

IMES DISCUSSION PAPER SERIES

購買力平価(PPP)パズルの解明：
時系列的アプローチの視点から

やぶ ともよし
藪 友良

Discussion Paper No. 2007-J-18

IMES

INSTITUTE FOR MONETARY AND ECONOMIC STUDIES

BANK OF JAPAN

日本銀行金融研究所

〒103-8660 日本橋郵便局私書箱 30 号

日本銀行金融研究所が刊行している論文等はホームページからダウンロードできます。

<http://www.imes.boj.or.jp>

無断での転載・複製はご遠慮下さい

備考： 日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズは、金融研究所スタッフおよび外部研究者による研究成果をとりまとめたもので、学界、研究機関等、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図している。ただし、ディスカッション・ペーパーの内容や意見は、執筆者個人に属し、日本銀行あるいは金融研究所の公式見解を示すものではない。

購買力平価(PPP)パズルの解明: 時系列的アプローチの視点から

やぶ ともよし*
藪 友良*

要 旨

本稿では、為替レートの長期的トレンドを説明する購買力平価に関する研究について直観的に紹介する。1990年代半ばまでの研究により、(1)長い目でみると為替レートは購買力平価が提示する均衡値へ戻ること、(2)均衡値からの乖離が半減するまで3~5年かかること(PPPパズルと呼ばれる)がコンセンサスとなった。それ以降の研究では、PPPパズルを説明する多くの仮説が提示されている。これらの仮説のうち、(1)輸送費などの摩擦、(2)構造変化、(3)財ごとの均衡への収束速度の違い、に着目した研究を紹介する。本稿では、購買力平価に関する実証研究に対して、時系列論の発展が重要な貢献をもたらしていることについて、詳細に説明している。

キーワード：為替レート、実質為替レート、購買力平価、PPPパズル、
一物一価の法則、半減期、単位根検定

JEL classification: F31、F37、F41

* 日本銀行金融研究所
(現 筑波大学大学院システム情報工学研究科、E-mail: tyabu@sk.tsukuba.ac.jp)

本稿の作成に当たっては、伊藤新、翁邦雄、郡司大志、新谷元嗣、田村晶子、中野聖子、宮崎憲治、藪太一氏ならびに金融研究所スタッフから有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。ただし、本稿に示されている意見は、筆者個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者個人に属する。

1. はじめに

1973年2月に変動相場制へ移行して以来、名目為替レート（以下、為替レート）は大きく急激な変動を繰り返してきた。同時に、為替レートの変動は日本経済に大きな影響を与えてきた。為替レートとは、通貨の国際的相対価格をあらわしており、この相対価格の変化は日本経済に大きな影響を与えてきた。例えば、円安は輸出企業の業績を改善させるが、輸入企業の業績を悪化させてしまう。これに対して、円高は輸入企業の業績を改善させるが、輸出企業にとっては業績を悪化させる材料となってしまう。

このように重要な影響力を持つ為替レートは、どのように決定されているのだろうか。為替レートの長期的トレンドを説明する代表的理論として、購買力平価（PPP: Purchasing Power Parity）がある。PPPでは、「同一通貨で計った時に消費財バスケットの価格が全ての国で等しくなる」と主張しており、国際経済モデルにおける最も重要な仮定の一つとなっている。例えば、マネタリー・モデルはPPPが常に成立していると仮定しているのに対し、ドーンブッシュ・モデルはPPPが長期的には成立していると仮定している。近年発展の著しい新しい開放マクロ経済学のモデルでも、PPPが長期的には成立していると仮定しているものが多い（藤木（2006）参照）。

本稿は、多くの国際経済モデルにおいて仮定されている、PPPに関する近年の実証研究について展望し、それらの研究結果を直観的に紹介する。PPPの分野では、Froot and Rogoff (1995)、Rogoff (1996)、Sarno and Taylor (2002)、Taylor and Taylor (2004)をはじめとして、既に多数の展望論文が書かれている。これらの展望論文と比較すると、本稿は、PPPの実証研究で用いられた時系列論の手法について、紙数を割いて解説したことに特色がある。したがって、時系列論のPPPへの応用例の展望としても読むことができる。本稿の構成は以下のとおりであ

る。

2 章では、一物一価の法則(Law of One Price)、絶対的購買力平価(絶対的 PPP)、相対的購買力平価(相対的 PPP)について説明し、実際のデータを概観することで相対的 PPP が長期的には成立していることを示す。

3 章では、単位根検定を中心とした実証研究を紹介する。100 年以上の長期データ、または多くの国を含んだパネルデータを使うことで、為替レートは購買力平価が提示する均衡値へ戻ること、均衡値からの乖離が半減するまで 3 ~5 年かかること、を示す。また、長期データの利点を理解するため、100 年の年次データと 25 年の月次データとでどちらが検出力(Power)は高いのか、という問題を直観的に解説する。

4 章では、Rogoff (1996)が指摘した PPP パズル(Purchasing Power Parity Puzzle)について紹介する。1990 年代後半の研究では、PPP パズルを説明する多くの仮説が提示されている。これらの仮説のうち、輸送費等の摩擦(Friction)、構造変化、財ごとの均衡への収束速度の違い、に着目した研究を紹介する。これらの研究では、不適切な時系列手法を用いたことが、収束速度を遅めに見積もってしまった原因としている。

5 章では、結びに代えて、本稿で触れることができなかつたいくつかの論点を紹介する。補論 1 は中位不偏推定量について、補論 2 は財ごとの収束速度が異なる場合における推計上の問題を数学的に説明している。

2 . 購買力平価とは？

2 章では、一物一価の法則、絶対的 PPP、相対的 PPP の概念について詳しく解説する。また、実際のデータを概観することで、相対的 PPP が長期的には成立している可能性があることを示す。PPP に馴染みのある読者は、このまま

3章に進んでも本稿の連続性は失われない。

(1) 絶対的購買力平価

PPPの基本的な考え方は、一物一価の法則に基づいている。これは、同一の財であれば世界中どこでも同一価格が成立している、ことを意味する。つまり、次の(1)式が任意の*i*財について成立している。

$$P_i = SP_i^* \quad (1)$$

ここで P_i は *i* 財の国内価格 (円)、 P_i^* は *i* 財の外国価格 (ドル)、 S は為替レート (円/ドル) である。

例えば、*i* 財として電卓を考えよう。いま、日本で電卓は 1000 円、米国で 15 ドル、円/ドルレートは 1 ドル=100 円とする。円建てでみると、米国の電卓価格は 1500 円 (=15×100) となる。この場合、電卓を割安の日本から割高の米国へと輸出すれば、一台あたり 500 円の利益が確実に得られる。このため、日本で電卓を買い、米国で電卓を売る動きが広まる。この裁定取引 (Arbitrage) は日本の電卓価格の上昇と米国の電卓価格の低下をもたらし、両国の価格差がなくなるまで (一物一価が成立するまで) 続く。これが一物一価の法則の背後にある考え方である。

一物一価の法則が全ての財で成立しているのであれば、さまざまな財の加重平均である物価水準も、世界中で等しくなるはずである。これが絶対的 PPP であり、次のように表される。

$$P = SP^* \quad (2)$$

ここで P は国内物価 (円)、 P^* は外国物価 (ドル) である。すなわち、絶対的 PPP によれば、同一通貨で計った時に、消費財バスケットの価格が自国と外国で等しくなる。

絶対的 PPP が成立しているか否か、データを用いて実証的に確認することは以下 2 つの理由から難しい。第 1 に、一物一価が成立するまで裁定取引が行われるとの仮定が、輸送費、関税・非関税障壁などの摩擦があるため成立しない可能性がある。これ以外にも、完全競争の仮定が満たされていないため、裁定取引が行われない可能性も存在している。例えば、ある企業が市場独占力を持っているのであれば、日米の異なった市場で異なった価格づけを行うことが企業の最適行動となる（PTM: Pricing To Market）。第 2 に、物価指数算定に用いられる消費財バスケットが国によって異なるため、たとえ一物一価が成立していたとしても、絶対的 PPP を表す(2)式が成立しているとは限らない。また、一般に公表されているデータは、物価水準ではなく物価指数であり、絶対的 PPP が成立しているか否かを検証できない¹。これら 2 つの理由のため、実証研究では絶対的 PPP を検証するのではなく、この後に説明する相対的 PPP が検証されることが多い²。

(2) 相対的購買力平価

相対的 PPP では、絶対的 PPP が少なくとも変化率において成立するとされる。すなわち、相対的 PPP は次の(3)式で表される。

$$\Delta p = \Delta s + \Delta p^* . \quad (3)$$

ここで、 p 、 p^* 、 s はそれぞれ P 、 P^* 、 S の対数、 Δ は階差オペレーターであ

¹ 物価指数とはある基準時の物価水準を用いて各時点の物価水準を指数化した変数である。具体的には、 t 期の物価指数とは、 t 期の物価水準を基準時の物価水準で割り 100 を掛けたものを指す。このため、 t 期の物価水準の情報は失われてしまう。

² 絶対的 PPP の計測例としては、旧経済企画庁による『生計費調査による購買力平価及び内外価格差の概況』及び OECD による国際比較プログラム(ICP: International Comparison of Program) が存在している。しかし、これらは基準年以外は延長推計であり、基準点のデータの連続性が保たれていないなど問題点もある(柏木・中居(1999)参照)。

る³。つまり、(3)式は、国内の物価上昇率 = 為替レートの変化率 + 外国の物価上昇率、との関係を示している。絶対的 PPP とは異なり、相対的 PPP は、物価指数算定に用いられる消費財バスケットのウエイトが各国で異なっても成立しうる。この点を以下の例で示す。

いま、自国、外国に2つの財だけが存在し、かつそれぞれに一物一価が成立している例を考えよう。(4)式、(5)式は自国と外国の物価の対数、(6)式はそれぞれの財について一物一価が成立していることを意味する⁴。

$$p = \alpha p_1 + (1 - \alpha) p_2, \quad (4)$$

$$p^* = \alpha^* p_1^* + (1 - \alpha^*) p_2^*, \quad (5)$$

$$p_1 = s + p_1^*, \quad p_2 = s + p_2^*. \quad (6)$$

ここで、 α は国内における第1財の物価へのウエイトであり、外国のウエイト α^* と異なるとする ($\alpha \neq \alpha^*$)。また、これらのウエイトは時間を通じて一定とする。

まず、外国の物価である(5)式は次の(7)式のように書き換えられる。

$$p^* = \alpha p_1^* + (1 - \alpha) p_2^* + (\alpha^* - \alpha)(p_1^* - p_2^*). \quad (7)$$

次に、(4)、(6)、(7)式を使って、 $s + p^*$ は (8)式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} s + p^* &= [\alpha s + (1 - \alpha)s] + [\alpha p_1^* + (1 - \alpha) p_2^* + (\alpha^* - \alpha)(p_1^* - p_2^*)] \quad (8) \\ &= \alpha(s + p_1^*) + (1 - \alpha)(s + p_2^*) + (\alpha^* - \alpha)(p_1^* - p_2^*) \\ &= \alpha p_1 + (1 - \alpha) p_2 + (\alpha^* - \alpha)(p_1^* - p_2^*) \\ &= p + (\alpha^* - \alpha)(p_1^* - p_2^*). \end{aligned}$$

(8)式をみると、物価へのウエイトが異なっているため、偶然 $p_1^* = p_2^*$ でない限り絶対的 PPP は成立しない、ことがわかる。

³ $\Delta p_t = p_t - p_{t-1}$ である。ここで、 $p_t = \ln(P_t)$ であるから、

$p_t - p_{t-1} = \ln(P_t / P_{t-1}) = \ln(1 + (P_t - P_{t-1}) / P_{t-1}) \cong (P_t - P_{t-1}) / P_{t-1}$ となる。よって、 Δp_t は物価上昇率を近似したものに等しい。

⁴ 物価は幾何平均で与えられるとする。つまり、 $P = P_1^\alpha P_2^{1-\alpha}$ と表せる。ここで、 P_i は i 財の価格を表している。

ここで、外国において 2 つの財の相対価格は時間を通じて一定としよう。つまり、 $\Delta(p_1^* - p_2^*) = 0$ とする。この時、(8)式の関係を使って次の関係が導ける。

$$\Delta s + \Delta p^* = \Delta p + (\alpha^* - \alpha)\Delta(p_1^* - p_2^*) = \Delta p + 0. \quad (9)$$

つまり、相対価格が時間を通じて一定であれば、たとえ物価へのウエイトが異なっても、相対的 PPP は成立しうる⁵。

以上の例から、相対的 PPP は絶対的 PPP よりも緩い条件のもとでも成立しうるということがわかった。もちろん、絶対的 PPP と同様に、一物一価が成立するまで裁定取引が行われるとの仮定が、輸送費、関税・非関税障壁などの摩擦があるため成立しない可能性がある。このため、実際には相対的 PPP が常に成立しているとは限らない。

最後に、絶対的 PPP と相対的 PPP が持つ、実質為替レート ($Q = SP^* / P$) に対する含意を考える。絶対的 PPP ($SP^* = P$) が成立しているならば、実質為替レートは 1 となる。これに対して、相対的 PPP が成立しているならば、実質為替レートは任意の定数となる。つまり、絶対的 PPP の下では実質為替レートは 1 であるのに対し、相対的 PPP のもとでは実質為替レートは任意の水準に留まりさえすればよい。この意味でも、相対的 PPP が絶対的 PPP よりも緩い条件であることがわかる。

(3) データの概観

以下では、一物一価が成立しているのか否か、個別商品の価格調査例を 2 つ紹介しながら検討する。次に、円/ドルレートを例に、相対的 PPP が成立しているか否か検討する。

⁵ これに対して、相対価格が時間を通じて一定であったとしても、絶対的 PPP は成立しない。また、ウエイトや相対価格が時間を通じて一定とする仮定は、現実的には必ずしも成立していない。これらが変化する場合は、4(2)節で詳しく議論する。

イ．価格調査を用いた一物一価の法則の検討

第1の例として、英国『エコノミスト (The Economist)』誌が、毎年、世界主要都市でビッグマックの価格を調査・公表している結果を用いる。表1には、2007年1月31日時点のビッグマックの現地通貨価格、ドル建て価格を載せている。表1を見ると、ドル建て価格は米国で3.22ドル、中国で1.41ドル、日本で2.31ドル、スイスで5.05ドルと国によって違いがあるのがわかる。このように、ドル建て価格が異なる理由は何であろうか。ビッグマックを作るのに必要なビーフパティ、チーズ、レタスなどは貿易可能な財であり裁定取引が可能である。しかし、ビッグマックを調理・販売するには、現地で店舗を借り、店員を採用する必要がある。これらは非貿易財であり、これらの非貿易財は裁定取引が困難である。以上から、ビッグマックのように生産・販売に非貿易財を多く必要とする財については、一物一価が成立しにくいことがわかる⁶。

第2の例として、オーストラリアの投資銀行であるコモンウェルス証券が iPod (2GB NANO) の価格を調査・公表している結果を用いる。2007年1月の調査によると、価格は米国で149ドル、中国で179ドル、日本で147ドル、スイスで175ドルであった。貿易財である iPod の価格差は世界中で非常に小さく、米国と日本の価格差は1%に過ぎない。

以上2つの例から、貿易財であれば一物一価が成立しやすいのに対して、非貿易財であれば成立しにくいことがわかる。また、上記の例では、異なった国の価格差を見てきたが、同じ国の異なった都市で調べると、これらの価格差は小さいことが知られている (Engel and Rogers (1996)、Crucini and Shintani (2002) 参

⁶ ビーフパティ、チーズ、レタスなどの要素価格ごとの裁定を詳細に調べた Parsley and Wei (2003)がある。

照)。

ロ．物価指数を用いた相対的 PPP の検討

以下では、購買力平価を成立させる PPP レートの動きを見ていく。ここで、PPP レートはどのように算出するのであろうか。仮に、物価水準がわかっていれば、PPP レートは P/P^* として定義される。しかし、各国政府は物価水準ではなく物価指数だけを公表しているため、基準時 (PPP が成立していた年) を決める必要がある。ここで基準時を 0 期とすると、任意の t 期の PPP レートは次のように表せる。

$$\text{PPP レート} = S_0 \frac{P_t / P_0}{P_t^* / P_0^*}.$$

つまり、0 期の為替レートを自国と外国の相対物価を用いて延長推計したものとなる。ここで、0 期において PPP レートは為替レート (S_0) に等しい。

図 1 で、1973 年 2 月から 2006 年 12 月までの円/ドルレート (実線、月末値) また PPP レート (破線) を描いた。PPP レートは、変動相場制の始まった 1973 年 2 月を基準時として、消費者物価指数 (CPI) と企業物価指数 (CGPI) を用いて算出した⁷。まず、この 30 年間の円/ドルレートの最安値は月末値でみると 1975 年 12 月の 305 円、最高値は 1995 年 5 月の 83 円であった⁸。図 1 から、この間の円/ドルレートの変動は、長期的には円高基調であるが、短中期的には大きな波動を描いていたことがわかる。大きな波動としては、1973 年から 1995 年までは円高基調、そこで反転して以降、為替レートは円高・円安に振れるものの、115

⁷ 日本の企業物価指数とは、2002 年 12 月に、価格調査段階での選択基準の変更に合わせて (製造段階での調査価格割合を増加) それまでの卸売物価指数 (WPI) から改名されたものである。米国については、日本の企業物価指数に対応した統計として、生産者物価指数 (PPI) を用いている。

⁸ 瞬間的な最高値は 1995 年 4 月 19 日の 1 ドル = 79 円 75 銭である。

円前後で比較的安定して推移してきたといえる。

次に、購買力平価を成立させる PPP レートを見てみよう。非貿易財をより多く含んだ CPI 基準では、為替レートとのフィットはかなり悪い。これに対して、貿易財をより多く含んだ CGPI 基準の PPP レートは為替レートの動きを良く追っている。しかし、CGPI 基準であっても、為替レートと PPP レートとの乖離は大きく、その差が縮小するのにかなりの時間がかかっている。つまり、短期的に PPP は成立していないが、長期的に PPP は成立している可能性を示唆している。

3. 単位根検定

3 章では、単位根検定を用いた PPP に関する実証研究を紹介する。初期の研究では、短期の時系列データを使うことで、PPP が成立しているかどうかをテストした。しかし、PPP を支持する強い結果は得られなかった。その後の研究では、検出力をあげるため、100 年以上に及ぶ長期データ、または多くの国を含んだパネルデータを使うことが行われ、PPP が長期的には成立していることが示された。以下では、(1)初期の分析、(2)長期データを使った分析、(3)パネルデータを使った分析、を紹介していく。

(1) 初期の分析

イ. 単位根検定による PPP 成立の検討

PPP が成立しているか否かを検討するためには、実質為替レート ($Q = SP^* / P$) がある値に等しくなっているかどうかを調べればよい。2(2)節で説明したように、絶対的 PPP が成立しているのであれば、実質為替レートは常に 1 に等しくなる。しかし、 P 、 P^* として利用可能なデータは物価水準ではなく物価指数であるた

め、絶対的 PPP が成立しているか否かを検証できない。これに対して、相対的 PPP が成立しているのであれば、実質為替レートはなんらかの定数に等しい。このため、物価指数のデータだけからも、実質為替レートがなんらかの定数に収束しているかをみることで、相対的 PPP が成立しているかを検証することができる。

実際に相対的 PPP が成立しているか否を検討するには、実質為替レートの対数をとった系列 (q_t) が定常 (Stationary) であるか、単位根検定 (Unit Root Test) を行えばよい⁹。具体的には、 q_t は 1 階の自己回帰モデル (First-Order Autoregressive Process : AR(1)) に従う。

$$q_t = \mu + \rho q_{t-1} + u_t, \quad t=1, \dots, T. \quad (10)$$

ここで、 $u_t \sim \text{i.i.d.} N(0, \sigma^2)$ とする¹⁰。

検定にあたっての帰無仮説は $\rho = 1$ 、対立仮説は $|\rho| < 1$ である。 $\rho = 1$ であれば、 q_t は非定常 (Non-stationary) なプロセスであり、ランダムウォーク (Random Walk) と呼ばれる。また、 $|\rho| < 1$ であれば q_t は定常なプロセスである。PPP が長期的に成立していると解釈できる結果は、帰無仮説を棄却し対立仮説が支持された場合を指す。なぜなら、 $|\rho| < 1$ であれば、実質為替レートは以下に示すようになんらかの定数に収束しており、相対的 PPP を支持する結果となるからである¹¹。

⁹ 単位根検定が行われる以前の PPP に関する研究は、Froot and Rogoff (1995) を参照されたい。

¹⁰ 単純化のため、本稿では AR(1) モデルを使って説明を行う。しかし、現実には一般的な AR(k) モデルとして分析されている。そして、最適なラグ数である k をどのように選ぶかは非常に重要な問題となっている。このようなラグ選択の問題については、Ng and Perron (2001) を参照されたい。また、単位根検定に関心のある読者は、Stock and Watson (2003)、Hamilton (1994) が良著である。

¹¹ ここで定数項を含めているのは、相対的 PPP を検証しているためである。つまり、実質為替レートが任意の定数に収束しているか、が重要になっている。仮に、物価指数ではなく物価水準を使っていて、絶対的 PPP を検証したいのであれば、検証すべきは $\mu = 0$ 、 $|\rho| < 1$ となる。つまり、実質為替レートの対数が 0 に収束しているか、を検証することになる。

$|\rho| < 1$ であれば実質為替レートがなんらかの定数に収束していくことを確認するために、簡単化のため $\mu = 0$ 、 $q_{t-1} = 0$ (実質為替レートが $t-1$ 期に 0 で均衡) として、 t 期に生じた 1 単位のショックが、将来の実質為替レートにどのような影響を与えるかを調べてみよう。この影響はインパルス応答関数と呼ばれる。

いま、 $u_t = 1$ で、 t 期以後のショックはすべて 0 ($u_s = 0$ for $s > t$) とする。 t 期に生じた 1 単位のショックのため、 t 期の実質為替レートは(10)式から 1 となる。 t 期以後のショックは 0 であるから、実質為替レートは $t+1$ 期に ρ 、 $t+2$ 期には ρ^2 、 $t+T$ 期には ρ^T となる。ここで十分大きな T を考えると、 $|\rho| < 1$ であれば ρ^T はほぼ 0 であり、実質為替レートは長期均衡である 0 に収束していく。これに対して、 $\rho = 1$ であれば乖離は永久に 1 のままである。この意味で、 $|\rho| < 1$ であれば PPP を支持する結果といえる。

1980 年代には、多くの研究が単位根検定を行なったが、 ρ の推定値 ($\hat{\rho}$) は 1 に近く帰無仮説を棄却できなかった。つまり、結果は PPP を支持するものではなかった。この結果の解釈にあたって注意すべきなのは、帰無仮説が棄却できず採択されたことは、帰無仮説が正しいということの意味しない。ここでの結果は、帰無仮説と対立仮説のどちらが正しいかがわからない、ということにすぎない。

ロ．半減期によるモデルの妥当性の検討

単位根検定の結果が PPP を支持するか否か、という点に加えて、PPP が支持された場合に、どれぐらいの速度で長期均衡からの乖離が縮まるか、との点も国際経済モデルの妥当性を考える上で重要な指標となる。つまり、国際経済モデルから推測される収束速度が、現実データから観察される収束速度に近いか

どうかは、モデルの妥当性を計る上で重要な情報となっている。

長期均衡への収束速度を計る定義の一つとして半減期 (Half Life) がある。これは、均衡からの乖離が半減するのに必要な期間である。上記の AR(1)モデルであれば、 $\rho^T = 0.5$ を満たす T が半減期ということになり、 $T = \ln(0.5)/\ln(\rho)$ として表される。例えば、 $\rho = 0.85$ であれば、半減期は 4.26 ($\cong \ln(0.5)/\ln(0.85)$) 期となる。 $\rho = 0.97$ であれば、半減期は 25 期となる。このように、 ρ が 1 に近づくにつれて半減期が長くなるのに対して、 ρ が 0 に近づくにつれ半減期は短くなっていく。

(2) 長期データを使った分析

初期の研究において PPP を支持する結果が得られなかった理由として、Frankel (1986,1990) は単位根検定の検出力の低さを挙げている¹²。彼は、実質為替レートが均衡へと収束する速度は非常に遅いため、収束しているかどうかを判断するには長い期間にわたるデータが必要だと指摘した。そして、100 年以上 (1869 ~ 1984 年) に及ぶ長期の年次データ (ドル/ポンド) を使うことで、 $\hat{\rho}$ は 0.86 で有意に 1 より小さい (半減期は 4.6 年) ことを示した。このほか、Ito (1997) は 1879 ~ 1995 年の年次データ (円/ドル) を使い、 $\hat{\rho}$ は 0.83 で有意に 1 より小さい (半減期は 3.7 年) とした。Taylor (2002) は、20 国の 100 年以上に及ぶ長期の年次データを分析し、そのほとんどで PPP が成立しているとした。この他にも、長期の年次データを分析した多くの研究が、PPP を支持する結果を得ている¹³。

¹² 検出力とは、対立仮説が正しい時に帰無仮説を棄却する確率である。例えば、真のモデルで $\rho = 0.9$ とする (対立仮説が正しい)。この時、帰無仮説 $\rho = 1$ を棄却する確率が検出力となる。よって、検出力が高ければ高いほどよい。

¹³ 百年単位で物価指数を分析する際には、電気等が使われていない時代と現代の物価を比較しているため、消費財バスケットの大きな変容に伴う問題については注意が必要かもしれない。

イ．単位根検定における頻度と期間の関係

なぜ長期の年次データを使うことで検出力が高まるのだろうか。ここで疑問として生じるのは、100年の年次データと、25年の月次データとで、どちらが検出力が高いのかということである。長期データであれば年次で利用可能、至近のデータだけを使うのであれば月次で利用可能という状況は、実証分析に携わる者にとって頻繁に直面する問題である。100年の年次データであれば標本数 $T=100$ 、25年の月次データであれば $T=300(=25 \times 12)$ となる。この時、標本数の多い25年の月次データを使うべきなのか。答えは、単位根検定においては標本数の多さではなく期間(Span)が長いデータを選択すべき、ということである。この場合であれば、100年の年次データが望ましい。ここで重要なのは、頻度(Frequency)を上げていくと、 ρ は1に近づいていくということである。現実には利用可能ではないが、秒時のデータを考えよう。このとき、 q_t と q_{t-1} ではほとんど同じため、 ρ は限りなく1に近い。

ここで四半期と年次データとの関係を考えよう。四半期で $q_t = \rho q_{t-1} + u_t$ ならば、年次では次のように書ける。

$$q_t = \rho^4 q_{t-4} + u_t + \rho u_{t-1} + \rho^2 u_{t-2} + \rho^3 u_{t-3}.$$

つまり、四半期の係数を4乗したものが年次の係数となっている。逆に言えば、年次の係数を1/4乗したものが四半期の係数である¹⁴。同様に、月次の係数を12乗したものが年次の係数となり、年次の係数を1/12乗したものが月次の係数となる。例えば、年次データで $\rho=0.85$ とするならば、四半期では $\rho^{1/4} \approx 0.96$ 、月次

¹⁴ このことを理解するために、半減期について考えてみよう。四半期でみた場合の半減期は $\ln(0.5)/\ln(\rho)$ となり、年次では $\ln(0.5)/\ln(\rho^{1/4}) = 4 \ln(0.5)/\ln(\rho)$ となる。つまり、四半期の半減期を4倍したものが年次の半減期という当然の結果となる。

データでは $\rho^{1/12} \cong 0.98$ となる。つまり、頻度が上がれば、 ρ は 1 に近づいていく。単位根検定における頻度と期間についての議論は Shiller and Perron (1985)、Perron (1991) に詳しい。

ロ．モンテカルロ実験による検出力の検討

以下には、単位根検定の検出力の低さと、長期データを使う事で検出力がどれくらい上がるのか、モンテカルロ実験により示す¹⁵。いま、真のモデルが (10) 式 (再掲) だとする¹⁶。

$$q_t = \mu + \rho q_{t-1} + u_t, \quad t=1, \dots, T. \quad (10)$$

ここで、 $\mu = 0$ 、 $q_0 = 0$ (初期値) $u_t \sim \text{i.i.d.N}(0,1)$ とする。このモデルから乱数 $u_t^{(1)}$ を発生させて $q_t^{(1)}$ を作る。例えば、 $q_0 = 0$ であるから、

$$q_1^{(1)} = u_1^{(1)}, \quad q_2^{(1)} = u_2^{(1)} + \rho u_1^{(1)}, \quad q_3^{(1)} = u_3^{(1)} + \rho u_2^{(1)} + \rho^2 u_1^{(1)}, \dots,$$

$$q_T^{(1)} = u_T^{(1)} + \rho u_{T-1}^{(1)} + \rho^2 u_{T-2}^{(1)} + \dots + \rho^{T-1} u_1^{(1)},$$

となる。そして、発生させたデータを使って、 $q_t^{(1)}$ を定数項と $q_{t-1}^{(1)}$ で回帰し、単位根検定を行なう¹⁷。2 回目の実験も、同様に乱数 $u_t^{(2)}$ を発生させて $q_t^{(2)}$ を作り単位根検定をする。このような実験を計 2000 回行い、単位根検定を棄却した確率を求めた。例えば、2000 回の実験のうち、500 回で帰無仮説を棄却したならば、

¹⁵ モンテカルロ実験とは、シミュレーションや数値計算を、乱数を発生させて行なう手法である。乱数を繰り返し発生させるという手法が、カジノでの賭博に類似していることから、カジノで有名なモナコ公国の 4 地区の一つであるモンテカルロから名づけられた。

¹⁶ 真のモデル(DGP: Data Generating Process)は、実際には分析者が知りえない、データを発生させている本当のモデルである。モンテカルロ実験では、この真のモデルを我々が知っているとは仮定したうえで、データを発生させて統計量の性質を調べている。通常の仮説検定の場合は真のモデルが分からないので検定結果の解釈には不確実性がつきまとうが、モンテカルロ実験の場合はその問題が解消できる。

¹⁷ 最小 2 乗法 (OLS: Ordinary Least Squares) によって推計をおこなった。また、検定は Dickey-Fuller Test を使った。

帰無仮説を棄却した確率は 25%(=500/2000)となる。

表 2 には、標本数 $T=25,50,100,150,300$ 、 $\rho=0.85,0.96,0.98$ の場合について、モンテカルロ実験によって得られた検出力を載せている。実験において常に対立仮説が正しい ($|\rho|<1$) わけであるから、帰無仮説 ($\rho=1$) を棄却した確率とは検出力に他ならない。先に議論したように、 $\rho=0.85$ は年次とすると、 $\rho=0.96$ は四半期、 $\rho=0.98$ は月次データを表している。

表 2 をみると、 $\rho=0.85$ 、 $T=25$ の場合は検出力が 10%にすぎない。つまり、25 年の年次データでは対立仮説が正しい場合でも、帰無仮説を棄却することは非常に難しい。これに対して、頻度を一定にして標本数を増やしていくと検出力は飛躍的に向上していく。表 2 の 1 行目をみると、25 年で 10%だった検出力は、50 年で 23%、100 年で 65%、150 年で 94%、300 年で 100%にあがっていく。以上から、25 年のような短期データではなく、100 年を超える長期データが、単位根検定で帰無仮説を棄却するために必要なことがわかった。

長期のデータを用いることで得られた検出力は、頻度の高い短期のデータでは達成できないのだろうか。表 2 の 2 行目をみると、25 年分の 4 半期データ ($\rho=0.96$ 、 $T=100$) の場合、検出力は 10%である。表 2 の 3 行目をみると、25 年分の月次データ ($\rho=0.98$ 、 $T=300$) を使っても、検出力は 15%に過ぎないことがわかる。このように、25 年分のデータで年次から四半期や月次へと頻度を上げて、検出力の改善は非常に小さい。検出力の改善のためには、頻度をあげるのではなく期間を延ばすことがより大事である。

(3) パネルデータを使った分析

長期データを使うことの問題点は、構造変化を無視した分析を行ってしまう可能性が生じることである。例えば、100 年以上のわが国の為替レートを扱う場合、

その間に金本位制、変動相場制、固定相場制、変動相場制という 4 つの為替相場制度が採用されているにもかかわらず、為替レートを発生させる統計モデルは同一である、との仮定を置かねばならない。

この問題点に対処するために、構造変化が生じる危険のある長期データを使わず、短期間ではあるが多数の系列を含んだパネルデータを使う方法が提案されてきた。長期データを用いることの利点は、頻度を一定にして期間を伸ばすことで、標本数を増やすことにあった。これに対して、パネルデータ分析を行う利点は、頻度を一定にして多数の系列を同時に扱うことで、標本数を増やすことである。

パネルデータ分析について簡単に説明しよう。データとして N 系列あるとする。例えば、日本と米国だけでなく多数の国を含めることで、1 系列のデータではなく、 N 系列のデータを使うことが可能となる。ここで、各系列は次の(11)式のプロセスに従うとする。

$$q_{i,t} = \mu + \rho q_{i,t-1} + u_{i,t} \quad \text{for } i=1,\dots,N \text{ and } t=1,\dots,T. \quad (11)$$

ここで、 ρ の値（収束速度）は各系列同一であり、帰無仮説は $\rho=1$ 、対立仮説は $|\rho|<1$ である¹⁸。つまり、帰無仮説は全ての系列で PPP が成立していない、としている。

Abuaf and Jorion (1990) は、1973～87 年のパネルデータ（10 系列）を使うことで帰無仮説を棄却し、PPP を支持する結果を得ている¹⁹。Frankel and Rose (1996) は、1948～92 年のパネルデータ（150 系列）を使って PPP を支持する結果を得ている。彼らは、変動相場制以降（1973～92 年）のデータだけを使っても同様の結果を得ている。半減期は約 4 年であった。他にも多数の研究があり、PPP

¹⁸ 各系列が異なった収束速度を持つとした検定は、Taylor and Sarno (1998) を参照されたい。

¹⁹ p 値は 16% であったので、強い結果ではなかった。彼らは、長期時系列（1901～72 年）を使ったパネル分析も行い、PPP をサポートする結果を得ている。半減期は 3.3 年であった。

を支持する結果が得られている。

これらの研究に対して2つの批判がなされてきた。第1に、(11)式では各系列のショックが相互に無相関と仮定されていること、である。しかし、この仮定は高度に統合化された国際金融市場では非現実的であろう²⁰。O'Connell (1998)は、各系列のショックの相関を考慮しないならば、PPPを支持する方向でバイアスがかかる、と主張した。

第2に、帰無仮説が全ての系列でPPPが成立していない、としていることである。この帰無仮説の下では、N系列のうちのどれか一つの系列でもPPPが成立していれば、帰無仮説が棄却されてしまう。Taylor and Sarno (1998)は、この問題を指摘し、帰無仮説として少なくとも1系列でPPPが成立していない、とする統計量を提案した。このため帰無仮説を棄却したということは、全ての系列でPPPが成立しているということを意味する。しかし、Taylor and Taylor (2004)は、このような統計量の検出力は低くはっきりとした結果を得ることは難しい、としている。

4. PPP パズル

これまで紹介してきた1990年代半ばまでの研究で、PPPは長期的には成立しているものの、均衡からの乖離が解消されるのにかなりの時間がかかること、がわかってきた。Rogoff (1996)は、こうした結果を総括し、実質為替レートの変動が非常に大きいこと、実質為替レートの均衡からの乖離が解消されるのに長い時間(半減期3~5年)がかかること、を指摘し、この結果をPPPパズルと呼んだ。その後、Murray and Papell (2002)は、PPPパズルがより深刻になる可

²⁰ Aburf and Jorion (1990)は、これらの相関を考慮している数少ない研究の一つである。また、Frankel and Rose (1996)は無相関と仮定している。

能性を指摘している（詳しくは補論 1 を参照）。

これらの結果が PPP パズルと呼ばれる理由は、経済モデルではこのような実質為替レートの性質を説明できないからである。例えば、Chari et al. (2002)は、価格粘着性を考慮した動学的一般均衡モデルでカリブレーションを行うことで、実質為替レートの半減期は 1.5 年程度と短いことを示した。つまり、価格粘着性を考慮したモデルでは、なぜ半減期が 3~5 年もかかるのかを説明できなかったのである。

1990 年代後半の研究では、PPP パズルを説明する多くの仮説が提示されている。本稿ではこれらの仮説のうち、輸送費などの摩擦、構造変化、財ごとの均衡への収束速度の違い、の 3 つを取り上げ、それぞれについて詳しく紹介する。

（1）輸送費などの摩擦（非線形性）

Obstfeld and Taylor (1997)は、PPP パズルの原因は、輸送費、関税・非関税障壁などの摩擦が原因であると指摘している。彼らは、これらの摩擦のために、2 国間で価格差が十分大きくないと裁定取引が生じないこと、さらに、これらの摩擦を考慮していないこれまでの研究は、PPP への収束速度を遅く推定してしまっている、と主張した。

摩擦の存在が、実質為替レート ($Q_t = S_t P_t^* / P_t$) に与える影響について、以下では簡単な数値例で示す。説明の簡単化のため、絶対的 PPP が成立しているとする。つまり、均衡において $Q_t = 1$ ($q_t = 0$) となる。摩擦がないなら、 $Q_t > 1$ ($S_t P_t^* > P_t$) であれば、外国物価が国内に比べて割高であり、国内から外国へ財が輸出されることで価格差が縮小する。しかし、摩擦の存在のため、 $Q_t > 1$ であったとして

も、 Q_t が十分 1 より大きくないならば裁定取引は行われない。例えば、 $Q_t=1.1$ としよう。つまり、外国は自国に比べて 10% だけ割高である。この場合、価格差は輸送費などを考慮すると十分ではない可能性がある。これに対して、 $Q_t=2$ としよう。この時、外国は自国に比べて 2 倍も割高であり、輸送費などを考慮しても裁定取引が行なわれるであろう。

以上から、 Q_t が十分 1 より大きい（価格差が十分大きい）ならば、初めて裁定取引は行なわれる。これは、 $Q_t < 1$ の場合も同様であり、この場合は Q_t が 1 より十分に小さいならば、裁定取引は行なわれる。このように、輸送費等の摩擦の存在は、内外価格差が摩擦の範囲内に収まっている場合に裁定取引を妨げ、実質為替レートが絶対的 PPP から乖離する可能性を高める。

イ . Band-Threshold Autoregressive モデル

輸送費等の摩擦の存在によって、実質為替レートが絶対的 PPP から乖離するとの仮説を定式化した代表的モデルは Band-Threshold Autoregressive Model (以下 Band-TAR モデル) と呼ばれ、次の(12)式のように定式化できる。

$$\Delta q_t = \begin{cases} \lambda^{out}(q_{t-1} - c) + u_t & \text{if } c < q_{t-1} \\ u_t & \text{if } -c \leq q_{t-1} \leq c, \\ \lambda^{out}(q_{t-1} + c) + u_t & \text{if } q_{t-1} < -c \end{cases} \quad (12)$$

ここで、 c は輸送費などの摩擦を表すパラメータであり、摩擦が大きいほど c は大きい値を取る ($c > 0$)。また、 λ^{out} は c への収束速度を表すパラメータであり、収束速度が速いほど λ^{out} は -1 に近い値をとる ($-2 < \lambda^{out} < 0$)。

(12)式によれば、 $c \geq |q_{t-1}|$ であれば、内外価格差は十分ではないため裁定取引は行われない。よって、 q_t はランダムウォークに従う。摩擦が大きいほど c は大

きくなるため、ランダムウォーク領域は拡大する。これに対して、 $c < |q_{t-1}|$ であれば、内外価格差が十分に開いているため裁定取引が行われる。つまり、裁定取引による収束の動きが存在する。

Band-TAR モデルがどのようなプロセスかを示すため、簡単なシミュレーションを行なった。(12)式において、 $c=1$ 、 $\lambda^{out} = -0.1$ 、 $u_t \sim \text{i.i.d.N}(0,0.5^2)$ 、 $q_0=0$ (初期値)とする²¹。これらのパラメータ値を使って、(12)式をもとに発生させた2000期分のデータを図2に描いた。図2からは、 q_t が0の周りを変動していることがわかる。図2の2つの実線で示した閾値($\pm c$)の内側の領域がランダムウォーク領域であり、その外側が収束領域となっている。つまり、 q_t はひとたび閾値の外側にでると、閾値へと向かって収束していくのである。

これまでの分析から、実質為替レート q_t が非線形なプロセスとなることがわかった。この非線形性が為替レートのプロセスに与える影響は何であろうか。図1では、為替レートがPPPレートを中心に大きく変動していることが示されていた。もし実質為替レートがBand-TARモデルに従うのなら、為替レートがPPPレートの近傍にある時は、為替レートがPPPレートへ収束する動きがなく、為替レートがPPPレートから大きく離れた時に初めて収束が生じる、との含意が得られる。

□ . Band-TAR モデルの半減期

図2では、(12)式のBand-TARモデルにおいて、実質為替レートの収束は閾値

²¹ これらの値を利用する妥当性については、Obstfeld and Taylor (1997)を参照されたい。

($\pm c$)に向かって生じていることが確認された²²。この結果は、(10)式で $\mu = 0$ ならば、実質為替レートの収束がゼロに向かって生じたことと異なっている。Band-TAR モデルにおいては、この点を踏まえ、半減期の定義は閾値($\pm c$)からの乖離が半減するのに必要な期間、とされる。

以下では、 $c < q_{t-1}$ の場合に半減期をどのように計算できるか示す。まず、実質為替レートのプロセスは次の(13)式となる((12)式参照)。

$$\Delta q_t = \lambda^{out} (q_{t-1} - c) + u_t. \quad (13)$$

説明の簡単化のために、(13)式を次の(14)式に書き換える。

$$q_t - c = (1 + \lambda^{out})(q_{t-1} - c) + u_t. \quad (14)$$

ここで、 $q_{t-1} - c = 0$ 、 $u_t = 1$ 、 t 期以後のショックは0 ($u_s = 0$ for $s > t$) としよう。すなわち、 $t - 1$ 期に実質為替レートが閾値 c にとどまっていたが、 t 期に1単位のショックが生じ、それ以後ショックは生じない状況を考えよう。

まず、ショックの生じた t 期において c からの乖離は1となっている($q_t - c = 1$)。その後 c からの乖離は、(14)式から、 $t+1$ 期に $(1 + \lambda^{out})$ 、 $t+2$ 期には $(1 + \lambda^{out})^2$ 、 $t+T$ 期には $(1 + \lambda^{out})^T$ となる。ここで、 $-2 < \lambda^{out} < 0$ であるから $|1 + \lambda^{out}| < 1$ となり、実質為替レートは c に向かって収束していく。

半減期は、 c からの乖離が半減するのに必要な期間として定義されるため、 $(1 + \lambda^{out})^T = 0.5$ を満たす T が半減期となる。つまり、半減期は $T = \ln(0.5) / \ln(1 + \lambda^{out})$ として表される。例えば、 $\lambda^{out} = -0.1$ であれば、半減期は6.6期となる²³。

²² $c < q_{t-1}$ であれば c へと収束し、 $-c > q_{t-1}$ であれば $-c$ へと収束している。

²³ Band-TAR モデルにおいては、閾値の大きさが輸送費等の摩擦を表している。そして、Shintani (2006)は、半減期を計算する際に、この閾値の大きさが反映されていないことを指

八．Band-TAR モデルの推計

(12)式の Band-TAR モデルでは、 Δq_t が q_{t-1} の非線形な関数になっているため、パラメータの推定は最尤法 (MLE: Maximum Likelihood Estimation) で行う必要がある。MLE によって、実質為替レート of 非線形性を考慮して推計を行なうと、PPP パズルが解消される可能性がある。この点について、以下詳細にみてみよう。

いま、(12)式の Band-TAR モデルに従う実質為替レートを、誤って (15)式で定義される AR(1)モデルで推計したとしよう²⁴。

$$\Delta q_t = \lambda q_{t-1} + u_t. \quad (15)$$

(15)式では、 Δq_t は q_{t-1} の線形関数となっている ((10)式で $\lambda = \rho - 1$ とおきかえ、定数項をゼロとしたモデルと同じ)。

Band-TAR モデルを(15)式を用いて推計することの問題点は、実質為替レートの収束領域とランダムウォーク領域を区別せず推計しているため、 λ が 0 の方向へバイアスを持ってしまい、その結果、実質為替レートの半減期を過大推定することである。この点について、以下のモンテカルロ実験で確認する。

いま、イ . 節のシミュレーションと同様に、(12)式において $c = 1$ 、 $\lambda^{out} = -0.1$ 、 $u_t \sim \text{i.i.d.N}(0, 0.5^2)$ 、 $q_0 = 0$ (初期値) によりデータを発生させる。つまり、正しいモデルは Band-TAR モデルである。Band-TAR モデルに従うこのデータを(15)式に従うものとみなし、 λ を推定する。この作業を計 2000 回行なう事で、 $\hat{\lambda}$ の有限標本分布を作った。こうして求められた、 $\hat{\lambda}$ の中位値は - 0.06 であった (半減期は 11.2 期) 。つまり、 $\lambda^{out} = -0.1$ (半減期 6.6 期) であるにもかかわらず、Band-TAR

摘し、閾値内と閾値外の双方を考慮に入れた半減値の代理指標を提案している。

²⁴ 絶対的 PPP が成立していると仮定しているので μ を含んでいない。

モデルの非線形性を無視して推定を行うと、収束速度が約半分(半減期が約 2 倍)になってしまう。

上記のモンテカルロ実験と統合的な Band-TAR モデルの実証例として、Obstfeld and Taylor (1997)が 1980 ~ 95 年の月次データ(計 24 国)を使い、半減期は 1 ~ 2 年程度であることを示している。この結果は、実質為替レートの半減期が 3 ~ 5 年とした PPP パズルの一部を解決するものである。Obstfeld and Taylor (1997)によると、輸送費(代理変数として両国間の距離を使う)、関税・非関税障壁、為替レートのボラティリティーが高いほど、閾値(c)が大きくなることを示した。Obstfeld and Taylor (1997)以外にも、様々な非線形モデルが提案されており類似の結果が得られている²⁵。

二 . Band-TAR モデルの拡張

Band-TAR モデルにおいて、閾値 c は定数であり時間に依存しないと仮定された。しかし、技術進歩により輸送費は低下し、貿易自由化の流れで関税・非関税障壁も低下していると考えられる。このため、閾値は一定ではなく、低下していると考えるのが自然であろう。Yabu (2004)は 1980 ~ 95 年の月次データを使い、世界的に閾値が時間を通じてどのように変化してきたか、次の(16)式のように閾値を定義して検討した²⁶。

$$c_t = \beta_0 \exp(\beta_1 t). \quad (16)$$

(16)式は、 $\beta_1 = 0$ であれば、閾値が時間を通じて一定とした Band-TAR モデル

²⁵ Band-TAR においては閾値が存在している。しかし、Cheung et al. (2001)で指摘されたように財ごとに収束速度は異なっている。つまり、ランダムウォークと収束領域が閾値を境にして突然変化すると仮定するのは現実的ではないかもしれない。このため、Michael et al. (1997)では、均衡から離れるにつれ、突然ではなく徐々に収束速度が速くなるとしている。

²⁶ 日本を基準国として、米国、欧州、アジアなど計 25 カ国のデータを分析した。結果が基準国の選択に影響を受ける可能性については、Papell (1997)を参照されたい。

に等しい。これに対して、 $\beta_1 < 0$ であれば每期 $100 \times \beta_1$ %で閾値が低下していくことになる。分析によると、多くの国で閾値は有意に低下していなかった。つまり、財市場の国際的な統合が進んでいる事を支持する結果 ($\beta_1 < 0$) を得ることができなかった。

ホ．単位根検定への含意

データに TAR モデルのような非線形性がある時に、それが単位根検定に持っている含意は何であろうか。多くの研究によると、非線形モデルから生成されたデータに対して、通常の単位根検定を用いると検出力が低くなることがわかっている。また、対立仮説を通常の線形モデルではなく、非線形モデルとしている単位根検定も近年研究されてきている。ここでの問題点は、帰無仮説が単位根とすると、非線形性を表すパラメータを識別できないということである。しかし、これらについても近年、解決策が提案されてきている。以上から、仮に非線形性が存在しているならば、非線形性を考慮したうえで、単位根検定を行うべきである。例えば、Bec et al. (2004)を参照されたい。

(2) 構造変化の可能性

以下では、構造変化を適切に考慮しないことが PPP パズルの原因とする研究を紹介する。単位根検定においては、均衡が何かということを正確に捉えることが必要となる。例えば、消費者の選好が変化し、消費財バスケットのウェイトが大きく変化したとする。これは実質為替レートの均衡レベルの変化である。Perron (1989)は、構造変化を適切に考慮しないならば、 $\hat{\rho}$ は 1 の方向へバイアスを持ってしまう、と主張した。つまり、真のモデルで $|\rho| < 1$ であったとしても、構造変化を適切に考慮しないなら、 $\hat{\rho}$ は 1 に近い値をとってしまう。

イ．構造変化の半減期に与える影響

実質為替レートの均衡水準が変化することの半減期への影響をみるために、以下のモンテカルロ実験を行なう。まず、真のモデルは(17)式とする。

$$q_t = \begin{cases} \rho q_{t-1} + u_t & \text{if } t \leq T_B \\ \mu + \rho q_{t-1} + u_t & \text{if } T_B < t \end{cases} \quad (17)$$

ここで $q_0=0$ (初期値)、 $\rho=0.7$ (半減期 1.92)、 $\mu=1$ 、 $u_t \sim \text{i.i.d.N}(0,1)$ 、 $T=200$ 、 $T_B=100$ とする。つまり、200 期間のデータのうち、100 期目に構造変化が生じて、 μ が 0 から 1 へと上昇する状況を考えている。

このプロセスからデータを発生させた結果が図 3 である。図 3 をみると、 q_t は構造変化以前 ($t \leq 100$) において 0 近傍で推移しているが、構造変化以後 ($100 < t$) は新しい均衡 ($\mu/(1-\rho) \approx 3.3$) の近傍で推移していることがわかる。

このプロセスを使ってデータを計 2000 回繰り返し発生させ、各回ごとに $q_t^{(i)}$ を定数項と $q_{t-1}^{(i)}$ で回帰(OLS)することで、構造変化を無視して計測された $\hat{\rho}$ の推計値を求めた。この時、 $\hat{\rho}$ の分布の中位値は 0.87 (半減期 4.97) であった。つまり、真の値が $\rho=0.7$ (半減期 1.92) であるにもかかわらず、構造変化を適切にコントロールしなかったために、 $\hat{\rho}$ は 1 の方向へバイアスを持ってしまい、半減期を過大推定している。

この結果は以下のように解釈できる。まず、構造変化を無視して、 q_t を定数項と q_{t-1} で回帰するということは、 $q_t - \bar{q}$ を $q_{t-1} - \bar{q}$ だけで回帰することに等し

い (\bar{q} は q_t の平均であり、図 3 では点線で表されている)²⁷。図 3 をみると、 q_t は \bar{q} から常に乖離しており、この乖離が縮小する傾向は全く見られない。このため、 $q_t - \bar{q}$ を $q_{t-1} - \bar{q}$ だけで回帰すると、 $\hat{\rho}$ は 1 に非常に近い値を取ってしまう。ここでの問題は、均衡には構造変化があったにもかかわらず、構造変化を適切にコントロールしていないため、 $\hat{\rho}$ が 1 の方向へバイアスを持ってしまっている、ことである。

このような構造変化は、為替レートの動きにどのような影響を与えるのだろうか。図 1 より、為替レートは PPP レートを中心にして大きく変動していることがわかっている。実質為替レートの均衡が変化することは、PPP レートがシフトしてしまうことを意味する。よって、PPP レートの妥当性を考える上でも、構造変化があったかどうか、を検証することは非常に重要となる。

このような構造変化の問題は、長期データを使う場合に特に重要である。Perron and Vogelsang (1992) は、このような構造変化の可能性を考慮した上で、実質為替レートの長期の年次データを分析した²⁸。結果、ドル/ポンドでは、 $\hat{\rho}$ は 0.692 であり、半減期が 1.88 年という結果を得ている。

ロ．構造変化の検出

このように、構造変化の重要性がわかったが、実際に構造変化があるかどうかは、どのようにテストすれば良いのだろうか。構造変化があるかどうかのテストは、Perron and Yabu (2006b) で詳しく議論されている。彼らは、 q_t が定常か非定常かわからないもとで、均衡に構造変化があるかどうかテストする統計量

²⁷ OLS において、説明変数に定数項を含めるということは、他の変数は平均周りで見ていることに等しい。

²⁸ 構造変化の年は未知として分析を行なっている。

を提案した²⁹。この統計量を使うことで、均衡に構造変化があるかどうか、を調べることができる。仮に構造変化があるならば、単位根検定においても構造変化を考慮すべきである。

(3) 財ごとの収束速度の違い

以下では、財ごとの収束速度の違いを適切に考慮しないことが PPP パズルの原因とする研究を紹介する。この分野の代表的な研究である Imbs et al. (2005)は、衣服、自動車などは収束速度が遅いのに対して、食料品、燃料、家具などは収束速度が速いことを指摘した。そして、このような財ごとの収束速度の違いを適切に考慮しないならば、実質為替レートの収束速度は遅めに推定されてしまう、とした。彼らは、セクターごとの情報を利用して、実質為替レートの半減期は 11 ヶ月と非常に短いことを示した³⁰。

以下では、Imbs et al. (2005)の分析結果を簡単な数値例で説明する。いま、2財だけが存在し、物価指数における 2 財のウエイトは自国・外国とも 50%ずつとする。また、 i 財の相対価格を $q_{i,t} = s_t + p_{i,t}^* - p_{i,t}$ と定義する。この時、実質為替レートは次のように表される。

$$\begin{aligned} q_t &= s_t + \frac{p_{1,t}^* + p_{2,t}^*}{2} - \frac{p_{1,t} + p_{2,t}}{2} \\ &= \frac{s_t + p_{1,t}^* - p_{1,t}}{2} + \frac{s_t + p_{2,t}^* - p_{2,t}}{2} \\ &= \frac{q_{1,t} + q_{2,t}}{2}. \end{aligned} \tag{18}$$

ここで、財 1 と財 2 の相対価格の収束速度は異なり、(19)式で表されるとしよう。

²⁹ Perron and Yabu (2006b)で提案された統計量は、Perron and Yabu (2006a)を構造変化モデルに拡張したものである。

³⁰ このような加重平均の研究に関心のある読者は、Chen and Engel (2005)、Imbes et al. (2005b)、Crucini and Shintani (2002)も参照されたい。

$$q_{1,t} = \rho_1 q_{1,t-1} + u_{1,t}, \quad q_{2,t} = \rho_2 q_{2,t-1} + u_{2,t}, \quad (19)$$

すなわち、 $u_{i,t} \sim \text{i.i.d.N}(0, \sigma^2)$ 、 $u_{1,t}$ と $u_{2,t}$ は独立で、第 2 財の収束速度は第 1 財よりも速いとする ($|\rho_1| > |\rho_2|$)

(19)式で表されるプロセスの例として、 $\rho_1=0.95$ 、 $\rho_2=0.3$ 、 $\sigma^2=1$ 、 $q_{1,0}=0$ 、 $q_{2,0}=0$ を仮定し、200 期分のデータを発生させた結果が図 4 に描かれている。図 4 を見ると、収束速度が遅いプロセスである q_1 の変動は非常に大きい。一方、 q_2 は $\rho_2=0.3$ と非常に小さいため収束速度が速く、過去の影響がすばやく消えてしまっている。図 5 は、これら 2 つのプロセスを平均した実質為替レートを描いている。図 5 からは、平均の動きは q_1 の動きに近いことが見て取れる。つまり、平均の動きは q_1 の動きに支配されている。このため、 q_t を q_{t-1} で回帰した場合、 $\hat{\rho}$ は $\rho_1=0.95$ に近い値をとると容易に予想される。

我々が関心のある収束速度は、各財の収束速度を加重平均した

$$\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2},$$

であり、この数値例では $(0.95+0.3)/2=0.6$ となる。通常分析では、財ごとの収束速度の違いを考慮しないで、 q_t は AR(1)モデルに従うとして推計される。ここでは、このような推定の問題を調べるため、計 2000 回のモンテカルロ実験を行う。

まず、(19)式からデータを発生させて、(18)式により $q_t^{(i)}$ を作る。次に、 $q_t^{(i)}$ を $q_{t-1}^{(i)}$ で回帰することで (財ごとの収束速度の違いを無視) $\hat{\rho}$ を求める。この作業を計 2000 回繰り返す。その結果、 $\hat{\rho}$ の中位値は 0.87 であった。真の値 ρ は 0.6 であるにもかかわらず、財ごとの収束速度の違いを無視しているために、 $\hat{\rho}$

は0.87と $\rho_1=0.95$ に近い値をとってしまっている(厳密な分析は補論2を参照)。各財の収束速度を加重平均することから求められる半減期が短い、にもかかわらず、個別財を加重平均した物価指数で半減期を推定すると長くなってしまう。この結果は、実質為替レートの均衡からの乖離が解消されるのに長い時間(半減期3~5年)がかかる、というPPPパズルを合理的に説明している。

5. 結びに代えて

本稿では、為替レートの長期的トレンドを説明する購買力平価説(PPP: Purchasing Power Parity)に関する近年の研究について直観的に紹介してきた。

1990年代半ばまでの研究により、長い目でみると為替レートは購買力平価説が提示する均衡値へ戻ること、均衡値からの乖離が半減するまで3~5年かかること(PPPパズルと呼ばれる)がコンセンサスとなった。それ以降の研究では、PPPパズルを説明する多くの仮説が提示されている。本稿ではこれらの仮説のうち、輸送費などの摩擦、構造変化、財ごとの均衡への収束速度の違いに着目した研究を解説してきた。

本稿で触れることができなかった重要な関連するトピックとしては、 S 、 P^* 、 P との間にある共和分関係、また実質為替レートにトレンドがある可能性を指摘しているバラッサ・サミュエルソン仮説などがあげられる。バラッサ・サミュエルソン仮説では、経済成長率の高い国の実質為替レートが増価するとしている。このため、実質為替レートの均衡は、本稿で仮定していた任意の定数ではなく、トレンドを持つ可能性がある。これらのトピックについては、より包括的な展望論文であるFroot and Rogoff (1995)、Rogoff (1996)、Sarno and Taylor (2002)、Taylor and Taylor (2004)を参照していただきたい。

購買力平価説は、いまだに活発に研究が行なわれている分野であり、PPPパズ

ルについては完全な合意が得られているとは言えない。このため、PPP パズルは今後とも研究が活発に行われるであろう。最後に、本稿を読んで、PPP について少しでも関心を持って頂けたなら幸いである。

以上

補論 1 . 半減期について

半減期とは均衡からの乖離が半減するのに必要な期間として定義され、具体的には $\ln(0.5)/\ln(\rho)$ として計算される。この半減期の定義について、いくつかの批判がなされた。

Murray and Papell (2002,2005a,2005b)は、半減期を適切に推定すると、PPP パズルはより深刻なものになる、とした。彼らは、 ρ の OLS 推定量(OLSE)が下方バイアスを持つことを指摘し、このようなバイアスを取り除いた中位不偏推定量 (MUE: Median Unbiased Estimator)を使うことを提案した³¹。 ρ の推定に下方バイアスがあるということは、半減期にも下方バイアスがあることを意味する。例えば、1792 ~ 1990 年のデータ (ドル/ポンド) を使うと、OLS では半減期が 5.8 年であるのに対して、MUE では 6.6 年であるとした。また、95%信頼区間は 4 ~ 34 年と非常に広いことが示された。これは半減期の点推定が信頼できないことを意味している。

以下では、OLSE と MUE との関係をモンテカルロ実験を行なうことで簡単に説明する。いま、真のモデルとして(10)式を考えよう。ここで $\mu = 0$ 、 $q_0 = 0$ 、 $u_t \sim \text{i.i.d.N}(0,1)$ 、標本数 $T = 100$ とする。さらに、真のモデルでは $\rho = 0.95$ としよう。2000 回の実験を通して、それぞれの回で $q_t^{(i)}$ を定数項と $q_{t-1}^{(i)}$ で回帰し OLSE $\hat{\rho}$ を求めた。この実験を通して、真の値 $\rho = 0.95$ において、 $\hat{\rho}$ の有限標本分布を調べることができる。実験によれば、分布の中位値は 0.91 であった。つまり、 $\rho = 0.95$ にもかかわらず、OLS で推計することで下方バイアスが存在している。

下方バイアスが発生するとの性質が任意の ρ について当てはまるかどうかは、

³¹ MUE は、AR(1)は Andrews (1993)、一般的な AR(p)は Andrews and Chen (1994)を参照されたい。また MUE 以外にも、バイアス修正のために Recursive Mean Adjustment という手法を用いた研究もある。興味のある読者は Choi et al. (2006)に詳しい。

上記の実験を異なる ρ に関して繰り返し、 $\hat{\rho}$ の中位値を求めることで確認できる。図 6 では、このモンテカルロ実験の結果をまとめている。図 6 の実線は 45 度線を表している。また、 $m(\rho)$ は OLS で推定した時に得られる中位値を ρ の関数として描いている。例えば、真の値 $\rho=0.95$ の場合は $m(0.95)=0.91$ である。 $m(\rho)$ をみると、常に 45 度線よりも小さく、これは OLSE が下方にバイアスがあることを示している。また、このバイアスは ρ が 1 に近いほど深刻なものになっている。

MUE は以下のように定義される。例えば、OLS で推計した結果、 $\hat{\rho}$ は 0.91 であったとする。この時に、MUE として 0.91 を使うのではなく、中位値として 0.91 を生み出す ρ である 0.95 を MUE とする。つまり、OLSE より少し 1 に近づけたものが MUE なのである。上記の例では、OLSE では半減期が 7.3 ($\cong \ln(0.5)/\ln(0.91)$) 期であるのに対して、MUE では 13.5 ($\cong \ln(0.5)/\ln(0.95)$) 期となる。このように半減期の推定において OLS を用いる結果生じていた下方バイアスを取り除くことで、PPP パズルはより深刻になってしまう。

補論 2 . 加重平均が与える影響の厳密な証明

補論 2 では、財ごとの収束速度の違いを無視して、財別の物価指数の加重平均である物価指数を用いて分析を行うと、 $\hat{\rho}$ に上方バイアスが発生する原因を厳密に証明する。

まず、 $u_t = (u_{1,t} + u_{2,t})/2$ と定義する。また、 $\rho = (\rho_1 + \rho_2)/2$ であるから、 ρ_1 、 ρ_2 は次のように書き換えられる。

$$\rho_1 = \rho + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2}, \quad \rho_2 = \rho - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2}.$$

各財の収束速度の違いを考慮し、(19)式を(18)式に代入すれば、 q_t は次のプロセ

スとして表せる。

$$\begin{aligned} q_t &= \rho_1 \frac{q_{1,t-1}}{2} + \rho_2 \frac{q_{2,t-1}}{2} + \frac{u_{1,t} + u_{2,t}}{2} \\ &= \rho q_{t-1} + z_t, \\ z_t &= \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{q_{1,t-1}}{2} - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{q_{2,t-1}}{2} + u_t. \end{aligned}$$

ここで説明変数 q_{t-1} は誤差項 z_t と相関しているため、OLS で推計した $\hat{\rho}$ はバイアスを持っている。このバイアスは、以下証明するように正のバイアスとなる。

いま、 $\sigma_q^2 = E[q_t^2]$, $\sigma_{q_1}^2 = E[q_{1,t}^2]$, $\sigma_{q_2}^2 = E[q_{2,t}^2]$ としよう³²。(19)式を使うと、

$$\begin{aligned} E[q_t q_{t-1}] &= E\left[\left(\rho q_{t-1} + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{q_{1,t-1}}{2} - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{q_{2,t-1}}{2} + u_t\right) q_{t-1}\right] \\ &= \rho E[q_{t-1}^2] + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} E\left[\frac{q_{1,t-1}}{2} q_{t-1}\right] - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} E\left[\frac{q_{2,t-1}}{2} q_{t-1}\right] + E[u_t q_{t-1}] \\ &= \rho \sigma_q^2 + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{\sigma_{q_1}^2}{4} - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \frac{\sigma_{q_2}^2}{4} + 0 \\ &= \rho \sigma_q^2 + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \left(\frac{\sigma_{q_1}^2 - \sigma_{q_2}^2}{4} \right), \end{aligned}$$

となる。したがって、

$$\hat{\rho} \xrightarrow{p} \frac{E[q_t q_{t-1}]}{E[q_{t-1}^2]} = \rho + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} \left(\frac{\sigma_{q_1}^2 - \sigma_{q_2}^2}{4\sigma_q^2} \right),$$

となる³³。ここで、 $\sigma_{q_i}^2 = \sigma^2 / (1 - \rho_i^2)$ であるから、 $\sigma_{q_1}^2 > \sigma_{q_2}^2$ である³⁴。つまり、上式の右辺第二項の括弧の中は常にプラスである。したがって、2つの財で収束速度が同じ ($\rho_1 = \rho_2$) であるならばバイアスは存在しないのに対して、収束速度

³² q_t は定常なプロセスなので、 $\sigma_q^2 = E[q_t^2] = E[q_{t-1}^2]$ となる。

³³ \rightarrow^p は確率収束を意味している。

³⁴ ここで、 $q_{i,t} = u_{i,t} + \rho_i u_{i,t-1} + \rho_i^2 u_{i,t-2} + \dots$ と書ける。よって、 $E[q_{i,t}^2] = (1 + \rho_i^2 + \rho_i^4 + \dots) \sigma^2 = \sigma^2 / (1 - \rho_i^2)$ となる。

の違いが存在する ($\rho_1 > \rho_2$) ならバイアスが生じてしまう。また、収束速度の違いが大きいほど、バイアスも大きくなってしまう。

ここで、

$$\omega = \frac{\sigma_{q_1}^2 - \sigma_{q_2}^2}{4\sigma_q^2},$$

と定義すると、

$$\hat{\rho} \rightarrow^p \rho_1 \left(\frac{1+\omega}{2} \right) + \rho_2 \left(\frac{1-\omega}{2} \right).$$

つまり、物価指数における第1財のウエイトは50%にもかかわらず、推計された $\hat{\rho}$ は ρ_1 により大きなウエイトを与える。これは図5でみたように、第1財のプロセスが平均の動きを支配していることから生じている。

4(3)節の例では、 $\rho_1=0.95$ 、 $\rho_2=0.3$ 、 $\sigma^2=1$ としたので、 $\sigma_{q_1}^2 = \sigma^2 / (1 - 0.95^2) \cong 10.26$ 、 $\sigma_{q_2}^2 = \sigma^2 / (1 - 0.3^2) \cong 1.099$ となる。また、

$$\sigma_q^2 = E \left[\left(\frac{q_{1,t} + q_{2,t}}{2} \right)^2 \right] = \frac{1}{4} E [q_{1,t}^2 + q_{2,t}^2] = \frac{1}{4} (\sigma_{q_1}^2 + \sigma_{q_2}^2),$$

であるから、 ω は次のように書ける。

$$\omega = \frac{\sigma_{q_1}^2 - \sigma_{q_2}^2}{\sigma_{q_1}^2 + \sigma_{q_2}^2}.$$

よって、 $\omega \cong (10.26 - 1.099) / (10.26 + 1.099) \cong 0.8065$ となる。以上より、 $\hat{\rho} \rightarrow^p 0.88$ となり、モンテカルロ実験で求めた0.87に非常に近いことがわかる。

参考文献

- 柏木五郎・中居良司、「「均衡為替レート」の水準を表す指標について」、『フィナンシャル・レビュー』第48号、大蔵省財政金融研究所、1999年
- 藤木裕、「開放経済下での金融政策入門」、『日銀レビュー』2006-J-11、日本銀行
- Andrews, D.W.K., "Exactly Median-Unbiased Estimation of First Order Autoregressive Unit Root Models," *Econometrica*, Vol. 61, 1993, pp. 139-165.
- and H. Chen, "Approximately Median-Unbiased Estimation of Autoregressive Models," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 12, 1994, pp. 187-204.
- Abuaf, N. and P. Jorion, "Purchasing Power Parity in the Long Run," *Journal of Finance*, Vol. 45, 1990, pp. 157-174.
- Bec, F., Ben Salem, M., and M. Carrasco, "Tests for Unit-Root versus Threshold Specification with an Application to the Purchasing Power Parity Relationship," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 22, 2004, pp. 382-395.
- Chari, V. V., Kehoe, P. J., and E. R. McGrattan, "Can Sticky Price Models Generate Volatile and Persistent Real Exchange Rates?" *Review of Economic Studies*, Vol. 69, 2002, pp. 533-563.
- Chen, S-S. and C. Engle, "Does 'Aggregation Bias' Explain the PPP Puzzle," *Pacific Economic Review*, Vol. 10, 2005, pp. 49-72.
- Cheung, Y-W., Chinn, M., and E. Fujii, "Market Structure and the Persistence of Sectoral Real Exchange Rates," *International Journal of Finance and Economics*, Vol. 6, 2001, pp. 95-114.
- Choi, C-Y., Mark N. C., and D. Sul, "Unbiased Estimation of the Half-Life to PPP Convergence in Panel Data," *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 38, 2006, pp. 921-938.

- Crucini, M. J. and M. Shintani, "Persistence in Law-of-One-Price Deviations: Evidence from Micro-Data," Working Paper No. 02-W22R, Vanderbilt University, 2002.
- Engel, C. and J. H. Rogers, "How Wide is the Border?" *American Economic Review*, Vol. 86, 1996, pp. 1112-1125.
- Frankel, J. A., "International Capital Mobility and Crowding-out in the U.S. Economy: Imperfect Integration of Financial Markets or Goods Markets?" in R. W. Hafer, ed. *How Open is the U.S. Economy?*, Lexington: Lexington Books, 1986, pp. 33-67.
- , "Zen and the Art of Modern Macroeconomics: A commentary," in R. W. Hafer, and T. D. Willett, ed. *Monetary Policy for a Volatile Global Economy*, Washington DC: American Enterprise Institute for Public Research, 1990, pp. 117-123.
- and A. K. Rose, "A Panel Project on Purchasing Power Parity: Mean Reversion Within and Between Countries," *Journal of International Economics*, Vol. 40, 1996, pp. 209-224.
- Froot, K, and K. Rogoff, "Perspectives on PPP and Long-Run Real Exchange Rates," in G. Grossman and K. Rogoff, ed. *Handbook of International Economics*, Vol. 3, Amsterdam: North Holland, 1995.
- Hamilton, J. D., *Time Series Analysis*, New Jersey: Princeton University Press, 1994.
- Imbs, J., Mumtaz, H., Ravn, M. O., and H. Rey, "PPP Strikes Back: Aggregation and the Real Exchange Rate," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. CXX, 2005a, pp. 1-43.
- , ——, ——, and ——, "Aggregation Bias Does Explain the PPP Puzzle," NBER Working Paper No. 11607, 2005b.
- Ito, T., "The Long-Run Purchasing Power Parity for the Yen: Historical Overview," *Journal of the Japanese and International Economies*, Vol. 11, 1997, pp. 502-521.
- Michael, P., Nobay A. R., and D. A. Peel, "Transactions Costs and Nonlinear

- Adjustment in Real Exchange Rates: An Empirical Investigation,” *Journal of Political Economy*, Vol. 105, 1997, pp. 862-879.
- Murray, C. J. and D. Papell, “The Purchasing Power Parity Persistence Paradigm,” *Journal of International Economics*, Vol. 56, 2002, pp. 1-19.
- and —, “The Purchasing Power Parity Puzzle is Worse than You Think,” *Empirical Economics*, Vol. 30, 2005a, pp. 783-790.
- and —, “Do Panels Help Solve the Purchasing Power Parity Puzzle?” *Journal of Business and Economic Statistics* Vol. 23, 2005b, pp. 410-415.
- Ng, S. and P. Perron, “Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power,” *Econometrica*, Vol. 69, 2001, pp. 1519-1554.
- Obstfeld, M. and A. M. Taylor, “Nonlinear Aspects of Goods-Market Arbitrage and Adjustment: Heckscher’s Commodity Points Revisited,” *Journal of the Japanese and International Economies*, Vol. 11, 1997, pp. 441-479.
- O’Connell, P., “The Overvaluation of Purchasing Power Parity,” *Journal of International Economics*, Vol. 44, 1998, pp. 1-19.
- Parsley, D. and S-J. Wei, “A Prism into the PPP Puzzles: The Micro-Foundations of Big Mac Real Exchange Rates,” NBER Working Paper No. 10074, NBER, 2003, Forthcoming in *the Economic Journal*.
- D. Papell, “Searching for Stationarity: Purchasing Power Parity Under the Current Float,” *Journal of International Economics*, Vol. 43, 1997, pp. 313-332.
- Perron, P., “The Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis,” *Econometrica*, Vol. 57, 1989, pp. 1361-1401.
- “Testing Consistency with Varying Sample Frequency,” *Econometric Theory*, Vol. 7, 1991, pp. 341-368.

- and T. Vogelsang, “Nonstationarity and Level Shifts with an Application to Purchasing Power Parity,” *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 10, 1992, pp. 301-320.
- and T. Yabu, “Estimating Deterministic Trends with an Integrated or Stationary Noise Component,” IMES Discussion Paper No. 2006-E-1, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2006a.
- and —, “Testing for Shifts in Trend with an Integrated or Stationary Noise Component,” IMES Discussion Paper No. 2006-E-2, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2006b.
- Rogoff, K., “The Purchasing Power Parity Puzzle,” *Journal of Economic Literatures*, Vol. 34, 1996, pp. 647-668.
- Sarno, L. and M. P. Taylor, *The Economics of Exchange Rates*, Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- Shiller, R. J. and P. Perron, “Testing the Random Walk Hypothesis,” *Economics Letters*, Vol. 18, 1985, pp. 381-386.
- Shintani, M., “A Nonparametric Measure of Convergence towards Purchasing Power Parity,” *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 21, 2006, pp. 589-604.
- Stock, J. H. and M. W. Watson, *Introduction to Econometrics*: Addison Wesley 2003.
- Taylor, A. M., “A Century of Purchasing-Power Parity,” *Review of Economics and Statistics*, Vol. 84, 2002, pp. 139-150.
- and M. P. Taylor, “The Purchasing Power Parity Debate,” *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 18, 2004, pp. 135-158.
- Yabu, T., “Have the Constraints on PPP Relaxed over Time? Some Evidence from Japan,” *Economics Letters*, Vol. 84, 2004, pp. 205-210.

表1：ビッグマック価格

	ビッグマック価格		為替レート(対ドル)
	現地通貨	ドル建て	
アメリカ	\$ 3.22	3.22	
中国	元 11.0	1.41	7.77
日本	¥ 280	2.31	121
スイス	SFr 6.30	5.05	1.25

出所：英国『エコノミスト』誌から筆者作成。

注：ここで為替レートは、2007年1月31日時点の為替レート（対ドル）を用いている。日本の場合は1ドル=121円、中国は1ドル=7.77元を表している。ここで、ビッグマック価格を使って一物一価を成立させるレートを求める事ができる。日本の場合は日本の円価格を、米国のドル価格で割ったものとして求める事ができる。つまり、 $280/3.22=86.96$ となる。

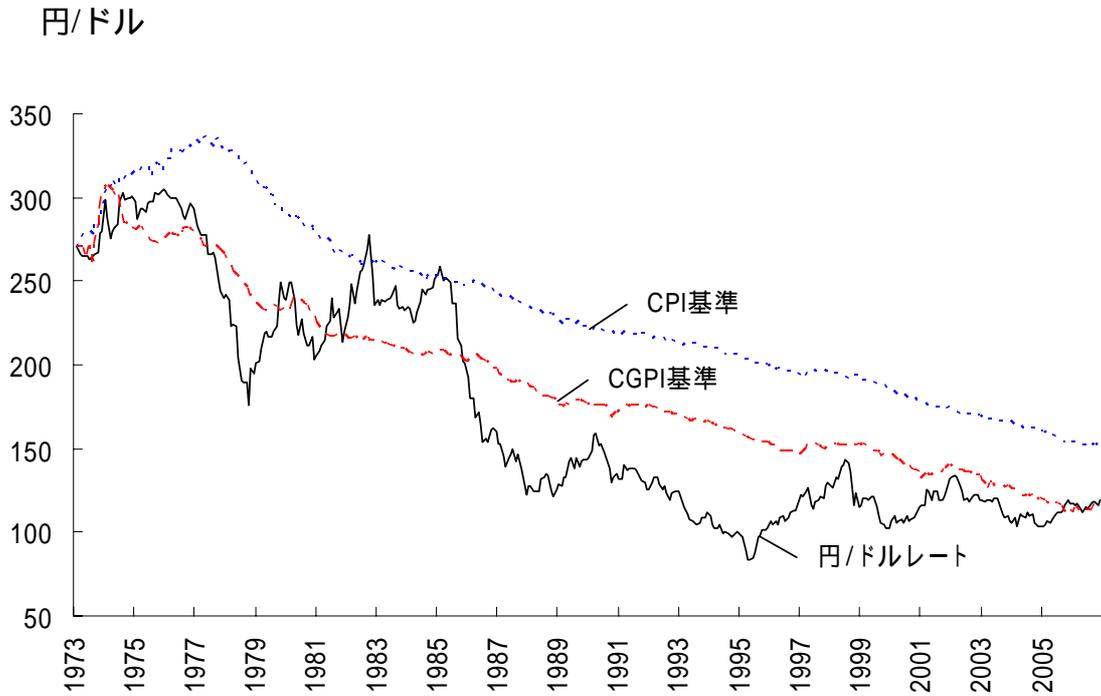
表 2：検出力

		T				
		25	50	100	150	300
ρ	0.85	0.107	0.229	0.650	0.937	1.000
	0.96	0.073	0.070	0.108	0.155	0.418
	0.98	0.070	0.055	0.072	0.071	0.150

出所：筆者作成。

注：モンテカルロ実験において、2000 回実験を繰り返すことで、検出力を求めた。モデルの説明等は、本文でなされている。

図1：為替レートとPPPレート



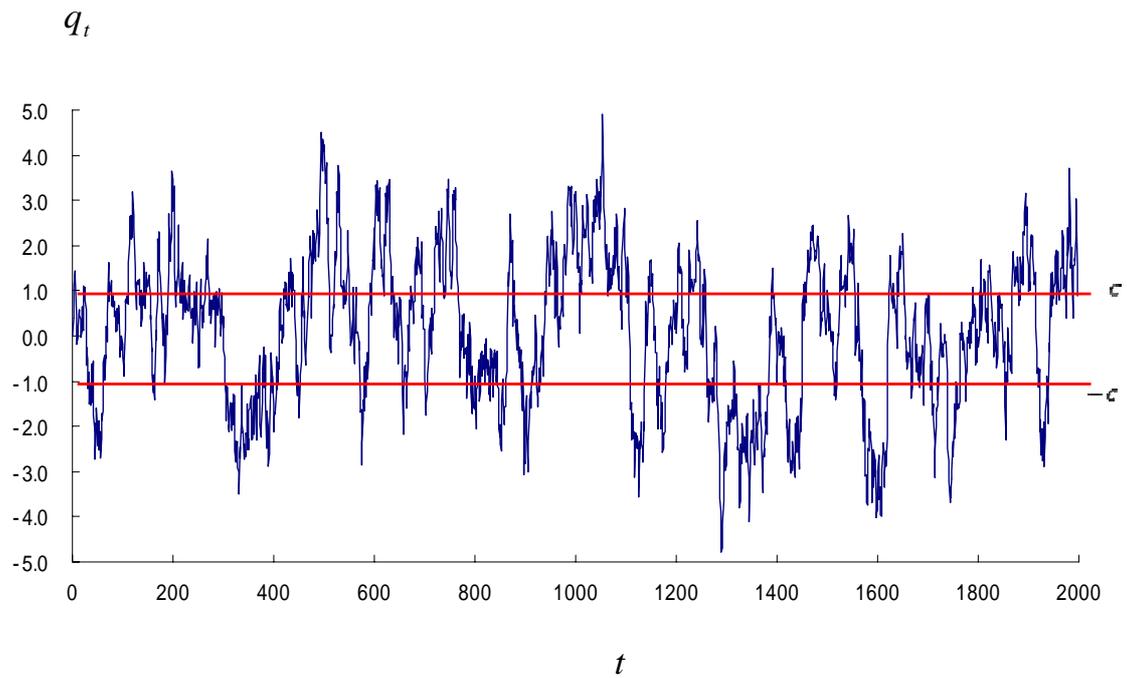
注：ここで基準年を0期とすると、任意の t 期のPPPレートは次のように表せる。

$$\text{PPPレート} : S_0 \frac{P_t / P_0}{P_t^* / P_0^*}$$

物価指数として、消費者物価指数（CPI）と日本の企業物価指数（CGPI）、米国の生産者物価指数（PPI）を用いている。

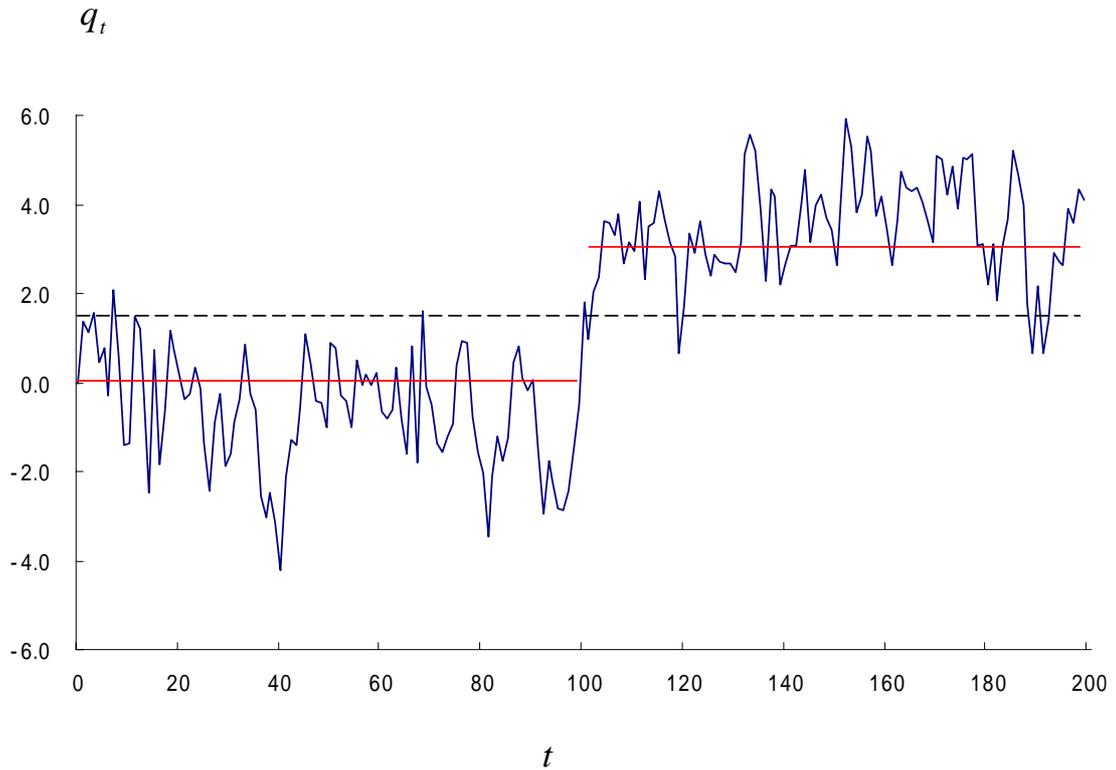
出所：物価は International Financial Statistics、円/ドルレート（月末値）は日本銀行ホームページより入手。

図2：TARモデル



注：実線の内側（ ± 1 ）はランダムウォーク領域を表しており、実線の外側は収束領域になっている。

図 3 : 構造変化



注：破線は q_t の平均を表している。これに対して、2本の実線は長期均衡を表している。 $t \leq 100$ なら0であり、 $100 < t$ であれば $1/(1-0.3)$ となる。

図4：個別財 (q_1 、 q_2) のダイナミクス

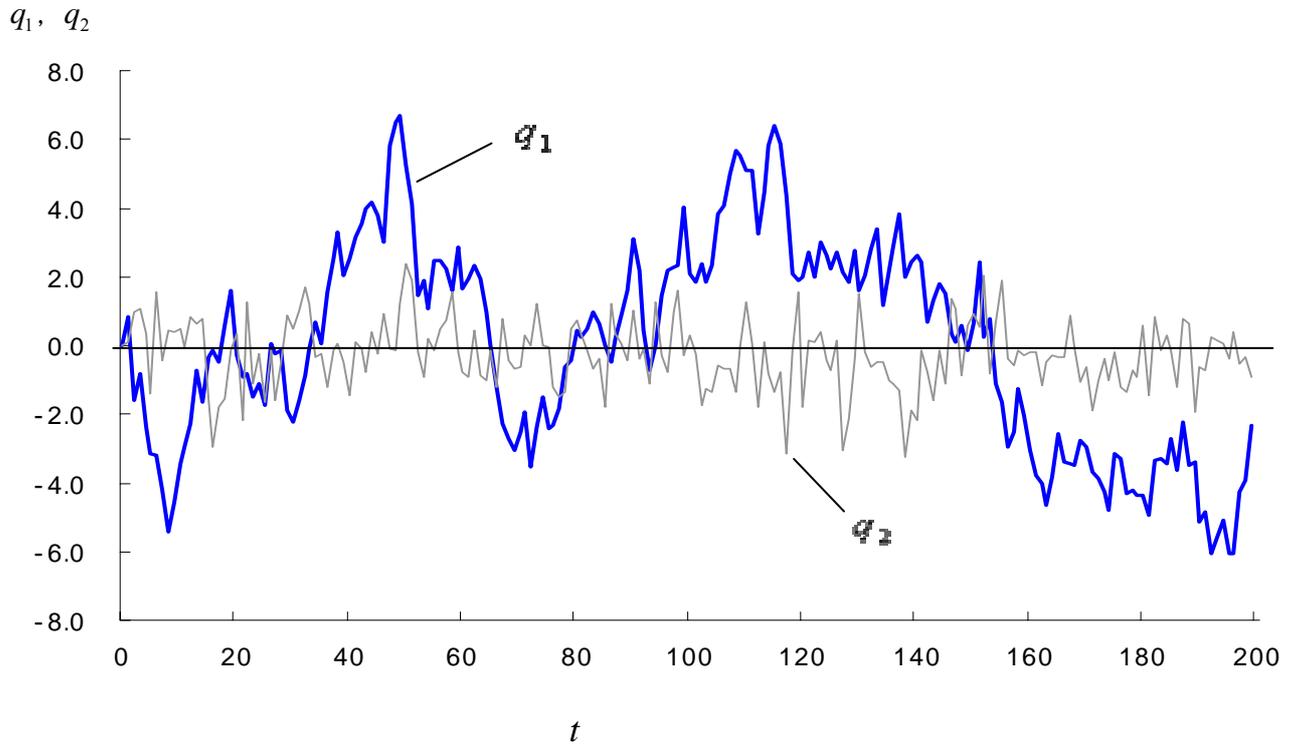


図5：平均のダイナミクス

$$q_t = (q_{1,t} + q_{2,t}) / 2$$

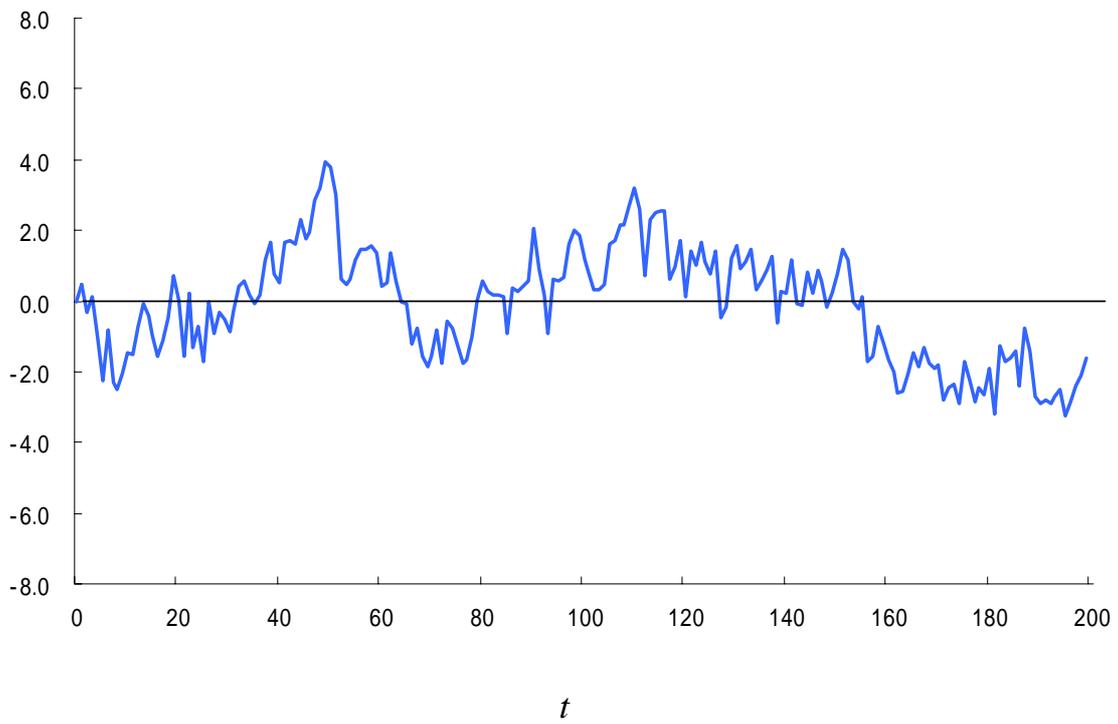
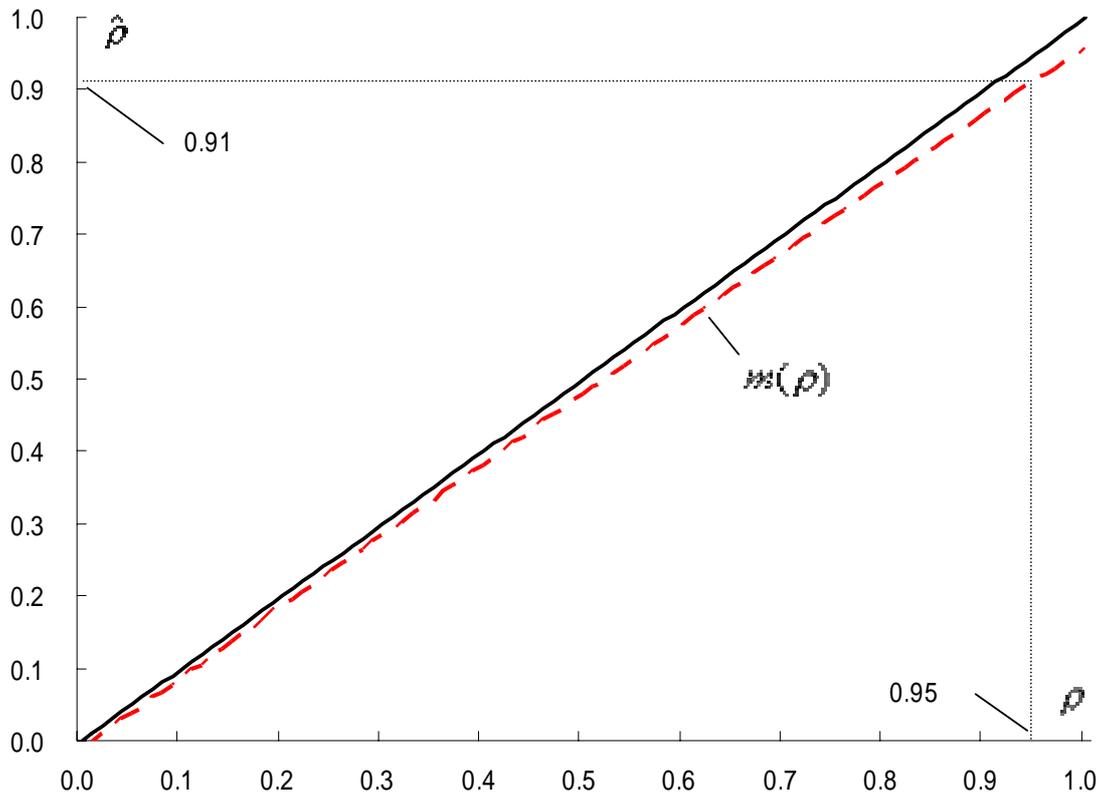


図 6 : 中位不偏推定量(Median Unbiased Estimator)



注：実線は 45 度線を表している。また、破線は ρ の関数として、OLS で推定した場合の中位値を表している。例えば、真の値 ρ が 0.95 のとき、OLS で推定した場合の中位値は 0.91 となっている。図をみると、破線は実線を常に下回っており、OLS には下方バイアスがあることが確認できる。