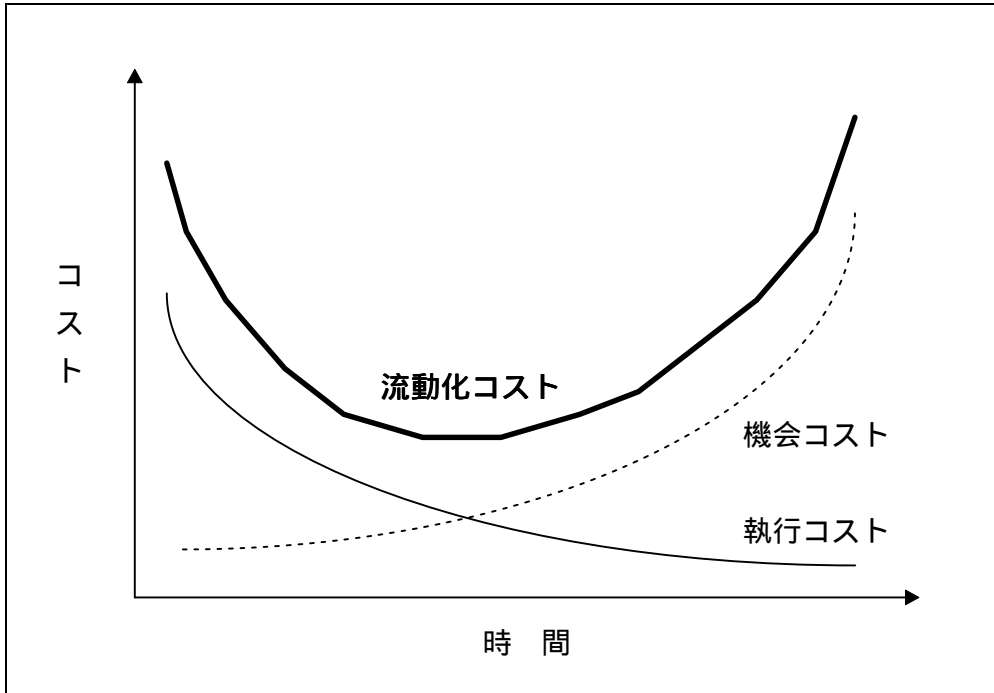
5．要約および今後の研究課題

本稿の目的は、市場の実務家にとっても中央銀行にとっても、より高度な市場リスク計測を行う上で残された課題となっている流動性リスクに焦点を当てることである。まず、流動性リスクを定義し、執行コストと機会コストに区別可能なことを示した。ファイナンスの文献で過去に述べられた流動性のダイナミクスおよび価格/スプレッドの変動に関するスタイライズド・ファクトに着目し、日中の流動性の変動パターンや価格変動を反映した幾つかの修正市場リスク計測値を提案した。次に、日本株式市場について修正計測値を適用し、流動性の影響が VaR に代表される伝統的な市場リスク量にどの程度影響を及ぼすかを示した。

我々が提唱した市場リスク計測値は流動性リスクを明確に反映しているものの、市場流動性の経時的変動や、取引行動と価格ないしスプレッドの変動の間の動的な相互関係までは分析対象としていない。今後の課題としては、経時変動性を持ったモデルを適用してマーケット・インパクトのダイナミクスについて分析することが考えられる。さらに、取引が価格に及ぼすマーケット・インパクトは、我々の計測において暗に仮定されているように1次的なものではなく、2次的効果をもたらすものと考えられる。それについては、Shimizu (1997) が示したような実験的シミュレーションにより分析する必要があるだろう。ティック・バイ・ティックの価格変動の源泉は、取引行動以外に新たな情報の到着であると考えられるので、これら2つの要素の認識は動的な枠組みの中で日中の価格変動を理解する際の鍵となるであろう。

以 上

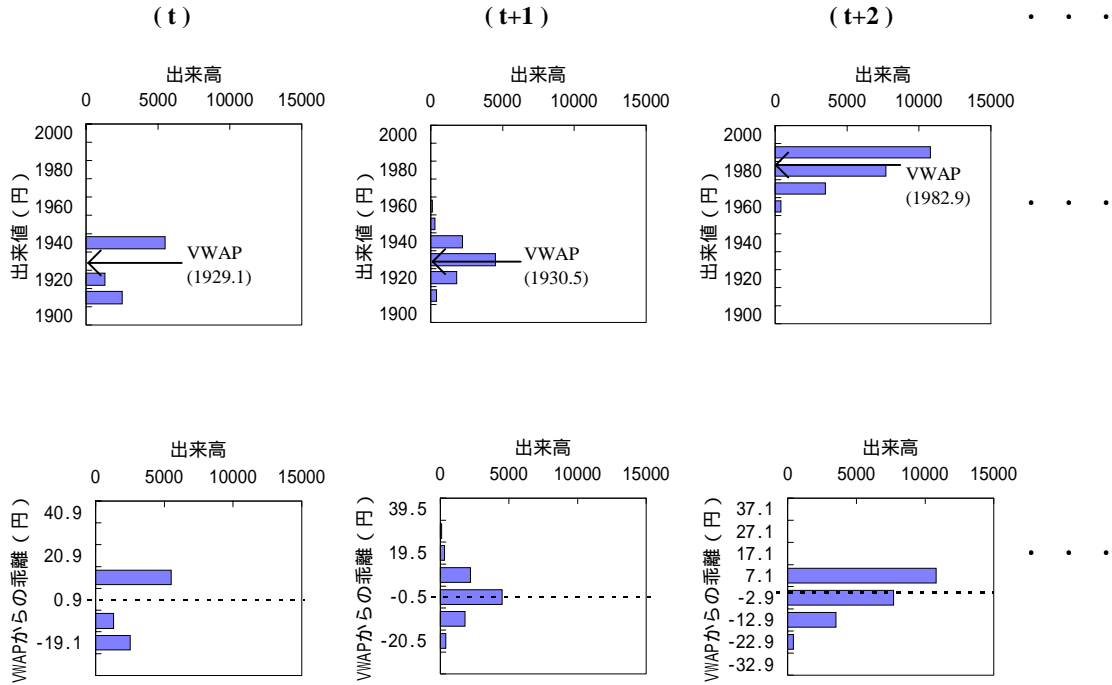
図表1 流動性コストの成分



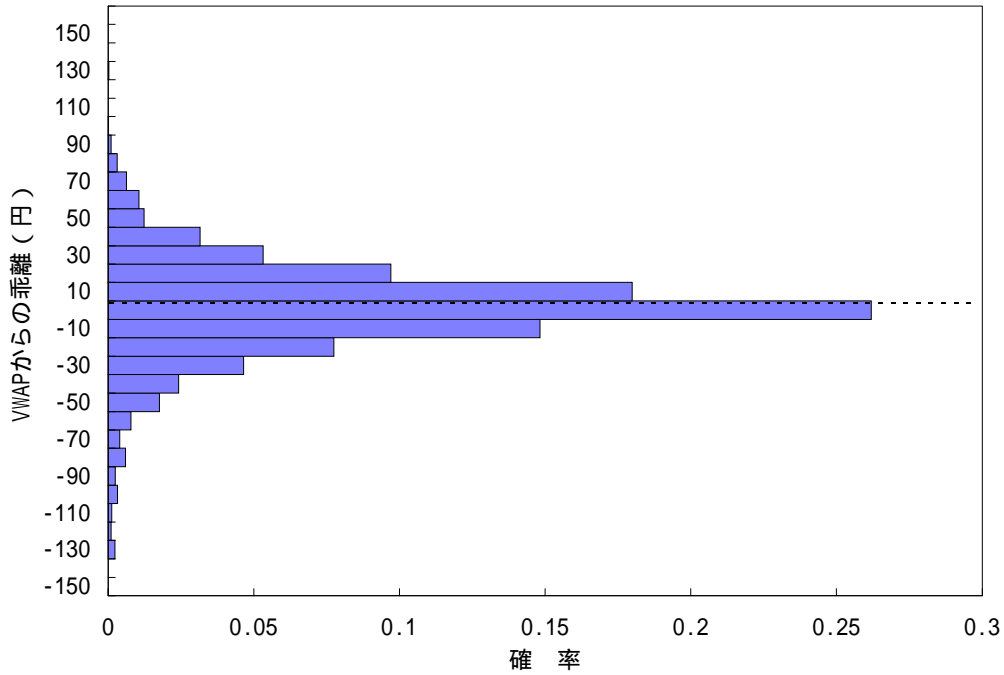
図表2 日次収益率のボラティリティおよび尖度

	前場寄付き	前場引け	後場寄付き	後場引け
ボラティリティ	0.02000	0.01930	0.01896	0.01999
尖度	6.5503	6.7363	7.2008	6.5145

図表3 出来値のヒストグラム

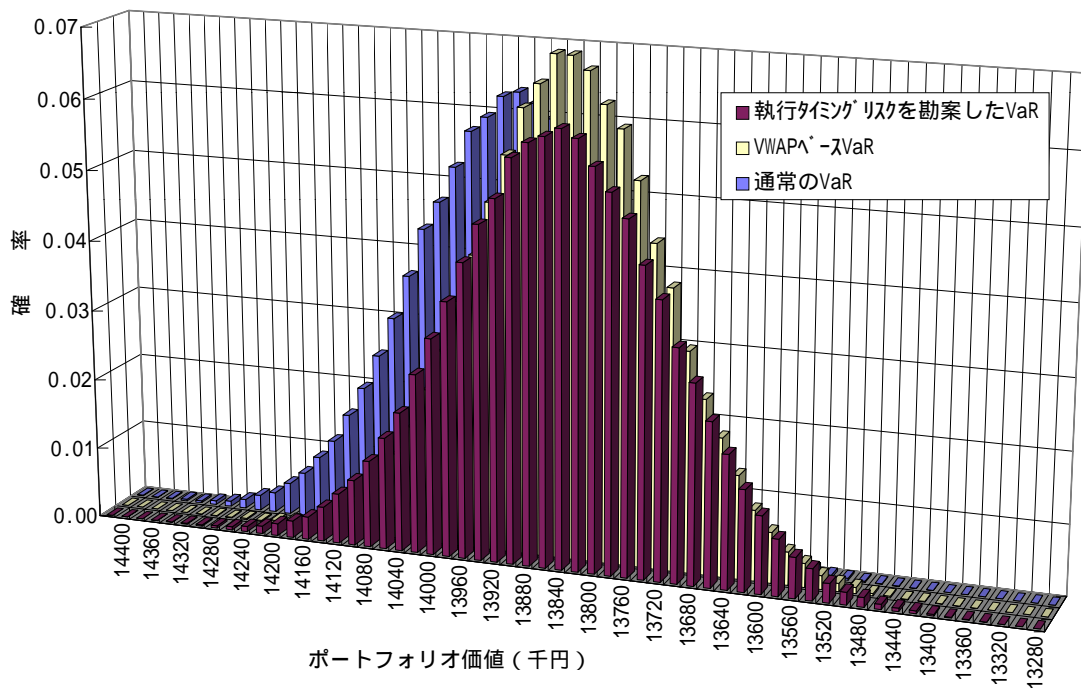


累積したヒストグラム



図表4 執行タイミングリスクを勘案した市場リスク

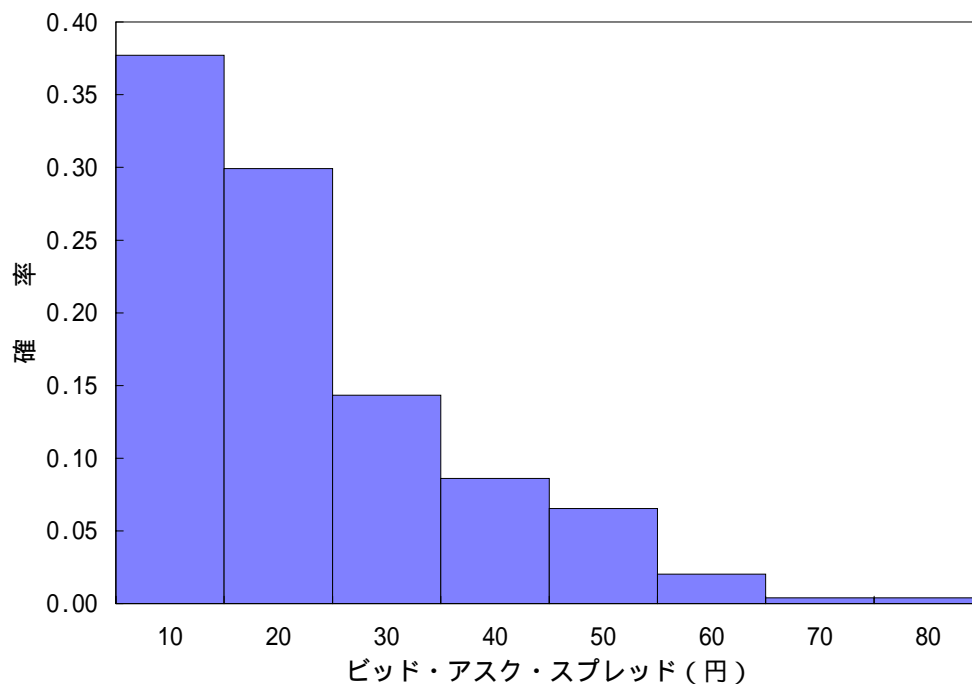
	期待値	VaR (信頼区間:99%)	VaR (信頼区間:95%)
執行タイミングリスク を勘案したVaR	13,845	305	217
VWAPベースのVaR	13,845	266	189
通常のVaR	13,927	291	206



図表5 ポートフォリオの基本統計量

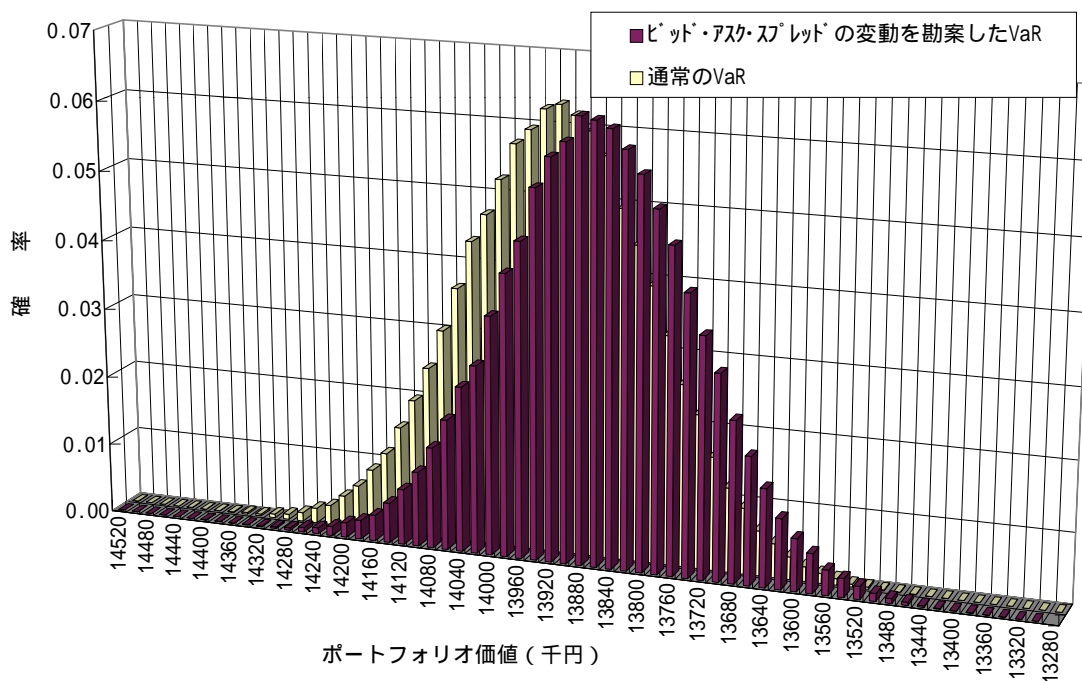
	株式 A	株式 B	株式 C	株式 D	株式 E
ポジション (株)	+ 1,000	+ 1,000	+ 1,000	+ 1,000	+ 1,000
リスク評価日における 仲値 (円)	2,275	5,730	1,580	2,355	1,985
仲値のヒストリカル・ ボラティリティ (%)	1.957	1.420	1.886	2.167	1.863
リスク評価日における VWAP (円)	2,256	5,718	1,524	2,335	2,010
VWAPのヒストリカル・ ボラティリティ (%)	1.749	1.314	1.567	1.867	1.683
VWAPを基準とした 出来値の標準偏差 (円)	25.72	43.43	13.60	33.89	20.84
ビッド・アスク・スプレッドの 平均値 (円)	22.62	45.90	17.33	25.60	21.76
平均出来高の 日次平均値 (株)	608	386	500	950	375

図6 ビッド・アスク・スプレッドのヒストグラム

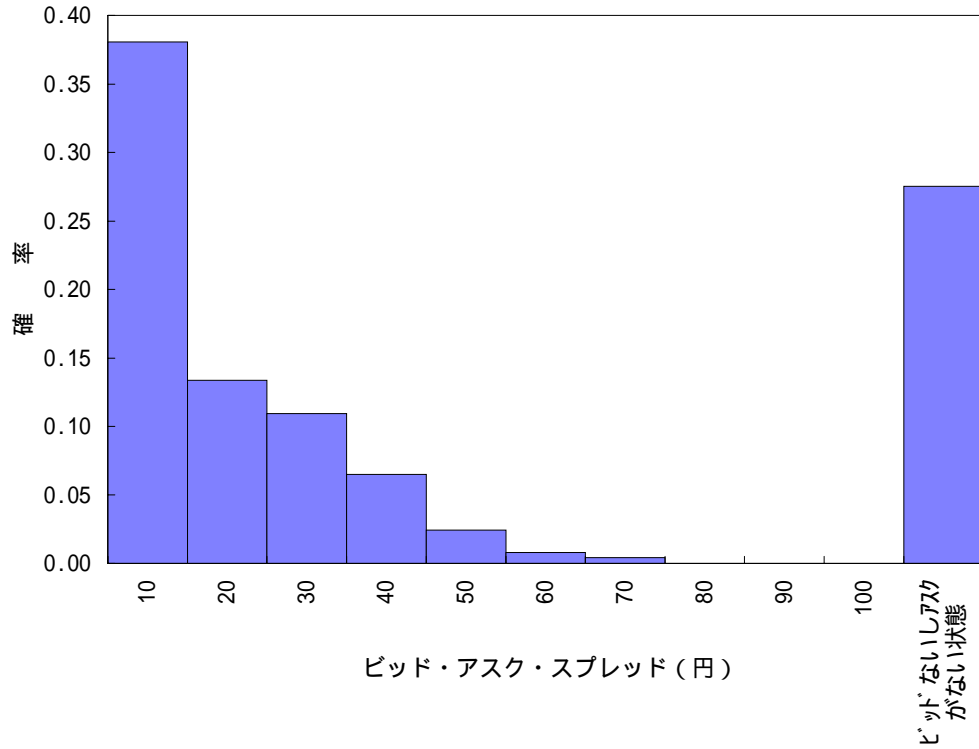


図表7 ビッド・アスク・スプレッドの日中変動を勘案した市場リスク

	期待値	VaR (信頼区間:99%)	VaR (信頼区間:99%)
ビッド・アスク・スプレッドの変動を勘案したVaR	13,861	296	209
通常のVaR	13,927	291	206



図表8 ビッド・アスク・スプレッドのテイル・イベント



図表9 と取引回数との関係

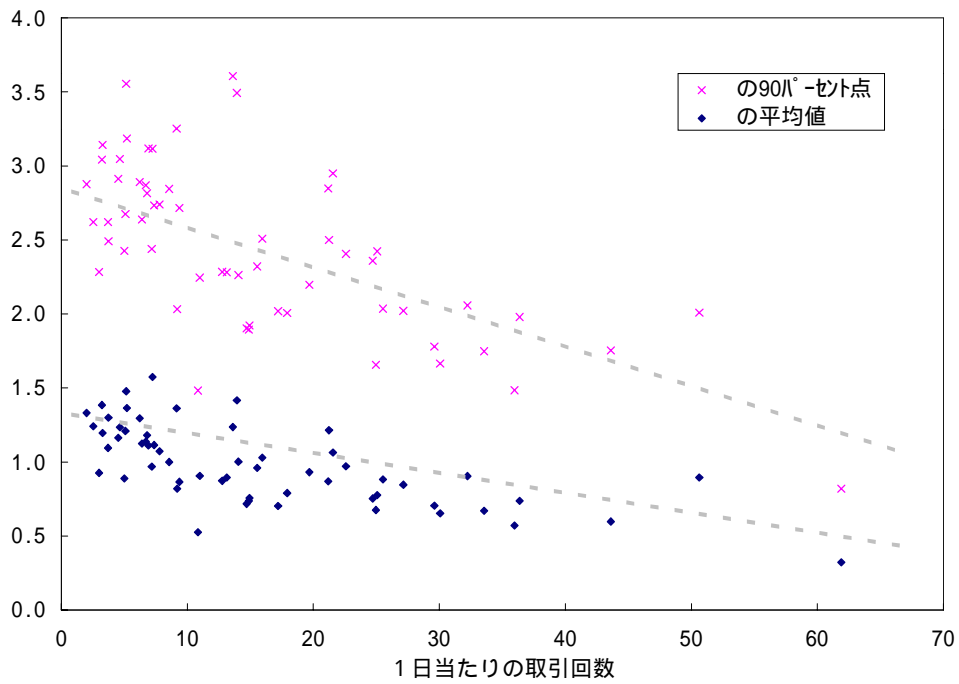
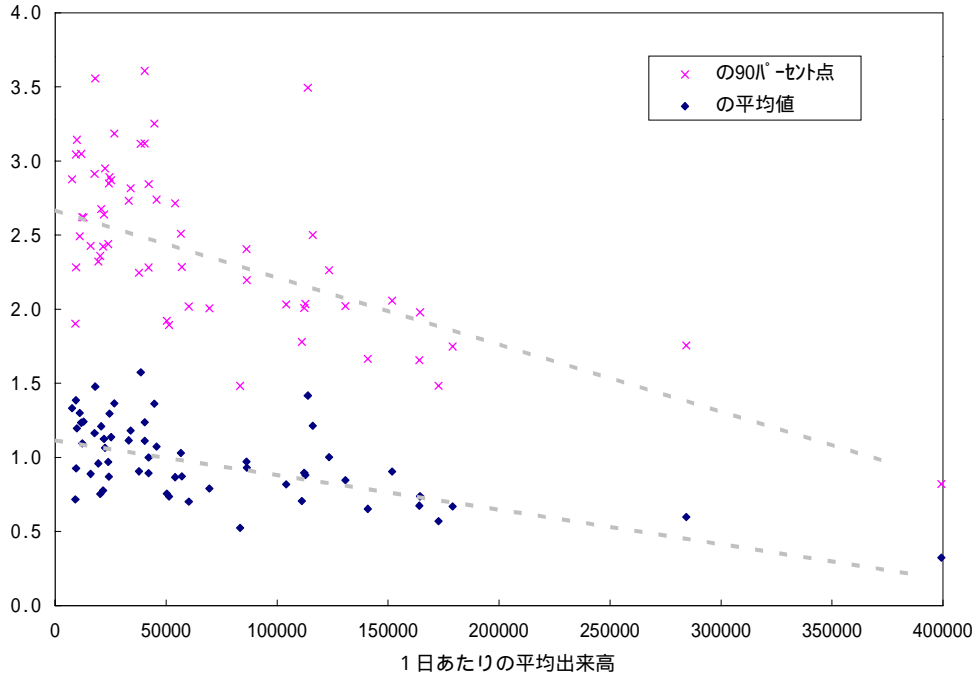
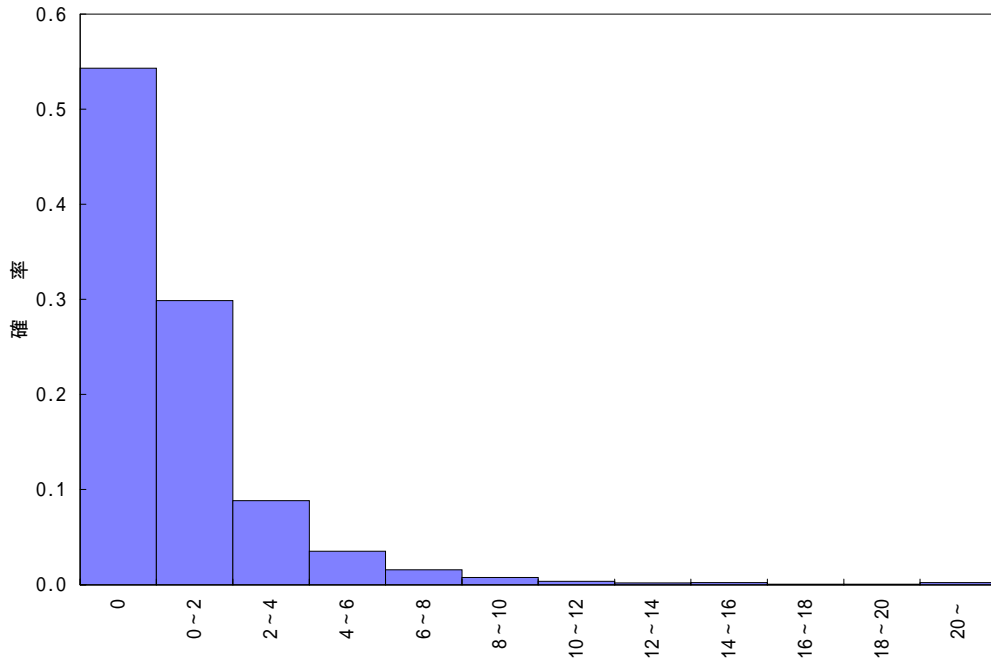


図 10 と出来高の関係

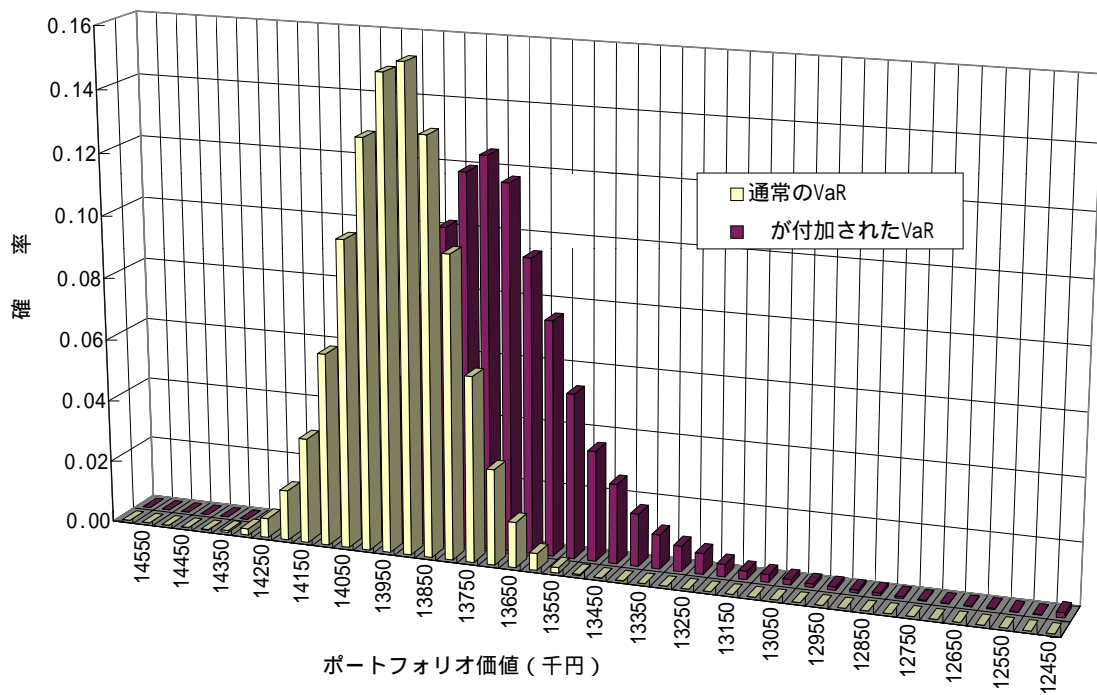


図表 1 1 のヒストグラム



図表 1 2 の変動を勘案した市場リスク

	期待値	VaR (信頼区間:99%)	VaR (信頼区間:95%)
が付加されたVaR	13,719	639	327
通常のVaR	13,927	291	206



参 考 文 献

- Alexander, C. (1996), "Volatility and Correlation Forecasting", in C. Alexander, ed., *The Handbook of Risk Management and Analysis*, West Sussex: John Wiley.
- Bollerslev, T. and I. Domowitz (1993), "Trading Patterns and Prices in the Interbank Foreign Exchange Market", *Journal of Finance*, 4, 1421-1443.
- Bollerslev, T. and M. Melvin (1994), Bid-ask Spreads and Volatility in the Foreign Exchange Market", *Journal of International Economics*, 36, 355-372.
- Board of Governors of the Federal Reserve System, ed.(1996), *Risk Measurement and Systemic Risk --Proceedings of a Joint Central Bank Research Conference, November 1995*, Washington, D.C.
- Clark, R.A., J.J. McConnell, and M. Singh (1992), "Seasonalities in NYSE Bid-Ask Spreads and Stock Returns in January", *Journal of Finance*, 5, 1999-2014.
- Easley, D., N.M. Kiefer, M. O'Hara, and J.B. Paperman,"Liquidity, Information, and Infrequently Traded Stocks", *Journal of Finance*, 4, 1405-1436.
- Fallon, W. (1996), "Calculating Value-at-Risk", a paper presented at the Wharton Conference on *Risk Management in Banking* on October 13-15, 1996.
- George, T. J., G. Kaul, and M. Nimalendran(1991), "Estimation of the Bid-Ask Spread and Its Components: A New Approach", *Review of Financial Studies*, 4-4, 623-656
- Glassman D.(1987), "Exchange Rate Risk and Transactions Costs: Evidence from Bid-Ask Spreads", *Journal of International Money and Finance*, 6,479-490.
- Glosten, L.R. and L.E. Harris (1988), "Estimating the Components of the Bid-Ask Spread", *Journal of Financial Economics*, 21, 123-142
- Glosten, L.R. and P.R. Milgrom (1985), "Bid, Ask and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogeneously Informed Traders", *Journal of Financial Economics*, 14, 71-100.
- Hebner, K. (1996), "Liquidity in Financial Markets: Theory and Evidence", *mimeo*.
- Lee, J-H and J-C Lin (1995),"Volatility and Liquidity at NYSE Opening Calls: A Closer Look", *Journal of Financial Economics*, 4, 479-493.

- Lee, C. M. and M. J. Ready (1991), "Inferring Trade Direction from Intraday Data", *Journal of Finance*, 2, 733-746.
- Locke P.R. and A. Sarkar (1996), "Volatility and Liquidity in Futures Markets", *Federal Reserve Bank of New York Research Paper No. 9612*, May.
- Longstaff, F.A.(1995), "How Much Can Marketability Affect Security Values?", *Journal of Finance*, 5, 1767-1774.
- Mori, A., M. Ohsawa, and T. Shimizu (1996), "A Framework for More Effective Stress Testing", in FRB, ed., *Risk Measurement and Systemic Risk --Proceedings of a Joint Central Bank Research Conference, November 1995*, Washington D.C..
- Shimizu, T. (1997), "Dynamic Macro Stress Exercise Including Feedback Effects", *mimeo*, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan.
- Stoll, H.R. and R.E. Whaley (1990), "Stock Market Structure and Volatility, *Review of Financial Studies*, 4, 115-134.
- Watanabe, T., "Intraday Price Volatility and Trading Volume: A Case of the Japanese Government Bond Futures, in FRB, ed., *Risk Measurement and Systemic Risk*, Washington D.C. (forthcoming).
- Wilson, T. (1996), "Calculating Risk Capital", in C. Alexander, ed., *The Handbook of Risk Management and Analysis*, West Sussex: John Wiley.